НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

КЫРГЫЗСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. Ж. БАЛАСАГЫНА

Диссертационный совет Д 01.15.513

На правах рукописи
УДК: 517.95 (575.2)

Шаршембиева Фаризат Кусейиновна

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ МНОГОЭТАПНОЙ ЗАДАЧИ РАЗМЕЩЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВА С РАЗРЫВНОЙ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИЕЙ

08.00.13 – математические и инструментальные методы экономики

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Бишкек – 2015

Работа выполнена в лаборатории экономико-математических методов Института теоретической и прикладной математики НАН Кыргызской Республики.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
с.н.с. **Жусупбаев А.**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор **Хачатуров В.Р.,**

доктор экономических наук,
профессор **Сапарбаев А.Дж.**

Ведущая организация: Новый экономический университет
им. Турара Рыскулова.
Адрес: Республика Казахстан, 050035,
г. Алматы, ул. Жандосова, 55.

Защита диссертации состоится 28 мая 2015 г. в 14^{00} часов на заседании диссертационного совета Д 01.15.513 по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора (кандидата) физико-математических наук при Институте теоретической и прикладной математики НАН Кыргызской Республики и Кыргызском Национальном университете им. Ж. Баласагына по адресу: Кыргызстан, 720054, г. Бишкек, ул. Абдымомунова 328, лабораторный корпус №6 КНУ, аудитория 211.

С диссертацией можно ознакомиться в Центральной научной библиотеке НАН КР, Кыргызстан, 720071, г. Бишкек, проспект Чуй, 265-а.

Автореферат разослан 27 апреля 2015 г.

Ученый секретарь
диссертационного
совета, д.ф.-м.н., с.н.с Искандаров С.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. Рациональное размещение производственных объектов или предприятий по переработке продукции хозяйствующих субъектов является сложной проблемой экономики. При ее решении необходимо учесть не только экономико-географические, технико-технологические и природно-климатические факторы, но и социально-политические условия. Естественно, что такая сложная задача не может быть решена без привлечения экономико-математических инструментарий и информационных технологий.

Работы в этом направлении ведутся во многих научно-исследовательских институтах государств ближнего и дальнего зарубежья. В СНГ пионерами этого направления были Е.Г. Гольштейн, В.П. Черенин, В.Р. Хачатуров, В. Трубин, С.С. Лебедев, В.А. Емеличев, а в Сибирском Отделении Академии наук – В.Л. Береснев, Э.Х. Гимади, В.Т. Дементьев, А.Е. Бахтин, А.А. Колоколов.

В настоящее время имеется множество научных работ, посвященных моделям и методам решения задач размещения как в дискретной, так и в непрерывной постановке.

Из анализа имеющихся работ следует, что наиболее исследованными являются задачи размещения производства в дискретной постановке, а среди задач размещения производства в непрерывной постановке – задачи размещения производства, когда функции, отражающие зависимость стоимости производимой продукции от объема производства, либо линейные непрерывные на всей числовой оси за исключением начала координат, где терпят разрыв, либо вогнутые непрерывные. Особенностью таких задач размещения является ее многоэкстремальность. Применение для их решения метода линейного или выпуклого программирования приведет лишь в один из многих локальных оптимумов.

В отличие от выше названного класса задач размещения, на наш взгляд, еще недостаточно развиты методы решения некоторых однопродуктовых многоэтапных задач размещения производства и переработки продукции, у которых функции, определяющие затраты на производство, транспортировку и переработку продукции, являются нелинейными разрывными в нуле.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими проектами. Данная работа выполнена в рамках проектов Института теоретической и прикладной математики НАН КР: «Разработка метода и алгоритма решений задачи размещения с нелинейными функциями и ее приложения», № гос. рег. 0003850, (2005-2007); «Развитие методов и алгоритмов решений оптимизационных задач и их приложения», № гос. рег. 0005168, (2008-2009); «Анализ и моделирование экономических процессов Кыргызстана», № гос. рег. 0005565, (2010-2011); «Развитие и приложения компьютерного моделирования асимптотических и аналитических методов в теории динамических систем, обратных и оптимизационных экономических задач и в анализе геофизических данных для оперативного прогноза землетрясений», № гос. рег. 0005756, (2012-2014).

Цели и задачи исследования. Разработка методов и алгоритмов решений класса многоэтапных задач размещения с нелинейными (разрывными в нуле) функциями, определяющие производственные затраты, затраты на переработку и транспортировку. Формулировка экономико-математических моделей задач размещения хозяйствующих субъектов, сводящиеся к задачам размещения производства.

Методика исследования. В работе использованы методы математического программирования, метод последовательных расчетов В.П. Черенина, метод кусочно-линейной аппроксимации нелинейных функций и метод фиктивной диагонали.

Научная новизна работы. Основные научные результаты:

– предложен метод решения для двухэтапной задачи размещения с ограничениями на объемы перевозимого сырья каждым возможным способом от районов заготовки до перерабатывающих предприятий и от перерабатывающих предприятий до потребителей сырья, и для двухэтапной задачи с пропускной способностью на объем перевозимой продукции из каждого перевалочного пункта к потребителям;

– разработан алгоритм решения для двухэтапной задачи размещения с ограничениями на объемы перевозимой продукции от каждого перевалочного пункта до каждого потребителя в случае когда функции определяющие производственные затраты – выпуклые, которое используется при решении двухэтапных задач размещения с разрывными функциями (в нуле) в алгоритмах метода последовательных расчетов;

– доказано достаточное условие применимости метода последовательных расчетов для двухэтапной задачи размещения производства в случае, когда функции, определяющие производственные затраты и затраты на перевозку продукции от перевалочных пунктов до пунктов назначений – линейные, а функции, определяющие транспортные расходы от пункта производства продукции до перевалочных пунктов – нелинейные (разрывны в нуле) и для случая задачи, когда функции, определяющие производственные затраты, затраты на транспортировку продукции от пунктов производства до пунктов обработки и от пунктов обработки до конечного потребителя – линейные, а функции, определяющие затраты на обработку продукции – разрывны в нуле;

