КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН УЛУТТУК ИЛИМДЕР АКАДЕМИЯСЫ МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТУ

Ж. БАЛАСАГЫН АТЫНДАГЫ КЫРГЫЗ УЛУТТУК УНИВЕРСИТЕТИ

Д 01.19.598 Диссертациялык кеңеши

Кол жазманын укугунда
УДК 517.928

Кожобеков Кудайберди Гапаралиевич

Бисингулярдуу козголгон дифференциалдык теңдемелердин чечимдеринин бир калыптагы асимптотикасы

01.01.02 –Дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу

Физика-математикалык илимдердин доктору окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын
АВТОРЕФЕРАТЫ

Бишкек – 2020

Диссертациялык жумуш Ош мамлекеттик университетинин алгебра жана геометрия кафедрасында аткарылган

Илимий консультанты: физика-математика илимдердин доктору, профессор, Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдеринин академиясынын корреспондент-мүчөсү **Алымкулов Келдибай,** (Ош МУ, ФКИ институнун директору)

Расмий оппоненттер: физика-математика илимдердин доктору, профессор, Казахстан Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын академиги **Отелбаев Мухтарбай,** (КР ББИМ ИК математика жана математикалык моделдөө Институтунун Башкы илимий кызматкери)

физика-математика илимдердин доктору, профессор **Дауылбаев Муратхан Кудайбергенович,** (Аль-Фараби атындагы КазУУ, дифференциалдык теңдемелер жана башкаруу теориясы кафедрасы)

физика-математика илимдердин доктору, профессор. **Искандаров Самандар,** (КР УИА Математика институту, Интегро-дифференциалдык теңдемелер лабораториясы)

Жетектөөчү мекеме: Фергана мамлекеттик университети, 112000, Өзбекистан, Фергана шаары, Мураббийлар көчөсү, 19.

Диссертацияны коргоо 2020-жылдын 8-апрелинде саат 14^{00}дө Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Математика институтунун жана Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин алдындагы физика-математика илимдеринин доктору (кандидаты) илимий даражасын изденип алуу үчүн диссертацияларды коргоо боюнча Д 01.19.598 диссертациялык кеңешинин отурумунда өтөт. Дареги: Кыргызстан, 720071, Бишкек шаары, Чүй проспекти 265-А, 374- дарскана.

Диссертация менен Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын борбордук илимий китепканасынан жана Математика институтунун www.math.kg сайтынан таанышууга болот.
Дареги: Кыргызстан, 720071, Бишкек шаары, Чүй проспектиси, 265-а.

Автореферат 2020- жылдын «06» - мартында жарыяланган.

Диссертациялык кеңештин
Окумуштуу катчысы ф.-м. и. к. Шаршембиева Ф.К.

ЖУМУШТУН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Теманын актуалдуулугу. Гидро- жана аэродинамиканын, электро- жана радиотехниканын, кванттык механиканын, химиялык кинетиканын жана илимдин көптөгөн практикалык маселелери «жогорку тартиптеги туунду белгиси астында кичине параметрди кармаган дифференциалдык теңдемелер» аркылуу баяндалат жана алар сингулярдык козголгон теңдемелер деп аталышат.

Бүгүнкү күндө сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелер чоң теориялык жана практикалык мааниге ээ болгон математиканын өз алдынча аймагын түзүшөт. Ошондуктан дээрлик ар эки-үч жылда дифференциалдык теңдемелердин ушул бөлүмүнө арналган монографиялар пайда болууда.

Так чыгарылышка ээ болгон сингулярдык козголгон дифференциадык теңдемелер өтө аз, дээрли жок эссе. Ал тургай заманбап компьютерлер үчүн да чыгарылыштын аабалын чек-аралык катмарда, кичине параметрдин жетишээрлик кичине маанисинде аныктоо абдан татаал маселе. Сингулярдык козголгон маселелердин чечимдеринин абалын изилдөөдө маанилүү каражат бул асимптотикалык усулдар. Ошондуктан ушул сыяктуу жаңы методдорду иштеп чыгуу эч качан өзүнүн актуалдуулугун жоготпойт.

Сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелердин асимптотикалык теориясынын өнүгүүсүнө чоң салым кошкон окумуштуулар: Л. Прандтль, К. О. Фридрихс, Ф.Х. Нагумо, К.Ф. Гаусс, Ван-дер-Поль, Ж. Лиувилл, Дж. Грин, Г. Вентцель, Х.А. Крамерс, Л. Бриллюэн, А.Н. Крылов, А.Н. Тихонов, И.С. Градштейн, Дж. Лайтхилл, Н. Левинсон, М. Сибуйа, А.Б. Васильева, П. А. Лагерстром, В.П. Маслов, Л.С. Понтрягин, Н.Х. Розов, Е.Ф. Мищенко, А.А. Дородницын, В.Ф. Бутузов, М.И. Вишик, Л.А. Люстерник, В. Вазов, Д.В. Аносов, М. Иманалиев, А.М. Ильин, С.А. Ломов, В.Г. Сушко, А.Р. Данилин, Р.Р. Гадыльшин, Л.А. Калякин, Н.Н. Нефедов, А.Х. Найфе, W. Eckhaus, E.M. De Jager, J. Kevorkian, J.D. Cole, J. Grasman, P.P.N. De Groen, S. Kaplun, М.В. Федорюк, В. Н. Бобочко, К.А. Касымов, К. Алымкулов, П.С. Панков, М.К. Дауылбаев, С. Каримов, К. Какишов, А.С. Омуралиев, К.С. Алыбаев жана башкалар.

Бирок көп класстагы сингулярдык козголгон маселелердин чечимдеринин асимптотикалык ажыралмаларын тургузуу маселеси бүгүнкү күнгө чейин аягына чейин чечилген эмес. Жаңы пайда болуп жаткан физико-техникалык маселелер үчүн жаңы асимптотикалык усулдарды иштеп чыгуу керек болуп жатат.

Диссертация сызыктуу жана сызыктуу эмес бисингулярдуу козголгон маселелердин чечимдеринин асимптотикасын тургузууга, маселен, секирүү кубулушуна жана стационардык жетишүүчүлүгү менен химиялык реакцияга жаңы методдорду иштеп чыгууга арналган.

Диссертацияда Дирихленин, Кошинин, Неймандын жана Робендин маселелеринин чечимдеринин бир калыптагы асимптотикалык ажыралыш жалпыланган чек-аралык функциялар, униформизация жана өзгөртүп түзүү (редукция) усулдары менен тургузулат. Калдык мүчөлөрдү баалоо үчүн классикалык максимум принциби колдонулат.

Чыныгы жана комплекстик аргументтердин чоң маанисинде Бесселдин теңдемесинин чечиминин асимптотикалык ажыралышын тургузуу үчүн жаңы метод иштелип чыкты, бул усул сызыктуу эмес термелүүлөр теориясындагы Пуанкаре-Линдстеттин усулунун жалпыланышы болот.

Мында кичине параметрдин ордунда аргументтин чоң маанилеринин тескерилери мааниси катышат, анткени аргументтин чоң маанисинин тескериси кичине болот.

Мындан сырткары химиялык реакциянын чечиминин асимптотикасын тургузуу үчүн жаңы ыкма сунушталды, ал сызыктуу эмес термелүүлөр теориясындагы Пуанкаре - Лайтхилл - Гонун усулунун жалпыланышы болот.

Диссертациянын темасынын илим изилдөө жумуштар менен байланышы. Жумуш Ош МУнун алдындагы фундаменталдык жана колдонмо изилдөөлөр Институтунда төмөнкү илимий проекттертердин алкагында аткарылган:

1) «Гидро-, аэродинамиканын, химиялык кинетиканын, жылуулук-салмак алмашынуу жана башка табиаттын кубулуштарынын математикалык моделдерин үйрөнүү», № мам. каттоо 0005721, 20.04.2012- ж.

2) «Гидро-, аэродинамиканын жана башка табиаттын кубулуштарынын математикалык маселелери». КР ББИМ менен келишим УН 28/13, 28.03.2013- ж.

3) «Структуралык жалгаштыруу методу жана жалпыланган чек-аралык функциялар методу». КР ББИМ менен келишим УН № ОН - 2/14 27.01.2014-2015 ж.

4) «Күйүү жана жарылуу маселелеринин ар түрдүү моделдерин жалпылоо жана сунуштар», 2017- ж.

5) «Фазалык өтүү маселелери жана критикалык кубулуштар. Алардын теңдемелеринин математикалык аспектилери, ылдам өтүү жана асимптотикалар», 2019- ж.

Изилдөөнүн максаты. Секирик кубулушу үчүн Рейстин жана стационардык жетиштүүлүгү бар химиялык реакциянын маселесинин чечиминин асимптотикасын тургузуу. Бесселдин теңдемесинин чечиминин асимптотикасы аргументтин чоң маанисинде чыныгы жана комплекстик тегиздиктерде тургузуу. Иррегуляр өзгөчөлүккө ээ болгон бисингулярдуу козголгон маселелердин чечимдеринин асимптотикасын тургузуу үчүн жалпыланган чек аралык функциялар усулун өркүндөтүү.

Изилдөөнүн маселелери.

1. Төмөнкү маселелердин чечимдеринин асимптотикасын тургузуу:

а) Секирик кубулушу үчүн Рейстин моделдик теңдемесинин чечиминин асимптотикасын тургузуу жана секирүүнүн баштапкы чекитин аныктоо.

б) Стационардык жетиштүүлүгү бар (секирик менен) химиялык реакциянын маселесинин чечиминин асимптотикасы тургузуу.

в) Бесселдин теңдемесинин чыгарылышынын аргументтин чоң маанисиндеги асимптотикасын, чыныгы жана комплекстик аймакта, контурдук интегралды колднбой, түз дифференциалдык теңдемеден тургузуу.

2. Тиешелүү козголбогон теңдеме регулярдуу эмес (иррегулярдуу) өзгөчөлүккө жана бөлчөк тартиптеги бурулуу чекитине ээ болгон сингулярдык козголгон кадимки дифференциалдык теңдемелер үчүн биринчи, экинчи жана үчүнчү түрдөгү чек аралык маселелердин чыгарылыштарынын асимптотикасын тургузуу үчүн жалпыланган чек аралык функциялар методун колдонуу.

3. Жалпыланган чек аралык функциялар методу менен сингулярдык козголгон параболалык типтеги теңдемелер үчүн Коши маселесинин чечиминин асимптотикасын тургузуу.

Изилдөөнүн усулдары изилдөөнүн маселелери жана максаттары менен байланышкан. Диссертациялык жумушта мажоранттар усулу, униформизация, өзгөртүп түзүү (редукция), сызыктуу эмес термелүүлөр теориясынын жалпыланган кичине параметр методу жана жалпыланган чек аралык функция усулуна окшош метод.

