НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
КЫРГЫЗСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Ж.БАЛАСАГЫНА

Диссертационный совет Д.01.12.001

На правах рукописи
УДК 517.95

Дурмонбаева Замира Алымбековна

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Бишкек - 2014

Работа выполнена на кафедре «Высшая и прикладная математика» Института горного дела и горных технологий им. академ. У. А. Асаналиева при Кыргызском государственном техническом университете им. И. Раззакова

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, доцент Аблабеков Б.С..

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор Сопуев А.

кандидат физико-математических наук, доцент Сулайманов Б.Э.

Ведущая организация: Казахский национальный аграрный университет

Защита диссертации состоится « 19 » декабря 2014г. в 14.00 часов на заседании диссертационного совета Д.01.12.001 по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата физико-математических наук при Институте теоретической и прикладной математики НАН Кыргызской Республики и Кыргызском Национальном университете им. Ж.Баласагына по адресу: Кыргызстан, 720054, г. Бишкек, ул. Абдымомунова 328, лабораторный корпус №6 КНУ, аудитория 211.

С диссертацией можно ознакомиться в Центральной научной библиотеке НАН Кыргызской Республики по адресу: Кыргызстан, 720071, г. Бишкек, проспект Чуй, 265-а.

Автореферат разослан « 15 » ноября2014 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
д.ф.-м.н., с.н.с. Искандаров С

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Под обратными задачами для дифференциальных уравнений понимаются задачи определения коэффициента, правых частей уравнений, начальных или граничных условий по некоторой дополнительной информации (переопределении) о решении прямой задачи.

Математическое моделирование процессов фильтрации жидкости в трещиновато-пористых средах, передачи тепла в гетерогенной среде, влагопереноса в почво-грунтах, процесс охлаждения сложных сред приводят к изучению обратных задач для нелинейных псевдопараболических уравнений третьего порядка.

Диссертационная работа посвящена исследованию обратных задач для нелинейных псевдопараболических уравнений третьего порядка. Как известно, нелинейные задачи изучены не столь подробно как линейные. Исследованию нелинейных постановок уделяется в настоящий момент больше внимания в силу их сложности и важности для приложений.

Исследованию задачи Коши и смешанных задач для линейных и нелинейных уравнений псевдопараболического типа посвящены работы Г.И.Баренблатта, Ю.П.Желтова, И.Н.Кочиной, В. А.Водаховой, В.А.Гилева, Г.А.Шадрина, А.И.Кожанова, А.Г.Свешникова, М.О.Корпусова, Ю.Д. Плетнера, М.Х.Шханукова, R.E.Showalter, T.Ting, D.Colton, W .Rundell.

Обратные задачи для дифференциальных уравнений второго порядка изучались и развивались в работах М.М. Лаврентьева, В.Г. Романова, Ю.Е. Аниконова, А.Асанова, А.Л.Бухгейма, М.И.Иманалиева, С.И.Кабанихина, М.В. Клибанова, А.И. Прилепко, В.Г. Яхно и других авторов.

Характерной особенностью обратных задач является их некорректность в смысле Ж.Адамара. Основы теории некорректно поставленных задач были заложены в работах А.Н.Тихонова, М.М.Лаврентьева, В.К.Иванова.

Линейные и нелинейные обратные задачи для линейных псевдопараболических уравнений в различных постановках изучались в работах Э.Р.Атаманова, М.Ш.Мамаюсупова, W.Rundell, А. Асанова, Э.Р.Атаманова, Б.С.Аблабекова и других. Обратные задачи для нелинейных псевдопараболических уравнений мало изучены.

Цель работы. Основной целью работы является исследование разрешимости обратной задачи определения правой части и коэффициентов для нелинейных псевдопараболических уравнений третьего порядка с различными дополнительными условиями.

Методы исследования. В диссертационной работе используются методы сведения обратных задач к интегральным уравнениям типа Вольтерра и Фредгольма второго рода, полученные с использованием предварительно установленных результатов по прямым задачам для нелинейных псевдопараболических уравнений третьего порядка.

