НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ АВТОМАТИКИ

УДК 519.711; 517.977.1/.5 На правах рукописи

КАЛИМОЛДАЕВ Максат Нурадилович

УСТОЙЧИВОСТЬ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ МНОГОМЕРНЫХ ФАЗОВЫХ СИСТЕМ

05.13.16 - применение вычислительной техники, математического моделирования и математических методов в научных исследованиях

Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

КЫРГЫЗСКАЯ РЕСПУБЛИКА
БИШКЕК
2000

Работа выполнена в Казахском государственном Национальном университете имени аль-Фараби

Научные консультанты: заслуженный деятель науки РК, доктор технических наук, профессор С.А.Айсагалиев;

доктор технических наук, профессор Т.Н.Бияров

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор А.А.Асанов;

доктор технических наук, профессор Ж.И.Батырканов

доктор физико-математических наук, профессор А.С.Сакабеков;

Ведущая организация: Институт прикладного системного анализа Национальной Академии наук и Министерства образования Украины

Защита состоится "26" мая 2000 г. в 14.00 часов на заседании специализированного Совета Д 05.98.81 при Институте автоматики Национальной академии наук Кыргызской Республики по адресу: 720071, г.Бишкек, проспект Чуй, 265а.

С диссертацией можно ознакомиться в фонде Института автоматики НАН Кыргызской Республики.

Автореферат разослан "25" апреля 2000 г.

Ученый секретарь
специализированного Совета,
к.т.н., с.н.с. К.А.Пресняков

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Научно-технологический и технический прогресс обусловливает необходимость дальнейшего исследования динамики многомерных фазовых систем, имеющих важное практическое приложение. Особенностью фазовых систем является, то, что они описываются дифференциальными уравнениями, правые части которых периодичны по угловым координатам. В настоящее время фазовые системы получили широкое распространение в различных областях науки и техники-энергетике, радиотехнике, механике, связи. К рассмотрению фазовых систем приводят задачи исследования динамики маятниковых систем, механических вибраторов, систем фазовой автоподстройки частоты, электроэнергетических систем, фазовых систем радионавигации и др. Обеспечение устойчивости движения, стабилизации движения, управляемости и оптимальности являются важнейшими проблемами на этапе проектирования и эксплуатации исследуемых систем.

Рассматриваемая в работе математическая модель описывает в равной степени и маятниковые системы, и электроэнергетические системы со многими генераторами. Как известно, промышленная революция привела к росту потребления энергии основная доля которой современным обществом потребляется в виде электрической энергии. Естественно, возникает вопрос транспортировки ее на дальние расстояния.

Индустриальное развитие современного общества немыслимо без постоянного роста производства электроэнергии. Чтобы удовлетворить эти постоянно растущие потребности, создаются сложные энергетические системы. Развитие энергосистем идет по пути создания крупных энергообъединений, в некоторых случаях охватывающих целые континенты, в состав таких систем входит большое число генераторов. Например, в США и Канаде параллельно работают генераторы, удаленные друг от друга на тысячи километров. Аналогичным образом ранее были объединены Алматыэнерго и Новосибирскэнерго через Экибастузский энергетический комплекс. При математическом моделировании таких систем возникает очень много теоретических и инженерных вопросов. Моделирование, формирование и эксплуатация больших энергообъединений - чрезвычайно сложная комплексная задача, решающая вопросы стабилизации движения в послеаварийном режиме и эксплуатации таких сложных фазовых (электроэнергетических) систем.

Теоретические результаты математического моделирования устойчивых и оптимальных фазовых систем базировались на классических работах А.М.Ляпунова, А.А.Андронова, А.Г.Горева, Е.А.Барбашина и др. В этом направлении необходимо отметить фундаментальные работы

В.А.Якубовича, Г.А.Леонова, М.Я.Ваймана, Ю.Н.Бакаева, М.А.Тагирова, а также исследования Сибирского НИИ энергетики, Иркутского вычислительного центра и др. В Алматы исследованием моделей многомерных фазовых систем занимались С.И.Горшин, В.А.Коротков и школа профессора С.А.Айсагалиева.

Тема исследования связана с госбюджетными темами, выполняемыми на кафедре теории управления КазГУ им. аль-Фараби "Управляемость, оптимальное управление и устойчивость движения динамических систем". - 1993-1996 гг., (№ гос.регистрации 0196РК01005, инв. № 0296РК01027); "Новая теория и конструктивные методы решения краевых задач обыкновенных дифференциальных уравнений". - 1997-1999 гг., (№ гос.регистрации 0197РК01095, инв.№ 0297РК00787); "Проблемы краевых задач управляемых процессов". - 1999-2000 гг., (№ гос.регистрации 019РК01030, инв. № 297 РК 01019).

Целью работы является разработка математической модели многомерных фазовых систем и исследование ее адекватности конкретным сложным электроэнергетическим системам для обеспечения устойчивости движения, стабилизации движения, оценки областей притяжения, управляемости и оптимальности.

В рамках сформулированной цели ставятся и решаются следующие задачи:

- проведение теоретического исследования математической модели многомерных фазовых систем с неединственным состоянием равновесия на глобальную асимптотическую устойчивость с точки зрения стабилизации движения;
- оценка областей притяжения многомерных фазовых систем на основе метода функций Ляпунова;
- осуществление оптимального управления движением моделей многомерных фазовых систем и решение задачи управляемости;
- исследование устойчивости движения многомерных фазовых систем, при моделировании которых предполагается наличие постоянно действующих возмущений, малых в среднем и исчезающих на бесконечности;
- построение предельных циклов и круговых движений, присущее, как правило, многомерным фазовым системам.

Методы исследования. В работе использованы качественная теория обыкновенных дифференциальных уравнений, метод функций Ляпунова, частотная теорема Якубовича-Калмана, метод нелокального сведения Леонова, S-процедура Лурье и процедура Бакаева-Гужа, теория управляемости, метод динамического программирования Беллмана и

достаточные условия оптимальности Кротова, теория особых оптимальных управлений.

Научная новизна заключается прежде всего в том, что в работе осуществлено комплексное исследование математической модели многомерных фазовых систем, что можно отнести к новым результатам в области математики и математического моделирования. На основании теоретических исследований даны эффективные способы управления многомерными фазовыми (электроэнергетическими) системами для решения практических задач стабилизации, управляемости и оптимальности движения.

В диссертационной работе получены следующие научные результаты:

- для многомерной фазовой системы решена задача стабилизации движения, обеспечивающая глобальную асимптотическую устойчивость в случае нелинейного регулятора на основе метода нелокального сведения Леонова, частотной теоремы Якубовича-Калмана и теории особых оптимальных управлений;
- получены достаточные условия глобальной асимптотической устойчивости многомерной фазовой системы с помощью периодической функции Ляпунова;
- осуществлена оценка областей притяжения в моделях фазовых систем второго порядка и изолированных подсистем для обеспечения устойчивости "в большом" фазовых систем на основе нетрадиционной формы функции Ляпунова;
- получены условия устойчивости изолированных фазовых систем на основе процедуры Бакаева-Гужа и теории разрывных функций Ляпунова;
- найдена оценка областей притяжения многомерных фазовых систем методом сравнения В.М.Матросова с использованием векторной функции Ляпунова;
- получены условия асимптотической устойчивости по Ляпунову и оценки областей притяжения многомерной фазовой системы на основе нетрадиционной функции Ляпунова;
- решена задача оптимальности фазовых систем относительно функционала Больца с неопределенным терминальным слагаемым на основе метода Беллмана-Кротова;
- осуществлен синтез математической модели фазовых систем с помощью первых интегралов при ограниченных ресурсах управления;
- выведены условия управляемости и равновесной управляемости многомерных фазовых систем;
- решены задачи Т-устойчивости и Т-управляемости фазовых систем;

- получены условия устойчивости нелинейных моделей при постоянно действующих возмущениях, малых в среднем и исчезающих на бесконечности, для нелинейной системы общего вида, а также для квадратичного случая;
- решена задача устойчивости синхронного генератора и электроэнергетической системы при постоянно действующих возмущениях, малых в среднем и исчезающих на бесконечности;
- осуществлено построение предельных циклов и круговых движений для фазовых систем, которые имеют место в случае вырожденности вронскиана правой части для исходной фазовой системы;
- построены предельные циклы и круговые движения фазовых систем в сечениях пространства параметров.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Разработана математическая модель многомерных фазовых (электроэнергетических) систем, учитывающая нелинейные связи ее составляющих подсистем.

2. Установлена адекватность предложенной математической модели многомерных фазовых систем конкретным электроэнергетическим системам, и впервые решена задача стабилизации, обеспечивающая глобальную асимптотическую устойчивость многомерных фазовых систем с учетом нелинейности регулятора, с использованием теории особых оптимальных управлений.

3. Математическое моделирование устойчивых "в большом" многомерных фазовых систем и оценка областей притяжения осуществлены при помощи новой нетрадиционной функции Ляпунова, обеспечивающей существенное расширение области устойчивости. При этом использованы подходы Бакаева-Гужа, Матросова, развивающие метод функции Ляпунова.

4. Математическое моделирование оптимальных фазовых систем впервые осуществлено на основе обратной задачи оптимизации, доопределением терминального слагаемого в функционале Больца, существенным для практики является то, что оптимальное управление получено в аналитическом виде. Впервые решена задача оптимального управления многомерных фазовых систем при наличии ограничений на ресурсы управления и при наличии первых интегралов нерегулируемой части системы.

5. Решены задача управляемости фазовых систем и проблема Т-устойчивости и Т-управляемости многомерных фазовых систем.

6. Решена задача устойчивости многомерных фазовых систем при постоянно действующих возмущениях, малых в среднем и исчезающих на бесконечности. При этом ослаблены известные условия классических теорем об ограниченности частных производных функции Ляпунова.

7. Впервые предлагается способ построения предельных циклов и круговых движений для фазовых систем путем погружения исходной задачи в соответствующие задачи управляемости.

Практическая ценность диссертации заключается в полном соответствии моделируемых процессов к работе электроэнергетических систем со многими генераторами с регулятором типа "котел-турбина" и осуществлении стабилизации, оптимального управления такими системами с реальными числовыми данными. Полученные теоретические результаты могут быть применены в различных областях науки и техники. Имеются акты внедрения полученных результатов.

Личное участие автора. Все основные научные результаты диссертации получены автором самостоятельно. Во всех работах, опубликованных в соавторстве, автором дана постановка задач, предложены основные идеи их решения, методы исследования, получены аналитические выкладки и теоретические результаты.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались на УI Всесоюзном съезде по теоретической и прикладной механике (Ташкент, 1986), У Всесоюзной Четаевской конференции (Казань, 1987), Международной научной школе "Метод функций Ляпунова и его приложения" (Иркутск, 1989; Москва 1995), 1 съезде математиков Казахстана (Шымкент, 1996), 1 съезде по теоретической и прикладной механике (Алматы,1996), Международной Украинской конференции: "Моделирование и исследование устойчивости" (Киев, 1996), Международной конференции: MODELLING AND INVESTIGATION OF SYSTEMS STABILITY (Киев, 1997), Международной научно-практической конференции (Алматы, 1999), а также на республиканских и межвузовских конференциях.

Публикации. По результатам исследований, изложенных в диссертации, опубликованы 44 научные работы, в том числе 4 монографии (2 монографии опубликованы в издательстве "Ғылым" Академии наук Республики Казахстан).

Структура и объем работы. Диссертация объемом 249 страниц состоит из введения, 6 разделов, заключения и списка использованных источников из 162 наименований, приложения. В диссертации 16 рисунков.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность научной проблемы, сформулированы основная цель и задачи исследования, показана научная новизна полученных результатов и отмечена их практическая ценность, а также дано краткое содержание работы.

Объектом исследования в диссертационной работе является динамическая модель многомерной фазовой системы вида:

$$\frac{d\delta_i}{dt} = S_i, \frac{dS_i}{dt} = w_i - K_i S_i - f_i(\delta_i) - \psi_i(\delta_{i*}), \quad w_i = c_i^* x_i, \tag{1}$$

$$\frac{dx_i}{dt} = A_i x_i + q_i S_i + b_i u_i + R_i(S_i, x_i), i = \overline{1,\ell}, \tag{2}$$

где δ_i - угловая координата; S_i - угловая скорость; $x_i - n_i$ - вектор состояния регулятора; w_i - управляющее воздействие регулятора; $K_i > 0$ - коэффициент демпфирования; c_i, q_i, b_i - постоянные n_i - мерные векторы; A_i - постоянная $(n_i \times n_i)$ матрица; u_i - управление типа обратной связи; функции $R_i(S_i, x_i)$-выражают нелинейные характеристики исполнительных приводов регуляторов; функция

$$\psi_i(\delta_{i*}) = \sum_{k=1,k\neq i}^{\ell} P_{ik}(\delta_{ik}), \delta_{ik} = \delta_i - \delta_k \tag{3}$$

определяет связь между подсистемами и $P_{ik}(\cdot)$ заданная непрерывно дифференцируемая периодическая функция. Символ (*) означает операцию транспонирования.