Жумуштун илимий жаңылыктары

Алгачкы жолу диссертациялык жумушта:

- Униформизация жана өзгөртүп түзүү усулдары менен Рейстин моделдик теңдемесинин чечиминин асимптотикасы тургузулду жана секирик башталган чекит аныкталды.

- Стационардык жетиштүүлүгү бар (секирик менен) химиялык реакциянын чечиминин асимптотикасы тургузулду. Химиялык реакциянын чечиминин асимптотикасын тургузуу үчүн жаңы ыкма сунушталды, мында чечимдин асимптотикалык ажыралышы эки өзгөчө чекитке ээ. Мындан сырткары асимптотикалык ажыралышы экспоненциалдык кичине түзөтүү колдонулду, ансыз чечимдин туура асимптотикасын тургузуу мүмкүн эмес.

- Сызыктуу эмес термелүүлөр теориясындагы Пуанкаре - Линдстеттин методун жалпылоочу метод иштелип чыкты, бул методдун жардамы менен Беселдин теңдемеси аргументтин чоң маанисинде изилденди.

- Модифицирленген жалпыланган чек аралык функциялар методу менен тиешелүү козголбогон теңдеме регулярдуу эмес (иррегулярдуу) өзгөчөлүккө ээ болгон сингулярдык козголгон кадимки дифференциалдык теңдемелер үчүн биринчи, экинчи жана үчүнчү түрдөгү чек аралык маселелердин чыгарылыштарынын асимптотикасы тургузулду.

- Жалпыланган чек аралык функциялар методу менен бурулуу чекитине ээ болгон сингулярдык козголгон сызыктуу бир тектүү эмес кадимки дифференциалдык теңдемелер үчүн баштапкы жана биринчи чек аралык маселелердин чечимдеринин асимптотикалык ажыралыштары тургузулду.

- Жалпыланган чек аралык функциялар методу менен сингулярдык козголгон параболикалык типтеги теңдемелер үчүн Коши маселесинин чечиминин асимптотикасы тургузулду.

- Өзгөртүп түзүү усулу менен жогорку жарым тегиздикте температура өткөрүмдүүлүк коэффициенти кичине болгон параболалык типтеги теңдеме үчүн Коши маселесинин чечиминин асимптотикасы тургузулду.

Теориялык мааниси. Диссертациянын теориялык маанисин аны кадимки дифференциалдык теңдемелердин теориясында жана жекече туундулу дифференциалдык теңдемелердин теориясында колдонуу мүмкүнчүлүгү аныктайт. Диссертацияда иштелип чыккан методдор илимдин жана техниканын сызыктуу жана сызыктуу эмес бисингулярдуу козголгон маселелеринин чечимдеринин асимптотикасын тургузууда колдонулушу мүмкүн.

Пактикалык баалуулугу. Жумуш теориялык мазмунда болгону менен, анын натыйжалары козголуулар теориясында, гидродинамикада, аэродинамикада, химиялык кинетикада, лазерлер физикасында, биологияда, илимдин жана башка тармактарында колдонулушу мүмкүн. Сингулярдык козголгон теңдемелердин чечимдеринин асимптотикалык ажыралмасын тургузууга карата иштелип чыккан эки жаңы метод ушундай башка теңдемелер үчүн колдонулушун табышы мүмкүн. Изилдөөнүн натыйжалары козголуулар теориясы боюнча лекцияларды окууда, «Математика», «Колдонмо математика жана информатика» багыттары боюнча магистрлерди жана бакалаврларды даярдоодогу атайын курстарды окутууда, андан сырткары дифференциалдык теңдемелердин сапаттык теориясы менен байланышкан математика аймагындагы башка теориялык маселелерди чыгарууда колдонушу мүмкүн.

Коргоого коюлган негизги жоболор.

- униформизация жана өзгөртүп түзүү усулдары менен Рейстин моделдик теңдемесинин чечиминин асимптотикасын тургузуу жана туруктуу стационардык чекитке өтүүчү башталгыч чекитти аныктоо;

- стационардык жетиштүүлүгү бар (секирик менен) химиялык реакциянын чечиминин асимптотикасын тургузуу;

- Беселдин теңдемесинин чечимин аргументтин чоң маанисинде чыныгы жана комплекстик аймактарда асимптотикасын контурдук көрүнүшүн колдонбогон жаңы методдун жардамында тургузуу;

- модифицирленген чек аралык функциялар методу менен тиешелүү козголбогон теңдеме регулярдуу эмес (иррегулярдуу) өзгөчөлүккө ээ болгон сингулярдык козголгон экинчи тартиптеги кадимки дифференциалдык теңдемелер үчүн биринчи, экинчи жана үчүнчү түрдөгү чек аралык маселелердин чыгарылыштарынын асимптотикасын тургузуу;

- жалпыланган чек аралык функциялар методу менен бурулуу чекитине ээ болгон сингулярдык козголгон сызыктуу бир тектүү эмес экинчи тартиптеги кадимки дифференциалдык теңдемелер үчүн баштапкы жана биринчи чек аралык маселелердин чечимдеринин асимптотикалык ажыралыштарын тургузуу;

- жалпыланган чек аралык функциялар методу менен сингулярдык козголгон параболикалык типтеги теңдемелер үчүн Коши маселесинин чечиминин асимптотикасын тургузуу;

- өзгөртүп түзүү усулу менен жогорку жарым тегиздикте температура өткөрүмдүүлүк коэффициенти кичине болгон параболикалык типтеги теңдеме үчүн Коши маселесинин чечиминин асимптотикасын тургузуу.

Жумуштун апробациясы. Жумуштун жыйынтыктары төмөнкү семинарларда жана Эл аралык конференцияларда баяндалган жана талкууланган:

- КР УИА математика институтунун түптөлүшүнүн 35 жылдыгына арналган «III Бөрүбаевдик окуу» Эл аралык илимий конференциясы. – Бишкек: КР УИА МИ, 2019;
- Евразиялык математикалык журналдын 10 жылдыгына арналган «Анализдин, дифференциалдык теңдемелердин жана алгебранын актуалдуу көйгөйлөрү» конференциясында. Л.Н. Гумилев атындагы ЕУУ. 16-19 окт. 2019-ж., Нур-Султан ш.;
- «II Бөрүбаевдик окуу» (Бишкек ш., 2018-ж.);
- А. Самойленконун туулган күнүнүн 80 жылдыгына арналган «Mathematical Analysis, Differential Equation & Applications - MADEA 8» конференциясында (Чолпон-Ата ш., 2018-ж.);
- Бүткүл дүйнөлүк түрк тилдүү мамлекеттердин математикалык коомунун VI конгрессинде (Казахстан, Алмата ш., 2017-ж.);
- Профессор А. Керимбековдун 70 жылдыгына арналган «Башкаруунун теориясы, топология жана оператордук теңдемелердин актуалдуу көйгөйлөрү» аттуу эл аралык илимий-практикалык конференцияда (Бишкек ш. –Чолпон-Ата ш., июнь, 2017-ж.).
- Академик М. Иманалиевдин 85 жылдыгына арналган «Математиканын асимптотикалык, топологиялык жана компьютердик усулдары» аттуу V эл аралык илимий конференциясында (Бишкек ш., сентябрь, 2016-ж.);
- Академик А. Жайнаковдун 75 жылдыгына арналган «Илимде, техникада жана билим берүүдө маалыматтык технологиялар жана математикалык моделдер» аттуу эл аралык илимий конференцияда (Бишкек ш., октябрь, 2016-ж.);
- Академик А.А. Бөрүбаевдин туулган күнүнүн 65 жылдыгына арналган «Башкаруунун теориясы, топология жана оператордук теңдемелердин актуалдуу көйгөйлөрү» аттуу эл аралык илимий-практикалык конференцияда (Бишкек ш., 2015-ж.);
- Ысык-Көлдөгү эл аралык математиктердин форумунда (Бозтери а., июнь 2015-ж.);
- Академик К.А. Касымовдун туулган күнүнүн 80 жылдыгына арналган «математиканын жана информатиканын актуалдуу көйгөйлөрү» аттуу эл аралык илимий-практикалык конференцияда (Алмата ш., 2015-ж.);
- Академик Б. Мурзубраимовдун 75 жылдыгына арналган «Илимдин жана билимдин заманбап глобалдаштыруу шарттарындагы ролу» аттуу эл аралык илимий-практикалык конференцияда (Ош ш., 2015-ж.);
- Бүткүл дүйнөлүк түрк тилдүү мамлекеттердин математикалык коомунун V конгрессинде (Чолпон-Ата ш., 2014-ж.);
- Кыргызстандын түштүгүндөгү математиктердин профессор, КР УИА корреспондент-мүчөсү К. Алымкуловдун жетекчилиги астында уюшулган «Математиктердин жана информатиктердин актуалдуу көйгөйлөрү» аттуу аймактар аралык семинарында (Ош ш., 2012-2019-жж.);

Автордун жалпы жумуштардагы үлүшү, диссертациянын жыйынтыктарынын жарыяланышы. Диссертацияда чагылдырылган бардык илимий жыйынтыктар авторго гана таандык.

Изилдөөлөрдүн натыйжасында изденүүчү тарабынан: бир монография [1], 19 макала [2]-[20] жана 6 докладдардын тезиси [21]-[26] жарыкка чыгарылган. Анын ичинде үч макала *Scopus* жана *Web of Science* базаларында индексирленген журналдарда жарыкка чыккан.

Профессор К. Алымкулов менен авторлош болгон макалаларда маселенин коюлушу К. Алымкуловго, ал эми алынган жыйынтыктар, методдор, теоремалар авторго таандык. Профессор Д.А. Турсунов менен авторлош болгон макалаларда жыйынтыктарды талкулоо Д.А. Турсуновго, ал эми илимий жыйынтыктар авторго таандык.

Диссертациянын көлөмү жана структурасы.

Жумуш мазмундан, шарттуу белгилөөлөрдүн тизмесинен жана аныктамалардан, киришүү жана 19 параграфга бөлүнгөн алты баптан, жыйынтыктардан, 95 колдонулган адабияттардын тизмесинен турат. Диссертациянын жалпы көлөмү машина жазмасында терилген 168 бет.

Жумуштун негизги мазмуну.

Диссертациянын биринчи бапы эки параграфтан турат. § 1.1де диссертациянын темасы боюнча кыскача талдоо келтирилген. § 1.2де диссертациянын илимий жыйынтыктарынын талдоосу келтирилген.

Экинчи бапта изилдөөнүн усулдары, объекти жана предмети келтирилген.

Үчүнчү бапта ылдам (тез) өтүүгө ээ болгон сызыктуу эмес сингулярдык козголгон маселелердин чечимдеринин асимптотикасын тургузууга арналган.