Научная новизна. Основные результаты, полученные в диссертации:

– установлена однозначная разрешимость обратной задачи восстановления правой части зависящее от времени в нелинейных уравнениях Бенджамина - Бона – Махони, Бенджамина - Бона – Махони-Бюргерса. Получены оценки непрерывной зависимости изменения решения обратной задачи от изменения информации;

– установлена однозначная разрешимость обратной задачи восстановления правой части зависящее от пространственных переменных в обобщенном нелинейном уравнении Буссинеска;

–найдены достаточные условия единственности решения коэффициентной обратной задачи для одного нелинейного псевдопараболического уравнения;

–найдены достаточные условия существования, единственности решения коэффициентной обратной задачи с переопределением во внутренней точке для нелинейного псевдопараболического уравнения;

–установлена однозначная разрешимость обратной задачи восстановления коэффициента с интегральным переопределением для нелинейного уравнения Бенджамина - Бона – Махони.

Все результаты диссертационной работы являются новыми.

Теоретическая и практическая значимость. Диссертационная работа носит теоретический характер. Полученные результаты могут быть использованы в дальнейшем при исследовании обратных задач для нелинейных псевдопараболических уравнений четвертого и более высокого порядков, а также при решении прикладных задач приводящих к таким уравнениям.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на семинаре кафедры «Высшая и прикладная математика» ИГД и ГТ им. акад. У. А. Асаналиева, на семинаре профессора д.ф.-м.н. С.Е. Темирболата (КазНУ, Алматы 2013г.), на семинаре кафедры «Высшая и прикладная математика» КНАУ им. К.И.Скрябина, на международной конференции «Современное состояние и перспективы развития горнодобывающей отрасли» (Бишкек, 2013г), на международной конференции «Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений» (Бишкек, КРСУ, 2013г), на международной конференции «Современное состояние и перспективы развития горнодобывающей отрасли» посвященное 80-летию академика У.А.Асаналиева (Бишкек, 2014г).

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в работах [1]-[8]. Из совместных работ постановка задач предложена научным руководителем, а доказательства теорем проведены соискателем самостоятельно.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из перечня условных обозначений, введения, четырех глав, содержащих 17 параграфов, выводов, списка литературы из 65 наименований. Объём диссертации составляет 84 страницы. Формулы в каждой главе нумеруются тремя натуральными числами, первое из которых указывает на номер главы, второе – номер параграфа, третье – номер формулы в параграфе.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

1.3. Краткое изложение содержания диссертации

Во введении обосновывается актуальность темы исследования, формулируется цель работы, приводится обзор литературы по исследуемой теме.

Первая глава состоит из 6-ти параграфов. В параграфе 1.1 дается краткий обзор литературы.

В следующих параграфах приводятся результаты по задаче Коши и смешанной задаче для одномерного псевдопараболического уравнения, а также некоторые сведения, используемые в дальнейшем.

В § 1.5 излагается краткое содержание диссертации.

Вторая глава состоит из 2-х параграфов и в ней рассматривается ряд прямых (начальных и краевых) задач для нелинейных псевдопараболических уравнений. Основным результатом этой главы является доказательство корректности рассматриваемых задач, которое применяется при исследовании обратных задач. Поэтому полученные результаты носят вспомогательный характер.

В §2.1 изучена задача связанная с уравнением динамики почвенной влаги и грунтовой воды, которое описывается линеаризованным уравнением Аллера

$$u_t = Au_{xxt} + Du_{xx} + f(x,t), \quad 0 < x < h, 0 < t < T, \tag{1}$$

где A и D - положительные постоянные, $f(x,t)$ - заданная функция. Для уравнения (1) поставим следующую задачу:

Определить распределение влаги $u(x,t)$ в почвенном слое $0 \le x \le h$ для всех времен $t \in [0,T]$, если известны

а) распределение влаги на поверхности почвы

$$u(0,t) = \mu(t), \quad 0 \le t \le T, \tag{2}$$

б) глубинный ход влажности в начальный момент

$$u(x,0) = \varphi(x), \ 0 \le x \le h; \tag{3}$$

в) скорость расхода влаги в слое $0 \le x \le h$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^h u(\xi,t)d\xi = v(t), \qquad 0 \le t \le T. \tag{4}$$

Справедлива

ТЕОРЕМА 2.1.1. Пусть $f(x,t) \in C(\overline{D})$, $\varphi(x) \in C^2([0,h])$, $\mu(t) \in C^1([0,T])$, $v(t) \in C([0,T])$ и удовлетворяют условию согласования $\varphi(0) = \mu(0)$. Тогда решение задачи (1) - (4) существует и единственно.