– обоснована применимость метода последовательных расчетов для двухэтапной задачи размещения в случае, когда функции, определяющие производственные затраты и затраты на перевозку продукции от пункта производства до пунктов переработок – линейные, а функции, определяющие затраты на переработку продукции – выпуклые непрерывные за исключением начала координат, где имеет разрыв (в нуле), и функции, определяющие транспортные расходы от пункта переработки до пункта назначений – выпуклые непрерывные;

– разработан способ решения, использующий алгоритм метода последовательных расчетов, для двухэтапной задачи размещения с пропускной способностью на объемы перевозимого сырья из каждого пункта добычи к пунктам переработки, с разрывными в нуле функциями затрат на перевозку и затрат на ее переработку;

– сформулированы математические модели задачи определения оптимального объема производства сельхоз продукции крестьянского хозяйства по критерию максимума прибыли, задачи определения оптимального размера посевной площади под каждый вид культуры и необходимого объема кредита, задачи определения размера финансового кредита и арендуемой посевной площади хозяйства при договорных условиях производства сельхоз продукции каждого вида.

Теоретическая и практическая ценность. Разработанные математические модели, методы и алгоритмы решения двухэтапной задачи размещения с нелинейными (разрывными в нуле) функциями транспортных, производственных затрат и затрат на переработку могут быть использованы различными хозяйствующими субъектами республики для обоснования выбора наилучшего варианта размещения производственных предприятий, объемов производства, схемы доставки на переработку продукции и вывоза переработанной продукции конечным потребителям. Теоретические результаты – в научно-исследовательских учреждениях и ВУЗах для разработки методов и алгоритмов решения различных классов многоэкстремальных задач, а также в лекционных курсах для подготовки специалистов.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту:

– предложенные методы решения для двухэтапной задачи размещения с ограничениями на объемы перевозимого сырья каждым возможным способом от районов заготовки до перерабатывающих предприятий и от перерабатывающих предприятий до потребителей сырья, и для двухэтапной задачи с пропускной способностью на перевозку продукции из каждого перевалочного пункта к потребителям;

– разработанный алгоритм решения для двухэтапной задачи размещения с ограничениями на объемы перевозимой продукции от каждого перевалочного пункта до потребителей, в случае, когда функции определяющие производственные затраты – выпуклые, которые используются в алгоритмах метода последовательных расчетов на вариантах двухэтапной задачи размещения с разрывными функциями в нуле;

– доказательство достаточного условия применимости метода последовательных расчетов для двухэтапной задачи размещения производства в случаях, когда функции, определяющие производственные затраты и затраты на перевозку продукции от перевалочных пунктов до пунктов назначений – линейные, а функции, определяющие транспортные расходы от пункта производства продукции до перевалочных пунктов – нелинейные (разрывны в нуле) и для случая, когда функции, определяющие производственные затраты, затраты на транспортировку продукции от пунктов производства до пунктов обработки и от пунктов обработки до конечного потребителя – линейные, а функции, определяющие затраты на обработку продукции – разрывны в нуле;

– обоснование применимости метода последовательных расчетов к двухэтапной задаче размещения для случая, когда функции, определяющие производственные затраты и затраты на перевозку продукции от пунктов производства до пунктов переработки – линейные, а функции, определяющие затраты на переработку продукции – разрывны в нуле, транспортные расходы от пункта переработки до пункта назначений – выпуклые непрерывные;

– разработанный способ, использующий алгоритм метода последовательных расчетов, для двухэтапной задачи размещения с пропускной способностью на объемы перевозимого сырья из каждого пункта добычи к пунктам переработки, с разрывными в нуле функциями затрат на перевозку и затрат на ее переработку;

– экономико-математические модели задачи определения оптимального объема производства сельхоз продукции крестьянского хозяйства, задачи определения оптимального размера посевной площади под каждый вид культуры и необходимого объема кредита, задачи определения объема финансового кредита и размера арендуемой площади хозяйства при договорных условиях производства сельхоз продукции каждого вида.

Апробация результатов диссертации. Основные положения и результаты исследований по теме диссертации докладывались и обсуждались на семинарах лаборатории экономико-математических методов института теоретической и прикладной математики НАН КР (2005-2014), на международной азиатской школе семинаре «Проблемы оптимизации сложных систем», (2005-2014), на международной конференции «Асимптотические, топологические и компьютерные методы в математике», посвященный 60-летию Борубаева А.А., академика НАН КР, (Бишкек, 2010), на летней школе молодых преподавателей «Современные методы научных исследований», (Бишкек 2013), на V международном конгрессе математиков тюркского мира (Булан-Соготту, Кыргызстан, 5-7 июня 2014).

Публикации по теме диссертации. Основные результаты диссертации опубликованы в статьях [1]-[9] и в тезисе доклада [10], приведенные в конце автореферата. В совместных работах, в обсуждении постановки задачи и полученных результатов участвовали А. Жусупбаев, А. Касымкулов, Ж.К. Бейшебаева, А. Султанкул кызы.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, состоящий из разделов, заключения, списка литературы из 82 наименований и приложения. Работа содержит 147 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дано обоснование актуальности темы и общая характеристика работы. Все приведенные неизвестные переменные x_i, y_j, x_{ij}, y_{jk}, z_r, v предполагаются неотрицательными.