§3.1 де секирик кубулушу үчүн Рейстин маселелсинин чечиминин асимптотикасы изилденген, б.а. төмөнкү маселе

$$y'(t)=y^2(t)\big(1-y(t)\big),\ t\in(0,\infty),\quad y(0)=\varepsilon. \tag{1}$$

(1) маселенин айкын эмес көрүнүштөгү так чечимин төмөнкү көрүнүштө жазууга болот:

$$-\frac{1}{y}+ln\frac{y}{1-y}=t-\frac{1}{\varepsilon}+ln\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}$$

жана айкын көрүнүштө:

$$y(t)=\frac{1}{W\left(\dfrac{1-\varepsilon}{\varepsilon}e^{\frac{1}{\varepsilon}-t-1}\right)+1},$$

мында $W(x)$ - Ламбертанын функциясы (эгерде $xe^x=a$ болсо, анда $x=W(a)$).

(1) маселенин чечиминин асимптотикасы эки усул менен тургузулган.

1- усул. (1) маселенин чечиминин асимптотикасы айкын эмес көрүнүштөгү так чечиминин жардамында тургузулат. Төмөнкү теорема далилденген

1- Теорема. (1) маселенин чечими үчүн $\varepsilon\to 0$ да, төмөнкү асимптотикалык ажыралыш орун алат:

$$y(t)=\begin{cases}\dfrac{\varepsilon}{\tilde{y}(t,\varepsilon)}, \; при \quad t\le\dfrac{1}{\varepsilon}-ln\dfrac{\varepsilon}{1-\varepsilon},\\ y_2(t), \quad при \quad \tau=\dfrac{1}{\varepsilon}-t-ln\dfrac{\varepsilon}{1-\varepsilon}, \tau>0 \; \tau>\tau_0,\end{cases}$$

мында $y_2(t)=1-e^{-\tau}\sum_{k=0}^{\infty}\varphi_k e^{-k\tau}$, φ_j - кээ бир турактуулар,

$$\tilde{y}(t,\varepsilon)=1-\varepsilon t-\varepsilon ln\varepsilon+\varepsilon ln(1-\varepsilon)-\varepsilon ln(1-\varepsilon t-\varepsilon ln\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}-1)\left(1+\sum_{i+j=1}^{\infty}a_{ij}\alpha^i\beta^j\right).$$

$t=t_0:=t_0(\varepsilon)=\dfrac{1}{\varepsilon}-ln\dfrac{\varepsilon}{1-\varepsilon}, \; y=y_0\approx 0.78$ чекитинде $y=1$ стационардык чекитине секирик башталат.

2- усул. Униформизация усулу менен асимптотикалык ажыралышты алуу. (1) маселеге $y=\varepsilon x$, $\theta=\varepsilon t$ өзгөртүп түзүүсүн колдонуп, төмөнкү маселени алабыз:

$$\frac{dx(\theta)}{d\theta}=x^2(\theta)(1-\varepsilon x(\theta)), \; x(0)=1. \tag{2}$$

Эгерде (2)- маселени кадимки козголуулар (кичине параметр) усулу менен чыгарсак, б.а. чечимди төмөнкү көрүнүштө издесек

$$x(\theta)=x_0(\theta)+\varepsilon x_1(\theta)+...+\varepsilon^n x_n(\theta)+..., \tag{3}$$

анда, $\theta\to 1$ де төмөнкүнү алабыз

$$x_0(\theta)=(1-\theta)^{-1}, \; ..., \; x_n(\theta)\sim(1-\theta)^{-n-1}\ln^n(1-\theta),... \tag{4}$$

(4) төн көрүнүп тургандай (3) катар $\theta=1$ же $t=1/\varepsilon$ чекитинин чеке-белинде жыйналбайт. Тагыраак айтканда (3) катар $[0,\theta_0)$ аралыкта гана жыйналат, мында

$$\theta_0=1-\varepsilon\left(ln\frac{1}{\varepsilon}-ln\left(ln\frac{1}{\varepsilon}\right)+O(1)\right).$$

(2) маселенин чечимин каалаган $\theta\in[0,\infty)$ га тургузуу үчүн анын ордуна униформизацияланган теңдемени карайбыз

$$\frac{dx(\xi)}{d\xi}=x^2(\xi), \;\; \frac{d\theta}{d\xi}=(1-\varepsilon x(\xi))^{-1}, \; x(0)=1, \theta(0)=0, \quad \xi\in[0,\infty). \tag{5}$$

Бул жерде (1) жана (5) маселенин эквиваленттүүлүгү далилденген.

§ 3.2де стационардык жетиштүүлүгү бар химиялык реакциянын[1] маселеси каралган. Мында мейкиндикте бир тектүү жылуулук жарылуулар теориясынан алынган сызыктуу эмес маселе изилденген. Көрсө, бул маселеде чечимдин асимптотикалык ажыралышы мурда башка жумуштарда байкалбаган эки өзгөчө чекитке ээ экен. Бул чекиттер бирден ашык тышкы аймакты, бирден ашык ички катмарды жана кеңейтүүнүн сызыктуу эмес өзгөртүп түзүүсүнүн пайда болуусун көрсөтөт.

---

[1] Ashwani K. Kapila Asymptotic Treatment of Chemically Reacting Systems. 1983.

Коши маселесин изилдейбиз:

$$\frac{dT}{dt}=\frac{\varepsilon}{\beta}\left(1+\beta-T\right)e^{\frac{T-1}{\varepsilon T}}, \quad T\left(0\right)=1. \tag{6}$$

(6)- Коши маселесинин айкын эмес көрүнүштөгү так чечими бизге белгилүү:

$$t(T)=\frac{\beta}{\varepsilon}\left\{e^{-\frac{1}{\varepsilon}}Ei\left(\frac{1}{T\varepsilon}\right)-e^{-\frac{1}{\varepsilon}+\frac{1}{\varepsilon(1+\beta)}}Ei\left(\frac{1}{\varepsilon T}-\frac{1}{\varepsilon\left(1+\beta\right)}\right)\right\}-$$

$$-\frac{\beta}{\varepsilon}\left\{e^{-\frac{1}{\varepsilon}}Ei\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)-e^{-\frac{1}{\varepsilon}+\frac{1}{\varepsilon(1+\beta)}}Ei\left(\frac{1}{\varepsilon}-\frac{1}{\varepsilon\left(1+\beta\right)}\right)\right\},$$

мында $Ei\left(x\right)=P.V.\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{y}e^{y}dy$.

(6)- маселенин $\varepsilon\to 0$ да, кичине параметр боюнча айкын асимптотикалык чечимин тургузуу талап кылынат.

Төмөнкү теорема далилденди.

2-Теорема. (6)- маселенин чечими үчүн $t\in[0,1-\varepsilon^{\alpha}]$, $0<\alpha<1$ кесиндиде төмөнкү асимптотикалык ажыралышы орун алат:

$$T=1+\varepsilon ln\frac{1}{1-t}+\varepsilon^{2}\frac{1}{1-t}\left\{\tilde{T}_{1}+\frac{\varepsilon}{1-t}\tilde{T}_{2}+...+\left(\frac{\varepsilon}{1-t}\right)^{n}\tilde{T}_{n+1}+...\right\},\ \varepsilon\to 0. \tag{7}$$

(7)- катар $t\in[0,1-\varepsilon^{\alpha}]$, $0<\alpha<1$ кесиндиде гана асимптотикалык болот. Ал эми t=1 чекиттин чеке-белинде асимптотикалык касиет жоголот.

Асимптотикалык чечимди t>1 болгондо тургузуу үчүн жаңы өзгөрүлмөнү кийиребиз s: $t-1=\frac{\beta}{\varepsilon}e^{-\beta/(1+\beta)\varepsilon}s$.

Белгилөө кийирели: $T(t)=\psi(s)$. Анда

$ds=\frac{\beta}{\varepsilon}e^{\frac{\beta}{(1+\beta)\varepsilon}}dt$, $t=1\Rightarrow s=0$; $t>1\Rightarrow s\to\infty$, $\varepsilon\to 0$; $t<1\Rightarrow s\to-\infty$, $\varepsilon\to 0$ болот.

жана (6) теңдеме жаңы s өзгөрүлмөсүндө төмөнкү көрүнүшкө келет:

$$\frac{d\psi}{ds}=\left(1+\beta-\psi\right)e^{\frac{\psi-(1+\beta)}{\varepsilon\psi(1+\beta)}},\ \ T\left(1\right)=\omega:=1-\varepsilon ln\,\varepsilon+O\left(\varepsilon\left(ln\frac{1}{\varepsilon}\right)\right)^{2},\varepsilon\to 0 \tag{8}$$

Төмөнкү теорема далилденди.

3-**Теорема**. (8) маселенин чечимин төмөнкү асимптотикалык ажыралыш көрүнүшүндө жазууга болот:

$$\psi(s)=1+\beta+\varepsilon(1+\beta)^2 e^{-s}+O\left(\varepsilon(1+\beta)e^{-s}\right)^2+\ldots+O\left(\varepsilon(1+\beta)e^{-s}\right)^n+\ldots,\ \ s\to\infty,\varepsilon\to 0\,.$$

Төмөнкү теорема далилденди.

4-**Теорема**. (6) маселенин чечиминин асимптотикасы төмөнкү көрүнүштө болот:

$$T(t)=1-\varepsilon ln(\tilde{t}-t)+O[\varepsilon ln(\tilde{t}-t)]^2,\varepsilon\to 0,\, t\le 1,$$

$$T(s)\{s=(t-1)\frac{\beta}{\varepsilon}e^{\beta/(1+\beta)\varepsilon}\}=1+\beta+\varepsilon(1+\beta)^2 e^{-s}+O\left(\varepsilon(1+\beta)e^{-s}\right)^2+$$
$$+\ldots+O\left(\varepsilon(1+\beta)e^{-s}\right)^n+\ldots,\ \ s\to\infty,\, t>1,\,\varepsilon\to 0.$$

3-бап боюнча корутунду. Рейстин маселеси үчүн

$$t=t_0:=t_0(\varepsilon)=\frac{1}{\varepsilon}-ln\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon},\ y=y_0\sim 0.78$$

чекиттен баштап y=1 туруктуу чекитке ылдам өтөт.

(6) маселенин чечими

$$\tilde{t}=1-\varepsilon ln\varepsilon+(\varepsilon ln\varepsilon)^2,\ \varepsilon\to 0,$$

өзгөчө чекитте секирет жана

$$T\left(\tilde{t}\right)=1-\varepsilon ln\varepsilon+O\left(\varepsilon ln\frac{1}{\varepsilon}\right)^2,\ \varepsilon\to 0 \text{ болот.}$$

Андан соң ылдам T=1+β тең салмактуулук чекитине өтөт.

4-бап аргументтин чоң маанисинде Бесселдин теңдемесинин чечиминин асимптотикасын тургузууга арналган.

Адатта аргументтин чоң маанисинде Бесселдин теңдемесинин чечиминин асимптотикасын чечимдин интегралдык көрүнүшүнөн алышат, мисалы, Пуассондун, Ханкелдин, Сонинанын, Шлефлинин жана башкалардын интегралдык көрүнүшүнөн.