В §2.2 изучаются две задачи: задача Гурса и первая начально-краевая задача с нелинейными граничными условиями для нелинейного обобщенного уравнения Буссинеска.

Задача 1. Рассмотрим краевую задачу для нелинейного обобщенного уравнения Буссинеска

$$u_t(x,t) = \alpha(u^2(x,t))_{xx} + u_{xxt}(x,t) + f(x,t), (x,t) \in Ц_T, \tag{5}$$

$$u(x,0) = u_0(x), \quad 0 \le x \le l, \tag{6}$$

$$u(0,t) = \mu_1(t), u_{xt}(0,t) + (u^2)_x(0,t) = \mu_2(t), \quad 0 \le t \le T. \tag{7}$$

ТЕОРЕМА 2.2.1. Пусть $f(x,t) \in C(\overline{Ц}_T)$, $u_0(x) \in C^2([0,l])$, $\mu_1(t), \mu_2(t) \in C^1([0,T])$, $u_0(0) = \mu_1(0)$.Тогда для достаточно малого $T > 0$ существует единственное решение задачи Гурса (5)-(7).

Задача 2. Рассмотрим начально-краевую задачу для нелинейного обобщенного уравнения Буссинеска

$$u_t(x,t) = \alpha(u^2(x,t))_{xx} + u_{xxt}(x,t) + f(x,t), \quad x,t \in Ц_T, \tag{8}$$

$$u(x,0) = u_0(x), \quad 0 \le x \le l, \tag{9}$$

$$u_{xt}(0,t) + (u^2)_x(0,t) = \mu_1(t), \quad u_{xt}(l,t) + (u^2)_x(l,t = \mu_2(t), \quad 0 \le t \le T, \tag{10}$$

ТЕОРЕМА 2.2.2. Пусть $f(x,t) \in C(\overline{Ц}_T), u_0(x) \in C^2([0,l])$, $\mu_1(t), \mu_2(t) \in C^1([0,T])$. Тогда для достаточно малого $T > 0$ существует единственное решение задачи (8)-(10).

В главе 3 рассматриваются обратные задачи восстановления правых частей в нелинейном псевдопараболическом уравнении.

В §3.1 изучена обратная задача определения пары функций $\{u(x,t), f(t)\} \in C^{(2,1)}(Q_T^+) \cap C(\overline{Q}_T^+) \times C([0,T])$ из нелинейного уравнения Бенджамина-Бона-Махони

$$u_t(x,t) = u_{xxt}(x,t) + u_x + \frac{\alpha}{2}(u^2(x,t))_x + f(t)h(x,t) + g(x,t), \quad (x,t) \in Q_T^+, \qquad (11)$$

и условий:

$$u(x,0) = u_0(x), \quad x \in \overline{R}^+, \qquad (12)$$

$$u(0,t) = \varphi(t), \quad 0 \le t \le T, \qquad (13)$$

$$u(x_0,t) = \psi(t), \quad 0 \le t \le T, \quad x_0 \in (0,\infty), \qquad (14)$$

где $\alpha > 0 - const$.

ТЕОРЕМА 3.1.1. Пусть $u_0(x) \in C_b^{(2)}(\overline{R}^+), \quad \varphi, \psi \in C^1([0,T]),$ $h, g \in C_b(\overline{\Omega}_T), \quad |h(x,t)| \ge h_0 > 0$ и выполнены условия согласования $u_0(0) = \varphi(0), \quad u_0(x_0) = \psi(0)$. Тогда для достаточно малых $T > 0$, которое $T < T^* = 1 \Big/ \min[4\|\tilde{f}_1\|_{C_b}^2 \max(T(1 + h_0^{-1}\|h\|_{C_b}), T)]$ существует единственное решение обратной задачи (11)-(14).