В первой главе сформулирована общая постановка рассматриваемого класса двухэтапной задачи размещения производства и переработки продукции и изложен обзор литературы по теме исследования, сформулирована двухэтапная задача размещения производства и переработки вида

$$L(x,y) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\varphi_{ij}(x_{ij}) + \sum_{i=1}^{m}\varphi_i(x_i) + \\ + \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{p}\psi_{jk}(y_{jk}) + \sum_{j=1}^{n}\psi_j(y_j) \to min \qquad (1)$$

при условиях

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = x_i, \;\; i = 1,2,\dots,m, \qquad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = \sum_{k=1}^{p} y_{jk} = y_j, \;\; j = 1,2,\dots,n, \qquad (3)$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_{jk} = b_k, \;\; k = 1,2,\dots,p, \qquad (4)$$

$$0 \le y_j \le Q_j, \;\; j = 1,2,\dots,n, \;\; 0 \le x_i \le a_i, \;\; i = 1,2,\dots,m, \qquad (5)$$

где $x = \left|x_{ij}\right|_{m,n}$, $y = \left|y_{jk}\right|_{n,p}$, b_k, Q_j, a_i – известные постоянные; $\varphi_{ij}(x_{ij})$, $i = 1,2,\dots,m$, $j = 1,2,\dots,n$, $\psi_{jk}(y_{jk})$, $j = 1,2,\dots,n$, $k = 1,2,\dots,p$, $\varphi_i(x_i)$, $i = 1,2,\dots,m$, $\psi_j(y_j)$, $j = 1,2,\dots,n$ – некоторые заданные функции.

Вторая глава работы посвящена методам решения двухэтапной задачи вида (1)-(5) с пропускными способностями на объемы перевозимой продукции в случае, когда функции $\varphi_{ij}(x_{ij})$, $i = 1,2,\dots,m$, $j = 1,2,\dots,n$, $\psi_{jk}(y_{jk})$, $j = 1,2,\dots,n$, $k = 1,2,\dots,p$, $\varphi_i(x_i)$, $i = 1,2,\dots,m$, $\psi_j(y_j)$, $j = 1,2,\dots,n$ являются линейными и выпуклыми.

В 2.1 рассматривается задача вида (1)-(5) в случае, когда $\varphi_{ij}(x_{ij}) = c_{ij}x_{ij}$, $i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n$, $\psi_{jk}(y_{jk}) = c_{jk}x_{jk}$, $j = 1, 2, \dots, n$, $k = 1, 2, \dots, p$, $\varphi_i(x_i) = c_i x_i$, $i = 1, 2, \dots, m$, $\psi_j(y_j) = c_j x_j$, $j = 1, 2, \dots, n$ и с дополнительным ограничением на объемы сырья перевозимой различными способами, т.е. $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{ijl} \le \overline{D}_l$, $l = 1, 2, \dots, r$, $\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{p} y_{jkl} \le D_l$, $l = 1, 2, \dots, r$. Для решения задачи предложен приближенный способ, использующий «метод фиктивной диагонали». Способ решения состоит из двух этапов. На первом этапе определяется оптимальная схема закрепления районов заготовки сырья за перерабатывающими предприятиями и схема закрепления перерабатывающих предприятий за потребителями. На втором этапе определяется оптимальные объемы и способы перевозки, исходя из решения задачи первого этапа. Способ решения задачи демонстрирован на числовом примере.

В 2.2 рассматривается частный случай задачи (1)-(5), когда $\varphi_{ij}(x_{ij})$, $i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n$, $\psi_{jk}(y_{jk})$, $j = 1, 2, \dots, n$, $k = 1,2, \dots, p$, $\varphi_i(x_i)$, $i = 1, 2, \dots, m$ – линейные, а $\psi_j(y_j) = 0$, $j = 1, 2, \dots, n$, т.е. задача размещения производства с ограничениями на объемы производства $x_i \le a_i$, $i = 1, 2, \dots, m$ и транспортировки продукции через перевалочные пункты в предположении, что объемы продукции отправляемый каждым перевалочным пунктом потребителям ограничены сверху, т.е. $y_{jk} \le q_{jk}$, $j = 1, 2, \dots, n$, $k = 1, 2, \dots, p$. Предложен способ решения задачи. Предложенный способ заключается в следующем. Каждый перевалочный пункт B_j рассматривается как множество пунктов B_{jr}, $j = 1, 2, \dots, n$, $r = 1, 2, \dots, p$. Для каждого пункта B_{jr} поставлен соответствующий объем продукции подлежащий приему и отправки y_{jr}, и перевозки y_{jrk}. Затраты на транспортировку единицы объема продукции из B_{jr} в D_k определены равенством $c_{jrk} = c_{jk}\delta_{rk} + M(1 - \delta_{rk})$, где $\delta_{rk} = 0$, при $r \ne k$, 1 при $r = k$. В дальнейшем задача решена методом фиктивной диагонали. Для иллюстрации способа решения построен и решен числовой пример.

В 2.3 рассматривается двухэтапная задача размещения производства вида:

$$L(x, y) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, x_{ij} + \sum_{i=1}^{m} \varphi_i(x_i) + \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{p} c_{jk} y_{jk} \to min \qquad (6)$$

при условиях

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = x_i,\ \ i = 1,2, \dots, m, \qquad \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = \sum_{k=1}^{p} y_{jk},\ \ j = 1,2, \dots, n,$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_{jk} = b_k,\ \ k = 1,2,\dots,p, \tag{7}$$

$$0 \le x_i \le a_i,\ \ \ i = 1,2,\dots,m,$$

$$0 \le y_{jk} \le q_{jk},\qquad j = 1,2,\dots,n,\qquad k = 1,2,\dots,p, \tag{8}$$

где $x = \left|x_{ij}\right|_{m,n}$, $y = \left|y_{jk}\right|_{n,p}$, $\sum_{k=1}^{p} b_k \le \sum_{i=1}^{m} a_i$, $b_k \le \sum_{j=1}^{n} q_{jk}$, $k = 1,2,\dots,p$, в случае, когда функция $\varphi_i(x_i)$, $x_i \in [0, a_i]$, $i = 1,2,\dots,m$ – выпуклая, возрастающая. Для решения задачи (6)-(8) используется способ приведенный в 2.2. Задача преобразована к виду:

$$L(\overline{x},\overline{y}) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{jr\in\Delta} c_{ijr}\,x_{ijr} + \sum_{jr\in\Delta}\sum_{k=1}^{p} c_{jrk}y_{jrk} + \sum_{i=1}^{m}\varphi_i(x_i) \to min \tag{9}$$

при условиях

$$\sum_{jr\in\Delta} x_{ijr} = x_i,\ \ i = 1,2,\dots,m,\quad \sum_{i=1}^{m} x_{ijr} = \sum_{k=1}^{p} y_{jrk} \le q_{jr},\ \ jr \in \Delta, \tag{10}$$

$$\sum_{jr\in\Delta} y_{jrk} = b_k,\ \ k = 1,2,\dots,p,\qquad 0 \le x_i \le a_i,\ \ i = 1,2,\dots,m, \tag{11}$$

где $\overline{x} = \left|x_{ijr}\right|_{m,|\Delta|}$, $\overline{y} = \left|y_{jrk}\right|_{|\Delta|,p}$, $y_{jr} = \sum_{k=1}^{p} y_{jrk}$, $q_{jr} = q_{jk}\delta_{rk}$, $c_{jrk} = c_{jk}\delta_{rk} + M(1-\delta_{rk})$, $r,\ k = 1,2,\dots,p$, $c_{ijr} = c_{ij}$, $i = 1,2,\dots,m$, $j = 1,2,\dots,n$, $r = 1,2,\dots,p$.

Для задачи (9)-(11) применен приближенный метод, использующий кусочно-линейную аппроксимацию функций $\varphi_i(x_i)$, $i = 1,2,\dots,m$ на соответствующих интервалах. Способ решения задачи демонстрирован на числовом примере.

В третьей главе изучены частные случаи двухэтапных задач размещения производства и переработки продукции (1)-(5), когда функции, определяющие транспортные, производственные затраты и затраты на переработку являются нелинейными разрывными в нуле.

Раздел 3.1 имеет вспомогательный характер, приведена постановка комбинаторной задачи, достаточное условие применимости метода последовательных расчетов: для любых $\omega_1, \omega_2 \subset I$,

$$P(\omega_1) + P(\omega_2) \ge P(\omega_1 \cup \omega_2) + P\ (\omega_1 \cap \omega_2), \tag{$*$}$$

и основная теорема метода последовательных расчетов.

Теорема 1. Пусть функция $P(\omega)$ удовлетворяет условию (*), ω^* – точка ее глобального максимума. Тогда для любой конечной последовательности $\{\omega_i\}$, содержащей ω^*, и такой, что $\omega_i \subset \omega_{i+1}$ функция $P(\omega)$ монотонно возрастает до ω^* и монотонно убывает после ω^*.

Изложен алгоритм метода последовательных расчетов в формулировке В.П. Черенина.

В 3.2 исследуется частный случай задачи (1)-(5), т.е. двухэтапная задача размещения без ограничения на объемы производства и перевозку продукции через перевалочные пункты в случае, когда функции $\varphi_i(x_i)$, $i = 1,2,\dots,m$, $\psi_{jk}(y_{jk})$, $j = 1,2,\dots,n$, $k = 1,2,\dots,p$ – линейные, а функции $\varphi_{ij}(x_{ij}) = c_{ij}x_{ij} + \alpha_{ij}\theta(x_{ij})$, $i = 1,2,\dots,m$, $j = 1,2,\dots,n$, где $\theta(x_{ij}) = 0$, при $x_{ij} = 0$; 1 при $x_{ij} > 0$.

В силу разрывности функций $\varphi_{ij}(x_{ij})$, $i = 1,2,\dots,m$, $j = 1,2,\dots,n$ в нуле рассматриваемая задача имеет большое количество экстремумов. В этой связи для задачи требуется специальные методы и алгоритмы решения.

Аналогичным способом приведенным в 2.2 и 2.3 задача преобразована к виду

$$L(x,y,G) = \sum_{ir\in G}\sum_{j=1}^{n} c_{irj}x_{irj} + \sum_{ir\in G} d_{ir}\theta(x_{ir}) + \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{p} c_{jk}y_{jk} \to min \quad (12)$$

при условиях

$$\sum_{j=1}^{n} x_{irj} = x_{ir},\ \ ir\in G, \quad \sum_{ir\in G} x_{irj} = \sum_{k=1}^{p} y_{jk} \le q_j, \quad j = 1,2,\dots,n, \quad (13)$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_{jk} = b_k,\ \ k = 1,2,\dots,p, \quad x_{irj} \ge 0,\ \ x_{ir} \ge 0,\ \ ir\in G,\ \ j = 1,2,\dots,n,$$

$$y_{jk} \ge 0,\ \ j = 1,2,\dots,n,\ \ k = 1,2,\dots,p, \quad (14)$$

где $d_{ir} = \sum_{j=1}^{n}\alpha_{irj}$, $ir\in G$, $c_{irj} = \overline{c}_{ij}\delta_{jr} + M(1-\delta_{jr})$, $\alpha_{irj} = \alpha_{ij}\delta_{jr}$, $\overline{c}_{ij} = c_{ij} + c_i$, $i = 1,2,\dots,m$, $j = 1,2,\dots,n$, M – достаточно большое положительное число, G – множество пар индексов $\{ir\}$, $i = 1,2,\dots,m$, $r = 1,2,\dots,n$.

Для решения задачи используется метод последовательных расчетов, разработанный В.П. Черениным (1962). Вводится совокупность множеств, для каждого подмножества $\omega \subset G$ построена функция

$$L(x,y,\omega) = \sum_{ir\in\omega}\sum_{j=1}^{n} c_{irj}x_{irj} + \sum_{ir\in\omega} d_{ir} + \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{p} c_{jk}y_{jk}.$$

Обозначив через $P(\omega) = \min_{x,y}\{L(x,y,\omega)\}$, исходная задача заменяется следующей задачей: среди всех множеств $\omega \subset G$ требуется найти множество ω^* такое, что $P(\omega^*) \le P(\omega)$ для всех $\omega \subset G$. Для задачи доказано достаточное условие применимости метода последовательных расчетов, имеющий вид

$$s(\omega_1,\omega_2) = p(\omega_1) + p(\omega_2) - p(\alpha) - p(\beta) \le 0, \quad (15)$$

где $\omega_1,\omega_2 \subset G$, $\alpha = \omega_1 \cup \omega_2$, $\beta = \omega_1 \cap \omega_2$.

Алгоритм решения демонстрирован на числовом примере.

В 3.3 рассматривается задача размещения производства и переработки продукции (1)-(5) в случае, когда функции $\varphi_{ij}(x_{ij})$ $i = 1, 2, \dots, m$, $\varphi_i(x_i)$, $i = 1, 2, \dots, m$ и $\psi_{jk}(y_{jk})$, $j = 1, 2, \dots, n$, $k = 1, 2, \dots, p$ – линейные, а $\psi_j(y_j) = c_j y_j + T_j \theta(y_j)$, $j = 1, 2, \dots, n$. Задача преобразована к виду

$$L(x, y) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=0}^{n} \bar{c}_{ij} x_{ij} + \sum_{j=0}^{n} \sum_{k=1}^{p} \bar{c}_{jk} y_{jk} + \sum_{j=0}^{n} T_j \theta(q_j - \xi_j) \to min \qquad (16)$$

при условиях

$$\sum_{j=0}^{n} x_{ij} = a_i, \; i = 1, 2, \dots, m,$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = \sum_{k=1}^{p} y_{jk} = q_j - \xi_j, \; j = 1, 2, \dots, n, \qquad (17)$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_{jk} = b_k, \; k = 1, 2, \dots, p,$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{i0} = \sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{k=1}^{p} b_k = q_0, \quad \xi_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n, \qquad (18)$$

где $\theta(q_j - \xi_j) = 0$, если $\xi_j = q_j$, 1, если $\xi_j < q_j$, $j = 1, 2, \dots, n$, $\bar{c}_{j0} = c_{ij} + c_i$, $i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n$, $\bar{c}_{jk} = c_{jk} + c_j$, $j = 1, 2, \dots, n$, $k = 1, 2, \dots, p$, $\bar{c}_{i0} = 0$, $i = 1, 2, \dots, m$, $\bar{c}_{0k} = M$, $k = 1, 2, \dots, p$, $T_0 = 0$. Обозначено через $J = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ множество индексов перерабатывающих предприятий B_j, а через δ произвольное подмножество множества J.

Для каждого $\delta \subset J$ построена функция

$$L(x, y, \delta) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j \in \delta} \bar{c}_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in \delta} \sum_{k=1}^{p} \bar{c}_{jk} y_{jk} + \sum_{j \in \delta} T_j.$$

Обозначена через $P(\delta) = \min\limits_{x,y}\{L(x, y, \delta)\}$ при условиях $\sum_{j \in \delta} x_{ij} = a_i$, $i = 1, 2, \dots, m$, $\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = \sum_{k=1}^{p} y_{jk} = q_j - \xi_j$, $j \in \delta \backslash \{0\}$, $\sum_{j \in \delta} y_{jk} = b_k$, $k = 1, 2, \dots, p$, $\sum_{i=1}^{m} x_{i0} = q_0$, $\xi_j \geq 0$, $j \in \delta$.

Задача (16)-(18) заменена следующей задачей:

требуется найти такое $\delta^* \subset J$ на котором $P(\delta^*) = \min\limits_{\delta \subset J}\{P(\delta)\}$. Для задачи доказано достаточное условие применимости метода последовательных расчетов (15). Приведен алгоритм решения задачи с дополнительным условием отбраковки использующий перед подсчетом значения $P(\delta)$, $\delta \subset J$. Демонстрирован алгоритм решения на числовом примере.

В 3.4 изложен метод решения задачи размещения (1)-(5) с ограничениями на объемы перевозимой продукции $x_{ij} \leq a_{ij}$, $i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n$ и без ограничения на объем производства x_i, $i = 1, 2, \dots, m$ в случае, когда функции $\varphi_i(x_i)$, $i = 1, 2, \dots, m$, $\psi_{jk}(y_{jk})$, $j = 1, 2, \dots, n$, $k = 1, 2, \dots, p$ – линейные, а $\varphi_{ij}(x_{ij}) = c_{ij}x_{ij} + \alpha_{ij}\theta(x_{ij})$, $i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n$, $\psi_j(y_j) = c_j y_j + T_j\theta(y_j)$, $j = 1, 2, \dots, n$ разрывны в нуле, т.е. задача

$$L(x, y) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(c_{ij}x_{ij} + \alpha_{ij}\theta(x_{ij})\right) + \sum_{i=1}^{m} c_i x_i + \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{p} c_{jk}y_{jk} + \\ + \sum_{j=1}^{n}\left(c_j y_j + T_j\theta(y_j)\right) \to \min \tag{19}$$

при условиях

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = x_i, \ \ i = 1, 2, \dots, m,$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = \sum_{k=1}^{p} y_{jk} = y_j \leq q_j, \ \ j = 1, 2, \dots, n, \tag{20}$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_{jk} = b_k, \ \ k = 1, 2, \dots, p,$$

$$0 \leq x_{ij} \leq a_{ij}, \ \ i = 1, 2, \dots, m, \ \ j = 1, 2, \dots, n. \tag{21}$$

Далее, к задаче (19)-(21) применен способ, приведенный в 2.2. Обозначены через G – множество пар индексов $\{ir\}$, $i = 1, 2, \dots, m$, $r = 1, 2, \dots, n$, а через J – множество индексов пунктов обработки B_j, $j = 1, 2, \dots, n$. Кроме этого обозначены через ω и δ произвольные подмножества множества G и J. Для произвольных подмножеств $\omega \subset G$ и $\delta \subset J$ построена функция

$$L(x, y, \omega, \delta) = \sum_{ir\in\omega}\sum_{j\in\delta} c_{irj}x_{irj} + \sum_{ir\in\omega}\sum_{j\in\delta}\alpha_{irj} + \sum_{j\in\delta}\sum_{k=1}^{p}\bar{c}_{jk}y_{jk} + \sum_{j\in\delta} T_j. \tag{22}$$

Наименьшее значение функции $L(x, y, \omega, \delta)$ при условиях

$$\sum_{j\in\delta} x_{irj} \leq a_{ir}, \ \ ir \in \omega, \ \ \sum_{ir\in G} x_{irj} = \sum_{k=1}^{p} y_{jk} \leq q_j, \ \ j \in \delta,$$

$$\sum_{j\in\delta} y_{jk} = b_k, \ \ k = 1, 2, \dots, p, \tag{23}$$

$x_{irj} \geq 0$, $ir \in \omega$, $j \in \delta$ и выполнении условий

$$\sum_{k=1}^{p} b_k \leq \sum_{ir\in G} a_{ir}, \quad \sum_{k=1}^{p} b_k \leq \sum_{j\in\delta} q_j, \tag{24}$$

обозначено через $P(\omega,\delta)$, где $\overline{c}_{jk} = c_{jk} + c_j,\ j \in \delta,\ k = 1,2,\dots,p.$

Задача заменена следующей задачей: требуется определить такую пару $\omega^* \subset G$ и $\delta^* \subset J$ на которых $P(\omega,\delta)$ достигала бы своего наименьшего значения $P(\omega^*,\delta^*)$, т.е.

$$P(\omega^*,\delta^*) = \min_{\substack{\omega\subset G\\ \delta\subset J}}\{P(\omega,\delta)\}. \tag{25}$$

Для решения задачи (25) поступаем следующим образом. Любому допустимому $\omega \subset G$ поставлена в соответствие задача

$$L(x,y,J) = \sum_{ir\in\omega}\sum_{j\in J} c_{irj}x_{irj} + \sum_{ir\in\omega}\sum_{j\in J}\alpha_{irj} +$$

$$+\sum_{j\in J}\sum_{k=1}^{p}\overline{c}_{jk}y_{jk} + \sum_{j\in J} T_j\theta\left(q_j - \xi_j\right) \to min \tag{26}$$

при условиях

$$\sum_{j\in J} x_{irj} \leq a_{ir},\ \ ir\in\omega, \quad \sum_{ir\in\omega} x_{irj} = \sum_{k=1}^{p} y_{jk} \leq q_j - \xi_j,\ \ j\in J, \tag{27}$$

$$\sum_{j\in J} y_{jk} = b_k,\ \ k = 1,2,\dots,p,\ \ x_{irj} \geq 0,\ \ ir\in\omega,\ \ \xi_j \geq 0, j\in J. \tag{28}$$

А любому допустимому $\delta \subset J$ поставлена в соответствие следующая задача.

$$L(x,y,G) = \sum_{ir\in G}\sum_{j\in\delta}\left(c_{irj}x_{irj} + \alpha_{irj}\theta\left(x_{irj}\right)\right) +$$

$$+\sum_{j\in\delta}\sum_{k=1}^{p}\overline{c}_{jk}y_{jk} + \sum_{j\in\delta} T_j \to min \tag{29}$$

при условиях

$$\sum_{j\in\delta} x_{irj} \leq a_{ir},\ \ ir\in G, \qquad \sum_{ir\in G} x_{irj} = \sum_{k=1}^{p} y_{jk} \leq q_j,\ \ j\in\delta,$$

$$\sum_{j\in\delta} y_{jk} = b_k,\quad k = 1,2,\dots,p, \tag{30}$$

$$x_{irj} \geq 0,\quad ir\in G. \tag{31}$$

Как было отмечено, что задача (26)-(28) и задача (29)-(31) аналогичны задачам, рассмотренным в 3.3 и 3.2 соответственно, где было доказано достаточное условие применимости метода последовательных расчетов. Следовательно, для всех допустимых $\omega \subset G$ может быть определено такое $\delta^* \subset J$ на котором $P\big((\omega), \delta^*\big) = \min\limits_{\delta \subset J}\big\{P\big((\omega), \delta\big)\big\}$, где $P\big((\omega), \delta\big) = \min\limits_{x,y}\{L(x, y, J)\}$ при условиях (27)-(28) и замене множества J на δ (при фиксированном $\omega \subset G$), а также, для всех допустимых $\delta \subset J$ может быть определено такое $\omega^* \subset G$ на котором $P\big(\omega^*, (\delta)\big) = \min\limits_{\omega \subset G}\big\{P\big(\omega, (\delta)\big)\big\}$, где $P\big(\omega, (\delta)\big) = \min\limits_{x,y}\{L(x, y, G)\}$ при условиях (30)-(31) и замене множества G на ω (фиксированном $\delta \subset J$).

Для решения задачи предложен комбинированный алгоритм расчета, использующий алгоритм метода последовательных расчетов и метод полного перебора с дополнительным условием отбраковки.

В 3.5 рассматривается задача размещения производства и переработки продукции (1)-(5) в случае, когда функции $\varphi_{ij}\big(x_{ij}\big)$, $i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n$, $\varphi_i(x_i)$, $i = 1, 2, \dots, m$ – линейные, $\psi_{jk}\big(y_{jk}\big)$, $y_{jk} \in [0, b_k]$, $j = 1, 2, \dots, n$, $k = 1, 2, \dots, p$ – выпуклые возрастающие функции, а $\overline{\psi}_j\big(y_j\big) = \psi_j\big(y_j\big) + T_j\theta\big(y_j\big)$, $j = 1, 2, \dots, n$, где $\psi_j\big(y_j\big)$ – выпуклая возрастающая функция, $y_j \in \big(0, Q_j\big]$, $j = 1, 2, \dots, n$. Доказано достаточное условие применимости метода последовательных расчетов (15) для задачи. Это обстоятельство позволяет применить к задаче алгоритм метода последовательных расчетов в сочетании с алгоритмом, разработанным в 2.3, основанный на кусочно-линейной аппроксимации выпуклых функций.

В четвертой главе сформулированы экономико-математические модели оптимизационных задач хозяйствующих субъектов сельского хозяйства.

В 4.1 сформулирована экономико-математическая модель определения оптимального объема производства сельскохозяйственной продукции крестьянского хозяйства по критерию максимума прибыли в предположении, что оптовая рыночная цена реализации каждого вида сельскохозяйственной продукции известна и стабильна за планированный период.

Из решения задачи, хозяйствующие субъекты определяют оптимальный размер посевной площади под каждый вид культуры на каждом участке.

В 4.2 сформулирована экономико-математическая модель задачи определения оптимального размера посевной площади под каждый вид культуры и объема производства, объема финансового кредита получаемый хозяйством для выращивания сельскохозяйственной культуры, доставляющий чистый наибольший доход. Предложен способ решения задачи. Построен и решен числовой пример.

В 4.3 сформулирована экономико-математическая модель задачи определения оптимального размера посевной площади под каждый вид культуры на своих и арендуемых участках хозяйства для производства сельхоз продукции и необходимого финансового кредита. Предлагается метод решения для случая с двухсторонними ограничениями на объемы производства.

Для проверки работоспособности сформулированной модели и метода решения построен числовой пример и решен на ПК.

При испоьлзовании сформулированных моделей, хозяйствующие субъекты в своей деятельности, могут определять объем посевной площади под каждый вид культуры, размер финансового кредита, получаемый хозяйством для производства сельскохозяйственной продукции и размер арендуемой посевной площади, а также объемы производимых сельскохозяйственных продукций и объемы ресурса каждого вида необходимого для выращивания сельхоз культуры.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследованием класса нелинейных многоэтапных задач размещения расширен класс задач размещения решаемые методом последовательных расчетов;

разработан метод решения, использующий алгоритм метода последовательных расчетов и метод кусочно-линейной аппроксимации для нелинейной двухэтапной задачи размещения производства и переработки продукции с различными ограничительными условиями на переменные;

доказано достаточное условие применимости метода последовательных расчетов для двухэтапной задачи размещения с нелинейными разрывными в нуле функциями производственных, транспортных затрат и затрат на переработку;

сформулированы экономико-математические модели задач хозяйствующих субъектов сельскохозяйственной отрасли. Решены тестовые примеры для проверки пригодности модели к эксплуатации.

ОПУБЛИКОВАННЫЕ РАБОТЫ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Шаршембиева, Ф.К. Задача оптимизации производства крестьянского хозяйства по критерию максимума прибыли [Текст] / А. Жусупбаев, Ф.К. Шаршембиева // Труды ИВМиМГ СО РАН. Новосибирск, –2007. –Вып. 7. –С. 216-220.
2. Шаршембиева, Ф.К. Решение задачи размещения с искомыми объемами производства и обработки продукции [Текст] / Ф.К. Шаршембиева, А. Касымкулов // Труды Международной азиатской сколы-семинар «Проблемы оптимизации сложных систем». Новосибирск, –2009. —С. 154-158.
3. Шаршембиева, Ф.К. Метод расчета определения оптимального объема производства и обработки продукции [Текст] / А. Жусупбаев, Ф.К. Шаршембиева, Ж.К. Бейшебаева // Вестник КНУ. Сер. 3. –2010. –Т. 13. –Вып. 4. –С. 126-131.
4. Шаршембиева, Ф.К. Решение задачи размещения производства с ограничениями на объемы перевозок [Текст] / А. Жусупбаев, Ф.К. Шаршембиева, А. Султанкул кызы, Ж.К. Бейшебаева // Вестник КНУ. Сер. 3. –2010. –Вып. 4. – С. 175-183.
5. Шаршембиева, Ф.К. Решение нелинейной задачи размещения с ограничениями на объемы перевозки [Текст] / А. Жусупбаев, Ф.К. Шаршембиева, А. Султанкул кызы, Ж.К. Бейшебаева // Вестник КНУ. Сер. 3. –2010. –Вып. 4. – С. 183-188.
6. Шаршембиева, Ф.К. Решение двухэтапной задачи размещения с нелинейной целевой функцией [Текст] / А. Жусупбаев, Ф.К. Шаршембиева // Вестник КНУ. –2013. –Вып. 1. –С. 21-29.
7. Шаршембиева, Ф.К. Определение оптимального размера площади под каждый вид культуры и объема финансового кредита хозяйства [Текст] / Ф.К. Шаршембиева // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. – Бишкек: Илим, –2014. –Вып. 46. –С. 163-169.
8. Шаршембиева, Ф.К. Решение методом последовательных расчетов задачи размещения производства с неоднородными транспортными затратами [Текст] / Ф.К. Шаршембиева // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. – Бишкек: Илим, –2014. –Вып. 46. –С. 170-175.
9. Шаршембиева, Ф.К. Обоснование применимости метода последовательных расчетов к двухэтапной задаче размещения пунктов переработки [Текст] / Ф.К. Шаршембиева // Труды X Международной Азиатской школы-семинара «Проблемы оптимизации сложных систем». –2014. Ч. 2. –С. 713-718.
10. Sharshembieva, F.K. Solution of two - location problem with nonlinear objective function [Text] / F.K. Sharshembieva // The V Congress of Turkic World Mathematicians, Bulan-Sogottu, Kyrgyzstan/ 2014. –C. 291.

РЕЗЮМЕ

Шаршембиева Фаризат Кусейиновнанын

«Үзгүлтүктүү максаттуу функциялуу, өндүрүштөгү көп этаптуу жайгаштыруу маселесин чыгаруу ыкмалары» темасындагы диссертациясы 08.00.13 – экономиканын математикалык жана инструменталдык ыкмалары адистиги боюнча физика-математикалык илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын алуу үчүн сунушталган.

Урунттуу сөздөр: жайгаштыруу маселе, көп этаптуу жайгаштыруу маселе, эки этаптуу жайгаштыруу маселе, көп экстремалдуу маселе, удаалаш эсептөө ыкма, маселенин мүмкүн болуучу планы, план, өндүрүштөгү оптималдуу көлөм.

Изилдөөнүн объекти: Кайра иштелип чыгарылыштын жана өндүрүштү жайгаштыруунун сызыктуу эмес эки этаптуу маселеси.

Иштин максаты: Өндүрүшкө, кайра иштелип чыгарылышка жана ташууга кеткен чыгымды аныктоочу функция сызыктуу эмес (нөлдө үзгүлтүктүү) болгон учурдагы, эки этаптуу класстагы өндүрүштү жайгаштыруу маселенин чыгаруу алгоритмин жана ыкмасын иштеп чыгуу.

Изилдөө ыкмалары: Диссертацияда математикалык программалоо ыкмасы, В.П. Черениндин удаалаш эсептөө ыкмасы, сызыктуу эмес функцияны сызыктуу бөлүкчөлөп аппроксимациялоо ыкмасы жана фиктивдүү диагональ ыкмасы колдонулган.

Алынган натыйжалар жана алардын жаңылыгы: Ар кандай чектөөлөр коюлган шарттарда, продукцияны өндүрүшкө, кайра иштелип чыгарылышка жана ташууга кеткен чыгымды аныктоочу функция сызыктуу эмес болгон учурдагы, эки этаптуу өндүрүштү жана кайра иштелип чыгарылышты жайгаштыруу маселесин удаалаш эсептөө ыкмасынын колдонулушунун жетиштүү шарты далилденди. Иште каралган жайгаштыруу маселелердин жекече учурдагы чарбачылык субъектилердин айыл чарба тармагындагы маселелеринин экономика-математикалык модели түзүлгөн.

Колдонуу даражасы: Теоретикалык натыйжалар Ж. Баласагын ат. КУУнун Математика, информатика жана кибернетика факультетинде окуу процессинде колдонулат. Чарба субъектилери маселенин математикалык модельдерин, чыгаруу алгоритмдерин жана ыкмаларын, продукцияларды өндүрүү жана кайра иштеп чыгуу пункттарын жайгаштыруунун оптималдуу вариантын тандоодо илимий негиздөө үчүн колдонушса болот.

РЕЗЮМЕ

Шаршембиевой Фаризат Кусейиновны на тему:

Диссертационной работы «Методы решения многоэтапной задачи размещения производства с разрывной целевой функцией» представлена на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 08.00.13 – математические и инструментальные методы экономики

Ключевые слова: задача размещения, многоэтапные задачи размещения, двухэтапные задачи размещения, многоэкстремальные задачи, метод последовательных расчетов, допустимый план задачи, план, оптимальный объем производства.

Объект исследования: Нелинейные двухэтапные задачи размещения производства и переработки.

Цель работы: Разработка методов и алгоритмов решений класса двухэтапных задач размещения производства и переработки, когда функции, определяющие затраты на производство, транспортировку и затраты на переработку продукции являются нелинейными (разрывными в нуле).

Методика исследования: В работе использованы методы математического программирования, метод последовательных расчетов В.П. Черенина, метод кусочно-линейной аппроксимации нелинейных функций и метод фиктивной диагонали.

Полученные результаты и их новизна: Доказано достаточное условие применимости метода последовательных расчетов для двухэтапной задачи размещения производства и переработки с нелинейными функциями транспортных, производственных затрат и затрат на переработку при различных ограничительных условиях. Сформулированы экономико-математические модели задач хозяйствующих субъектов сельскохозяйственной отрасли, сводящаяся к частным случаям, задачи размещения.

Степень использования: Теоретические результаты используются в учебном процессе факультета Математики, информатики и кибернетики КНУ им. Ж. Баласагына. Математические модели, методы и алгоритмы решения задач могут быть использованы хозяйствующими субъектами для научного обоснования выбора эффективного варианта размещения пунктов производства продукции и пунктов переработки.

SUMMARY

Sharshembieva Farizat Kuseyinovna

on theme: Dissertation «Methods for solving multi-step problem of locating production with discontinuous objective function» submitted for the scientific degree of candidate of physical-mathematical sciences on specialty 08.00.13 – Mathematical and instrumental methods of economy

Key words: location problem, multi-stage facility location problem, two-stage facility location problem, multiextremal problems, the method of successive calculations, permissible plan task, plan, the optimal output of production.

Object of investigation research: Nonlinear two-stage problem of locating production and processing.

Objective: Development of methods and algorithms for solving a class of two-stage problem of locating production and processing, when the functions which determine the cost of production, transportation and processing costs of production are non-linear (discontinuous at the origin).

Method of research: We used the methods of mathematical programming, the Cherenin's method of successive calculations, method of piecewise linear approximation of nonlinear functions, and the method of fictitious diagonal.

The results obtained and their novelty: We prove a sufficient condition for the applicability of the method of successive calculations for two-stage facility location problem with the production and processing of non-linear functions of transport, production costs and the cost of processing at various restrictive conditions. Formulated economic and mathematical model of the problem of subjects of agriculture, leading to particular cases considered in the location problem.

Extent of use: The theoretical results are used in the learning process at the Faculty of Mathematics, Informatics and Cybernetics of the KNU named after Balasagyn. Mathematical models, methods and algorithms for solving tasks can be used by business entities for the scientific substantiation in the choosing of the optimal variant of production placing items and processing points.