Диссертацияда аргументтин чоң маанисинде Бесселдин теңдемесинин чечиминин асимптотикасын тургузуунун жөнөкөй усулдары баяндалган.

Чечимдин асимптотикасы түз Бесселдин теңдемесинен эки усул менен тургузулат: Риккатинин теңдемесине келтирүү менен жана түз усул менен.

§ 4.1 де нөлүнчү тартиптеги Бесселдин теңдемесинин чечиминин асимптотикасы Риккатинин теңдемесине келтирүү менен тургузулган.

Жөнөкөйлүк үчүн нөлүнчү тартиптеги Бесселдин теңдемесин карайбыз

$$y''(x)+\frac{1}{x}y'(x)+y(x)=0\,. \tag{10}$$

(10)- теңдемеге $y(x)=e^{\int S(x)dx}$ өзгөртүп түзүүсүн колдонуп, $S(x)$ ке карата Риккатинин теңдемесин алабыз:

$$S'(x)+S^2(x)+\frac{1}{x}S(x)+1=0. \tag{11}$$

(11) теңдеменин нөлүнчү жакындашуусу катарында төмөнкү теңдеменин тамырларын алабыз:

$$S_0^2(x)+1=0 \Rightarrow S_0(x)=\pm i.$$

Төмөнкү теорема далилденген.

5-Теорема. (11)- маселенин асимптотикалык чечимин төмөнкү көрүнштө жазууга болот:

$$S(x)=\pm i-\frac{1}{2}x^{-1}+a_2x^{-2}+...+a_nx^{-n}+R_{n+1}(x), \quad x\to\infty, \tag{12}$$

мында $|R_{n+1}(x)|\le lx^{-(n+1)}$, l=const.

6- Теорема. (12)- катар x тин чоң маанилеринде асимптотикалык катар болот.

§ 4.2 де түз усул менен Бесселдин теңдемесинин чечиминин асимптотикасы тургузулган.

Бул жерде жаңы метод баяндалган, ал сызыктуу эмес термелүүлөр теориясындагы Пуанкаре - Линдстеттин кичине параметрлер методун жалпылайт, мында кичине параметрдин ордунда аргументтин чоң маанилеринин тескери маанилери катышат.

Бесселдин төмөнкү теңдемесин карайбыз

$$\frac{d^2y(x)}{dx^2}+\frac{1}{x}\frac{dy(x)}{dx}+\left(1-\frac{v^2}{x^2}\right)y(x)=0 \tag{13}$$

жана төмөнкү өзгөртүп түзүүнү колдонсок

$$y(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}u(x),$$

мында $u(x)$ - жаңы белгисиз функция, анда (13) теңдеме төмөнкү көрүнүшкө келет:

$$u''(x)+\left(1+\frac{\alpha}{x^2}\right)u(x)=0, \tag{14}$$

мында $\alpha=\frac{1}{4}-v^2$.

(14)- теңдеменин төмөнкү шартты канааттандырган чечимин издейбиз:

$$u(x)\to\cos x, \quad x\to\infty.$$

Бул шартты $u(x)\to\sin x,\ x\to\infty$ шарт менен алмаштырса да болот.

Төмөнкү теорема далилденди.

7- Теорема. Бесселдин теңдемесинин чечиминин асимптотикалык ажыралышы төмөнкү көрүнүштө жазууга болот (z=x):

$$u(z)=\cos z+J_1(z)\sin z+J_2(z)\cos z, \tag{15}$$

мында

$$J_1(z)=\sum_{k=0}^{\infty} B_{2k+1}\frac{1}{z^{2k+1}},\quad J_2(z)=\sum_{k=1}^{\infty} A_{2k}\frac{1}{z^{2k}}, \tag{16}$$

$$B_{2k+1}=(-1)^{k+1}\frac{(4v^2-1)(4v^2-3^2)...(4v^2-(2k+3)^2)}{(2k+1)!8^{2k+1}},$$

$$A_{2k+2}=(-1)^{k+1}\frac{(4v^2-1)(4v^2-3^2)...(4v^2-(2k+4)^2)}{(2k+1)!8^{2k+1}},\ \text{k=0,1,2,...}\ .$$

§ 4.3 тө комплекстик аргументтин чоң маанилеринде Бесселдин теңдемесинин чечиминин ажыралышы үчүн (15)тин $z\in D=\{z:|Arg\,z|<\frac{\pi}{2}-\delta,\ \delta>0\}$ ($z=x+iy$, $i=\sqrt{-1}$, x, $y\in R$) аймакта орун алуусу далилденген. Төмөнкү теорема далилденди.

8-**Теорема**. (16)-катарлары асимптотикалык катар болушат

$$J_1(z)=\sum_{k=0}^{m} B_{2k+1}\frac{1}{z^{2k+1}}+R_{1,2m+1}(z),\quad J_2(z)=\sum_{k=1}^{m} A_{2k}\frac{1}{z^{2k}}+R_{2,2m+2}(z),$$

мында $|R_{1,2m+2}(z)|\le l\,|z|^{-2m-2},\ |R_{2,2m+1}(z)|\le l\,|z|^{-2m-1},\ l=const, z\in D, z\to\infty.$

4- бап боюнча корутунду. Бул жерде жаңы метод иштелип чыкты. Ал метод сызыктуу эмес термелүүлөр теориясындагы Пуанкаре - Линдстеттин кичине параметрлер методун жалпылайт, мында кичине параметрдин ордунда аргументтин чоң маанилеринин тескери маанилери катышат.

5- бапта тиешелүү козголбогон теңдеме регулярдуу эмес (иррегулярдуу) өзгөчөлүккө ээ болгон жана бурулуу чекитине ээ болгон сингулярдык козголгон экинчи тартиптеги кадимки дифференциалдык теңдемелер үчүн баштапкы, жана чек аралык маселелердин чыгарылыштарынын асимптотикалары тургузулат. Бул жерде Кошинин, Дирихленин, Неймандын жана Робендин маселелери изилденет.

§ 5.1де чек-аралык функциялар усулунун жардамы менен биринчи чектик маселенин чечиминин асимптотикасы кесиндиде тургузулду:

$$\varepsilon y''(x)-x^2p(x)y'(x)-q(x)y(x)=f(x),\ 0\le x\le 1,\ y(0)=a,\ y(1)=b, \tag{17}$$

мында $p(x)$, $q(x)>0$, $x\in[0,1]$; $p, q, f\in C^{\infty}[0,1]$, a, b - const.

(17)- маселе жалгыз чечимге ээ; $\varepsilon\to 0$ да $x\in[0,1]$ кесиндиде чексиз дифференцирленүүчү функциялардын классында $y(x)$ чечимдин бир калыптагы асимптотикалык ажыралышын тургузуу талап кылынат.

Белгилеп кетүү керек, тиешелүү козголбогон теңдеме (ε=0):

$$x^2p(x)y'_0(x)+q(x)y_0(x)=-f(x)$$

x=0 чекитинде регулярдуу эмес өзгөчө чекитке ээ.

Төмөнкү маселенин чечимин

$$x^2p(x)y'_0(x)+q(x)y_0(x)=-f(x),\ y(1)=b,$$

жаза турган болсок, ал $y_0(x)=O\left(e^{1/x}\right),\ x\to 0,\ \varepsilon\to 0$ көрүнүштө болот.

Ошондуктан, козголбогон теңдемени $y_0(x)\in C^{\infty}[0,1]$ шарт орун ала тургандай кылып интегралдайбыз. Бул учурда тиешелүү козголбогон теңдеменин чечими төмөнкү көрүнүштө болот:

$$y_0(x)=-\frac{f(x)}{q(x)}+e^{-Q(x)}\int_0^x\left(\frac{f(s)}{q(s)}\right)'e^{Q(s)}ds,$$

мында $Q(x)=\int_1^x\frac{q(t)}{t^2p(t)}dt.$

9-Теорема. (17)- маселенин $y(x)$ чечими үчүн $\varepsilon\to 0$ до, $0\le x\le 1$ кесиндиде төмөнкү асимптотикалык ажыралыш орун алат:

$$y(x)=\sum_{k=0}^{\infty}\varepsilon^k v_k(x)+\sum_{k=0}^{\infty}\mu^k\pi_k(t)+\sum_{k=0}^{\infty}\varepsilon^k z_k(\tau),$$

б.а.

$$y(x)=\sum_{k=0}^{n}\varepsilon^k v_k(x)+\sum_{k=0}^{2n}\mu^k\pi_k(t)+\sum_{k=0}^{n}\varepsilon^k z_k(\tau)+O(\varepsilon^{n+1}),$$

мында $v_k\in C^{\infty}[0,1]$, $t=x/\mu,\ \tau=(1-x)/\varepsilon,\ \mu=\sqrt{\varepsilon}$, $|\pi_k(t)|\le ce^{-\sqrt{q(0)}t}$, $|z_k(\tau)|\le ce^{-p(1)\tau}, 0<c-const$, π_k, $z_k\in C^{\infty}[0,\infty)$, k=0,1,2,...

Мисал. Мейли $p(x)\equiv 1$, $q(x)\equiv 1$, $f(x)\equiv 1$, a=1, b=4 болсун. Анда (17)- маселе

$$\varepsilon y''(x)-x^2y'(x)-y(x)=1,\ 0\le x\le 1,\ \ y(0)=1,\ y(1)=4$$

көрүнүшкө келет. Тиешелүү козголбогон

$$x^2y'(x)+y(x)=-1,\ 0\le x\le 1,\ \ y(1)=4$$

маселенин чечими $y(x)=-1+5e^{\frac{1}{x}-1}$ болот.

Мында $x\to 0$ да $y(x)$ чечим экспоненциалдык өсөт.

Жогоруда айтып өтүлгөн ойду (алгоритмди) колдонуп: $v_0(x)=-1$, $v_k(x)\equiv 0$, $k\in\boldsymbol{N}$ жана

$$y(x)=-1+2^{-t}+\sqrt{\varepsilon}e^{-t}t\left(c_2t^2+c_1t+c_0\right)+5e^{-\tau}+\varepsilon c_3\tau e^{-\tau}\left(\tau-1\right)+O\left(\varepsilon^2\right),\varepsilon\to 0,$$

болорун алабыз, мында $t=x/\sqrt{\varepsilon},\ \tau=(1-x)/\varepsilon,\ \mu=\sqrt{\varepsilon},\ c_j-const,\ j=0,1,2,3.$

§ 5.2де биринчи тартиптеги туундунун алдындагы белги терс эмес болгон учур изилденген, б.а. төмөнкү маселе изилденген:

$$\varepsilon y''(x)+x^2p(x)y'(x)-q(x)y(x)=f(x),\ 0\le x\le 1,\ \ y(0)=a,\quad y(1)=b, \qquad (18)$$

мында $p(x)$, $q(x)>0$, $x\in[0,1]$; p, q, $f\in C^{\infty}[0,1]$, a, b - const.