В §3.2 рассматривается обратная задача нахождения пары функций $\{u(x,t), f(t)\} \in C^{(2,1)}(Ц_T) \cap C(\overline{Ц}_T) \times C([0,T])$ из нелинейного уравнения Бенджамина-Бона-Махони-Бюргерса

$$u_t - \alpha u_{xx} - u_{xxt} + \beta u_x + (u^2)_x = f(t)h(x,t) + g(x,t), \quad (x,t) \in Ц_T, \qquad (15)$$

удовлетворяющих условиям:

$$u(x,0) = u_0(x), \quad 0 \le x \le l, \qquad (16)$$

$$u(0,t) = \mu_1(t), \quad u(l,t) = \mu_2(t), \quad 0 \le t \le T, \qquad (17)$$

$$u(x_0,t) = \varphi(t), \quad 0 \le t \le T, \quad x_0 \in (0,l), \qquad (18)$$

где $\alpha, \beta > 0 - const$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Решением обратной задачи (15)-(18) называется пара функций $\{u(x,t), f(t)\} \in C^{(2,1)}(Ц_T) \cap C(\overline{Ц}_T) \times C[0,T]$, удовлетворяющая условиям (15)-(18).

ТЕОРЕМА 3.2.1. Пусть $u_0(x) \in C^2([0,l])$, $\mu_1(t), \mu_2(t) \in C^1([0,T])$, $h, g \in C(\overline{Ц}_T)$, $|h(x,t)| \geq h_0 > 0$ и выполнены условия согласования $u_0(0) = \mu_1(0)$, $u_0(l) = \mu_2(0)$, $u_0(x_0) = \varphi(0)$. Тогда существует единственное решение обратной задачи (15)-(18).

В §3.3 рассматриваются две обратные задачи нахождения правой части из нелинейного обобщенного уравнения Буссинеска по финальному переопределению.

Задача 1. На множестве $Ц_T$ рассмотрим обратную задачу нахождения пары функций (u, f) из нелинейного обобщенного уравнения Буссинеска

$$u_t(x,t) = \alpha(u^2(x,t))_{xx} + u_{xxt}(x,t) + f(x)h(x,t) + g(x,t), \; (x,t) \in Ц_T, \qquad (19)$$

и условий:

$$u(x,0) = u_0(x), \quad 0 \leq x \leq l, \qquad (20)$$

$$u(0,t) = \mu_1(t), \quad u_x(0,t) = \mu_2(t), \quad 0 \leq t \leq T, \qquad (21)$$

$$u(x,T) = u_1(x), \quad 0 \leq x \leq l. \qquad (22)$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Решением обратной задачи (19)-(22) называется пара функций $\{u(x,t), f(x)\} \in C^{(2,1)}(Ц_T) \cap C(\overline{Ц}_T) \times C[0,l]$, удовлетворяющая условиям (19)-(22).

ТЕОРЕМА 3.3.1. Пусть $u_0(x) \in C^2[0,l]$, $\mu_1, \mu_2 \in C^1[0,T]$, $h, g \in C(\overline{Q}_T)$, $|h(x,t)| \geq h_0 > 0$ и выполнены условия согласования $u_0(0) = \mu_1(0)$, $u_0'(0) = \mu_2(0)$, $u_1(0) = \mu_1(T)$, $u_1'(0) = \mu_2(T)$. Тогда существует единственное решение обратной задачи (19)-(22).