Пусть $f_i(\delta_i)$.- нелинейность в объекте управления - является непрерывно дифференцируемой периодической функцией, удовлетворяющей условиям:

$$f_i(\delta_i) = f_i(\delta_i + 2\pi)(\forall \delta_i \in R_i^1), \gamma_0^i = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f_i(\delta_i)d\delta_i \le 0,$$

$$f_i(0) = 0, \frac{df_i(\delta_i)}{d\delta_i}\Big|_{\delta_i=0} > 0, f_i(\delta_{0i}) = 0, \frac{df_i(\delta_i)}{d\delta_i}\Big|_{\delta_i=\delta_{0i}} < 0, \tag{4}$$

где $\delta_i = 0$ и $\delta_i = \delta_{0i}$ - нули функции $f_i(\delta_i)$ на множестве $[0,2\pi)$.

Дифференциальные уравнения второго порядка (1) описывают процессы в объекте управления, а дифференциальное уравнение (2) определяет состояние регулятора. В частности, для электроэнергетических систем уравнения описывают вращательное движение ротора i-го синхронного генератора. Функции $f_i(\delta_i)$ - определяют мощность i-го генератора в относительных единицах, $\psi_i(\delta_{i*})$-выражают взаимные влияния генераторов друг на друга через общую электрическую сеть. Уравнения описывают динамику парового котла, паровой турбины, автоматического регулятора частоты вращения и системы возбуждения i-го генератора, w_i-воздействия, вырабатываемые регулятором для стабилизации вращательного движения ротора i-го генератора, u_i-управления, вырабатываемые ЭВМ с целью обеспечения синхронной работы всех генераторов, работающих на общую электрическую сеть.

Фазовая подсистема второго порядка имеет вид:

$$\frac{d\delta_i}{dt} = S_i, \frac{dS_i}{dt} = -D_i S_i - f_i(\delta_i), i = \overline{1,l}. \tag{5}$$

Стационарное множество Λ_i связанной системы (1)-(2) является счетным и определяется таким образом:

$$\Lambda_i = \left\{(\delta_i, S_i, x_i) \middle| f_i(\delta_i) + \psi_i(\delta_{i*}) = 0, x_i = 0, S_i = 0, i = \overline{1,l}\right\}, i = \overline{1,l}. \tag{6}$$

В диссертационной работе поставлены и решены следующие задачи:

I. ЗАДАЧА УСТОЙЧИВОСТИ И СТАБИЛИЗАЦИИ ДВИЖЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ МНОГОМЕРНЫХ ФАЗОВЫХ СИСТЕМ.

Задача 1 (о стабилизации). Требуется найти такие управляющие воздействия $u_1(\delta_1,...,\delta_m, x_{m+1},...,x_n),...,u_l(\delta_1,...,\delta_m, x_{m+1},...,x_n)$, которые обеспечивают глобальную асимптотическую устойчивость системы (1), т.е. решение системы (1) при любых начальных условиях стремится к некоторому состоянию равновесия из Λ_i, когда $t \to +\infty$.

Задача 2. (оценка области притяжения). Требуется найти оценки области притяжения относительно начала координат на основе метода функций Ляпунова с помощью подходящего выбора управляющих воздействий, если они имеются, в правой части рассматриваемой системы.

II. ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ МНОГОМЕРНЫХ ФАЗОВЫХ СИСТЕМ.

Пусть требуется минимизировать некоторый функционал типа Больца

$$J(U)=J(\delta,x,u)=\frac{1}{2}\int_{t_0}^{T}G(\delta,x,u)dt+\Lambda(\delta(T),x(T)), \qquad (7)$$

при ограничениях вида (I).

Задача 3. (задача оптимизации). Пусть выбран критерий качества процесса в виде интеграла (7). Требуется найти такие управляющие воздействия $u_1(\delta_1,...,\delta_m,x_{m+1},...,x_n),...,u_t(\delta_1,...,\delta_m,x_{m+1},...,x_n)$, которые минимизируют функционал (7).

Рассмотрим теперь динамический объект со многими управлениями:

$$\frac{dx_i}{dt}=f_i(x,t)+\sum_{j=1}^{n}g_{ij}(x,t)u_j(x,t), x(t_0)=x_0, i=\overline{1,l}\ j=\overline{1,m}, \qquad (8)$$

и функционал Больца

$$J_0(U)=V[x(T),T]+\int_{t_0}^{T}\sum_{j=1}^{m}\mu_j\left|\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial V(x,t)}{\partial x_i}g_{ij}(x,t)\right|dt, \qquad (9)$$

где $V(x,t)$ - первый интеграл системы

$$\frac{dx}{dt}=f(x,t) \qquad (10)$$

и

$$|u_j(x,t)|\le\mu_j, j=\overline{1,m} \qquad (11)$$

Задача 4 (достаточное условие оптимальности системы с первым интегралом). Требуется найти управляющие функции $u_1(x,t),...,u_m(x,t)$, удовлетворяющие ограничениям (11) и доставляющие минимум функционалу Больца (9) при условии (8).

III. ЗАДАЧА УПРАВЛЯЕМОСТИ МОДЕЛЕЙ МНОГОМЕРНЫХ ФАЗОВЫХ СИСТЕМ.

Пусть для системы (1), (2) известно начальное состояние (любое):

$$\delta_i(0)=\delta_{i0}, S_i(0)=S_{i0}, x_i(0)=x_{i0}, i=\overline{1,l}, \qquad (12)$$

где

$$\delta_{0i}\in R^l, S_{i0}\in R^l, x_{i0}\in R^n, i=\overline{1,l}$$

Задано конечное состояние системы:

$$(S_i(T)=0, x_i(T)=0, \delta_i(T)=\delta_i^*, i=\overline{1,l})\in\Lambda_1, \qquad (13)$$

где T- любое заданное число.

Задача 5. (задача управляемости многомерных фазовых систем). Требуется найти управление $u_i(t)\in C[0,T], i=\overline{1,l}$, где $C[0,T]$ - класс непрерывных функций на отрезке $[0,T]$, которое переводит траекторию системы (1), (2) из любого начального состояния (12) в желаемое состояние (13) за заданное время T.

Пусть дано уравнение возмущенного движения:

$$\frac{dx}{dt}=X(x,t),\ X(0,t)=0 \qquad (14)$$

$$x(t_0)=x_0, t\in[t_0,\infty),$$

где $x\in R^n$, $X(x,t)$- n- мерная вектор-функция, удовлетворяющая условиям теоремы существования и единственности решения системы (14).

Определение 1. Невозмущенное движение $x=0$ системы (14) будем называть T- устойчивым или T- устойчивым в целом, если система (18) устойчива (асимптотически устойчива или устойчива в целом) по Ляпунову, и существует момент времени t_1, что

$$\lim_{t\to t_1}x(t)=0, \qquad (15)$$

где $T=t_1-t_0<\infty$.

Рассмотрим теперь уравнения возмущенного движения, включающие управляющие силы:

$$\frac{dx}{dt}=X(x,u,t),\quad X(0,0,t)\equiv 0, \qquad (16)$$

где $x\in R^n$, $X(x,u,t)$ - n - мерная вектор-функция, $u(x,t)$- n-мерный вектор управляющих воздействий:

$$u(x,t)\in U\subseteq R^n$$

Определение 2. Управляемый процесс (16) будем называть T-управляемым (асимптотически T-управляемым в целом), если найдется управление $u(x,t)\in U$, обеспечивающее T- устойчивость (асимптотическую устойчивость или T- устойчивость в целом) невозмущенного движения $x=0$ системы (16).

Классические определения устойчивости движения справедливы на бесконечном интервале времени, и для того, чтобы получить сведения для конечного интервала времени, необходимо рассмотреть оценку качества переходных процессов. Следовательно, возникает следующая задача.

Задача 6. (Задача T- устойчивости и T-управляемости нелинейных динамических систем). Требуется найти конечный интервал времени, в течение которого траектория устойчивой на бесконечном интервале

В частности, для фазовой системы второго порядка (5) можно получить систему (29) предполагая:

$$P=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & -D\end{pmatrix},\quad Q=\begin{pmatrix}0\\ -1\end{pmatrix},\quad r=\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix},\quad \mu_{1k}\le\frac{df\,(\delta)}{\delta}\le\mu_{2k}.$$

Задача 9. (Найти необходимые и достаточные условия существования предельных циклов первого и второго рода). Требуется найти способы построения предельных циклов первого и второго рода для одного класса систем обыкновенных дифференциальных уравнений (22), описывающих динамику фазовых систем.

Задача 10. (Найти необходимые и достаточные условия существования круговых движений). Требуется найти способы нахождения круговых решений, а также устойчивого линейного интегрального многообразия в фазовом пространстве, на которое стягиваются решения системы (22)-(24) и уравнения движения системы на этом многообразии.

В разделе 1 для моделей многомерных фазовых систем в случаях, когда

$$R_i(S_i,x_i)=e_i\phi_i(\sigma_i),\ \sigma_i=g_i^*x_i+\gamma_iS_i; \tag{25}$$

$$\begin{aligned}&R_i(S_i,x_i)=e_i\phi_i(\sigma_i)+\bar e_i v_i(\eta_i),\\ &\sigma_i=g_i^*x_i+\gamma_iS_i,\quad \eta_i=\bar g_i^*x_i+\bar\gamma_iS_i-r_i\phi_i(\sigma_i)-\bar r_iv_i(\eta_i),\end{aligned} \tag{26}$$

и когда относительно 2π - периодической функции $f_i(\delta_i)$ имеется ограничение

$$\mu_{1i}\le\frac{df_i(\delta_i)}{d\delta_i}\le\mu_{2i},\mu_{1i}<0,\mu_{2i}>0,i=\overline{1,\ell}., \tag{27}$$

а также, когда функция Ляпунова является периодической, сформулированы достаточные условия глобальной асимптотической устойчивости движения.

Определение 3. Систему (1), (2) будем называть глобально асимптотически устойчивой, если для любого начального условия $\hat z_i=\{\hat\delta_i,\hat S_i,\hat x_i\}$ существует такая точка $z_{i*}=\{\delta_{i*},0,0_{n_i}\}\in\Lambda_i$, что решение $z_i(t)=z_i(t,\hat z_i)= \quad =\{\delta_i(t,\hat z_i),s_i(t,\hat z_i),x_i(t,\hat z_i)\}$ обладает свойством $\lim\limits_{t\to\infty}\|z_i(t)-z_{i*}\|=0$, т.е. любое решение стремится $t\to+\infty$ к некоторому состоянию равновесия из множества Λ_i. Систему (1), (2) будем

называть моностабильной, если любое ограниченное решение стремится при $t\to+\infty$ к некоторому состоянию равновесия из Λ_i.

В п.п. 1.1 приводится постановка задачи, предлагается уравнение движения моделей многомерных фазовых систем и определяется стационарное множество системы со счетным множеством элементов.

В п.п. 1.2 исследована глобальная асимптотическая устойчивость системы (1), (2) при различных $R_i(S_i,x_i)$, т.е. при (25),(26). Устойчивость систем (1),(2) в глобальном смысле исследована на основе метода нелокального сведения Леонова.

Пусть $R_i(S_i,x_i)$ имеет вид (25). Характеристика нелинейных элементов $\phi_{i_i}(\sigma_i)$ - непрерывные функции, удовлетворяющие условиям

$$\begin{aligned}&0\le\phi_{i_i}(\sigma_i)\sigma_i\le\rho_i\sigma_i^2,\phi_i(0)=0,i=\overline{1,\ell}.\\ &(\forall\sigma_i\in(0,+\infty),\forall\sigma_i\in R_i^1)\end{aligned} \tag{28}$$

Предположим, что стационарное множество Λ_i системы (1),(2) при условиях (25) определяется соотношением (6).

Введем в рассмотрение симметрические $(n_i\times n_i)$- матрицы H_i,n_i - векторы α_i, скаляры $\theta_i,D_i,\tau_i>0,\bar\varepsilon_i$ и обозначим

$$\Gamma_i=K_i-D_i,\ \tilde A_i=A_i+\frac{D_i}{2}E_{n_i}+b_ia_i^*,\ \tilde q_i=q_i+\theta_ib_i,$$

$$\tilde e_i=e_i+\bar\varepsilon_ib_i,\ Q_i=\{\tilde e_i,\tilde q_i\},\ G_i=\{\tau_ig_i,c_i\},W_i(\lambda)=G_i^*\left(\tilde A_i-\lambda_{n_i}E_{n_i}\right)^{-1}Q_i$$

$$\xi_i=\begin{pmatrix}\phi_i(\sigma_i)\\ S_i\end{pmatrix},\bar\Gamma_i=\begin{pmatrix}\tau_i\rho_i^{-1} & \frac{\tau_i\gamma_i}{2}\\ \frac{\tau_i\gamma_i}{2} & \Gamma_i\end{pmatrix},a_i=-(b_i^*H_ib_i)^{-1}A_i^*H_ib_i$$

$$\theta_i=-(b_i^*H_ib_i)^{-1}q_i^*H_ib_i,\bar\varepsilon_i=-(b_i^*H_ib_i)^{-1}e_i^*H_ib_i,\chi_i^*\chi_i=2\bar\Gamma_i,$$

$$\tilde D_i=D_iH_i+h_ih_i^*,\ M_i=-(b_i^*H_iK_{3i})^{-1}b_i^*H_iK_{4i},$$

$$K_{1i}=-\frac{1}{2}\left[2\bar{\bar\Gamma}_i-\chi_i^*h_i^*\tilde D_i^{-1}h_i\chi_i\right]^{-1}\chi_ih_i^*\tilde D_i^{-1}H_ib_i,\ \bar e_i^*=(1,0),$$

$$K_{2i} = -\left[2\overline{\overline{\Gamma}}_i - \chi_i^* h_i^* \widetilde{D}_i^{-1} h_i \chi_i\right]^{-1} \overline{1}_i, K_{3i} = \widetilde{D}_i^{-1}\left[h_i \chi_i K_{1i} - \frac{1}{2} H_i b_i\right],$$

$$K_{4i} = \widetilde{D}_i^{-1} h_i \chi_i K_{2i}.$$

Обозначим также через

$$\overline{\overline{\Gamma}}_i = \Gamma_i + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & D_i \end{pmatrix}, C_i = M_i K_{3i} + K_{4i}, \overline{\overline{K_i}} = M_i K_{1i} + K_{2i},$$

$$L_i = C_i^* \widetilde{D}_i C_i + 2\overline{\overline{K}}_i^* \overline{\overline{\Gamma}}_i K_i - 2C_i^* h_i \chi_i \overline{\overline{K}}_i + 2\overline{1}_i^* \overline{\overline{K}}_i,$$

где $h_i - n_i \times 2, \chi_i - 2 \times 2$ - матрицы.