(18)- маселе жалгыз чечимге ээ. Бул жерде дагы $\varepsilon\to 0$ да $x\in[0,1]$ кесиндиде чексиз дифференцирленүүчү функциялардын классында $y(x)$ чечимдин бир калыптагы асимптотикалык ажыралышын тургузуу талап кылынат.

Төмөнкү теорема далилденген.

10- Теорема. (18) маселенин чечими үчүн $\varepsilon\to 0$ до $x\in[0,1]$ кесиндиде төмөнкү асимптотикалык ажыралыш туура:

$$y(x)=\sum_{k=0}^{n}\varepsilon^k v_k(x)+\sum_{k=0}^{2n}\mu^k\pi_k(t)+O(\varepsilon^{n+1}),$$

мында $y(x)\in C^{\infty}[0,1]$, $x\to 0$ до $y_k(x)=O(x^{\alpha}e^{-\beta/x})$ болот, $k\in\boldsymbol{N}$, $0<\beta=q(0)/p(0)$, α – const, $|\pi_k(t)|\le ce^{-\sqrt{q(0)}t}, 0<c-const$, $\mu=\sqrt{\varepsilon},\ x=\mu t$.

§ 5.3 тө Неймандын маселеси же экинчи түрдөгү чек-аралык маселе изилденген:

$$\varepsilon y''(x)-x^3p(x)y'(x)-q(x)y(x)=f(x),\ 0\le x\le 1,\ \ y'(0)=a,\quad y'(1)=b, \quad (19)$$

мында $p(x)$, $q(x)>0$, $x\in[0,1]$; p, q, $f\in C^{\infty}[0,1]$, a, b - const.

Тиешелүү козголбогон биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдеме x=0 чекитинде регулярдуу эмес өзгөчө чекитке ээ. Ошондуктан маселенин чечими x=0 чекитинде өзгөчөлүккө ээ болот. (19)- маселенин чечимин $x\in[0,1]$ кесиндиде чексиз дифференцирленүүчү функциялардын классында издейбиз.

Тиешелүү козголбогон биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдеменин чечимин $y_0(x)\in C^{\infty}[0,1]$ шарты орун ала тургандай интегралдайбыз. Мында козголбогон биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдеменин чечимин төмөнкү көрүнүштө жазабыз:

$$y_0(x)=-\frac{f(x)}{q(x)}+e^{-Q(x)}\int_0^x\left(\frac{f(s)}{q(s)}\right)'e^{Q(s)}ds,$$

бул жерде $Q(x)=\int_1^x\frac{q(t)}{t^3p(t)}dt.$

Төмөнкү теорема далилденди.

11- Теорема. (19)- маселенин чечими үчүн $\varepsilon\to 0$ болгондо $x\in[0,1]$ кесиндиде төмөнкү асимптотикалык ажыралма орун алат:

$$y(x)=\sum_{k=0}^{n}\varepsilon^k v_k(x)+\sum_{k=0}^{2n}\mu^k\pi_k(t)+\sum_{k=0}^{n}\varepsilon^k z_k(\tau)+O(\varepsilon^{n+1})$$

мында $v_k\in C^{\infty}[0,1]$, $|\pi_0(t)|\le c\,e^{-\sqrt{q(0)}t}$, $|z_0(\tau)|\le c_1e^{-p(1)\tau},\ 0<c_1-const$, $t=x/\mu,\ \tau=(1-x)/\varepsilon,\ \mu=\sqrt{\varepsilon},\ \pi_k,\ z_k\in C^{\infty}[0,\infty)$, k=0,1,2,...

§ 5.4тө Робендин маселеси изилденет

$$\varepsilon y''(x)-x^np(x)y'(x)-q(x)y(x)=f(x),\ 0\le x\le 1, \quad (20)$$

$$y(0)-h_1y'(0)=a,\ \ y(1)+h_2y'(1)=b, \quad (21)$$

мында $p(x)$, $q(x)>0$, $x\in[0,1]$; p, q, $f\in C^{\infty}[0,1]$, a, b - const, $0<h_1$, $0<h_2$, $1<n$ - фиксирленген натуралдык сан.

(20)-(21) маселе жалгыз чечимге ээ. Бул жерде да $\varepsilon\to 0$ да $x\in[0,1]$ кесиндиде чексиз дифференцирленүүчү функциялардын классында $y(x)$ чечимдин бир калыптагы асимптотикалык ажыралышын тургузуу талап кылынат.

Тиешелүү козголбогон (пределдик) теңдеме (ε= 0):

$$x^np(x)y'_0(x)+q(x)y_0(x)=-f(x)$$

x=0 чекитинде регулярдуу эмес өзгөчө чекитке ээ.

Төмөнкү теорема далилденген.

12- Теорема. (20)-(21) маселенин чечими үчүн $\varepsilon\to 0$ болгондо $x\in[0,1]$ кесиндиде төмөнкү асимптотикалык ажыралма орун алат:

$$y(x)=\sum_{k=0}^{n}\varepsilon^k v_k(x)+\sum_{k=0}^{2n}\mu^k\pi_k(t)+\sum_{k=0}^{n}\varepsilon^k z_k(\tau)+O(\varepsilon^{n+1}),$$

мында $v_k\in C^\infty[0,1]$, $|\pi_0(t)|\le c e^{-\sqrt{q(0)}t}$, $|z_0(\tau)|\le c e^{-p(1)\tau}$, π_k, $z_k\in C^\infty[0,\infty)$, $k=0,1,2,...$, $0<c$-const, $t=x/\mu,\ \tau=(1-x)/\varepsilon,\ \mu=\sqrt{\varepsilon}$.

§ 5.5де туундуга ээ эмес коэффициентүү Кошинин маселеси изилденген

$$\varepsilon y'(x)+\sqrt{x}q(x)y(x)=f(x),\ 0<x<T,\quad y(0)=y^0, \tag{22}$$

мында $q(x)>0$ $x\in[0,T]$, q, $f\in C^\infty[0,T]$, $f(x)=\sum_{k=0}^{\infty}f_k x^k, x\to 0$, $f_k=\frac{1}{k!}f^{(k)}(0)$, $f_0\neq 0$, T, y^0 - const.

(22)- маселе жалгыз чечимге ээ жана ал төмөнкү көрүнүштө болот:

$$y(x)=y^0 e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_0^x\sqrt{s}q(s)ds}+\frac{1}{\varepsilon}\int_0^x f(\tau)e^{\frac{1}{\varepsilon}\int_x^\tau\sqrt{s}q(s)ds}d\tau.$$

Тиешелүү козголбогон ($\varepsilon=0$) теңдеменин чечими:

$$y_0(x)=f(x)/q(x)\sqrt{x}$$

баштапкы шартты канаттандырбайт жана $[0,T]$ кесиндиде жылма эмес.

Төмөнкү теорема далилденген.

13- **Теорема**. (22)- Коши маселесинин чечими үчүн $\varepsilon\to 0$ до, $0\le x\le T$ кесиндиде төмөнкү асимптотикалык ажыралыш туура:

$$y(x)=\sum_{k=0}^{2m+1}\varepsilon^k v_k(x)+\sum_{k=-1}^{6m+3}\mu^k\pi_k(t)+O\left(\varepsilon^{2m+1}\right),$$

мында $t=x/\mu^2$, $\mu^3=\varepsilon$, $v_{2k}(x)=\sqrt{x}\tilde{v}_{2k}(x),\ \tilde{v}_{2k}\in C^\infty\left[0,T\right],\ v_{2k+1}\in C^\infty\left[0,T\right]$,

$$|\pi_{6k-1}(t)|\le ct^{-3/2},\quad |\pi_0(t)|\le|y^0|e^{-\frac{2}{3}t^{3/2}},\ \pi_{6m}(t)\equiv 0, |\pi_{6k+1}(t)|\le ct^{-2},$$

$$\pi_{6k+2}(t)\equiv 0, |\pi_{6k+3}(t)|\le|v_{2k+1}(0)|e^{-\frac{2}{3}t^{3/2}},\ \pi_{6k+4}(t)\equiv 0,$$

§ 5.6да бөлчөк тартиптеги бурулуу чекитине ээ болгон Дирихленин маселеси изилденген

$$\varepsilon y''(x)-\sqrt{x}y(x)=f(x),\ x\in(0,1),\quad y(0)=0,\quad y(1)=0, \tag{23}$$

мында $f\in C^\infty[0,1]$, $f(0)\neq 0$.

Жалпылыкты бузбастан, бир тектүү чек аралык шарттар каралган, себеби $y(0)=a$, $y(1)=b$ көрүнүштөгү бир тектүү эмес чек-аралык шарттарды $y(x)=a+(b-a)x+z(x)$ сызыктуу өзгөртүп түзүүнүн жардамында ар дайым $z(0)=0$, $z(1)=0$ бир тектүүгө алып келүүгө болот.

(23)- маселе жалгыз чечимге ээ. Бесселдин модифицирленген функцияларынын жардамы менен айкын так чечимин жазууга болот. Биз $\varepsilon\to 0$ да $x\in[0,1]$ кесиндиде чексиз дифференцирленүүчү функциялардын классында $y(x)$ чечимдин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмасын издейбиз.

Бул жерде дагы тиешелүү козголбогон (ε=0) теңдеме

$$y_0(x)=-f(x)/\sqrt{x}$$

чечимге ээ, ал чек-аралык шарттарды канааттандырбайт жана [0, 1] кесиндиде жылма эмес, x=0 чекити бөлчөк бурулуу чекити деп аталат. Демек, (23)- маселе бисингулярдуу. Алгач жардамчы лемма далилденет:

1-**Лемма**. Төмөнкү маселе

$$z''(t)-\sqrt{t}z(t)=\frac{c}{\sqrt{t^k}},\ t\in(0,\infty),\ k=0,1,3,\ z(0)=z^0,\ \lim_{t\to\infty}z(t)=0$$

жалгыз чечимге ээ болот (мында c, z^0 - const):

$$z(t)=\frac{z^0z_2(t)}{z_2(0)}+cc_1\left(z_2(t)\int_0^t s^{-k/2}z_1(s)ds+z_1(t)\int_t^\infty s^{-k/2}z_2(s)ds\right).$$

Төмөнкү теорема далилденген.

14- Теорема. (23)- Дирихленин маселесинин чечиминин асимптотикасын $\varepsilon\to0$ до, $0\le x\le$T кесиндиде төмөнкүдөй жазууга болот:

$$y(x)=\sum_{k=0}^{2m+1}\varepsilon^k v_k(x)+\sum_{k=-1}^{10m+5}\mu^k\pi_k(t)+\sum_{k=0}^{4m+2}\lambda^k w_k(\tau)+O\left(\varepsilon^{2m+1}\right),$$

мында $v_{2k}(x)=\sqrt{x}\tilde{v}_{2k}(x),\ \tilde{v}_{2k}\in C^\infty[0,1],\ v_{2k+1}\in C^\infty[0,1]$, $t=x/\mu^2$, $\mu^5=\varepsilon$, $\lambda^2=\lambda$, $\tau=(1-x)/\lambda$, $\pi_{10k-1}(t)=O(1/t^{1/2})$, $\pi_{10k+1}(t)=O(1/t^2)$, $\pi_{10k+3}(t)=O(1/t)$, $t\to\infty$.

$\pi_{10k-1}(t)=O(t^2)$, $\pi_{10k+1}(t)=O(t^{1/2})$, $\pi_{10k+3}(t)=O(t^{1/3})$, $t\to0$.

Эскертүү. Аналогиялуу түрдө төмөнкү маселенин чечиминин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмасын тургузууга болот:

$$\varepsilon y''(x)-x^\alpha p(x)y(x)=f(x),\ 0<x<1,\ \ y(0)=y^0,\ y(1)=y^1,$$

мында α - рационалдык сан, $p,f\in C^\infty[0,T]$, $0<p(x)$, $x\in[0,T]$, $f_0\neq0$, y^0, y^1 - const.

§ 5.7де эселүү бурулуу чекитине ээ болгон сингулярдык козголгон төмөнкү Коши маселесинин чечиминин асимптотикасы тургузулган

$$\varepsilon y''(x)+x^n y(x)=f(x),\quad 0<x\le T,\quad y(0)=a,\ \ y'(0)=b, \tag{24}$$

мында n - фиксирленген натуралдык сан, T, a, b - const, $f(x)=\sum_{k=0}^\infty\varepsilon^k f_k(x)$, $f_k\in C^\infty[0,T],\ f_0(0)\neq0.$

Төмөнкү лемма далилденген.

2-Лемма. Төмөнкү маселе:

$$\pi''_{-n}(t)+t^n\pi_{-n}(t)=\tilde{f}_0(\mu t),\ \ 0<t\le T/\mu,\ \pi_{-n}(0)=0,\ \pi'_{-n}(0)=0$$

$t\to T/\mu$, $\mu\to0$ болгондо даражалуу кемүүчү функциялардын классында чексиз дифференцирленүүчү чечимге ээ болот, мында

$$\tilde{f}_0(x)=\sum_{j=0}^{n-1}x^j f_{0,j},\ f_{0,j}=f_0^{(j)}(0)/j!.$$

Төмөнкү теорема далилденген.

15-Теорема. (24)- Коши маселесинин чечими үчүн $\varepsilon\to0$ до, $0\le x\le$T кесиндиде төмөнкү асимптотикалык ажыралыш орун алат:

$$y(x)=\sum_{k=-n}^{-1}\mu^k\pi_k(t)+\sum_{k=0}^{m(n+2)}\mu^k\left(v_k(x)+\pi_k(t)\right)+O\left(\varepsilon^{m+2/(n+2)}\right)$$

мында $\mu=\sqrt[n+2]{\varepsilon},\ x=\mu t,\ \pi_k(t)$ - чектик функциялар, алар μ дөн көз каранды, $\pi_k\in C^\infty[0,T/\mu]$, $v_k(x)\in C^\infty[0,T]$.

5- бап боюнча корутунду.

Өзгөртүп түзүү жана модифицирленген жалпыланган чек-аралык функциялар методдорун колдонуп тиешелүү козголбогон теңдеме регулярдуу эмес өзгөчө чекитке; бөлчөк тартиптеги бурулуу чекитине; туундуга ээ эмес коэффициентке; эселүү бурулуу чекитине ээ болгон учурларда сингулярдык козголгон сызыктуу, бир тектүү эмес экинчи тартиптеги кадимки дифференциалдык теңдемелер үчүн баштапкы жана чек-аралык маселелердин чечимдеринин бир калыптагы асимптотикалык ажыралыштары тургузулду.

Асимптотикалык катарлардын калдык мүчөлөрү үчүн так асимптотикалык баалоолор келтирилди, б.а. асимптотикалык ажыралыштар негизделди.

Диссертациянын **6-** бапында ар түрдүү өзгөчөлүккө ээ болгон сингулярдык козголгон параболикалык маселелердин чечимдеринин асимптотикасы тургузулган.

§ 6.1 де түз сызыкта убакыт боюнча квадраттык өзгөчөлүккө ээ болгон бисингулярдуу Коши маселесинин чечиминин асимптотикалык абалы изилденген.

Жалпыланган чек-аралык функциялар методу менен чечимдин бир калыптагы асимптотикалык ажыралышы тургузулган. Тиешелүү «кубулган» теңдеменин чечими убакыт боюнча өзгөчөлүгү квадраттык өскөн учур каралган. Калдык мүчө үчүн асимптотикалык баалоо алынган.

Чексиз түз сызыкта төмөнкү Коши маселесин изилдейбиз:

$$\varepsilon\left(\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}-\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}\right)+t^2p(x,t)u(x,t)=f(x,t),\quad (x,t)\in D, \tag{25}$$

$$u(x,0)=\varphi(x),\ -\infty<x<+\infty, \tag{26}$$

мында $D=\{(x,t)|\ x\in R,\ 0\le t\le 1\}$, $f\in\tilde{C}^\infty(D)$, $f(x,0)\neq 0$, $\varphi\in\tilde{C}^\infty(R)$, $\tilde{C}^\infty(D)$ - x ке карата R де чексиз дифференцирленүүчү жана чектелген функциялардын мейкиндиги, $u(x,t)$ - белгисиз функция.

(25)-(26) маселе бисингулярдуу, анткени тиешелүү козголбогон теңдеме жылма эмес чечимге ээ:

$$u_0(x,t)=\frac{f(x,t)}{t^2p(x,t)}.$$

Бизди (25)-(26) маселенин чечиминин $\varepsilon\to 0$ дагы асимптотикалык абалы кызыктырат.

Жардамчы теоремалар далилденген.

16- Теорема. Мейли $F(x,\tau)\in C^\infty(\overline{D}_1)$, $z^0(x)\in C^\infty(R)$, $a(x)>0$ болсун. Анда төмөнкү маселе:

$$\frac{\partial z(x,\tau)}{\partial\tau}+\tau^2 a(x)z(x,\tau)=F(x,\tau),\ (x,\tau)\in D_1,\ z(x,0)=z^0(x)$$

$z(x,\tau)\in C^{\infty}(\overline{D}_1)$ жалгыз чечимге ээ болот.

17- Теорема. Мейли $0<a(x)\in C^{\infty}(R)$ болсун, жана $F_j(x,\tau)\in C^{\infty}(\overline{D}_1)$ функциялары төмөнкүдөй асимптотикалык катарларга ажырасын:

$$F_j(x,\tau)=\tau\sum_{k=0}^{\infty}\frac{F_{j,3k+j}(x)}{\tau^{3k+j}},\ j=0,1,2,\qquad \tau\to+\infty,\ -\infty<x<+\infty.$$

Анда D_1 аймагында төмөнкү теңдемелердин чечимдери жашайт

$$\frac{\partial z_j(x,\tau)}{\partial\tau}+\tau^2 a(x)z_j(x,\tau)=F_j(x,\tau),\ \ j=0,1,2,\ \tau\to+\infty,$$

жана алар катарга ажырайт:

$$z_j(x,\tau)=\frac{1}{\tau}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{z_{j,3k+j}(x)}{\tau^{3k+j}},\ j=0,1,2,\ \ \tau\to+\infty.$$

18- Теорема. (25)-(26) маселенин чечими үчүн $\varepsilon\to 0$ до төмөнкү асимптотикалык ажыралма туура

$$u(x,t)=\sum_{k=0}^{m}\varepsilon^k v_k(x,t)+\sum_{k=-2}^{3m}\mu^k w_k(x,\tau)+O\left(\varepsilon^m\right),$$

мында $v_k(x,t)\in C^{\infty}(D),\ k=0,1,...\ \ w_k(x,\tau)\to 0$ болот $\tau\to+\infty$ болгондо, $x\in R$ $\varepsilon=\mu^3,\tau=t/\mu$.

§ 6.2 де төмөнкү бисингулярдуу Коши маселесинин чечиминин асимптотикасы тургузулган

$$\varepsilon\left(\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}-\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}\right)+t^m u(x,t)=f(x,t),\ \ (x,t)\in D,\qquad u(x,0)=\varphi(x),\ x\in R,\quad (27)$$

мында $D=\{(x,t)|\ x\in R,\ 0\le t\le 1\}$, $f\in\widetilde{C}^{\infty}(D)$, $f(x,0)\neq 0$, $\varphi\in\widetilde{C}^{\infty}(R)$, m - фиксирленген натуралдык сан, $\widetilde{C}^{\infty}(D)$ - x ке карата R де чексиз дифференцирленүүчү жана чектелген функциялардын мейкиндиги, $u(x,t)$ - белгисиз функция.

(27)- маселе дагы бисингулярдуу, анткени пределдик (тиешелүү козголбогон, $\varepsilon=0$) $t^m u^0(x,t)=f(x,t)$ теңдеме $u^0(x,t)=\dfrac{f(x,t)}{t^m}$ туундуга ээ эмес чечимге ээ, б.а. чечим $t=0$ чекитте m- тартиптеги уюлга ээ.

Төмөнкүлөр далалденген.

3-Лемма. Мейли $r(x,\tau)\in\tilde{C}^{\infty}(\overline{D}_1),\ a(x)\in\tilde{C}^{\infty}(R)$ болсун. Анда төмөнкү маселе:

$$z_\tau(x,\tau)\ +\tau^m z(x,\tau)=r(x,\tau),\quad z(x,0)=a(x)$$

$z(x,\tau)\in\tilde{C}^{\infty}(D_1)$ жалгыз чечимге ээ болот.

19- Теорема. (27)- маселенин чечими үчүн $\varepsilon\to 0$ до төмөнкү асимптотикалык ажыралма туура:

$$u(x,t)=\sum_{k=0}^{n}\varepsilon^k z_k(x,t)+\sum_{k=-m}^{(m+1)n}\mu^k w_k(x,\tau)+O\left(\varepsilon^n\right),$$

мында $z_k(x,t)\in\tilde{C}^{\infty}(D), W(x,\tau)\in\tilde{C}^{\infty}(D_1), D_1=\{(x,\tau)\,|\,x\in\mathrm{R},\,0<\tau<\infty\}$, $\varepsilon=\mu^{m+1}$, $\tau=t/\mu$.

Мисал. Төмөнкү маселени карайлы

$$\varepsilon\left(\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}-\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}\right)+tu(x,t)=\frac{1}{1+x^2},\quad (x,t)\in D,\qquad u(x,0)=1.$$

Бул маселенин чечими үчүн төмөнкү асимптотикалык ажыралма орун алат:

$$u(x,t)=\mu^{-1}w_{-1}(x,\tau)+w_0(x,\tau)+\mu w_1(x,\tau)+\mu^2 w_2(x,\tau)+O(\varepsilon),\ \varepsilon\to 0,\ (x,t)\in\bar{D},$$

мында $w_{-1}(x,\tau)=(1+x^2)^{-1}\left(\tau^{-1}+\tau^{-3}+O(\tau^{-5})\right)$, $\tau\to+\infty$, $x\in R$,

$$w_0(x,\tau)=c_0(x)\left(\tau^{-2}+\tau^{-4}+O(\tau^{-6})\right),\ c_0(x)=\left((1+x^2)^{-1}\right)'',\ \tau\to+\infty,\ x\in R,$$

$$w_j(x,\tau)=c_j(x)\mathrm{O}(\tau^{-2-j}),\ c_j(x)=\left(c_{j-1}(x)\right)'',\ j=1,2,\ \tau\to+\infty,\ x\in R.$$

§ 6.3 дө температура өткөрүмдүүлүк коэффициенти кичине болгон жылуулук өткөрүмдүүлүк теңдемеси үчүн Коши маселеси изилденген:

$$\frac{\partial u(t,x)}{\partial t}=\varepsilon\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x^2},\ (x,t)\in D,\quad u(0,x)=f(x),\ x\in R,\quad (28)$$

мында $D=\{(t,x):0<t<\infty,\ x\in R\}$, $f(x)$ - сан огунда чектелген, чексиз дифференцирленүүчү функция.

(28)- маселенин чечими жашайт жана жалгыз. $\bar{D}$ аймагында $\varepsilon\to 0$ до кичине параметр боюнча бир калыптагы асимптотикалык ажыралмасын тургузабыз.

Төмөнкү теорема далилденген.

20- Теорема. (28)- маселенин чечими үчүн $\bar{D}$ аймагында $\varepsilon\to 0$ до төмөнкү асимптотикалык ажыралма туура:

$$u(\eta,x)=\frac{\sqrt{\eta}}{\sqrt{\pi(\eta+1)}}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{s^2}{1+\frac{1}{\eta}-\varepsilon}}f\left(2\sqrt{\frac{1-\varepsilon\eta}{\eta+1-\eta\varepsilon}}s+x\right)ds\left(1+\frac{1}{2}\frac{\varepsilon\eta}{1+\eta}+\right.$$

$$\left.+\frac{3}{8}\left(\frac{\varepsilon\eta}{1+\eta}\right)^2+\frac{5}{16}\left(\frac{\varepsilon\eta}{1+\eta}\right)^3+\frac{35}{128}\left(\frac{\varepsilon\eta}{1+\eta}\right)^4+\frac{63}{256}\left(\frac{\varepsilon\eta}{1+\eta}\right)^5+\ldots\right)$$

мында $t=\dfrac{1}{\varepsilon\eta}-1,\ 0\le\eta\le 1/\varepsilon.$

6- бап боюнча корутунду

Бул бапта эки өзгөрүлмөлүү, экинчи тартиптеги параболикалык типтеги бисингулярдуу козголгон сызыктуу дифференциалдык теңдемелер үчүн чексиз түз сызыкта Коши маселелери изилденди. Өзгөртүп түзүү (редукция) жана жалпыланган чек-аралык функциялар методдорун колдонуп, чечимдердин асимптотикалык ажыралыштары тургузулду. Ажыралыштардын калдык мүчөлөрү үчүн асимптотикалык баалар алынды, б.а. асимптотикалык ажыралыштар так негизделди.

КОРУТУНДУЛАР

Алгачкы жолу диссертацияда:

- Униформизация жана өзгөртүп түзүү усулдары менен Рейстин моделдик теңдемесинин чечиминин асимптотикасы тургузулду. Ламберттин функциясынын жардамы менен Рейстин теңдеменин айкын так чечими табылды. Стационардык чекитке секирик башталган чекит аныкталды.
- Стационардык жетиштүүлүгү бар химиялык реакциянын чечиминин асимптотикасы тургузулду. Химиялык реакциянын чечиминин асимптотикасын өзгөчө чекиттин чеке-белинде тургузуу үчүн жаңы метод сунушталды, бул метод Пуанкаре - Лайтхилла - Гонун методун жалпылайт.
- Сызыктуу эмес термелүүлөр теориясындагы Пуанкаре - Линдстеттин кичине параметр методун жалпылоочу метод иштелип чыгылды, бул методдун жардамы менен Беселдин теңдемесинин чечиминин (чыныгы жана комплекстик) аргументтин чоң маанисинде асимптотикасы тургузулду, мында кичине параметрдин ордунда аргументтин чоң маанилеринин тескериси маанилери катышат.
- Модифицирленген жалпыланган чек аралык функциялар методу менен тиешелүү козголбогон теңдеме регулярдуу эмес (иррегулярдуу) өзгөчөлүккө ээ болгон сингулярдык козголгон сызыктуу бир тектүү эмес экинчи тартиптеги кадимки дифференциалдык теңдемелер үчүн биринчи, экинчи жана үчүнчү түрдөгү чек аралык маселелердин чыгарылыштарынын асимптотикасы тургузулду.
- Жалпыланган чек аралык функциялар методу менен бурулуу чекитине ээ болгон сингулярдык козголгон сызыктуу бир тектүү эмес экинчи тартиптеги кадимки дифференциалдык теңдемелер үчүн баштапкы жана биринчи чек аралык маселелердин чечимдеринин асимптотикалык ажыралыштары тургузулду.
- Жалпыланган чек аралык функциялар методу менен сингулярдык козголгон параболикалык типтеги теңдемелер үчүн Коши маселесинин чечиминин асимптотикасы тургузулду.
- Өзгөртүп түзүү усулу менен жогорку жарым тегиздикте температура өткөрүмдүүлүк коэффициенти кичине болгон параболикалык типтеги теңдеме үчүн Коши маселесинин чечиминин асимптотикасы тургузулду.

Автор диссертациялык жумушту талкуулоодо такай көңүл бөлгөндүгү жана пайдалуу кеңештери үчүн илимий консультанты физика-математикалык илимдердин доктору, профессор, КР УИАнын мүчө-корреспонденти, КР илимине эмгек синирген ишмер К. Алымкуловго жана физика-математикалык илимдердин доктору, профессор Д.А. Турсуновго терең ыраазычылыгын билдирет.

Диссертациянын негизги мазмуну төмөнкү жумуштарда жарыяланган:

Монография

1. Кожобеков, К.Г. Асимптотика решения сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений с точками поворота [Текст] / К.Г. Кожобеков, Д.А. Турсунов // – Ош: Билим, 2019. – 154 с.

Scopus жана Web of Science базаларындагы журналдарда жарыяланган макалалар

2. Кожобеков, К.Г. Асимптотика решения краевой задачи, когда предельное уравнение имеет нерегулярную особую точку [Текст] / К.Г. Кожобеков, Д.А. Турсунов // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. –2019. – Т. 29. – Вып 3. – С. 1-9. DOI: 10.20537/vm190306.
3. Kozhobekov, K.G. Singularly perturbed the parabolic equation in the case when unperturbed equation has unbounded solution [Text] / K.G. Kozhobekov, K. Alymkulov, D.A. Tursunov // Far East Journal of Mathematical Sciences. 2017 Pushpa Publishing House, Allahabad, India. Vol. 102. № 2. –Pp. 329-336. DOI: 10.17654/MS102020329.
4. Кожобеков, К.Г. Асимптотика решения сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений с дробной точкой поворота [Текст] / К.Г. Кожобеков, Д.А. Турсунов // Известия Иркутского госуниверситета. Серия «Математика», 2017. – Т. 21. – С. 108-121. DOI: 10.26516/19977670.2017.21.108.

РИНЦ базасындагы журналдарда жарыяланган макалалар

5. Kozhobekov, K.G. A new approach to constructing the asymptotic of the solution of the Bessel equation for large values of the complex argument [Text] / K.G. Kozhobekov, K. Alymkulov // International Journal of Professional Science № 9-2019. – С. 6-10.
6. Кожобеков, К.Г. Асимптотика решения задачи Коши для уравнения теплопроводности с малым коэффициентом температуропроводности [Текст] / К.Г. Кожобеков // Вестник ЖАГУ. – 2019. – № 4 (43). – С.
7. Кожобеков, К.Г. Асимптотика решения бисингулярной задачи Коши на бесконечной прямой для уравнения теплопроводности [Текст] / К.Г. Кожобеков // Вестник ЖАГУ. – 2019. – № 4 (43). – С.
8. Кожобеков, К.Г. Асимптотика решения задачи Робена с иррегулярной особенностью [Текст] / К.Г. Кожобеков // Вестник ОшГУ. – 2019. – № 3. – С. 19-23.
9. Кожобеков, К.Г. Асимптотика решения второй краевой задачи с иррегулярной особенностью [Текст] / К.Г. Кожобеков // Вестник ОшГУ. – 2019. – № 3. – С. 14-19.

10. Кожобеков, К.Г. Прямой метод построения асимптотики решения уравнения Бесселя при больших значениях аргумента [Текст] / К.Г. Кожобеков, Алымкулов К. // Постулат. – 2019. – № 2(40). – С. 30.
11. Kozhobekov, K.G. Asymptotics of the solution of Bessel equation at large values of the argument [Text] / K.G. Kozhobekov, K. Alymkulov // Norwegian Journal of development of the International Science. No 27/ 2019. – Pp. 58-62.
12. Кожобеков, К.Г. Асимптотика решения уравнения бесселя при больших значениях аргумента [Текст] / К.Г. Кожобеков, К. Алымкулов // Международный студенческий научный вестник. – 2019. – № 1. – С. 104. URL: http://www.eduherald.ru/article/view?id=19461.
13. Кожобеков, К.Г. Об асимптотике решения задачи Рейса для явления прыжка [Текст] / К.Г. Кожобеков, К. Алымкулов // Вестник ЖАГУ. – 2019. – №2(41). – С. 3-6.
14. Кожобеков, К.Г. Асимптотика решения задачи химической реакции со стационарной достижимостью [Текст] / К.Г. Кожобеков, К. Алымкулов // Вестник ЖАГУ. – 2019. – № 3 (42). – С. 3-6.
15. Кожобеков, К.Г. Асимптотическое решение сингулярно возмущенной задачи Коши с точкой поворота [Текст] / К.Г. Кожобеков, Д.А. Турсунов // Математический анализ, Итоги науки и техн. Сер. Соврем. мат. и ее прил. Темат. обз., 156, ВИНИТИ РАН. – М., 2018, 84–88.
16. Кожобеков, К.Г. Асимптотика решения уравнения Бесселя при больших значениях аргумента [Текст] / К.Г. Кожобеков, К. Алымкулов // Вестник Жалал-Абадского государственного университета. – 2018. – № 1(36). – С. 5-8.
17. Кожобеков, К.Г. Асимптотика решения сингулярно возмущенного неоднородного уравнения типа Эйри [Текст] / К.Г. Кожобеков, К. Алымкулов, Д.А.Турсунов // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. – 2017. – № 5. – С. 56-59.
18. Кожобеков, К.Г. Обобщенный метод пограничных функций для систем обыкновенных дифференциальных уравнений с точкой поворота [Текст] / К.Г. Кожобеков, К. Алымкулов, Д.А. Турсунов // Известия КГТУ им. И. Раззакова. – 2016. – Т. 39. № 1. – С. 13-16.
19. Кожобеков, К.Г. Асимптотика решения бисингулярной задачи на бесконечной прямой с квадратичной особенностью по времени [Текст] / К.Г. Кожобеков // Молодой ученый. – 2016. – № 18 (122). – С. 1-5.
20. Кожобеков, К.Г. Обобщенный метод пограничных функций для бисингулярной задачи на бесконечной прямой [Текст] / К.Г. Кожобеков, К. Алымкулов, Д.А. Турсунов // Приволжский научный вестник. – 2016. – № 8 (60) – С. 8-12.

Тезистер

21. Kozhobekov, K.G. A new approach to constructing the asymptotic of the solution of the Bessel equation for large values of the argument [Text] / K.G. Kozhobekov, K. Alymkulov // III Borubaev's readings, Bishkek, may 24, 2019. p. 20.
22. Кожобеков, К.Г. Новый подход к построению асимптотики решения уравнения Бесселя для больших значений комплексного аргумента [Текст] /

К.Г. Кожобеков, К. Алымкулов // Сб. тезисов межд. конф «Актуальные проблемы анализа, дифференциальных уравнений и алгебры», посвящ. 10-летию Евразийского математического журнала. ЕНУ. 16-19 окт. 2019 г., г. Нур-Султан. – С. 75-76.
23. Кожобеков, К.Г. Асимптотика решения задачи Дирихле с иррегулярной особой точкой [Текст] / К.Г. Кожобеков, К. Алымкулов // Борубаевские чтения, 2018. – С. 14.
24. Kozhobekov, K.G. Asymptotics of the solution of the Bessel equation for the large values of the argument [Text] / K.G. Kozhobekov, K. Alymkulov // Mathematical Analysis, Differential Equation & Applications - MADEA 8 Bishkek - Cholpon-Ata, Kyrgyzstan, June 17-23, 2018. – C. 17-23.
25. Кожобеков, К.Г. Асимптотика решения сингулярно возмущенной задачи Коши с точкой поворота [Текст] / К.Г. Кожобеков, К. Алымкулов // Актуальные проблемы дифференциальных уравнений и их приложения. Республиканская научная конференция с участием зарубежных ученых. – Ташкент, Узбекистан, 15–17 декабря 2017 года. – С. 123-124.
26. Кожобеков, К.Г. Асимптотика решения задачи Коши для неоднородного обыкновенного дифференциального уравнения с точкой поворота [Текст] / К.Г. Кожобеков, К. Алымкулов // «Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений». Международная конференция, посвященная 70-летию профессора А. Керимбекова (г. Чолпон-Ата, 2017 г.). – С. 56.

Кожобеков Кудайберди Гапаралиевичтин «Бисингулярдуу козголгон дифференциалдык теңдемелердин чечимдеринин бир калыптагы асимптотикасы» деген темадагы 01.01.02 – «Дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу» адистиги боюнча физика-математикалык илимдердин доктору окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациясынын

РЕЗЮМЕСИ

Негизги сөздөр: асимптотикалык ажыралма, кичине параметр, бисингулярдуу теңдеме, Кошинин маселеси, Бессель теңдемеси, стационардык чектик химиялык реакциялык моделдик теңдеме, Дирихленин маселеси, Робендин маселеси, Неймандын маселеси, Рейстин моделдик теңдемеси, жалпыланган чек аралык функциялар методу.

Изилдөөнүн объекти. Сызыктуу жана сызыктуу эмес бисингулярдуу козголгон дифференциальдык теңдемелер үчүн баштапкы жана чектик (Дирихле, Нейман, Робен) маселелер, аргументи чексизге умтулгандагы Бесселдин теңдемеси, сингулярдуу козголгон параболалык теңдемелер.

Иштин максаттары. Секирик кубулушу үчүн Рейстин жана стационардык жетиштүүлүгү бар химиялык реакциянын маселесинин чечиминин асимптотикасын тургузуу. Бесселдин теңдемесинин чечиминин асимптотикасы аргументтин чоң маанисинде чыныгы жана комплекстик тегиздиктерде тургузуу. Иррегуляр өзгөчөлүккө ээ болгон бисингулярдуу козголгон маселелердин чечимдеринин асимптотикасын тургузуу үчүн жалпыланган чек аралык функциялар усулун өркүндөтүү.

Изилдөөнүн усулдары: өзгөртүп түзүү (редукция) усулу, мажоранттар усулу, жалпыланган чек аралык функция усулу, униформизация усулу.

Изилдөөнүн илимий жаңылыктары.

Секирик кубулушу үчүн Рейстин жана

стационардык жетиштүүлүгү бар химиялык реакциянын маселесинин чечиминин асимптотикасы тургузулду. Өзгөчө чекиттин чеке-белинде чыгарылыштын асимптотикалык ажыралмасын тургузуу үчүн Пуанкаре – Лайтхилл – Гонун методун жалпылоочу жаңы метод сунушталды.

Бесселдин теңдемесинин чыгарылышынын (чыныгы жана комплекстик), аргументтин чоң маанисинде, асимптотикасын тургузуу үчүн жаңы метод иштелип чыкты. Бул метод сызыктуу эмес термелүүлөр теориясындагы Пуанкаре – Линдстеттин кичине параметрлер методун жалпылайт, мында кичине параметрдин ордуна аргументтиң чоң маниисинин тескериси мааниси катышат.

Регулярдуу эмес (иррегулярдуу) өзгөчөлүккө ээ болгон бисингулярдуу маселелердин чыгарылыштарынын асимптотикасын тургузуу үчүн жалпыланган чек аралык функциялар методу онүктүрүлдү.

РЕЗЮМЕ

диссертации Кожобекова Кудайберди Гапаралиевича на тему: «Равномерная асимптотика решений бисингулярно возмущенных дифференциальных уравнений» на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: асимптотическое разложение, малый параметр, бисингулярное уравнение, задача Коши, модельная задача химической реакции со стационарной достижимостью, задача Дирихле, задача Робена, задача Неймана, модельное уравнение Рейса, метод обобщенной погранфункции.

Объект исследования. Начальные и граничные (Дирихле, Нейман, Робен) задачи для линейных и нелинейных бисингулярно возмущенных дифференциальных уравнений. Уравнение Бесселя при больших значениях аргумента, сингулярно возмущенные уравнения теплопроводности.

Цель работы. Построение асимптотики решения задач Рейса для явления прыжка и химической реакции со стационарной достижимостью. Построение асимптотики решения уравнения Бесселя, при больших значениях аргумента в действительной и комплексной областях. Развитие обобщенного метода погранфункций для построения асимптотики решения бисингулярно возмущенных задач с иррегулярной особенностью.

Методы исследования: метод преобразования (редукция), метод мажорант, обобщенный метод погранфункций и метод униформизации.

Научная новизна.

Построены асимптотики решений задач Рейса для явления прыжка и химической реакции со стационарной достижимостью. Предложен новый метод построения асимптотики решения вблизи особой точки асимптотического разложения, который обобщает метод Пуанкаре – Лайтхилла – Го.

Разработан новый метод построения асимптотики решения уравнения Бесселя при больших значениях аргумента (действительного или комплексного), который обобщает метод малого параметра Пуанкаре – Линдстета в теории нелинейных колебаний, и в качестве малого параметра выступает обратное значение аргумента при больших значениях аргумента.

Развит обобщенный метод погранфункций для построения асимптотики решения бисингулярно возмущенных задач с иррегулярной особенностью.

SUMMARY

Kozhobekov Kudayberdi Gaparalievich
Dissertation «Asymptotic of solutions of bisingularly perturbed differential equations » for the scientific degree of doctor of physical-mathematical sciences
(specialty 01.01.02 – differential equations, dynamical systems and optimal control)

Key words: asymptotic expansion, small parameter, bisingular equation, the equation of Bessel, Cauchy problem, Dirichlet problem, Robin problem, Neumann problem, model Reuss equation, generalized boundary function method.

Object of research. Initial and boundary (Dirichlet, Neumann, Robin) problems for linear and nonlinear bisingularly perturbed differential equations. Bessel equation.

Purpose of work. The construction of the asymptotics of the solution of Reuss problems for the phenomenon of a jump and a chemical reaction with stationary reachability. The construction of the asymptotics of the solution of the Bessel equation, for large values of the argument in the real and complex domains. Development of a generalized method of boundary functions for constructing the asymptotics of the solution of bisingularly perturbed problems with an irregular singularity.

Research methods: transformation method (reduction), majorant method, generalized border function method and uniformization method.

Scientific novelty.

The asymptotics of the solutions of the Reiss problems for the phenomenon of a jump and a chemical reaction with stationary reachability are constructed. A new method is proposed for constructing the asymptotics of a solution near a singular point of the asymptotic expansion, which generalizes the Poincaré-Lighthill-Go method.

A new method has been developed for constructing the asymptotics of the solution of the Bessel equation for large values of the argument (real or complex), which generalizes the method of the small Poincare-Lindstet parameter in the theory of nonlinear oscillations, and the inverse value of the argument for large values of the argument acts as a small parameter.

A generalized method of boundary functions is developed for constructing the asymptotics of the solution of bisingularly perturbed problems with an irregular singularity.

ШАРТУУ БЕЛГИЛӨӨЛӨР:

- Бисингулярдуу – кош сингулярдык (өзгөчөлүк).
- **N**, **Z**, **R** – тиешелүү түрдө натуралдык, бүтүн жана чыныгы сандардын көптүгү, $\mathbf{N_0}=\mathbf{N}\cup\{0\}$.
- $\forall$ – жалпылык квантору.
- $\exists$ – жашоо квантору.
- $\in$ – «тиешелүү, таандык».
- $\sim$ – «эквивалент».
- $\Rightarrow$ – «келип чыгат».
- $C^{\infty}(D)$ – D аймагында чексиз дифференцирленүүчү функциялардын көптүгү.
- $0<\varepsilon$ – кичине параметр, λ, μ – ε менен байланышкан кичине параметрлер.
- O, o – Ландаунун символдору.

КОЖОБЕКОВ КУДАЙБЕРДИ ГАПАРАЛИЕВИЧ

Бисингулярдуу козголгон дифференциалдык теңдемелердин чечимдеринин бир калыптагы асимптотикасы

Адистиги 01.01.02 –Дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу

Физика-математикалык илимдердин доктору окумуштуулук даражасын изденип алынуучу диссертациянын

АВТОРЕФЕРАТЫ

Басмага берилди:
Көлөмү : 1,75 б.т.
Форматы 60x84 1/16. Нускасы 120 даана.

Ош МУ нун “Билим” редакциялык-басма бөлүмү
Ош ш., Ленина к., 331.