Задача 2. На множестве Q_T^+ рассмотрим обратную задачу нахождения пары функций (u, f) из нелинейного обобщенного уравнения Буссинеска

$$u_t(x,t) = \alpha(u^2(x,t))_{xx} + u_{xxt}(x,t) + f(x)h(x,t) + g(x,t),\ (x,t) \in Q_T^+, \qquad (23)$$

и условий:

$$u(x,0) = u_0(x), \quad 0 \le x < \infty, \qquad (24)$$

$$u(0,t) = \mu_1(t), \qquad 0 \le t \le T, \qquad (25)$$

$$u(x,T) = u_1(x), \quad 0 \le x < \infty. \quad . \qquad (26)$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Решением обратной задачи (23)-(26) называется пара функций $\{u(x,t), f(x)\} \in C_b^{(2,1)}(Q_T^+) \cap C_b(\overline{Q}_T^+) \times C_b[0,\infty)$, удовлетворяющая условиям (23)-(26).

ТЕОРЕМА 3.2.2. Пусть $u_0(x) \in C_b^2[0,\infty)$, $\mu_1 \in C^1[0,T]$, $h \in C_b^{(2,1)}(\overline{Q}_T^+), g \in C_b(\overline{Q}_T^+)$, $|h(x,t)| \ge h_0 > 0$ и выполнены условия согласования $u_0(0) = \mu_1(0)$, $u_1(0) = \mu_1(T)$. Тогда существует единственное решение задачи (23)-(26).

Четвертая глава посвящена исследованию коэффициентных обратных задач для нелинейных псевдопараболических уравнений.

В §4.1 рассматриваются две задачи определения нелинейного коэффициента $f(u)$.

Задача 1. Рассмотрим в области $Ц_T$ краевую задачу для нелинейного псевдопараболического уравнения:

$$u_t = u_{xxt} + u_{xx} + f(u), \qquad (27)$$

$$u(x,0) = u_0(x), \quad 0 \le x \le l, \qquad (28)$$

$$u(0,t) = \varphi(t), \quad u(l,t) = \psi(t), \quad 0 \le t \le T. \qquad (29)$$

Будем предполагать, что функции $u_0(x), \varphi(t),\ \psi(t)$ и $f(u)$ удовлетворяют следующим условиям гладкости:

$$u_0(x) \in C^{(2)}([0,l]), \varphi(t), \psi(t) \in C^1([0,T]),$$

$$f(\xi) \in C^1(-\infty,+\infty), \quad 0 < f'(\xi) \le f_0; \quad f(0) = 0,$$

где f_0 - положительная постоянная.

Рассмотрим задачу определения неизвестного источника $f(u)$ в уравнении (27) по дополнительной информации о решении (27) -(29)

$$u_x(0,t) = \mu(t), \quad 0 \le t \le T, \tag{30}$$

где $\mu(t)$ - заданная функция.

Прежде чем исследовать обратную задачу сначала изучим вопрос о существовании и единственности решения прямой задачи (27)-(29) в предположении, что функции $u_0(x), \varphi(t)$, $\psi(t)$ и $f(u)$ известны.

Для прямой задачи (27) - (29) справедлива

ТЕОРЕМА 4.1.1. Пусть $u_0(x) \in C^{(2)}([0,l])$, $\varphi(t), \psi(t) \in C^{(1)}([0,T])$, $f(\xi) \in C^1(-\infty,+\infty)$, $0 < f'(\xi) \le f_0$; $f(0) = 0$ и выполнены условия согласования $u_0(0) = \varphi(0)$, $u_0(l) = \psi(0)$. Тогда существует единственное решение $u(x,t) \in C^{(2,1)}(\overline{Ц}_T)$ задачи 1, удовлетворяющее (27)-(29).

Для обратной задачи (27)-(30) имеет место

ТЕОРЕМА 4.1.2. Пусть $u_0(x) \in C^{(2)}([0,l])$, $\varphi(t), \psi(t), \mu(t) \in C^{(1)}([0,T])$, $f(\xi) \in C^1(-\infty,+\infty)$, $0 < f'(\xi) \le f_0$; $f(0) = 0, u_0(0) = \varphi(0), u_0(l) = \psi(0)$, $u_0'(0) = \mu(0)$, $\psi(t) \ge 0$, $\psi'(t) > 0 \quad \forall t \in (0,T)$; $u_0(x) \ge 0$, $u_0'(x) < 0 \quad \forall x \in (0,l)$. Тогда решение обратной задачи (27)-(30) единственно.