Справедлива теорема.

Теорема 1. Пусть существуют скаляры $D_i, \tau_i > 0$ такие, что

1) фазовая система второго порядка (5) глобально асимптотически устойчива (т.е. $D_i > (D_i)_{kp}$),

2) матрица $\widetilde{A}_i$ гурвицева,

3) $(\widetilde{A}_i, G_i)$ - полностью наблюдаемая пара,

4) $(\widetilde{A}_i, Q_i)$ - полностью управляемая пара,

$\overline{\overline{\Gamma}}_i > 0, \det[2\overline{\overline{\Gamma}}_i - \chi_i^* h_i^* \widetilde{D}_i^{-1} h_i \chi_i] \neq 0 (i = \overline{1, \ell})$

5) $\Gamma_i + \operatorname{Re} W_i(j\omega) \geq 0 \ (\forall \omega \in (-\infty, +\infty))$ и $L_i \geq 0, \widetilde{D}_i > 0$,

Тогда управление

$$u_i = a_i^* x_i + \theta_i S_i + \bar{\varepsilon}_i \phi_i(\delta_i) + \frac{S_i \psi_i(\delta_{i*})}{x_i^* H_i b_i} \text{ при } z_i \in \sum\nolimits_i$$

$$u_i \neq -(b_i^* H_i b_i)^{-1}(b_i^* H_i A_i x_i + b_i^* H_i q_i S_i + b_i^* H_i e_i \phi_i(\sigma_i)) \text{при} \quad (29)$$

$$z_i \notin \sum\nolimits_{\rho} i = \overline{1, \ell}$$

обеспечивает глобальную асимптотическую устойчивость системы (1), (2) при условиях (25).

Заметим, что в отличии от известных подходов Г.А.Леонова и др. применяется теория особых оптимальных управлений с учетом взаимосвязи между изолированными подсистемами. Исследование глобальной асимптотической устойчивости многомерных фазовых систем, учитывающее взаимосвязь между подсистемами вида (3), ранее не проводилось.

Для доказательства теоремы введена вспомогательная функция:

$$v(t) = \sum_{i=1}^{\ell} v_{k_i}(t) = \sum_{i=1}^{\ell} x_i^*(t) H_i x_i(t) + S_i^2(t) - S_{k_i}^2(\delta_i(t)) =$$

$$= x^*(t) H x(t) + S^*(t) S(t) - S^*(\delta(t)) S(\delta(t)),$$

(для некоторых $k_i \in Z_i$). Производная по времени $v(t)$, взятая в силу (1), (29), определяется так

$$\dot{v}(t) = \sum_{i=1}^{\ell} \dot{v}_{k_i}(t) = \sum_{i=1}^{\ell} \{2x_i^* H_i(A_i x_i + q_i S_i + b_i u_i + e_i \phi_i(\sigma_i)) +$$

$$+ 2[-K_i S_i - f_i(\delta_i) - \psi_i(\delta_{i*}) + C_i^* x_i] S_i - 2S_{k_i}(\delta_i) \frac{dS_{k_i}(\delta_i)}{d\delta_i} S_i\}.$$

Исследована глобальная асимптотическая устойчивость системы (1),(2) при $R_i(S_i, x_i)$ вида (26), а также, когда $f_i(\delta_i)$ удовлетворяет ограничениям (27) и в (4) имеет место равенство, т.е. $\gamma_0^i = 0,$, $i = \overline{1, l}$.

В п.п. 1.3 доказана глобальная асимптотическая устойчивость системы (1),(2), когда функция Ляпунова является периодической и

$$R_i(S_i, x_i) = e_i \phi_i(\sigma_i), \ \sigma_i = g_i^* x_i, \ i = \overline{1, l} \quad (30)$$

Управление выбрано в виде

$$u_i = a_i^* x_i + \theta_i S_i + \bar{\varepsilon}_{1i} \phi_i(\sigma_i) + \varepsilon_{1i} \gamma_i(\delta_i) + \varepsilon_{2i} f_i(\delta_i) + \frac{(S_i + \theta_{1i} f_i(\delta_i)) \psi_i(\delta_{i*})}{x_i^* H_i b_i}$$

$$\text{при} \quad z_i \in \widetilde{\Sigma}_i$$

$$u_i \neq \bar{a}_i^* x_i + \theta_i S_i + \bar{\varepsilon}_{1i} \phi_i(\sigma_i) + \varepsilon_{1i} \gamma_i(\delta_i) + \varepsilon_{2i} f_i(\delta_i)$$

$$\text{при} \quad z_i \notin \widetilde{\Sigma}_i, \quad (31)$$

и введены кусочно - постоянная функция

$$P_i(\delta_i) = \begin{cases} P_{1i} & при \quad 0 \leq \delta_i < \delta_{0i} \\ P_{2i} & \text{при } \delta_{0i} \leq \delta_i < 2\pi (P_{1i} = P_{2i} = const) \end{cases},$$

а также вспомогательная функция

$$v(t) = \sum_{i=1}^{\ell} v_i(z_i(t)) = \sum_{i=1}^{\ell} \{x_i^* H_i x_i + S_i^2 + 2\theta_{1i} S_i f_i(\delta_i) +$$

$$+ \theta_{2i} f_i^2(\delta_i) + 2\theta_{3i} \Phi_i(\delta_i)\},$$

где - $\Phi_i(\delta_i)$ 2π - периодическая функция.

В разделе 2 рассмотрены вопросы оценки областей притяжения устойчивых состояний равновесия, фазовых систем второго порядка и изолированных подсистем на основе некоторой новой функции Ляпунова, которая расширяет область устойчивости системы, в отличие от известной функции Ляпунова типа "кинетическая энергия плюс потенциальная энергия". Осуществлена оценка областей притяжения устойчивых состояний равновесия изолированных подсистем с помощью процедуры Бакаева-Гужа. Также для получения оценки областей притяжения применен метод сравнения В.М.Матросова. На основе новой функции Ляпунова получены условия асимптотической устойчивости и оценки областей притяжения.

В п.п. 2.1 осуществлена оценка областей притяжения в моделях фазовых систем второго порядка и изолированных подсистем.

1^0. Оценка областей притяжения в моделях фазовых систем второго порядка. Рассмотрим общую модель многомерных фазовых систем при $R_i(S_i, x_i)=0$, где

$$f_i(\delta_i)=\frac{1}{T_i}\left[P_i\sin(\delta_{i0}+\delta_i)-P_i\sin\delta_{i0}\right], i=\overline{1,\ell}, \tag{32}$$

$$\psi_i(\delta_{i*})=\sum_{j=1,j\neq i}^{\ell}\frac{1}{T_i}\left[P_{ij}\sin(\delta_{ji0}+\delta_{ji})-P_{ij}\sin\delta_{ij0}\right] i=1,l. \tag{33}$$

Большой практический интерес представляет определение областей, в которых фазовые траектории стремятся к конкретному устойчивому положению равновесия. Исследование устойчивости "в большом" системы (1),(2) при $R_i(S_i,x_i)=0$ и условиях (32), (33) будем проводить в полосе $G_{0i}=\left\{(\delta_i,S_i,x_i)\middle|\delta_{-1i}<\delta_i<\delta_{0i}, S_i\in R_i^1, x_i\in R_i^{n_i}\right\}$ с помощью второго метода Ляпунова. Для системы (5) можно поставить задачу оценки области притяжения точки $O(0,0)$ в полосе

$$\overline{G}_{0i}=\left\{(\delta_i,S_i)\middle|\delta_{-1i}<\delta_i<\delta_{0i}, S_i\in R_i^1\right\}.$$

Введем в рассмотрение функцию, $v_{0i}(\delta_i,S_i)$ определенную в полосе $\overline{G}_{0i}$ следующим образом:

$$v_{0i}(\delta_i,S_i)=\frac{1}{2}(S_i+\alpha_iD_i\delta_i)^2+\frac{1}{2}\alpha_iD_i^2(1-\alpha_i)\cdot\delta_i^2+F_i(\delta_i)$$
$$+2D_i\sqrt{\alpha_i(1-\alpha_i)}\widetilde{F}_i(\delta_i)=\frac{1}{2}(S_i+\alpha_iD_i\delta_i)^2+\int_o^{\delta_i}N_i(\delta_i)d\delta_i, \tag{34}$$

где

$$\alpha_i=const(0<\alpha_i<1),\ F_i(\delta_i)=\int_o^{\delta_i}f_i(\delta_i)d\delta_i,$$

$$\widetilde{F}_i(\delta_i)=\int_o^{\delta_i}\sqrt{\delta_if_i(\delta_i)}d\delta_i,\ N_i(\delta_i)=\alpha_iD_i^2(1-\alpha_i)\delta_i+f_i(\delta_i)+$$
$$+2D_i\sqrt{\alpha_i(1-\alpha_i)}\sqrt{\delta_if_i(\delta_i)}.$$

Функции $F_i(\delta_i),\widetilde{F}_i(\delta_i)$ непрерывны в полосе $\overline{G}_{0i}$.

Теорема 2. Пусть параметры D_i,α_i такие, что $D_i>0,\ f_i'(0)\neq\alpha_iD_i^2(1-\alpha_i),\ \alpha_i\in(0,1)$. Тогда область притяжения устойчивого состояния равновесия O(0,0) в полосе $\overline{G}_{0i}$, которую можно оценить с помощью функции Ляпунова (34), задается неравенством вида

$$v_{0i}(\delta_i,S_i)<\overline{v}_{0i}, i=\overline{1,\ell}, \tag{35}$$

где критическое значение $\overline{v}_{0i}$ определяется из следующего условия

$$\overline{v}_{0i}=\min\{\overline{\rho}_{oi},\overline{\rho}_{-1i}\},\ \overline{\rho}_{0i}=v_{0i}\Big|_{\substack{\delta_i=\delta_{oi}\\ S_i=0}},\ \overline{\rho}_{-1i}=v_{0i}\Big|_{\substack{\delta_i=\delta_{-1i}\\ S_i=0}} \tag{36}$$

2^0. Оценка областей притяжения устойчивых состояний равновесия изолированных подсистем. Самостоятельный интерес представляет определение областей притяжения для изолированных подсистем (1),(2), при $\psi_i(\delta_{i*})=0,\ (K_i=D_i,\ R_i=0)$. Исследование устойчивости будем проводить в полосе G_{0i} с помощью второго метода Ляпунова. Рассмотрим функцию

$$\widetilde{v}_{oi}(\delta_i,S_i,x_i)=\frac{1}{2}x_i^*H_ix_i+\frac{\varepsilon_{1i}}{2}S_i^2+v_{oi}(\delta_i,S_i), \tag{37}$$

определенную в пространстве $R_i^{(n_i+2)}(\delta_i,S_i,x_i)$ в полосе G_{0i}. Функция $v_{0i}(\delta_i,S_i)$, имеет вид (34).

Введем в рассмотрение симметрическую $(n_i\times n_i)$ - матрицу H_i, n_i - мерный вектор a_i, скаляры $\alpha_{1i},\alpha_{2i},\alpha_{3i},\varepsilon_{1i}$ и обозначим

Для исследования устойчивости изолированной подсистемы (5) согласно теореме 2, возьмем функцию Ляпунова вида (34) в таком виде

$$v_{0i}(\delta_i, S_i) = \frac{1}{2}u_i^2 + v_i^2, i = \overline{1,\ell}, \tag{41}$$

в полосе $\overline{G}_{0i}$. Обозначим

$$u_i = S_i + \alpha_i D_i \delta_i, v_i^2 = \int_0^{\delta_i} N_i(\delta_i) d\delta_i,$$

$$N_i(\delta_i) = \alpha_i D_i^2(1-\alpha_i)\delta_i + f_i(\delta_i) + 2D_i\sqrt{\alpha_i(1-\alpha_i)}\sqrt{\delta_i f_i(\delta_i)},$$

$$\overline{\beta}_i = \sqrt{\alpha_i(1-\alpha_i)}\alpha_i D_i \delta_i + \sqrt{\alpha_i \delta_i f_i(\delta_i)}, \eta_{1i} = -2D_i w_{ii},$$

$$\eta_{2i} = 4D_i\sqrt{\alpha_i(1-\alpha_i)}, \lambda_m(C_i) = \frac{1}{2}\left(\eta_{1i} + 1 - \sqrt{(\eta_{1i}+1)^2 - 4\eta_{2i}^2}\right),$$

$$C_i = \begin{pmatrix} \eta_{1i} & -\eta_{2i} \\ -\eta_{2i} & 1 \end{pmatrix}, y_i = \begin{pmatrix} \overline{\beta}_i \\ \psi_i(\delta_{i*}) \end{pmatrix},$$

$$\lambda_M(C_i) = \frac{1}{2}\left(\eta_{1i} + 1 + \sqrt{(\eta_{1i}+1)^2 - 4\eta_{2i}^2}\right),$$

где $\lambda_m(C_i)$ и $\lambda_M(C_i)$ - соответственно наименьшее и наибольшее собственные значения матрицы C_i

Теорема 4. Пусть имеют место следующие условия:

1) выполняются условия теоремы 2 и области притяжения изолированных подсистем (5) имеют вид

$$R_i = \{(\delta_i, S_i) | v_{oi}(\delta_i, S_i) < \overline{v}_{0i}\}, i = \overline{1,\ell} \tag{42}$$

где $\overline{v}_{0i}$ определяется соотношениями (41), (42)

2) постоянная М - матрица $W = (w_{ik})_1^\ell$, у которой внедиагональные элементы неотрицательны, а диагональные - отрицательны, что

а) элементы этой матрицы удовлетворяют условиям

$$-2D_i\alpha_i(1-\alpha_i) < w_{ik} < 0, w_i > 0, k = \overline{1,\ell}, k \neq i, \tag{43}$$

$$2(w_{ii} + 2D_i\alpha_i(1-\alpha_i))\sum_{k=1}^{\ell} v_k^2 w_{ik} - \lambda_M(C_i)(\overline{\beta}_i^2 + \psi_i^2(\delta_{i*})) \geq 0 \tag{44}$$

в области (42);

б) выполняется условие Севастьянова-Котелянского

$$(-1)^k \begin{vmatrix} w_{11} & \dots & w_{1k} \\ . & \dots & . \\ w_{k1} & \dots & w_{kk} \end{vmatrix} > 0, k = \overline{1,\ell},$$

т.е. данная М - матрица гурвицева;

3) существует положительный вектор такой, что $Wd < 0_\ell$, т.е. $\sum_{k=1}^{\ell} w_{ik} d_k < 0, i = \overline{1,\ell}$

Тогда оценкой области притяжения начала координат для системы (40) является область

$$\widetilde{R} = \{v_{oi} | v_{oi} < \chi d_i, i = \overline{1,\ell}\}, \chi = \min_{1 \leq i \leq \ell} \frac{\overline{v}_{oi}}{d_i}. \tag{45}$$

Если выполняется условие 3) теоремы для $d = colon(\overline{v}_{0i}, \dots, \overline{v}_{01})$, то оценка области притяжения всей системы (40) определяется соотношением

$$\widetilde{R} = \{(\delta_i, S_i) | v_{oi}(\delta_i, S_i) < \overline{v}_{0i}, i = \overline{1,\ell}\} \tag{46}$$

2^0) Рассмотрим теперь полную систему (1),(2). Изолированные подсистемы описываются уравнениями (1),(2) при $(K_i = D_i, R_i = 0)$. Для исследования устойчивости изолированных подсистем возьмем функцию Ляпунова вида

$$\begin{aligned} \widetilde{v}_{oi}(\delta_i, S_i, x_i) &= \frac{1}{2}x_i^* H_i x_i + v_{oi}(\delta_i, S_i) = \\ &= \frac{1}{2}x_i^* H_i x_i + \frac{1}{2}u_i^2 + v_i^2, i = \overline{1,\ell} \end{aligned} \tag{47}$$

определенную в полосе G_{0i}. Здесь $v_{0i}(\delta_i, S_i), v_i^2, u_i, N_i(\delta_i)$, $\overline{\beta}_i, C_i, y_i$ определяются так же, как и в пункте 1^0.

Теорема 5. Пусть выполняются следующие условия:

1) имеют место все условия теоремы 3 и область притяжения изолированных подсистем, т.е. (1),(2) при $\psi_i(\delta_{i*}) = 0$ $(K_i = D_i, R_i = 0)$ имеет вид

$$\overline{R}_i = \{(\delta_i, S_i, x_i) | \widetilde{v}_{oi}(\delta_i, S_i, x_i) < \overline{\widetilde{v}}_{0i}\}, i = \overline{1,\ell}, \tag{48}$$

где $\overline{\widetilde{v}}_{0i}$ определяется соотношениями (38);

2) постоянная М -матрица $W = (w_{ik})_1^1$ - такая, что (а) элементы этой матрицы удовлетворяют условиям

$$\begin{aligned} & -2D_i\alpha_i(1-\alpha_i) < w_{ii} < 0,\ w_{ii}H_i + 2h_ih_i^* > 0, \\ & w_{ik} > 0,\ k = \overline{1,1},\ k \neq i, \end{aligned} \tag{49}$$

$$2\left(w_{ii} + 2D_i\alpha_i(1-\alpha_i)\right)\sum_{k=1}^{1}\nu_k^2 w_{ik} - \lambda_M(C_i)\left(\overline{\beta}_i + \psi_i^2(\delta_{i*})\right) \geq 0 \tag{50}$$

в области (48);

(б) выполняется условие Севастьянова- Котелянского;

3) существует $d = colon(d_1,...,d_\ell) > 0$ такая, что $Wd < 0_\ell$.

Тогда оценкой области притяжения начала координат для системы (1),(2) при $\psi_i(\delta_{i*}) = 0$ $(K_i = D_i, R_i = 0)$ является область

$$\begin{aligned} & \overline{\overline{\overline{R}}} = \left\{\widetilde{v}_{oi} \middle| \widetilde{v}_{oi} < \chi d_i, i = \overline{1,\ell}\right\} \\ & \chi = \min_{1\leq i\leq \ell} \frac{\overline{\overline{v}}_{oi}}{d_i}. \end{aligned} \tag{51}$$

Если выполняется условие 3) для $d = colon(\overline{\overline{v}}_{01},...,\overline{\overline{v}}_{0\ell})$, то оценка области притяжения всей системы (1),(2) при $R_i(S_i, x_i)$=0 определяется соотношением

$$\overline{\overline{\overline{R}}} = \left\{(\delta_i, S_i, x_i) \middle| \widetilde{v}_{oi}(\delta_i, S_i, x_i) < \overline{\overline{v}}_{0i}, i = \overline{1,\ell}\right\} \tag{52}$$

В отличие от известных работ в методе сравнения Матросова применена вектор-функция Ляпунова нетрадиционного вида.

В п.п. 2.4 решена задача асимптотической устойчивости и оценки областей притяжения системы сначала системы (40), а затем системы (1),(2) при $R_i(S_i, x_i)$=0 .

В разделе 3 рассмотрены задача оптимального управления системами обыкновенных дифференциальных уравнений и ее применение к оптимизации многомерных фазовых систем. Сначала рассмотрена задача оптимизации типа Больца без ограничений на управление. Затем полученные результаты применены для решения задачи оптимального управления фазовыми системами без регулятора и с регулятором. Рассмотрены также вопросы синтеза систем управления для нелинейных систем с помощью первых интегралов при наличии ограничений на управление. Решена задача

стабилизации для позиционной модели электроэнергетических систем на основе метода функций Ляпунова.

В п.п. 3.1 на основе метода динамического программирования решена задача оптимальности нелинейных систем и его применение к фазовым системам.

1^0. Общая постановка задачи. Рассмотрим следующую задачу оптимального управления: минимизировать функционал

$$J(u) \equiv J(u_1,...,u_\ell) = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{T}\sum_{i=1}^{\ell}\left(k_iy_i^2 + r_iu_i^2\right)dt + \Lambda(x(T), y(T)) \tag{53}$$

при условиях:

$$\begin{aligned} & \frac{dx_i}{dt} = y_i, \\ & \frac{dy_i}{dt} = -\lambda_i y_i - f_i(x) + b_i u_i \\ & x_i(t_0) = x_{i0}, y_i(t_0) = y_{i0}, i = \overline{1,\ell}, t \in [t_0, T] \\ & x = (x_1,...,x_\ell), y = (y_1,...,y_\ell) \end{aligned} \tag{54}$$

где $u_i \in R_i^1$ - скалярное непрерывное управление; $f_i(x)$- непрерывно - дифференцируемая функция, удовлетворяющая условию интегрируемости:

$$\frac{\partial f_i(x)}{\partial x_k} = \frac{\partial f_k(x)}{\partial x_i} (\forall i \neq k); \tag{55}$$

моменты t_0, T-будем считать известными; r_i, λ_i, k_i- положительные постоянные величины; терминальное слагаемое $\Lambda(x(T), y(T))$ заранее неизвестно: т.е. рассматривается задача оптимизаций Больца с фиксированным временем и со свободным концом траекторий.

Проблема синтеза для задачи (53)-(55) заключается в построении функции $u_i = u_i(x,y), i = \overline{1,\ell}$, называемой синтезирующей функцией этой задачи и представляющей собой значение оптимального управления при условии, что в момент t система (54) находится в точке (x,y), т.е. $(x(t) = x, y(t) = y)$. Умение решать проблему синтеза крайне важно в задачах оптимального управления электроэнергетическими системами. В самом деле, если известна синтезирующая функция $u(x,y)$, то техническое осуществление оптимального хода процесса может быть произведено по схеме, называемой схемой с обратной связью.

Лемма 1. Для того, чтобы управление $u_i^0(y_i) = -\frac{b_i}{r_i} y_i, i = \overline{1,\ell}$ и соответствующее решение системы (54),(55) было оптимальным, необходимо и достаточно, чтобы $\Lambda(x(T), y(T)) = K(x(T), y(T))$ и $k_i = 2\lambda_i + \frac{b_i^2}{r_i}, i = \overline{1,\ell}$,

где $K(x,y) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{\ell} y_i^2 - \sum_{\substack{i=1,\\ x_j=0, j>i}}^{\ell} \int_0^{x_i} f_i(x_1,...,x_{i-1},\xi_i, x_{i+1},...x_\ell) d\xi_i$ - функция Беллмана, причем

$$J(u^0) = \min_u J(u) = K(x(t_0), y(t_0)).$$

2^0. Оптимальное управление позиционной модели электроэнергетических систем

Рассмотрим применение идеи оптимального управления из пункта 1^0. для оптимального управления мощностью паровых турбин электроэнергетических систем.

Одной из математических моделей, которая описывает переходные процессы в электрической системе, является следующая система дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} &\frac{d\delta_i}{dt} = S_i, \\ &H_i \frac{dS_i}{dt} = -D_i S_i - E_i^2 Y_{ii} \sin\alpha_{ii} - P_i \sin(\delta_i - \alpha_i) - \\ &- \sum_{j=1, j\neq i}^{\ell} P_{ij} \sin(\delta_{ij} - \alpha_{ij}) + u_i, i = \overline{1,\ell}, t \in [0,T], \\ &\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j, P_i = E_i U Y_{i,n+1}, P_{ij} = E_i E_j Y_{i,j}, \end{aligned} \tag{56}$$

где δ_i - угол поворота ротора i -го генератора относительно некоторой синхронной оси вращения (ось вращения шин постоянного напряжения, она совершает 50 об / сек); S_i - скольжение *i*- го генератора; H_i - постоянная инерции *i*-й машины; $u_i = P_{Ti}$- механические мощности, которые подводятся к генератору; E_i - ЭДС *i*-й машины; Y_{ij} - взаимная проводимость *i*-й и j-й ветвей системы; $U=const$ - напряжение на шинах постоянного напряжения; $Y_{i,n+1}$ -характеризует связь (проводимость) *i*-го генератора с шинами постоянного напряжения; $D_i=const\geq 0$ -механическое демпфирование α_{ii}, α_i, α_j - постоянные величины, учитывающие влияние активных сопротивлений в статорных цепях генераторов. Сложность анализа модели (56) заключается в учете α_{ij}, обладающих следующим свойством: $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$. Так как при этом

$\delta_{ij} = -\delta_{ji}$, то модель (56) не является консервативной; не удается построить для нее функции Ляпунова в форме первого интеграла. Систему (56) принято называть позиционной моделью, и она относится к классу неконсервативных систем.

В качестве синтезирующей (управляющей) функции u_i для данной системы возьмем непосредственно мощности турбин. Пусть переменные состояния и управление в установившемся после аварийном режиме имеют следуюшие значения:

$$S_i = 0, \delta_i = \delta_i^F, u_i = u_i^F, i = \overline{1,\ell}$$

Чтобы получить систему возмущенного движения, переходим к уравнениям в отклонениях, полагая

$$u_i = u_i^F + \Delta u_i, \delta_i = \delta_i^F + \Delta\delta_i, S_i = \Delta S_i, i = \overline{1,\ell}$$

Далее, для удобства $\Delta u_i, \Delta\delta_i, \Delta S_i$ заново обозначим через u_i, δ_i, S_i и воспользуясь формулой

$$\sin(\delta_{ij} - \alpha_{ij}) = \cos\alpha_{ij} \sin\delta_{ij} - \sin\alpha_{ij} \cos\delta_{ij},$$

из системы (56) получим

$$\begin{aligned} &\frac{d\delta_i}{dt} = S_i, \\ &\frac{dS_i}{dt} = \frac{1}{H_i}\left[-D_i S_i - f_i(\delta_i) - N_i(\delta) + M_i(\delta) + u_i\right], \\ &i = \overline{1,\ell}, t \in [0,T] \end{aligned} \tag{57}$$

где

$$f_i(\delta_i) = P_i\left[\sin(\delta_i + \delta_i^F - \alpha_i) - \sin(\delta_i^F - \alpha_i)\right],$$

$$N_i(\delta) = \sum_{j=1, j\neq i}^{\ell} \overline{N}_{ij}(\delta_1, \delta_2 ... \delta_\ell) = \sum_{j=1, j\neq i}^{\ell} \Gamma_{ij}^1\left[\sin(\delta_{ij} + \delta_{ij}^F) - \sin\delta_{ij}^F\right],$$

$$M_i(\delta) = \sum_{j=1, j\neq i}^{\ell} \overline{M}_{ij}(\delta_1, \delta_2 ... \delta_\ell) = \sum_{j=1, j\neq i}^{\ell} \Gamma_{ij}^2\left[\cos(\delta_{ij} + \delta_{ij}^F) - \cos\delta_{ij}^F\right],$$

$$\Gamma_{ij}^1 = P_{ij}\cos\alpha_i, \Gamma_{ij}^2 = P_{ij}\sin\alpha_{ij}.$$

Управления $u_i, i = \overline{1,\ell}$ выберем так, чтобы компенсировать "неконсервативный " член - $M_i(\delta), i = \overline{1,\ell}$, т.е.

$$u_i = v_i - M_i(\delta), \quad i = \overline{1,\ell} \tag{58}$$

где $v_i \in R_i^1$ неизвестная синтезирующая функция.

Рассмотрим следующую задачу оптимального управления: минимизировать функционал

$$J(v) = J.(v_1,\ldots,v_\ell) = \frac{1}{2}\int_0^T \sum_{i=1}^{\ell}\left(w_{si}S_i^2 + w_{vi}v_i^2\right)dt + \Lambda(\delta(T)S(T)), \tag{59}$$

при условиях

$$\frac{d\delta_i}{dt} = S_i,$$

$$\frac{dS_i}{dt} = \frac{1}{H_i}\left[-D_iS_i - f_i(\delta_i) - N_i(\delta) + v_i\right], i = \overline{1,\ell}, t \in [0,T], \tag{60}$$

$$\delta = (\delta_1,\ldots,\delta_\ell), S = (S_1,\ldots,S_\ell)$$

где w_{si}, w_{vi} - положительные постоянные весовые коэффициенты, $f_i(\delta_i)$ - 2π - периодическая непрерывно дифференцируемая функция; $N_i(\delta)$-2π-периодическая непрерывно дифференцируемая функция относительно δ_{ij}; относительно слагаемой $N_i(\delta)$ выполняется условие интегрируемости (55),

$$\frac{\partial N_i(\delta)}{\partial \delta_k} = \frac{\partial N_k(\delta)}{\partial \delta_i} \; (\forall i \neq k); \tag{61}$$

T- длительность переходного процесса, считается известной.
Заданы начальные условия

$$\delta_i(0) = \delta_{i0}, S_i(0) = S_{i0}, i = \overline{1,\ell} \tag{62}$$

а $\delta(T), S(T)$ заранее неизвестно.

Теорема 6. Для того, чтобы управление $v_i^0(S_i) = -\frac{1}{w_{vi}}s_i, i = \overline{1,\ell}$ и соответствующее решение системы (60)-(62) было оптимальным, необходимо и достаточно, чтобы $\Lambda(\delta(T), S(T)) = K(\delta(T), S(T))$ и

$w_{Si} = 2D_i + \frac{1}{w_{vi}} > 0, i = \overline{1,\ell}$, где

$$K(\delta,S) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{\ell} H_iS_i^2 + \sum_{i=1}^{\ell}\int_0^{\delta_i} f_i(\delta_i)d\delta_i + \sum_{\substack{i=1,\\ \delta_j=0, j>i}}^{\ell} \int_0^{\delta_i} N_i(\delta_1,\ldots,\delta_{i-1},\xi_i,\delta_{i+1},\ldots\delta_\ell)d\xi_i \text{-}$$

функция Беллмана, причем

$$J(v^0) = \min_v J(v) = K(\delta_0, S_0).$$

Преимущество данной теоремы заключается в том, что функция Беллмана-Кротова найдена в явном виде, и принцип оптимальности дает необходимое и достаточное условие оптимальности.

В этом подразделе решена задача оптимального управления для нелинейных систем с регулятором и ее применение к фазовым системам с регулятором. Рассмотрена задача оптимального при различных видах функционала.

В п.п. 3.2 решена задача синтеза моделей фазовых систем с помощью первых интегралов.

1^0. Рассмотрим задачу синтеза оптимального управления движением нелинейной нестационарной системы. Качество управления оценивается функционалом Больца. Движение управляемого объекта описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями

$$\frac{dx}{dt} = f(x,t) + p(x,t) + g(x,t)u(x,t), \tag{63}$$

$$x(t_0) = x_0, \quad t \in [t_0, T],$$

где $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n) - n$ - мерный вектор фазовых координат; $f(x,t) = (f_1(x,t),\ldots,f_n(x,t)), P(x,t) = (P_1(x,t),\ldots,P_n(x,t)), g(x,t) = = (g_1(x,t),\ldots,g_n(x,t)) - n$- мерные вектор-функции; $u(x,t)$ - кусочно-непрерывная скалярная функция, удовлетворяющая ограничению

$$|u(x,t)| \leq \mu, \quad \mu = const > 0. \tag{64}$$

Пусть скалярная функция $v(x,t)$- первый интеграл системы

$$\frac{dx}{dt} = f(x,t), \quad t \in [t_0, T] \tag{65}$$

и определим функционал Больца

$$J(u) = v[x(T),T] + \int_{t_0}^{T}\left|\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial v(x,t)}{\partial x_i}p_i(x,t)\right|dt + \\ + \int_{t_0}^{T}\mu\left|\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial v(x,t)}{\partial x_i}g_i(x,t)\right|dt. \tag{66}$$

Сначала рассмотрим случай, когда неинтегрируемая часть системы (63) $p(x,t) \equiv 0$. Справедлива следующая теорема.

Теорема 7. Пусть $p(x,t) \equiv 0$ для системы (63) задана функция $v(x,t)$, являющаяся интегралом для нерегулируемой системы (65). Тогда управление вида

$$u^0(x,t) = -\mu sign\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial v(x,t)}{\partial x_i}g_i(x,t)\right) \tag{67}$$

доставляет абсолютный минимум функционалу Больца (66)

$$\left(p_i(x,t) = 0, i = \overline{1,n}\right) \quad \text{и} \quad J(u^0) = \min_{|u|\leq\mu} J(v) = v[x(t_0), t_o]$$

2^0. Рассмотрим систему (57). Пусть кусочно-непрерывные скалярные функции управления $u_i(\delta,S)$ удовлетворяют ограничениям:

$$|u_j(\delta,s)| \le \gamma, \gamma_i = const > 0, i = \overline{1,\ell}. \qquad (68)$$

Пусть скалярная функция $v(\delta,S)$ - первый интеграл системы

$$\frac{d\delta_i}{dt} = S_i,$$
$$\frac{dS_i}{dt} = \frac{1}{H_i}\left[-D_iS_i - f_i(\delta_i) - N_i(\delta)\right], i = \overline{1,\ell}, t \in [0,T]. \qquad (69)$$

Тогда согласно результатам подраздела 3.1 нетрудно убедиться в том, что

$$v(\delta,S) = \frac{1}{2}\sum_{i=1,}^{\ell} H_iS_i^2 + \sum_{i=1}^{\ell}\int_0^{\delta_i} f_i(\delta_i)d\delta_i +$$
$$+\sum_{\substack{i=1,\\ \delta_j=0, j>i}}^{\ell}\int_0^{\delta_i} N_i(\delta_1,\dots,\delta_{i-1},\xi_i,\delta_{i+1},\dots\delta_\ell)d\xi_i =$$
$$= \frac{1}{2}\sum_{i=1,}^{\ell} H_iS_i^2 + \sum_{i=1}^{\ell}\int_0^{\delta_i} f_i(\delta_i)d\delta_i + \sum_{j=2}^{\ell}\sum_{i=1}^{j-1}\int_0^{\delta_{ij}} \overline{N}_{ij}(x)dx,$$

Определим теперь функционал Больца:

$$J(u) = v[\delta(T),S(T)] + \int_{t_0}^{T}\sum_{i=1}^{\ell}\frac{1}{H_i}|v_{S_i}M_i(\delta)|dt + \int_{t_0}^{T}\sum_{i=1}^{\ell}\frac{\gamma_i}{H_i}|v_{S_i}|dt =$$
$$= V[\delta(T),ST] + \int_{t_0}^{T}\sum_{i=1}^{\ell}|S_iM_i(\delta)|dt + \int_{t_0}^{T}\sum_{i=1}^{\ell}\gamma_i|S_i|dt.$$

Справедлива следующая теорема.

Теорема 8. Для электроэнергетической системы (57), (68) управление вида

$$u_i^0(\delta,S) = -\gamma_i sign(S_i), \quad i = \overline{1,\ell},.$$

доставляет абсолютный минимум функционалу Больца

$$J(u^0) = \min_{\substack{|u_i|\le\gamma_i\\ i=\overline{1,\ell}}} J(u) = v[\delta(0),S(0)] +$$
$$+\int_0^{\phi}\sum_{i=1}^{\ell} S_iM_i(\delta)[1 + sign(S_iM_i(\delta))]dt.$$

Здесь также решена задача синтеза и стабилизации движения электроэнергетической системы с регулятором.

В разделе 4 рассмотрена и решена задача управляемости и равновесной управляемости моделей фазовых систем. Также решена задача Т-управляемости и Т-устойчивости нелинейных систем управления и ее приложения к многомерным фазовым системам.

В п.п. 4.1 для сложной электроэнергетической системы найдено управление, которое переводит траекторию исследуемой системы из заданного начального состояния в желаемое за конечное время. При этом строится итерационный алгоритм.

В п.п. 4.2 решена задача Т-управляемости моделей нелинейных систем, а затем решена задача Т-управляемости позиционной модели электроэнергетических систем без регулятора и с регулятором.

1^0. Т-управляемость нелинейных систем. Рассмотрим уравнение возмущенного движения вида (14).

Справедлива следующая теорема.

Теорема 9. Если для уравнения возмущенного движения (14) найдется определенно- положительная функция $\vartheta(x,t)$, полная производная которой по времени *t* в силу системы (14) удовлетворяет неравенству :

$$\dot{\vartheta}(x,(t)),t) < -K(t), \ K(t) > 0, \ t \in [t_0,\infty),$$

где $T = t_1 - t_0 < \infty$ и t_1 определяется из условия

$$\int_{t_0}^{t_1} K(t)dt = \vartheta_0, \ \vartheta_0 = \vartheta(x_0,t_0),$$

то невозмущенное движение Т - устойчиво.

Рассмотрим уравнения возмущенного движения, включающие управляющие силы (16), где *u(x,t)*-*m*-мерный вектор управляющих воздействий .

$$u(x,t) \in U \subseteq R^m$$

Справедлива следующая теорема.

Теорема 10. Если для уравнения возмущенного движения (16) найдется управление $u^0(x,t) \in U$ и функция $\vartheta(x,t)$, удовлетворяющая условиям теоремы 9, то система (16) *Т*- управляема (асимптотически *Т*-управляема или *Т* -управляема в целом).

В качестве приложения решена задача Т-устойчивости и Т-управляемости позиционной модели электроэнергетических систем без регулятора и с регулятором. Функция Ляпунова для электроэнергетической системы без регулятора имеет вид:

$$V(\delta,S)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{l}H_iS_i^2+\sum_{i=1}^{l}\int_0^{\delta_i}f_i(\delta_i)d\delta_i+$$

$$+\sum_{\substack{i=1\\ \delta_j=0\\ j>i}}^{l}\int_0^{\delta_i}N_i(\delta_1,\dots,\delta_{i-1},\xi_i,\delta_{i+1},\dots,\delta_l)d\xi_i,$$

в области

$$D=\{(\delta,S)\ \left|f_i(\delta_i)\delta_i>0,\ при\ \delta_i\neq 0,\right.$$

$$\overline{N}(\delta_{ij})\delta_{ij}>0\ \ при\ \delta_{ij}\neq 0,\ f_i(0)=0,\ \overline{N}(0)=0,\ i,j=\overline{1,l}\}$$

При этом функция $V(\delta,S)$ определенно - положительная в области D.

и

$$\frac{dV(\delta,S)}{dt}=-\sum_{i=1}^{l}D_iS_i^2,$$

в силу системы (69) определенно-отрицательная. Значение

$$T=\frac{V_0}{l}=\frac{V(\delta_0,S_0)}{l}<\infty,$$

и траектория системы (60) попадает в положение равновесия (δ,S)=0 за время T и остается на нем при $t<T$, в области D.

Синтезирующее управление, обеспечивающее T -устойчивость системы без регулятора примет вид:

$$u_i=-\frac{signS_i}{|S_i|}-M_i(\delta),\ \ i=\overline{1,l}\ .$$

Функция Ляпунова для электроэнергетической системы с регулятором имеет вид:

$$V(\delta,S,q)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{l}(H_iS_i^2+q_i^2)+\sum_{i=1}^{l}\int_0^{\delta_i}f_i(\delta_i)d\delta_i+$$

$$+\sum_{\substack{i=1\\ \delta_j=0,\\ j>i}}^{l}\int_0^{\delta_i}N_i(\delta_1,\dots,\delta_{i-1},\xi_i,\delta_{i+1},\dots,\delta_l)d\xi_i,$$

в области $\overline{D}=\{(\delta,S,q)|\ V(\delta,S,q)>0\}$. Значение

$$T=\frac{V_0}{\sum_{i=1}^{l}\mu_i^2}=\frac{V(\delta,S_0,q_0)}{\sum_{i=1}^{l}\mu_i^2}<\infty,$$

и синтезирующее управление, обеспечивающее T-устойчивость системы с автоматическим регулятором, имеет вид:

$$u_i=-\frac{1}{\mu_i}(\nu_i,\mu_i(\delta)+\frac{dM_i(\delta)}{dt}-g_iS_i)-\frac{\mu_i signq_i}{|q_i|},\ \ i=\overline{1,l}\,.$$

В разделе 5 рассмотрены вопросы устойчивости возмущенного движения при постоянно действующих возмущениях, малых в среднем и исчезающих на бесконечности, где ослаблено условие об ограниченности частных производных функции Ляпунова по переменным $x_1,\dots,x_n$. В частности, такое ослабление справедливо и для исследования устойчивости при постоянно действующих возмущениях, малых в каждый момент времени и малых в среднем.

В подразделе 5.1 рассмотрена устойчивость нелинейных моделей при постоянно действующих возмущениях и устойчивость по квадратичному приближению.

1^0. Устойчивость нелинейных систем при постоянно действующих возмущениях.

Рассматривая невозмущенное движение $y_1=\varphi_1(t), y_2=\varphi_2(t),\dots, y_n=\varphi_n(t)$ произвольной материальной системы, составим по обычным правилам дифференциальные уравнения возмущенного движения. Пусть эти уравнения имеют вид:

$$\frac{dx_s}{dt}=X_s(t,x_1,\dots,x_n),\ s=\overline{1,n}, \tag{70}$$

где правые части этих уравнений непрерывны в области

$$t\geq t_0,\ |\,x_s\,|\leq H,\ s=\overline{1,n} \tag{71}$$

и допускают существование единственного решения наперед заданных начальных условиях $t_0, x_1^0,\dots,x_n^0$ в области $X_s(t,0,\dots,0)\equiv 0,\ s=\overline{1,n}.$ При составлении для рассматриваемой материальной системы дифференциальных уравнений движения (70) не учитываются силы, малые по сравнению с основными силами, действующими на эту систему. Эти силы, называемые возмущениями, могут действовать как мгновенно, что сведется к малому изменению начального состояния рассматриваемой материальной системы при неизменных дифференциальных уравнениях движения (70), могут действовать, так и непрерывно, что будет означать, во-первых, изменение начальных значений, во-вторых, что составленные дифференциальные уравнения (70) отличаются от истинных, что в них не учитываются некоторые малые поправочные члены.

Пусть возмущения действуют непрерывно, тогда наряду с уравнениями (70), рассмотрим уравнения:

$$\frac{d x_s}{d t} = X_s(t, x_1, \ldots, x_n) + R_s(t, x_1, \ldots, x_n),\ s = \overline{1, n}, \qquad (72)$$

где функции $R_1, \ldots, R_n$ характеризуют эти постоянно, действующие возмущения, и, в отличие от функций $X_1, \ldots, X_n$, практически никогда неизвестны. Эти функции, вообще говоря, не обращаются в нуль при $x_1 = \ldots = x_n = 0$. Относительно них лишь предполагаем, что они обеспечивают существование единственного решения для уравнений (72), определенного в области (71) и удовлетворяющего наперед заданным начальным условиям, взятым из этой области. Кроме того, предполагаем, что функции $R_1, \ldots, R_n$ удовлетворяют в области (71) условию

$$\int_{t_0}^{t} \left| R_s(r, x_1, \ldots, x_n) \right| d\tau < \rho,\ \ s = \overline{1, n}, \qquad (73)$$

где ρ - достаточно малое положительное число.

Постоянно действующие возмущения, характеризуемые функциями $R_1, \ldots,\ R_n$, удовлетворяющих условию (73), будем называть малыми в среднем и исчезающими на бесконечности, т.е. $R_s \in MC^0_\infty$.

Определение 4. Невозмущенное решение называется устойчивым при постоянно действующих возмущениях, малых в среднем и исчезающих на бесконечности, если для любых $\varepsilon > 0$ и $t_0 \geq 0$ существуют два таких других положительных числа δ и ρ, зависящих от ε и t_0, что всякое возмущение $x_s = x_s(t)$, $s = \overline{1, n}$, удовлетворяющее в начальный момент t_0 условию

$$|x_s(t_0)| \leq \delta,\ \ s = \overline{1, n}, \qquad (74)$$

удовлетворяет при $t \geq t_0$ условию

$$|x_s(t)| < \varepsilon,\ s = \overline{1, n}, \qquad (75)$$

каковы бы ни были функции $R_1, \ldots, R_n$, в возмущенных уравнениях, лишь бы они были в области (71) удовлетворяли условию (73).

Как известно, основным методом исследования устойчивости невозмущенного решения и при постоянно действующих возмущениях является второй метод Ляпунова. Рассмотрим функцию $V(t, x_1, \ldots, x_n)$ заданную в области (71). Мы будем предполагать что функция V обладает в указанной области непрерывными частными производными по всем переменным и что они обращаются в нуль при $x_1 = \ldots = x_n = 0$.

Условимся полную производную от функции V по t в силу возмущенных уравнений (72) обозначать через $\frac{d v}{d t}$, т.е.

$$\frac{d v}{d t} = \frac{\partial V}{\partial t} + \sum_{s=1}^{n} \frac{\partial V}{\partial x_s}(X_s + R_s),$$

а полную производную от функции V по t в силу уравнений (70) без возмущений обозначать через V', т.е.

$$V' = \frac{\partial V}{\partial t} + \sum_{s=1}^{n} \frac{\partial V}{\partial x_s} X_s\ .$$

Справедлива следующая теорема.

Теорема 11. Если для уравнений без возмущений (70) существует функция $V(t,x) = V(t, x_1, \ldots, x_n)$, $x = (x_1, \ldots, x_n)$, такая, что

1) $V(t,x) \geq c_1^2 \|x\|^2$, $c_1 = const > 0$, $\|x\| = \sqrt{x_1^2 + \ldots + x_n^2}$,

2) $V'(t,x) \leq 0$

3) $\|grad_x V(t,x)\| \leq c_2^2 \|x\|$ *или* $\left|\frac{\partial V}{\partial x_i}\right| < c_2^2 \|x\|$, $c^2 = const > 0$,

то невозмущенное решение устойчиво при постоянно действующих возмущениях, малых в среднем и исчезающих на бесконечности.

Решена также задача устойчивости движения по квадратическому приближению:

$$\frac{d x_s}{d t} = \sum_{k=1}^{n} p_{sk} x_k + \sum_{k,j=1}^{n} b_{kjs} x_k x_j,\ \ s = 1, \ldots, n$$

В п.п. 5.2 решена задача устойчивости при постоянно действующих возмущениях синхронного генератора и электроэнергетической системы, состоящей из l синхронных генераторов. Определены допустимые величины постоянно действующих возмущений.

В разделе 6 исследуются предельные циклы первого и второго рода и круговые движения одного класса обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих динамику фазовых систем. Получены необходимые и достаточные условия существования предельных циклов первого и второго рода, а также круговых движений. Для каждого случая определены условия существования производной Фреше и сходимости последовательностей к исходному решению.

Рассмотрим класс обыкновенных дифференциальных уравнений следующего вида:

$$\dot{x} = Ax + B\varphi(\sigma), \quad \dot{\sigma} = Cx + R\varphi(\sigma), \tag{76}$$

где A, B, C, R – постоянные матрицы порядков $n\times n$, $n\times m$, $m\times n$, $m\times m$ соответственно, функция $\varphi(\sigma) = (\varphi_1(\sigma_1), ..., \varphi_m(\sigma_m))$, причем

$$\mu_{1k} \le \frac{d\varphi_k(\sigma_k)}{d\sigma_k} \le \mu_{2k}, \quad \forall\sigma_k, \ \sigma_k \in R^1, \ k = \overline{1, m}, \tag{77}$$

$$\varphi_k(\sigma_k + \Delta_k) = \varphi_k(\sigma_k), \quad \forall\sigma_k, \ \sigma_k \in R^1, \ k = \overline{1, m}, \tag{78}$$

где μ_{1k}, μ_{2k} – заданные числа, Δ_k – некоторые положительные числа (периоды).

Пусть решением системы (76) являются функции $x(t)$, $\sigma(t)$, $t \in I$, когда вектор-функция

$$\varphi(\sigma) \in \Phi = \left\{ \varphi(\sigma) \in C^1(E^m) \,\middle|\, \mu_{1k} \le \frac{d\varphi_k(\sigma_k)}{d\sigma_k} \le \mu_{2k}, \ k = \overline{1, m}, \right.$$

$$\left. \varphi_k(\sigma_k + \Delta_k) = \varphi_k(\sigma_k), \ k = \overline{1, m} \right\}.$$

Определение 5. Говорят, что система (76) при условиях (77), (78) имеет периодическое решение, если существует число $T > 0$ такое, что $x(t) = x(t+T)$, $\sigma(t) = \sigma(t+T)$ для любого t, $t \in I$. Данное периодическое решение часто называют предельным циклом первого рода.

Поскольку фазовые системы содержат периодические нелинейности, то возможно существование специфических периодических решений.

Определение 6. Говорят, что система (76) при условиях (77), (78) имеет круговое решение, если существуют числа $T > 0$, $\varepsilon_j > 0$, $j = \overline{1, m}$ такие, что при всех $t \ge T$ выполняются неравенства $\dot{\sigma}_j(t) \ge \varepsilon_j$, $j = \overline{1, m}$. Круговое решение называется нерегулярным, если возможно значение $\dot{\sigma}_{jk}(\tau) = 0$ в изолированных точках $\tau > T$.

Определение 7. Решение системы (76)–(77) называется предельным циклом второго рода, если существует число $T > 0$ и целые числа $k_j \ne 0$, $j = \overline{1, m}$ такие, что $x(t) = x(t+T)$, $\sigma_j(t+T) = \sigma_j(t) + k_j\Delta_j$, $j = \overline{1, m}$.

Так как система (76)–(78) автономна, то во всех выше приведенных определениях можно считать, что $t = 0$ и рассмотреть решение системы (76)–(78) на отрезке $I_1 = [0, T]$.

Суть предлагаемых методов решения этих задач состоит в том, что исходные задачи путем введения искусственных управляющих функций погружаются в соответствующие задачи управляемости с последующим сведением их к специфическим задачам оптимального управления. Строятся последовательности, которые сходятся к решению задач 9. Предлагаемые алгоритмы ориентированы на применение ЭВМ.

Решения задач 9,10 основаны на априорных оценках несобственных интегралов вдоль решения системы (76)–(78), что, в конечном счете, приводит к выделению линейных интегральных многообразий, к которым стремятся решения системы (76)–(78). Изучается движение системы (76)–(78) на полученных многообразиях и определяются предельные циклы первого и второго рода, круговые движения.

1^0. Предельные циклы первого рода. Рассмотрим решение задачи 9 для системы (76)–(78). Решение задачи находим путем погружения исходной в следующую задачу: минимизировать функционал

$$J(\upsilon, \bar{x}, \bar{\sigma}, T) = \int_0^T |\upsilon(t) - \varphi(\theta)|^2 dt \to \inf, \tag{79}$$

при условиях

$$\dot{y} = Ay + B\upsilon(t), \quad y(0) = y(T) = x(0) = x(T) = \bar{x}, \quad t \in [0, T], \tag{80}$$

$$\dot{\theta} = Cy + R\upsilon(t), \quad \theta(0) = \theta(T) = \sigma(0) = \sigma(T) = \bar{\sigma}, \quad t \in [0, T], \tag{81}$$

$$\upsilon(\cdot) \in L_2[I, R^m], \quad \bar{x} \in R^n, \quad \bar{\sigma} \in R^m, \quad T \in R^1, \quad I = [0, T]. \tag{82}$$

Рассмотрим в отдельности краевую задачу (80), т.е.

$$\dot{y} = Ay + B\upsilon(t), \quad y(0) = y(T) = \bar{x}, \quad \upsilon(\cdot) \in L_2(I, R^m), \ t \in I. \tag{83}$$

Лемма 2. Пусть $\mathrm{rang}[B, AB, ..., A^{n-1}B] = n$. Для того, чтобы $y(0) = y(T) = \bar{x}$, необходимо и достаточно, чтобы

$$\upsilon(\cdot) \in U = \{\upsilon(\cdot) \in L_2(I, R^m) \mid \upsilon(t) = w(t) + \lambda_1(t, \bar{x}, T) + N_1(t, T)z(T), \ t \in I\}, \tag{84}$$

где $\lambda_1(t, \bar{x}, T) = C(t, T)a(T, \bar{x})$, $N_1(t, T) = -C(t, T)e^{-AT}$, $C(t, T) = B^* e^{-A^*T} W^{-1}(0, T)$, $a(T, \bar{x}) = e^{-AT}\bar{x} - \bar{x}$,

$$W(0, T) = \int_0^T e^{-A\tau} BB^* e^{-A^*\tau} d\tau,$$

$w(\cdot) \in L_2(I, R^m)$ – произвольная функция, функция $z(t) = z(t, w)$ – решение дифференциального уравнения

$$\dot{z} = Az + Bw(t), \quad z(0) = 0, \; t \in [0, T]. \tag{85}$$

Решение дифференциального уравнения (83), соответствующее управлению (84), запишется так:

$$y(t) = z(t) + \lambda_2(t, \bar{x}, T) + N_2(t, T) z(T), \quad t \in [0, T], \tag{86}$$

где

$\lambda_2(t, \bar{x}, T) = e^{At} W(t, T) W^{-1}(0, T) \bar{x} + e^{At} W(0, t) W^{-1}(0, T) e^{-AT} \bar{x}$,

$N_2(t, T) = -e^{At} W(0, t) W^{-1}(0, T) e^{-AT}$. Заметим, что $y(0) = \bar{x}, \quad y(T) = \bar{x}$.

Тогда множество всех управлений, для которых $y(0) = y(T) = \bar{x}$, определяется по формуле (84), соответствующее решение системы (83) имеет вид (86).

Теперь оптимизационная задача (79)–(82) запишется в виде: минимизировать функционал

$$J(w, \bar{x}, \bar{\sigma}, T) = \int_0^T \Big| w(t) + \lambda_1(t, \bar{x}, T) + N_1(t, T) z(T) - \\ - \varphi\Big(\bar{\sigma} + \int_0^t [Cy(\tau) + R\upsilon(\tau)]\, d\tau\Big)\Big|^2 dt + \Big| \int_0^T [Cy(t) + R\upsilon(t)]\, dt \Big|^2 \to \inf \tag{87}$$

при условиях

$$\dot{z} = Az + Bw(t), \quad z(0) = 0, \; t \in I, \tag{88}$$

$$w(\cdot) \in L_2(I, R^m), \quad \bar{x} \in R^n, \quad \bar{\sigma} \in R^m, \quad T \in R^1. \tag{89}$$

Теорема 12. Пусть $\mathrm{rang}\left[B, AB, ..., A^{n-1}B\right] = n$. Для того, чтобы система (76)–(78) имела предельные циклы первого рода, необходимо и достаточно, чтобы значение $J(w_*, \bar{x}_*, \bar{\sigma}_*, T_*) = 0$, где $(w_*, \bar{x}_*, \bar{\sigma}_*, T_*) \in$ $\in L_2(I, R^m) \dot{+} R^n \dot{+} R^m \dot{+} R^1$ – оптимальное решение задачи (87)–(89).

Аналогичные теоремы доказаны для существования предельных циклов второго рода и круговых движений для систем вида (76)-(78).

В подразделе 6.2 на основе оценки несобственных интегралов вдоль решения системы найдено интегральное многообразие системы, к которому стремятся фазовые траектории системы. Определены уравнения движения фазовой системы в интегральном многообразии. Далее, по результатам подраздела 6.1 исследованы предельные циклы первого рода, предельные циклы второго рода, круговые движения на интегральном многообразии. Рассмотрена модельная задача поисковой системы фазовой синхронизации.

Для подтверждения теоретических результатов, полученных в соответствующих разделах, приведены численные примеры, иллюстрирующие разработанные алгоритмы и доказанные теоремы.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. Для разработанной и математически обоснованной модели многомерных фазовых систем с нелинейным регулятором решена задача стабилизации, обеспечивающей глобальную асимптотическую устойчивость, на основе метода нелокального сведения Леонова, частотной теоремы Якубовича-Калмана и теории особых управлений. В отличие от известных работ впервые доказана глобальная асимптотическая устойчивость данной математической модели с учетом взаимосвязи подсистем (генераторов).

2. Получена оценка областей притяжения устойчивых состояний равновесия моделей фазовых систем. Осуществлена оценка областей притяжения устойчивых состояний равновесия моделей фазовых систем второго порядка на основе предложенной в работе функции Ляпунова, отличающейся от ранее известных функций Ляпунова. Получены оценки областей притяжения изолированных подсистем многомерной фазовой системы и областей притяжения на основе процедуры Бакаева-Гужа. Проведено исследование устойчивости моделей фазовых систем на основе развития метода сравнения В.М.Матросова для случаев без регулятора и с регулятором. Доказана асимптотическая устойчивость и найдена оценка области притяжения на основе второго метода Ляпунова и с помощью новой функции Ляпунова.

3. Установлены необходимые и достаточные условия оптимальности нелинейной модели многомерных фазовых систем с критерием Больца, когда правая часть дифференциальных уравнений удовлетворяет условию интегрируемости. Полученные результаты применены к задаче оптимального управления позиционной моделью электроэнергетических систем без регулятора и с регулятором типа "котел-паровая турбина". Управление найдено в аналитическом виде типа обратной связи с помощью явного вида функций Ляпунова-Беллмана.

4. Осуществлен синтез оптимальных систем управления для нелинейной нестационарной модели при наличии первых интегралов для нерегулируемой части системы и ограничений на управления. Решена задача оптимального управления электроэнергетическими системами со многими синхронными генераторами с ограниченными управляющими воздействиями.

5. Решена задача управляемости для математической модели фазовых систем, в частности, найдено управление, переводящее сложную электроэнергетическую систему из заданного начального состояния в любое желаемое состояние за конечное время. Впервые доказаны Т-устойчивость и Т-управляемость нелинейных многомерных фазовых систем, обладающих свойством устойчивости на бесконечном интервале времени.

6. Доказаны теоремы об устойчивости нелинейных систем при постоянно действующих возмущениях, малых в среднем и исчезающих на

бесконечности. При этом ослаблены соответствующие условия теорем И.Г.Малкина и С.И.Горшина относительно ограниченности частных производных от функции Ляпунова. Впервые поставлена и решена задача об устойчивости по квадратичному приближению при различных типах постоянно действующих возмущений на основе установленных в работе лемм, обобщающих леммы Беллмана-Гроноулла. В качестве приложения решены задачи об устойчивости синхронного генератора и сложной электроэнергетической системы при постоянно действующих возмущениях, малых в среднем и исчезающих на бесконечности, на основе построенной новой функции Ляпунова.

7. Построены предельные циклы первого и второго рода и круговые движения определенного класса обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих динамику моделей фазовых систем. Получены необходимые и достаточные условия существования предельных циклов первого и второго рода, а также круговых движений. Проведен анализ динамических свойств моделей фазовых систем в сечениях пространства параметров. Определены уравнения движения фазовой системы в интегральном многообразии. Доказаны теоремы существования предельных циклов первого и второго рода и круговых решений на интегральном многообразии.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Айсагалиев С.А., Бияров Т., Калимолдаев М.Н. Стабилизация движения фазовых систем со многими степенями свободы // Аннотация докл- УІ Всесоюзн. съезда по теоретич. и прикладн. механике. - Ташкент, 1986. - С.21.

2. Айсагалиев С.А., Бияров Т., Калимолдаев М.Н. Управляемость и устойчивость нелинейных систем управления // Аннотация докл.У Всесоюзн. Четаевск. конференц. по устойчивости движения, аналитич. механ. и управлению движением. - Казань, 1987. - С. 17.

3. Бияров Е. Н., Калимолдаев М. Н. Глобальная асимптотическая устойчивость многомерных фазовых систем с нелинейным регулятором // Обратные задачи динамики и их приложения.–Алма-Ата: Изд.-во КазГУ, 1986. – С. 12-17.

4. Бияров Т.Н., Калимолдаев М.Н. Об устойчивости движения фазовых систем // Методическая разработка. - Алматы: КазГУ, 1988. - 32 с.

5. Бияров Т.Н., Калимолдаев М.Н. Автоматическое управление и регулирование многомерных фазовых (электроэнергетических) систем. - Алматы: Гылым, 1995. - 182 с.

6. Калимолдаев М. Н. Устойчивость и периодическое движение одного класса фазовых систем // Тез. конф. молодых ученых Алма-Атинской обл. Алма-Ата: КазГУ. – 1985. – С. 228-229.

7. Калимолдаев М.Н. К исследованию свойств фазовых систем // Проблемы роботизации и внедрения автоматических и автоматизированных систем управления в нар.хоз-ве Казахстана: Тез. докл. республ. научно-практической конф. Молодых ученых и специалистов. - том II - Алма-Ата: КазГУ. -1985. - С. 144.

8. Калимолдаев М.Н. О необходимом и достаточном условий устойчивости одного класса нелинейных систем. // Сб. «Устойчивость и оптимальность управляемых систем». Алма-Ата: КазГУ.–1986.–С. 54-59.

9. Калимолдаев М.Н. Управляемость и устойчивость многомерных фазовых систем // Тез. конф. Молодых ученых и специалистов КазГУ, посвященной 55-летию университета. - Алма-Ата: КазГУ, 1989. - С. 6.

10. Калимолдаев М.Н. Исследование управляемости и устойчивости движения электроэнергетических систем на основе метода функций Ляпунова // Тез. докл. IX Республиканской межвузовской научной конф. по математике и механике. - Алма-Ата: часть II, 1989. - С. 119.

11. Калимолдаев М.Н. Управляемость и устойчивость движения нелинейных многомерных фазовых систем // Материалы школы-семинара по математике и механике, посвященного 60-летию член-корр. НАН РК К.А.Касымова, Алматы, 1995. - С. 81.

12. Бияров Т.Н., Калимолдаев М.Н. Оценка областей притяжения многомерных фазовых систем с помощью метода сравнения // Обратные задачи динамики и их приложения.–Алма-Ата: Изд.-во КазГУ, 1986. – С. 17-22.

13. Калимолдаев М.Н. Асимптотическая устойчивость по Ляпунову и оценка областей притяжения математических моделей фазовых систем // Проблемы автоматики и управления. - Бишкек: Илим, 1999. - С. 167-171.

14. Бияров Т.Н., Калимолдаев М.Н. Достаточные условия оптимальности позиционной модели электроэнергетических систем // Деп. В ВИНИТИ от 15.04.1987, № 2629 - В 87. -17 с.

15. Бияров Т.Н., Калимолдаев М.Н., Джумабекова Б.Х. Об оптимальности электроэнергетических систем с ограниченным управлением // Управляемость и стабилизация динамических систем. - Алматы: Изд-во КазГУ, 1990. - С. 32-38.

16. Бияров Т.Н., Калимолдаев М.Н., Жунусов Т.Т. К оптимизации движения частиц по винтовой поверхности // Вестник КазГУ №5: «Математика, механика, информатика». Алматы, 1996. – С. 180-185.

17. Калимолдаев М.Н. Синтез одного класса фазовых систем // Математика и мех.: Тез. докладов УІІІ Респ. межвузовской конф. по мат. и мех. часть II, выч. и прикл.мат.- Алма-Ата: КазГУ, 1984. - С. 142.

18. Калимолдаев М.Н. Оптимальное управление позиционной моделью электроэнергетических систем // Сб.: "Стабилизация и оптимальное

управление динамических систем". - Алма-Ата: КазГУ. -1988. - С. 48-52.

19. Калимолдаев М.Н. Оптимальное управление сложных электроэнергетических систем с ограниченным ресурсом // Тез. межвузовской конф. конкурса молодых ученых и специалистов Казахского государственного университета им.С.М.Кирова - Алма-Ата, 1990. - С.8.

20. Калимолдаев М.Н., Садвокасова М.У. Исследование математической модели некоторых сложных электроэнергетических систем // Материалы Международной научно-практической конференции: Проблемы вычисл.матем. и информ. технологий, Алматы, 1999. - С. 228-229.

21. Калимолдаев М.Н. Оптимальное управление позиционной модели электроэнергетических систем с регулятором // Проблемы автоматики и управления. - Бишкек: Илим, 1999. - С. 95-101.

22. Айсагалиев С.А., Бияров Т., Калимолдаев М.Н. Управляемость сложных электроэнергетических систем. // Управление динамическими системами. – Алма-Ата: Изд-во КазГУ, 1987. - С. 7-11.

23. Бияров Т.Н., Калимолдаев М.Н. Построение законов аварийного управления мощностью паровых турбин на основе обратных задач .динамики // "Деп.научные работы" КазГОСИНТИ, 16.0294 г. 4606-Ка, 94.

24. Бияров Т.Н., Калимолдаев М.Н., Жунусов Т.Т. Моделирование и управление движением вибрационных машин в сельском хозяйстве // Тезисы докладов Украинской конференции: "Моделирование и исследование устойчивости систем" - Киев, 1996. - С. 16.

25. Бияров Т.Н., Калимолдаев М.Н., Кенесбаев С.М. Устойчивость и управляемость нелинейных систем // "Деп.научные работы", КазГОСИНТИ, вып.2, № 3911-Ка92, Алматы, 1992. -15 с.

26. Бияров Т.Н., Калимолдаев М.Н., Кенесбаев С.М Т-управляемость в целом нелинейных систем автоматического управления // "Деп. научные работы", КазГОСИНТИ, вып.2, № 3909-Ка92, Алматы, 1992. - 6 с.

27. Калимолдаев М.Н., Кенесбаев С. М. Решение задач синтеза многомерных фазовых систем //Тез. докл. юбилейной научной конференции посвященной 50-летию развития математики в Академии наук Казахстана, Алматы, 1995.–С. 116.

28. Калимолдаев М.Н. К управляемости и устойчивости нелинейных многомерных фазовых систем. –Алматы, 1996. –72 с.

29. Калимолдаев М.Н. К исследованию Т-управляемости некоторых нелинейных механических систем // Тезисы докладов I Республиканского съезда по теоретической и прикладной механике, Гылым, Ал-ты, 1996. - часть 2. - С. 374.

30. Калимолдаев М.Н., Ахмедьярова Ж., Дюйсалиева А. К исследованию и решению задач управляемости и устойчивости движения некоторых нелинейных механических систем // Тезисы школы-семинара по механике и её приложениям, посвященного 70-летию члена корреспондента НАН РК, профессора Ершина Ш. А., Алматы, 1996. - С. *62*.

31. Калимолдаев М.Н. Т-устойчивость электроэнергетических систем // Вестник КазГУ № 4: Математика. Механика. Информатика. - Алматы, 1996.-С. 91-101.

32. Иманбекова А.Б., Калимолдаев М.Н. Исследование некоторых математических моделей многомерных фазовых систем // Материалы Международной научно-практической конференции: Проблемы вычисл.матем. и информ. технологий, Алматы, 1999. - С. 215-216.

33. Бияров Т.Н., Калимолдаев М.Н. Устойчивость систем автоматического управления при постоянно действующих возмущениях // Министерство печати и массовой информации РК, Алматы, 1995.–126 с.

34. Бияров Т.Н., Калимолдаев М.Н., Ерекешева М. М. Об устойчивости по квадратическому и более высокому порядку приближения //«Деп. научные работы», КазГОСИНТИ, вып.1, №5549-Ка95, Алматы, 1995.- 9 с.

35. Бияров Т.Н., Калимолдаев М.Н., Ерекешева М.М. Об устойчивости по приближению m-го порядка при постоянно действующих возмущениях // "Деп.научные работы", КазГОСИНТИ, вып. 1, № 5550-Ка95, Алматы, 1995. -10 с.

36. Калимолдаев М.Н. Решение задачи устойчивости нелинейных систем дифференциальных уравнений при постоянно действующих возмущениях // Материалы школы-семинара по математике и механике, посвященного 60-летию член-корр. НАН РК К. А. Касымова, Алматы, 1995.– С.81.

37. Калимолдаев М.Н. Решение задачи устойчивости некоторых нелинейных систем при постоянно действующих возмущениях // Материалы школы-семинара по математике и механике, посвященного 60-летию член-корр. НАН РК КА. Касымова, Алматы, 1995. - С. 80.

38. Калимолдаев М.Н., Дальбекова К.С. К исследованию устойчивости робототехнических систем при постоянно действующих возмущениях //Тезисы докладов 1-го Республиканского съезда по теоретической и прикладной механике, Гылым, Алматы, 1996. - часть 2, - С. 375.

39. Калимолдаев М.Н. К устойчивости нелинейных систем дифференциальных уравнений при постоянно действующих и случайных возмущениях // Тезисы доклады 1-съезда математиков Казахстана, Гылым, Шымкент, 1996. – С.111.

40. Калимолдаев М.Н. Исследование устойчивости некоторых нелинейных систем автоматического управления при случайных возмущениях. // MODELLING AND INVESTIGATION OF SYSTEMS STABILITY: THESIS OF CONFERENCE REPORTS – KIEV, 1997. – P. 51.

41. Калимолдаев М.Н. Устойчивость классических моделей электроэнергетических систем при постоянно действующих возмущениях //

Проблемы автоматики и управления. - Бишкек: Илим, 1999. - С. 172-180.
42. Айсагалиев С.А., Калимолдаев М.Н. Теория динамических систем с цилиндрическим фазовым пространством. - Алматы: Гылым, 2000. - 97 с.
43. Айсагалиев С.А., Бияров Т.Н.,Калимолдаев М.Н.,Мамытбеков Е.К. Задачи по методам оптимизации и вариационному исчислению. - Учебное пособие для вузов. - Алматы: Қазақ университеті, 1996. - 202 с.
44. Айсагалиев С.А.,Иманкулов Т.Ш., Калимолдаев М.Н.,Кенесбаев С.М. Лекции по методам анализа динамических систем. - Учебное пособие для вузов. - Алматы: Қазақ университеті, 1998. - 372 с.

КАЛИМОЛДАЕВ Максат Нурадилович

Туруктуулук жана түз сызыксыз көп өлчөмдөгү системаларды математикалык моделдөө

КОРУТУНДУ

Диссертациялык иш туруктуу математикалык методдорду, стабилизациялоону, тартылуу областарын баалону жана көп өлчөмдөгү фазалык системалардын моделдеринин кыймылдарынын оптималдуулугун иштеп чыгууга багытталат.

Сунуш кылынган көп өлчөмдөгү фазалык системалардын математикалык моделдеринин составдык подсистемаларынын түз сызыксыз байланыштарын эсепке алуучу жана алардын конкреттүү татаал электроэнергетикалык системаларга болгон адекваттуулугу аныкталып, алгачкы жолу өзгөчө болгон оптималдуу башкарууну колдонуп регулятордун түз сызыктуу эместигин эске алган глобалдуу асимптотикалык туруктуулугун камсыздандырган кыймылдын стабилдилүүгүнүн маселеси эсептелген.

Көп ченемдүү фазалык системалардын "чоңдуктагы" туруктуулугун математикалык моделдөө жана тартылуу областарын баало жаңы, традициялык эмес Ляпуновдун функциясынын жардамы менен ишке ашырылган. Ошондой эле Бакаев-Гуж, Матросов ыкмаларын өрчүтүүчү Ляпунов функциясынын методу колдолунган.

Оптималдуу фазалык системаларды математикалык моделдөө алгачкы жолу оптимизациянын карама-каршы маселесинин негизинде Больцтун функционалындагы терминалдык жыйынтыкты кошумча аныктоо менен аткарылган. Практика үчүн маанилүү болуп оптималдуу башкаруу аналитикалык түрдө алынганы эсептелет. Биринчи жолу көп ченемдүү фазалык системалардын оптималдуу башкаруу маселеси башкаруунун ресурстарына чектөө болгону жана системанын биринчи интегралдарынын башкаруусуз болгону менен эсептелген.

Фазалык системалардын башкарымдуулук маселеси, көп ченемдүү фазалык системалардын Т-туруктуулук жана Т-башкарымдуулук проблемасы чыгарылган.

Орто аздыктагы жана чексиздикке сиңип кетүүчү туруктуу аракеттеги көп ченемдүү фазалык системалардын туруктуу шарттары табылган.

Чегине жеткен циклдерди жана маселенин натыйжасын башкарымдуулуктун ылайыктуу маселесине чөгөрүү жолу менен фазалык системалар үчүн айланма кыймылдарды куруу ыкмасы сунушталган.

Алынган теориялык натыйжалар эки машиналуу электроэнергетикалык системасынын конкреттүү мисалдарында жана "синхрондуу генератор-буу турбина" системасында текшерилген.

ҚАЛИМОЛДАЕВ Мақсат Нұрәділұлы

Сызықсыз көпөлшемді фазалық жүйелердің орнықтылығы және математикалық үлгілеу

ТҰЖЫРЫМДАМА

Диссертациялық жұмыс көпөлшемді фазалық жүйелер үлгілерінің орнықтылығының, орнықтануының, өзіне тарту облысын бағалаудың, басқарымдылық және қозғалыс оңтайлығының математикалық әдістерін зерттемелеуге арналған.

Көпөлшемді фазалық жүйелердің құраушы ішжүйелерінің сызықсыз байланыстарын ескеретін ұсынылған математикалық үлгі үшін нақты күрделі электроэнергетикалық жүйелерге баламалылық белгіленген және ерекше оңтайлы басқару теориясын пайдаланып, реттеуіштің сызықсыздығын есепке алып ғаламдық асимптотикалық орнықтылықты қамтамасыз ететін қозғалыс орнықтануы есебі тұңғыш шешілген.

Көпөлшемді фазалық жүйелердің "үлкен" орнықтылығын математикалық үлгілеу және өзіне тарту облысын бағалау дәстүрлі емес жаңа Ляпунов функциясы арқылы жүзеге асырылған. Мұнда Ляпунов функциясы әдісін дамытушы Бакаев-Гуж, Матросов тәсілдері пайдаланылған.

Оңтайлы фазалық жүйелерді математикалық үлгілеуде Больц функционалының терминалдық қосылғышын айқындау тұңғыш рет оңтайланудың кері есебі ретінде шешілген. Практика үшін маңыздылығы оңтайлы басқару талдамалық түрде алынған. Көпөлшемді фазалық жүйелерді оңтайлы басқару есебі басқару ресурстарына шектеулер бар кезде және жүйенің реттелмейтін бөлігінің алғашқы интегралдары бар жағдай үшін бірінші рет шешілген.

Фазалық жүйелердің басқарымдылық есебі және көпөлшемді фазалық жүйелердің Т-орнықтылық пен Т-басқарымдылық мәселелері шешілген.

Көпөлшемді фазалық жүйелердің, орташа аз және шексіздікте жоғалатын, тұрақты әсер етуші ұйтқулар кезіндегі орнықтылық шарттары табылған. Мұнда Ляпунов функциясы дербес туындыларының шектеулілігі туралы классикалық теоремалардың белгілі шарттары жеңілдетілген.

Фазалық жүйелер үшін, бастапқы есепті сәйкес басқарымдылық есебіне келтіру арқылы, шектік циклдерді және шеңберлік қозғалыстарды құру тәсілі ұсынылған.

Алынған теориялық нәтижелер нақты екімашиналық электроэнергетикалық жүйе және "синхронды генератор-бу турбина сы" жүйесі үшін тексерілген.

KALIMOLDAYEV Maxat Nuradilovich

Stability and mathematical simulation of nonlinear Multidimensional phase systems

RESUME

Dissertation is devoted to development of methods of stability, stabilization, assessment of attraction regions, controllability and optimality of movement of models of multidimensional phase systems.

For the proposed mathematical model of multidimensional phase systems taking into consideration nonlinear bonds of its component subsystems the adequacy to concrete complex electric-power systems was established and for the first time movement stabilization problem providing global asymptotic stability based on controller non-linearity with use of theory of specific optimal control was solved.

Mathematical simulation of stable "in the large" of multidimensional phase systems and assessment of attraction fields were implemented with the help of new non-traditional Lyapunov function. In this case Bakayev-Gourge, Matrosov approaches developing method of Lyapunov function were used.

Mathematical simulation of optimal phase systems for the first time was implemented on the basis of inverse problem of optimization, additional terminal summand in Boltz functional. The essential thing for the practice is that optimal control was obtained in the analytical form. For the first time the optimal control problem of multidimensional phase systems at availability of limitations on control resources and availability of the first integrals of uncontrolled part of the system was solved.

Controllability phase systems task and problem of the T-stability and T-controllability of multidimensional phase systems were solved.

Conditions of stability of multidimensional phase systems at time-independent perturbations, small in the mean and disappearing to infinity were found. In this case well-known conditions of boundedness of partial derivatives of Lyapunov function classical theorems were weakened.

The method of construction of limit cycles and circular movements for phase systems by way of immersion of initial tasks was proposed.

The theoretical results obtained were tested on concrete examples of two-machine electric-power system and system "synchronous generator-steam turbine".

КАЛИМОЛДАЕВ М.Н.

УСТОЙЧИВОСТЬ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ МНОГОМЕРНЫХ ФАЗОВЫХ СИСТЕМ

05.13.16 - применение вычислительной техники, математического моделирования и математических методов в научных исследованиях

АВТОРЕФЕРАТ

Подписано к печати 21.04.2000 г.
Объем 2,89, усл.печ.листов
Формат 60x84. 1/16.
Бумага офсетная
Тираж 100. Заказ 157.
Печать "Ризо"
Типография КазгосИНТИ

480096, Алматы, ул. Богенбай батыра, 221