Задача 2. Рассмотрим в области Q_T^+ задачу определения неизвестного источника $f(u)$ из условий:

$$u_t = u_{xxt} + u_{xx} + f(u), \tag{31}$$

$$u(x,0) = u_0(x), \quad 0 \le x < \infty, \tag{32}$$

$$u(0,t) = \varphi(t), \quad 0 \le t \le T. \tag{33}$$

$$u_x(0,t) = \psi(t), \quad 0 \le t \le T, \tag{34}$$

где $\psi(t)$ - заданная функция.

Будем предполагать, что функции $u_0(x), \varphi(t)$ и $f(u)$ удовлетворяют следующим условиям гладкости:

$u_0(x) \in C_b^{(2)}(\overline{R}^+), \varphi(t) \in C^1([0,T]),$

$f(\xi) \in C^1(-\infty,+\infty), \quad 0 < f^{'}(\xi) \le f_0; \quad f(0) = 0.$

где f_0 - положительная постоянная.

Как и в задаче 1 сначала изучим вопрос о существовании и единственности решения прямой задачи (31)-(33) в предположении, что функции $u_0(x), \varphi(t)$ и $f(u)$ известны.

Для прямой задачи (31) -(33) справедлива

ТЕОРЕМА 4.1.3. Пусть $u_0(x) \in C_b^{(2)}(\overline{R}^+), \quad \varphi(t) \in C^1([0,T]),$ $f(\xi) \in C^1(-\infty,+\infty), \quad 0 < f^{'}(\xi) \le f_0; \quad f(0) = 0$ и выполнено условие согласования $u_0(0) = \varphi(0)$. Тогда существует единственное решение $u(x,t) \in C_b^{(2,1)}(\overline{Q}_T^+)$ задачи 2, удовлетворяющее (31)-(33).

Для обратной задачи (31)-(34) справедлива

ТЕОРЕМА 4.1.4. Пусть функции $u_0(x), \varphi(t)$, $f(\xi)$ удовлетворяют условиям теоремы 4.1.3, $\psi(t) \in C^1([0,T])$, $\psi(t) \ge 0, \ \psi^{'}(t) > 0 \quad \forall t \in (0,T),$ $u_0(x) \ge 0, \ u_0^{'}(x) < 0 \quad \forall x \in (0,\infty)$ и выполнены условия согласования $u_0(0) = \varphi(0), \quad u_0^{'}(0) = \psi(0)$. Тогда решение обратной задачи (31)-(34) единственно.

В §4.2 изучается коэффициентная обратная задача с интегральным переопределением.

В области $Ц_T$ рассмотрим задачу определения пары функций $\{u(x,t), q(t)\}$, удовлетворяющих нелинейному обобщенному уравнению Буссинеска

$$u_t(x,t) - \alpha(u^2(x,t))_{xx} - u_{xxt}(x,t) + q(t)u(x,t) = 0, \quad (x,t) \in Ц_T \tag{35}$$

начальному условию

$$u(x,0) = u_0(x), \quad 0 \le x \le l, \tag{36}$$

нелинейным краевым условиям

$$u_{xt}(0,t)+(u^2)_x(0,t)=\mu_1(t), \quad u_{xt}(l,t)+(u^2)_x(l,t=\mu_2(t), \quad 0\le t\le T, \tag{37}$$

и условию переопределения

$$\int_0^1 u(x,t)dx=\varphi(t), \quad 0\le t\le T\,. \tag{38}$$

ТЕОРЕМА 4.2.1. Пусть $u_0(x)\in C^2([0,l]), \quad \mu_1(t)\in C^1([0,T]),$ $|\varphi(t)|\ge\varphi_0>0,\ \varphi(t)\in C^1([0,T]), \varphi(0)=\int_0^1 u_0(x)dx$. Тогда для достаточно малого $T>0$ существует единственное решение задачи (35)-(38).

В §4.3 изучается обратная задача определения коэффициента по переопределению во внутренней точке.

Задача. В области $Ц_T$ найти пару функций $\{u(x,t), q(t)\}$, удовлетворяющих нелинейному уравнению Бенджамина Бона-Махони

$$u_t(x,t)-u_{xxt}(x,t)-\alpha(u^2(x,t))_x-u_x(x,t)+q(t)u(x,t)=0,(x,t)\in Ц_T \tag{39}$$

начальному условию

$$u(x,0)=u_0(x), \quad 0\le x\le l, \tag{40}$$

и краевым условиям

$$u(0,t)=\mu_1(t), \quad u(l,t)=\mu_2(t), \quad 0\le t\le T, \tag{41}$$

и условию переопределения

$$u(x_0,t)=\varphi(t), \quad 0\le t\le T,\ 0<x_0<l, \tag{42}$$

где $u_0(x), \mu_1(t), \mu_2(t), \varphi(t)$- заданные на $[0,l],\ [0,T]$ соответственно, а $u(x,t),\ q(t)$ - искомые функции.

ТЕОРЕМА 4.3.1. Пусть $u_0(x)\in C^2([0,l]), \quad \mu_1(t), \mu_2(t)\in C^1([0,T]),$ $u_0(0)=\mu_1(0), u_0(l)=\mu_2(0), u_0(x_0)=\varphi(0),\ |\varphi(t)|\ge\varphi_0>0,\ \varphi(t)\in C^1([0,T]).$

Тогда для достаточно малого $T>0$ существует единственное решение задачи (39)-(42).

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

1. Дурмонбаева, З.А. Обратная задача для уравнения Бенджамена-Бона-Махони [Текст] / Аблабеков Б.С., Дурмонбаева З.А. // Исслед. по интегро-дифференциальным уравнениям. Бишкек: Илим, 2006.-Вып. 35.-С. 188-192.
2. Дурмонбаева,З.А. Нелокальная краевая задача для уравнения Аллера[Текст]/ Аблабеков Б.С., Дурмонбаева З.А. //Исслед.по интегро-дифференциальным уравнениям. Бишкек:Илим, 2006.-Вып.35.-С. 183-187.
3. Дурмонбаева, З.А. О разрешимости задачи Гурса и краевой задачи для нелинейного обобщенного уравнения Буссинеска [Текст]/ Дурмонбаева З.А. // Исслед. по интегро-дифференциальным уравнениям. Бишкек: Илим, 2012. - Вып. 44.- С. 156-160.
4. Дурмонбаева, З.А. Обратные задачи определения источника в нелинейном уравнении Бенджамина-Бона-Махони [Текст]/ Аблабеков Б.С., Дурмонбаева З.А. // Исслед. по интегро-дифференциальным уравнениям. Бишкек: Илим, 2012 . - Вып. 45.- С. 132-138.
5. Дурмонбаева,З.А. Обратная задача для нелинейных псевдопараболических уравнений [Текст] / Аблабеков Б.С., Дурмонбаева З.А. //Тезисы докладов конф. «Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений» - Бишкек, КРСУ -2013, С.65.
6. Дурмонбаева,З.А. Прямые и обратные задачи для нелинейных псевдопараболических уравнений [Текст]/ Дурмонбаева З.А. // Известия, КГТУ им. И.Раззакова, №28.- Бишкек, 2013г.- С.498-501.
7. Дурмонбаева,З.А. Обратная задача определения правой части в нелинейном псевдопараболическом уравнении Бенджамина-Бона-Махони-Бюргерса [Текст] /Б.С.Аблабеков, З.А. Дурмонбаева //Вестн. КазНПУ им. Абая. Сер. физ.-мат. Науки, №3(43).-Алматы, 2013.-С.3– 6.
8. Дурмонбаева, З.А. Об разрешимости обратной задачи для нелинейного уравнения Буссинеска [Текст]/ Дурмонбаева З.А. // Известия, КГТУ им. И.Раззакова, №33.- Бишкек, 2014г.- С.532-535.

РЕЗЮМЕ

Дурмонбаева Замира Алымбековна

Сызыктуу эмес псевдопараболалык теңдемелер үчүн тескери маселелер

Физика-математика илимдеринин кандидаттык окумуштуу даражасын алуу үчүн жазылган диссертация (01.01.02 - дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу)

***Урунттуу сөздөр*:** Псевдопараболалык теңдемелер; Вольтеррдин теңдемеси; тескери маселелер; корректтүү эмес маселелер; локалдуу эмес чектик шарттар.

***Изилдөөнүн объекти*:** Сызыктуу эмес псевдопараболалык теңдемелер үчүн тескери маселелер.

***Иштин максаттары*:** Үчүнчү тартиптеги сызыктуу эмес псевдопараболалык теңдемелердеги бош мүчөлөрдү жана коэффициенттерди табуу үчүн ар түрдүү кошумча информациялар менен тескери маселелеринин чыгарылыштарынын жашоосун жана жалгыздыгы жөнүндөгү суроолорду изилдөө.

***Изилдөнүн ыкмалары*:** Иште тескери маселелерди экинчи түрдөгү интегралдык теңдемелерге келтирүү ыкмалары түзүлдү.

***Иштин илимий жаңылыктары*:** Тиешелүү түз маселелердин чыгарылыштарынын жардамы менен тескери маселелердин чыгарылышын тургузуунун ыкмаларын түзүү. Бул ыкмалардын жардамы менен төмөнкү маселелердин чыгарылышынын жашоосуунун жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттары табылды: сызыктуу эмес Буссинеск теңдемесинин бош мүчөсүн жана коэффициентин табуу тескери маселесинин, сызыктуу эмес Бенджамин-Бона-Махони теңдемесинин бош мүчөсүн жана коэффициентин табуу тескери маселесинин.

РЕЗЮМЕ

Дурмонбаева Замира Алымбековна

Обратные задачи нелинейных псевдопараболических уравнений

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности (01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление)

Ключевые слова: Псевдопараболические уравнения; уравнения Вольтерра; обратные задачи; некоректные задачи; нелокальные граничные условия.

***Объекты исследования*:** Обратные задачи нелинейных псевдопараболических уравнений

Цель работы: исследование вопросов существования и единственности решения обратных задач о восстановлении правых частей и коэффициентов для нелинейных псевдопараболических уравнений третьего порядка с различными дополнительными условиями.

Методика исследования: В работе созданы методы сведения обратных задач к нелинейным интегральным уравнениям второго рода.

Научная новизна работы. Разработан метод построения решений обратных задач при помощи решений соответствующих прямых задач. С помощью этих методов найдены достаточные условия существования и единственности решения: обратных задач по восстановлению правых частей и коэффициента в нелинейном обобщенном уравнении Буссинеска; обратных задач по восстановлению правых частей и коэффициента в нелинейном уравнении Бенджамина-Бона-Махони.

SUMMARY

Durmonbaeva Zamira Alymbekovna

Inverse problems for non-linear pseudoparabolic equations

Dissertation for the degree of candidate of physical and mathematical sciences (01.01.02 - differential equations, dynamic systems and optimal control)

Keywords*:* pseudoparabolic equations; Volterra equations, inverse problems, ill-posed problems, nonlocal boundary conditions.

Objects of research: Inverse problems for non-linear pseudoparabolic equations.

Aims of paper: Investigation of questions of existence and uniqueness of the solution of inverse problems of restoration of the right sides and of the coefficients for the pseudoparabolic equations with various additional conditions; investigation of the solvability of local and nonlocal boundary value problems for loaded pseudoparabolic equations associated with inverse problems.

Methods of ınvestıgatıon**:** Methods of reducing inverse problems to integral equations created in the paper.

Scientific novelty of the work: Developed a method for constructing solutions of inverse problems using solutions of the corresponding direct problems. Using these methods, we will find sufficient conditions for the existence and uniqueness of solutions, the inverse problems of the recovery the right parts, and the coefficient in the nonlinear generalized Boussinesq equation, the inverse problems of the recovery the right parts, and the coefficient in the non-linear Benjamin-Bona-Mahony equation,

Дурмонбаева Замира Алымбековна

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук