

АЗƏРБАЙЧАН ССР ƏЛМЛƏР АКАДЕМИЯСЫНЫН

ХƏБƏРЛƏРИ

ИЗВЕСТИЯ

АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ФИЗИКА-ТЕХНИКА ВƏ КИМЯ ƏЛМЛƏРИ СЕРИЯСЫ



СЕРИЯ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ И ХИМИЧЕСКИХ НАУК

2

1958

А.ЗƏРБАЙЧАН ССР ƏА НƏШРИЙЯТЫ
ИЗДАТЕЛЬСТВО АН АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
БАКЫ – БАНУ

И. И. ИБРАГИМОВ

ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ В КЛАССЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ПОЛИНОМОВ

Многие задачи теории приближения периодических функций посредством тригонометрических полиномов связаны экстремальными свойствами этих полиномов.

Произвольный тригонометрический полином порядка $(n_1, n_2, \dots, n_k)$ имеет вид:

$$T_{n_1, \dots, n_k}(x_1, \dots, x_k) = \sum_{v_1=-n_1}^{n_1} \dots \sum_{v_k=-n_k}^{n_k} C_{v_1, \dots, v_k} e^{i v_1 x_1 + \dots + i v_k x_k} \quad (1)$$

Введем обозначения

$$\|T_{n_1, \dots, n_k}\|_p = \left(\int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} |T_{n_1, \dots, n_k}(t_1, \dots, t_k)|^p dt_1 \dots dt_k \right)^{\frac{1}{p}}, \quad (2)$$

где $p \geq 1$ произвольное число.

Среди многочисленных исследований в классе тригонометрических полиномов отметим известное неравенство С. Н. Бернштейна [2, стр. 26]:

$$\max_{\substack{0 \leq x_j \leq 2\pi \\ 1 \leq j \leq k}} \left| \frac{\partial T_{n_1, \dots, n_k}(x_1, \dots, x_k)}{\partial x_j} \right| \leq n_j \max_{(x_j)} |T_{n_1, \dots, n_k}(x_1, \dots, x_k)| \quad (3)$$

Это неравенство, наряду с другими известными неравенствами, обобщено Н. К. Бари [1] в одномерном случае в пространстве $L_p(a, b)$, где $0 < a < b < 2\pi$.

Замечательное неравенство получено С. М. Никольским [4] для тригонометрических полиномов многих переменных:

$$\|T_{n_1, \dots, n_k}\|_{p'} \leq 2^k \left(\prod_{j=1}^k n_j \right)^{\frac{1}{p} - \frac{1}{p'}} \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_p, \quad (4)$$

где $1 \leq p \leq p' \leq \infty$.

В этой работе мы полагаем, что функция $K(x_1, x_2, \dots, x_k)$ является интегрируемой внутри k -мерного куба $(G_k) = (0 \leq x_1 \leq 2\pi, \dots, 0 \leq x_k \leq 2\pi)$, и рассматриваем следующий функционал:

$$I_k(T_{n_1, \dots, n_k}) = \frac{1}{(2\pi)^k} \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} T_{n_1, \dots, n_k}(t_1, \dots, t_k) \cdot K(t_1, \dots, t_k) dt_1 \dots dt_k. \quad (5)$$

п 18959

ЦЕНТРАЛЬНАЯ НАУЧНАЯ
БИБЛИОТЕКА
А.Н. Киргизской ССР

РЕДАКЦИЯ БЕЙ'ЭТИ: З. И. Халилов (редактор), Б. Б. Абдуллаев,
Д. Б. Алиев, А. Д. Афандизаде, Б. Х. Афандиев
(редактор мавини), С. Ч. Мехдиев,

Чапа имзаланмыш 22/IV 1958-чи ил. Кағыз форматы $70 \times 108 \frac{1}{16}$.

Кағыз вэрэги 4. Чап вэрэги 10,96. Нес.-нэшр. вэрэги 10,2.

ФГ 11690. Сифариш 98. Тиражи 610.

Азербайжан ССР Мәдәнийәт Назирлигинин "Гызыл Шәрг" мәتبәәси.
Бақы, Гәзи Асланов күчәси, 80.

Мы здесь займемся оценкой модуля функционала $I_K(T_{n_1, \dots, n_K})$ посредством чисел $n_1, n_2, \dots, n_K$ и $\|T_{n_1, \dots, n_K}\|_p$ при $p \geq 1$.

Заметим, что из функционала $I_K(T_{n_1, \dots, n_K})$ путем подбора функции $K(x_1, \dots, x_K)$ можно получить, например, следующие функционалы:

$$1) \text{ Если } K(x_1, \dots, x_K) = \sum_{s_1=-n_1}^{n_1} \dots \sum_{s_K=-n_K}^{n_K} e^{-i \sum_{j=1}^K s_j (x_j - \alpha_j)} =$$

$$= \prod_{j=1}^K \frac{\sin \left(n_j + \frac{1}{2} \right) (x_j - \alpha_j)}{\sin \frac{1}{2} (x_j - \alpha_j)}, \quad (6)$$

где $\alpha_j (1 \leq j \leq K)$ — параметр, то $I_K(T_{n_1, \dots, n_K})$ имеет вид:

$$I_K(T_{n_1, \dots, n_K}) = \frac{1}{(2\pi)^K} \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} T_{n_1, \dots, n_K}(t_1, \dots, t_K) \cdot$$

$$\cdot \prod_{j=1}^K \frac{\sin \left(n_j + \frac{1}{2} \right) (t_j - \alpha_j)}{\sin \frac{1}{2} (t_j - \alpha_j)} dt_1 \dots dt_K = T_{n_1, \dots, n_K}(\alpha_1, \dots, \alpha_K) \quad (7)$$

2) Если

$$K(x_1, \dots, x_K) = \sum_{s_1=-n_1}^{n_1} \dots \sum_{s_K=-n_K}^{n_K} \prod_{j=1}^K (is_j)^{m_j} \cdot e^{-is_j (x_j - \alpha_j)} \quad (8)$$

то имеем:

$$I_K(T_{n_1, \dots, n_K}) = \frac{1}{(2\pi)^K} \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} \left\{ \sum_{s_1=-n_1}^{n_1} \dots \sum_{s_K=-n_K}^{n_K} \prod_{j=1}^K C_{s_1, \dots, s_K} e^{i \sum_{j=1}^K s_j x_j} \right\} dx_1 \dots dx_K =$$

$$= \sum_{s_1=-n_1}^{n_1} \dots \sum_{s_K=-n_K}^{n_K} C_{s_1, \dots, s_K} \prod_{j=1}^K (is_j)^{m_j} e^{i s_j \alpha_j} =$$

$$= \frac{\partial^{m_1 + \dots + m_K} T_{n_1, \dots, n_K}(\alpha_1, \dots, \alpha_K)}{\partial x_1^{m_1} \dots \partial x_K^{m_K}} \quad (9)$$

3) Если

$$K(x_1, \dots, x_K) = \sum_{v_1=-n_1}^{n_1} \dots \sum_{v_K=-n_K}^{n_K} a_{v_1, \dots, v_K} e^{-i \sum_{j=1}^K v_j x_j} \quad (10)$$

то получим

$$I_K(T_{n_1, \dots, n_K}) = \frac{1}{(2\pi)^K} \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} \left\{ \sum_{s_1=-n_1}^{n_1} \dots \sum_{s_K=-n_K}^{n_K} C_{s_1, \dots, s_K} e^{i \sum_{j=1}^K s_j x_j} \right\} \cdot$$

$$\cdot \left\{ \sum_{v_1=-n_1}^{n_1} \dots \sum_{v_K=-n_K}^{n_K} a_{v_1, \dots, v_K} e^{-i \sum_{j=1}^K v_j x_j} \right\} dx_1 dx_2 \dots dx_K =$$

$$= \sum_{v_1=-n_1}^{n_1} \dots \sum_{v_K=-n_K}^{n_K} a_{v_1, \dots, v_K} C_{v_1, \dots, v_K} \quad (11)$$

Оценка модуля функционала $I_K(T_{n_1, \dots, n_K})$, определяемого равенством (5) посредством чисел $n_1, n_2, \dots, n_K$ и $\|T_{n_1, \dots, n_K}\|_p$, дается в случае, когда число p удовлетворяет условию, что $1 \leq p \leq 2$.

Кроме того, устанавливаются зависимость между нормами $\|T_{n_1, \dots, n_K}\|_p$ и $\|T_{n_1, \dots, n_K}\|_{p'}$ при $1 \leq p \leq 2$ и $1 \leq p' \leq \infty$.

При этом мы пользуемся тем элементарным фактом, что для любого тригонометрического полинома $T_{n_1, \dots, n_K}(x_1, \dots, x_K)$ имеем:

$$T_{n_1, \dots, n_K}(x_1, \dots, x_K) =$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^K} \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} T_{n_1, \dots, n_K}(\tau_1, \dots, \tau_K) D(x_1 - \tau_1, \dots, x_K - \tau_K) d\tau_1 \dots d\tau_K, \quad (12)$$

где

$$D(v_1, \dots, v_K) = \sum_{s_1=-n_1}^{n_1} \dots \sum_{s_K=-n_K}^{n_K} \prod_{j=1}^K e^{is_j v_j} =$$

$$= \prod_{j=1}^K \frac{\sin \left(n_j + \frac{1}{2} \right) v_j}{\sin \frac{1}{2} v_j}. \quad (13)$$

Очевидно, функционал $I_K(T_{n_1, \dots, n_K})$ в силу (12) примет вид:

$$I_K(T_{n_1, \dots, n_K}) = \frac{1}{(2\pi)^K} \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} T_{n_1, \dots, n_K}(t_1, \dots, t_K) \cdot$$

$$\cdot \left(\frac{1}{(2\pi)^K} \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} K(x_1, \dots, x_K) D(x_1 - t_1, \dots, x_K - t_K) dx_1 \dots dx_K \right) dt_1 \dots dt_K =$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^K} \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} T_{n_1, \dots, n_K}(t_1, \dots, t_K) \cdot \Phi(t_1, \dots, t_K) dt_1 \dots dt_K, \quad (14)$$

где положено, что

$$\Phi(t_1, \dots, t_K) = \frac{1}{(2\pi)^K} \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} K(x_1, \dots, x_K) D(x_1 - t_1, \dots, x_K - t_K) dx_1 \dots dx_K. \quad (15)$$

Заметим, что функция $\Phi(t_1, \dots, t_k)$ является частной суммой Фурье функции $K(t_1, \dots, t_k)$, т. е. имеем:

$$\Phi(t_1, \dots, t_k) = S_{n_1, \dots, n_k}(t_1, \dots, t_k) = \sum_{v_1=-n_1}^{n_1} \dots \sum_{v_k=-n_k}^{n_k} b_{v_1, \dots, v_k} \prod_{j=1}^k e^{i v_j t_j}. \quad (16)$$

Предположим, что положительные числа p и q связаны равенством:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1 \quad (17)$$

Тогда из равенства (14), в силу неравенства Гельдера, получим:

$$|I_k(T_{n_1, \dots, n_k})| \leq \frac{1}{(2\pi)^k} \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_p \cdot \|\Phi(t_1, \dots, t_k)\|_q. \quad (18)$$

Неравенство (18) показывает, что решение нашей задачи свелось, к оценке нормы $\|\Phi(t_1, \dots, t_k)\|_q$ посредством чисел $n_1, n_2, \dots, n_k, q$ и $|b_{v_1, \dots, v_k}| (v_j = 0, \pm 1, \dots, \pm n_j; 1 \leq j \leq k)$.

Теорема 1. Если $T_{n_1, \dots, n_k}(x_1, \dots, x_k)$ — произвольный тригонометрический полином порядка $(n_1, n_2, \dots, n_k)$, и если $K(x_1, x_2, \dots, x_k)$ — интегрируемая функция внутри k -мерного куба $(G_k) = (0 \leq x_j \leq 2\pi, 1 \leq j \leq k)$ с коэффициентами Фурье $b_{v_1, \dots, v_k} (v_j = 0, \pm 1, \dots; 1 \leq j \leq k)$, то для функционала $I_k(T_{n_1, \dots, n_k})$ имеет место неравенство:

$$|I_k(T_{n_1, \dots, n_k})| \leq (2\pi)^{-\frac{k}{p}} \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_p \left(\sum_{v_1=-n_1}^{n_1} \dots \sum_{v_k=-n_k}^{n_k} |b_{v_1, \dots, v_k}|^p \right)^{\frac{1}{p}}, \quad (19)$$

при любом p , удовлетворяющем условию, что $1 \leq p \leq 2$.

Доказательство. Для оценки нормы $\|\Phi(t_1, \dots, t_k)\|_q$ посредством чисел $n_1, n_2, \dots, n_k, q$ и $|b_{v_1, \dots, v_k}|$, мы будем пользоваться следующей леммой, которая впервые доказана Юнгом и Хаусдорфом, а затем Харди и Литтлвудом (см. [5] стр. 133).

Лемма. Для любых заданных чисел $C_m (-n \leq m \leq n)$ имеет место неравенство:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left| \sum_{m=-n}^n C_m e^{imx} \right|^q dx \leq \left(\sum_{m=-n}^n |C_m|^p \right)^{\frac{1}{p-1}}, \quad (20)$$

где $1 < p \leq 2$ и $q \geq 2$.

Заметим, что доказательство этой леммы в k -мерном случае не требует преодоления каких-либо трудностей, и неравенство (20) заменится следующим неравенством:

$$\frac{1}{(2\pi)^k} \int_{-\pi}^{\pi} \dots \int_{-\pi}^{\pi} \left| \sum_{v_1=-n_1}^{n_1} \dots \sum_{v_k=-n_k}^{n_k} C_{v_1, \dots, v_k} e^{i \sum_{j=1}^k v_j x_j} \right|^q dx_1 \dots dx_k \leq \left(\sum_{v_1=-n_1}^{n_1} \dots \sum_{v_k=-n_k}^{n_k} |C_{v_1, \dots, v_k}|^p \right)^{\frac{1}{p-1}}, \quad (21)$$

причем, числа p ($1 < p \leq 2$) и q связаны соотношением (17).

Благодаря неравенству (21), из неравенства (18) следует неравенство (19) при условии, что $1 < p \leq 2$.

Покажем, что неравенство (19) верно и при $p=1$. В самом деле, из равенства (14) следует, что

$$|I_k(T_{n_1, \dots, n_k})| \leq \frac{1}{(2\pi)^k} \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_1 \cdot \max_{(t_j)} |\Phi(t_1, \dots, t_k)| \quad (22)$$

Далее в силу (15) имеем:

$$\max_{\substack{0 \leq t_j \leq 2\pi \\ (1 \leq j \leq k)}} |\Phi(t_1, \dots, t_k)| \leq \sum_{v_1=-n_1}^{n_1} \dots \sum_{v_k=-n_k}^{n_k} |b_{v_1, \dots, v_k}|. \quad (23)$$

Тогда неравенство (22) примет вид:

$$|I_k(T_{n_1, \dots, n_k})| \leq \frac{1}{(2\pi)^k} \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_1 \cdot \sum_{v_1=-n_1}^{n_1} \dots \sum_{v_k=-n_k}^{n_k} |b_{v_1, \dots, v_k}|. \quad (24)$$

Неравенство (24) показывает, что неравенство (19) остается в силе и при $p=1$.

Итак, теорема 1 доказана.

Отметим несколько следствий из теоремы 1 при конкретно заданном $K(x_1, x_2, \dots, x_k)$.

Следствие 1. Если $T_{n_1, \dots, n_k}(x_1, \dots, x_k)$ произвольный тригонометрический полином порядка $(n_1, \dots, n_k)$, то имеет место неравенство:

$$\max_{\substack{0 \leq x_j \leq 2\pi \\ (1 \leq j \leq k)}} |T_{n_1, \dots, n_k}(x_1, \dots, x_k)| \leq \prod_{j=1}^k \left(\frac{2n_j+1}{2\pi} \right)^{\frac{1}{p}} \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_p = \prod_{j=1}^k \left(\frac{n_j}{\pi} \right)^{\frac{1}{p}} \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_p (1+o(1)), \quad (25)$$

при любом p , удовлетворяющем условию, что $1 \leq p \leq 2$.

Доказательство. Пусть функция $K(x_1, \dots, x_k)$ определяется равенством (6). В этом случае имеет место равенство (7), и

$$b_{v_1, \dots, v_k} = e^{i(v_1 \alpha_1 + \dots + v_k \alpha_k)} \quad (v_j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots; 1 \leq j \leq k).$$

Поэтому имеем:

$$\sum_{v_1=-n_1}^{n_1} \dots \sum_{v_k=-n_k}^{n_k} |b_{v_1, \dots, v_k}| = \prod_{j=1}^k (2n_j+1).$$

Таким образом, если функция $K(x_1, \dots, x_k)$ определяется равенством (6), то из неравенства (19) следует неравенство (25), при условии, что $1 \leq p \leq 2$.

В частности, в случае $p=1$ неравенство (25) имеет вид:

$$\max_{\substack{0 \leq x_j \leq 2\pi \\ (1 \leq j \leq k)}} |T_{n_1, \dots, n_k}(x_1, \dots, x_k)| = \prod_{j=1}^k \frac{2n_j+1}{2\pi} \cdot \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_1 = \prod_{j=1}^k \frac{n_j}{\pi} \cdot \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_1 (1+o(1)) \quad (26)$$

Из неравенства (25) в случае $p=2$ находим:

$$\max_{0 < x_j < 2\pi} \left| T_{n_1, \dots, n_k}(x_1, \dots, x_k) \right| \leq \prod_{j=1}^k \left(\frac{2n_j+1}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_2 =$$

$$= \prod_{j=1}^k \sqrt{\frac{n_j}{\pi}} \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_2 \cdot (1+o(1)) \quad (27)$$

Заметим, что неравенства (26) и (27) можно получить непосредственно из неравенства (18), не пользуясь неравенством (21). В самом деле, если функция $K(x_1, \dots, x_k)$ определяется равенством (6), то из равенства (15) получим:

$$\Phi(t_1, \dots, t_k) = \prod_{j=1}^k \frac{\sin\left(n_j + \frac{1}{2}\right)(t_j - x_j)}{\sin \frac{1}{2}(t_j - x_j)}.$$

Отсюда

$$\max_{0 < t_j < 2\pi} |\Phi(t_1, \dots, t_k)| = \prod_{j=1}^k (2n_j+1), \quad (28)$$

$$\|\Phi(t_1, \dots, t_k)\|_2 = \left\{ \prod_{j=1}^k 2\pi(2n_j+1) \cdot \frac{1}{2\pi(2n_j+1)} \cdot \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} \left(\frac{\sin\left(n_j + \frac{1}{2}\right)u_j}{\sin \frac{u_j}{2}} \right)^2 du_1, \dots, du_k \right\}^{\frac{1}{2}} = \prod_{j=1}^k \sqrt{2\pi(2n_j+1)}. \quad (29)$$

В силу (28) и (29) из неравенства (18) получаются неравенства (26) и (27).

Отметим, что неравенство (27) превращается в равенство для следующего тригонометрического полинома.

$$T_{n_1, \dots, n_k}(x_1, \dots, x_k) = \prod_{j=1}^k \left(\frac{\sin\left(n_j + \frac{1}{2}\right)x_j}{\sin \frac{x_j}{2}} \right)^2$$

Следствие 2. Если $T_{n_1, \dots, n_k}(x_1, \dots, x_k)$ является произвольным тригонометрическим полиномом порядка $(n_1, n_2, \dots, n_k)$, то для его производных имеет место неравенство:

$$\max_{\substack{0 < x_j < 2\pi \\ (1 \leq j \leq k)}} \left| \frac{\partial^{m_1+\dots+m_k} T_{n_1, \dots, n_k}(x_1, \dots, x_k)}{\partial x_1^{m_1} \dots \partial x_k^{m_k}} \right| \leq \pi^{-\frac{k}{p}} \prod_{j=1}^k \frac{n_j^{m_j+\frac{1}{p}}}{(m_j p + 1)^{1/p}} \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_p (1+o(1)), \quad (30)$$

где $1 \leq p \leq 2$.

Доказательство. Допустим, что функция $K(x_1, \dots, x_k)$ определяется равенством (8). В этом случае, в силу равенства (15), функ-

ция $\Phi(t_1, \dots, t_k)$ является тригонометрическим полиномом порядка $(n_1, \dots, n_k)$ следующего вида:

$$\Phi(t_1, \dots, t_k) = \sum_{v_1=-n_1}^{n_1} \dots \sum_{v_k=-n_k}^{n_k} \prod_{j=1}^k (i v_j)^{m_j} e^{i v_j (t_j - x_j)}, \quad (31)$$

где $m_1, m_2, \dots, m_k$ — любые целые положительные числа. При этом имеем:

$$\sum_{v_1=-n_1}^{n_1} \dots \sum_{v_k=-n_k}^{n_k} |b_{v_1, \dots, v_k}|^p = 2^k \prod_{j=1}^k \left(\sum_{v_j=1}^{n_j} v_j^{m_j p} \right).$$

Поэтому из неравенства (19), в силу (9), следует неравенство:

$$\max_{\substack{0 < x_j < 2\pi \\ (1 \leq j \leq k)}} \left| \frac{\partial^{m_1+\dots+m_k} T_{n_1, \dots, n_k}(x_1, \dots, x_k)}{\partial x_1^{m_1} \partial x_2^{m_2} \dots \partial x_k^{m_k}} \right| \leq \pi^{-\frac{k}{p}} \prod_{j=1}^k \left(\sum_{v_j=1}^{n_j} v_j^{m_j p} \right)^{\frac{1}{p}} \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_p \quad (32)$$

При этом, имея в виду, что

$$\sum_{v_j=1}^{n_j} v_j^{m_j p} = \frac{n_j^{m_j p+1}}{m_j p + 1} (1+o(1)),$$

из неравенства (32) получаем неравенство (30) при $1 \leq p \leq 2$.

Из неравенства (30) в случае $p=2$ следует следующее неравенство:

$$\max_{0 < x_j < 2\pi} \left| \frac{\partial^{m_1+\dots+m_k} T_{n_1, \dots, n_k}(x_1, \dots, x_k)}{\partial x_1^{m_1} \dots \partial x_k^{m_k}} \right| \leq \pi^{-\frac{k}{2}} \prod_{j=1}^k \frac{n_j^{m_j+\frac{1}{2}}}{\sqrt{2m_j+1}} \cdot \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_2 (1+o(1)). \quad (33)$$

Следствие 3. Пусть даны вещественные или комплексные числа $\lambda_{s_1, \dots, s_k}$ ($s_j=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n_j; 1 \leq j \leq k$) и тригонометрический полином $T_{n_1, \dots, n_k}(x_1, \dots, x_k)$ порядка $(n_1, n_2, \dots, n_k)$ вида (1) с коэффициентами $C_{v_1, \dots, v_k}$ ($v_j=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n_j; 1 \leq j \leq k$).

Тогда для тригонометрической суммы

$$f_{\lambda_{n_1, \dots, n_k}}(x_1, x_2, \dots, x_k) =$$

$$= \sum_{s_k=-n_k}^{n_k} \dots \sum_{s_1=-n_1}^{n_1} \lambda_{s_1, \dots, s_k} C_{s_1, \dots, s_k} e^{i(s_1 x_1 + \dots + s_k x_k)}$$

имеет место неравенство:

$$\max_{\substack{0 < x_j < 2\pi \\ (1 \leq j \leq k)}} \left| f_{\lambda_{n_1, \dots, n_k}}(x_1, \dots, x_k) \right| \leq (2\pi)^{-\frac{k}{p}} \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_p \cdot \left(\sum_{-n_k}^{n_k} \dots \sum_{-n_1}^{n_1} |\lambda_{n_1, \dots, n_k}|^p \right)^{\frac{1}{p}} (\alpha)$$

Доказательство. Выберем функцию $K(t_1, \dots, t_k)$ в следующем виде:

$$K(t_1, \dots, t_k) = \sum_{s_k=-n_k}^{n_k} \dots \sum_{s_2=-n_2}^{n_2} \lambda_{s_1, \dots, s_k} e^{is_1(x_1-t_1)+\dots+is_k(x_k-t_k)},$$

В этом случае

$$I_k(T_{n_1, \dots, n_k}) = f_{\lambda_1, \dots, \lambda_k}(x_1, \dots, x_k)$$

и, в силу теоремы 1, имеет место неравенство (а).

В одномерном случае, если дана последовательность вещественных или комплексных чисел $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, то для тригонометрической суммы

$$f_\lambda(x) = \sum_{k=-n}^n \lambda_k C_k e^{ikx}$$

имеет место неравенство:

$$\left| \sum_{k=-n}^n \lambda_k C_k e^{ikx} \right| \leq (2\pi)^{-\frac{1}{p}} \|T\|_p \left(\sum_{k=-n}^n |\lambda_k|^p \right)^{\frac{1}{p}} (\alpha_1).$$

Задачу об оценке тригонометрической суммы $f_\lambda(x)$ посредством нормы

$$\|T\| = \max_{0 \leq x \leq 2\pi} |T(x)|$$

впервые разрешил Г. Сеге. Эта задача называется проблемой множителей для тригонометрических полиномов.

Таким образом, следствие 3 является некоторым обобщением задачи Г. Сеге в многомерном случае.

Следствие 4. Если $T_{n_1, \dots, n_k}(x_1, \dots, x_k)$ является произвольным тригонометрическим полиномом порядка $(n_1, \dots, n_k)$ вида (1) с коэффициентами $C_{v_1, \dots, v_k}$ и если $a_{v_1, \dots, v_k}$ являются произвольными комплексными числами, то имеет место неравенство:

$$\left| \sum_{v_1=-n_1}^{n_1} \dots \sum_{v_k=-n_k}^{n_k} a_{v_1, \dots, v_k} C_{v_1, \dots, v_k} \right| \leq (2\pi)^{-\frac{1}{p}} \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_p \cdot \left(\sum_{v_1=-n_1}^{n_1} \dots \sum_{v_k=-n_k}^{n_k} |a_{v_1, \dots, v_k}|^p \right)^{\frac{1}{p}}, \quad (34)$$

где $1 \leq p \leq 2$.

Доказательство. Пусть функция $K(x_1, \dots, x_k)$ определяется равенством (10). В этом случае, имея в виду равенство (11), из равенства (19) получим неравенство (34). Очевидно, если

$$a_{v_1, \dots, v_k} = \bar{C}_{v_1, \dots, v_k},$$

то неравенство (34) имеет вид:

$$\sum_{v_1=-n_1}^{n_1} \dots \sum_{v_k=-n_k}^{n_k} |C_{v_1, \dots, v_k}|^2 \leq (2\pi)^{-\frac{1}{p}} \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_p \cdot \left(\sum_{v_1=-n_1}^{n_1} \dots \sum_{v_k=-n_k}^{n_k} |C_{v_1, \dots, v_k}|^p \right)^{\frac{1}{p}}, \quad (35)$$

Отсюда, в случае $p=2$, следует, что

$$\sum_{v_1=-n_1}^{n_1} \dots \sum_{v_k=-n_k}^{n_k} |C_{v_1, \dots, v_k}|^2 \leq (2\pi)^{-k} \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_2^2 \quad (35^*)$$

Неравенство (35*) является классическим неравенством Парсеваля для тригонометрических полиномов многих переменных порядка $(n_1, n_2, \dots, n_k)$.

Следствие 5. Если полином $\tilde{T}(x)$ является сопряженным с полиномом $T(x)$, то имеет место

$$\max_{0 \leq t \leq 2\pi} |\tilde{T}(t)| \leq 2 \left(\frac{n}{2\pi} \right)^{\frac{1}{p}} \|T\|_p, \quad (36)$$

$$\max_{0 \leq t \leq 2\pi} |\tilde{T}'(t)| \leq 2 \left(\frac{n}{2\pi(p+1)} \right)^{\frac{1}{p}} n \|T\|_p (1+o(1)), \quad (36^*)$$

где $1 \leq p \leq 2$.

Доказательство. Известно, что если

$$T(x) = a_0 + \sum_{k=1}^n (a_k \cos kx + b_k \sin kx),$$

то тригонометрический полином

$$\tilde{T}(x) = \sum_{k=1}^n (a_k \sin kx - b_k \cos kx)$$

называется сопряженным с полиномом $T(x)$.

Заметим, что если

$$K(x) = \sum_{k=1}^n (\cos kx \sin kt - \sin kx \cos kt) = \sum_{k=1}^n \sin k(x-t)$$

то функционал $I(T)$, определяемый равенством (5), в одномерном случае примет вид:

$$I(T) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} T(x) K(x) dx = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (a_k \sin kt - b_k \cos kt) = \frac{1}{2} \tilde{T}(t).$$

Кроме того, если

$$K(x) = \sum_{k=1}^n (k \cos kx \cos kt + k \sin kx \sin kt) = \sum_{k=1}^n k \cos k(x-t),$$

то функционал $I(T)$ примет вид:

$$I(T) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (ka_k \cos kt + kb_k \sin kt) = \frac{1}{2} \tilde{T}'(t).$$

Таким образом, в этих двух случаях, в силу теоремы 1, имеют место неравенства:

$$\max_{0 \leq t \leq 2\pi} |\tilde{T}(t)| \leq (2\pi)^{-\frac{1}{p}} \|T\|_p \cdot \left(\sum_{k=1}^n 1 \right)^{\frac{1}{p}}.$$

$$\max_{0 \leq t \leq 2\pi} |\tilde{T}'(t)| \leq 2(2\pi)^{-\frac{1}{p}} \|T\|_p \cdot \left(\sum_{k=1}^n k^p \right)^{\frac{1}{p}}.$$

Из этих неравенств получаются неравенства (36) и (36*),

Теорема 2. Если $1 < p \leq 2$ и $p' \geq p \geq 1$, то для произвольного тригонометрического полинома $T_{n_1, \dots, n_k}(x_1, \dots, x_k)$ порядка $(n_1, \dots, n_k)$ имеет место неравенство:

$$\|T_{n_1, \dots, n_k}\|_{p'} \leq \left(\prod_{j=1}^k \frac{n_j}{\pi} \right)^{\frac{1}{p} - \frac{1}{p'}} \|T_{n_1, \dots, n_k}\| (1 + o(1)) \quad (37)$$

Доказательство. Мы оценим норму $\|T_{n_1, \dots, n_k}\|_{p'} (p' \geq p \geq 1)$ следующим образом:

$$\|T_{n_1, \dots, n_k}\|_{p'}^{p'} = \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} |T_{n_1, \dots, n_k}|^{p'-p} |T_{n_1, \dots, n_k}|^p dx_1 \dots dx_k \leq \max_{0 \leq x_j \leq 2\pi} |T_{n_1, \dots, n_k}(x_1, \dots, x_k)|^{p'-p} \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_{p'}^p.$$

Отсюда в силу неравенства (25) находим:

$$\|T_{n_1, \dots, n_k}\|_{p'} \leq \left(\prod_{j=1}^k \frac{2n_j + 1}{2\pi} \right)^{\frac{p'-p}{p}} \|T_{n_1, \dots, n_k}\|^{p'-p} \cdot \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_{p'}^p.$$

Из этого неравенства получается неравенство (37).

Заметим, что неравенство (37) уточняет неравенство С. М. Никольского [4] в том смысле, что вместо постоянного множителя 2^k в неравенстве (4) мы имеем следующий множитель:

$$C_{p,p'}^{(k)} \simeq \left(\frac{1}{\pi} \right)^k \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p'} \right)$$

где $1 < p \leq 2$ и $1 \leq p' \leq \infty$.

Очевидно, для тригонометрического полинома одной переменной наша константа имеет вид:

$$C_{p,p'} \simeq \left(\frac{1}{\pi} \right)^{\frac{1}{p} - \frac{1}{p'}}.$$

Из доказанных выше теорем непосредственно получаются подобные же утверждения для алгебраических многочленов.

Произвольный алгебраический многочлен степени $(n_1, \dots, n_k)$ имеет вид:

$$Q(x_1, \dots, x_k) = \sum_{\nu_1=0}^{n_1} \dots \sum_{\nu_k=0}^{n_k} a_{\nu_1, \dots, \nu_k} x_1^{\nu_1} \dots x_k^{\nu_k} \quad (38)$$

Предположим, что

$$x_1 = \frac{(b-a)\cos t_1 + (a+b)}{2}, \dots, x_k = \frac{(b-a)\cos t_k + (a+b)}{2} \quad (39)$$

где a и b произвольные конечные числа.

Очевидно,

$$T(t_1, \dots, t_k) = Q \left[\frac{(b-a)\cos t_1 + (a+b)}{2}, \dots, \frac{(b-a)\cos t_k + (a+b)}{2} \right] \quad (40)$$

является тригонометрическим полиномом порядка $(n_1, \dots, n_k)$. В силу периодичности последнего многочлена по каждому аргументу $t_1, \dots, t_k$ имеем:

$$\|T\|_p = \left(\int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} |T(t_1, \dots, t_k)|^p dt_1 \dots dt_k \right)^{\frac{1}{p}} = \left(\int_{-\pi}^{\pi} \dots \int_{-\pi}^{\pi} |T(t_1, \dots, t_k)|^p dt_1 \dots dt_k \right)^{\frac{1}{p}}.$$

Последнее равенство в силу четности многочлена $T(t_1, \dots, t_k)$ по каждому аргументу $t_1, t_2, \dots, t_k$ примет вид:

$$\|T\| = 2^{\frac{k}{p}} \left(\int_0^{\pi} \dots \int_0^{\pi} |T(t_1, \dots, t_k)|^p dt_1 \dots dt_k \right)^{\frac{1}{p}}.$$

Заметим, что k -мерный куб $G_k = (0 \leq t_j \leq \pi, 1 \leq j \leq k)$, посредством преобразований (39), переходит в k -мерный куб $W_k = (a \leq x_j \leq b; 1 \leq j \leq k)$. Потому имеем:

$$\|T\|_p = 2^{\frac{k}{p}} \left(\int_0^{\pi} \dots \int_0^{\pi} |Q \left[\frac{(b-a)\cos t_1 + (a+b)}{2}, \dots, \frac{(b-a)\cos t_k + (a+b)}{2} \right]|^p dt_1 \dots dt_k \right)^{\frac{1}{p}} = 2^{\frac{k}{p}} L_{k,p}(Q), \quad (40)$$

где

$$L_{k,p}(Q) = \left(\int_a^b \dots \int_a^b |Q(x_1, \dots, x_k)|^p \cdot \frac{dx_1 \dots dx_k}{\prod_{j=1}^k \sqrt{(x_j - a)(b - x_j)}} \right)^{\frac{1}{p}}. \quad (41)$$

Таким образом, на основании равенства (40) из неравенства (25) следует:

Теорема 3. Для произвольного алгебраического многочлена $Q(x_1, \dots, x_k)$ степени $(n_1, \dots, n_k)$ в k -мерном кубе (W_k) имеет место

$$\max_{\substack{a \leq x_j \leq b \\ (1 \leq j \leq k)}} |Q(x_1, \dots, x_k)| \leq \prod_{j=1}^k \left(\frac{2n_j + 1}{\pi} \right)^{\frac{1}{p}} L_{k,p}(Q), \quad (42)$$

где $L_{k,p}(Q)$ определяется равенством (41).

Из равенства (40) находим, что

$$\frac{\partial T(t_1, \dots, t_k)}{\partial t_j} = -\sqrt{1-x_j^2} \cdot \frac{\partial Q(x_1, \dots, x_k)}{\partial x_j} \quad (j=1, 2, \dots, k).$$

Отсюда и из неравенства (30) следует:

Теорема 4. Если $Q(x_1, \dots, x_k)$ — произвольный алгебраический многочлен степени $(n_1, \dots, n_k)$, то в k -мерном кубе (W_k) имеет место

$$\max_{\substack{a \leq x_j \leq b \\ (1 \leq j \leq k)}} \left| \frac{\partial Q(x_1, \dots, x_k)}{\partial x_j} \right| \leq \left(\frac{2}{\pi} \right)^{\frac{k}{p}} \frac{n_j^{1+\frac{1}{p}}}{\sqrt{(a-x_j)(b-x_j)}} \cdot \left(\prod_{j=1}^k n_j^{\frac{1}{p}} \right) \cdot L_{k,p}(Q),$$

где $L_{k,p}(Q)$ определяется равенством (41). Далее, имея в виду равенство (40) и неравенство (34) получается

Теорема 5. Если числа $a_{\nu_1, \dots, \nu_k}$ являются коэффициентами алгеб-

ранческого многочлена $Q(x_1, \dots, x_k)$ степени $(n_1, \dots, n_k)$ и если числа $C_{v_1, \dots, v_k}$ ($v_j = 0, 1, \dots, n_j$; $j = 1, 2, \dots, k$) являются произвольными комплексными числами, то имеем:

$$\left| \sum_{v_1=0}^{n_1} \dots \sum_{v_k=0}^{n_k} a_{v_1, \dots, v_k} C_{v_1, \dots, v_k} \right| \leq \left(\frac{1}{\pi} \right)^{\frac{k}{p}} \left(\sum_{v_1=0}^{n_1} \dots \sum_{v_k=0}^{n_k} |a_{v_1, \dots, v_k}|^p \right)^{\frac{1}{p}} L_{k,p}(Q),$$

где $1 \leq p \leq 2$ и $L_{k,p}(Q)$ определяется равенством (41).

Наконец, в силу теоремы 2, имеет место следующее утверждение:

Теорема 6. Если $1 \leq p \leq 2$, $p' \geq p \geq 1$ и $Q(x_1, \dots, x_k)$ — произвольный алгебраический многочлен степени $(n_1, \dots, n_k)$, то имеет место неравенство:

$$L_{k,p'}(Q) \leq 2^{k \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p'} \right)} \prod_{j=1}^k \left(\frac{n_j}{\pi} \right)^{\frac{1}{p} - \frac{1}{p'}} L_{k,p}(Q).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Бари Н. К. Обобщение неравенств С. Н. Бернштейна и А. А. Маркова. Изв. АН СССР, серия математич., №18, 1954.
2. Бернштейн С. Н. Собрание сочинений, т. 1. Изд. АН СССР, 1952.
3. Ибрагимов И. И. Экстремальные задачи в классе целых функций экспоненциального типа. Успехи математич. наук, т. XII, в. 3 (75), 1957.
4. Никольский С. М. Неравенства для функций конечной степени и их применение в теории дифференцируемых функций многих переменных. Труды Математич. ин-та им. В. А. Стеклова, т. 38, 1951.
5. Титчмарш Е. Введение в теорию интегралов Фурье. Гостехиздат, 1948.

И. И. Ибрагимов

Тригонометрические полиномы синфиндэ экстремал мәсәләләр

ХҮЛАСӘ

Бу мәгаләдә $K(x_1, \dots, x_n)$ функциясынын k -өлчүлү ($G_k = \{0 \leq x_j \leq 2\pi, 1 \leq j \leq k\}$) кубунда интегралланан, $T_{n_1, \dots, n_k}(x_1, \dots, x_k)$ -нын исә $(n_1, n_2, \dots, n_k)$ тәртібли ихтияри тригонометрик полином олдуғуну фәрз эдәрәк,

$$J_k(T_{n_1, \dots, n_k}) = \frac{1}{(2\pi)^k} \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} T_{n_1, \dots, n_k}(t_1, \dots, t_k) K(t_1, \dots, t_k) dt_1 \dots dt_k$$

функционалыны гиймәтләндирик.

Теорем 1. $K(x_1, \dots, x_n)$ функциясы (G_k) кубунда интегралланан функция, $T_{n_1, \dots, n_k}(x_1, x_2, \dots, x_k)$ исә $(n_1, n_2, \dots, n_k)$ тәртібли ихтияри тригонометрик полином олдуғда, $J_k(T_{n_1, \dots, n_k})$ функционалы үчүн p -ин $1 \leq p \leq 2$ шәртиндәки бүтүн гиймәтләрində

$$|J_k(T_{n_1, \dots, n_k})| \leq (2\pi)^{-\frac{k}{p}} \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_p \left(\sum_{v_1=0}^{n_1} \dots \sum_{v_k=0}^{n_k} |b_{v_1, \dots, v_k}|^p \right)^{\frac{1}{p}} \quad (1)$$

бәрәбәрсизлийи доғрудур; бурада $b_{v_1, \dots, v_k}$ әдәдләри $K(x_1, x_2, \dots, x_k)$ функциясынын Фур'е әмсалларыдыр вә

$$\|T\|_p = \left(\int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} |T|^p dx_1 \dots dx_k \right)^{\frac{1}{p}}$$

гәбул олуңмушдур.

Гейд әтмәк ләзымдыр ки, $K(x_1, x_2, \dots, x_k)$ функциясыны мұхтәлиф шәкилләрдә сечмәклә, бу теоремдән бир сыра дәгиг вә әһәмийәтли нәтичәләр чыхармағ олуң.

Нәтичә 1. $(n_1, \dots, n_k)$ тәртібли ихтияри тригонометрик $T_{n_1, \dots, n_k}(x_1, \dots, x_k)$ полиному үчүн p -ин $1 \leq p \leq 2$ шәртиндәки бүтүн гиймәтләрində,

$$\max_{\substack{0 \leq x_j \leq 2\pi \\ 1 \leq j \leq k}} |T_{n_1, \dots, n_k}(x_1, \dots, x_k)| \leq \prod_{j=1}^k \left(\frac{2n_j + 1}{2\pi} \right)^{\frac{1}{p}} \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_p \quad (2)$$

бәрәбәрсизлийи доғрудур.

Гейд әтмәк ләзымдыр ки, (2) бәрәбәрсизлийи $p=2$ һалында

$$T_{n_1, \dots, n_k}(x_1, \dots, x_k) = \prod_{j=1}^k \left(\frac{\sin\left(n_j + \frac{1}{2}\right)x_j}{\sin \frac{1}{2}x_j} \right)^2$$

полиному үчүн бәрәбәрлийә чеврилиң.

Нәтичә 2. $(n_1, n_2, \dots, n_k)$ тәртібли ихтияри тригонометрик $T_{n_1, \dots, n_k}(x_1, \dots, x_k)$ полиномунун истәнилән хусуси төрәмәси үчүн p -ин $1 \leq p \leq 2$ шәртиндәки бүтүн гиймәтләрində,

$$\max_{\substack{0 \leq x_j \leq 2\pi \\ 1 \leq j \leq k}} \left| \frac{\partial^{m_1+\dots+m_k} T_{n_1, \dots, n_k}}{\partial x_1^{m_1} \dots \partial x_k^{m_k}} \right| \leq \pi^{-\frac{k}{p}} \prod_{j=1}^k \frac{n_j^{\frac{m_j}{p} + \frac{1}{p}}}{(m_j p + 1)^{\frac{1}{p}}} \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_p (1 + O(1)) \quad (3)$$

бәрәбәрсизлийи доғрудур.

Нәтичә 3. Тутағ ки, әмсаллары

$$C_{v_1, \dots, v_k} \quad (v_j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n_j; 1 \leq j \leq k)$$

олан $(n_1, \dots, n_k)$ тәртібли $T_{n_1, \dots, n_k}(x_1, \dots, x_k)$ полиному, бир дә һәгиги вә я комплекс

$$\lambda_{s_1, \dots, s_k} \quad (s_j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n_j; 1 \leq j \leq k)$$

әдәдләри верилмишдир. Онда

$$f_{\lambda_{n_1, \dots, n_k}}(x_1, \dots, x_k) = \sum_{s_k=-n_k}^{n_k} \dots \sum_{s_1=-n_1}^{n_1} \lambda_{s_1, \dots, s_k} C_{s_1, \dots, s_k} e^{i(s_1 x_1 + \dots + s_k x_k)}$$

чәми үчүн p -ин $1 \leq p \leq 2$ шәртиндәки бүтүн гиймәтләрində

$$\max_{\substack{0 \leq x_j \leq 2\pi \\ (1 \leq j \leq k)}} |f_{\lambda_{n_1, \dots, n_k}}(x_1, \dots, x_k)| \leq (2\pi)^{-\frac{k}{p}} \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_p \left(\sum_{s_k=-n_k}^{n_k} \dots \sum_{s_1=-n_1}^{n_1} |\lambda_{s_1, \dots, s_k}|^p \right)^{\frac{1}{p}} \quad (4)$$

бәрәбәрсизлийи доғрудур.

Хүсуси халда, хэгийи вэ я комплекс

$$\lambda_k (\kappa=0, \pm 1, \pm 1, 2, \dots, \pm n)$$

эдэдлэри вэ

$$T(x) = \sum_n C_k e^{ikx}$$

полиному верилдикдэ

$$\max_{0 < x < 2\pi} \left| \sum_{-n}^n \lambda_k C_k e^{ikx} \right| \leq (2\pi)^{-\frac{1}{p}} \|T\|_p \left(\sum_{-n}^n |\lambda_k|^p \right)^{\frac{1}{p}} \quad (5)$$

бэрэбэрсизлийни алырыг.

Гейд эдэк ки,

$$f_v(x) = \sum_{-n}^n \lambda_k C_k e^{ikx}$$

чэмини

$$\|T\| = \max_{0 < x < 2\pi} |T(x)|$$

эдэди илэ гиймэтлэндирмэк мээсэлэсини Г. Сеге хэлл этмишдир. Бу мээсэлэйэ, тригонометрик полиномлар үчүн вуруглар проблеми дейилэр. Демэли 3-чү нэтичэ, мүййэн мээнада вуруглар проблеминин хэллидир.

Нэтичэ 4. $C_{v_1, \dots, v_k}$ эдэдлэри $(n_1, \dots, n_k)$ тэртибли $T_{n_1, \dots, n_k}(x_1, \dots, x_k)$ полиномунун эмсаллары, $a_{v_1, \dots, v_k}$ эдэдлэри исэ ихтияри хэгийи вэ я комплекс эдэдлэр олдугда, p -ин $1 \leq p \leq 2$ шэртиндэки бүтүн гиймэтлэриндэ

$$\left| \sum_{v_1=-n_1}^{n_1} \dots \sum_{v_k=-n_k}^{n_k} a_{v_1, \dots, v_k} C_{v_1, \dots, v_k} \right| \leq (2\pi)^{-\frac{k}{p}} \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_p \cdot \left(\sum_{v_1=-n_1}^{n_1} \dots \sum_{v_k=-n_k}^{n_k} |a_{v_1, \dots, v_k}|^p \right)^{\frac{1}{p}} \quad (6)$$

бэрэбэрсизлийи доғрудур.

Нэтичэ 5. $T(x)$ вэ $\tilde{T}(x)$ полиномлары гаршылыгылы гошма полиномлар олдугда, p -ин $1 \leq p \leq 2$ шэртиндэки бүтүн гиймэтлэриндэ

$$\max_{0 < x < 2\pi} |\tilde{T}(x)| \leq 2 \left(\frac{n}{2\pi} \right)^{\frac{1}{p}} \|T\|_p (1 + o(1)) \quad (7)$$

вэ

$$\max_{0 < x < 2\pi} |\tilde{T}'(x)| \leq 2 \left(\frac{n}{2\pi(p+1)} \right)^{\frac{1}{p}} \cdot n \|T\|_p (1 + o(1)) \quad (8)$$

бэрэбэрсизликлэри доғрудур.

Теорем 2. $1 \leq p \leq 2$ вэ $p' \geq p \geq 1$ олдугда, $(n_1, n_2, \dots, n_k)$ тэртибли ихтияри $T_{n_1, \dots, n_k}(x_1, \dots, x_k)$ полиному үчүн

$$\|T_{n_1, \dots, n_k}\|_{p'} \leq \left(\prod_{j=1}^k \frac{n_j}{\pi} \right)^{\frac{1}{p} - \frac{1}{p'}} \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_p (1 + o(1)) \quad (9)$$

бэрэбэрсизлийи доғрудур.

Гейд эдэк ки, (9) бэрэбэрсизлийи С. М. Николски тэрэфиндэн исбат олуиуш ашагыдакы бэрэбэрсизлийин дэгийглэмэсидир.

$$\|T_{n_1, \dots, n_k}\|_{p'} \leq 2^k \left(\prod_{j=1}^k n_j \right)^{\frac{1}{p} - \frac{1}{p'}} \|T_{n_1, \dots, n_k}\|_p; \quad (10)$$

бурада $1 \leq p \leq p' \leq \infty$ олур.

Бир дэ гейд этмэк лэзымдыр ки, юхаридакы тэклифлэрдэн истифадэ эдэрэк, чэбри чоххэдлилэр үчүн дэ бир нечэ ени тэклиф исбат олур.

Теорем 3. K -өлчүлү $(W_k) = (a \leq x_j \leq b; 1 \leq j \leq k)$ кубунда $(n_1, n_2, \dots, n_k)$ тэртибли ихтияри

$$Q(x_1, \dots, x_k) = \sum_{v_1=0}^{n_1} \dots \sum_{v_k=0}^{n_k} a_{v_1, \dots, v_k} x_1^{v_1} \dots x_k^{v_k}$$

чоххэдлиси үчүн p -ин $1 \leq p \leq 2$ шэртиндэки бүтүн гиймэтлэриндэ,

$$\max_{\substack{a < x_j < b \\ (1 \leq j \leq k)}} |Q(x_1, \dots, x_k)| \leq \prod_{j=1}^k \left(\frac{2n_j + 1}{\pi} \right)^{\frac{1}{p}} \cdot L_{k,p}(Q) \quad (11)$$

вэ

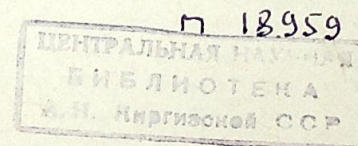
$$\max_{\substack{a < x_j < b \\ (1 \leq j \leq k)}} \left| \frac{\partial Q(x_1, \dots, x_k)}{\partial x_j} \right| \leq \left(\frac{2}{\pi} \right)^{\frac{k}{p}} \frac{n_j^{1+\frac{1}{p}}}{\sqrt{(a-x_j)(b-x_j)}} \left(\prod_{l=1}^k n_l \right)^{\frac{1}{p}} L_{k,p}(Q) \quad (13)$$

бэрэбэрсизликлэри доғрудур; бурада

$$L_{k,p}(Q) = \left(\int_a^b \dots \int_a^b |Q(x_1, \dots, x_k)|^p \frac{dx_1 \dots dx_k}{\prod_{j=1}^k (x_j - a)(b - x_j)} \right)^{\frac{1}{p}} \quad (12)$$

гэбул олуиушдур.

Нэхайэт гейд этмэк лэзымдыр ки, юхарида тригонометрик полиномлар хаггында исбат олуиуш тэклифлэри асанлыгга чэбри чоххэдлилэрэ көчүрмэк олур.



З. А. АЛИЯРОВА, Г. Б. АБДУЛЛАЕВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ДИФФУЗИИ Te и Sb в Se, И ВЛИЯНИЕ ПРИМЕСЕЙ БРОМА НА ПРОЦЕСС ДИФФУЗИИ

Для управления процессом электрической формовки и характеристиками селеновых выпрямителей в полупроводник вводятся определенные примеси, которые, по-видимому, играют существенную роль и в стабильности этих приборов [1].

При электрической формовке и дальнейшей работе селеновых выпрямителей, вследствие нелинейности распределения потенциала вдоль полупроводника, происходит перераспределение некоторых примесей в селене и создается градиент их концентрации, что сильно изменяет характеристики селеновых выпрямителей.

Проблема получения ультрачистого селена очень актуальна, но она еще не разрешена.

В селене, применяемом для изготовления приборов, основными остатками являются Te и Sb.

Влияние Te и Sb на электрические свойства не очень чистого селена изучено [6]. Было найдено, что при введении этих примесей электропроводность селена вначале достигает минимума, а затем начинает снова возрастать.

Для нас представляло интерес изучение диффузии теллура и сурьмы в селен с чистотой 99,996% методом меченых атомов, что имеет как физическое, так и практическое решение.

Для этих целей были применены радиоактивный изотоп теллура (Te^{123}) с периодом полураспада $t_{1/2} = 1,2$ года и изотоп сурьмы (Sb^{124}) с периодом полураспада $t_{1/2} = 60$ дней. Эти радиоактивные изотопы имеют сложные излучения, состоящие из β -частиц и μ квантов.

Кроме этих экспериментов, провели ряд опытов по изучению влияния брома на самодиффузию селена и на диффузию железа. Этот вопрос с физической точки зрения представлял интерес для понимания влияния концентрации посторонних атомов на энергию активации, которая может служить мерой сил связи атомов в кристаллической решетке.

Практический интерес отмеченной задачи заключается в том, что в производстве селеновых выпрямителей для улучшения прямой характеристики в полупроводник вводят примеси брома, что должно привести и к изменению коэффициента диффузии и энергии активации в селене.

Для этой цели был применен радиоактивный изотоп селена (Se^{75}) с периодом полураспада $t = 127$ дней и радиоактивный изотоп железа (Fe^{59}) с полураспадом $t = 47$ дней.

З. А. АЛИЯРОВА, Г. Б. АБДУЛЛАЕВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ДИФФУЗИИ Te и Sb в Se , И ВЛИЯНИЕ ПРИМЕСЕЙ БРОМА НА ПРОЦЕСС ДИФФУЗИИ

Для управления процессом электрической формовки и характеристиками селеновых выпрямителей в полупроводник вводятся определенные примеси, которые, по-видимому, играют существенную роль и в стабильности этих приборов [1].

При электрической формовке и дальнейшей работе селеновых выпрямителей, вследствие нелинейности распределения потенциала вдоль полупроводника, происходит перераспределение некоторых примесей в селене и создается градиент их концентрации, что сильно изменяет характеристики селеновых выпрямителей.

Проблема получения ультрачистого селена очень актуальна, но она еще не разрешена.

В селене, применяемом для изготовления приборов, основными остатками являются Te и Sb .

Влияние Te и Sb на электрические свойства не очень чистого селена изучено [6]. Было найдено, что при введении этих примесей электропроводность селена вначале достигает минимума, а затем начинает снова возрастать.

Для нас представляло интерес изучение диффузии теллура и сурьмы в селен с чистотой 99,996% методом меченых атомов, что имеет как физическое, так и практическое решение.

Для этих целей были применены радиоактивный изотоп теллура (Te^{129}) с периодом полураспада $t_{1/2} = 1,2$ года и изотоп сурьмы (Sb^{124}) с периодом полураспада $t_{1/2} = 60$ дней. Эти радиоактивные изотопы имеют сложные излучения, состоящие из β -частиц и μ квантов.

Кроме этих экспериментов, провели ряд опытов по изучению влияния брома на самодиффузию селена и на диффузию железа. Этот вопрос с физической точки зрения представлял интерес для понимания влияния концентрации посторонних атомов на энергию активации, которая может служить мерой сил связи атомов в кристаллической решетке.

Практический интерес отмеченной задачи заключается в том, что в производстве селеновых выпрямителей для улучшения прямой характеристики в полупроводник вводят примеси брома, что должно привести к изменению коэффициента диффузии и энергии активации в селене.

Для этой цели был применен радиоактивный изотоп селена (Se^{75}) с периодом полураспада $t = 127$ дней и радиоактивный изотоп железа (Fe^{59}) с полураспадом $t = 47$ дней.

Коэффициент диффузии определялся методом снятия слоев. Этот метод основан на снятии слоев с поверхности образца с активной стороны после процесса диффузии и определении средней концентрации радиоактивных атомов в слое, в зависимости от местоположения этого слоя в образце.

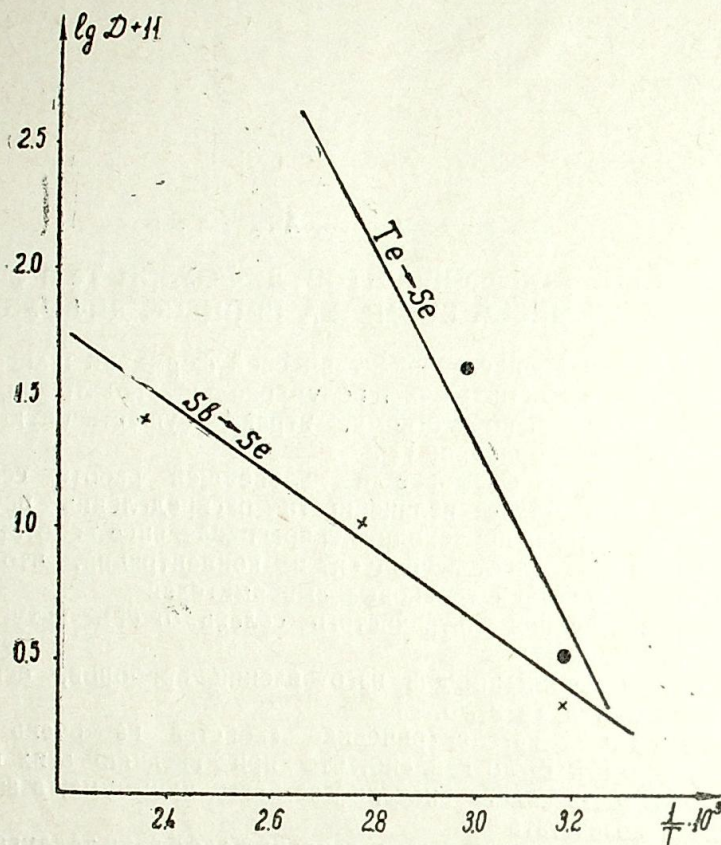


Рис. 1

Зависимость коэффициентов диффузии теллура и сурьмы в селене от температуры

Решение уравнения диффузии, удовлетворяющее соответствующим граничным условиям, приводит к следующей зависимости.

$$J(x,t) = \frac{\text{const}}{\sqrt{\pi Dt}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}}, \quad (1)$$

где $J(x,t)$ — активность диффундирующего элемента на глубине от радиоактивной прослойки,

t — время диффузионного отжига,

D — коэффициент диффузии.

$\lg J(x,t)$ является линейной функцией от x^2 .

Тангенс угла, образуемого этой линией с осью абсцисс, равен:

$$\text{tg} \alpha = \frac{1}{4Dt}. \quad (2)$$

Так как время t известно, то D можно легко вычислить.

Образцы из селена изготавливались в виде цилиндра с радиусом 4 мм. После этого они подвергались кристаллизации при температуре 200°C, затем обе поверхности образцов шлифовались. На одну из поверхностей наносился тонкий слой радиоактивных изотопов. Затем образцы подвергались диффузионному отжигу в вакууме порядка 10^{-3} мм рт. ст. при различных температурах в течение нескольких часов. Далее производилось снятие слоев, параллельных радиоактивной прослойке, и измерялась активность образцов на соответствующих слоях с помощью стетчика Гейгера—Мюллера.

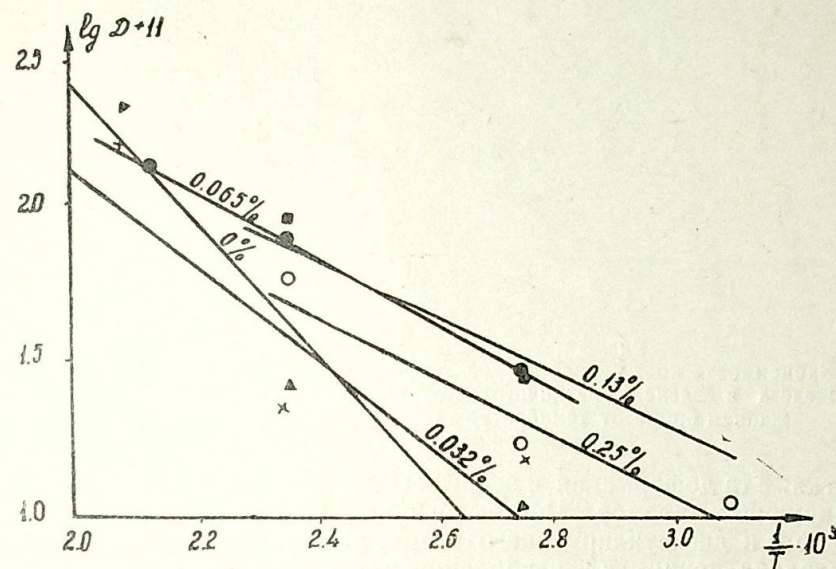


Рис. 2

Зависимость коэффициентов самодиффузии селена с различным содержанием брома от температуры

Толщина снимаемых слоев измерялась с точностью $\pm 2 \mu$.

При измерении интенсивности излучения образцов были приняты меры к соблюдению постоянства геометрических условий.

На рис. 1 дана зависимость $\lg D$ от $\frac{1}{T}$ для теллура и сурьмы, а на рис. 2, 3 — для селена и железа с различным содержанием брома.

Из рисунков видно, что полученные значения коэффициента диффузии хорошо укладываются на прямую линию, что свидетельствует об экспоненциальном характере зависимости от температуры.

$$D = D_0 C^{\frac{Q}{RT}}, \quad (3)$$

где Q — энергия активации,

R — универсальная газовая постоянная,

D_0 — предэкспоненциальный множитель.

По тангенсу угла находится энергия активации

$$\text{tg} \alpha = \frac{Q}{R}. \quad (4)$$

Коэффициент диффузии теллура был измерен при температурах 40, 70 и 100°С, а сурьмы—при 40, 85 и 150°С. При каждой температуре коэффициент диффузии определялся как среднее из шести или восьми измерений.

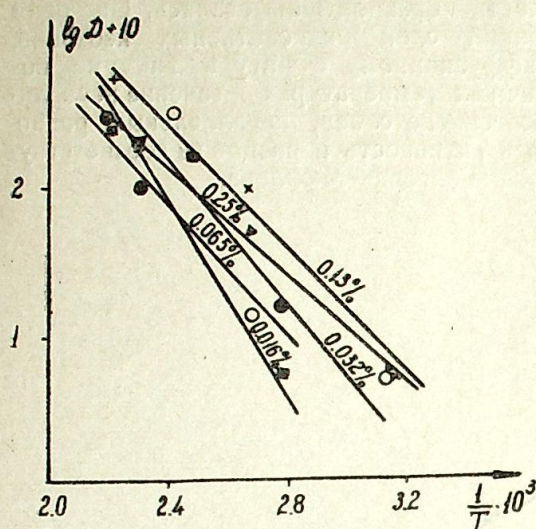


Рис. 3
Зависимость коэффициентов диффузии железа в селене с различным содержанием брома от температуры

решетки. Эта деформация и энергия активации зависят от размеров диффундирующих атомов. Чем меньше разность атомных радиусов основного и диффундирующего атома, тем больше энергия активации, и последняя принимает наибольшее значение в случае самодиффузии. Это согласуется с результатами наших опытов, так как атомный радиус сурьмы (1,91Å) меньше атомного радиуса теллура (2,03Å).

Элементы	Концентрация брома в селене, %	Энергия активации, кал/моль	Предэкспоненциальный множитель
Te		12339	$5,39 \cdot 10^{-7}$
Sb		6632	$2,81 \cdot 10^{-8}$
Se	0	12890	$2,73 \cdot 10^{-6}$
	0,032	10129	$8,36 \cdot 10^{-7}$
	0,065	5064	$1,05 \cdot 10^{-8}$
	0,13	4419	$1,4 \cdot 10^{-10}$
	0,23	4696	$1,2 \cdot 10^{-9}$
Fe	0,016	1520	$4,8 \cdot 10^{-2}$
	0,032	1154	$2,45 \cdot 10^{-4}$
	0,065	10133	$1,58 \cdot 10^{-4}$
	0,13	9212	$1,73 \cdot 10^{-4}$
	0,25	9671	$1,84 \cdot 10^{-4}$

Коэффициенты самодиффузии селена и диффузии железа в селене с различным содержанием брома (0; 0,016; 0,032; 0,065; 0,13; 0,25%) были измерены при температурах 50, 90, 150 и 200°С.

Данные всех измерений представлены в таблице.

На рис. 4 показана зависимость энергии активации от концентрации брома в селение, откуда видно, что с увеличением концентрации брома энергия активации сначала убывает, достигая минимума при 0,13% примеси брома, а затем начинает снова возрастать.

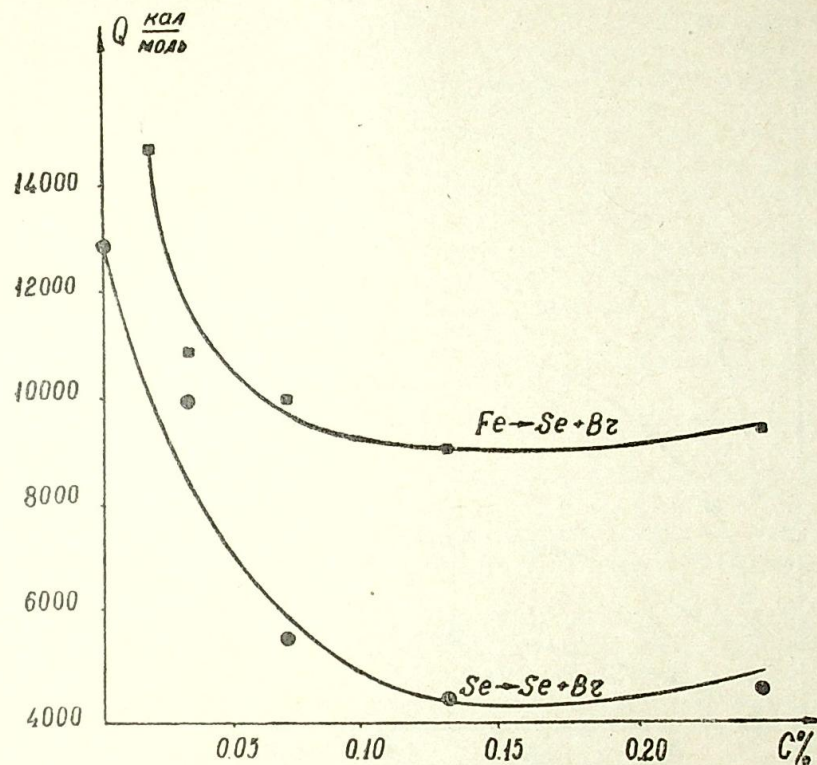


Рис. 4
Зависимость энергии активации от содержания брома в селене для самодиффузии селена и диффузии железа в селене

По сравнению с чистым селеном, при 0,13% примеси брома коэффициент самодиффузии селена увеличивается почти в сто раз, а энергия активации уменьшается в три раза.

Примеси брома больше меняют энергию активации для самодиффузии селена, нежели для диффузии железа в селене. Энергия активации для диффузии в чистом селене была найдена $Q = 8800$ кал/моль [7].

На рис. 5 показана зависимость коэффициента диффузии железа в селене от содержания брома в селене при различных температурах. Как видно, с увеличением концентрации брома коэффициенты диффузии сначала возрастают, достигая максимума при 0,13% примеси брома, а потом уменьшаются.

Из таблицы видно, что для обоих случаев предэкспоненциальный множитель уменьшается при увеличении концентрации брома до 0,13%, а затем возрастает.

Опыты показали, что концентрация брома сильно влияет на электропроводность и теплопроводность селена [2]. В этой работе найдена зависимость энергии активации от содержания брома в селене. Каждое значение энергии активации было вычислено по наклонам прямых, показывающих температурную зависимость логарифмов электропроводности.

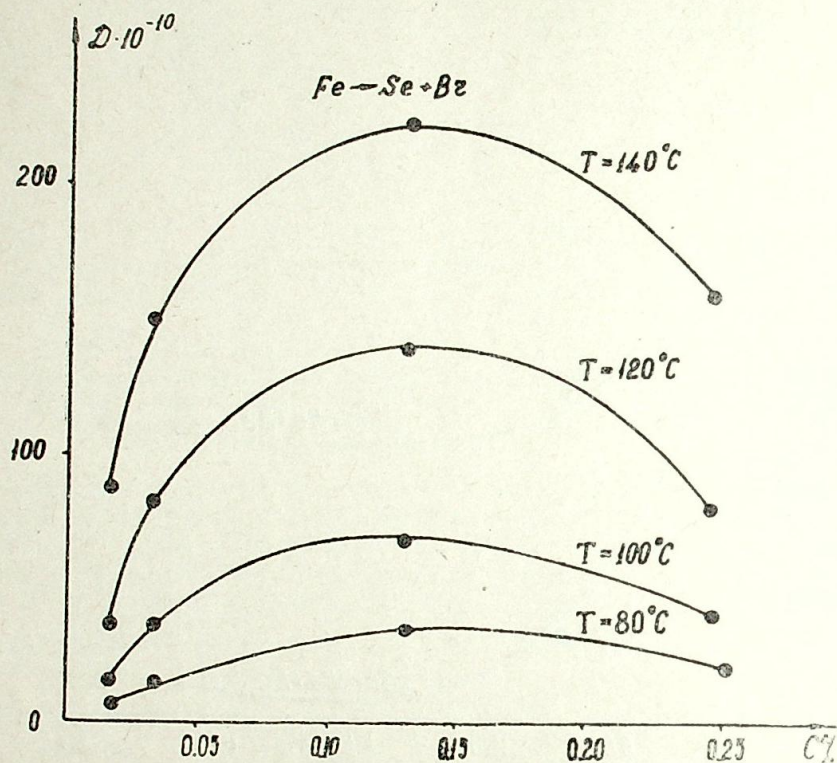


Рис. 5

Зависимость коэффициентов диффузии от концентрации брома в селене при различных температурах

Почти такая же зависимость энергии активации от содержания брома получена в настоящей работе, где значения энергии активации вычислены по наклонам прямых, показывающих зависимость логарифмов коэффициента диффузии от обратной величины температуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алиев З. А., Абдуллаев Г. Б. ДАН Азерб. ССР, № 6, 1957.
2. Башшалиев А. А., Абдуллаев Г. Б. ДАН Азерб. ССР, № 8, 1957.
3. Бугаков В. З. Диффузия в металлах и сплавах, 1949.
4. Грузин П. Л., Корнев Ю. В., Курдюмов Г. В. ДАН СССР, т. XXX, № 1, 1956.
5. Грузин П. Л., Кузнецов И. В. ДАН СССР, т. ХСН, № 5, 1953.
6. Козловский И. Л. и Неследов Д. Н. ЖТФ, т. XIII, № 13-12, 1953.
7. Кулиев А. А., Абдуллаев Г. Б. ДАН Азерб. ССР, № 7, 1957.

З. А. Элиярова, Г. Б. Абдуллаев

Te в Sb-ун Se дахилинэ диффузия эмсалынын тэ'йини вэ бром ашгарларынын диффузия надисэсинэ тэ'сири

ХҮЛАСЭ

Мэгалэдэ теллур вэ сүрмэ атомларынын селен дахилинэ диффузиясы, бром ашгарларынын селенин өз-өзүнэ диффузиясына тэ'сири өйрөнилмишдир.

Бу мэгсэдлэ ашагыдакы радиоактив изотоплардан истифадэ эдилмишдир: теллур (Te^{129}) ярымпарчаланма дөврү 1,2 ил, сүрмэ (Sb^{124}) ярымпарчаланма дөврү 60 күн, селен (Se^{76}) ярымпарчаланма дөврү 121 күн, дөмир (Fe^{59}) ярымпарчаланма дөврү 47 күн.

Тэчрүбэлэр лайлары чыхарылмасы үсулу илэ апарылмышдыр.

Диаметри 8—10 мм узунлуғунда олан цилиндршәкилли нүмунэлэр назырланараг, 200°C-дэ кристаллашдырылдыгдан сонра электролиз үсулу илэ үзэринэ радиоактив атомлар чөкдүрүлмүшдүр.

Диффузиянын кетмәси үчүн нүмунэлэр 4—5 саат мүддәтиндә 50°C, 100°C, 140°C вэ 180°C температураларда гыздырылмышдыр. Сонра цилиндрин актив тәрәфиндән отурачагына паралел лайлар чыхарылараг уйғун лайлары активлийи һейкер-Мүллер һесабайычысы вәситәсилә өлчүлмүшдүр. Көстәрилән температураларда диффузия эмсалы вә активләшмә энержиси һесапланмышдыр.

Апарылан тәдгигат иши әсасында ашагыдакы нәтичәләр әлдә эдилмишдир:

1. Теллурун селен дахилиндә диффузиясы үчүн активләшмә энержиси сүрмәнинкиндән бөйүкдүр.

2. Селен дахилиндә бромун консентрасиясы артдыгча активләшмә энержиси тәмиз селенә нисбәтән азалыр, 0,13%-дә минимума чатдыгдан сонра артмаға башлайыр.

3. Селенин өз-өзүнә диффузиясында олдуғу кими дөмирин селен дахилинэ диффузиясында да активләшмә энержисинин бромун консентрасиясындан асылылығыны көстәрән әйри 0,13%-дә минимум верир.

4. Диффузия эмсалынын бромун консентрасиясындан асылылығыны көстәрән әйри 0,13%-дә максимум верир.

К. П. МАМЕДОВ

АНИЗОТРОПИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОННОЙ ПЛОТНОСТИ АТОМОВ В КРИСТАЛЛЕ КРЕМНИЯ

Исследование анизотропии атомного фактора рассеяния рентгеновских лучей в кристаллах является одним из прямых методов оценки характера связи атомов, так как анизотропия атомного фактора является следствием анизотропии распределения электронной плотности в атоме.

Известно, что если $\rho(\vec{r})$ суть функция распределения плотности электронов в атоме, то выражение атомного фактора рассеяния рентгеновских лучей имеет вид

$$f(\vec{H}) = \int \rho(\vec{r}) e^{2\pi i(\vec{H}\vec{r})} d\tau \quad (1)$$

где $\vec{r}$ — радиус вектор элементарного объема $d\tau$ в атоме, $\vec{H}$ — вектор обратной решетки, $2\pi(\vec{H}\vec{r})$ разность фазы волн, рассеянных от элементов $d\tau$, находящихся в начале и конце $\vec{r}$.

Из выражения (1) следует, что если $\rho(\vec{r})$ не обладает сферической симметрией, то $f(\vec{H})$ будет функцией вектора $\vec{H}$, т. е. будет обладать анизотропией. Как указано в [1], можно поставить обратную задачу. Экспериментально определяя характер $f(\vec{H})$, можно судить о форме $\rho(\vec{r})$. Если из эксперимента будет найдено, что $f(\vec{H})$ обладает анизотропией, то это экспериментальное доказательство того, что функция распределения плотности электронов в атоме $\rho(\vec{r})$ не обладает сферической симметрией. Более того, определяя величину анизотропии $f(\vec{H})$ в заданных направлениях $\vec{H}_i$, можно оценить отклонение от сферической симметрии в соответствующих направлениях. Зная распределение электронной плотности атома и структуру кристалла, следовательно, можно оценить характер связи между атомами в кристаллической решетке.

Известно, что изучение характера связи в кристаллах за последнее время все больше приобретает интерес. Например, кристалл кремния как один из основных объектов полупроводниковой техники применяется все шире, а основные электрические параметры его обусловлены характером химической связи атомов в кристалле.

К. П. МАМЕДОВ

АНИЗОТРОПИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОННОЙ ПЛОТНОСТИ АТОМОВ В КРИСТАЛЛЕ КРЕМНИЯ

Исследование анизотропии атомного фактора рассеяния рентгеновских лучей в кристаллах является одним из прямых методов оценки характера связи атомов, так как анизотропия атомного фактора является следствием анизотропии распределения электронной плотности в атоме.

Известно, что если $\rho(\vec{r})$ суть функция распределения плотности электронов в атоме, то выражение атомного фактора рассеяния рентгеновских лучей имеет вид

$$f(\vec{H}) = \int \rho(\vec{r}) e^{2\pi i(\vec{H}\vec{r})} d\tau \quad (1)$$

где $\vec{r}$ — радиус вектор элементарного объема $d\tau$ в атоме, $\vec{H}$ — вектор обратной решетки, $2\pi(\vec{H}\vec{r})$ разность фазы волн, рассеянных от элементов $d\tau$, находящихся в начале и конце $\vec{r}$.

Из выражения (1) следует, что если $\rho(\vec{r})$ не обладает сферической симметрией, то $f(\vec{H})$ будет функцией вектора $\vec{H}$, т. е. будет обладать анизотропией. Как указано в [1], можно поставить обратную задачу. Экспериментально определяя характер $f(\vec{H})$, можно судить о форме $\rho(\vec{r})$. Если из эксперимента будет найдено, что $f(\vec{H})$ обладает анизотропией, то это экспериментальное доказательство того, что функция распределения плотности электронов в атоме $\rho(\vec{r})$ не обладает сферической симметрией. Более того, определяя величину анизотропии $f(\vec{H})$ в заданных направлениях $\vec{H}_i$, можно оценить отклонение от сферической симметрии в соответствующих направлениях. Зная распределение электронной плотности атома и структуру кристалла, следовательно, можно оценить характер связи между атомами в кристаллической решетке.

Известно, что изучение характера связи в кристаллах за последнее время все больше приобретает интерес. Например, кристалл кремния как один из основных объектов полупроводниковой техники применяется все шире, а основные электрические параметры его обусловлены характером химической связи атомов в кристалле.

Исходя из этого изучение характера связи в кристаллах Si будет представлять интерес, чему и посвящена предлагаемая работа.

Гомополярная связь атомов, обусловленная наличием обменного, связывающего электрона между ними, является наиболее сильной связью. Естественно ожидать, что такой характер связи сравнительно сильно скажется на отклонении от сферической симметрии электронного распределения атомов в кристалле, если даже эти атомы в свободном состоянии обладают сферичностью. Анизотропия электронного распределения атомов в кристалле, кроме характера связи, зависит от симметрии его положения и координации [1]. Следовательно, в кристаллах, где атомы обладают четвертной координацией и характером гомополярной связи, надо ожидать рентгенографически ощутимое отклонение симметрии атома от сферической. К указанному типу кристаллов относятся все кристаллы со структурой типа алмаза, в частности, кристаллы кремния. Анизотропию электронного распределения атомов в кристаллах кремния, как указано в [2], можно оценить на основе выражения структурного фактора, определяющего закон погасания интерференций.

Структурный фактор элементарной ячейки кристалла Si состоящего из двух вставленных и сдвинутых на четверть телесной диагонали гранцентрированных кубических решеток с базисными координатами $\left\{ 000; \frac{1}{2} \frac{1}{2} 0; \frac{1}{2} 0 \frac{1}{2}; 0 \frac{1}{2} \frac{1}{2}; \text{ и } \left\{ \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4}; \frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{1}{4}; \frac{3}{4} \frac{1}{4} \frac{3}{4}; \frac{1}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4} \right\} \right\}$, будет в виде

$$F(hkl) = A(hkl) \left(1 + e^{\frac{\pi i}{2} \sum_{j=1}^3 h_j} \right) \quad (2)$$

Если предположить, что функция распределения плотности электронов атомов в кристалле обладает сферической симметрией, то

$$F(hkl) = f_0 \left(1 + \cos \frac{\pi}{2} \sum h_i \right) \left[1 + \cos \pi (h+k) + \cos \pi (h+l) + \cos \pi (k+l) \right] \quad (3)$$

Из выражения (3) следует, что: а) при смешанных h, k, l , структурный фактор $F(hkl) = 0$ (это свойственно гранцентрированным решеткам); б) при h, k, l , удовлетворяющих условию $\sum h_j = 4n + 2$, так же $F(hkl) = 0$. Это дополнительное условие погасания для данного типа кристаллов, из которого следует, что при условии, если кристалл кремния состоит из сферических атомов, то интерференции типа $\sum h_i = 4n + 2$ должны гаситься.

Однако экспериментально показано, что в случае кристалла кремния из интерференций типа $\sum h_i = 4n + 2$ некоторые появляются. На основании этого факта можно сделать обратное заключение о функции распределения электронной плотности в атомах кристалла и утверждать, что эта функция обладает анизотропией. Не переходя к форме этой функции, можно изложить ход и результаты эксперимента.

Исследуемые монокристаллы кремния¹, имеющие форму шестигранной правильной пирамиды, выращены путем вытягивания из

¹ Кристаллы представлены Г. Б. Абдуллаевым.

расплава. Рентгенографически определено, что ось пирамиды совпадает с осью [111]. На рис. 1 показан срез кристалла перпендикулярно оси [111] и показаны индексы плоскостей, определенных рентгенографически. Такие кристаллы, укрепленные на гониометрической головке с тремя степенями свободы, были предварительно ориентированы с помощью лауэграмм и установлены на гониометре ионизационной рентгеновской установки (УРС-50-И). Для иллюстрации качества монокристаллов на рис. 2 приведена лауэграмма одного из кристаллов, ориентированного так, что луч совпадает с осью [111].

Устанавливая ось определенной зоны кристалла вдоль оси вращения гониометра установки УРС-50-И, можно измерить интенсивность отдельных интерференций, полученных от плоскостей зоны с помощью ионизационного счетчика рентгеновской установки, ибо все эти интерференции будут в плоскости хода счетчика. Измерения проведены в трех положениях кристалла: когда оси гониометра совпадали

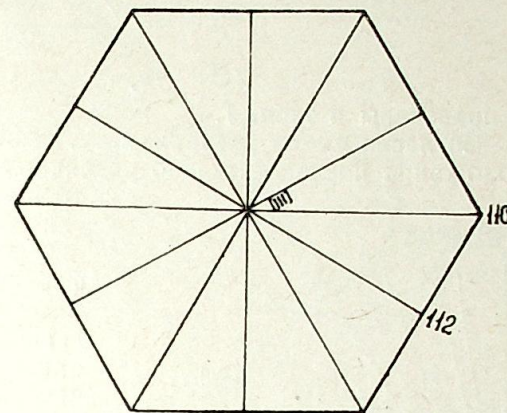


Рис. 1

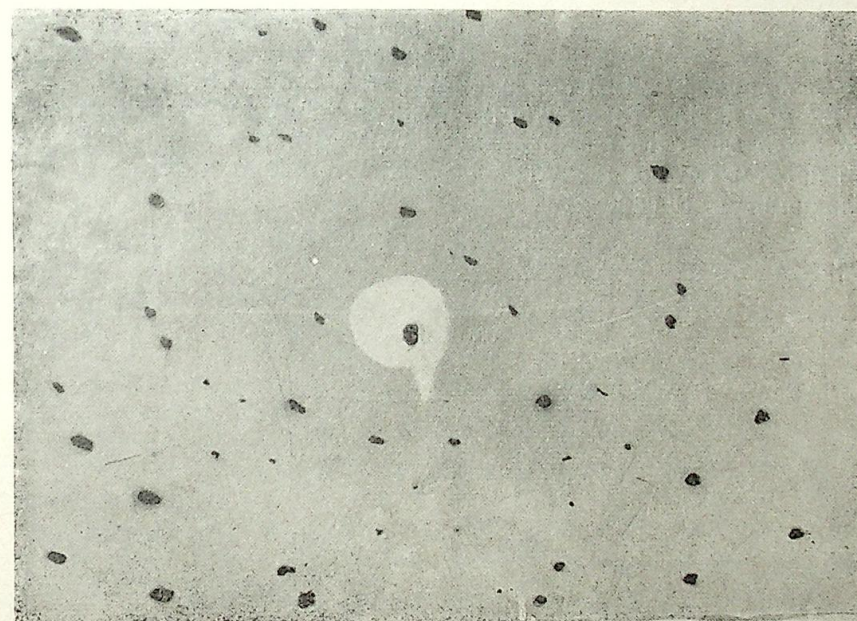


Рис. 2

с осями кристалла [111], [112] и [110]. На рис. 3 приведена схема отражающих плоскостей, принадлежащих к зоне [110], которая в данном случае является осью вращения кристалла. На схеме указаны индексы плоскостей и углы между ними. Эксперимент, схема

которого приведена на рис. 4, проведен с монохроматическим Си Ка излучением, полученным путем отражения от плоского кристалла NaCl. Условия получения некоторых интерференций от кристалла Si, когда оси зон будут [111], [112] и [110], рассчитаны на основе известного соотношения Вульфа—Брегга

$$\sin \vartheta = \frac{\lambda \sqrt{H^2 + K^2 + L^2}}{2a},$$

$$(H = nh, K = nK, L = nl) \quad (4)$$

и приведены в табл. 1.

Согласно схеме эксперимента, были поставлены в отражающее положение последовательно различные плоскости, и с помощью электронного потенциометра ЭПП-9 рентгеновской установки были записаны интенсивности соответствующей интерференции.

Например, записав интерференцию (111) и синхронно соединив счетчик с кристаллом, можно получить все интерференции высшего порядка от плоскости (111). Интенсивности интерференций записаны при одинаковых режимах на трубке ($U = 35$ кв, $i = 10$ ма) и щелях монохроматора и счетчика (высота по 3 мм, ширина—0,5 и 1 мм соответственно). Измерения (выполненные совместно с К. Мехтиевым) показали, что помимо нормальных интерференций для кремния возникают

также „запрещенные“ интерференции типа $\Sigma h_j = 4n + 2$, но интенсивность их мала. Для того, чтобы при одинаковых режимах трубки можно было записать интенсивность обычных и слабых интерференций, в первом случае к щели счетчика прикрепляется Al фильтр, ослабляющий в 10 раз.

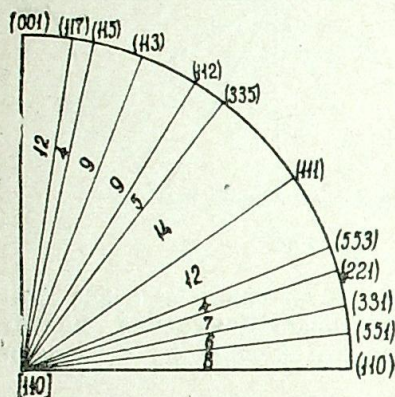


Рис. 3

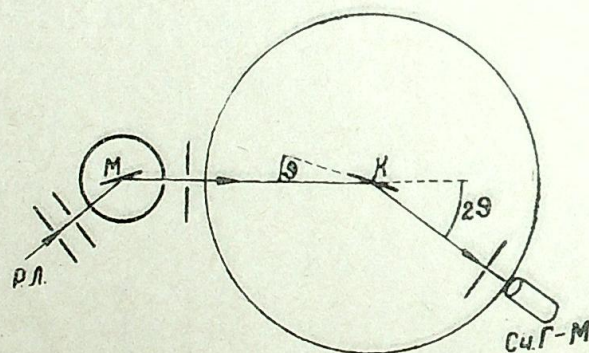


Рис. 4

Из запрещенных интерференций при исследовании обнаружены 200, 222, 600 и 622, в то время как интерференции 420 и 422 обнаружены не были.

Таким образом, на первый взгляд, кажется, что из интерференций типа $\Sigma h_j = 4n + 2$ являются дополнительно „запрещенными“ только те индексы, которые содержат четвёрку. Интенсивности были рассчитаны как площадь кривой интенсивности интерференции

Таблица 1

h Kl	φ крист.	2θ счет.	I, мм/сек. гр
1	2	3	4
111	14°30'	29°	1349
200	16°30'	33°	9,7
220	23°40'	47°20'	1103
113	28°5'	56°10'	522
222	29°30'	59°	27,5
400	34°40'	69°20'	164
420	39°20'	78°40'	не обнаружено
422	44°	88°	13,1
333	47°30'	95°	500
511	47°30'	95°	724
440	53°20'	106°40'	не измерено
600	58°30'	117°	4,2
442	58°30'	117°	не обнаружено
533	68°40'	137°20'	1176
622	70°30'	141°	13,4

где по оси ординат отложено число импульсов в секунду, по абсциссе—интервал углов селективного отражения. Измеренные интенсивности в единицах (мм/сек. гр) приведены в 4 столбце табл. 1.

Для иллюстрации формы кривых интенсивности на рис. 5 приведены кривые интерференции 113 и 622, записанные в одинаковых масштабах счета прибора (200 мм/сек), но интенсивность 113 ослаблена с помощью Al фольги в 10 раз.

Как было отмечено выше, появление интерференции типа $\Sigma h_j = 4n + 2$ может быть объяснено отклонением симметрии функции распределения плотности электронов атома от сферической. Учитывая координацию и симметрию положения атомов в решетке кремния, естественно предположить, что они обладают симметрией тетраэдра.

Пользуясь тетраэдрической моделью атомов в решетке, подобно тому, как и в случае алмаза [2], можно записать выражение структурного фактора для кристалла кремния в виде

$$F(hkl) = A_1 \cos \frac{\pi}{4} \Sigma h + A_2 \left(\cos \frac{\pi}{4} \Sigma h_j \prod_1^3 \cos \frac{\pi x}{4} h_j - \sin \frac{\pi}{4} \Sigma h_j \prod_1^3 \sin \frac{\pi x}{4} h_j \right) \quad (5)$$

$$\left(\prod_1^3 \cos \frac{\pi x}{4} h_j = \cos \frac{\pi x}{4} h \cos \frac{\pi x}{4} k \cos \frac{\pi x}{4} l \right),$$

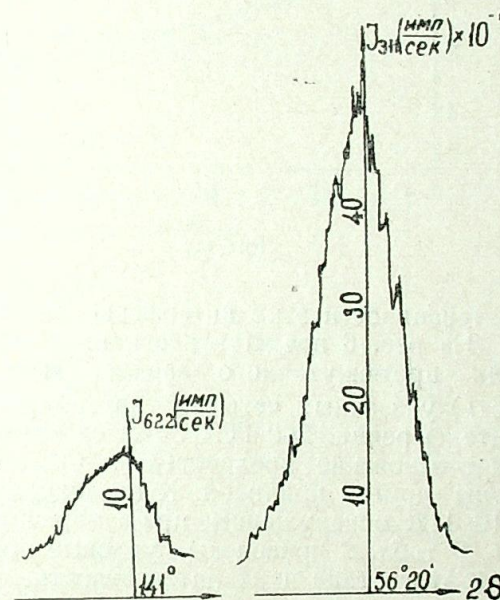


Рис. 5

где A_1 характеризует атомной фактор сферической части заряда тетраэдрического атома кремния, а A_2 — характеризует атомной фактор Δ зарядов, предполагающихся на вершине тетраэдра, положение которых определяется расстоянием x от центра тетраэдра до вершины его.

В случае алмаза экспериментальный факт мог быть объяснен при $x=1$, что соответствовало тому, что $2\Delta = \epsilon$ заряды соседних тетраэдрических атомов находятся в середине между ближайшими атомами.

В случае кремния факт возникновения „запрещенных“ интерференций, индексы которых содержат нули (но не четверку), требует дополнительного объяснения.

Однако, если проанализировать интенсивности слабых интерференций, оказывается, что интенсивности 200 и 600, в свою очередь, значительно малы по сравнению с интенсивностью 222 и 622. Если бы все эти интерференции были обусловлены анизотропией функции $\rho(r)$ или точнее $2\Delta = \epsilon$ зарядом, находящимся между соседними атомами Si в кристалле, то можно было ожидать монотонного спадения функции рассеяния $f_s^{(H)}$ этих зарядов, следовательно, монотонного спадения

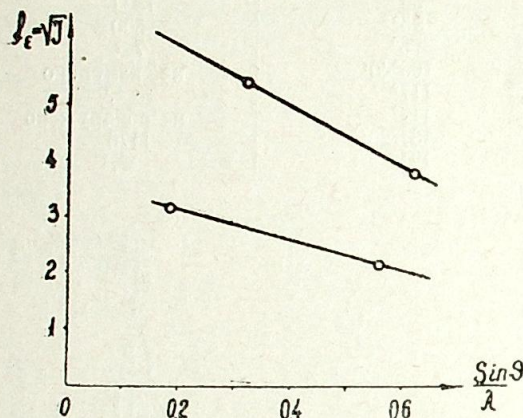


Рис. 6.

интенсивности этих интерференций в порядке 200, 222, 600 и 622.

На рис. 6 представлена кривая атомного фактора, построенного для промежуточного заряда, вычисленного как $\sqrt{J}$ (J — интенсивность) указанных четырех интерференций. Из кривой следует, что интерференции 200 и 600 ложатся значительно ниже, чем 222 и 622. Это дает основание предполагать, что интерференции 200 и 600 обусловлены другой причиной. К последнему типу интерференции относятся 110, 112, обнаруженные при измерениях, проведенных на кристаллах Si. В табл. 2 приведены угловые положения некоторых интерференций этого типа и их интенсивности.

Таблица 2

hkl	θ крист.	I , им/сек. гр
110	10°35'	18,3
112	20°20'	5,6
221	25°5'	не обнаружено

Если учесть, что в связи с тетраэдричностью атома возникают только интерференции типа 222 и 622, т. е. те индексы, которые

не содержат четверку и нуля, то структурно кремний действительно совпадает с алмазом.

Тогда, определяя точную интенсивность интерференций с учетом экстинкции и поглощения, можно будет оценить как область локализации промежуточного ϵ заряда, так и его величину. В особенности более точно должно быть учтено влияние поглощения ввиду того, что в данном случае линейный коэффициент поглощения $\mu = 145$. В работе указанные факторы не учтены, и поэтому оценка величины ϵ не приводится.

Пользуясь экспериментальным подтверждением структурной идентичности алмаза и кремния на основе закона погасания, можно считать доказанным наличие направленной связи в кристаллах кремния, причем, направления этих связей совпадают с направлением телесной диагонали [111] кристалла.

Следовательно, указанный в работе метод рентгенографического исследования монокристаллов позволяет выявить и оценить величину анизотропии распределения электронной плотности атомов в кристалле, другими словами, изучить химическую связь в кристаллах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Конобеевский С. Т. „Изв. сектора физ.-хим. анализа“, т. 19, 19, 1949.
2. Конобеевский С. Т. Мамедов К. П. ЖЭТФ, 21, 9, 953, 1951.

К. П. Мамедов

Силисум кристалында атомлары электрон сыхлыгы пайланмасынын анизотроплугу

ХУЛАСӘ

Рентген шәалары үчүн атом факторунун анизотроплугунун тәдиги кристалларда атомлары алағә нөвүнү әйрәнмәк нөгтейи-нәзәриндән чох бөйүк әһәмийәтә маликдир. Атом факторунун анизотроплугу атомда электрон сыхлыгынын пайланмасындан вә я атомун формасындан асылдыр. Белә ки, атомда электрон сыхлыгынын пайланма функциясы $\rho(r)$ илә, онун сәпмә фактору $f(h)$ -ла әлағәси (1) ифадәси кими верилр. Бу ифадәдән истифадә әдәрәк $f(h)$ -ын анизотроп олдуғуну тәчрүбәдән тәйин әтмәклә $\rho(r)$ -индә анизотроп олдуғуну, һәм дә $f(h)$ анизотроплуг дәрәчәси әсасында атомун формасында олан асимметрияны һесабламағ олар. Беләликлә, кристалда атомун формасыны тәйин әтмиш оларығ. Атомун формасыны вә кристалын гурулушуну билдикдә исә атомлар арасындакы әлағә нөвүнү тәйин әтмиш оларығ.

Мә'лумдур ки, кристалда атомун формасы вә я онун симметриясы атомун вәзийәтинин симметриясындан вә координациясындан асылдыр. Беләликлә, атомун вәзийәтинин гәфәсдә билмәклә онун электрон сыхлыгы пайланма функциясыны тәхмини тәйин әтмәк олар вә бунун әсасында (1) ифадәсиндән истифадә әдәрәк атом факторуну һесабламағ, онун анизотроплугуну тәйин әтмәк олар.

Хүсуси һалларда исә кристалда атомун формасыны элементар гәфәсин гурулуш фактору вә я үмуми сәпмә гануну әсасында әйрәнмәк олар. Мәсәлән, атомлары сферик симметриялы гәбул әтсәк, (3) ифадәси әсасында $\Sigma h_j = 4n + 2$ типли интерференциялар сәпмәлидир. Тәг-

дим эдилэн ишдә силисиум кристалынын бир сыра интерференсияларынын интенсивлийи УРС-50-И маркалы рентген гурғусунда өйрәнилмишдир. Алынан нәтижәләр көстәрир ки, һәм $\Sigma h_j = 4n + 2$ типли, һәм дә гарыштыг индексли „гадаған“ эдилмиш интерференсиялардан бир чоху (110, 200, 222, 600, 622) мүшәһидә эдилдийи һалда бәзиләри (420, 442) алынмыр. Мүшәһидә эдилән зәиф интенсивлийин, бу интерференсиялары интенсивликләринә көрә дүзмүш олсаг, анчаг 222 вә 622 интерференсияларынын силисиум кристалында атомларын сферик олмасы илә әләгәдар олдуғуну демәк олар. Чүнки галан бу типли интерференсияларын интенсивлийи даһа зәифдир. Белә зәиф интерференсияларын әмәлә кәлмәси исә кристалын дефекти вә я идеаллыгдан мейл әтмәси илә изаһ эдилир. 222 вә 622 интерференсиясынын мүшәһидәси исә гәфәсдә силисиум атомларынын тетраэдр формада олачағы илә изаһ эдилә биләр. Гәфәсдә атомларын тетраэдр шәклиндә олмасы һәм дә атомларын координасия әдәдинин дөрд олмасы илә изаһ эдилә биләр.

Беләликлә, силисиум кристалында атомлар тетраэдр шәклиндәдир, бу тетраэдрләрин ики яхын гоншусу тәпә-тәпәйә йөнәлмишдир. Тәпәләрин гаршылыгы йөнәлмәси ики гоншу атом арасында электрон сыхлығынын чоһалмасына вә я күчлү кимйәви әләгәнин яранмасына тәвафүг әдир. Гейд әтмәк лазымдыр ки, бу әләгә кубик силисиум кристалынын бөйүк диагоналары истигамәтиндәдир. Силисиум вә бу кими кристалларда кимйәви әләгә нөвүнү өйрәнмәк һәм бәрк чисмин гурулушунун өйрәнилмәси нөгтейи-нәзәриндән әһәмийәтлидир, һәм дә силисиум кристалы ярымкечиричиләр техникасында кениш истифадә эдилмәйә башлайыр вә кристалын әсас физики хассәләри онун әләгә нөвүндән асылдыр.

Ю. А. АМЕНЗАДЕ

КРУЧЕНИЕ ПРИЗМАТИЧЕСКОГО БРУСА С КВАДРАТНЫМ СЕЧЕНИЕМ, АРМИРОВАННОГО КРУГОВЫМ СТЕРЖНЕМ

1. Рассмотрим кручение призматического бруса, составленного из двух соосновставленных друг в друга и спаянных между собой вдоль боковых поверхностей брусьев, изготовленных из различных однородных и изотропных материалов; сечение бруса состоит из областей: квадрата, из которого удалена часть материала, занимающая центральный круг некоторого радиуса, и так называемого ядра с другими упругими свойствами, вставленного в образовавшееся отверстие.

Возьмем за плоскость $z = x + iy$ какое-нибудь сечение бруса, поместим начало координат в центре сечения и направим оси x и y по диагоналям взятого квадрата. Чтобы упростить решение за внешний контур примем правильный криволинейный четырехугольник, достаточно близкий к квадрату.

Обозначим через S_1 двусвязную область сечения, ограниченную извне криволинейным четырехугольником L_1 с полудиagonalю a и полустороню b , а изнутри — окружностью L_2 радиуса R ; через S_2 обозначим круг радиуса R (рис. 1).

Пусть M — скручивающий момент, приложенный к рассматриваемому составному брусу.

Как известно [2], определение возникающего при кручении напряженного состояния составного бруса сводится к нахождению двух комплексных функций кручения $F_1(z)$ и $F_2(z)$, регулярных соответственно в областях S_1 и S_2 и удовлетворяющих некоторым краевым условиям.

Из соображений удобства выпишем эти условия для новых функций

$$\varphi_j(z) = -iF_j(z) \quad (j = 1, 2) \quad (1,1)$$

Именно для них будем иметь:

$$\varphi_1(t) + \overline{\varphi_1(\bar{t})} = \bar{t}t + E_1 \quad \text{на } L_1 \quad (1,2)$$

$$\mu_1[\varphi_1(t) + \overline{\varphi_1(\bar{t})}] - \mu_2[\varphi_2(t) + \overline{\varphi_2(\bar{t})}] = (\mu_1 - \mu_2)\bar{t}t + E_2 \quad \text{на } L_2. \quad (1,3)$$

$$[\varphi_1(t) - \overline{\varphi_1(\bar{t})}] - [\varphi_2(t) - \overline{\varphi_2(\bar{t})}] = 0 \quad \text{на } L_2. \quad (1,4)$$

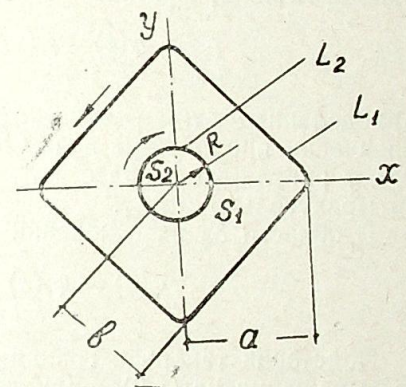


Рис. 1

Здесь μ_j — соответственно модули сдвига среды S_j ; t — аффикс точки L_j ; E_1, E_2 — постоянные величины; на L_2 величина $t\bar{t} = R^2$. Не нарушая общности, можно принять, что $E_1 = (\mu_1 - \mu_2)R^2 + E_2 = 0$.

Следуя Д. И. Шерману, вводим на окружности L_2 вещественную функцию $\omega(t)$

$$\sum_{j=1}^2 [\varphi_j(t) + \overline{\varphi_j(t)}] = 2\omega(t). \quad (1,5)$$

Сложив почленно (1,4) и (1,5), получим

$$\varphi_1(t) + \overline{\varphi_2(t)} = \omega(t). \quad (1,6)$$

На основании (1,6) из условия (1,3) получим на L_2

$$\varphi_1(t) = \varphi_2(t) + \lambda \omega(t); \quad \lambda = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_1 + \mu_2}. \quad (1,7)$$

На основании свойств интеграла типа Коши формула (1,7) может быть записана в виде

$$\varphi_1(t) - \lambda \lim_{\substack{z \rightarrow t \\ \text{извне } L_2}} \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} \frac{\omega(t_1)}{t_1 - z} dt_1 = -\lambda \lim_{\substack{z \rightarrow t \\ \text{изнутри } L}} \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} \frac{\omega(t_1)}{t_1 - z} dt_1 + \varphi_2(t) \quad (1,8)$$

Следовательно, функция

$$\varphi(z) = \varphi_1(z) - \lambda \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} \frac{\omega(t_1)}{t_1 - z} dt_1, \quad (1,9)$$

определенная этим равенством в двухсвязной области S_1 , будет аналитически продолжима в область S_2 . Таким образом, функция $\varphi(z)$ будет регулярна в области $S = S_1 + S_2$, ограниченной криволинейным четырехугольником L_1 .

В области S_2 на основании (1,8) и (1,9) будем иметь:

$$\varphi(z) = \varphi_2(z) - \lambda \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} \frac{\omega(t_1)}{t_1 - z} dt_1. \quad (1,10)$$

Подставив теперь в граничное условие (1,2) вместо функции $\varphi_1(z)$ ее выражение из (1,9), получим на L_1

$$\varphi_1(t) + \overline{\varphi(t)} = -\lambda \left\{ \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} \frac{\omega(t_1)}{t_1 - t} dt_1 - \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} \frac{\omega(t_1)}{t_1 - \bar{t}} d\bar{t}_1 \right\} + t\bar{t}. \quad (1,11)$$

Используя очевидное разложение

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} \frac{\omega(t_1)}{t_1 - t} dt_1 = - \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k \left(\frac{R}{t} \right)^{k+1}, \quad (1,12)$$

где неизвестные функционалы

$$\alpha_k = \frac{1}{2\pi i R^{k+1}} \int_L \omega(t_1) t_1^k dt_1 \quad (1,13)$$

будем считать вещественными, получим на L_1

$$\varphi(t) + \overline{\varphi(t)} = \lambda \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k \left\{ \left(\frac{R}{t} \right)^{k+1} + \left(\frac{R}{\bar{t}} \right)^{k+1} \right\} + t\bar{t} \quad (1,14)$$

Известно, что регулярную в области S функцию $\varphi(z)$ можно представить в виде

$$\varphi(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{L_1} \frac{f(t_1)}{t_1 - z} dt_1 + ic, \quad (1,15)$$

где $f(t)$ — некоторая вещественная функция, c — вещественная постоянная величина.

Граничные значения функции $\varphi(z)$ на L_1 при $z \rightarrow t$ на основании теоремы Сохоцкого — Племеля будут

$$\varphi(t) = \frac{f(t)}{2} + \frac{1}{2\pi i} \int_{L_1} \frac{f(t_1)}{t_1 - t} dt_1 + ic. \quad (1,16)$$

Исходя из (1,16), на основании (1,14) получим для определения $f(t)$ интегральное уравнение Фредгольма

$$f(t) + \frac{1}{2\pi i} \int_{L_1} f(t_1) d \ln \frac{t_1 - t}{t_1 - \bar{t}} = \lambda \sum_{k=0}^{\infty} \left[\left(\frac{R}{t} \right)^{k+1} + \left(\frac{R}{\bar{t}} \right)^{k+1} \right] \alpha_k + t\bar{t}. \quad (1,17)$$

2. Возьмем функцию, отображающую внешность взятого правильного криволинейного квадрата на внешность единичной окружности γ в виде

$$z = A \left(\zeta + \frac{m}{\zeta^3} \right), \quad A = \frac{a+b}{2}, \quad m = \frac{a-b}{a+b} = \frac{1}{9} \quad (2,1)$$

Совершив замену переменных в правой части равенства (1,17) при помощи (2,1) и используя разложение биннома, получим

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k \left(\frac{R}{t} \right)^{k+1} &= \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{R}{A} \right)^{k+1} \alpha_k \frac{1}{\left(\tau + \frac{m}{\tau^3} \right)^{k+1}} = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{R}{A} \right)^{k+1} \alpha_k \sum_{k_1=0}^{\infty} m^{k_1} C_{-(k+1)}^{(k_1)} \tau^{-4k_1 - k - 1}. \end{aligned}$$

Вводя в двойной сумме вместо k_1 новый индекс $n = 4k_1 + k + 1$ будем иметь

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{R}{t} \right)^{k+1} \alpha_k = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{R}{A} \right)^{k+1} \alpha_k \sum_{n=k+1}^{\infty} m^* \frac{n-(k+1)}{6} C_{-(k+1)}^{\frac{n-(k+1)}{4}} \frac{1}{\tau^n}. \quad (2,2)$$

Звездочка, приписанная сверху к символу внутренней суммы, указывает, что индекс n при переходе к смежному значению увеличивается на 4.

Введем число $\varepsilon_{n,k+1+4e}$ ($e = 0, 1, \dots, \infty$) такое, что

$$\varepsilon_{n,k+1+4e} = \begin{cases} 1 & \text{при } n = k+1+4e \\ 0 & \text{при } n \neq k+1+4e \end{cases}$$

Опуская в предшествующем равенстве (2,2) звездочку, будем иметь

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{R}{t} \right)^{k+1} \alpha_k = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{R}{A} \right)^{k+1} \alpha_k \sum_{n=k+1}^{\infty} m^{\frac{n-(k+1)}{4}} C_{-(k+1)}^{\frac{n-(k+1)}{4}} \varepsilon_{n,k+1+4e} \tau^{-n}$$

Здесь двойное суммирование ведется по целочисленным точкам угла BAD (рис. 2); переставим в этой сумме порядок суммирования. Опуская для краткости выражения под знаками сумм, будем иметь

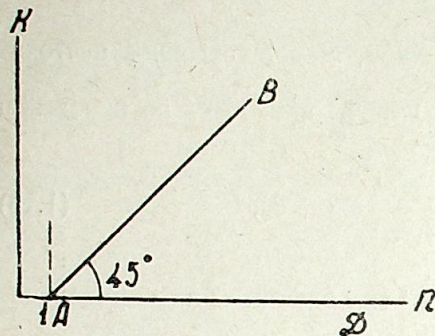


Рис. 2.

$$\sum_{k=0}^{\infty} \dots \sum_{n=k+1}^{\infty} \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \dots \sum_{k=0}^{n-1} \dots$$

Уточним значения пределов суммирования.

При данном n имеем $k = (n-1) - 4e_1$ ($e_1 = 0, 1 \dots, E\left(\frac{n-1}{4}\right)$); здесь

$E\left(\frac{n-1}{4}\right)$ — наибольшее целое число в $\frac{n-1}{4}$; отсюда

$$k_{\min} = (n-1) - 4E\left(\frac{n-1}{4}\right) = E^*(n), \quad k_{\max} = n-1.$$

Опуская теперь в сумме множитель $\varepsilon_{n,k+1+4e}$ и учитывая, что оба слагаемые, находящиеся в квадратных скобках в правой части (1,17), суть величины сопряженные между собой, будем иметь

$$\lambda \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ \left(\frac{R}{t} \right)^{k+1} + \left(\frac{R}{t} \right)^{k+1} \right\} + t\bar{t} = \sum_{k=0}^{\infty} b_n \left(\tau^n + \frac{1}{\tau^n} \right) \quad (2,3)$$

В этом равенстве положено

$$b_n = b_n^* + \frac{1}{2} \varepsilon_n^{(0)} A^2 (1 + m^2) + \varepsilon_n^{(4)} A^2 m \quad (n = 0, 1, 2 \dots) \quad (2,4)$$

причем

$$b_n^* = \lambda \sum_{k=E^*(n)}^{n-1} \left(\frac{R}{A} \right)^{k+1} m^{\frac{n-(k+1)}{4}} C_{(k+1)}^{\frac{n-(k+1)}{4}} \alpha_k \quad (2,4')$$

$$\varepsilon_n^{(k)} = \begin{cases} 1, & n = k \quad k = 0, 4 \\ 0, & k > 4 \end{cases}$$

Учитывая соотношение (2,3) и равенства (легко проверяемое при помощи (2,1))

$$d \ln \frac{t_1 - t}{t_1 - \bar{t}} = \left[\frac{1}{\tau_1} + \sum_{k=1}^{\infty} m^k (\xi \alpha^{k-1} + \eta \beta^{k-1}) \right] d\tau_1,$$

вместо (1,17) будем иметь

$$f^*(\tau) + \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} f^*(\tau_1) \left[\frac{1}{\tau_1} + \sum_{k=1}^{\infty} m^k (\xi \alpha^{k-1} + \eta \beta^{k-1}) \right] d\tau_1 =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} b_n \left(\tau^n + \frac{1}{\tau^n} \right) \quad (2,5)$$

где $f(t) = f^*(\tau)$ и

$$\xi = \frac{\tau_1^2 + 2\tau_1\tau + 3\tau^2}{\tau_1^4\tau^3}, \quad \eta = \tau(3\tau_1^2 + 2\tau_1\tau + \tau^2)$$

$$\alpha = \frac{\tau_1^2 + \tau_1\tau + \tau^2}{\tau_1^3\tau^3}, \quad \beta = \tau_1\tau(\tau_1^2 + \tau_1\tau + \tau^2)$$

3. Учитывая сравнительную малость параметра m ($m = \frac{1}{9}$), решение уравнения (2,5) будем искать в виде ряда

$$f^*(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} m^n f_n(\tau) \quad (3,1)$$

Внесем в уравнение (2,5) $f^*(\tau)$ из (3,1) и приравняем в обеих его частях коэффициенты при одинаковых степенях параметра m . Тогда получим цепь рекуррентных соотношений

$$f_0(\tau) + \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} f_0(\tau_1) \frac{d(\tau_1)}{\tau_1} = \sum_{n=0}^{\infty} b_n \left(\tau^n + \frac{1}{\tau^n} \right) \quad (3,2)$$

$$f_n(\tau) + \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} f_n(\tau_1) \frac{d\tau_1}{\tau_1} = - \sum_{k=1}^n \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} f_{n-k}(\tau_1) (\xi \alpha^{k-1} + \eta \beta^{k-1}) d\tau_1$$

($n = 1, 2 \dots$)

Ограничимся определением первых шести функций $f_n(\tau)$ ($n = 0, 1, \dots, 5$) (3,3)

Как увидим, это позволит получить достаточно точное решение задачи.

Обозначая

$$A_0 = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} f_0(\tau_1) \frac{d(\tau_1)}{\tau_1}, \quad (3,4)$$

уравнению (3,2) придадим вид

$$f_0(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n \left(\tau^n + \frac{1}{\tau^n} \right) - A_0. \quad (3,5)$$

Подставляя (3,5) в (3,3), найдем

$$A_0 = b_0$$

и нулевое приближение

$$f_0(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \left(\tau^n + \frac{1}{\tau^n} \right) + b_0,$$

Полагая

$$A_i = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} f_i(\tau_1) \frac{d\tau_1}{\tau_1}, \quad (3,6)$$

первому уравнению (3,3) придадим вид

$$f_1(\tau) = - \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} f_0(\tau_1) (\xi + \eta) d\tau_1 - A_1,$$

откуда

$$f_1(\tau) = - \left[b_1 \left(\tau^3 + \frac{1}{\tau^3} \right) + 2b_2 \left(\tau^2 + \frac{1}{\tau^2} \right) + 3b_3 \left(\tau + \frac{1}{\tau} \right) \right] - A_1. \quad (3,7)$$

Подставляя (3,7) в (3,6), найдем $A_1 = 0$ и первое приближение будет равно

$$f_1(\tau) = - \left[b_1 \left(\tau^3 + \frac{1}{\tau^3} \right) + 2b_2 \left(\tau^2 + \frac{1}{\tau^2} \right) + 3b_3 \left(\tau + \frac{1}{\tau} \right) \right].$$

Продолжая аналогичным образом, найдем и остальные последующие приближения $f_n(\tau)$. Сбрав их вместе, с учетом (3,1), будем иметь

$$f^*(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \left(\tau^n + \frac{1}{\tau^n} \right).$$

Ниже приводим выражения для коэффициентов a_n ($n = 0, 4, 8, 12, 16, \dots$), которые окажутся необходимыми для точного и численного приближенного решения задачи; эти выражения таковы:

$$\begin{aligned} a_0 &= b_0 = \frac{1}{2} A^2 (1 + m^2) \\ a_4 &= (1 - 6m^2 + 36m^4)b_4 + 8m^3(-1 + 6m^2)b_8 - 3m^4b_{12} \\ a_8 &= 4m^3(-1 + 6m^2)b_4 + (1 - 38m^4)b_8 - 72m^5b_{12} \\ a_{12} &= b_{12} - m^4b_4 - 48m^5b_8 \\ a_n &= b_n \quad (n = 16, 17, 18, \dots) \end{aligned} \quad (3,8)$$

4. Пусть $\varsigma = g(z)$ функция, обратная функции (2,1). Функция $g(z)$ регулярна вне L_1 , за исключением бесконечно удаленной точки, где она имеет полюс первого порядка. Кроме того, она нигде вне L_1 не обращается в нуль. Разложение функции $g(z)$ в ряд Лорана при достаточно больших по модулю значениях z имеет вид

$$g(z) = \frac{z}{A} \sum_{k=0}^{\infty} a_k^* \left(\frac{A}{z} \right)^{4k}, \quad (4,1)$$

где, например,

$$\begin{aligned} a_0^* &= 1, \quad a_1^* = -m, \quad a_2^* = -3m^2, \quad a_3^* = -15m^3, \quad a_4^* = -91m^4, \\ a_5^* &= -612m^5, \quad a_6^* = -4389m^6. \end{aligned}$$

Возведя степенной ряд (4,1) в некоторую степень n , будем иметь

$$g^n(z) = \left(\frac{z}{A} \right)^n \sum_{k=0}^{\infty} D_k^{(n)} \left(\frac{A}{z} \right)^{4k} \quad (4,2)$$

Здесь коэффициенты вычисляются одно за другим последовательно согласно рекуррентной формуле

$$D_0^{(n)} = a_0^{*n}, \quad D_k^{(n)} = \frac{1}{\kappa a_0^*} \sum_{\kappa_1=0}^k [\kappa_1(n+1) - \kappa] a_{\kappa_1}^* D_{k-\kappa_1}^{(n)}, \quad \text{при } \kappa \geq 1 \quad (4,3)$$

Займемся вычислением интегралов

$$I_n = \frac{1}{2\pi i} \int_{L_1} \frac{g^n(t_1)}{t_1 - z} dt_1.$$

В силу равенства (4,2)

$$I_n = \frac{1}{2\pi i} \int_{L_1} \frac{dt_1}{t_1 - z} \sum_{k=0}^{\infty} D_k^{(n)} \left(\frac{t_1}{A} \right)^{n-4k} = \sum_{k=0}^{\infty} D_k^{(n)} \frac{1}{2\pi i} \int_{L_1} \left(\frac{t_1}{A} \right)^{n-4k} \frac{dt_1}{t_1 - z}.$$

Учитывая, что точка z лежит внутри L_1 , будем иметь

$$I_n = \sum_{k=0}^{E\left(\frac{n}{4}\right)} D_k^{(n)} \left(\frac{z}{A} \right)^{n-4k} \quad (4,4)$$

Для той же точки z обращаются в нуль интегралы

$$I_{-n} = \frac{1}{2\pi i} \int_{L_1} \frac{g^{-n}(t_1)}{t_1 - z} dt = 0, \quad (4,5)$$

так как вся находящаяся под знаком интеграла функция будет регулярна вне L_1 и на бесконечности имеет нуль выше первого порядка.

Отсюда, на основании (1,15), (4,4) и (4,5), получим

$$\varphi(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \sum_{k=0}^{E\left(\frac{n}{4}\right)} D_k^{(n)} \left(\frac{z}{A} \right)^{n-4k} + iC, \quad (4,6)$$

где z — аффикс точки, лежащей внутри L_1 .

Введя взамен k новый индекс $\nu = n - 4k$, вместо (4,6) получим

$$\varphi(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \sum_{\nu=E_1(n)}^n D_{\frac{n-\nu}{4}}^{(n)} \left(\frac{z}{A} \right)^{\nu} + iC, \quad (4,7)$$

где

$$\nu_{\min} = E_1(n) = n - 4E\left(\frac{n}{4}\right), \quad \nu_{\max} = n.$$

Звездочка, приписанная сверху к символу внутренней суммы, по прежнему указывает, что индекс ν при переходе к смежному значению увеличивается на 4, т. е. $\nu = n - 4E\left(\frac{n}{4}\right) + 4e$

$$\left(e = 0, 1, 2, \dots, E\left(\frac{n}{4}\right) \right).$$

Внутри круга, вписанного в криволинейный квадрат, функция $\varphi(z)$ разложима в ряд Тейлора, этот ряд можно получить, исходя из (4,7) и считая z лежащей в этом круге.

Введем число $\varepsilon_{\nu, E_1(n)+4e}$ ($e = 0, 1, \dots, E\left(\frac{n}{4}\right)$) такое, что

$$\varepsilon_{\nu, E_1(n)+4e} = \begin{cases} 1 & \text{при } \nu = E_1(n) + 4e \\ 0 & \text{при } \nu \neq E_1(n) + 4e \end{cases}$$

Опуская в (4,7) звездочку, будем иметь

$$\varphi(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \sum_{\nu=0}^n D_{\frac{n-\nu}{4}}^{(n)} \left(\frac{z}{A} \right)^{\nu} \varepsilon_{\nu, E_1(n)+4e} + iC.$$

Здесь двойное суммирование ведется по целочисленным точкам угла ABD (рис. 3). Переставим в этой сумме порядок суммирования. Не выписывая выражения под знаками сумм, будем иметь

$$\sum_{n=0}^{\infty} \dots \sum_{v=0}^n \dots = \sum_{v=0}^{\infty} \dots \sum_{n=v}^{\infty} \dots$$

Опуская теперь множитель $\varepsilon_v E_1(n) + 4e$, придем к разложению

$$\varphi(z) = \sum_{v=0}^{\infty} d_v \left(\frac{z}{R} \right)^v + iC, \quad (4,8)$$

где

$$d_v = \left(\frac{R}{A} \right)^v \sum_{n=v}^{\infty} a_n D_{\frac{n-v}{4}}^{(n)} \quad (4,9)$$

5. Подставим $\varphi_j(t)$ из равенств (1,9) и (1,10) в условие (1,6); используя опять теоремы о предельных значениях интеграла типа Коши, после некоторых преобразований получим на L_2

$$\omega(t) = \varphi(t) + \overline{\varphi(\bar{t})} + \lambda \alpha_{-1} \quad (5,1)$$

Здесь α_{-1} — вещественная постоянная, равная

$$\alpha_{-1} = \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} \frac{\omega(t_1)}{t_1} dt_1$$

Учитывая (4,8), из соотношения (5,1) найдем

$$\omega(t) = \sum_{v=0}^{\infty} d_v \left\{ \left(\frac{t}{R} \right)^v + \left(\frac{R}{t} \right)^v \right\} + \lambda \alpha_{-1}. \quad (5,2)$$

Умножим далее обе части равенства (5,2) на

$$(2\pi i)^{-1} R^{-(e+1)} t_1^e dt_1 \quad (e = -1, 0, 1, \dots)$$

и проинтегрируем по окружности L_2 в направлении против часовой стрелки. Тогда будем иметь

$$\begin{aligned} \frac{1}{R^{e+1}} \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} \omega(t_1) t_1^e dt_1 &= \sum_{v=0}^{\infty} d_v \left\{ \frac{1}{R^{v+e+1}} \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} t_1^{e+v} dt_1 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{R^{e+1-v}} \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} t_1^{e-v} dt_1 \right\} + \lambda \alpha_{-1} \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} \frac{t_1^e}{R^{e+1}} dt_1; \end{aligned}$$

Учитывая при этом (4,9), придем к соотношениям

$$\alpha_{-1} = -\lambda \alpha_{-1} - 2 \sum_{n=0}^{\infty} a_n D_{\frac{n}{4}}^{(n)} \quad (5,3)$$

$$\alpha_e = -\left(\frac{R}{A} \right)^{e+1} \sum_{n=e+1}^{\infty} a_n D_{\frac{n-e-1}{4}}^{(n)} \quad (e = 0, 1, 2, 3, \dots). \quad (5,4)$$

Соотношение (5,3) позволяет после того, как будут из системы линейных алгебраических уравнений (5,4) определены все α_e ($e = 0, 1, 2, \dots$), найти α_{-1} .

В силу формул (2,4) и (3,8) имеем

$$a_n = \sum_{k=1}^{\infty} \delta_{n,k} b_k^* + \delta_{n,0} A^2 (1 + m^2) + \delta_{n,4} A^2 m, \quad (5,5)$$

где

$$\delta_{0,k} = \begin{cases} 1, & k=0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases}; \quad \delta_{4,k} = \begin{cases} 1-6m^2+36m^4, & k=4 \\ 8m^3(-1+6m^2), & k=8 \\ -3m^4, & k=12 \\ 0 & k > 12 \end{cases}$$

$$\delta_{8,k} = \begin{cases} 4m^3(-1+6m^2), & k=4 \\ 1-38m^4, & k=8 \\ -72m^5, & k=12 \\ 0 & k > 12 \end{cases}$$

$$\delta_{12,k} = \begin{cases} -m^4 & k=4 \\ -48m^4 & k=8 \\ 1 & k=12 \\ 0 & k > 12 \end{cases}$$

$$\delta_{n,k} = \begin{cases} 1 & k=n, \quad n=16, 17, \dots \\ 0 & k \neq n, \end{cases}$$

Подставляя величины a_n из формул (5,5) в равенство (5,4) и учитывая, что, как указано $\delta_{n,0} = 0$ ($n \neq 0$), $\delta_{n,4} \neq 0$ ($n = 4, 8, 12$) и $\delta_{n,4} = 0$, для всех остальных n имеем

$$\alpha_e = -\left(\frac{R}{A} \right)^{e+1} \sum_{n=e+1}^{\infty} D_{\frac{n-e-1}{4}}^{(n)} \sum_{k=1}^{\infty} \delta_{n,k} b_k^* - A^2 m \left(\frac{R}{A} \right)^{e+1} \sum_{n=4}^{12} \delta_{n,4} D_{\frac{n-e-1}{4}}^{(n)}. \quad (5,6)$$

Переставляя здесь порядок суммирования, будем иметь

$$\alpha_e = \sum_{k=1}^{\infty} M_{e,k} b_k^* - A^2 m \left(\frac{R}{A} \right)^{e+1} \sum_{n=4}^{12} \delta_{n,4} D_{\frac{n-e-1}{4}}^{(n)} \quad (e = 0, 1, 2, \dots), \quad (5,7)$$

где введены обозначения

$$M_{e,k}^* = - \sum_{n=e+1}^{\infty} D_{\frac{n-e-1}{4}}^{(n)} \delta_{n,k}, \quad M_{e,k} = \left(\frac{R}{A} \right)^{e+1} M_{e,k}^*. \quad (5,8)$$

Величины $M_{e,k}^*$ не зависят от параметра $\frac{R}{A}$, характеризующего близость границ сред. Их значения для $\frac{R}{A} = 0,84$ ($e = 3, 7, 11, \dots, 39$; $k = 4, 8, 12, \dots, 40$) приведены в табл. 1.

$\kappa \backslash e$	4	8	12	16	20
3	-0,935873	0,894203	-0,370997	0,109739	-0,266728 · 10 ⁻¹
7	0,48773 · 10 ⁻²	-0,995292	1,334553	-0,888889	0,0411523
11	0,15242 · 10 ⁻³	0,81288 · 10 ⁻³	-1	1,777778	-1,604938
15				-1	2,222222
19					-1
23					
27					
31					
35					
39					

Принимая во внимание формулу (2,4') и (5,7), найдем

$$\alpha_e = \sum_{\kappa=1}^{\infty} M_{e,\kappa} \sum_{\kappa_1=E^*(\kappa)}^{\kappa-1} \left(\frac{R}{A}\right)^{\kappa_1+1} m^{\frac{\kappa-(\kappa_1+1)}{4}} C_{-(\kappa_1+1)}^{\frac{\kappa-(\kappa_1+1)}{4}} \alpha_{\kappa_1} - \left(\frac{R}{A}\right)^{e+1} A^2 m \sum_{n=4}^{12} D_{\frac{n-e-1}{4}}^{(n)} \delta_{n,4}. \quad (5,8')$$

Поступая аналогично тому, как прежде, введем число

$$\varepsilon_{\kappa_1, E^*(\kappa)+4e} \left(e = 0, 1, \dots, E\left(\frac{\kappa-1}{4}\right) \right), \text{ такое что}$$

$$\varepsilon_{\kappa_1, E^*(\kappa)+4e} = \begin{cases} 1 & \text{когда } \kappa_1 = E^*(\kappa) + 4e \\ 0 & \text{когда } \kappa_1 \neq E^*(\kappa) + 4e \end{cases}$$

Тогда первую из сумм (5,8) запишем так

$$\sum_{\kappa=1}^{\infty} M_{e,\kappa} \sum_{\kappa_1=E^*(\kappa)}^{\kappa-1} \left(\frac{R}{A}\right)^{\kappa_1+1} m^{\frac{\kappa-(\kappa_1+1)}{4}} C_{-(\kappa_1+1)}^{\frac{\kappa-(\kappa_1+1)}{4}} \alpha_{\kappa_1} =$$

$$= \sum_{\kappa=1}^{\infty} M_{e,\kappa} \sum_{\kappa_1=0}^{\kappa-1} \left(\frac{R}{A}\right)^{\kappa_1+1} m^{\frac{\kappa-(\kappa_1+1)}{4}} C_{-(\kappa_1+1)}^{\frac{\kappa-(\kappa_1+1)}{4}} \varepsilon_{\kappa_1, E^*(\kappa)+4e} \alpha_{\kappa_1}.$$

Здесь двойное суммирование ведется по целочисленным точкам области BAD (рис. 4); переставим в этой сумме порядок.

Имеем

$$\sum_{\kappa=1}^{\infty} \dots \sum_{\kappa_1=0}^{\kappa-1} \dots = \sum_{\kappa_1=0}^{\infty} \dots \sum_{\kappa=\kappa_1+1}^{\infty} \dots$$

Опуская теперь множитель $\varepsilon_{\kappa_1, E^*(\kappa)+4e}$, получим для определения неизвестных α_{κ_1} следующую бесконечную систему алгебраических линейных уравнений

$$\alpha_e = \sum_{\kappa_1=0}^{\infty} q_{\kappa_1, e} \alpha_{\kappa_1} + f_e, \quad (e = 3, 7, 11, \dots) \quad (5,9)$$

Таблица 1

	24	28	32	36	40
	0,56902 · 10 ⁻²	-0,11064 · 10 ⁻²	0,20071 · 10 ⁻³	-0,3450 · 10 ⁻⁴	0,568 · 10 ⁻⁵
	-0,150892	0,469441 · 10 ⁻¹	-0,129158 · 10 ⁻¹	0,3229 · 10 ⁻²	-0,74744 · 10 ⁻³
	0,998628	-0,485444	0,197260	-0,69863 · 10 ⁻¹	0,221787 · 10 ⁻¹
	-2,518518	1,958848	-1,181527	0,590764	-0,255268
	2,666667	3,629630	3,379973	-2,429355	1,439618
	-1	3,111111	-4,938272	5,349794	-4,458162
		-1	3,555556	-6,444444	7,956104
			-1	4	-8,148148
				-1	4,444444
					-1

Где

$$q_{\kappa_1, e}^* = \sum_{\kappa=\kappa_1+1}^{\infty} M_{e,\kappa} m^{\frac{\kappa-(\kappa_1+1)}{4}} C_{-(\kappa_1+1)}^{\frac{\kappa-(\kappa_1+1)}{4}} \quad (5,10)$$

$$q_{\kappa, e} = \lambda \left(\frac{R}{A}\right)^{\kappa_1+e+2} q_{\kappa_1, e}^*.$$

Здесь величины $q_{\kappa, e}^*$ не зависят от материала, из которого изготовлены составные части бруса, а также от отношения размеров $\frac{R}{A}$.

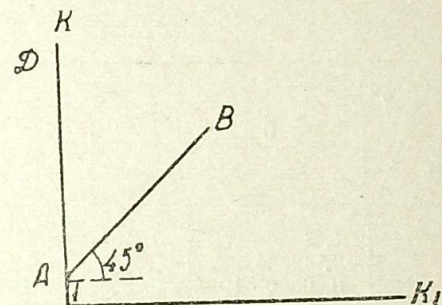


Рис. 4

На практике упругие свойства материалов составных частей сильно отличаются друг от друга (сталь и бетон). В рассмотренном нами числовом примере примем $\mu_2 = 20\mu_1$, что соответствует $\lambda = \frac{19}{20}$.

Значения величин $q_{\kappa, e}^*$ для $\frac{R}{A} = 0,84$ и $\lambda = \frac{19}{20}$ приведены в табл. 2.

Свободные члены f_e , как видно из (5,8'), таковы:

$$f_3 = -A^2 m \left(\frac{R}{A}\right)^4 [\delta_{4,4} D_0^{(4)} + \delta_{8,4} D_1^{(8)} + \delta_{12,4} D_2^{(12)}]$$

$$f_7 = -A^2 m \left(\frac{R}{A}\right)^8 [\delta_{8,4} D_0^{(8)} + \delta_{12,4} D_1^{(12)}]$$

$$f_{11} = -A^2 m \left(\frac{R}{A}\right)^{12} \delta_{12,4} D^{(12)}, \quad f_e = 0 \quad (e > 11)$$

Для $\frac{R}{A} = 0,84$ имеем

$$f_1 = -0,517716 \cdot 10^{-1} A^2, \quad f_7 = 0,136195 \cdot 10^{-3} A^2, \quad f_{11} = 0,208996 \cdot 10^{-5} A^2.$$

$\kappa_1 \backslash e$	3	7	11	15	19
3	-1,382256	0,638728	-0,182029	0,420196 · 10 ⁻¹	0,853216 · 10 ⁻²
7	1,277443	-2,652627	2,001442	-0,967467	0,360290
11	-0,546088	3,002163	-5,531858	5,241177	-3,365781
15	0,168078	-1,934934	6,988232	-12,25104	13,09956
19	-0,426608 · 10 ⁻¹	0,900725	-5,609635	16,37445	-27,79122
23	0,952226 · 10 ⁻²	-0,337428	3,332233	-14,90793	37,37930
27	-0,193540 · 10 ⁻²	0,107474	-1,572838	10,01748	-34,33950
31	0,36039 · 10 ⁻³	-0,292688 · 10 ⁻¹	0,590234	-4,945993	21,40186
35	-0,5721 · 10 ⁻⁴	0,621873 · 10 ⁻²	-0,158578	1,611837	-8,187832
39	0,568 · 10 ⁻⁵	-0,74744 · 10 ⁻³	0,221787	-0,255268	1,439619

$n \backslash \nu$	0	1	2	3	4
0	1,31	-0,713177 · 10 ⁻¹	0,101192 · 10 ⁻¹	-0,116298 · 10 ⁻²	0,11757 · 10 ⁻³
1	-0,142635	1,1475	-0,553940 · 10 ⁻¹	0,133313 · 10 ⁻¹	-0,247176 · 10 ⁻²
2	0,30355 · 10 ⁻¹	-0,830911 · 10 ⁻¹	1,0762	-0,359170 · 10 ⁻¹	0,114963 · 10 ⁻¹
3	-0,465191 · 10 ⁻²	0,266627 · 10 ⁻¹	-0,479426 · 10 ⁻¹	1,0418	-0,222764 · 10 ⁻¹
4	0,58785 · 10 ⁻³	-0,617940 · 10 ⁻²	0,191605 · 10 ⁻¹	-0,278455 · 10 ⁻¹	1,0235
5	-0,6533 · 10 ⁻⁴	0,115253 · 10 ⁻²	-0,566662 · 10 ⁻²	0,126219 · 10 ⁻¹	-0,157563 · 10 ⁻¹
6	0,6611 · 10 ⁻⁵	-0,18276 · 10 ⁻³	0,133165 · 10 ⁻²	-0,422261 · 10 ⁻²	0,720666 · 10 ⁻²
7	-0,6129 · 10 ⁻⁶	0,2478 · 10 ⁻⁴	-0,24880 · 10 ⁻³	0,103799 · 10 ⁻²	-0,223619 · 10 ⁻²
8	0,484 · 10 ⁻⁷	-0,2621 · 10 ⁻⁵	0,3328 · 10 ⁻⁴	-0,16841 · 10 ⁻³	0,42593 · 10 ⁻³
9	-0,239 · 10 ⁻⁸	0,1569 · 10 ⁻⁶	-0,2317 · 10 ⁻⁵	0,1328 · 10 ⁻⁴	-0,3729 · 10 ⁻⁴

Система (5,9) представляет однородную линейную систему уравнений отдельно относительно неизвестных

$$\alpha_e (e = 2, 6, 10 \dots) \text{ и } \alpha_e (e = 4, 8, 12 \dots)$$

В силу того, что они могут быть определены лишь единственным образом, следует положить их равными нулю.

Тогда система уравнений (5,9) примет вид:

$$\alpha_e = \sum_{\kappa_1=1}^{\infty} q_{\kappa_1,e} \alpha_{\kappa_1} + f_e \quad (e = 3, 7, 11, 15, \dots; \kappa_1 = 3, 7, 11, 15, \dots)$$

Положив в этой системе

$$1 - q_{e,e} = C_{\nu,\nu}; \quad -q_{\kappa_1,e} = C_{\nu,\kappa_1}; \quad \alpha_e = x_\nu$$

$$f_e = f_\nu^{(0)}; \quad \nu = \frac{e-3}{4}; \quad n = \frac{\kappa_1-3}{4},$$

преобразуем ее к виду

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_{n,\nu} x_n = f_\nu^{(0)}; \quad (n = 0, 1, 2 \dots; \nu = 0, 1, 2 \dots) \quad (5,11)$$

Таблица 2

	23	27	31	35	39
	0,158704 · 10 ⁻²	-0,276486 · 10 ⁻³	0,450482 · 10 ⁻⁴	-0,636 · 10 ⁻⁵	0,568 · 10 ⁻⁶
	-0,112476	0,307069 · 10 ⁻¹	-0,731720 · 10 ⁻²	0,138194 · 10 ⁻²	-0,14949 · 10 ⁻³
	1,666117	-0,674074	0,221338	-0,528593 · 10 ⁻¹	0,665361 · 10 ⁻²
	-9,938630	5,724277	-2,472997	0,716372	-0,102107
	31,14943	-24,52822	13,37617	-4,54880	0,719809
	-58,59154	60,10149	-39,76530	15,45497	-2,674899
	70,11839	-88,67326	68,53979	-29,76468	5,569276
	-53,02040	78,33118	-68,33612	32,52677	-6,518523
	23,18245	-38,26888	36,59262	-18,77779	4,000002
	-4,458164	7,956107	-8,148152	4,444447	-1,000001

Значения величин $C_{n,\nu}$ ($n, \nu = 0, 1, 2, \dots, 9$) для $\frac{R}{A} = 0,84$ приведены в табл. 3.

Таблица 3

	5	6	7	8	9
	-0,1089 · 10 ⁻⁴	0,9444 · 10 ⁻⁶	-0,766 · 10 ⁻⁷	0,538 · 10 ⁻⁸	-0,239366 · 10 ⁻⁹
	0,38418 · 10 ⁻³	-0,5222 · 10 ⁻⁴	0,6195 · 10 ⁻⁵	-0,5825 · 10 ⁻⁶	0,313725 · 10 ⁻⁷
	-0,283331 · 10 ⁻¹	0,57071 · 10 ⁻³	-0,9330 · 10 ⁻⁴	0,1109 · 10 ⁻⁴	-0,695207 · 10 ⁻⁶
	0,841457 · 10 ⁻²	-0,241292 · 10 ⁻²	0,51900 · 10 ⁻³	-0,7485 · 10 ⁻⁴	0,531167 · 10 ⁻⁵
	-0,131302 · 10 ⁻¹	0,514761 · 10 ⁻²	-0,139762 · 10 ⁻²	0,23663 · 10 ⁻³	-0,186427 · 10 ⁻⁴
	1,0123	-0,627975 · 10 ⁻²	0,206861 · 10 ⁻²	-0,40028 · 10 ⁻³	0,344918 · 10 ⁻⁴
	-0,732637 · 10 ⁻²	1,0046	-0,177515 · 10 ⁻²	0,38380 · 10 ⁻³	-0,357540 · 10 ⁻⁴
	0,275815 · 10 ⁻²	-0,202874 · 10 ⁻²	1,0009	-0,20882 · 10 ⁻³	0,208349 · 10 ⁻⁴
	-0,60041 · 10 ⁻³	0,49346 · 10 ⁻³	-0,23492 · 10 ⁻³	1	-0,636532 · 10 ⁻⁵
	0,57486 · 10 ⁻⁴	-0,51077 · 10 ⁻⁴	0,2604 · 10 ⁻⁴	0,707257 · 10 ⁻⁵	1

Таблица 4

ν	$x_\nu^{(0)}/A^2$	$x_\nu^{(1)}/A^2$	$x_\nu^{(2)}/A^2$	$x_\nu^{(3)}/A^2$	x_ν/A^2
0	-0,395204 · 10 ⁻¹	-0,26058 · 10 ⁻³	0,19 · 10 ⁻⁶	0,2 · 10 ⁻⁷	-0,397808 · 10 ⁻¹
1	-0,233923 · 10 ⁻²	0,2237 · 10 ⁻⁵	0,194 · 10 ⁻⁶	0,1 · 10 ⁻⁸	-0,233679 · 10 ⁻²
2	0,253129 · 10 ⁻³	0,2402 · 10 ⁻⁵	-0,82 · 10 ⁻⁸	-0,3 · 10 ⁻⁹	0,25552 · 10 ⁻³
3	-0,54467 · 10 ⁻⁵	-0,36043 · 10 ⁻⁶	-0,2086 · 10 ⁻⁸	0,21 · 10 ⁻¹⁰	-0,5869 · 10 ⁻⁵
4	-0,40712 · 10 ⁻⁵	0,15997 · 10 ⁻⁷	0,580 · 10 ⁻⁹	0,2 · 10 ⁻¹¹	-0,4051 · 10 ⁻⁵
5	0,11636 · 10 ⁻⁵	0,4700 · 10 ⁻⁸	-0,84 · 10 ⁻¹⁰	-0,1 · 10 ⁻¹¹	0,1168 · 10 ⁻⁵
6	-0,21319 · 10 ⁻⁶	-0,1881 · 10 ⁻⁸	0,69 · 10 ⁻¹¹	0,2 · 10 ⁻¹²	-0,2151 · 10 ⁻⁶
7	0,29406 · 10 ⁻⁷	0,391 · 10 ⁻⁹	0,12 · 10 ⁻¹²	-0,3 · 10 ⁻¹³	0,298 · 10 ⁻⁷
8	-0,2848 · 10 ⁻⁸	-0,530 · 10 ⁻¹⁰	-0,127 · 10 ⁻¹²	0,4 · 10 ⁻¹⁴	-0,290 · 10 ⁻⁸
9	0,1446 · 10 ⁻⁹	0,359 · 10 ⁻¹¹	0,133 · 10 ⁻¹³	0,2 · 10 ⁻¹⁵	0,15 · 10 ⁻⁹

Удержав из системы (5,11) первые $s + 1$ уравнений, будем иметь

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_{n,\nu} x_n = f_\nu^{(0)} \quad (\nu = 0, 1, 2 \dots s) \quad (5,12)$$

При $s=9$ первые четыре приближения приведены в табл. 4. Из этой таблицы, видно, что даже в таком неблагоприятном случае, когда $\frac{R}{A} = 0,84$, понадобилось найти всего лишь четыре приближения,

чтобы прийти к весьма точному решению системы (5,12).

После определения коэффициентов α_k ($k=3, 7, 11 \dots$), являющихся в силу (1,13) коэффициентами разложения функции $\omega(t)$ в ряд Фурье, для последней можем написать

$$\omega(t) = - \sum_{k=3}^{\infty} \alpha_k \left\{ \left(\frac{t}{R} \right)^{k+1} + \left(\frac{R}{t} \right)^{k+1} \right\} + \alpha_{-1} \quad (5,13)$$

В силу (4,8), (4,9) и (5,4) имеем

$$\varphi(z) = - \sum_{k=3}^{\infty} \alpha_k \left(\frac{z}{R} \right)^{k+1} + iC + d_0 \quad (5,14)$$

Это разложение, вообще говоря, пригодно лишь для точек вписанного в квадрат круга. Для точек, лежащих вне этого круга, следует пользоваться формулой (4,7).

Из равенства (1,9) и (5,13), учитывая направление обхода окружности L_2 , будем иметь в области S_1

$$\varphi_1(z) = \varphi(z) - \lambda \sum_{k=3}^{\infty} \alpha_k \left(\frac{R}{z} \right)^{k+1} \quad (5,15)$$

В силу выражения (5,14), имеем

$$\varphi_1(z) = - \sum_{k=3}^{\infty} \alpha_k \left\{ \left(\frac{z}{R} \right)^{k+1} + \lambda \left(\frac{R}{z} \right)^{k+1} \right\} + d_0 + iC. \quad (5,16)$$

К этой формуле относится сказанное применительно к (5,14). Наконец, из (1,10), (5,13) и (5,14) будем иметь в области S_2

$$\varphi_2(z) = - (1 - \lambda) \sum_{k=3}^{\infty} \alpha_k \left(\frac{z}{R} \right)^{k+1} + \lambda \alpha_{-1} + d_0 + iC. \quad (5,17)$$

Легко убедиться непосредственной постановкой, что найденные функции $\varphi_j(z)$ точно удовлетворяют контактным условиям (1,3) и (1,4) на окружности L_2 .

Для рассматриваемого числового примера значения коэффициентов b_n и a_n ($n=0, 4, 8, \dots$) подсчитаны по формулам (2,4) и (3,9) и приведены в табл. 5.

Обращаясь к формуле (4,11), на основании табл. 5 находим $d_0 = 0,46798 A^2$.

Чтобы выяснить, насколько точно найденная при помощи решения укороченной системы (5,12) функция $\varphi_1(z)$ удовлетворяет граничному условию (1,2), составим для рассматриваемого примера в наиболее

характерных точках $t=ia$ и $t=be^{\frac{i\pi}{4}}$ величины

$$\Delta \% = \frac{\varphi_1 + \varphi_1 - \bar{t} \bar{t}}{\bar{t} \bar{t}} 100\%$$

Таблица 5

n	b_n/A^2	a_n/A^2
0	0,506173	0,506173
4	$0,931917 \cdot 10^{-1}$	$0,867251 \cdot 10^{-1}$
8	$0,744013 \cdot 10^{-2}$	$0,692567 \cdot 10^{-2}$
12	$-0,171791 \cdot 10^{-2}$	$-0,173316 \cdot 10^{-2}$
16	$0,22033 \cdot 10^{-3}$	$0,22033 \cdot 10^{-3}$
20	$0,18610 \cdot 10^{-4}$	$0,18610 \cdot 10^{-4}$
24	$-0,23888 \cdot 10^{-4}$	$-0,23888 \cdot 10^{-4}$
28	$0,15824 \cdot 10^{-4}$	$0,15824 \cdot 10^{-4}$
32	$-0,3243 \cdot 10^{-5}$	$-0,324 \cdot 10^{-5}$
36	$0,840 \cdot 10^{-6}$	$0,840 \cdot 10^{-6}$
40	$-0,158 \cdot 10^{-6}$	$-0,158 \cdot 10^{-6}$

Значения величины $\Delta\%$, характеризующие степень точности, с которой найденная функция $\varphi_1(z)$ удовлетворяет граничным условиям в указанных точках, соответственно равны 0,00485—0,00783%. Таким образом, граничные условия выполняются весьма точно и на внешней границе L_1 .

6. Для рассматриваемого армированного бруса жесткость при кручении определяется по формуле

$$D = \sum_{j=1}^2 \iint_{S_j} \mu_j \left(x^2 + y^2 + x \frac{\partial \psi_j}{\partial y} - y \frac{\partial \psi_j}{\partial x} \right) dx dy, \quad (6,1)$$

Здесь $\psi_j(x, y)$ — функция кручения, равная $-I[\varphi_j(z)]$ (I — символ мнимой части содержащейся функции).

Для удобства формуле (6,1) придадим вид

$$D = \mu_1 I_0 + \sum_{j=1}^2 D_j, \quad (6,2)$$

где

$$I_0 = \sum_{j=1}^2 \frac{\mu_j}{\mu_1} \iint_{S_j} (x^2 + y^2) dx dy$$

$$D_j = \mu_j \iint_{S_j} \left(x \frac{\partial \psi_j}{\partial y} - y \frac{\partial \psi_j}{\partial x} \right) dx dy \quad (j=1, 2). \quad (6,3)$$

Учитывая, что

$$\iint_{S_1} (x^2 + y^2) dx dy = \frac{\pi R^4}{2}, \quad (6,4)$$

будем иметь

$$\iint_{S_1} (x^2 + y^2) dx dy = \iint_S (x^2 + y^2) dx dy - \frac{\pi R^4}{2}.$$

Исходя из отображающей функции (2,1), вычислим интеграл, содержащийся в правой части этого равенства. Найдем

$$\iint_S (x^2 + y^2) dx dy = 1,4925 A^4.$$

Таким образом,

$$\int_{S_1} (x^2 + y^2) dx dy = \left[1,492504 - \frac{\pi}{2} \left(\frac{R}{A} \right)^4 \right] A^4. \quad (6,5)$$

На основании формулы Грина, заменим первый и второй из двойных интегралов (6,3) криволинейными

$$D_1 = -\mu_1 \sum_{j=1}^2 \frac{1}{2} \int_{L_j} \psi_1(t) dt \bar{t}, \quad D_2 = -\frac{1}{2} \mu_2 \int_{L_2} \psi_2(t) dt \bar{t}.$$

Теперь учитывая, что на окружности L_2 имеем $d\bar{t}=0$, придем к формулам

$$D_1 = \mu_1 \operatorname{Re} \frac{1}{2i} \int_{L_1} \varphi_1(t) dt \bar{t}, \quad D_2 = 0 \quad (6,6)$$

где Re —символ вещественной части рядом содержащегося интеграла. Значение функции $\varphi_1(t)$ из (4,7) и (5,16) внесем в интеграл (6,6)

$$D_1 = \mu_1 \left\{ \sum_{n=4}^{\infty} a_n \sum_{\nu=0}^n D_{\frac{n-\nu}{4}}^{(n)} \operatorname{Re} \frac{1}{2i} \int_{L_1} \left[\left(\frac{t}{A} \right)^{\nu} + iC \right] dt \bar{t} - \right. \\ \left. - \lambda \sum_{k=3}^{\infty} \alpha_k \operatorname{Re} \frac{1}{2i} \int_{L_1} \left(\frac{R}{t} \right)^{k+1} dt \bar{t} \right\}. \quad (6,7)$$

На основании отображающей функции (1,2) перейдем в (6,7) под знаком интеграла к переменной τ . Получим

$$D_1 = 4A^2 m \mu_1 \left\{ \sum_{n=4}^{\infty} a_n \sum_{\nu=0}^n D_{\frac{n-\nu}{4}}^{(n)} \operatorname{Re} \frac{1}{2i} \int_{\gamma} \left(\tau + \frac{m}{\tau^3} \right)^{\nu} \left(\tau^3 - \frac{1}{\tau^5} \right) d\tau - \right. \\ \left. - \lambda \left(\frac{R}{A} \right)^{k+1} \operatorname{Re} \frac{1}{2i} \int_{\gamma} \frac{1}{\left(\tau + \frac{m}{\tau^3} \right)^{k+1}} \left(\tau^3 - \frac{1}{\tau^5} \right) d\tau \right\}. \quad (6,8)$$

Учитывая разложения бинома, после некоторых преобразований для значения D_1 получим

$$D_1 = 4\mu_1 A^2 m \pi \left\{ \sum_{n=4}^{\infty} a_n \sum_{\nu=0}^n D_{\frac{n-\nu}{4}}^{(n)} \left(C_{\nu}^{\frac{\nu+4}{4}} m^{\frac{\nu+4}{4}} - C_{\nu}^{\frac{\nu-4}{4}} m^{\frac{\nu-4}{4}} \right) - \lambda \alpha_3 \left(\frac{R}{A} \right)^4 \right\}.$$

Подставляя значения D , в (6,2) найдем требуемую формулу для жесткости.

$$D = \mu_1 \frac{\pi R^4}{2} \left\{ \frac{\mu_2}{\mu_1} + \frac{2}{\pi} \left(\frac{A}{\pi} \right)^4 \left[1,492504 - \frac{\pi}{4} \left(\frac{R}{A} \right)^4 \right] \right\} + \\ + 4\mu_1 A^2 m \pi \left\{ \sum_{n=4}^{\infty} a_n \sum_{\nu=0}^n D_{\frac{n-\nu}{4}}^{(n)} \left(C_{\nu}^{\frac{\nu+4}{4}} m^{\frac{\nu+4}{4}} - C_{\nu}^{\frac{\nu-4}{4}} m^{\frac{\nu-4}{4}} \right) - \lambda \alpha_3 \left(\frac{R}{A} \right)^2 \right\}$$

Для разбираемого примера $D = 35,84\mu_1 R^4$.

7. Компоненты касательных напряжений в сечении бруса определяются по формуле

$$X_z^{(j)} - iY_z^{(j)} = i\mu_j \frac{M}{D} \left[\frac{d\varphi_j}{dz} - z \right], \quad j = 1, 2 \quad (7,1)$$

Здесь, согласно формулам (5,16), (4,7) и (5,17),

$$\frac{d\varphi_1}{dz} = - \sum_{k=3}^{\infty} \frac{\kappa+1}{R} \alpha_k \left\{ \left(\frac{z}{R} \right)^{\kappa} - \frac{\lambda}{R} \left(\frac{R}{z} \right)^{\kappa+2} \right\} \quad (7,2)$$

для точек, лежащих внутри вписанного в квадрат круга;

$$\frac{d\varphi_1}{dz} = \frac{1}{A} \sum_{n=4}^{\infty} a_n \sum_{\nu=0}^n \nu D_{\frac{n-\nu}{4}}^{(n)} \left(\frac{z}{A} \right)^{\nu-1} - \frac{\lambda}{R} \sum_{k=3}^{\infty} (\kappa+1) \alpha_k \left(\frac{R}{z} \right)^{\kappa+2} \quad (7,2a)$$

для точек, лежащих вне вписанного в квадрат круга;

$$\frac{d\varphi_2}{dz} = -(1-\lambda) \sum_{k=3}^{\infty} (\kappa+1) \alpha_k \left(\frac{z}{R} \right)^{\kappa}, \quad (7,2b)$$

для точек, лежащих внутри круга радиуса R .

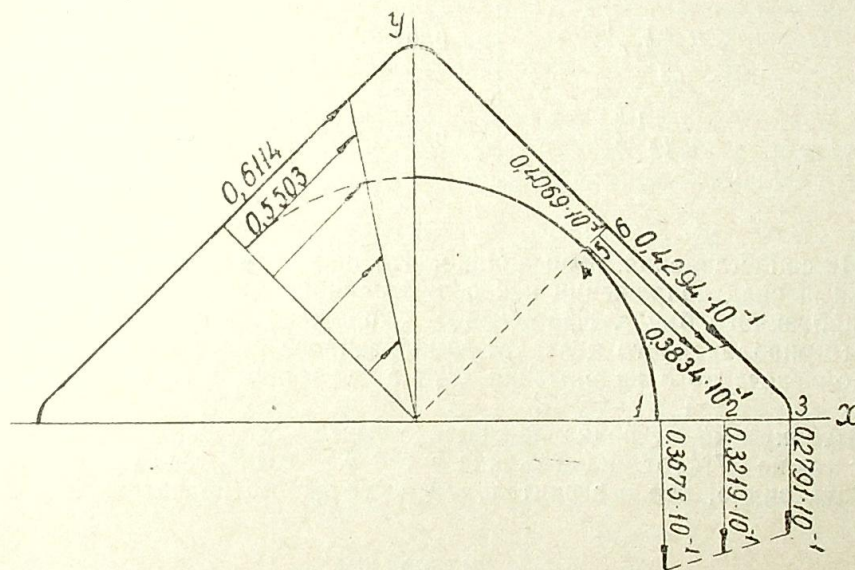


Рис. 5.

Во всех точках сечения полные касательные напряжения

$$\tau_z = \sqrt{x_z^2 + y_z^2}.$$

Легко проверить, что полные касательные напряжения в точках окружности, при приближении изнутри среды S_2 , определяются напряжениями в тех же точках, примыкающих со стороны S_1 соотношением

$$\tau_z^{(2)} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \tau_z^{(1)}.$$

На рис. 5, показаны эпюры полных напряжений в долях Mb^{-3} в точках сечения, лежащих на оси x -ов и на прямой под углом 45° к ней. На той же фигуре слева на основании данных приведенных в статье [4] ($\tau_{z\max} = 0,6114 Mb^{-3}$), показана эпюра напряжений в точках, лежащих на прямой под углом 45° для сплошного криволинейного квадрата.

Таблица 6

z	$\frac{b^3}{M} \tau_z^{(1)}$	$\frac{b^3}{M} \tau_z^{(2)}$
R	$0,368 \cdot 10^{-1}$	0,735
$\frac{R+a}{2}$	$0,322 \cdot 10^{-1}$	—
a	$0,280 \cdot 10^{-1}$	—
$Re^{i\frac{\pi}{2}}$	$0,383 \cdot 10^{-1}$	0,767
$\frac{R+b}{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$	$0,407 \cdot 10^{-1}$	—
$be^{i\frac{\pi}{4}}$	$0,429 \cdot 10^{-1}$	—

Из сопоставления эпюр видно, что при армировании происходит сильный спад напряжений как периферийной, так и центральной части армированного бруса. Наибольшее напряжение в средней точке стороны криволинейного квадрата армированного бруса составляет лишь 7% от расчетного напряжения $\tau_{z\max}$ в сплошном брус.

В точке $zRe^{i\frac{\pi}{4}}$, принадлежащей области S_1 , напряжение составляет также 7% от напряжения в той же точке сплошного бруса. Отсюда видно, что в значительной части работа подает на ядро.

ЛИТЕРАТУРА

1. Амензаде Ю. А. Кручение призматического бруса с квадратным сечением, армированного круговым стержнем. „Сообщ. АН Груз. ССР“, т. XVIII, № 3, 1957.
2. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. 1954.
3. Шерман Д. И. Кручение эллиптического цилиндра, армированного круговым стержнем. Инженерный сборник Института механики АН СССР, т. X, 1951.
4. Шерман Д. И., Народецкий М. З. О кручении некоторых призматических полых тел. Инженерный сборник Института механики АН СССР, т. VI, 1950.

Ю. Ә. Әмәнзаде

Эн кәсийи квадрат олан даирәви чубугла долдурулараг мөһкәмләндирилмиш призматик брусун бурулмасы

ХҮЛАСӘ

Бу ишдә охлары бир-биринин үзәринә дүшмәк шәртилә кейдириләрәк ян сәтһләри боюнча бирләшдирилмиш, мұхтәлиф бирчинсли вә изотроп материаллардан һазырланмыш призматик брусун бурулма мәсәләсинә бахылыр. Брусун кәсийи, ичәрисиндән һәр һансы радиуслу мәркәзи даирәви һиссә чыхарылмыш квадратдан вә һәмин чыхарылмыш һиссәйә долдурулмуш башга элаستي хассәләрә малик олан өзәкдән ибарәтдир (1-чи шәкил).

Бурулма үчүн S_1 вә S_2 областларында регуляр ики комплекс функция гурулмушдур (5,15 вә 5,16). Бу функциялар мүйәйән (1,2), (1,3), (1,4) сәрһәд шәртләрини өдәйир.

(5,11) сонсуз системиндән биринчи он тәнлик һәлл әдилмишдир.

Әлверишли олмаян һалда, йә'ни $\frac{R}{A} = 0,84$ олдугда системин даһа дегиг һәллини алмаг үчүн биринчи дөрд яхынлашманын тапылмасы лазым кәлмишдир (5,12).

5-чи шәкилдә Mb^3 гисмәтиндә кәсийин X -оһу вә онунла 45° -лик бучаг әмәлә кәтирән дүз хәт үзәриндә кәтүрүлмүш нөгтәләрдән там кәркинликләрин эпюралары кәстәрилмишдир.

M -буручу моментдир.

Һәмин шәкилдә [4] мәгаләсиндә верилмиш рәгәм әсасында ($\tau_{r\max} = 0,6114 Mb^3$) бүтөв әйрихәтли квадрат үчүн 45° -лик бучаг алтындакы дүз хәттин үзәриндә кәтүрүлмүш нөгтәләрдәки кәркинликләрин эпүрләри кәстәрилмишдир.

Эпүрләрин тутушдурулмасындан кәрүнүр ки, долдурмагла мөһкәмләндирилмиш брусун мәркәз һиссәсиндә вә әләчә дә кәнарларында кәркинлик олдуғча азалыр. Долдурмагла мөһкәмләндирилмиш брусда, әйрихәтли квадрат тәрәфинин орта нөгтәсиндәки эн бөйүк кәркинлик бүтөв брусун һесабат кәркинлийинин ($\tau_{r\max}$) 7%-ни тәшкил әдир.

Әләчә дә S_1 областына мәнсуб олан $Z = Re^{i\frac{\pi}{4}}$ нөгтәсиндәки кәркинлик бүтөв брусун мұвафиг нөгтәсиндә кәтүрүлмүш кәркинлийин 7%-ини тәшкил әдир.

Бурадан кәрүнүр ки, буручу моментин эн чох һиссәси өзәйә дүшүр.

М. АЛИЕВ, Б. МИРЗОЕВ

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ПОЛУЧЕНИЯ ВЫСОКОВОЛЬТНЫХ СЕЛЕНОВЫХ ВЫПРЯМИТЕЛЕЙ

Введение

После того, как электронографическим и другими методами было твердо установлено, что явление выпрямления как в осерненных, так и неосерненных селеновых выпрямительных элементах обуславливается образованием в них электронно-дырочного перехода, началась усиленная сознательная работа по управлению электрическими и тепловыми свойствами этих переходов [1, 2]. Удалось изготовить исследовать селеновые выпрямители с искусственно созданными электронно-дырочными переходами, в которых тонкий слой электронного полупроводника (сульфид или селенид кадмия) наносился испарением или химическим способом на поверхность селена. Были изготовлены лабораторные образцы селеновых выпрямителей, выдерживающих обратное напряжение до 70 в.

Опыты показали, что форсированной электрической формовкой, а также обработкой поверхности селена на катоде в различных растворах можно получить более совершенный р-п переход в селеновых выпрямителях и, тем самым, улучшить вольтамперную характеристику. Эти методы позволяют получить селеновые выпрямительные элементы, выдерживающие обратное напряжение 30 в эффективного значения, вместо 18 в для обычных элементов серийного производства [1, 4, 5].

Доказано, что увеличение обратного сопротивления селенового выпрямительного элемента при обработке на катоде вызвано разрыхлением и выравниванием поверхности селена и образованием вследствие этого в процессе формовки плотного слоя электронного полупроводника селенида кадмия однородной толщины. Выявлено, что это происходит, в основном, за счет образования селенистого водорода при реакции между селеном и атомарным водородом, который выделяется в процессе обработки селенового элемента на катоде. Лучшие результаты получены в случае ацетоновых растворов бромистого кадмия. Это объясняется тем, что в случае бромистого кадмия, кроме разрыхления и выравнивания поверхности полупроводника, также происходит осаждение металлического кадмия на селен. Однако такой состав электролитической ванны очень вреден, непрактичен. Кроме этого, селеновые выпрямительные элементы, полученные обработкой в этих растворах, оказались нестабильными.

Для нас представлял интерес более простой и практичный выбор электролитической ванны и получение высоковольтных элементов со стабильными параметрами.

М. АЛИЕВ, Б. МИРЗОЕВ

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ПОЛУЧЕНИЯ ВЫСОКОВОЛЬТНЫХ СЕЛЕНОВЫХ ВЫПРЯМИТЕЛЕЙ

Введение

После того, как электронографическим и другими методами было твердо установлено, что явление выпрямления как в осерненых, так и неосерненых селеновых выпрямительных элементах обуславливается образованием в них электронно-дырочного перехода, началась усиленная сознательная работа по управлению электрическими и тепловыми свойствами этих переходов [1, 2]. Удалось изготовить исследовать селеновые выпрямители с искусственно созданными электронно-дырочными переходами, в которых тонкий слой электронного полупроводника (сульфид или селенид кадмия) наносился испарением или химическим способом на поверхность селена. Были изготовлены лабораторные образцы селеновых выпрямителей, выдерживающих обратное напряжение до 70 в.

Опыты показали, что форсированной электрической формовкой, а также обработкой поверхности селена на катоде в различных растворах можно получить более совершенный р-п переход в селеновых выпрямителях и, тем самым, улучшить вольтамперную характеристику. Эти методы позволяют получить селеновые выпрямительные элементы, выдерживающие обратное напряжение 30 в эффективного значения, вместо 18 в для обычных элементов серийного производства [1, 4, 5].

Доказано, что увеличение обратного сопротивления селенового выпрямительного элемента при обработке на катоде вызвано разрыхлением и выравниванием поверхности селена и образованием вследствие этого в процессе формовки плотного слоя электронного полупроводника селенида кадмия однородной толщины. Выявлено, что это происходит, в основном, за счет образования селенистого водорода при реакции между селеном и атомарным водородом, который выделяется в процессе обработки селенового элемента на катоде. Лучшие результаты получены в случае ацетоновых растворов бромистого кадмия. Это объясняется тем, что в случае бромистого кадмия, кроме разрыхления и выравнивания поверхности полупроводника, также происходит осаждение металлического кадмия на селен. Однако такой состав электролитической ванны очень вреден, непрактичен. Кроме этого, селеновые выпрямительные элементы, полученные обработкой в этих растворах, оказались нестабильными.

Для нас представлял интерес более простой и практичный выбор электролитической ванны и получение высоковольтных элементов со стабильными параметрами.

В ходе проводившихся исследований нам удалось получить высоковольтные элементы, которые в дальнейшем были изучены. Путем обработки поверхности полупроводника на катоде в выбранном растворе получены селеновые выпрямительные элементы до 30—40 в эффективного значения. Элементы, подвергающиеся форсированной формовке, допускали обратное напряжение до 60 в. Прямые падения напряжения у этих элементов являются допустимыми по техническим условиям.

1. Изготовление образцов и проведение эксперимента

Метод изготовления образцов обычный. На висмутированную алюминиевую подкладку испарением в вакууме наносится слой селена

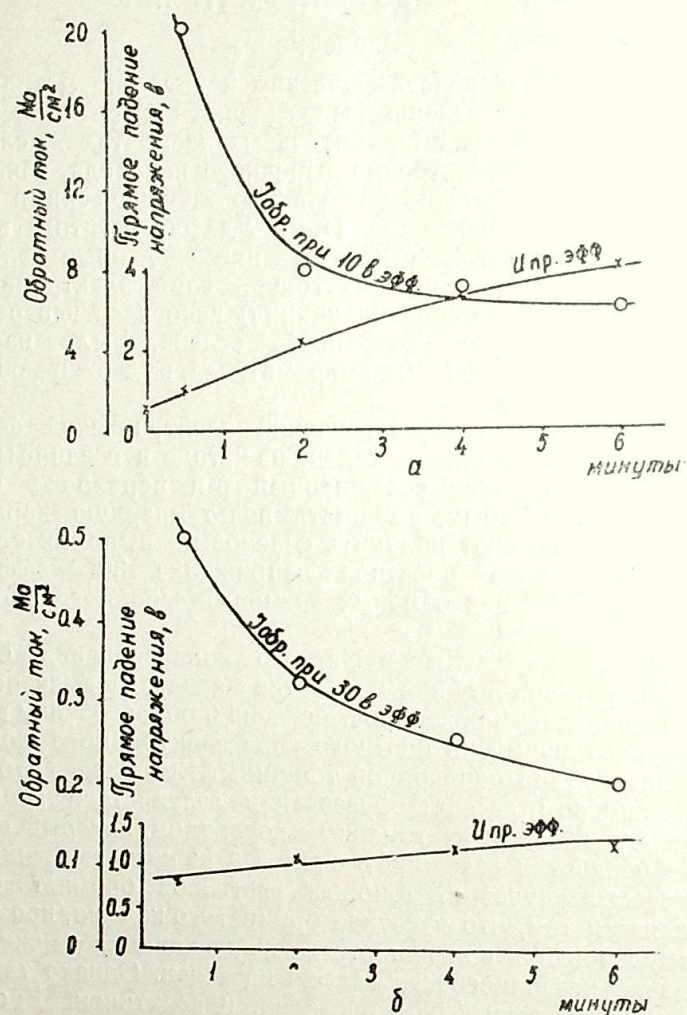


Рис. 1

Изменение электрических параметров неосерненных селеновых элементов с изменением времени обработки их на катоде (электролит—дистиллированная вода)
а—до формовки, б—после формовки

толщиной приблизительно 50 μ . Слой полупроводника содержит около 0,02% примесей брома. Изготовленные таким способом селеновые диски проходят две стадии кристаллизации: первая—при температуре 110°C в течение 2 часов и вторая—при 217°C в течение 15 минут. После этого поверхность селена окислением покрывается тончайшим слоем серы.

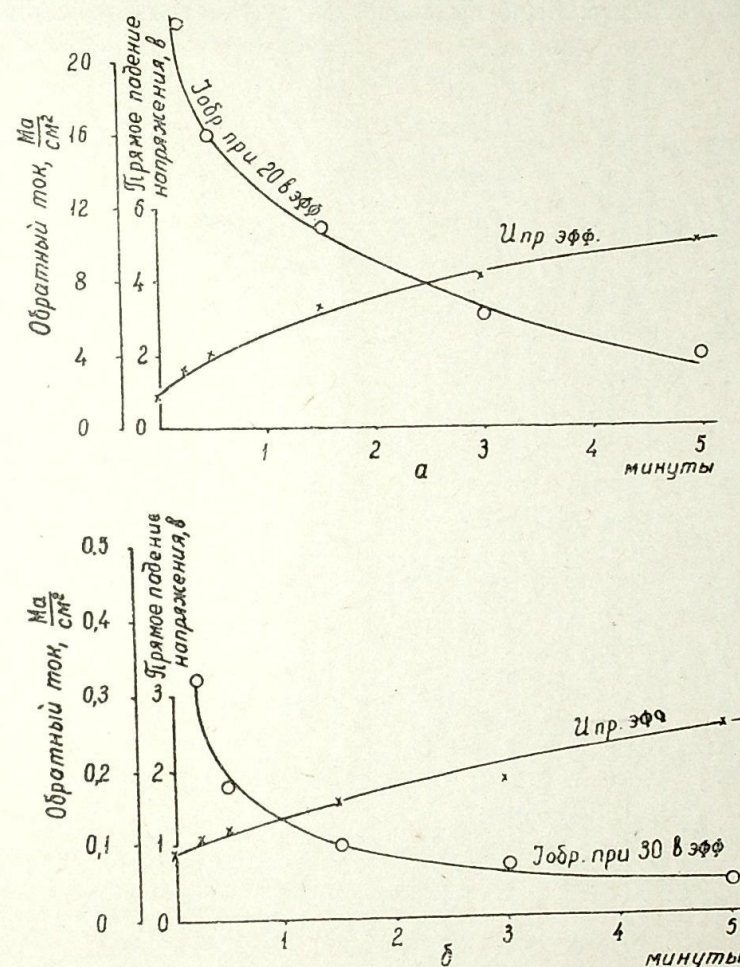


Рис. 2

Изменение электрических параметров осерненных селеновых элементов с изменением времени обработки их на катоде (электролит—дистиллированная вода)
а—до формовки, б—после формовки.

Объектами исследования служили как осерненные, так и неосерненные селеновые шайбы диаметром 45 мм.

Обработка открытой поверхности образцов на катоде состоит в следующем.

Селеновая шайба помещается в электролитическую ячейку таким образом, что электролита касается лишь поверхность. Анодом служит платиновый диск диаметром 70 мм, расположенный параллельно шайбе. Полярность внешней батареи такова, что шайба является катодом.

При этом электролитом служили дистиллированная вода и водные растворы уксуснокислого цинка. Концентрация последнего обычно не превышала 0,1%. При таких концентрациях уксуснокислый цинк хорошо растворялся в дистиллированной воде.

Дальнейшие опыты показали, что нахождение селеновой шайбы на катоде в течение непродолжительного времени вызывает сильные изменения электрических параметров изготовленного из него выпрямительного элемента. Было выяснено, что параметры как осерненных,

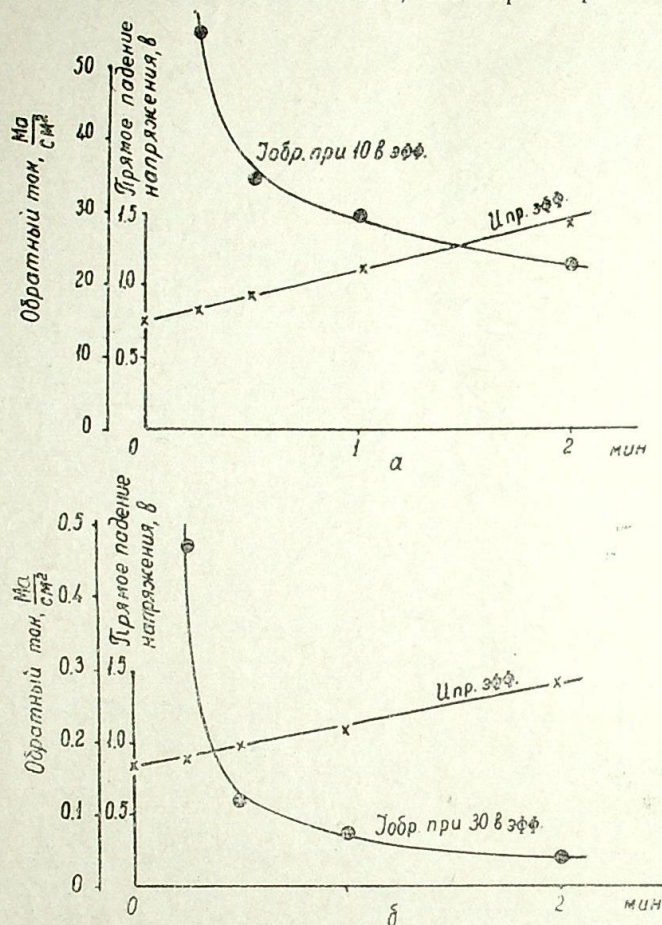


Рис. 3.

Изменение электрических параметров осерненных селеновых элементов с изменением времени обработки их на катоде (электролит—водный раствор уксуснокислого цинка)
а—до формовки; б—после формовки.

так и неосерненных образцов сильно зависят от времени обработки поверхности на катоде. Установлено, что изменения параметров также зависят от тока, протекающего через электролит. Поэтому для исследования зависимости указанных параметров от времени нами были выбраны определенные условия. При фиксированных значениях приложенного напряжения и толщины электролита прошедший ток обычно имел значения 0,05 мА/см².

Эта зависимость была изучена для чистой воды и раствора уксуснокислого цинка. На рис. 1 и 2 показано изменение электрических

параметров соответственно для неосерненных и осерненных селеновых элементов в зависимости от времени обработки поверхности в дистиллированной воде, а на рис. 3—в водном растворе уксуснокислого цинка для осерненных образцов.

Как видно из рис. 1, 2 и 3, изменения обратного тока и прямого падения напряжения во всех случаях имеют один и тот же характер, что свидетельствует о том, что как в случае дистиллированной воды,

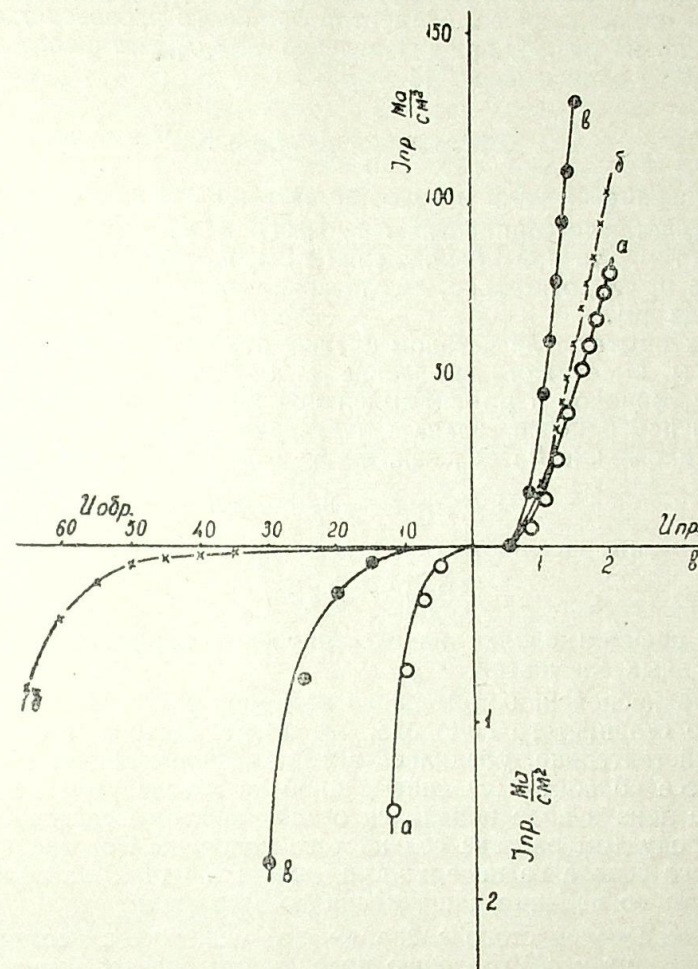


Рис. 4.

Вольтамперная характеристика осерненных селеновых выпрямительных элементов, полученных обработкой на катоде в водном растворе уксуснокислого цинка.

а—до формовки; б—после формовки; в—отформованный выпрямительный элемент обычной технологии.

так и водного раствора уксуснокислого цинка происходят одни и те же процессы. Отсюда также можно заключить, что изменения, происходящие при обработке поверхности на катоде, в образцах осерненных и неосерненных аналогичны.

Селеновые выпрямительные элементы (как осерненные, так и неосерненные) полученные обработкой на катоде в указанных растворах, выдерживали обратное напряжение до 30—40 В эффективного значе-

ния, а элементы, подвергающиеся форсированной формовке с отводом тепла, допускали до 60 в. Прямые падения напряжения при времени обработки не больше 2 минут и при плотности тока 50 ма/см² не превышало 1,50 в.

Лучшие результаты были получены в случае осерненных элементов с водным раствором уксуснокислого цинка. На рис. 4 изображены вольтамперные характеристики, построенные для эффективных значений таких элементов до формовки (а), после формовки (б) и, для сравнения, отформованных элементов серийного производства (в).

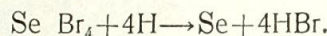
Как видно из рис. 4, при приложении 60 в эффективного значения обратный ток не превышает 0,4 ма/см².

2. Обсуждение результатов

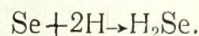
В применявшейся нами в качестве электролита воде, хотя и мало, но все же имеются диссоциированные ионы Н⁺ и ОН⁻ [7]. С другой стороны, известно, что при прохождении тока через воду происходит его разложение и, следовательно, увеличение концентрации водородных ионов в воде [6].

В наших опытах, где катодом служит открытая поверхность селеновой шайбы, имеет место выделение атомарного водорода на полупроводнике. Водород в момент выделения может способствовать протеканию на поверхности селена следующих реакций восстановления:

1. Восстановление Se Br₄, находящихся в селене в виде примеси



2. Образование селенистого водорода



Обе эти реакции влияют на электрические параметры селеновых выпрямительных элементов.

При соприкосновении атомарного водорода с селеном происходит образование селенистого водорода, что имеет место и в наших опытах. Мы, действительно, убедились в образовании селенистого водорода в процессе обработки селеновых шайб на катоде, так как на поверхности селена и воде появлялся осадок красного селена, который является продуктом распада селенистого водорода. Образование осадка аморфного селена на поверхности является одной из причин увеличения прямого падения напряжения до формовки.

Образование селенистого водорода, его удаление и частичное разложение приводит к разрыхлению поверхности селена. Одновременно с разрыхлением поверхности селеновой шайбы происходит и выравнивание его рельефа, так селенистый водород образуется, главным образом, в местах наибольшей плотности тока, т. е. в наиболее выпуклых местах.

Разрыхление и выравнивание поверхности селена в процессе обработки на катоде способствует образованию в последующей электрической формовке плотного слоя электронного полупроводника селенида кадмия равномерной толщины.

Влияние первой реакции приводит к тому, что концентрации брома в поверхностном слое селена уменьшается. Выход примесей брома при отработке на катоде был доказан нами экспериментально методом радиоактивных изотопов.

Исходя из изложенного, непрерывное увеличение прямого падения напряжения и уменьшения обратного тока со временем обработки на катоде (рис. 1) можно объяснить следующим образом.

В зависимости от времени обработки на катоде толщина прослойки селена, очищенной от примесей, увеличивается, что приводит к непрерывному росту сопротивления в прямом направлении. Уменьшение прямого падения напряжения после электрической формовки происходит вследствие перераспределения примесей брома в процессе формовки [3].

Это можно подтвердить следующим расчетом.

Допустим, что на шайбе слой селена имеет цилиндрическую форму, и примесь галоида равномерно распределена во всем объеме. Его длина и площадь поперечного сечения равны l и S . В результате обработки на катоде в дистиллированной воде происходит уменьшение концентраций брома в направлении от подкладки к поверхности полупроводника. Так как эти прослойки включены последовательно, то общее сопротивление образца будет определяться формулой

$$R_1 = \int_0^l dR = \frac{1}{Seu} \int_0^l \frac{dx}{n(x)}, \quad (1)$$

где e и u есть подвижность и заряд дырки.

Предположим, для простоты, что в первой половине слоя селена концентрация галоидов n_1 остается неизменной, а во второй половине уменьшается и становится $n_2 < n_1$.

Тогда формула (1) примет вид

$$R_1 = \frac{l}{2Seu} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right). \quad (2)$$

При формовке происходит равномерное распределение галоидов и концентрация их во всем объеме становится n . Очевидно, что

$$n_1 > n > n_2 \text{ и } \frac{n_1 + n_2}{2} = n. \quad (3)$$

Теперь сопротивление будет выражаться формулой

$$R_2 = \frac{l}{Seun}.$$

Покажем, что R_2 является минимальным значением R_1 . Чтобы найти из необходимого условия минимума R_1 концентрацию примеси, подставим значение n_1 из (3) в (2), возьмем первую производную и приравняем к нулю

$$\frac{\partial R_1}{\partial n_2} = \frac{l}{2Seu} \left[\frac{1}{(2n - n_2)^2} - \frac{1}{n_2^2} \right] = 0$$

Откуда

$$\frac{1}{(2n - n_2)^2} - \frac{1}{n_2^2} = 0,$$

что дает $n_1 = n_2$.

При этом удовлетворяется и достаточное условие минимума, заключающееся в положительности второй производной от R_1 . Действительно

$$\frac{\partial^2 R_1}{\partial n_2^2} = \frac{l}{2Seu} \left[\frac{2}{n_2^3} + \frac{2}{(2n - n_2)^3} \right] > 0,$$

ибо $n > n_2$.

На элементах, обработанных на катоде и подвергнутых термической обработке при температуре 210°C в течение 4 часов, заметного увеличения прямого падения напряжения не наблюдалось, что является непосредственным доказательством перераспределения галогенных примесей. Это также связано с переходом осадка аморфного селена, являющегося продуктом разложения селенида водорода при катодной обработке, в кристаллическое состояние.

Резкое уменьшение обратного тока (рис. 1), имеющее место в начальный период времени обработки элемента на катоде, объясняется тем, что за это время происходит разрыхление слоя селена определенной толщины. В процессе формовки этот разрыхленный селен образует с кадмием верхнего электрода плотный равномерный слой селенида кадмия, имеющий толщину не менее 1.10^{-5} см . Этот слой селенида кадмия является достаточным для осуществления хорошего электронно-дырочного перехода. Дальнейшее увеличение толщины слоя электронного полупроводника, практически не влияя на величину обратного тока, увеличивает прямое сопротивление после формовки.

Не трудно думать, что процессы, протекающие при обработке поверхности селена на катоде в дистиллированной воде, также должны происходить и в случае осерненных выпрямительных элементов (рис. 2). Так как не вся поверхность селена покрыта серой и, кроме того, вода может проникать через пористую тонкую прослойку серы. Также не исключена возможность образования сульфида водорода.

Получение лучших результатов в случае осерненных выпрямительных селеновых элементов с раствором уксуснокислого цинка можно объяснить тем, что в случае, кроме процессов разрыхления и очистки поверхностного слоя от галогенных примесей, также происходит осаждение металлического цинка на поверхность, который, по-видимому, вступая в реакции с серой, образует тонкий слой сульфида цинка, являющийся электронным полупроводником. Прямые сопротивления у этих элементов в процессе электрической формовки почти не меняются (рис. 3 и 4).

Выводы

1. Показано, что обработкой на катоде в дистиллированной воде можно улучшить электрические параметры как осерненных, так и неосерненных селеновых выпрямительных элементов.

2. Установлено, что увеличение обратного сопротивления вызвано разрыхлением и выравниванием поверхности шайбы и образованием вследствие этого в процессе формовки плотного слоя электронного полупроводника однородной толщины. В этом отношении также важную роль играют очистка поверхностного слоя полупроводника примесей брома и образование на поверхности осадка аморфного селена, которые необходимы для эффективной электрической формовки выпрямительных элементов.

3. Выявлено, что хорошие результаты получаются с осерненными элементами применением в качестве электролита водного раствора уксуснокислого цинка. Это объясняется дополнительным осаждением металлического цинка на серу и последующим образованием электронного полупроводника сульфида цинка.

4. Установлено, что увеличение прямого падения напряжения со временем обработки на катоде до формовки является результатом очистки поверхностного слоя от галогенных примесей и образования осадка аморфного селена.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абдуллаев Г. Б. Докторская диссертация, 1953.
2. Абдуллаев Г. Б. „Изв. АН Азерб. ССР“, № 4, 1956.
3. Абдуллаев Г. Б. „Изв. АН Азерб. ССР“, № 3, 1956.
4. Беленкова Л. Ю. Диссертация, 1956.
5. Беленкова Л. Ю., Геллер И. Х., Наследов Д. Н., Тартаковская Ф. М. „Радиотехника и электроника“, № 8, 1956.
6. Брокман К. Электрохимия органических соединений, 1937.
7. Виноградова Е. Н. Методы определения концентрации водородных ионов, 1950.

М. Алиев, Б. Мирзоев

Иүксэкволтлу селен дүзлэндиричилэри алмағын бир үсулу һаггында

ХҮЛАСӘ

Селен дүзлэндиричилэриндә дүзлэндирмә һадисәсинин онларда электрон-дешик кечидинин яранмасы илә әләғәдар олдуғу электронографик вә кимйәви йолла гәт'и исбат әдилдикдән сонра, бу кечидлэрин электрик вә истилик хассәлэрини идарә этмәк истигамәтиндә чидди ишләр көрүлмәйә башланды [1,2].

Апарылан тәчрүбәләр көстәрди ки, күчлү формовка режими вә селенин сәтһини катодда мүхтәлиф мәһлулларда ишләмәклә селен дүзлэндиричилэриндә тәкмил электрон-дешик кечиди алмағ мүмкүндүр. Бу йолла кениш мигдарда истеһсал олуна 18 вольтлуг элементләрә нисбәтән даһа йүксәк кәркинлиә дөзән 30 вольтлуг селен дүзлэндиричилэри алынмышдыр [1,3,4]. Лакин электролит кими ишләдилән мәһлуллар чох зәһәрлидир вә алынған нүмунэлэрин электрик параметрлэри сабит дейилдир.

Бу ишдә мәгсәд даһа садә вә тәчрүби чәһәтдән әлверишли олан электролит сечмәкдән вә электрик параметрлэри нисбәтән сабит олан йүксәкволтлу селен дүзлэндиричилэри алмағдан ибарәтдир. Сечилән электролит вә иш режими көстәрилән мәгсәдә чатмағы тәмин этмишдир.

Ишдә электролит оларағ дестилә олуңмуш су вә сиркә туршусунун синк дузунун суда мәһлулу көтүрүлмүшдүр. Сонунчу мәһлулун сыхлығы 0,1%-дән чох олмамашдыр. Тәдгигат объект оларағ диаметри 45 мм олан күкүрдлү вә күкүрдсүз селен дүзлэндиричи элементлэри көтүрүлмүшдүр.

Апарылан тәчрүбәләр көстәрди ки, һәр ики нөв нүмунэлэрин сәтһлэринин катодда дестилә олуңмуш суда аз заман мүддәтиндә ишләнмәси онлардан һазырланған дүзлэндиричи элементлэрин электрик параметрлэрини хейли яхшылашдырыр. Алынған элементләр 30—40 вольт кәркинлиә дөзүр.

Күкүрдлү вә күкүрдсүз селен элементлэринин сәтһлэрини катодда дестилә олуңмуш суда ишләдикдә онларын дүзүнә мүгавимәти формовкадан әввәл бөйүк олур. Бу да онунла изаһ әдилир ки, катодда ишләмә вахтында селенин сәтһ тәбәғәсинин һаллокен ашгарларындан тәмизләнмәси кедир. Формовка просесиндә селендә олан бром ашгарлары енидән пайланыр. Бу нөгтейи-нәзәр риязи әсасландырылмышдыр. Дүзүнә кәркинлик дүшкүсүнүн бөйүмәсинә икинчи сәбәб катод просесиндә ярымкечиричинин сәтһиндә селенид туршусунун парчаланмасы нәтижәсиндә яранан аморф селен тәбәғәсидир. Бу фәрзийә катодда ишләндикдән сонра 4 саат мүддәтиндә 210°C -дә сахланған нүмунә-

ләрде формовкадан эввэл дүзүнә мугавимәтин артмасынын мушаһидә олунмасы илә әсасландырылып.

Әкс чәрәянын азалмасы ярымкечиричинин сәтһинин катод просесиндә кәлә-көгүрләшмәси вә бунун нәтичәсиндә галын вә бирчинсли электронлу ярымкечиричинин (селенли вә я күкүрдлү кадмиумун) яранмасы илә әлагәдардыр. Катодда ишләмә вахтынын артмасы илә электронлу ярымкечиричинин галынлығы бөйүйүр вә она көрә дә формовкадан сонра бу нөв элементләрдә дүзүнә мугавимәт ади элементләрә нисбәтән бир гәдәр бөйүк олур.

Сәтһләри күкүрд тәбәгәсилә өртүлмүш селен дузләндиричиләрини сиркә туршусунун синкдузунда ишләтдикдә даһа яхшы элементләрин алынмасы онунла изаһ әдилір ки, бу һалда сәтһ тәбәгәсиндә юхарыда кәстәрилән дәйишикликләрә янашы олараг, синк металы атомларынын йығылмасы да кедир. Онлар да өз нөвбәләриндә күкүрд атомлары илә реаксияя кирәрәк электронлу ярымкечиричи слан күкүрдлү синкин назик тәбәгәсини әмәлә кәтирир. Бу нөв нүмунәләрин дүзүнә мугавимәти формовка просесиндә чох аз дәйишир.

С. Г. ГУРБАНОВ

ПРИБЛИЖЕННЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ О КРУГОВОМ НЕСТАЦИОНАРНОМ ДВИЖЕНИИ ВЯЗКОЙ И ВЯЗКО-ПЛАСТИЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

В настоящее время борьба с осложнениями, встречающимися при бурении нефтяных и газовых скважин, в основном, проводится за счет изменения физико-механических свойств промысловых жидкостей. Правда, имеются работы К. А. Царевича, Кордвелла, Ормеби, Багаби, Шаметта и других, в которых указывается на изменение гидродинамического давления на забой скважины в процессе подъема и спуска буровых труб.

В предыдущей работе М. К. Сеид-Рзой совместно с нами [7] было рассмотрено влияние вращения буровых труб на изменение гидродинамического давления на стенки скважины. При этом решалась стационарная задача. Решение задач о круговом нестационарном движении вязко-пластичных жидкостей, используя дифференциальные уравнения движения Генки-Ильюшина, представляет наряду с теоретическим и практический интерес, в частности, для определения изменения гидродинамического давления на стенки скважины, реологических констант вязко-пластичных жидкостей и мощности, расходуемой на холостое вращение буровых труб в глинистом растворе, и т. д.

В общем случае задача о нестационарном круговом движении вязко-пластичных жидкостей представляет собою задачу с подвижными границами. Получение эффективных решений такого рода задач, за исключением автомодельных, весьма затруднительно [3, 5, 6, 10]. В данной статье мы рассматриваем возможность применения для решения такого рода задач приближенных способов, а именно способа Швеца [11], способа осреднения Слезкина—Тарга [9].

Указанные способы ранее применялись для решения задач о нестационарном движении вязко-пластичных жидкостей. Сначала следует отметить, что пользуемся первыми приближениями как в случае первого (по Л. С. Гандину), так и в случае второго способа.

1. Приближенно решим задачу о круговом нестационарном движении вязкой жидкости в круглой цилиндрической трубе. Точное решение данной задачи известно в литературе [8]. При этом $v_z=0$, $v_r=0$, $v_\varphi=v_\varphi(r, z, t)$. Из уравнения неразрывности следует, что

$\frac{\partial z_\varphi}{\partial v_z} = 0$. Следовательно, $v_\varphi = v_\varphi(r, t)$. Из уравнений Навье—Стокса имеем:

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{v_\varphi^2}{r} \quad (1,1)$$

$$\rho \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} = \eta \left(\frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} - \frac{v_\varphi}{r^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial \varphi} \quad (1,2)$$

Примем следующие граничные и начальные условия:

$$v_\varphi(at) = \omega a = v = \cos nt. \quad (1,4)$$

$$v_\varphi(r, 0) = 0 \quad (1,5)$$

Для определения произвольных постоянных будем пользоваться также условием ограниченности, скорости т. е.

$v_\varphi(r, t) \neq \infty$. Принимаем $\frac{\partial p}{\partial \varphi} = 0$ [8]. Применим для приближенного

решения этой задачи способ осреднения по радиусу и по площади. Введем подвижный радиус r_0 , определяемый из условия

$$\frac{\partial v_\varphi(r_0, t)}{\partial r} = 0; \quad (1,6)$$

заменим в уравнении (1,2) $\rho \frac{\partial v_\varphi}{\partial r}$ его средним по радиусу значением

$$\frac{\rho}{R-r_0} \int_{r_0}^R \frac{\partial v_\varphi}{\partial t} dr = \varphi(t) \quad (1,7)$$

Тогда решение уравнения (1,2) примет вид:

$$v_\varphi(r, t) = \frac{3\varphi a r_0}{(3a^2 r_0 - r_0^3 - 2a^3)} r - \frac{\varphi a r_0^3}{(3a^2 r_0 - r_0^3 - 2a^3)r} - \frac{2\varphi a}{(3a^2 r_0 - r_0^3 - 2a^3)} r^2 \quad (1,8)$$

Из (1,7) находим;

$$F_0 = \frac{1}{6} \int_0^1 \frac{x^3 - 1 - x^5 + x^2 + 6x^3 \ln x - 6x^2 \ln x}{(1-x)(3x-x^3-2)} dx \quad (1,9)$$

где

$$x = \frac{r_0}{a}; \quad F_0 = \frac{rt}{\rho a^2}.$$

Для безразмерного момента получим:

$$M_1 = \frac{x^3 - 1}{3x - x^3 - 2}, \quad (1,10)$$

где

$$M_1 = \frac{M}{4\pi a^2 \eta \omega}.$$

При $r_0 = 0$ наступит вторая фаза, для которой

$$M_2' = \frac{1}{2} e^{-18(F_0 - F_\infty)}, \quad (1,11)$$

$$\text{где } M_2' = \frac{M}{4\pi \eta a^2 \omega}; \quad F_0 = \frac{\eta t}{\rho a^2}$$

Если будем осреднять по площади получим:

$$\frac{\rho}{R^2 - r_0^2} \int_{r_0}^R \frac{\partial v_\varphi}{\partial t} 2r dr = \varphi(t) \quad (1,12)$$

$$F_0 = \frac{1}{6} \int_0^1 \frac{9x^4 - 16x^3 - x^6 - 1 + 9x^2}{(1-x^2)(3x-x^3-2)} dx \quad (1,13)$$

$$M_3' = \frac{x^3 - 1}{3x - x^3 - 2}. \quad (1,14)$$

Для второй фазы

$$M_4' = e^{-18(F_0 - F_\infty)}. \quad (11,5)$$

Применим для решения этой задачи способ Швеца. Первое приближение имеет вид:

$$v_\varphi(r, t) = \frac{Ar^3}{8\eta} - \frac{Aa^2}{8\eta} r - \frac{Ar_0^3}{8\eta} r + \frac{Aa^2 r_0^2}{8\eta r} - \frac{\beta \ln r_0}{2\eta} r + \frac{\beta r \ln r}{2\eta} + \frac{\beta a^2 \ln r}{2\eta(r_0^2 - a^2)} r - \frac{\beta r_0^2 a^2}{2\eta(r-a^2)r} \cdot \ln \frac{r_0}{a} + \frac{\varphi a r}{(r_0^2 - a^2)} + \frac{\varphi_0 r_0 a}{(r_0^2 - a^2)r}, \quad (1,16)$$

где

$$A = \frac{2\varphi a r_0}{(r_0^2 - a^2)^2} \frac{dr_0}{dt}; \quad \beta = \frac{2\varphi a^3 r_0}{(r_0^2 - a^2)^2} \frac{dr_0}{dt}.$$

Используя условие $\frac{\partial v_\varphi(r_0, t)}{\partial r} = 0$, получим:

$$F_0 = \int_0^1 \frac{x^5 - 4x^3 + 3x + 4x \ln x}{(x^2 - 1)^2} dx \quad (1,17)$$

Для безразмерного момента имеем:

$$M' = \frac{3x^4 + 1 - 3x^2 - x^6 - 2x^2 \ln x}{(x^2 - 1)(x^4 - 4x^2 + 3 + 4 \ln x)} \quad (1,18)$$

На рис. 1 приведены результаты численных расчетов по формулам (1,9), (1,10), (1,11) (кривая 1), (1,13), (1,14) и (1,15) (кривая 2), (1,17), (1,18) (кривая 3), а также по точной формуле (кривая 4).

Из рис. 1 следует, что способ Швеца в случае ограничения первым приближением неприемлем для решения этой задачи.

В случае ограничения вторым приближением получаются громоздкие формулы, весьма неудобные для проведения численных расчетов. Сопоставление кривых 1, 2 и 4 показывает практическую приемлемость способов осреднения как по площади, так и по радиусу. При нестационарном осевом движении вязкой жидкости в круглой цилиндрической трубе приемлемым является способ осреднения по радиусу.

Отметим, что применение способов осреднения по радиусу и по площади адекватно применению интегральных соотношений.

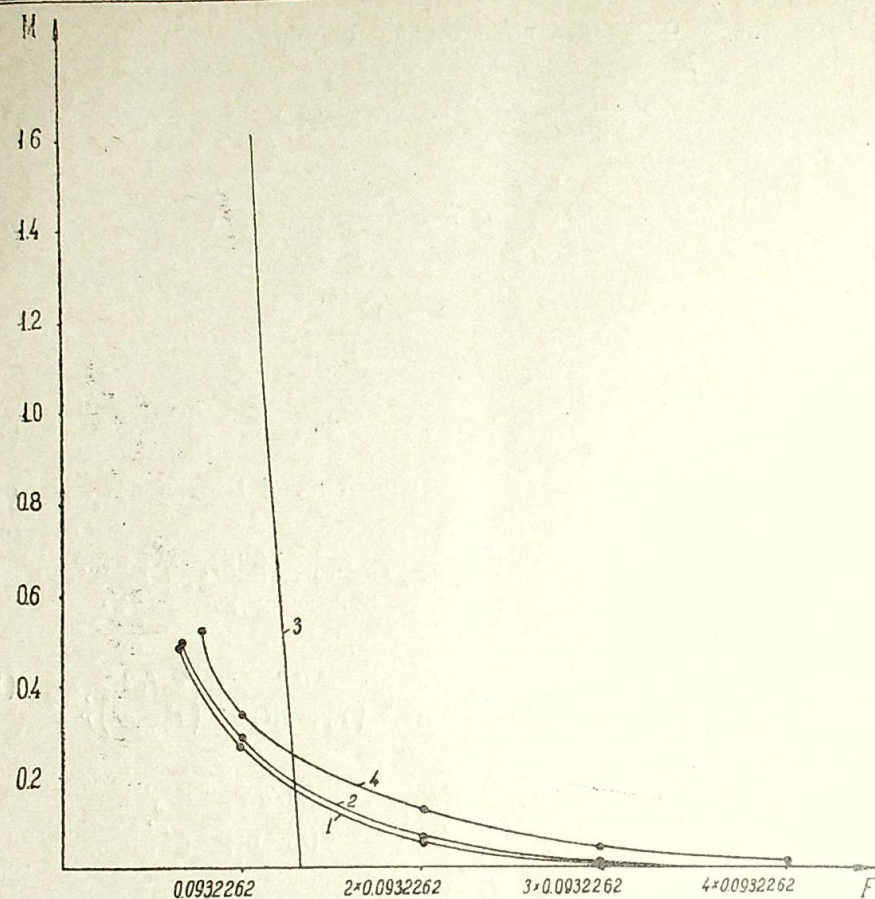


Рис. 1

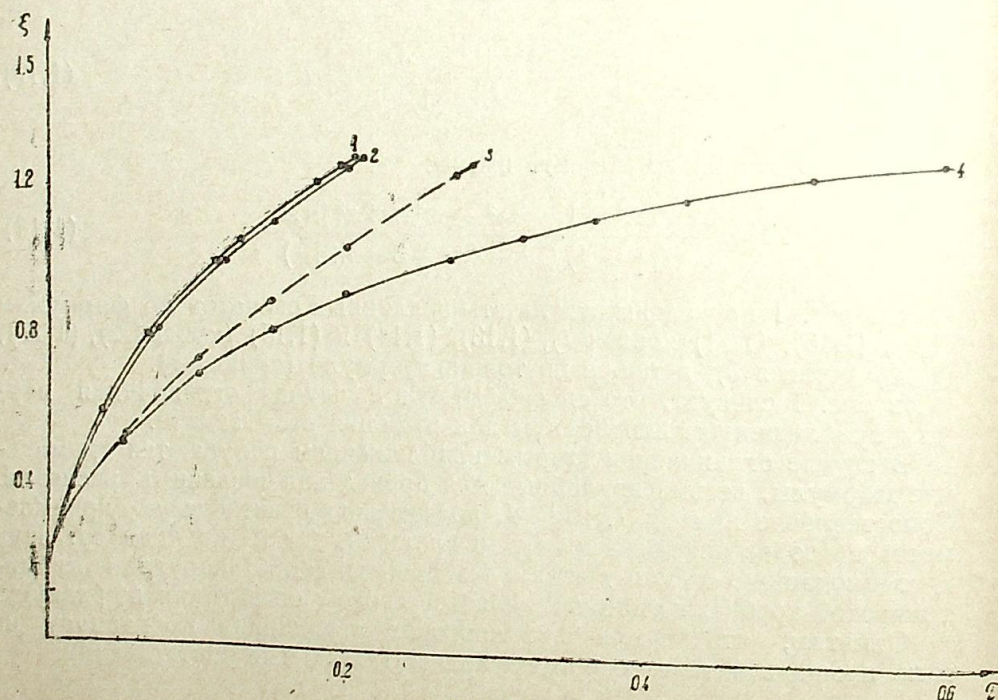


Рис. 2

2. Применим способы осреднения по площади и по радиусу для решения задачи об ударе жесткого цилиндра по пластинке. Решением указанной задачи занимался Ф. А. Бахшиян [1]. А. М. Кочетков [4], используя указания В. В. Соколовского, применил для решения этой задачи способ Швеца. На рис. 2 приведена зависимость границы вязко-пластичной и жидкой зон от безразмерного времени. Кривые 3 и 4 заимствованы из статьи А. М. Кочеткова [4].

Из рис. 2 следует, что при малых значениях τ способ Швеца является более приемлемым, чем способов осреднения как по площади, так и по радиусу. При больших значениях τ более приемлемым является способ осреднения.

3. Применим способ Швеца и способ осреднения для решения задачи о вращении круглого цилиндра в вязко-пластичной жидкости. Точное решение этой задачи получено Ф. А. Бахшияном [2]. Приближенные решения получают аналогично вышеуказанным.

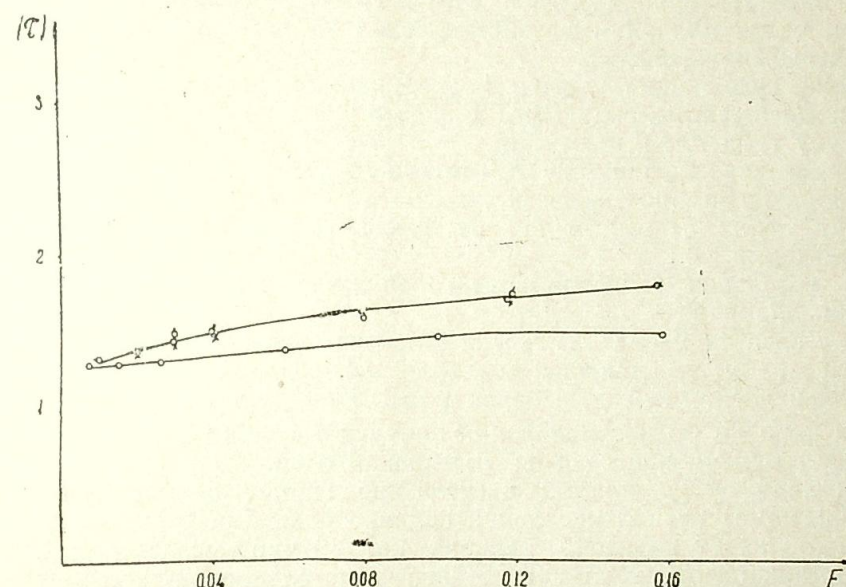


Рис. 3.

На рис. 3 приведены результаты численных расчетов зависимости безразмерного момента от безразмерного времени. Из этого рисунка следует, что все способы дают значения безразмерного момента, близкие к точным. Наиболее близкие к точным значениям безразмерного момента получаются при применении способов осреднения.

Выражаю свою благодарность проф. А. Х. Мирзаджанзаде за ценные указания и консультации при выполнении настоящей работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бахшиян Ф. А. ПММ, т. XII, в. 1, 1948.
2. Бахшиян Ф. А. ПММ, т. XII, в. 6, 1948.
3. Колоднер. Механика. Сб. переводов и обзоров иностранной периодической литературы, № 1 (411), 1957.
4. Кочетков А. М. ПММ, т. XIV, в. 4, 1950.
5. Мартынов Г. А. Журнал технической физики, т. X, в. 10, 1955.
6. Рубинштейн Л. И. Изв. АН СССР, серия геол. и геофиз., т. XI, № 1, 1947.

7. Сеид-Рза М. К., Гурбанов С. Г. АНХ, № 4, 1957.
8. Слезкин Н. А. Динамика вязкой, сжимаемой жидкости. ГИТТЛ, 1955.
9. Слезкин Н. А., Тарг С. М. „ДАН СССР“, т. IV, № 3, 1946.
10. Тихонов А. Н. Самарский А. А. Уравнения математической. физики. ГИТТЛ, 1955.
11. Швец М. К. ПММ, т. XIII, в. 3, 1949.

С. Н. Гурбанов

Өзлү вә өзлү-пластик маеләрин гәрарлашмамыш даирәви һәрәкәтинә аид мәсәләләрин тәгриби һәлли

ХҮЛАСӘ

Һазырда нефт вә газ гуяларынын газылмасы заманы гаршыа чыхан бә'зи чәтинликләрин (удулма, учулма вә с.) арадан галдырылмасы, адәтән, килли мәһлулун физики-механики хассәләринин дәйишдирил-мәси һесабына апарылып.

Лакин гуя дибинә дүшән һидродинамики тәзйигин, боруларын галдырылыб-салынмасы заманы дәйишмәсини көстәрән бә'зи ишләрин олдуғуну гейд әтмәк лазымдыр.

Бундан әввәлки ишимиз газыма кәмәри фырланмасынын гуя дива-рына һидродинамики тәзйигин дәйишмәси тә'сиринә һәср әдилмишдир.

Гейд әтмәк лазымдыр ки, бу һалда гәрарлашмамыш һәрәкәтә бахылмышдыр.

Бу мәсәләнин гәрарлашмамыш һәрәкәтдә бахылмасы нәзәри вә тәчрүби әһәмийәтә маликдир.

Өзлү-пластик маеләрин гәрарлашмамыш һәрәкәтинә үмуми һалда бахыларса, бурада дәйишән сәрһәдли мәсәләдәр алыныр ки, бу да мәсәләнин дәгиг үсулларла һәлли үчүн чәтинлик төрәдир.

Она көрә дә бу мәсәләләрин һәлли үчүн тәгриби үсулларын тәтбиг олунмасы мүмкүн оларса даһа әлверишли олар.

Мәгаләдә бу үсулларын дәгиглийинә гиймәт вермәк (швәтс вә орталашдырма) үчүн 3 мәсәләнин һәллине бахылып.

Беләликлә, бу нәтичәйә кәлирик ки, бу чүр мәсәләләрин һәлли үчүн орталашдырма үсулунун тәтбиги даһа әлверишлидир.

А. М. ПЛЮЩ

О ПОРИСТОСТИ И ПРОНИЦАЕМОСТИ ПЕСКА ПРИ ИЗГОТОВЛЕНИИ ИЗ НЕГО ОБРАЗЦОВ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТИРОВАНИЯ

При проведении экспериментов по изучению процесса движения жидкостей в песке часто пользуются металлическими колонками как кернодержателями. При этом обычно считают, что образцы песка одного и того же гранулометрического состава, засыпанного в различные колонки при одинаковых условиях, имеют одинаковую пористость и проницаемость.

В лаборатории гидравлики пласта Нефтяной экспедиции Академии наук Азербайджанской ССР при проведении экспериментов по изучению эффективности вытеснения нефти водой из пористой среды, попутно был изучен вопрос—насколько отличаются пористость и проницаемость одного и того же песка при засыпке отдельных его порций в различные колонки.

Колонки длиной около 1 м были изготовлены из 2 1/2" компрессорных труб. Засыпка песка производилась при вертикальном положении колонки, с установленными нижними сеткой и фланцем и при открытом верхнем конце колонки. После засыпки песка, производимой одной порцией, утрамбовывали песок легким постукиванием молотка по колонке, до полного прекращения его оседания, на что уходило около 30—40 минут. Такой способ трамбовки устраняет дифференциацию песка по крупности вдоль оси колонки.

Теоретический объем пор определяется по формуле:

$$V_{\text{пор}} = V_{\text{кол}} - \frac{G}{\gamma_{\text{п}}},$$

где $V_{\text{пор}}$ —объем порового пространства, см^3 ;
 $V_{\text{кол}}$ —объем колонки между решетками, см^3 ;
 G —вес набитого песка, г;
 $\gamma_{\text{п}}$ —удельный вес песка;

Пористость определялась делением объема пор на объем, занятый песком.

Проницаемость определялась по формуле:

$$K = \frac{Ql}{\Delta p \cdot F},$$

где K —проницаемость, *дарси*;

l —высота столбика песка в колонке, *см*;

Q —расход воды, *см³/сек*;

Δp —перепад давления, *кг/см²*;

F —площадь поперечного сечения столбика песка в колонке, *см²*.

При экспериментах применялось несколько составов песка, полученных путем смешивания в различных пропорциях двух разных песков. Песок № 1 был взят из обнажений среднего отдела продуктивной толщи в Кирмакинской долине (около Баку) и имел следующий гранулометрический состав (%):

>0,25 мм	0,25—0,1 мм	0,1—0,01 мм	<0,01 мм
4,5	66,08	25,06	4,36

Перед засыпкой этот песок промывался водой (для удаления глинистых частиц), просушивался на воздухе при комнатной температуре и затем прокаливался для удаления остатков влаги и органических веществ.

Песок № 2 был получен с экспериментального завода „НИИ цемента“ (ст. Привольск, Рязано-Уральской ж. д.), где он применяется для испытаний цементов.

Гранулометрический состав	Число наблюдений	Пористость, %	Средняя пористость, %	Среднее квадрат. отклонение		Проницаемость, <i>дарси</i>	Средняя прониц., <i>дарси</i>	Среднее квадрат. отклонение	
				абсолютное	% от среднего			абсолютное	% от среднего
Песок №2	5	32,3; 32,7; 32,9; 32,8; 33,3	32,8	0,32	1	68,4; 65,52; 63,96; 68,7; 68,2	66,96	1,88	2,8
Смесь 80% песка №2 и 20% №1	10	32,9; 32,3; 32,8; 28,1; 28,1; 27,1; 28,0; 28,2; 27,9	29,3	2,2	7,5	6,08; 6,6; 7,01 6,9; 7,6; 8,01; 7,8; 7,7; 7,2 7,6	7,25	0,58	8,0
Смесь 70% песка №2 и 30% №1	7	27,3; 27,2; 26,1; 26,8; 27,0; 26,8; 26,8	26,9	0,36	1,3	5,9; 5,3; 4,93; 5,6; 4,93; 5,2; 4,9	5,19	0,32	6,1
Смесь 60% песка №2 и 40% №1	7	29,4; 29,3; 29,2; 28,6; 28,8; 28,9; 28,7	29,0	0,89	3,1	5,4; 4,34; 4,12; 4,58; 4,34; 4,5; 4,9	4,59	0,39	8,5
Смесь 50% песка №2 и 50% №1	7	29,5; 29,4; 28,3; 28,9; 29,0; 29,1; 28,8	29,0	0,37	1,1	4,8; 4,3; 4,12; 4,0; 4,1; 4,2; 4,3	4,26	0,22	5,1

Гранулометрический состав его таков: остаток на сите 0,850 мм—1,4 %, фракции 0,85—0,5 мм—96,4 % <0,5 мм—2,2 %.

Примененные составы песка употреблялись от 2 до 10 раз. Учитывая, что при малом числе наблюдений вероятность надежности данных меньше, чем при большом числе наблюдений, была составлена таблица для составов песка, примененных не менее пяти раз.

Как видно из этой таблицы, величины пористости и проницаемости оказались различными для одного и того же песка.

Отношение среднего квадратического отклонения к средней арифметической для пористости колеблется в пределах от 1 до 7,5 %, а для проницаемости от 2,8 до 8 %.

При этом интересно отметить, что наименьшие отклонения получились при более или менее однородном песке № 2, где фракции 0,85—0,5 мм составляют более 96 % всего песка. Если не считать фракций >0,85 мм (1,4 %) и менее 0,5 мм (2,2 %), то, в основном, колебания размеров зерен песка заключены в узком диапазоне от 0,85 до 0,5 мм.

Для менее однородных песков колебания величин пористости и проницаемости получились намного больше.

Выводы

1. В лабораторных условиях трудно достичь условий воспроизведения опытов в части соблюдения одинаковых пористостей и проницаемостей песка.

2. Поскольку наименьшие колебания величин пористости и проницаемости получились для более или менее однородных песков, можно для целей лабораторного исследования предложить разбивку гранулометрического состава песка не на 4 группы (>0,25; 0,25—0,1; 0,1—0,01 и <0,01 мм), а на большее число групп.

А. М. Плюш

Тәчрүбә үчүн гумдан һазырланмыш нүмунәнин [кечиричилиийи
вә мәсамәлийи һаггында

ХҮЛАСӘ

Азәрбајжан ССР Элмәр Академиясы Нефт экспедициясынын нефт лайы һидравликасы лабораториясында мәсамәли мүнһитдән нефтин су илә сыхышдырылмасы эффектлийи өйрәнилдийи бир вахтда, айры-айры калонкалара эйни гумлардан мүнхәлиф мигдарда төкүлмүш вә онун мәсамәлийинин, кечиричилиийинин нечә дәйишмәси мәсәләси тә-йин эдилмишдир. Нәтичәдә мә'лум олмушдур ки, тәчрүбә заманы кө-түрүлмүш беш мүнхәлиф тәркибли мәсамәлийин орта квадратик гий-мәти мәсамәлийин орта арифметик гиймәтиндән 1—7,5% инһираф эдир. Һәммин нүмунәләр үчүн кечиричилиийин орта квадратик гиймәти исә кечиричилиийин орта арифметик гиймәтиндән 2,8%—8,5% инһираф эдир. 0,85—0,5 мм фраксиянын бүтүн гумун 96%-ини тәшкил этдийи аз вә я чох дәрәчәдә бирчинсли олан гумда кәнара чыхма ән аз ол-мушдур.

Гранулометрик тәркиби нисбәтән чох дәйишән гум гарышығындан һазырланмыш нүмунәләрдә исә инһираф чох алынмышдыр.

Бүтүн бунлардан белә нәтичә чыхармаг олар ки, лаборатория шәраитиндә тәчрүбә үчүн эйни мәсамәлик вә кечиричилик элдә этмәк чох чәтиндир.

Мәсамәлик вә кечиричилийин инһирафы эйни чинсли нүмунәләрдә нисбәтән аздыр. Буна көрә лаборатория тәдгигат ишләри үчүн көтүрүлән гумун гранулометрик тәркибинин 4 група ($>0,25$; $0,25-1,0$; $0,1-0,01$ вә $<0,01$ мм) йох, даһа чох група бөлмәк лазымдыр.

А. М. КУЛИЕВ

О ВЛИЯНИИ ТЕМПЕРАТУРЫ НА ВЕЛИЧИНУ ОСТАТОЧНОЙ ВОДОНАСЫЩЕННОСТИ КОЛЛЕКТОРОВ

За последнее время исследователи, занимающиеся вопросами вытеснения нефти водой и воды нефтью из пористой среды, все больше уделяют внимание физико-химической характеристике этих жидкостей, в особенности поверхностной активности нефти.

Значительные теоретические и экспериментальные исследования по изучению влияния поверхностно-активных веществ в нефтях, нефтепродуктах и водах на процесс вытеснения проведены М. М. Кусковым, Г. А. Бабаляном, В. М. Барышевым, В. Т. Малышеком, Ф. И. Котяховым, Л. В. Лютиным и многими другими. Эти исследования указывают на то, что влияние этих веществ на процесс вытеснения нефти водой в условиях бакинских месторождений весьма значительно [1, 3—7].

Автором совместно с Г. А. Бабаляном в Нефтяной экспедиции Академии наук Азербайджанской ССР [2] были проведены экспериментальные исследования по установлению влияния поверхностно-активных веществ в нефтепродуктах и нефтях на величину остаточной водонасыщенности пористой среды.

Эти исследования показали, что при установлении содержания остаточной воды в коллекторе, помимо учета физических свойств его, должны быть учтены также степень активности нефти и качество пластовой воды. При этом на основе исследований были сделаны следующие выводы.

1. При одинаковых физических свойствах пористой среды количество остаточной воды в ней не меняется с изменением характера воды, если вытеснение ее производится углеводородной жидкостью, не содержащей поверхностно-активные вещества.

Когда вытеснение воды из пористой среды производится углеводородными жидкостями, содержащими поверхностно-активные вещества, влияние характера воды на величину остаточной водонасыщенности сказывается и во всех случаях количество остаточной щелочной воды получается меньше, чем количество остаточной жесткой воды.

2. С увеличением содержания в нефтях и нефтепродуктах полярных компонентов, величина остаточной водонасыщенности пород уменьшается. Это обстоятельство дает основание предполагать, что, при прочих равных условиях, содержание остаточной воды больше в тех горизонтах, в нефтях которых меньше содержится поверхностно-активных веществ.

Уменьшение остаточной водонасыщенности с ростом активности нефти объяснялось следующим образом.

В процессе вытеснения воды нефтью часть активных компонентов переходит в водный раствор щелочи, образуя соли, которые адсорбируются на поверхности минеральных частиц, уменьшают толщину водной подкладки и увеличивают возможность разрыва нефтью этой подкладки, находящейся между ней и твердой поверхностью.

Эти опыты были проведены нами при температуре 20°С и атмосферном давлении.

Исходя из чисто теоретических соображений, Г. А. Бабалян [2] сделал вывод, что с ростом температуры величина водоотдачи пористой среды при вытеснении из нее воды нефтью должна уменьшаться, а количество остаточной воды возрастать.

Учитывая это, мы поставили своей целью в данной работе выявить влияние температурного фактора на величину остаточной водонасыщенности.

При исследовании этого вопроса из пористой среды вытеснялась щелочная пластовая вода ПК свиты нефтью, которая, по классификации В. Т. Малышека [6], относится к нефтям активным (содержание органических кислот ~1%).

Характеристика опытных жидкостей приведена в табл. 1 и 2.

Таблица 1

Классификация нефти по поверхностно-активным свойствам	Поверхностное натяжение нефти на границе со щелочной водой $\sigma_{\text{нв}}$, дин/см	Вязкость $\mu_{\text{н}}$, сП	Уд. вес $\gamma_{\text{н}}$
Активная нефть из горизонта НКП (НПУ „Сталинефть“)	4,4	3,49	0,869

Таблица 2

Тип воды	Вязкость, $\mu_{\text{в}}$	Уд. вес, $\gamma_{\text{в}}$	Характеристика по Пальмеру			
			первичная соленость, S_1	вторичная соленость, S_2	первичная щелочность, A	вторичная щелочность, a
Щелочная пластовая ПК свиты	1,028	1,011	66,42	0	33,58	0

Активные нефти, в отличие от неактивных, дают низкие значения поверхностных натяжений на границе щелочной водой.

Согласно исследованиям В. Т. Малышека [6], значения поверхностных натяжений неактивных нефтей, т. е. содержащих малое количество органических кислот (от 0,01 до 0,06%, на границе вод как щелочной, так и жесткой, колеблется в пределах от 25 до 35 дин/см, в то время как значения поверхностных натяжений активных нефтей на границе с щелочной водой—от 4 до 12 дин/см.

Как видно из табл. 1, значение поверхностного натяжения нефти, используемой в экспериментах в качестве вытесняющей жидкости на границе с щелочной водой при температуре 20°С, составляет 4,4 дин/см, что дает основание отнести ее к группе активных нефтей.

Вытеснение воды нефтью производилось сверху вниз из насыпных кварцевых песков с водопроницаемостью 0,688, 2,280 и 9,800 дарси.

Эксперименты проводились на колонках длиной 60 см и диаметром 3", позволяющих изменять в системе нефть—вода—порода температуру. В табл. 3 приведены физические свойства опытных песков.

Таблица 3

№ песков	Плотность набивки, g/cm^3	Пористость в долях единицы	Водопроницаемость, дарси	Уд. вес песка	Уд. поверхн., cm^2/g	Фракционный состав, %			
						$>0,25$	0,25—0,10	0,10—0,01	$<0,01$
I	1,6554	0,376	9,800	2,652	156	16,5	81,0	1,5	1,0
II	1,7434	0,342	2,280	"	264	12,2	76,6	6,7	4,5
III	1,8314	0,310	0,684	"	374	8,0	72,2	11,8	8,0

Вытеснение, так же, как и в предыдущих опытах, производилось при градиентах давления, соответствующих той ветви кривой зависимости водонасыщенности—градиент давления, на которой увеличение градиента давления существенного уменьшения величины остаточной водонасыщенности не дает.

Температура системы нефть—вода—порода изменялась в пределах от 20° до 90°С.

Результаты опытов сведены в табл. 4 (средние значения из трех определений).

Таблица 4

№ песков	Остаточная водонасыщенность, % к объему порового пространства при температурах, °С							
	20	30	40	50	60	70	80	90
I	15,0	17,8	21,0	21,8	23,1	25,4	25,2	25,2
II	16,2	20,6	23,3	27,6	28,0	30,8	29,6	30,8
III	16,8	25,2	28,0	33,2	35,2	36,0	37,2	37,8

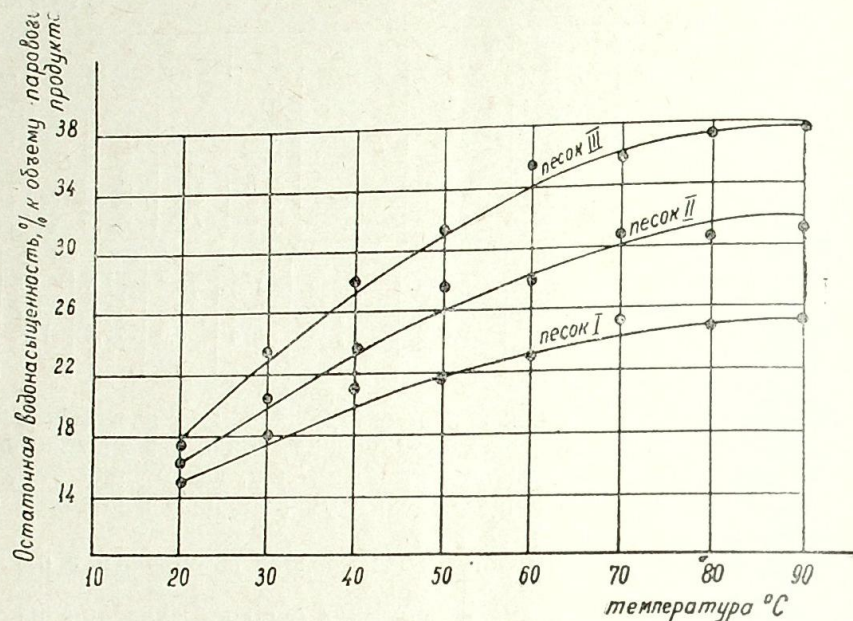
На основании данных табл. 4 построены графики зависимости остаточной водонасыщенности (% к объему порового пространства) от температуры (см. рис.).

Из графиков видно:

1. С повышением температуры величина остаточной водонасыщенности возрастает. Это объясняется нарушением правильной ориентации адсорбционных молекул на поверхности минеральных частиц, т. е. уменьшением адсорбции с увеличением температуры. Величина остаточной водонасыщенности возрастает с повышением температуры.

примерно до 65—70°С. Дальнейшее увеличение температуры до 90°С к увеличению остаточной водонасыщенности не приводит.

2. Влияние температуры на величину остаточной водонасыщенности сказывается тем больше, чем больше удельная поверхность пористой среды. По всей видимости, объясняется это тем, что с увеличением удельной поверхности пористой среды создаются более благоприятные условия для адсорбции молекул поверхностно-активных веществ на поверхности минеральных частиц. С увеличением температуры в такой системе усиливается возможность нарушения правильной ориентации адсорбированных молекул.



Зависимость остаточной водонасыщенности от температуры

Следует отметить, что в результате обработки экспериментальных данных, полученные выводы не вполне согласуются с выводами, полученными при анализе кривых зависимостей фазовых проницаемостей от водонасыщенности порового пространства нецементированных песков [9], построенных для различных значений параметра a :

$$a = \frac{\pi \cdot \Delta L}{D \cdot \Delta P},$$

где π — давление вытеснения;

ΔL — длина пласта,

ΔP — перепад давления,

D — диаметр поровых каналов.

Ряд выводов, сделанных на основании результатов многочисленных экспериментов, находит свое подтверждение при анализе указанного параметра.

Такие выводы, как изменение величины остаточной водонасыщенности с изменением проницаемости пористой среды, концентрации поверхностно-активных веществ в насыщающих ее жидкостях, их вязкости и другие, качественно подтверждаются анализом параметра a .

На основании графика, представленного в [9], нетрудно видеть, что с увеличением параметра a количество остаточной воды возрастает.

При постоянном значении давления вытеснения — π , длины пласта — ΔL и перепада давления — ΔP , параметр a может расти за счет уменьшения диаметра поровых каналов D , который прямо пропорционален проницаемости песка — K , так как

$$D = C \sqrt{\frac{K}{m}},$$

где $C = 5,63 \cdot 10^{-4}$

m — пористость.

Таким образом, вывод об увеличении остаточной водонасыщенности с уменьшением проницаемости пористой среды подтверждается анализом параметра a .

Анализ параметра a дает возможность подтвердить и вывод, сделанный на основании результатов многочисленных экспериментов в работе [2], а именно: увеличение поверхностно-активных веществ в нефтепродуктах и нефтях в случае щелочной воды приводит к уменьшению содержания остаточной воды в пористой среде.

Известно, что с увеличением концентрации поверхностно-активных веществ в нефтях, уменьшается величина поверхностного натяжения $\sigma_{нв}$ на границе раздела фаз активная нефть — щелочная вода. Это обстоятельство приводит к уменьшению капиллярного давления ΔP_k , так как

$$\Delta P_k = \frac{2\sigma_{нв}}{r}, \quad r = \frac{D}{2}.$$

С уменьшением капиллярного давления ΔP_k уменьшается давление вытеснения — π , в результате чего снижается численное значение параметра a .

Поэтому, с увеличением концентрации поверхностно-активных веществ в нефтях уменьшается параметр a . А уменьшение этого параметра есть уменьшение величины остаточной водонасыщенности пористой среды.

Наконец, анализ параметра a показывает, что с увеличением температуры в системе активная нефть — щелочная вода — порода, остаточная водонасыщенность уменьшается, и тем самым противоречит выводу, полученному в данной работе.

Как известно, при прочих равных условиях, увеличение температуры приводит к снижению свободной поверхностной энергии; т. е. к уменьшению поверхностного натяжения $\sigma_{нв}$ на границе раздела фаз нефть — вода. В результате уменьшается капиллярное давление — ΔP_k . Уменьшение капиллярного давления приводит к уменьшению давления вытеснения — π , или все равно, что к уменьшению параметра a .

С другой стороны, с уменьшением этого параметра, как это видно из графика [9], величина остаточной водонасыщенности уменьшается.

Таким образом, на первый взгляд получается, что с ростом температуры содержание остаточной воды в пористой среде должно снижаться.

Противоречие между выводом, полученным в результате качественного анализа параметра a , и выводом при обработке экспериментальных данных по установлению влияния температуры на величину остаточной водонасыщенности, является результатом одностороннего подхода к решению поставленной задачи.

Значение поверхностного натяжения, принимаемое за основу при анализе параметра a , является важным, но не решающим показателем. Одно значение поверхностного натяжения не может полностью охарактеризовать механизм вытеснения одной жидкостью другой в системе порода—вода—нефть, где происходит сложный процесс с повышением температуры.

При движении в пористой среде двух несмешивающихся жидкостей на процесс вытеснения действует комплекс факторов, к числу которых относится и краевой угол смачивания— θ , который, так же, как и поверхностное натяжение, меняется с изменением температуры.

Влияние повышения температуры на процесс вытеснения в системе порода—вода—нефть, при наличии в последней полярных примесей, в первом приближении может быть охарактеризован натяжением смачивания $\sigma_{\text{нв}} \cos \theta$. Повышение температуры в системе приводит к уменьшению как $\sigma_{\text{нв}}$, так и θ .

В результате возрастает $\cos \theta$, который может повысить произведение этих двух величин.

Если учесть еще то обстоятельство, что при некотором повышении температуры, вследствие изменения свойств растворимого вещества, интенсивность адсорбции может меняться в ту или другую сторону, то вывод о повышении содержания остаточной водонасыщенности с увеличением температуры в системе порода—щелочная вода—активная нефть становится более убедительным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бабалаян Г. А. Вопросы механизма нефтеотдачи. Азнефтеиздат, 1956.
2. Бабалаян Г. А. Гулиев А. М. Зависимость остаточной водонасыщенности от полярных примесей в нефтепродуктах и нефтях. Изв. АН Азерб. ССР, № 3, 1956.
3. Котяхов Ф. И. Основы физики нефтяного пласта. Гостоптехиздат, 1956.
4. Кусаков М. М., Мекеницкая Л. И. Поверхностная активность туймазинской нефти. Труды МНИ, в. 13, 1953.
5. Кусаков М. М., Мекеницкая Л. И. О толщине тонких слоев связанной воды. Доклады на IV Международном конгрессе в Риме. Изд. АН СССР, 1955.
6. Малышек В. Т. Классификация нефтей и различных природных вод по их поверхностной активности и ее практическое значение. Труды АЗНИИ по добыче нефти, в. III, Азнефтеиздат, 1956.
7. Малышек В. Т. и Кочмарев А. Т. Поверхностное натяжение на границе нефть—вода, как важнейший фактор при выборе воды для целей заводнения нефтяных пластов, НХ, № 1 и 2, 1952.
8. Ребиндер П. А. Поверхностные явления и адсорбция. Химия коллоидов проф. В. Наумова. Госхимтехиздат, 1932.
9. Щелкачев В. Н., Лапук Б. Б. Подземная гидравлика. Гостоптехиздат, 1949.

А. М. Гулиев

Коллекторлардагы галыг суларынын мигдарына температуранын тәсиринә даир

ХУЛАСӘ

Нефтьләрдә, нефть мәһсулларында вә суларда сәтһи-актив маддәләрин тәсиринин өйрәнилмәси саһәсиндә апарылмыш нәзәри вә экспериментал тәдгигатлар көстәрир ки, Бакынын нефть ятаглары шәраитиндә нефтин су илә вә суюн нефтьлә сыхышдырылыб чыхарылмасы просесинә юхарыда көстәрилән маддәләрин бөйүк тәсири вардыр.

Апардығымыз тәдгигатлар көстәрир ки, коллекторда галыг суюнун тәркибини мүййән әдәркән онун физики хассәләрилә янашы олараг,

нефтин активлик дәрәсәси вә лай суюнун кейфийәти дә мүтләг нәзәрдә тутулмалыдыр. Биз өз тәдгигатларымызда ашағыдакы нәтичәләрә кәлмишик:

Нефтьләрдә вә нефть мәһсулларында поляр компонентләрин артмасылә галыг суларынын мигдары азалыр. Бу чәһәт белә бир әһтимал ирәли сүрмәйә имкан верир ки, бүтүн башга шәртләр әйни олдугда, нефтьләриндә сәтһи-актив маддәләр аз олан горизонтларда галыг сулары чох олур. Бу тәчрүбәләр бизим тәрәфимиздән 20°C температура вә атмосфер тәзйиги шәраитиндә апарылмышдыр.

Сырф нәзәри мулаһизәләрдән чыхыш әдәрәк белә бир нәтичәйә кәлмәк олар ки, мәсамәли мүһитдән сую нефтьлә сыхышдырыб чыхаркән онун сувермә кәмийәти температуранын йүксәлмәсилә азалмалы, галыг суларынын мигдары исә артмалыдыр.

Буну нәзәрә алараг биз мәгаләдә галыг суларынын мигдарына температура амплинин тәсирини ашкара чыхармаг мәсәләсини гаршыя гоймушуг.

Су нефтьлә юхарыдан ашағыя, сукечиричилиийи 0,688, 2,280 вә 9,800 дарси олан сәпәләнти кварс гумларындан сыхышдырылыб чыхарылмышдыр.

Тәчрүбәләр узунлуғу 60 см, диаметри 3 см олан вә нефть-су-сүхур системиндә температураны дәйишмәйә имкан верән сүтунчугларда апарылмышдыр.

Системин температурасы 20°C—90°C һәдләри арасында дәйишмишдыр.

Апарылмыш тәдгигатлар сайәсиндә ашағыдакы нәтичәләр әлдә әдилмишдыр.

1. Температуранын йүксәлмәсилә галыг суларынын мигдары артыр. Бу чәһәт, әһтимал ки, минерал һиссәчикләрин сәтһиндә адсорбсия молекулаларынын дүзкүн ориентасиясынын позулмасы илә изаһ әдилмәлидир. Температуранын 65—70°C-әдәк йүксәлмәсилә галыг суларынын мигдары артыр. Температуранын даһа да, йә'ни 90°C-әдәк йүксәлмәси исә галыг суларынын мигдарыны артырмыр.

2. Мәсамәли мүһитин хүсуси сәтһи нә гәдәр бөйүк олурса температуранын йүксәлмәси дә галыг суларынын мигдарына о гәдәр чох тәсир көстәрир. Көрүндүйү кими, бу онунла изаһ әдилир ки, мәсамәли мүһитин хүсуси сәтһи бөйүдүкчә минерал һиссәчикләрин сәтһиндә сәтһи-актив маддәләрин молекулаларынын адсорбсиясы үчүн даһа әлверишли шәраит яраныр. Белә системдә температуранын йүксәлмәсилә адсорбсияя уғраян молекулаларын дүзкүн ориентасиясынын позулмасы имканы артыр.

Тәдгигат нәтичәсиндә алынмыш мә'луматларын тәһлили көстәрир ки, әлдә әдилмиш нәтичәләр фаза кечиричилиийинин „а“ параметрицин мүхтәлиф гиймәтләри үчүн гурулмуш сементләнмәмиш гумларын фәзасынын су илә доймасындан асылылығы әйриләринин тәһлилиндән алынмыш нәтичәләрә о гәдәр дә уйғун кәлмир.

Мә'лумдур ки,

$$a = \frac{\pi \cdot \Delta L}{D \cdot \Delta P}$$

Бурада: π —сыхышдырыб чыхарма тәзйиги;

ΔL —лайын узунлуғу;

ΔP —тәзйигин дүшмәси;

D —мәсамә каналларынын диаметридир.

Мә'лум олдугу кими, бүтүн башга шәртләр әйни олдугда, температуранын йүксәлмәси нәтичәсиндә сәрбәст сәтһи әнеркия азалыр башга сөзлә, нефть-су фазасы сәрһәддиндә сәтһи кәридмә зәифләйир

Нәтичәдә исә капилляр тәзйиг дә азалыр. Капилляр тәзйигин азалмасы сыхышдырыб чыхарма тәзйигинин— π , яхуд „а“ параметринин азалмасы демәкдир.

Дикәр тәрәфдән бу параметрин азалмасилә галыг суларынын мигдары да азалыр.

Беләликлә, илк бахышда белә бир тәсәввүр ояныр ки, температуранын йүксәлмәсилә мәсамәли мүнхитдә галыг суларынын мигдары азалмалыдыр,

„а“ параметринин кейфийәт тәһлили нәтичәсиндә әлдә әдилмиш нәтичәләрлә галыг суларынын мигдарына температуранын тәсирини айдынлашдырмаг үзрә әлдә әдилмиш экспериментал мәлүматларын тәһлилиндән алынмыш нәтичәләр арасында зиддийәт олмасы гаршыя гоюлан мәсәләнин һәллине биртәрәфли янашмағын нәтичәсидир.

Мәсамәли мүнхитдә ики гарышмаян маеин һәрәкәти заманы сыхышдырыб чыхарма просесинә мүййән амилләр комплекси тәсир әдир. Сәтһи кәрилмә кими температуранын дәйишилмәсилә исланма бучағы да дәйишир.

Сүхур-су-нефт системиндә поляр гарышыглары олдугда температуранын йүксәлмәсинин һәмин системдә сыхышдырыб чыхарма просесинә тәсир исланма кәркинлийилә $\sigma_{\text{нв}} \cos \theta$ характеризә олуна биләр. Системдә температуранын йүксәлмәси нәтичәсиндә һәм $\sigma_{\text{нв}}$ вә һәм дә θ азалыр.

Нәтичәдә $\cos \theta$ артыр ки, бу да һәмин ики кәмийәтин һасилини артыра биләр.

Н. К. ТОПЧИБАШЕВ, Д. М. МУРАДОВ, Б. ГУСЕЙНОВ

ВОРОНКООБРАЗНЫЙ ОТСТОЙНИК ДЛЯ ГИДРОЭНЕРГЕТИКИ И ИРРИГАЦИИ

Отстойник у водозаборного сооружения Закатальской ГЭС, расположенного на правом берегу р. Талачай (рис. 1), в существующем положении, не промываясь гидравлически, быстро заносится донными и взвешенными наносами, прошедшими через водозаборную решетку горного типа водозабора, и вызывает частые остановки ГЭС для ручной очистки отстойника.

Решетчатый водозабор с двумя трапецеидального сечения траншеями, перекрытый металлической решеткой с зазорами в 10 мм, посредством двух напорных труб подает забранную через решетку воду с наносами в отстойник.

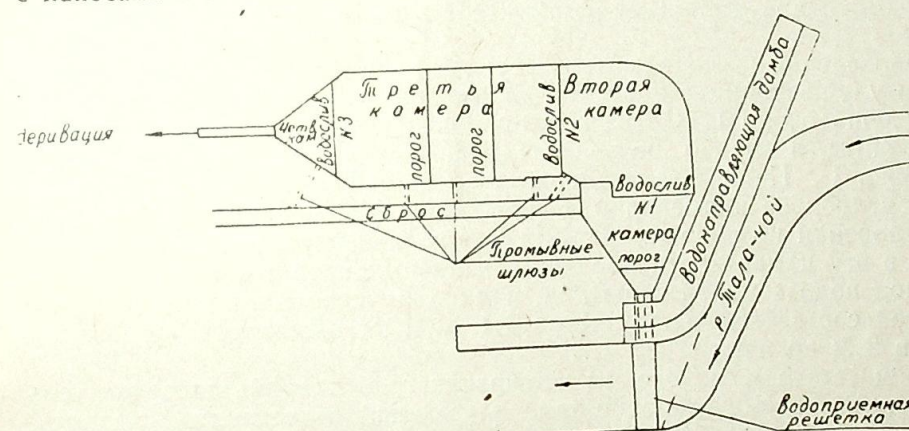


Рис. 1.

План головного узла Закатальской ГЭС

Отстойник состоит из 4 последовательных камер, соединенных между собой водосливными стенками.

Вода, поступающая из напорных труб в первую камеру и переливаясь через водосливные стенки камер, последовательно проходит через все камеры, а из последней, четвертой камеры, посредством переходного участка—в деривационный канал.

Для обеспечения промыва отложившихся в камерах отстойника наносов предусмотрены шесть промывных донных шлюзов беспрерыв-

ного действия, но они, не обеспечивая гидравлический промыв наносов, используются периодически для ручной очистки наносов.

В целях изыскания мероприятий, обеспечивающих возможность гидравлического промыва наносов, отлагающихся в отстойнике, нами в 1955 г. были проведены лабораторные исследования модели головного сооружения.

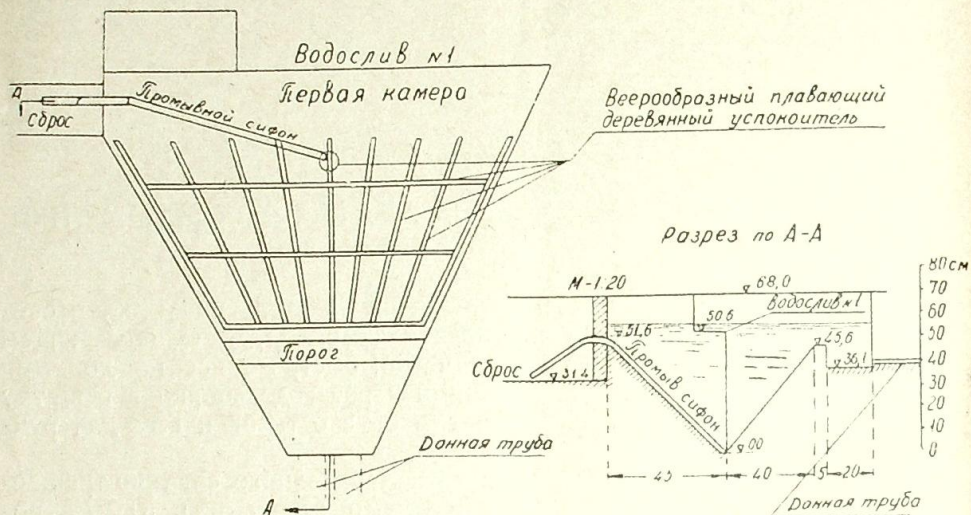


Рис. 2.

План первой камеры отстойника после окончательной переделки

Проведенными модельными исследованиями удалось найти способ, резко улучшающий работу отстойника. При этом нами было использовано лишь около 12% всей горизонтальной площади существующего отстойника, а именно первая начальная камера его, т. е. аванкамера (см. рис. 1). Нами эта камера, без изменений размеров в плане, была углублена примерно в средней части в виде воронки с откосами этой воронки не положе 45°. Для успокоения потока воды, втекающего в эту камеру из подводящих напорных труб с приемных галерей под водозаборной решеткой, нами был устроен на модели порог высотой соответствующей натуре в 1 м, и на расстоянии от выхода труб в 2 м по натуре.

Кроме этого, на пороге мы установили гребенчатый распределитель скоростей, а также веерообразный плавающий деревянный радиальный успокоитель за устроенным порогом (рис. 2). Величина углубления воронки достигала удвоенной существующей глубины первой камеры или около 3 м по натуре.

Для промыва наносов со дна воронки установили по откосу воронки промывную сифонную трубу диаметром около 30 см по натуре с входным отверстием у дна воронки, а выходным — на 0,80—1,20 м (в натуре) ниже рабочего горизонта воды в отстойнике.

В проведенных исследованиях на модели с пуском песка из паровозной изгари (гранулометрический состав приведен в табл. 1), который с некоторым отступлением соответствовал натуре, в устроенной воронке осаждалось до 92% всех пущенных наносов (табл. 2).

Как видно из табл. 2, наносы осевшие (после первой воронки) в остальной части отстойника, составляют всего 8,2% всех пущенных

Таблица 1

Наименование	Средний диаметр частиц наносов, мм								Всего
	12	8,5	6	4	2	0,75	0,375	0,20	
Песок паровозной изгари с уд. весом 1,4, примененный в модельных исследованиях, %	—	—	0,3	1,5	52,4	5,0	11,6	29,2	100,0
Песок паровозной изгари, пересчитанный по гидравлической крупности с модели в натуре при М=1:10 на натуральный песок, %	0,3	1,5	15	30,3	10,2	6,3	6,4	28	100,0

Таблица 2

Место, отложения наносов	Диаметры частиц наносов по натуре, мм									
	12	8,5	6	4	2	0,75	0,375	0,2	Всего	
Наносы, отложенные в существующем отстойнике (натура)	среднее по всему отстойнику	10,5	3,3	3,2	4,1	9,7	4,4	15,6	49,2	100,0
Наносы, отложенные на модели реконструируемого отстойника (наносы пересчитаны по гидравлической крупности на натурные диаметры)	в первой воронке	0,3	1,5	15	30	10	6	5	22	89,8
	в остальной части отстойника	—	—	—	0,3	0,2	0,3	1,5	6	8,3
Всего										100,0

наносов, из коих 6% фракций не вредны для турбин ГЭС, а остальные 2,2% вредных наносов, составляя незначительный процент от объема воды, могут быть допущены в деривацию. При этом, кроме первой реконструированной камеры, остальная часть отстойника становится ненужной как отстойник и может служить как начало деривации.

Таким образом, получается, что в модельных условиях осаждение почти всех вредных наносов может происходить на сравнительно небольшом по размерам воронкообразном отстойнике. Промыв же наносов, осаждающихся в этом отстойнике, весьма эффективно осуществлялся установленной сифонной промывной трубой.

Исследования, проведенные по промыву наносов, вернее по завлечению и выкиду наносов сифонными трубами в ЭНИН АН Азербайджанской ССР, показывают весьма большую способность завлечения и выкида наносов сифонной трубой. При этом в зависимости от количества

подлежащих промывке наносов и их фракционного состава возможно устанавливать тот или другой диаметр сифонных труб и создать в них ту или иную необходимую скорость, варьируя разность бьефов.

Однако, будучи не вполне уверенными в бескоррективном переносе модельных данных в натуру, связанных с взвешенными и донными наносами, нами на основе проведенных модельных исследований рекомендуется эксплуатирующей Закатальскую ГЭС организации устроить, в первую очередь, воронку в первой камере отстойника, согласно модельным исследованиям, как мероприятие, резко улучшающее работу отстойника. При этом указывается, что указанное мероприятие возможно, недостаточно и, вероятно, потребуются дополнительные улучшения.

Дополнительные улучшения предполагается осуществить после проведения улучшающих мероприятий первой очереди соответствующими исследованиями в натуре. В частности, выяснив (при разных мутностях воды в реке) степень мутности воды, вытекающей из устроенной первой воронки, и состав фракций этой мутности, предусматривается определить необходимость или ненужность дополнительных улучшений, и в случае необходимости дополнительных улучшений—провести их на месте с соответствующим испытанием и фиксацией результатов.

Описанные небольшие модельные исследования, несмотря на отсутствие еще натурных данных дают основание считать, что подобные отстойники должны работать в натурных условиях достаточно эффективно.

Интенсивное осаждение наносов в воронкообразных отстойниках на небольшой длине можно объяснить следующим предположением.

Успокоенная струя воды, входя в начальную часть воронкообразного отстойника и направляясь веерообразным успокоителем в ширину, весьма быстро теряет скорость, и эта потеря все время продолжается до достижения частицами воды мест наибольшего углубления и уширения воронки. Так как вода сливается с отстойника сравнительно небольшим слоем через водослив, скорости по глубине отстойника, сильно уменьшаясь, доходят почти до нулевых скоростей примерно на глубине около 0,25 максимальной глубины воронки. В связи с этим наносы, дойдя до средней части отстойника и опустившись на глубину 0,25 максимальной глубины, теряют горизонтальную скорость и, независимо от фракций наносов, осаждаются на дно. Те наносы, которые не успевают опуститься к середине отстойника на глубину 0,25 максимальной глубины, продолжают двигаться дальше и, в зависимости от крупности фракций, что осаждаются на стенки воронки и скатываются вниз на дно воронки, либо выносятся из отстойника через водослив. Вихревое движение воды, наблюдаемое в начальной части отстойника, заметно уменьшается до незначительных размеров к его середине. Поэтому наносы, не встречая значительных, вертикально вверх направленных составляющих скоростей вихревых движений, опускаясь по глубине, почти не поднимаются вверх, и осаждение наносов происходит довольно интенсивно на весьма небольшой длине. В проведенных лабораторных исследованиях осаждение песка из паровозной изгари до 92% всего количества пущенных наносов проходило на длине всего около 60 см (на модели) или 6 м в натуре при расходе воды 2,2 л/сек в модели или 700 л/сек в натуре.

Для выяснения всех вопросов о возможности широкого применения воронкообразных отстойников нами предполагается, наряду с проведением натурных исследований работы воронки, провести более

обширные модельные исследования по воронкообразным отстойникам вообще. В этих модельных исследованиях предполагается изучить характер распределения скоростей, характер осаждения наносов, зоны вихревых движений и их интенсивность. Одновременно с этим предполагается подобрать наиболее приемлемые формы воронкообразных отстойников и дать способ их расчета.

По нашим предположениям, воронкообразные отстойники могут применяться как последовательно расположенные, так и параллельно. В первом случае будет достигаться большее осветление воды, а во втором—уменьшение расхода воды на каждую воронку и, следовательно, уменьшение размеров воронки против одноворонкового отстойника.

Думается, что большие отстойники для ирригации со значительным осветлением воды могут быть устраиваемы без укрепления откосов воронки, т. е. чисто земляными.

Для предупреждения возможности закупорки промывных сифонов труб входная часть их должна быть ограждена соответствующей решеткой.

Строительство больших воронкообразных отстойников с глубиной более 12—15 м может осуществляться как большими экскаваторами дряглайн, так и взрывным способом. Последний, вызывая значительное уплотнение грунтов, является положительным способом, ликвидирующим фильтрацию воды из земляных отстойников.

Стоимость строительства воронкообразных отстойников, ввиду сравнительно небольших объемов работ по ним, с простыми промывными устройствами намного будет меньше стоимости до сих пор применяемых отстойников.

Эксплуатация этих отстойников, не требуя специального обслуживающего персонала по их промывке, которая будет осуществляться автоматически и непрерывно, весьма проста и потребует очень небольших расходов по ремонту и амортизационным отчислениям.

Таким образом, новый тип воронкообразных отстойников, имея все положительные качества, предъявляемые к отстойникам, при их дешевизне как по капитальным, так и эксплуатационным затратам, может иметь весьма большую перспективу.

Н. К. Топчубашов, Ч. М. Мурадов, Б. Н. Гусейнов

Гидроэнергетика в ирригациях үчүн гыфшэкилли дурулдучу чэн

ХҮЛАСЭ

Мәгаләдә Талачай чайы үзәриндә ерләшән Загатала су-электрик стансиясынын субурахычы гурғусунун ишиндән бәһс эдилір вә кәстәрилир ки, юючу гурғуларын, дурулдучу чәнин пис ишләмәси нәтичәсиндә о, чөкүнтүләрлә долур.

Субурахычы шәбәкәнин нормал ишләмәсини тәмин әдән тәдбирләр һазырламаг мәгсәдилә 1955-чи илдә Энергетика Институтунун гидравлика лабораториясында Загатала су-электрик стансиясы баш гурғусунун модели үзәриндә тәдгигат апарылмышдыр.

Модел үзәриндә апарылмыш тәдгигатлар нәтичәсиндә дурулдучу чәнин ишини хейли яхшылашдыран бир үсул тапмаг мүмкүн олмушдур. Бу енидәнгурма, гыса десәк ашағыдакылардан ибарәтдир: бирин-

чи камера, даһа доғрусун аванкамера, планда көстөрилән өлчүсү дәйишилмәдән, тәхминән орта һиссәдә ғыф шәклиндә дәринләшдирилмишдир. Ашағы тәзийг боруларындан вә гәбуләдичи галереялардан бу камерая төкүлән су ахыныны сакитләшдирмәк үчүн моделдә, натурада борунун чыхышындан 2 м аралы мәсафәйә мұвафиг кәлән ердә хүсуси астана гайрылмышдыр; бу астананын һүндүрлүйү натурада 1 м-ә мұвафигдир.

Чәнин дәринләшдирилмә кәмийәти биринчи камеранын мөвчуд дәринлийиндән ики гат артыг олуб, натура үзрә 3 м-ә яхындыр.

Чәнин дибиндән чөкүнтүләрин ююлмасы үчүн ғыфын энишиндә диаметри натура үзрә 30 см-ә бәрабәр олан юючу сифон бору гоюлмушдур. Бу борунун кириш дешийи ғыфын дибиндә, натура үзрә 0,8—1,2 м-ә бәрабәр олан чыхыш дешийи исә дурулдучу чәндәки суюн иш һоризонтундан ашағыда ерләшир.

Апарылан тәчрүбәләр көстәрмишдир ки, модел шәраитиндә зәрәрли чөкүнтүләрин, демәк олар ки, һамысы (тәхминән 90%-и) өлчүсү о гәдәр дә бөйүк олмаян ғыфшәкилли дурулдучу чәндә әмәлә кәлир. Һәмин дурулдучу чәндә чөкән чөкүнтүләр исә юючу сифон бору васитәсилә мұвафәғийәтлә ююлур.

Аз зәһмәт тәләб этдикләринә кәрә, һәмчинин юючу гурғу чох садә олдуғундан ғыфшәкилли дурулдучу чәнләрин гайрылма хәрчи инди-йәдәк тәтбиг әдилмиш дурулдучу чәнләрә нисбәтән хейли аз олачагдыр.

Бу дурулдучу чәнләр хүсуси хидмәт ишчиләри тәләб әтмир вә автоматик сурәтдә, һәм дә фәсиләсиз олараг ишләйир. Онларын ишләдилмәси чох асандыр, тәмир вә амортизасия хәрчләри исә чох аздыр.

Беләликлә, мәгаләдә тәклиф әдилән ғыфшәкилли дурулдучу чәнләр онлардан тәләб олунан бүтүн мүсбәт кейфийәтләрә малик олмагла, капитал вә истисмар хәрчләринә кәрә дә учуз баша кәлир. Субура-хычы гурғулар тикилмәсиндә онлардан мұвафәғийәтлә истифадә әдилә биләр.

Ч. М. ДЖУБАРЛЫ, М. М. ДЖАФАРОВА

К ВОПРОСУ О РАСПРЕДЕЛЕНИИ НАПРЯЖЕНИЯ ПО ГИРЛЯНДЕ ИЗОЛЯТОРОВ

Распределение напряжения вдоль гирлянды изоляторов для чистых гирлянд различных длин исследовано достаточно подробно.

Представляет значительный интерес влияние на распределение напряжения по гирлянде наличие увлажненных пылевых отложений. Вопрос этот не исследован в должной мере, между тем, эти факторы могут резко изменить картину распределения напряжения.

При исследовании распределения напряжения по гирлянде существенное значение имеет выбор метода измерения, связанного с наименьшей погрешностью.

До последнего времени наиболее приемлемым методом считалось измерение шарами малого диаметра, непосредственно присоединяемыми к отдельным элементам гирлянды. Однако существует мнение относительно неточности такого метода измерения.

По предлагаемому методу [1, 2] производится последовательное измерение напряжения элементов гирлянды относительно земли, причем, для учета влияния проводимости измерительного прибора, измерение потенциала между определенными точками испытуемой гирлянды проводится дважды—один раз между зондом (проводом, присоединенным к измеряемой гирлянде) и высоковольтным проводом, а второй раз—между зондом и землей.

Схемы измерения и соответствующие им схемы замещения представлены на рис. 1 и 2, где Y_1 —проводимость части гирлянды между зондом и высоковольтным электродом;

Y_2 —проводимость части гирлянды между зондом и землей;

Y_2' —проводимость измерительной системы между зондом и землей

Y_1' —проводимость измерительной системы между зондом и высоковольтным электродом;

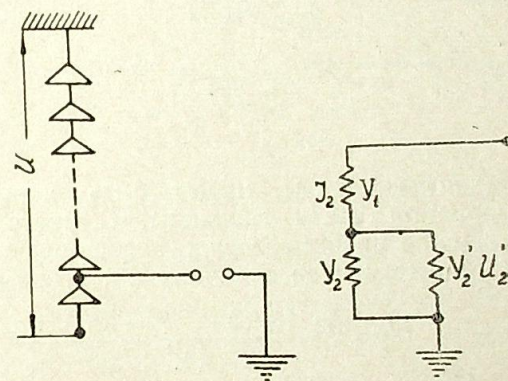


Рис. 1

U —напряжение, приложенное к гирлянде;
 U'_2 —напряжение между зондом и землей;
 U'_1 —напряжение между зондом и высоковольтным концом гирлянды
 Приводится выражение

$$U_2 = \frac{UU'_2 Y'_2 - U'_1 U'_2 (Y'_2 - Y'_1)}{U'_2 Y'_2 + U'_1 Y'_1}, \quad (1)$$

определяющее напряжение, приходящееся на элементы гирлянды с учетом проводимости измерительной системы.

Однако предложенный метод страдает существенным недостатком, заключающимся в неучете проводимости измерительной системы относительно земли при измерении напряжения между зондом и высоковольтным электродом. Величина этой проводимости, в зависимости

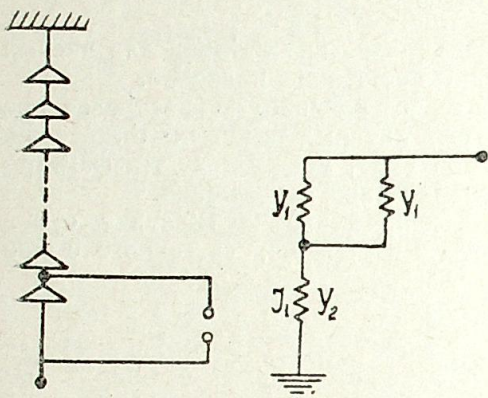


Рис. 2

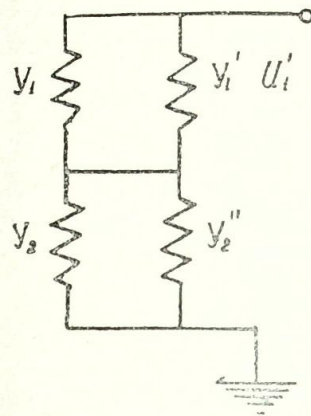


Рис. 3

от длины гирлянды, может быть одного порядка с проводимостью измеряемой части гирлянды. С учетом этой проводимости, схема замещения принимает вид, представленный на рис. 3, и выражение (1), определяющее величину U_2 , принимает вид

$$U_2 = \frac{U'_1 U'_2 (Y'_1 - Y'_2 + Y'_3) + UU'_2 (Y'_2 - Y'_3)}{U'_1 (Y'_1 + Y'_2) + U'_2 Y'_2 - UU'_2}, \quad (2)$$

где Y'_2 —емкостная проводимость измерительной системы относительно земли при измерении потенциала части гирлянды между зондом и высоковольтным электродом.

Напряжения, подсчитанные по выражениям (1) и (2), значительно отличаются друг от друга (рис. 4, кривые 1 и 2), и при этом распределение напряжения, полученное по выражению (2), практически совпадает с кривой распределения напряжения, полученной методом малых шаров.

Таким образом, метод измерения распределения напряжения по гирлянде, предложенный В. С. Дмитриевским, из-за неучета емкости измерительной системы относительно земли при измерении потенциала части гирлянды между зондом и высоковольтным электродом дает завышенные результаты.

Емкость измерительной системы относительно земли вносит большую погрешность при измерении распределения напряжения вдоль длинных гирлянд, увеличивая погрешность с удлинением гирлянды.

Поэтому утверждение о том, что распределение напряжения по длинной гирлянде изоляторов является более неравномерным, чем это было описано ранее, является ошибочным [1].

Кроме того, пользование предложенным методом и при учете проводимости Y'_2 представляет значительные практические неудобства из-за необходимости измерения каждый раз величины Y'_2 , изменяющейся по мере перемещения зонда по длине гирлянды.

В силу изложенного, исследование распределения напряжения вдоль загрязненной и увлажненной гирлянды проводилось методом малых шаров.

Распределение напряжения вдоль загрязненной и увлажненной гирлянды. Схема замещения загрязненной и увлажненной гирлянды отличается от схемы замещения чистой гирлянды наличием шунтирующих сопротивлений R , имитирующих сопротивление увлажненных пылевых отложений (рис. 5).

Распределение напряжения вдоль загрязненной и увлажненной гирлянды может быть получено из выражения, определяющего распределение напряжения вдоль чистой гирлянды [3].

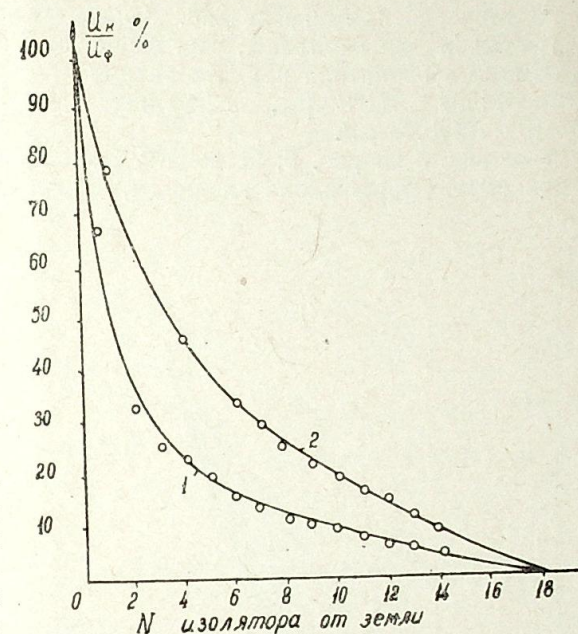


Рис. 4

Кривые распределения напряжения. $\Pi = 4,5$, 18 элементов сухие, чистые ИФ = 127 кв.
 1—измерено по методу Дмитриевского,
 2—измерено по методу малых шаров.

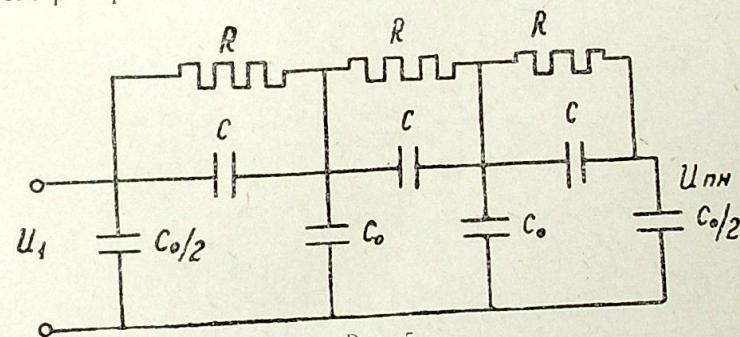


Рис. 5

$$\frac{U_k}{U_\phi} = \frac{\text{sh}(n-k+1)b}{\text{sh}nb}, \quad (3)$$

где U_k —напряжение на k -ом элементе гирлянды;
 U_ϕ —фазное напряжение линии.

Коэффициент затухания b определяется из выражения:

$$ch b = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\left[2 + \frac{\omega^2 R^2 C C_0}{2(1 + \omega^2 R^2 C^2)} \right]^2 + \left[\frac{\omega R C_0}{2(1 + \omega^2 R^2 C^2)} \right]^2} + \sqrt{\left[\frac{\omega^2 R^2 C C_0}{2(1 + \omega^2 R^2 C^2)} \right]^2 + \left[\frac{\omega R C_0}{2(1 + \omega^2 R^2 C^2)} \right]^2} \right\}. \quad (4)$$

В качестве примера на рис. 6 представлены кривые распределения напряжения для гирлянды, состоящей из 7 элементов типа П-4,5.

Емкость изолятора принята равной 35 пкф, емкость C_0 , согласно измерениям ЛПИ [6], в среднем составляет 4 пкф, значения $R=15-1000$ мегом.

Как видно из рис. 6, по мере уменьшения R происходит выравнивание потенциалов вдоль гирлянды, и при $R=15$ мегом распределение напряжения по гирлянде теоретически происходит по линейному закону.

В действительности определенной закономерности в распределении напряжения по гирлянде в условиях тумана и запыления не наблюдается. Это распределение происходит скачкообразно.

На рис. 7 приведен характер распределения напряжения по гирлянде из 14 элементов типа П-4,5, из которого видно, что полное напряжение гирлянды распределилось между 2 и 12 элементами; на остальных элементах напряжение практически равно нулю.

Такой скачкообразный характер распределения напряжения объясняется наличием участков с повышенным сопротивлением на пути утечки.

Значительные неравномерности загрязнений, а также наличие частично подсушенных токами утечки отдельных участков приводит к возникновению местных дуг по поверхности изоляторов.

Достаточно было нанести на эти элементы дополнительно проводящую влажную соленую смесь, как напряжение перераспределялось по другим элементам, опять таки ложась на несколько элементов с более подсушенными поверхностями.

Представляет интерес также исследование влияния короны на распределение напряжения вдоль гирлянды.

Согласно данным литературы, корона оказывает выравнивающее действие на распределение напряжения вдоль гирлянды [4, 5]. Однако

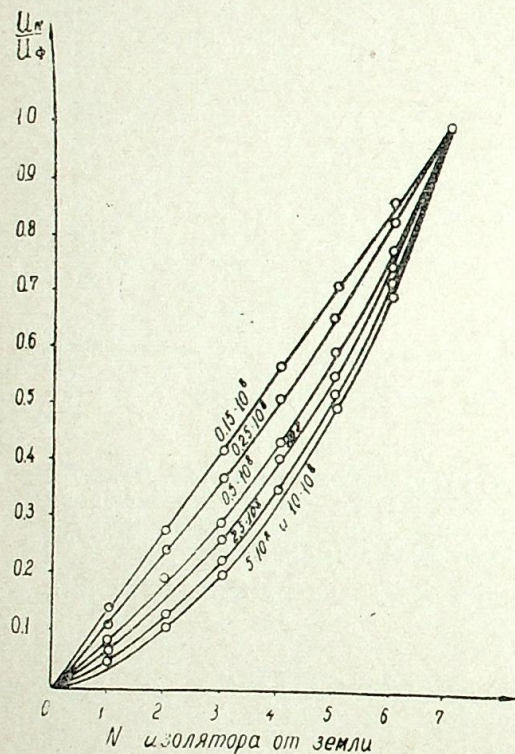


Рис. 6

Распределение напряжения по гирлянде из 7 элементов типа П-4,5 загрязненных, в тумане.

в действительности имеет место обратная картина в условиях загрязнения.

Для выявления влияния короны на распределение напряжения на гирлянде было подано напряжение, близкое к разрядному. Так, в 200 кв было приложено напряжение с сухоразрядным напряжением ления напряжения представлен на рис. 8. На том же рисунке приведено распределение при приложении к гирлянде напряжения

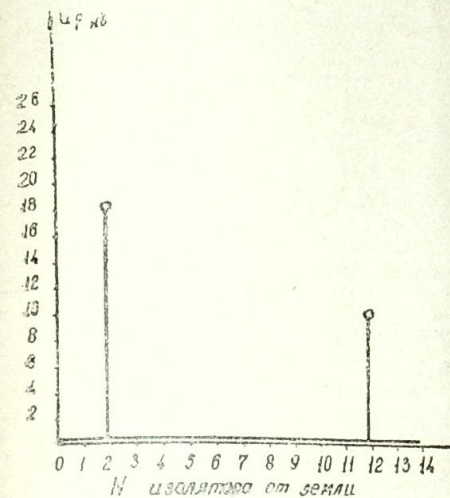


Рис. 7

Распределение напряжения на гирлянде из изоляторов загрязненных, в тумане.

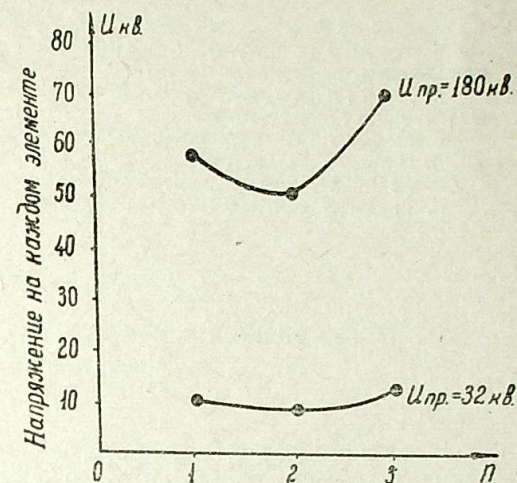


Рис. 8

Распределение напряжения по гирлянде из 3 изоляторов типа П-4,5, сухих, чистых.

в 32 кв, при котором корона отсутствовала. Как видно из полученных кривых, корона, в отличие от имеющихся в литературе мнений, резко повышает неравномерность распределения по гирлянде.

Это можно объяснить сравнительно большим увеличением, вследствие короны емкостей электродов изоляторов относительно земли— C_0 по сравнению с их собственной емкостью— C . При этих условиях, как это можно получить из выражения (4), значительно повышается неравномерность распределения напряжения по гирлянде.

Выводы

1. Метод измерения распределения напряжения по гирлянде, предложенный В. С. Дмитриевским, из-за неучета емкости измерительной системы относительно земли при измерении потенциала части гирлянды между зондом и высоковольтным электродом, дает повышенные значения падения напряжения на элементах, которые растут с удлинением гирлянды. В этом свете полученные А. А. Воробьевым и В. С. Дмитриевским распределения напряжения по длинным гирляндам [1] не соответствуют действительности.

2. Согласно теоретическим исследованиям схемы замещения загрязненной и увлажненной гирлянды, по мере уменьшения сопротивления R , имитирующих сопротивление увлажненных пылевых отложений, происходит выравнивание потенциалов вдоль гирлянды.

В действительности определенной закономерности в распределении напряжения по находящейся в тумане загрязненной гирлянде не наблюдается. Распределение напряжения проходит скачкообразно, т. е. все напряжение ложится на несколько элементов гирлянды.

3. Корона резко повышает неравномерность распределения напряжения по гирлянде, что будет иметь место при снижении разрядных напряжений до значений, близких к фазному.

ЛИТЕРАТУРА

1. Воробьев А. А. и Дмитриевский В. С. К вопросу о распределении напряжения по гирлянде изоляторов. „Электричество“ № 10, 1954.
2. Дмитриевский В. С. Методика измерения распределения напряжения. „Электричество“, № 10, 1954.
3. Основы электротехники. Под ред. К. А. Круга, 1952.
4. Пик Ф. Диэлектрические явления, 1934.
5. Техника высоких напряжений. Под ред. Л. И. Сиротинского. ГОНТИ, 1939.
6. Труды Ленинградского политехнического института, № 2, 1941.

Ч. М. Чуварлы, М. М. Чеферова

Изолээдичинин зэнчирэсіндэ кэркинлийин пайланмасы мэсэлэсінэ даир ХҮЛАСЭ

Изолээдичилэрин зэнчирэси боюнча кэркинлийин пайланмасы мэсэлэсн мүхтәлиф узунлугда олан тәмиз зэнчирләр үчүн о гәдәр дә әтрафлы тәдгиг әдилмәмишдир.

Рүтүбәтләнмиш тоз чөкүнтүләринин зэнчирәдә кэркинлийин пайланмасына олан тә'сири бөйүк мараг тәшкил әдир ки, бу мэсәлә ләзыми гәдәр өйрәнилмәмишдир. Һалбуки бу амилләр кэркинлийин пайланмасы мәнзәрәсини кәскин сурәтдә дәйишә биләр.

Чиркләнмиш вә рүтүбәтләнмиш зэнчирәнин әвәзләнмә схеми тәмиз зэнчирәнин әвәзләнмә схеминдән рүтүбәтләнмиш тоз чөкүнтүләринин имитирә әдичи вә шунтирә әдичи R мүгавимәтинин олмасы илә фәргләнир.

Чиркләнмиш вә рүтүбәтләнмиш зэнчирә боюнча кэркинлийин пайланмасы тәмиз зэнчирә боюнча кэркинлийин пайланмасыны тә'йин әдән ифадәдән (3) алына биләр.

Мэсәләнн нәзәри чәһәтдән тәдгиг әдилмәси нәтичәсіндә айдын олур ки, R азалдыгча зэнчирә бою потенциал бәрабәрләшир вә $R=15$ мегом олдугда зэнчирәдә кэркинлик нәзәри сурәтдә хәтти ганун үзрә пайланыр.

Һәгигәтән думан вә тозланма шәраитиндә зэнчирәдә кэркинлийин пайланмасында мүәйян бир ганунауйғунлуг мүшәһидә әдилмир. Бу пайланма сычрайышларла баш верир ки, бу да итки йолунда йүксәк мүгавимәтли саһәнин олмасы илә изаһ әдилир.

Зэнчирә боюнча кэркинлийин пайланмасына тачын тә'сиринин тәдгиг әдилмәси дә чох мараглыдыр.

Әдәбийятда верилән мә'лумата көрә, зэнчирә боюнча кэркинлийин пайланмасына тач дүзләндиричи тә'сир кәстәрир. Лакин һәгигәтдә исә мэсәлә тамамилә әксинәдир.

Мөвчуд мүлаһизәләрин әксинә олараг, тач зэнчирәдә кэркинлийин пайланмасынын гейри-бәрабәрлийини кәскин сурәтдә артырыр.

Буну ерә нисбәтән электрод вә изолээдичиләрин тутумунун онларын әсл тутумларына нисбәтән чох артмасилә изаһ әтмәк олар.

Мәгаләдә һәмчинин кәстәрилир ки, В. С. Дмитриевски тәрәфиндән тәклиф әдилмиш зэнчирәдә кэркинлийин пайланмасынын өлчүлдүшмәсинә даир йүксәлдилмиш кәмийәтләр верир; чүнки бу үсулда зондла йүксәк волтлу электрод арасында зэнчирә һиссәсинин потенциалы өлчүләркән ерә нисбәтән өлчүчү системин тутуму нәзәрә алынмыр.

Мә'лум олур ки, проф. А. А. Воробйов вә мүһәндис В. С. Дмитриевски тәрәфиндән алынмыш узун зэнчирәдә кэркинлийин пайланмасы һәгигәтә уйғун кәлмир.

И. Э. ИБРАГИМОВ

К ВОПРОСУ САМОВОЗБУЖДЕНИЯ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ПРИ РАБОТЕ ИХ ЧЕРЕЗ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЕ КОНДЕНСАТОРЫ

Вопрос качественного и экономичного снабжения электроэнергией морских нефтяных промыслов имеет весьма важное практическое значение. При решении этой задачи среди других способов регулирования напряжения следует рассмотреть и метод компенсации потери напряжения последовательно включенными конденсаторами.

Проведенные исследования показали эффективность и экономичность применения метода компенсации потери напряжения с помощью последовательных конденсаторов на линиях, питающих отдаленные морские буровые, когда с целью обеспечения нормальной работы электрооборудования буровых ставится вопрос о переходе на более высокое напряжение сети [3, 4]. Однако применение последовательных конденсаторов затрудняется необходимостью предотвращения явлений самовозбуждения асинхронных двигателей и субгармонических колебаний тока в цепи последовательные конденсаторы—трансформатор. В настоящей работе даются результаты теоретического и экспериментального исследований самовозбуждения асинхронных двигателей.

Теоретическое исследование явления самовозбуждения асинхронных двигателей при работе их через последовательные конденсаторы сводится к исследованию этой системы на устойчивость. Дифференциальные уравнения цепи последовательные конденсаторы—асинхронный двигатель содержат периодические коэффициенты. Однако эти уравнения могут быть преобразованы в уравнения с постоянными коэффициентами, если произвести соответствующие преобразования переменных [5].

При преобразовании переменных к вращающейся оси дифференциальные уравнения цепи последовательные конденсаторы—асинхронный двигатель для случая с последовательно включенным демпфирующим сопротивлением (рис. 1) имеют вид:

$$(r_1 + r_d)i_1 + (p + j\omega_r)(L_1 i_1 + M i_2) + \frac{i_1}{c(p + j\omega_r)} + \frac{U_m \omega}{p^2 + \omega^2} \Bigg\} \quad (1)$$
$$r_2 i_2 + p(L_2 i_2 + M i_1) = 0,$$

где i_1 и i_2 —токи в цепях статора и ротора двигателя;
 L_1 , L_2 и M —индуктивность статора и ротора и взаимная индуктивность;
в L_1 входит также индуктивность предвключенных элементов сети;

И. Э. ИБРАГИМОВ

К ВОПРОСУ САМОВОЗБУЖДЕНИЯ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ПРИ РАБОТЕ ИХ ЧЕРЕЗ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЕ КОНДЕНСАТОРЫ

Вопрос качественного и экономичного снабжения электроэнергией морских нефтяных промыслов имеет весьма важное практическое значение. При решении этой задачи среди других способов регулирования напряжения следует рассмотреть и метод компенсации потери напряжения последовательно включенными конденсаторами.

Проведенные исследования показали эффективность и экономичность применения метода компенсации потери напряжения с помощью последовательных конденсаторов на линиях, питающих отдаленные морские буровые, когда с целью обеспечения нормальной работы электрооборудования буровых ставится вопрос о переходе на более высокое напряжение сети [3, 4]. Однако применение последовательных конденсаторов затрудняется необходимостью предотвращения явлений самовозбуждения асинхронных двигателей и субгармонических колебаний тока в цепи последовательные конденсаторы—трансформатор. В настоящей работе даются результаты теоретического и экспериментального исследований самовозбуждения асинхронных двигателей.

Теоретическое исследование явления самовозбуждения асинхронных двигателей при работе их через последовательные конденсаторы сводится к исследованию этой системы на устойчивость. Дифференциальные уравнения цепи последовательные конденсаторы—асинхронный двигатель содержат периодические коэффициенты. Однако эти уравнения могут быть преобразованы в уравнения с постоянными коэффициентами, если произвести соответствующие преобразования переменных [5].

При преобразовании переменных к вращающейся оси дифференциальные уравнения цепи последовательные конденсаторы—асинхронный двигатель для случая с последовательно включенным демпфирующим сопротивлением (рис. 1) имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} (r_1 + r_d)i_1 + (p + j\omega_r)(L_1 i_1 + M i_2) + \frac{i_1}{c(p + j\omega_r)} + \frac{U_m \omega}{p^2 + \omega^2} \Big\} \\ r_2 i_2 + p(L_2 i_2 + M i_1) = 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где i_1 и i_2 —токи в цепях статора и ротора двигателя;
 L_1 , L_2 и M —индуктивность статора и ротора и взаимоиндуктивность;
в L_1 входит также индуктивность предвключенных элементов сети;

c —емкость последовательно включенных конденсаторов;
 r_1 и r_2 —активное сопротивление статора и ротора двигателя;
 r_d —демпфирующее сопротивление, включенное последовательно для предотвращения явления самовозбуждения; в
 r_d входит также активное сопротивление предвключенных
 элементов сети;

ω_r —скорость вращения ротора.

Совместное решение уравнений (1) приводит:

$$ri_1 + (p + j\omega_r)L_1 i_1 - \frac{p(p + j\omega_r)M^2}{r_2 + L_2 p} i_1 + \frac{1}{(p + j\omega_r)c} i_1 = \frac{U_m \omega}{p^2 + \omega^2}, \quad (2)$$

где $r = r_1 + r_d$.

Определим условие, при котором происходит явление самовозбуждения, т. е. процесс теоретически с неограниченным ростом амплитуды колебаний тока (в действительности нарастание тока ограничивается нелинейностью параметров системы). Для этого достаточно исследовать характеристическое уравнение дифференциального уравнения (2):

$$(L_1 L_2 - M^2) cp^3 + (rL_2 + r_2 L_1) cp^2 + 2j\omega_r (L_1 L_2 - M^2) cp^2 + [rr_2 c + L_2 - (L_1 L_2 - M^2) c\omega_r^2] p + j\omega_r (rL_2 + 2r_2 L_1) cp - r_2 L_1 c\omega_r^2 + r_2 + j\omega_r r r_2 c = 0.$$

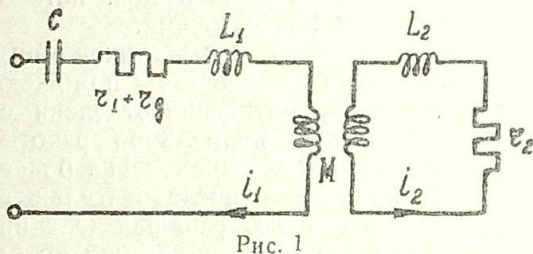


Рис. 1

Известно, что система устойчива только в том случае, если все действительные корни характеристического уравнения и действительные части всех его комплексных корней отрицательны. Если хотя бы один действительный корень или действительная часть комплексного корня положительна,

то амплитуда колебаний растет и при этом система неустойчива.

Устойчивость системы, описываемой уравнением с комплексными коэффициентами, проверяется по критериям Гурвица—Эрмита [7]. Для устойчивости системы четные диагональные миноры следующей матрицы

$$\begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ b_0 & b_1 & b_2 & 0 \\ 0 & a_0 & a_1 & a_2 \\ 0 & b_0 & b_1 & b_2 \end{vmatrix}$$

должны быть больше нуля. Здесь a_0, a_1, a_2 и a_3 являются коэффициентами вещественных членов уравнения и b_0, b_1, b_2 —мнимых членов уравнения (3).

Из $\Delta_2 > 0$ получим следующее условие устойчивости, т. е. условие отсутствия явления самовозбуждения:

$$X_c > X_1 \omega_{r*}^2 + \frac{r^2 r_2 + r X_0^2 \omega_{r*}^2}{2r_2 X_1}, \quad (4)$$

где ω_{r*} —скорость вращения ротора в относительных единицах;
 X_1 —синхронный реактанс двигателя; сюда входит также реактивное сопротивление предвключенных элементов сети.

Так как $\frac{r^2 r_2 + r X_0^2 \omega_{r*}^2}{2r_2 X_1} > 0$, то приближенным условием неустойчивости является $X_c < X_1 \omega_{r*}^2$.

Из второго четного диагонального минора $\Delta_4 > 0$ при неучете r_2 получим второе условие устойчивости:

$$X_c < X' \omega_{r*}^2 + \frac{r^2}{2X'}, \quad (5)$$

где $X' = X_1 - \frac{X_0^2}{X_2}$ —переходный реактанс двигателя.

При неучете активного сопротивления приближенное условие неустойчивости будет $X_c > X' \omega_{r*}^2$.

Таким образом, приближенные предельные значения емкостного сопротивления последовательных конденсаторов, при которых имеет место явление самовозбуждения, выражаются неравенством:

$$X' \omega_{r*}^2 < X_c < X_1 \omega_{r*}^2. \quad (6)$$

Отметим, что предельные значения X_c при самовозбуждении синхронных генераторов при работе их на емкостную нагрузку определяются аналогичными неравенствами (1, 2, 6):

для машин с явно выраженными полюсами: $X_d < X_c < X_q$.

для машин с неявно выраженными полюсами: $X_d' < X_c < X_q$.

Для определения области появления самовозбуждения асинхронных двигателей в координатах X_c и r используем метод D-разбиения, предложенный Неймарком.

Подставив $p = j\alpha$ и отделяя действительную и мнимую часть уравнения (3) и приравнявая их в отдельности нулю, получим следующие два уравнения:

$$\left. \begin{aligned} (rL_2 + r_2 L_1) \alpha^2 + (rL_2 + 2r_2 L_1) \omega_r \alpha + r_2 L_1 \omega_r^2 - \frac{r_2}{c} &= 0 \\ (L_1 L_2 - M^2) \alpha^3 + 2(L_1 L_2 - M^2) \omega_r \alpha^2 - \left[rr_2 + \frac{L_2}{c} - \right. \\ \left. - (L_1 L_2 - M^2) \omega_r^2 \right] \alpha - \omega_r r r_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Построим $r = f(X_c)$ для двигателя 2,2 кВт, с которым были проведены эксперименты. Значения параметров контура следующие: $X_1 - X_0 = 11,1$ ом, $X_2 - X_0 = 3,7$ ом, $X_0 = 93,5$ ом, $r_2 = 0,7$ ом.

Подставляя эти параметры в уравнения (7), получим:

$$\left. \begin{aligned} (\alpha + \omega_r) \alpha r - 710 X_c + 0,75 \alpha^2 + 1,5 \omega_r \alpha + 0,75 \omega_r^2 &= 0 \\ (\alpha + \omega_r) r + 139 \alpha X_c - 0,02 \alpha^3 - 0,04 \omega_r \alpha^2 - 0,02 \omega_r^2 \alpha &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Построение производим для четырех значений скорости ротора: $\omega_r = 0,975; 0,75; 0,5; 0,25$ в. Задавая различными значениями α , определяем минимальные значения активного сопротивления r , при котором перестает возникать самовозбуждение. Результаты расчетов приведены на рис. 2.

Произведем штриховку границы для выделения области, где возникает самовозбуждение. Так как определитель системы уравнений (8)

$$\Delta = \begin{vmatrix} \alpha^2 + \omega_r \alpha & -710 \\ \alpha + \omega_r & 139 \alpha \end{vmatrix}$$

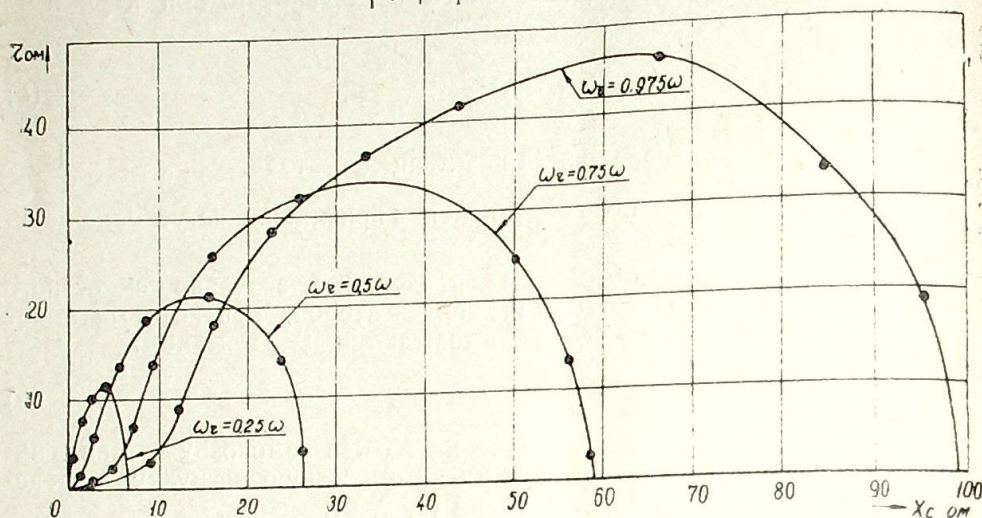


Рис. 2

при $0 \gg \alpha \gg \omega_r$ всегда положительный, то при движении по кривой по направлению от $\alpha = -\omega_r$ до $\alpha = 0$ необходимо заштриховать кривую $r = f(X_c)$ слева (во избежание затемнения рисунка штриховка не нанесена). Таким образом, область, заключенная между кривой $r = f(X_c)$ и

осью абсцисс, является областью неустойчивых колебаний, т. е. областью, где имеет место самовозбуждение.

Метод построения кривых рис. 2 имеет практическое значение. По этим кривым могут быть найдены величины демпфирующего сопротивления r_d , необходимые для предотвращения самовозбуждения.

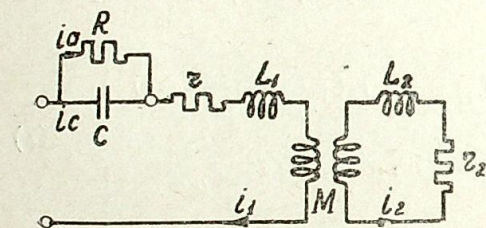


Рис. 3

Выше мы рассмотрели случай включения демпфирующих сопротивлений последовательно с конденсаторами. Теперь перейдем к варианту включения демпфирующих сопротивлений параллельно конденсаторам (рис. 3).

Уравнения цепи последовательные конденсаторы—асинхронный двигатель с параллельно включенными демпфирующими сопротивлением R имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} r i_1 + (p + j\omega_r) (L_1 i_1 + M i_2) + \frac{i_c}{(p + j\omega_r) c} &= \frac{U_m \omega}{p^2 + \omega^2} \\ r_2 i_2 + p (L_2 i_2 + M i_1) &= 0 \\ (i_1 - i_c) R - \frac{i_c}{(p + j\omega_r) c} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Совместное решение (9) приводит к уравнению:

$$r i_1 + (p + j\omega_r) L_1 i_1 - \frac{p (p + j\omega_r) M^2}{r_2 + L_2 p} i_1 + \frac{R}{(p + j\omega_r) R c + 1} i_1 = \frac{U_m \omega}{p^2 + \omega^2} \quad (10)$$

Характеристическое уравнение дифференциального уравнения (10) будет:

$$\begin{aligned} R c (L_1 L_2 - M^2) p^3 + [R c (r L_2 + r_2 L_1) + (L_1 L_2 - M^2) + \\ + 2 j \omega_r R c (L_1 L_2 - M^2)] p^2 + [R (r r_2 c + L_2) + (r L_2 + r_2 L_1) - \\ - R c \omega_r^2 (L_1 L_2 - M^2) + j \omega_r [R c (r L_2 + 2 r_2 L_1) + \\ + (L_1 L_2 - M^2)]] p + r_2 (r + R - R L_1 c \omega_r^2) + j \omega_r (R r r_2 c + r_2 L_1) = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Для построения кривых D-разбиения подставим $p = ja$ в уравнение (11). Отделяя действительную и мнимую части и приравнявая их к нулю, получим следующие два уравнения:

$$\begin{aligned} [R (r L_2 + r_2 L_1) + \frac{1}{c} (L_1 L_2 - M^2)] \alpha^2 + [R (r L_2 + 2 r_2 L_1) + \\ + \frac{1}{c} (L_1 L_2 - M^2)] \omega_r \alpha + r_2 R L_1 \omega_r^2 - \frac{1}{c} (r r_2 + R r_2) = 0 \quad (12) \\ (L_1 L_2 - M^2) R \alpha^3 + 2 R (L_1 L_2 - M^2) \omega_r \alpha^2 - [R r r_2 - R (L_1 L_2 - M^2) \omega_r^2 + \\ + \frac{1}{c} (r L_2 + r_2 L_1 + R L_2)] \alpha - R r r_2 \omega_r - \frac{r_2 L_1 \omega_r}{c} = 0 \end{aligned}$$

По уравнениям (12) построены $R = f(X_c)$ для асинхронного двигателя 2,2 кВт при $r = 3,5$ ом, $X_1 - X_0 = 7,4$ ом для случаев $\omega_r = 0,975$; 0,75; 0,5 и 0,25 (рис. 4). Остальные параметры цепи приведены выше.

Кривые рис. 4 могут быть использованы практически для определения значения параллельно включенного демпфирующего сопротивления R для устранения самовозбуждения.

Как уже указывалось, самовозбуждение может быть предотвращено активным сопротивлением, включенным последовательно или параллельно к конденсаторам. Однако включение демпфирующего сопротивления последовательно или параллельно с точки зрения пусковых характеристик двигателя и потерь энергии в этих сопротивлениях не равноценно. Параллельное соединение демпфирующего сопротивления дает лучшие результаты, чем последовательное соединение. Кроме того, в случае, когда двигатель пускается под нагрузкой, последовательное включение демпфирующего сопротивления не во всех случаях применимо.

Следует отметить, что при применении последовательных конденсаторов потери энергии значительно больше, чем при других методах регулирования напряжения. Однако, как показали соответствующие расчеты, повышенные потери энергии при применении последовательных конденсаторов, не приводят к большему годовому эксплуатационным расходам, чем при других методах регулирования напряжения [3].

В реальных условиях величины емкостного сопротивления X_c и демпфирующих сопротивлений r соответствуют начальной части кривых рис. 2. Значения r , соответствующие большим значениям X_c , имеют больше теоретическое значение, чем практическое. Поэтому опыты проводились только при малых, но реально более возможных значениях X_c .

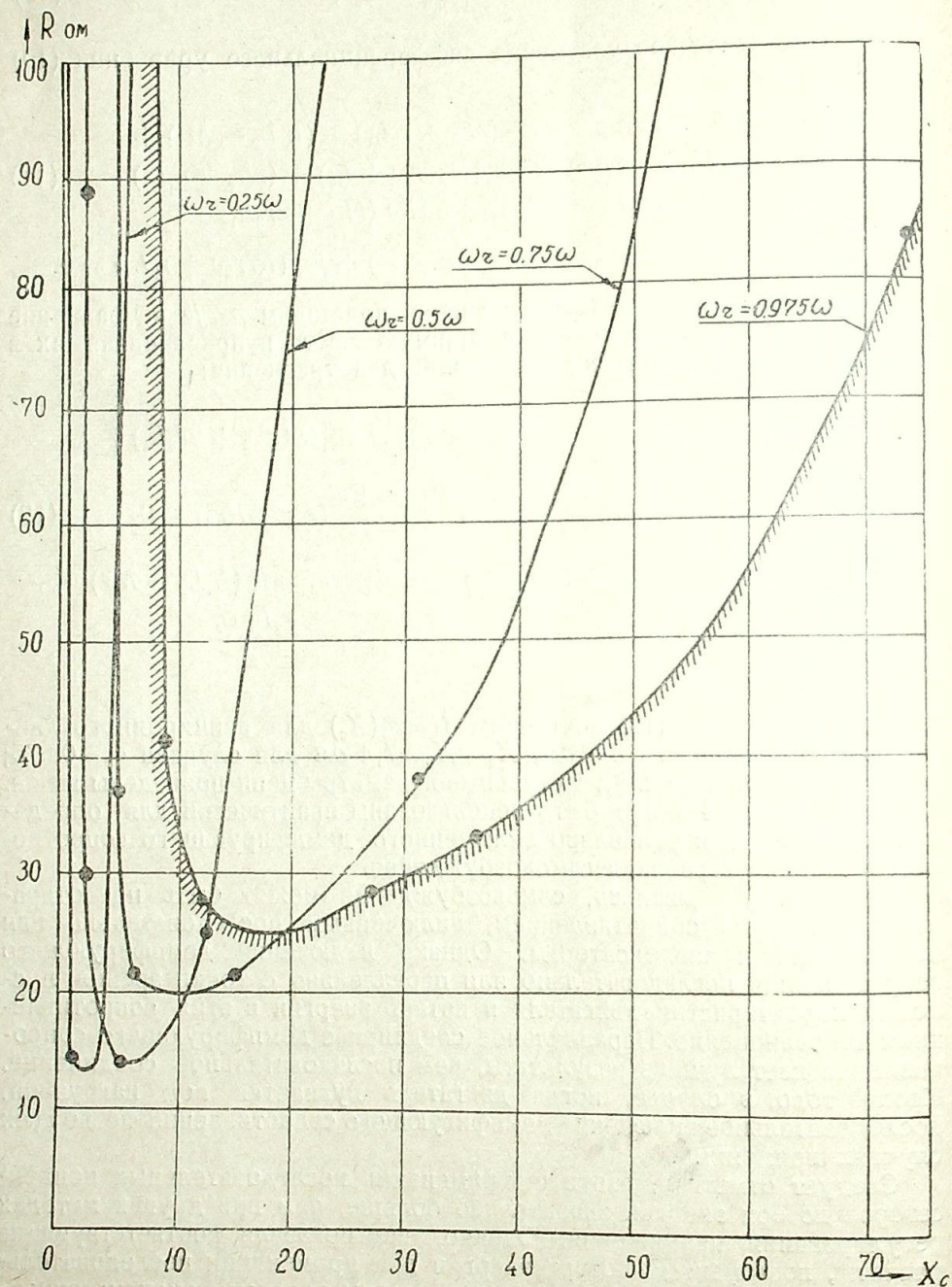


Рис. 4

На рис. 5 для сравнения опытных и расчетных данных показаны начальные части кривых рис. 2 в большом масштабе. На этом же рисунке отмечены экспериментальные точки.

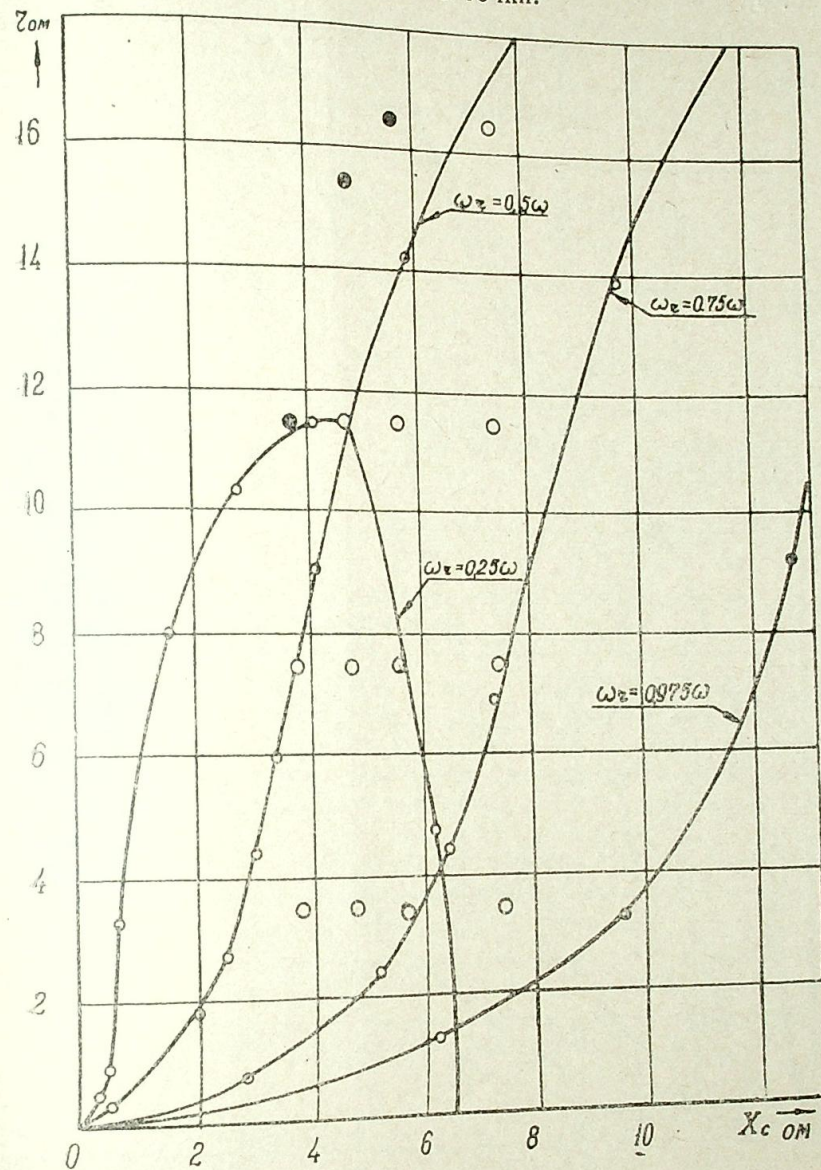


Рис. 5

- — в экспериментах самовозбуждение не имеет места;
- — в экспериментах имеет место самовозбуждение

Опыты показали, что при $X_c = 3,7$ ом и при $r = 3,5$ и $7,5$ ом имеет место самовозбуждение, а при $r = 11,5$ ом самовозбуждение не возникает. Расчетные кривые рис. 5 также показывают, что при $X_c = 3,7$ ом и $r = 3,5$ и $7,5$ ом должно иметь явление самовозбуждения, так как эти точки находятся внутри области, соответствующей явлению самовозбуждения. При $X_c = 11,5$ ом самовозбуждение не должно иметь места, так как точка находится вне области самовозбуждения.

Проведенные опыты при $X_c=4,7; 6,6$ и $7,4$ ом также согласуются с теоретическими расчетами (соответствующие опытные точки отмечены на рис. 5).

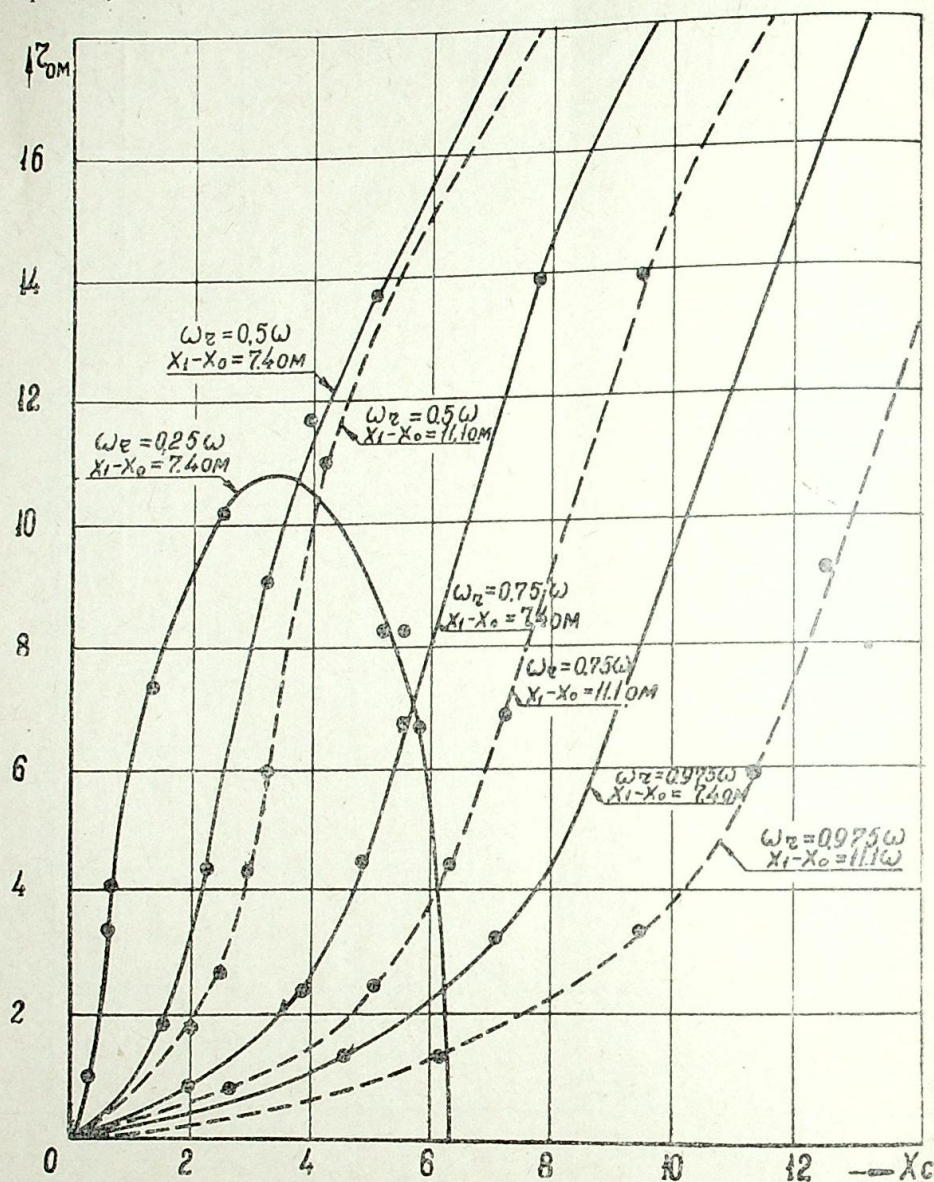


Рис. 6

Опыты показали, что с увеличением степени компенсации индуктивного сопротивления возможность возникновения самовозбуждения возрастает. Это подтверждается сравнением расчетных кривых $r=f(X_c)$ для различной степени компенсации индуктивного сопротивления, представленных на рис. 6. При прочих равных условиях, уменьшение индуктивного сопротивления соответствует возрастанию степени компенсации. Поэтому кривые $r=f(X_c)$ при $X_1-X_0=7,4$ ом (сплошные) соответствуют большей степени компенсации, чем кривые $r=f(X_c)$

при $X_1-X_0=11,1$ ом (пунктирные). Из кривых видно, что при одинаковых ω_r и X_c потребное значение последовательного демфирующего сопротивления при $X_1-X_0=7,4$ ом больше, чем при $X_1-X_0=11,1$ ом, что согласуется с опытами. При малых скоростях ротора ($\omega_r=0,25 \omega$ и ниже) эта разница невелика. Для того, чтобы не затемнять рисунка, кривая $r=f(X_c)$ для случая $X_1-X_0=11,1$ ом при $\omega_r=0,25 \omega$ не показана; последняя почти совпадает с аналогичной кривой для случая $X_1-X_0=7,4$ ом.

Проведенные опыты показали, что при наличии работающего двигателя (или двигателей) через последовательные конденсаторы возможность самовозбуждения при пуске другого двигателя резко уменьшается. Этот весьма важный для практики вывод, полученный опытным путем, подтверждается следующим теоретическим рассмотрением.

Для определения влияния двигателя, работающего через последовательные конденсаторы, на возможность возникновения самовозбуждения при пуске второго двигателя необходимо исследовать характеристическое уравнение дифференциальных уравнений двигателей. Данную задачу можно решить при преобразовании переменных к синхронным осям.

Эквивалентная схема замещения для случая работы 2 двигателей через последовательные конденсаторы представлена на рис. 7. Характеристическое уравнение для этой схемы будет:

$$z_1(p) + z_2(p) + \kappa z_1(p) \cdot z_2(p) = 0, \quad (13)$$

где $z_1(p)$ и $z_2(p)$ — соответствующие операторные сопротивления двигателей до последовательных конденсаторов.

$$z_1(p) = \frac{r_{11}r_{21} + \kappa_1 r_{11}L_{21} + \kappa r_{21}L_{11} + \kappa \kappa_1 (L_{11}L_{21} - M_1^2)}{\kappa_1 L_{21} + r_{21}}$$

$$z_2(p) = \frac{r_{12}r_{22} + \kappa_2 r_{12}L_{22} + \kappa r_{22}L_{12} + \kappa \kappa_2 (L_{12}L_{22} - M_2^2)}{\kappa_2 L_{22} + r_{22}}$$

$$\kappa = p + j; \quad \kappa_1 = p + js_1; \quad \kappa_2 = p + js_2$$

Опыты нами были проведены с двигателями 2,2 и 5,44 кВт. Двигатель 5,44 кВт работал вхолостую через последовательные конденсаторы ($s_2=0,025$). Затем производилось включение через те же конденсаторы двигателя 2,2 кВт.

Рассмотрим работу двигателя 2,2 кВт, когда скорость его ротора достигла 0,5 ω ($s_1=0,5$). При этом уравнение (13) будет иметь вид:

$$0,00135 p^3 + (0,0288 r_{11} + 0,453 + j 0,645) p^2 + [0,5 r_{11} - 69,7 + j (4,74, r_{11} + 205,3)] p - 34,4 r_{11} - 20520 + j (68,5 r_{11} - 100,6) + c [0,0000126 p^5 + (0,000371 r_{11} + 0,01446 + j 0,0139) p^4 +$$

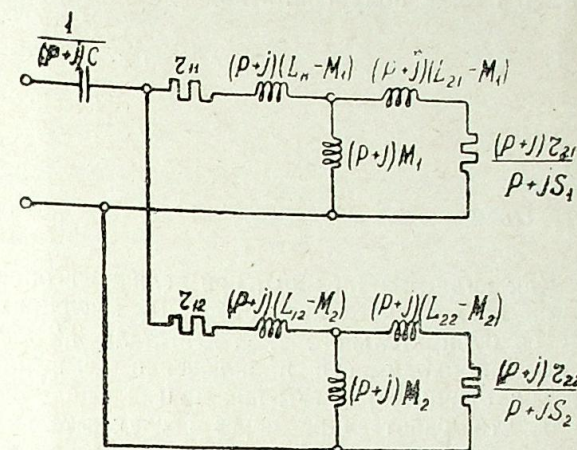


Рис. 7

$$+ [0,417 r_{11} - 5,39 + j (0,294 r_{11} + 16,04)] p^3 - (74,14 r_{11} + 6260 - \\ - j (322,4 r_{11} - 727,6)] p^2 - [79848 r_{11} + 20230 + j (5516 r_{11} + 1077100)] p - \\ - 55230 r_{11} + 66408800 - j (6216050 r_{11} + 8663600) = 0.$$

Для определения области появления самовозбуждения двигателя в этом случае и сравнения ее со случаем включения только одного двигателя, используем метод построения кривых D-разбиения. Совместное решение полученных двух уравнений при этом методе дает:

α	-130	-120	-100	-80	-10	0	01
$X_{с, ом}$	2,14	3,22	4,7	6,0	5,56	10,5	11,0
$r_{11, ом}$	3,98	-2,08	-0,86	-0,50	-1,29	-1,50	-1,74

Как видно из таблицы, при наличии второго двигателя (5,44 кВт) и при всех практически возможных значениях X_c величина r_{11} получается отрицательной, т. е. двигатель 2,2 кВт не самовозбуждается, и нет необходимости в включении демпфирующего сопротивления.

Аналогичные расчеты при других скоростях ротора также показывают, что работающий через последовательные конденсаторы двигатель оказывает демпфирующее влияние на самовозбуждение включаемого двигателя.

Выводы

1. Проведенная работа показала, что, пользуясь преобразованием переменных к вращающимся осям, представляется возможным установить аналитически условие, при котором возникает явление самовозбуждения асинхронных двигателей при работе их через последовательные конденсаторы.

2. Используя метод построения кривых D-разбиения, можно для асинхронных двигателей аналитически определить значения демпфирующих сопротивлений, включаемых параллельно и последовательно, для предотвращения явления самовозбуждения. Полученные значения демпфирующих сопротивлений достаточно близки к их значениям, найденным опытным путем.

3. Влияние степени компенсации на возможность возникновения самовозбуждения, установленное при опытах, подтверждается проведенными расчетами.

4. Проведенный анализ подтверждает демпфирующее влияние других двигателей на самовозбуждение включаемого двигателя, которое было установлено при опытах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Веников В. В., Жуков Л. А., Анисимова Н. Д. Холостые режимы дальних электропередач. "Электричество", № 7, 1953.
2. Горев А. А. Переходные процессы синхронной машины. Госэнергоиздат, 1950.
3. Ибрагимов И. Э. К вопросу экономики применения последовательных конденсаторов в линиях, питающих морские нефтепромыслы. "Энергетический бюллетень", № 6, 1954.
4. Ибрагимов И. Э. Еще раз о вопросе экономики применения последовательных конденсаторов. "Энергетический бюллетень", № 8, 1956.

5. Казовский Е. Я. Некоторые вопросы переходных процессов в машинах переменного тока. Госэнергоиздат, 1953.
6. Кантор Р. М. Некоторые вопросы из теории динамических перенапряжений в электрических системах. "Электричество", № 5, 1951.
7. Чеботарев Н. Г. и Мейман Н. Н. Проблема Рауса-Гурвица для полиномов и целых функций. Труды математического института им. Стеклова, т. XXVI, 1949.

И. Э. Ибрагимов

Ардычыл гошулмуш конденсаторлары олан хэтлэрдэн бэслэнэн асинхрон мүһэрриклэрин өзүнэ тэсирлэнмэси хаггында

ХҮЛАСЭ

Ардычыл гошулмуш конденсаторлары олан хэтлэрдэн бэслэнэн асинхрон мүһэрриклэрдэ өзүнэ тэсирлэнмэ һадисэсинин нэзэри тэдгиринэ бу системни даяныгыгынын тэдгиги кими бахыла билэр.

Ардычыл гошулмуш конденсатор-асинхрон мүһэррик системинин дифференциал тэнликлэри үзрә гурулмуш характеристик тэнлийи Гурвис-Эрмит критериясы илә йохламагла өзүнэ тэсирлэнмэ һадисэсинин әмәләкәлмә шәртини тапмаг мүмкүндүр.

Бу шәрт ашагыдакы гейри-бәрабәрликлә ифадә олунур:

$$X' \omega_{r*}^2 + \frac{r^2}{2X_1} < X_c < X_1 \omega_{r*}^2 + \frac{r^2 r_2 + r X_0^2 \omega_{r*}^2}{2r_2 X_1}.$$

X_c тутум мүгавимәтинин гейри-бәрабәрликдә кәстәрилән гиймәтләриндә өзүнэ тэсирләнмә һадисәси баш верә билэр.

Мүәллиф Неймаркын D-айырма үсулундан истифадә әдәрәк $R = f_1(X_c)$ вә $r = f_2(X_c)$ әйриләрини гурмушдур. Бу әйрилэрдән өзүнэ тэсирләнмә һадисәсинин гаршысыны алмаг үчүн гошулмасы лазым олан параллел вә ардычыл демпфер (сөндүрүчү) мүгавимәтләрини (R вә r) тапмаг мүмкүндүр.

Бу әйрилэр үзрә тапылмыш демпфер мүгавимәтләрин гиймәти онларын тәчрүбә йолу илә тапылмыш гиймәтләринә чох яхын алыныр. Буна көрә дә һәммин әйриләрин өзүнүн вә онларын гурулма үсулунун верилмәсинин бөйүк әһәмийәти вардыр.

Апарылан тәчрүбәләр кәстәрир ки, компенсация дәрәчәси өзүнэ тэсирләнмә һадисәсинин ярана билмәсинә тәсир кәстәрир.

Мәгаләдә бу амин тәчрүбәләр заманы кәстәрдийи тәсиринин дүзкүнлүйү апарылмыш аналитик һесабламаларла тәсдиг әдилир.

Тәчрүбәләр кәстәрир ки, ардычыл гоюлмуш конденсаторлу хэтлэрдән бэсләнән бир вә я чох асинхрон мүһэррикләр, тәзә гошулмуш мүһэррикин өзүнэ тэсирләнмә имканыны азалдыр. Әмәли әһәмийәти олан бу амин дә дүзкүнлүйү аналитик һесабламаларла исбат әдилир.

Б. Г. ЗЕЙНАЛОВ, А. А. АХУНДОВ

ПАРАФИНЛИ ДЕСТИЛАТЫН ХЛОР ИШТИРАКИЛЭ ОКСИДЛЭШДИРИЛМЭСИ

[Сов. ИКП-нын ХХ гурултайынын тарихи гэрарлары совет элми гаршысында бөйүк вэ шэрэфли вэзифэлэр гоймушлур. Коммунизм чэмийятинин мүвэффегийятлэ гурулмасы эрэфесиндэ габагчыл совет элми өз шэрэфли мөвгеини тутмушдур. Партия вэ һөкүмәтимизин совет элми гаршысында гойдуғу фәхри вэ вачиб мәсәлэләрин һәята кечирилмәсиндә кимякәрләрин дә бөйүк ролу вардыр. Совет адамларынын мадди рифаһ һалыны даһа да яхшылашдырмаг үчүн кимякәрләрдән халг тәсәрруфатынын мүхтәлиф саһәләриндә кениш мигяса тәтбиг олунан ени кимйәви маддәләрин тапылмасы вэ истеһсалы тәләб олунур. Ени үзви маддәләрин алынмасы үчүн нефт сәрвәти даһа мүһүм мәнбәләрдән биридир. Нефтин тәркибиндә мүхтәлиф синиф карбоһидрокенләрин олмасы ондан кимйәви истифадә үчүн даһа әлверили шәраит ярадыр. Нефт сәнаеинин кимялашдырылмасында әсас истигамәтләрдән бири нефт карбоһидрокенләринин оксидләшдирилмәси просесидир. Оксидләшмә просеси нәтичәсиндә нефтдән спиртләр, алдеһидләр, кетонлар, карбон туршулары, окси туршулары, эфирләр, гәт-ранлар вэ сосялист һәятымызын айры-айры саһәләриндә кениш сурәтдә тәтбиг олунан дикәр оксикен төрәмәләри алмаг мүмкүндүр. Нефт мәһсулларынын оксидләшдирилмәси нәтичәсиндә алыннан маддәләрлә тәбии битки вэ һейван яғларынын әвәз әдилмәси даһа диггәтәлайигдир. Одур ки, узун мүддәт оксидләшмә саһәсиндә апарылан тәдгигат ишләри мәркәзиндә бу мәсәләләр дурмушдур.

Мүасир дөврүмүздә бу мәсәләләрин мүсбәт һәлли үчүн чидди тәдгигат ишләри апарылмышдыр. Лакин буна бахмаяраг, карбоһидрокенләрин оксидләшдирилмәси саһәсиндә көрүлмәси лазым олан актуал мәсәләләр олдуғча чохдур. Һәлә индийә гәдәр нефт карбоһидрокенләринин оксидләшдирилмәси просесинин кинетика вэ химизминин кифайәт гәдәр өйрәнилмәси бөйүк чәтинлик ярадыр вэ бу мәсәләләрин айры-айры фәрди карбоһидрокенләри вэ һәмин карбоһидрокенләрин тәбии гарышығлары олан нефт мәһсуллары үзәриндә өйрәнилмәси ән вачиб мәсәләләрди. Одур ки, Азәрбайчан ССР Элмләр Академиясынын Кимя Институтунун „Карбоһидрокенләрин оксидләшдирилмәси“ лабораториясында фәрди карбоһидрокенләрин вэ нефт мәһсулларынын оксидләшдирилмәси просесинин өйрәнилмәсинә даир кениш тәдгигат ишләри апарылыр.

Карбоһидрокенләрин оксидләшдирилмәси һаггында данышаркән гейд әтмәк лазымдыр ки, хүсуси олараг мае фазаларда оксидләшмә реакциялары кифайәт гәдәр өйрәнилмәмишдир.

Б. Г. ЗЕЙНАЛОВ, А. А. АХУНДОВ

ПАРАФИНЛИ ДЕСТИЛАТЫН ХЛОР ИШТИРАКИЛЭ ОКСИДЛЭШДИРИЛМЭСИ

Г Сов. ИКП-нын XX гурултайынын тарихи гэрарлары совет элми таршысында бөйүк вэ шэрэfli вэзифэлэр гоймушлур. Коммунизм чэмиййэтинин мүвэффэгиййэтлэ гурулмасы эрэфэсиндэ габагчыл совет элми өз шэрэfli мөвгеини тутмушлур. Партия вэ һөкүмәтимизин совет элми таршысында гойдуғу фэхри вэ вачиб мәсәлэләрин һәятә кечирилмәсиндә кимякәрләрин дә бөйүк ролу вардыр. Совет адамларынын мадди рифаһ һалыны даһа да яхшылашдырмаг үчүн кимякәрләрдән халг тәсәрруфатынын мүхтәлиф саһәләриндә кениш мигяса тәтбиг олуан ени кимйәви маддәләрин тапылмасы вэ истеһсалы тәләб олуноур. Ени үзви маддәләрин алынмасы үчүн нефт сәрвәти даһа мүһүм мәнбәләрдән биридир. Нефтин тәркибиндә мүхтәлиф синиф карбоһидрокенләрин олмасы ондан кимйәви истифадә үчүн даһа әлвершли шәраит ярадыр. Нефт сәнаеинин кимялашдырылмасында әсас истигамәтләрдән бири нефт карбоһидрокенләринин оксидләшдирилмәси просесидир. Оксидләшмә просеси нәтичәсиндә нефтдән спиртләр, алдеһидләр, кетонлар, карбон туршулары, окси туршулары, эфирләр, гәт-ранлар вэ сосялист һәятымызын айры-айры саһәләриндә кениш сурәтдә тәтбиг олуан дикәр оксикен төрәмәләри алмаг мүмкүндүр. Нефт мәһсулларынын оксидләшдирилмәси нәтичәсиндә алынан маддәләрлә тәбии битки вэ һейван яғларынын әвәз әдилмәси даһа диггәтәлайигдир. Одур ки, узун мүддәт оксидләшмә саһәсиндә апарылан тәдгигат ишләри мәркәзиндә бу мәсәләләр дурмушлур.

Мүасир дөврүмүздә бу мәсәләләрин мүсбәт һәлли үчүн чидди тәдгигат ишләри апарылмышдыр. Лакин буна бахмаяраг, карбоһидрокенләрин оксидләшдирилмәси саһәсиндә көрүлмәси лазым олан актуал мәсәләләр олдуғча чохдур. Һәлә индийә гәдәр нефт карбоһидрокенләринин оксидләшдирилмәси просесинин кинетика вэ химизминин кифайәт гәдәр өйрәнилмәси бөйүк чәтинлик ярадыр вэ бу мәсәләләрин айры-айры фәрди карбоһидрокенләри вэ һәмин карбоһидрокенләрин тәбии гарышығлары олан нефт мәһсуллары үзәриндә өйрәнилмәси ән вачиб мәсәләләрдир. Одур ки, Азәрбайжан ССР Элмләр Академиясынын Кимя Институтунун „Карбоһидрокенләрин оксидләшдирилмәси“ лабораториясында фәрди карбоһидрокенләрин вэ нефт мәһсулларынын оксидләшдирилмәси просесинин өйрәнилмәсинә даир кениш тәдгигат ишләри апарылыр.

Карбоһидрокенләрин оксидләшдирилмәси һаггында данышаркән гейд әтмәк лазымдыр ки, хусуси олараг мае фазаларда оксидләшмә реакциялары кифайәт гәдәр өйрәнилмәмишдир.

Ярым эсрдэн артыг бир дөврдө карбоһидрокенләрин мае фазада оксидләшдирилмәсинә һәср эдилмиш материалларын анализи кестә-
рир ки, карбоһидрокенләр катализаторсуз тәчрүби олараг оксидләш-
мир. Яғ сырасы сүлб карбоһидрокенләри (парафин) мүстәсналыг тәш-
кил этмәклә 140—160°-дә катализаторсуз яхшы оксидләшир. Буна
бахмаяраг, сабун сәнәеиндә ишләдилән яғ туршуларынын синтези
үчүн завод миғясында истәһсалын рентабелли олмасы мәгсәдилә һавә-
нын оксикени илә парафини оксидләшдирдикдә катализатор тәтбиғ
олунур. Парафин сосялишт халғ тәсәррүфатымызын мүхтәлиф саһә-
ләриндә кениш миғясдә ишләдилир. Одур ки, оксидләшдирмә просес-
ләриндә парафиндән истифадә әдиб, гиймәтли оксимәһсуллар алмағ
имканы мәһдудлашыр. Бурадан аз гиймәтли чох әльеришли тәби
карбоһидрокен гарышығларынын оксидләшдирилмәси зәрурийәти
мейдана чыхыр.

Совет алимлэринин ишлэрилэ [2, 5, 6, 7, 8, 10,] мүэйэн эилмиш-дир ки, мае карбоһидрокенлэр мүсбэт катализатор адланан катализаторларын—металларын мүхтэлиф үзви вө гейри-үзви бирлэшмэлэринин иштиракилэ даһа эффектли оксидлэшир. Мае фазада оксидлэшмэ просесиндэ оксидлэшэн субстратла катализатор эйни агрегат һалы тэшкил этдикдэ (һомокен катализ) юхарыда көстөрдийимиз катализаторларла мүсбэт нэтичэлэр алыныр. В. К. Тсисковскийэ көрө [9], о заман мүсбэт нэтичэлэр алыныр ки, катализаторлар карбоһидрокенлэрлэ һагиги мһлуллар вермэйэрэк, тегриби эйни фаза тэшкил этсин (Квази һетерокен катализ).

Беләликлә, сүлб катализаторлар карбоһидрокенләрин мае фазада оксидләшдирилмәси процесләриндә кениш тәтбиг олунур. Сүлб катализаторларын тәтбиг эдилмәсинин мүсбәт тәрәфилә янашы ашагыдакы чәтинликләри вә чатышмамазлыглары да вардыр.

1. Сүлб катализаторлар оксидлэшэн карбогидрогенлэрлэ һәм ишә эйни фаза тәшкил әтмир, катализаторларын мүййән һиссәси асылы һалда галыр, мүййән һиссәси исә реакторун диварына яшышыр ки, бу да арзу әдилмәз һалдыр.

2. Просес дөврүндө катализатор даим реакция зонасында галараг мухтәлиф физики-кимйәи дәйишикликләре уграйыр вә просесин мүәй-йән макроскопик мәрһәләсиндән сонра оксидләшмә просесинә тормоз олан чөкүнтү шәкліндә чөкүр. Буна көрә һәр бир тәчрүбәдән сонра мултләг катализатор — чөкүнтү айырдыгдан сонра ени чәкили нүмунә көтүрүлмәси мәсләһәт көрүлүр.

Завод миясында тонларла катализаторун тэтбиг олунмасыны нэзэр алсаг, онда айдындыр ки, катализатор—чөкүнтүнүн артмасы илэ элгәдар олан технологи чэтинликлэрә раст кэлмәк олар.

3. Катализаторун оксидләшмә реакциясынын башлангыч дөврүндә өз асас функциясыны еринә етирмәсинә бахмаяраг сонралар онун реакция зонасында олмасы арзу эдилмәздир, чүнки әмәлә кәлән дәйишикликләр нәтичәсиндә о катализаторлуг вәзифәсини дейил, ингибитор ролуну ойнайыр, йә'ни оксидләшмәнин интенсив кетмәсинә манечилик төрәдир. Катализаторун оксидләшмә реакциясынын кедишиндә мүсбәт вә мәнфи рол ойнадығы дөврү тәйин этмәк мүмкүндүр. Одур ки, катализатору мәнфи рол ойнама дөврүнүн башлангычында реакция зонасындан чыхартмаг мүмкүн олсайды, бу, оксидләшмә просесинин интенсив кетмәсинә сәбәб оларды. Тәәссүф ки, просес заманы истәнилән вахт сүлб катализаторлары реакция зонасындан чыхармаг мүмкүн дейилдир. Мәһз буна көрә дә просесдә бөйүк чәтинлик яраныр вә истәһсалыг рентабеллийи азалыр.

Карбогидрогенлэрин мае фазада оксидлэшмэси просесиндэ сүлб арадан галдырмаг мэгсэдилэ заманы ортая чыхан чатышмамазлыгылары аид ишлэр апарылмышдыр. Мөмүн ишлэрдэ мае фазада оксидлэшмэ реаксияларында бир сыра газ катализаторларынын тэтбигинэ гигатын нэтичэлэри кестэрилмишдир. Парафинин HNO_3 вэ тэркибиндэ азот оксидлэри олан хава илэ оксидлэшмэсинэ аид мөвчуд эдэбийятда ишлэр вардыр, лакин бу ишлэрдэ NO_2 -ни катализатор кими дейил, оксидлэшмэйэ дахил олан хавая данми элава кими тэтбиг этмишдилэр. Хэмчинин эдэбийятда [13] мае фазада оксидлэшмэ реаксиясында HBr -ун инисиатор кими тэтбиг эдилмэси хаггында да тэдгигат вардыр. Бу мэгсэдлэ гайнама температурасы 199°C олан бензол бромид лэшдирилмишдир. 165°C олан 1, 3, 5 триметил бензол оксид-

Бу процесләрдә оксикенлә гидроген бромидин эквимолекуляр гарышыгы арды кәсилмәдән 9,5 саат бурахылмышдыр ки, бу мүддәг әрзиндә дә оксидләшмә реакциясы кетмишдир.

М. С. Малиновски, Н. И. Землянский və Л. К. Климовская тәрәфидән хлорун иштиракилә һаванын оксикени вәситәсилә керосинин оксидләшмәсинә аид ишләр апарылмышдыр [4]. Мүәллифләр тәрәфиндән мүәййән әдилмишлир ки, хлор һаванын оксикени илә керосинин 60° , 95° С-дә даһа яхшы оксидләшмәси үчүн шәраит ярадыр. Хлорун иштиракилә керосинин оксидләшмәсиндән алынан мәһсулларын чыхымы метал катализаторларын иштиракилә алынган мәһсулларын чыхымындан артыг олмушдыр. Бунунла бәрәбәр гейд этмәк лазымдыр ки, бу һалда да хлор бүтүн реакция бою верилмишдыр.

Мае фазада фәрди карбоһидрокенләрнн вә парафиннн (нефт хаммалы) газ катализаторларынын иштиракилә оксидләшмәси сәһәсиндә проф. Н. М. Эмануэл вә онун әмәкдашлары тәрәфиндән бөйүк, оригинал ишләр апарылмыш вә апарылмагдадыр [11, 12].

Газ катализатору кими, онлар tərəfindən NO_2 , O_3 , Cl_2 , HBr tətbiğ edilmişdir. Bu magsədlə maeləşdirilmish butanın bəhran temperaturasına yaxın temperaturada oksidləşdirilməsi H -dekанын, H -hekсадеканын və кепсен маркалы парафинин (АДР) мае фазада карбоһидрокенләрин оксидлəşмəси үчүн гəбул эдилмиш шəраитдə оксидлəşдирилмəsi апарылмышдыр.

[illegible]

Газ катализаторларынын тэтбигинин бөйүк эһемийәтә малик олду-
ғуну нәзәрә алараг карбоһидрокенләрин оксидләшмә просесини өйрән-
мәк мәгсәдилә биз чәтин оксидләшмә (һәтта гүввәтли металл кат-
лизаторларын иштиракилә), реал нефт мәһсулу парафинли дестилаты
хлор инисиатору илә оксидләшдирмәйи гаршыя әсас вәзифә гойму-
шуг. Бу ишә гәдәр мүәлһифләрдән биринин рәһбәрлийи алтында
парафинли дестилатын азот 4-оксидин иштиракилә оксидләшдирилмә-
синә даир ишләр апарылмышдыр. Оксидләшмә шәраити вә көтүрүлән
сынагларын анализинин нәтичәләри 1-чи чәдвәлдә верилмишдир:

1-чи чәдвәл

Тәҗрүбә №-си	Нүмунә чәкиси, г-ла	Оксидләшмә режими							Анализин нәтичәләри		Реаксия кедишиндә мүһәһидә	
		Оксид-ләшдирчи реактентин мигдары		Инисир-ләшмәдә оксидләшдирчи реактентин мигдары		Оксидләшдирчи реактент кә-рә NO ₂ -нин мигдары, %-лә	Инисирләшмә вахты, дөг. илә	Температура, С °-илә	Сынаг көтүрүлдүйү вахт дөг. илә	туршулуғ әдәли		сабуңлашма әдәли
		һава, л/саат	оксикен, л/саат	һава, л/саат	оксикен, л/саат							
1		900	—	20	—	0,35	30	150	30	00	00	NO ₂ -нин ит-киси 3%
		"		"		"	"	"	60	00	00	
		"		"		"	"	"	93	00	00	
		"		"		"	"	"	300	1,9	15,5	
2		900	—	20	—	1,00	30	150	360	2,6	—	NO ₂ -нин ит-киси 3%, гүв-вәтли гәт-ранлашма кетмишдир
		"		"		"	"	"	121	1,49	—	
		"		"		"	"	"	180	2,30	—	
		"		"		"	"	"	240	2,34	7,70	
		"		"		"	"	"	300	2,40	13,1	итки, гүв-вәтли гәт-ранлашма кетмишдир
		"		"		"	"	"	360	—	12,10	
3		900	—	20	—	1,00	120	150	420	1,4	11,90	
		"		"		"	"	"	125	0,0	12,60	
		"		"		"	"	"	125	0,0	18,70	гүв-вәтли гәт-ранлашма кетмишдир
		"		"		"	"	"	200	—	20,90	
		"		"		"	"	"	295	2,5	—	
		"		"		"	"	"	335	3,2	—	
4		900	—	—	200	11,00	60	150	70	2,50	—	гүв-вәтли гәт-ранлашма кетмишдир.
		"		"		"	"	"	125	3,90	18,90	
		"		"		"	"	"	240	3,11	20,70	
5		—	200	—	200	11,00	120	150	135	12,40	58,50	
		0	"	"		"	"	"	300	16,40	70,35	гүв-вәтли гәт-ранлашма кетмишдир. NO ₂ -нин ит-киси 85%, гүв-вәтли гәт-ранлаш-ма кетмиш-дир
6		90	—	200	—	0,1	30	150	360	17,50	71,20	
		"		"		"	"	"	120	2,9	15,70	
		"		"		"	"	"	180	3,07	21,7	
		"		"		"	"	"	300	2,96	23,2	590,5,5—38,5
		"		"		"	"	"	420	3,9	27,1	
		"		"		"	"	"	542	4,1	20,9	
7		900	—	200	—	0,1	бүтүн ре-аксия бою	150	240	—	28,12	
		"		"		"	"	"	300	3,08	31,7	
		"		"		"	"	"	360	3,66	33,8	
		"		"		"	"	"	430	4,64	33,6	
		"		"		"	"	"	482	4,99	31,6	
		"		"		"	"	"	547	5,12	33,5	

Чәдвәлдән айдын көрүнүр ки, NO₂ инисиатор олдуғу заман оксид-
ләшмә көстәрилән шәраитләрдә дәрин кетмир. Оксидләшдирчи маддә
интенсивләшир.

Азот 4-оксидин катализатор олараг парафинли дестилатын оксид-
ләшмәси. просесиндә тәтбиги мәсәләси давам этдирилмәкдәдир.

1. Парафинли дестилат, йүксәк молекулалы үзви туршуларын алынмасы үчүн хаммалдыр

Хлор инисиатору илә апарылан оксидләшмә просесинин башланғыч
хаммалы олан парафинли дестилат мазутлардан сүрткү яғлары истәһ-
сал әтдикдә әләвә олараг күлли мигдарда алыныр [1]. Парафинли
дестилат нефт мәһсулларынын специфик ийинә малик ачыг сары рәнк-
ли маедир. Заводда вакуум гурғусунда алынған парафинли дестилат
тәчрүби олараг оксидләшмир. Бу да онунла изаһ олунур ки, оксид-
ләшмә заманы парафинли дестилатын тәркибиндәки ароматик карбо-
һидрокенләри феноллара чеврилиз вә сонунчулар өз нөвбәсиндә поли-
мерләшәрәк оксидләшмә реакциясынын ингибитору олан гәтрәнлы
маддәләр әмәлә кәтирир. Бунунла әләгәдәр олараг, оксидләшмә реак-
сиясы арзу әдилән дәринлиһә чатмамыш даяныр.

Буна көрә парафинли дестилатын тәркибинә дахил олан ароматик
карбоһидрокенләри вә дикәр тормозлайычы бирләшмәләри айырмаг
мәгсәдилә дестилаты H₂SO₄ илә тәмизләмәк лазым кәлир. Тәмизләмә
100°С-ә яхын температурада 3 саат мүддәтиндә даим гарышдырмагла,
дестилата нисбәтән 20% көтүрүлмүш техники сульфат туршусу илә
апарылыр. Лазым олан сульфат туршусу 3 дәфә мүхтәлиф пайларда
әләвә әдилир. Айры-айры пайларда 2%, 9%, 9% көтүрүлүр.

Реаксия колбасына ерләшдирилмиш союг һалдакы парафинли дес-
тилата техники сульфат туршусу төкүлүр вә арды кәсилмәдән гарыш-
дырылмагла реакция гарышығы 100°С-ә гәдәр гыздырылыр, һәр бир
пайдан сонра әмәлә кәлән гудрон айрылыр вә сульфат туршусунун
ени пайы әләвә әдилир. Нәһайәт, бу гайда илә тәмизләнмиш пара-
финли дестилат әввәл 1%-ли гәләви мәһлулу, сонра исә шоллар сую
илә нейтрал реакция алынана гәдәр ююлур. Бу үсүл илә дестилаты
тәмизләдикдә 13%-ә яхын итки олур.

Тәмизләнмиш парафинли дестилатын нәтичәләри 2-чи чәдвәлдә
верилир.

Гыса фраксия тәмизләнмиш парафинли дестилатын кениш фраксия-
сындан алынмышдыр. Әввәлчә фраксиялашма 320°С-дә атмосфер
тәзийгиндә Вүрс колбасында мәһлулун парчаланмасынын башланма-
сына гәдәр, сонра исә 2 мм чивә сүтунун тәзийгиндә Клайзен колба-
сына гәдәр, сонра исә 2 мм чивә сүтунун тәзийгиндә Клайзен колба-
сында вакуум алтында апарылмышдыр. Алынмыш фактлардан айдын
көрүнүр ки, оксидләшмә үчүн һазыр башланғыч мәһсул олан 150—
550°С һүдудунда гайнаған тәмизләнмиш парафинли дестилат, әсас
этибарилә, парафин вә нафтен карбоһидрокенләринин гарышығындан
ибарәтдир. Молекул чәкисинә вә гайнама температурасына әсасән
мүәййән әдилмишдир ки, тәмизләнмиш парафинли дестилат тәрки-
биндә карбон атомларынын сайы 10-дан 40-а гәдәр олан карбоһидрокен-
ләрдән ибарәтдир. Беләликлә, әсас фраксия, йәһни парафинли дестила-
тын 70%-и 370—470°С арасында гайнаыр вә 322-йә гәдәр молекул
чәкисинә маликдир. Парафинли дестилатын тәркибинә парафин,
доймамыш, ароматик, нафтен карбоһидрокенләри дахилдир. Бу тәркиб-
дә 63,33% парафин, 31,29% нафтен, 5,4% ароматик вә доймамыш
карбоһидрокенләр вардыр.

[illegible]

Алынмыш физики-кимйэви константларын анализи кестэрир ки, бурада үзви кимяда олан эсас ганунийэт мөвчуддур. Йэ'ни айры-айры фраксияларын гайнама нөггэлэри артыгча онларын хүсуси-чэкилэри (d), шүасындырма эмсаллары (n) вэ молекул чэкилэри-ганунауйгун олараг артыр. Парафинли дестилатын хассэсинэ даир-апарылан тэдгигата екун вурараг белэ нэтичэйэ кэлмэк олар ки, о-йүксэк молекулалы үзви туршулар алмаг үчүн эн элвершли перс-пектив хаммалдыр.

2. Оксидлэшмэ просеси апарылан гурғунун тэсвири

Пирекс шүсәсіндән Һазырланмыш, узунлуғу 125 см, диаметри 4 см олан оксидләшдиричи реактор һаваны хырда ахынларла вермәк үчүн дешикли барбатйорла тәһнз әдилмишдир. Оксидләшдиричи реактор һүндүрлүйү 93 см, диаметри 4 см олан вә ичәриси мүхтәлиф өлчүлү насадка илә долдурулмуш шүшә бору илә шлиф васитәсилә бирләшдирилир. Реаксиядан хариц олан һәм су, һәм дә һава ахыны васитәсилә говулан оксидләшән вә оксидләшмәйән йүнкүл мәһсуллары тутуб реаксия зонасына гайтармағ үчүн реактор ян тутучу илә тәһнз әдилмишдир. Ян тутучу һәмчинин өз нөвбәсиндә реактору ичәрисиндә шүшә насадка олан бору илә бирләшдирир. Шүшә борудан реактора гайыдан мәһсул ян тутучуя топлашарағ ики тәбәгә әмәлә кәтирир. Ашағы тәбәгә су, юхары тәбәгә исә карбоһидрокен тәбәгәсидир. Карбоһидрокен тәбәгәси арды кәсилмәдән, гидравлик затвор васитәсилә реаксия зонасына гайыдыр.

Шүшә борунун нәһайәтинә резин пробка васитәсилә союдучу бир-
ләшдирилмишдир ки, бурада даим дөвр эдән су һава чәрәяны васи-
тәсилә мәнсулу союдур вә кери гайтармаға хидмәт әдир. Тәсвир
этдийимиз тәһһизат васитәсилә тутулмасы гейри-мүмкүн олан мән-
суллары тутмаг үчүн скрубберләрдән ибарәт тутучулар системи тәт-
биг әдилмишдир. Оксидләшән мәнсулун мигдарындан вә шүшә бору-
нун өлчүсүндән асылы олараг скрубберләрин мигдарыны вә өлчүләр-
ини дәйишмәк олар.

Адэтэн истифадэ эдилэн скрубберлэрин бэ'зилэри шүшэ гырын-тылары, бэ'зилэри исэ адсорбентлэ долдурулур. Адсорбент слараг Кимя Институтунун үсулу илэ назырланан активлэширилмиш кремнезем (АК) вэ катализатор фабрикиндан алынан дэнэвари алимосиликат тэтбиг олунур. Просес заманы сынаг көтүрмэк, хэмчинин оксидлэшиш мәнсулу бошалтмаг үчүн реакторун ашагы хиссэсиндэ кран вардыр. Реакторун көвдэсинэ 2 тубус япышдырылмышдыр. Белэ ки, юхары тубус дистилаты төкмэйэ, ашагы тубус исэ термометрэ хидмэт эдир. Реакторун юхары хиссэсиндэн диаметри 10 — 15 мм олан бору кечирилмишдир ки, бу да реометрлэрдэн кечэн хлор вэ хава гарышыгыны барбатйора чатдыр. Реактору гыздырмаг үчүн ашагы вэ юхары хиссэдэн ибарэт олан борушэкилли электрик собасындан истифадэ олунур. Соба элэ дүзэлдилмишдир ки, реактора тохунмур. Одур кй, истилик хава васитэсилэ этрафа бэрабэр сурэтдэ яйылыр.

Реаксийнын температурасы реле вэ контакти термостатта
йилэ сахланылыр ки, бу заман температура $\pm 2^\circ \text{C}$ фаргланир. Гургу-
нун схеми ашагыда верилир. Көстөрилэн гургу тэчрүбэйэ эсасэн
баланс тапмаға имкан верир. Мүэййэн чэкили парафинли

Оксидлэшмэ просесинин кедиши. Мүэййэн чэкили парафинли
дестилат реактора ерлэшдирилир вэ лазыми температура гэдэр гыз-
дырылыр. Температура элдэ эдилдикдэ мүэййэн эдилмиш мигдарда

Һава вә хлор Өзләринә мөхсүс реометрлариндән кечириләрәк бору вәситәсилә реакция зонасына верилір. Хлор вә һава гарышығынын реакция дахил әдилдийи вахт гейд әдилір вә гаршыда гоюлан мәсәләнин изаһындан асылы олараг вахтын мүййән пилләсиндән сонра хлорун верилмәси кәсилір. Реакция ялынз әввәлки мигдарда һаванын верилмәсилә давам әтдирилір вә мүййән вахт кечдикдән сонра сынаг кәтүрүләрәк анализ әдилір.

Гейд этмэк лазымдыр ки, реакция верилэн хлорун анчаг мүййән һиссәси парафинли дестилатда һәлл олагаг галыр, дикәр һиссәси исә истифадә олунмамыш һалда һава илә говулараг реакция зонасындан чыхардылыр. Мәсәлән: реакция верилэн һаванын үмуми мигдарына нисбәтән 4% һесабилә 35 дәгигә мүддәтиндә бурахылмыш 21 л вә яхуд 64,8 г хлордан 12,9 л-и вә яхуд 39,61 г-ы парафинли дестилатда һәлл олагаг галмышдыр, бу исә һава нисбәтән 2,5% вә оксидләшмәйә көтүрүлән парафинли дестилатын грам мигдарына нисбәтән 10,4% тәшкил эдир. Хлорун бурахылмыш мигдарындан асылы олагаг бу нисбәтләр айры-айры тәчрүбәләрдә дәйишилир. Реакция заманы алыннан нәтичәләри билмәк үчүн реакциянын мүхтәлиф дөврләриндә сынаглар көтүрүлүр вә анализ эдилир.

Айры-айры амиллэрин парафинли
дестилатын оксидлэшмэ просесинэ тэ'сири

а) хлор мигдарынын тэ'сири.

Хлорун бир катализатор кими парафинли дестилатын оксидлэш-мәси просесиндәки тәсирини мүййән этмәк үчүн парафинли дестилат хлорун иштиракилә вә иштиракы олмәдән оксидлэшмә просесинә уғрадылмышдыр. Хлорун иштиракы олмәдән апарылан оксидлэшмә просесинин шәраити вә алынан нәтичәләри 3-чү чәдвәлдә кәсгәрилир.

3-чү чэдвэл

Тэчрүбэний №-си	Нүмүнэ чэкиси, г-ла	Температура, С ° илэ	Һава л/саат -ла	Хлор. л/саат-ла	Реаксия мүддети, саат-ла	Инисирлэшмэ вахты	Сынаг №-си	Сынаг көтүрүлдүүү вахт, саат-дэг. илэ	Анализин нәтижәлэри		
									Туршулуг әдәди	Сабуулашма әдәди	Әфир әдәди
1	500	150	900	— катализа- торсуз	60	—	1	10—30 _д	3,89	22,47	18,58
							2	16—45 ₉	3,66	24,4	20,74
							3	19—45 ₉	3,96	28,47	24,5
							4	26—00	3,94	30,55	26,61
							5	38—00	3,86	33,40	29,54
							6	57—00	3,75	39,83	36,08
							7	60—00	03,31	38,52	35

Чэдвэлдэки фактлар эяни олагаг көстөрир ки, парафинли дестилат катализаторун иштиракы олмадан тэчрүби олагаг оксидлэшмир. Буну көстөрмэк лазымдыр ки, 60 саатлыг оксидлэшмэ нэтичэсиндэ алды-

Ғымыз мәнсулун туршулуг әдәди 3,331, сабунлашма әдәди 38,52 олмушдур ки, бу да итгисади нөгтейи-нәәрдән рентабелли һесаф олунмур. Одур ки, парафинли нәстеләтин оксидләшмә просесини мөтләг катализаторун иштиракилә апармаг лазымдыр. Белә ки, сабун-килә оксидләшмә реакциясынын сүр'әти тәхминән 20 дәфә артыр. Көстәрилән оксидләшмә шәраитиндә хлорун иштиракилә парафинли дестилатын оксидләшдирилмәси просесиндә 1 санийә мүддәтиндә әмәлә кәлән әфир типли маддәләрин мигдары катализаторсуз оксидләшдир-рун бир газ катализатору олараг оксидләшмә просесинә тә'сири 2—8% арасынвакы мәрһәләдә һәр 2%-дән бир йохланылмышдыр. Реак-сиянын шәраити вә алынған нәтичәләр 4-чү чәдвәлдә көстәрилир.

4-чү чадвал

Төгрүкүнүн №-си	Нүмүнөнүн чөкүсү, г-ла	Температура, С° илэ	Һава, л/саат-ла	Хлор л/саат-ла	Реакция мүддөтү, саат-дөг. илэ	Инирлөшмө вахты, дөг. илэ	Сынаг №-си	Сынаг көтүрүлдүү вахт, саат-дөг. илэ	Анализин нәтижелери		
									турмулуг эледи	сабуулашма эледи	эфир эледи
2	350	140	900	18	12—00	30	1	0—30	2,295	17,4	15,105
							2	1—35	2,087	19,1	17,013
							3	4—30	2,063	19,5	17,437
							4	8—00	3,295	21,08	17,785
							5	12—00	2,586	17,5	14,914
3	378	140	900	36	36—00	0—35	1	0—40	2,111	66,85	64,739
							2	4—40	2,837	73,15	70,313
							3	10—55	3,215	83,05	79,835
							4	19—00	3,362	85,34	81,978
							5	23—00	3,413	68,62	65,207
							6	36—00	4,407	70,58	66,173
4	426	140	900	54	36—30	30	1	0—30	1,480	66,58	65,100
							2	4—30	2,831	62,39	59,559
							3	8—30	2,504	64,01	61,506
							4	12—30	2,457	65,95	63,497
							5	16—30	3,222	65,715	64,497
							6	20—30	2,694	66,1	63,406
							7	24—30	2,742	65,81	63,068
							8	28—30	3,964	64,11	60,146
							9	32—30	3,923	69,9	65,977
							10	36—30	3,895	74,27	70,375
5	348	140	900	72	32—30	30	1	0—30	2,170	60,24	58,07
							2	4—30	3,872	68,94	65,068
							3	8—30	4,097	65,95	58,853
							4	12—30	3,593	64,25	60,657
							5	16—30	3,673	64,66	61,187
							6	20—30	3,757	68,76	65,03
							7	24—30	3,964	70,10	66,136
							8	28—30	3,397	71,62	68,223
							9	32—30	6,120	75,345	69,216

Бу йохлама реакция башлаяндан 1 саат sonra һәр саатдан бир апарылмышдыр. Бундан башга бир тәчрүбәдә хлор бүтүн оксидләшмә дөврүндә, йә'ни 68 саат 24 дәгигә мүддәтиндә реакция верилмиш-

дир. Оксидләшмә шәраити вә айры-айры тәчрүбәләрин нәтичәләри 5, 6, 7-чи чәдвәлләрдә көстәрилмишдир.

5-чи чәдвәл

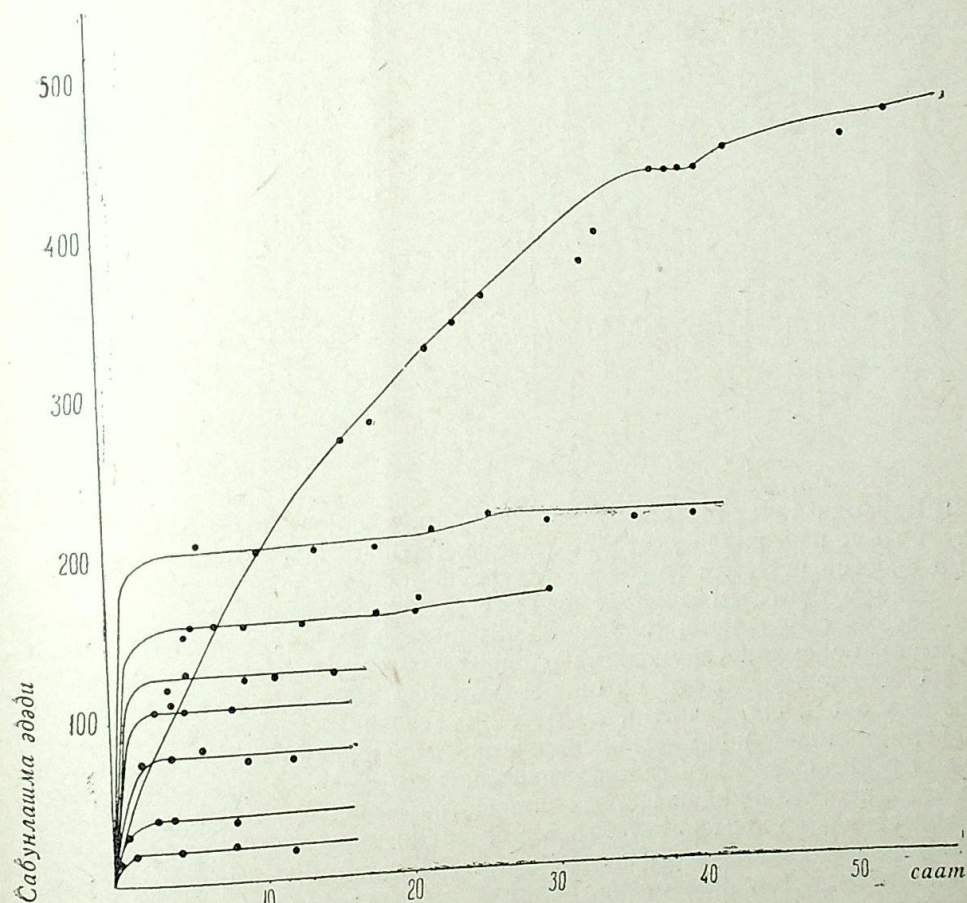
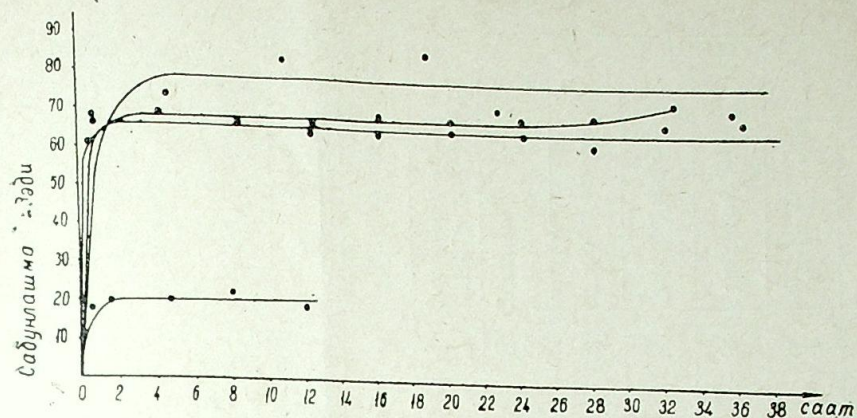
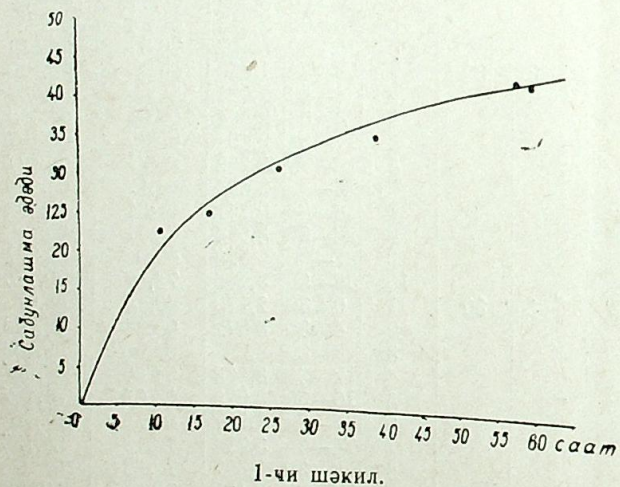
Тәчрүбәнин №-си	Нүмунәнин чәкиси, г-ла	Температура, С° илә	Һава, л/саат-ла	Хлор, л/саат-ла	Реаксия мүддәти, саат-ла	Инирирләшмә вахты, саат-ла	Сынаг №-си	Сынаг көтүрүлүйү вахт, саат-дәг. илә	Анализин нәтичәләри		
									туршулуг әдәди	сабунлашма әдәди	эфир әдәди
6	350	140	900	18	36—00	5—00	1	5—00	4,632	154	149,368
							2	5—30	5,177	160,45	155,273
							3	7—00	5,581	159,9	154,319
							4	9—00	5,765	159,1	153,335
							5	13—00	5,746	159,4	153,654
							6	18—00	6,371	162,4	156,029
							7	21—00	6,640	186,55	179,910
							8	30—00	7,739	176,9	169,161
7	350	140	900	18	36—00 арды кәсил-мәдән апарылмышдыр.	6—00	1	6—00	5,557	208,3	202,743
							2	10—00	4,093	202,7	198,607
							3	14—00	5,165	202,7	197,535
							4	18—00	7,092	212,4	205,308
							5	22—00	7,661	218,1	210,439
							6	26—00	7,776	224,8	217,024
							7	30—00	8,195	218,8	210,605
							8	36—00	8,905	218,5	209,695
							9	40—00	8,540	218,4	209,860

Гейд әтмәк лазымдыр ки, хлорун верилмә вахты артдыгча реаксиянын сүр'әти вә мүтәнасиб олараг алынган оксикен төрәмәләринин мигдары да артыр. Әкәр 2 саат мүддәтиндә верилмиш хлордан алынган мәнсулун сабунлашма әдәди 71-дирсә, 6 саат мүддәтиндә верилмиш хлордан алынган мәнсулун сабунлашма әдәди 208-дир. Даһа доғрусу 3 дәфәйә гәдәр артыгдыр.

б) тәмизләнмәнин тәсири.

Тәмизләнмә дестилата нисбәтән 20% көтүрүлмүш техник сулфат туршусу вә дестилата нисбәтән 40% көтүрүлмүш йүксәк

фаизли олеум илә апарылмышдыр, һәр ики мәнсулдан мүййән мигдар көтүрүлүб оксидләшмә просесинә шәраити вә көтүрүлән сынагларын анализинин нәтичәләри 8-чи чәдвәлдә верилмишдир.



6-чы чадвал

Тэчрүбөнүн №-си	Нүмүнөнүн чөкисі, г-ла	Температура, С° илэ	Һава, л/саат-ла	Хлор, л/саат-ла	Реаксия мүддөтү саат-дэг. илэ	Иницирлөшмө вахты, саат-дэг. илэ	Сынаг №-си	Сынаг көтүрүлдүү вахт, саат-дэг. илэ	Анализин нәтижелери		
									туршулуг эдәди	сабунлашма эдәди	эфир эдәди
8	350	140	900	18	12,00	0—30	1	0—35	2,195	17,4	15,105
							2	1—35	2,087	19,1	17,013
							3	4—30	2,063	19,5	17,437
							4	8—00	3,295	21,08	17,78
							5	12—00	2,586	17,5	14,914
9	500	150	900	18	8,00	1,00	1	1—00	3,07	31,7	30,63
							2	3—00	3,1	39,08	35,98
							3	4—00	3,1	39,08	36,98
							4	8—00	1,6	37,44	35,84
							5	12—00	3,783	75,42	71,63
10	350	140	900	18	12—10	2,00	1	3—10	5,503	77,95	72,44
							2	4—10	3,1	39,08	36,98
							3	8—00	1,6	37,44	35,84
							4	12—10	3,783	75,42	71,63
							5	15—00	5,503	77,95	72,44
11	350	140	900	18	12—10	2,00	1	3—10	4,864	82,55	77,68
							2	4—10	4,127	71,7	66,57
							3	8—00	3,185	71,03	67,84
							4	12—10	2,670	108,9	106,23
							5	15—00	5,675	110,4	104,79
12	350	140	900	18	8,00	3,00	1	3—00	4,716	98,43	93,72
							2	4—00	4,864	98,4	93,536
							3	5—00	1,447	120,4	118,95
							4	8—00	2,631	151,5	144,01
							5	11—00	2,628	142,2	139,2
13	282	140	900	18	15,00	4,00	1	9—00	2,852	128,54	125,54
							2	11—00	3,227	128,54	125,273
							3	15—00	3,089	128,2	125,16
							4				
							5				

Һәр ики тэчрүбөнүн шәраити эйнидир. Бунларын мүгайисәси көстәрир ки, парафинли дестилаты даһа дәрин тәмизләдикдә оксидләшмә просеси сүрәтли вә дәрин кедир.

Хлору мунтәзәм вердийимиз вахтда 22 саатдан сонра алынмыш мәһсулун сабунлашма эдәди 336,2-дир, бу да 4 №-ли тэчрүбәдән алыннан мәһсулун сабунлашма эдәдиндән 5 дәфәйә яхын артыгдыр.

Оксидләшмә заманы 68 саат мүддәтиндә алыннан мәһсулун сабунлашма эдәди 506-я чатыр, бу да ону көстәрир ки, көтүрүлмүш парафинли дестилатын һамысы оксидләшир. Беләликлә, бурадан белә нәтичә чыхыр ки, фәрди парафин вә нафтен карбоһидрокенләринин оксидләшмә просесләриндән фәргли олараг парафинли дестилатын оксидләшмәсиндән яхшы нәтичәләр алмаг үчүн хлору бүтүн реаксия бою һава илә бирликдә вермәк лазымдыр. Бунунла бәрәбәр гаршыда гоюлан мәсәләдән асылы олараг хлорун верилмә мигдары вә мүддәти мүйәйән әдилмәлидир, чүнки хлорун мигдарындан вә верилмә мүддәтиндән асылы олараг алыннан мәһсулларын характери башга-башга олур. Бу ону көстәрир ки, хлорун бир катализатор олараг оксидләшмә просесинин кинетика вә химизминә тәсири сүлб металлик катализаторлара нисбәтән фәрглидир.

7-чи чадвал

Тэчрүбөнүн №-си	Нүмүнөнүн чөкисі, г-ла	Температура, С° илэ	Һава, л/саат-ла	Реаксия мүддәти, саат-дэг. илэ	Иницирлөшмө вахты, саат-ла	Хлор, л/саат-ла	Сынаг №-си	Сынаг көтүрүлдүү вахт саат-дэг. илэ	Анализин нәтижелери		
									туршулуг эдәди	сабунлашма эдәди	эфир эдәди
14	500	140	900	68—24	68—24	18	1	0—30	1,2	16,8	15,6
							2	1—00	2,8	44,01	41,21
							3	2—00	3,04	68,4	65,36
							4	3—00	8,08	108,87	105,79
							5	6—00	3,5	175,5	1,54
							6	7—00	4,2	175,5	171,3
							7				
							8	9—00	4,3	194,4	190,1
							9	11—34	5,2	210,5	205,3
							10	16—00	6,2	274,5	268,3
							11	18—01	6,4	285,3	278,9
							12	22—41	7,1	336,2	329,1
							13	24—44	6,65	347,3	340,68
							14	26—44	8,132	361,3	353,67
							15	32—41	9,75	381,8	372,33
							16	34—06	9,8	404,7	394,9
							17	37—40	7,787	445,3	437,513
							18	39—30	6,898	444,9	438,0
							19	40—26	8,425	444,8	436,375
							20	41—33	7,129	444,5	437,37
							21	43—29	10,49	459,5	449,0
							22	50—50	8,036	464,65	456,614
							23	54—57	12,9	482,74	69,8
							24	61—22	15—75	487—94	72,15
							25	68—24	14,05	506,1	492,65

8-чы чадвал

Реаксияя көтүрүлән дестилатын характери	Нүмүнөнүн чөкисі, г-ла	Температура, С° илэ	Һава, л/саат-ла	Хлор, л/саат-ла	Реаксия мүддәти, саат-ла	Иницирлөшмө вахты, саат-ла	Сынаг №-си	Сынаг көтүрүлдүү вахт, саат-дэг. илэ	Анализин нәтижелери		
									туршулуг эдәди	сабунлашма эдәди	эфир эдәди
20 % техники H ₂ SO ₄ илә тәмизләнмишдир.	350	140	900	18	8	3	1	3	2,670	108,91	166,23
							2	4	5,675	110,4	104,79
							3	5	4,716	98,43	93,72
							4	8	4,864	98,4	93,536
							1	3	9,704	143,4	133,996
							2	5	9,610	145,1	136,490
	350	140	900	18	35	3	3	8	11,16	147,9	136,74
							4	12	12,15	137,1	124,95
							5	19	13,02	139,2	126,18
							6	25	12,44	136,1	123,66
							7	35	13,61	144,4	130,79
							1	3	3,345	150,1	146,755
40% олеум илә тәмизләнмиш дестилат.	350	140	900	18	29	3	2	4	9,472	163,8	154,328
							3	8	10,85	176,2	165,35
							4	11	10,899	184,7	173,71
							5	17		183,2	
							6	23		185,4	
							7	29		180,7	

Оксидләшдирилмиш парафинли дестилатын характери

Оксидләшдирилмиш парафинли дестилатын характерини өйрәнмәк мәгсәдилә парафинли дестилат 10 саатлыг оксидләшмә просесинә уҗрадылмышдыр. Реаксия 140°-дә 900 л/саат сүр'әтилә һава вә 36 л/саат сүр'әтилә хлор (верилән хлор һава нисбәтән 4 % тәшкил эдир) верилмәклә апарылмышдыр. Алынмыш оксидләшдирилмиш мәһсулун ашағыдакы константлары тә'йин эдилмишдир:

Туршулуг әдәди—6,816
Сабулашма әдәди—403,4
Эфир әдәди—396,584

Оксидләшдирилмиш мәһсулда оксидләшән һиссәни оксидләшмәйән һиссәдән айырмаг мәгсәдилә һәммин мәһсулдан 481 г көтүрүб сабулаша әдәди әсасында һесаплаяраг 20 % артыг гәләви көтүрмәк шәр-тилә сабулашма реакциясы апарылмышдыр. Реаксия су мүнһитиндә 100—120°С-дә 4 саат мүддәтиндә даим гарышдырылмагла апарылмышдыр. Исти мәһсул союлудан сонра сабулашмаян һиссәни айырмаг үчүн реакция гарышығы эйни һәчмли нефт эфири илә 3 дәфә экстракция эдилмишдир. Нефт эфири экстрактлары бирләшдириләрәк бир дәфә ади шоллар сую илә ююлудан сонра дестиләйә уҗрадылмышдыр. Нефт эфири тамамилә говулудан сонра ердә галан маддәнин мигдары (сабулашмаян һиссәнин) тә'йин эдилмишдир.

Сабулашмаян һиссәнин мигдары 150 г-а бәрәбәрдир. Сабулашмаян һиссәнин ашағыдакы константлары тә'йин эдилмишдир.

Туршулуг әдәди—0
Сабулашма әдәди—104,245
Эфир әдәди—104,245
Асетил әдәди—7,355

Оксидләшән һиссәнин мигдарыны мүйәйһәнләшдирмәк үчүн нефт эфири экстрактларындан азад олунмуш маддәнин үзәринә айры-айры пайларда мүйәйһән һәчмдә 10 %-ли HCl туршусу әлава эдилир вә чалхалаыр. Сонра туршудан тәмизләмәк үчүн бир нечә дәфә ади шоллар сую илә ююлур, гурудулур вә мигдары мүйәйһән эдилир. Бу гайда илә мүйәйһәнләшдирилмиш оксидләшән һиссәнин мигдары 295,53 г олмушдур ки, бу да реакция көтүрүлән маддәйә нисбәтән 65,5 %-и тәшкил эдир. Тәдгигат заманы 4,4 % иткийә йол верилмишдир.

Нәтичә

1. Парафинли дестилатын газ катализатору—хлор инисиаторунун иштиракилә оксидләшмә просесләринин принципләри илк дәфә олараг мүйәйһән эдилмишдир.

Хлор парафинли дестилатын оксидләшмә просесиндә бүтүн реакция дөврүндә верилдийи мүддәтдә оксидләшмә даһа дәрин кедир, һәтта просесин статик шәраитиндә апарылмасына бахмаяраг, көтүрүлмүш нүмунә чәкисинин һамысыны сүлб катализаторларын тәтбиги реакцияларындан фәргли олараг, оксикен тәрәмәләринә чевирмәк олур.

Буну гейд әтмәк кифайәтдир ки, 10 саат мүддәтиндә апарылмыш реакция шәраитиндә оксидләшмә үчүн көтүрүлән маддәнин 75 %-дән чох һиссәси оксикен тәрәмәләринә чеврилмишдир.

2. Дестилат катализаторун иштиракы олмадан тәчрүби олараг оксидләшир. Буну гейд әтмәк кифайәтдир ки, 60 саат әрзиндә апарылан просесдән алынған мәһсулун туршулуг әдәди 3,331, сабулашма әдәди 38,52-дир ки, буну да гәнаәтбәхш һесап әтмәк олмаз. Әксинә,

хлорун аз бир мигдарынын иштиракы шәраитиндә оксидләшмә просеси мүйәффәгийәтлә кедир.

3. Мүйәйһән эдилмишдир ки, тәтбиг әтдийимиз реакция шәраитиндә хлорун оптимал мигдары верилән һава нисбәтән 4 % олмалыдыр.

4. Карбоһидрокенләрин мае фазалы оксидләшмә просесиндә хлор сүлб катализаторлары нисбәтән зәиф олса да, о, эфир типли маддәләрин алынмасы үчүн селектив бир катализатор кими тәтбиг олуна биләр. Әкәр сүлб катализаторлардан Са вә Мп нафтенатларын иштиракилә оксидләшмә просесләринин мәһсулу әсас әтибарилә туршулардан ибарәтдирсә, хлорун иштиракилә кедән просесин мәһсулу анчаг эфир типли маддәләрдән ибарәтдир.

5. Көрүнүр ки, хлорун иштиракы заманы оксидләшмә просеси һомокен сүлб катализаторларын реакция шәраитиндәки кими зәнчирли характер дашыйыр, анчаг хлорун тә'сири нәтичәсиндә әмәлә кәлән илк мәһсулларын характери нисбәтән фәргли олдуғу үчүн реакциянын үмуми истигамәти дә дәйишир. Она көрәдир ки, алынмыш сон мәһсулларын характери тамамилә башгадыр.

Оксидләшмә просеси үчүн көтүрүлән индивидуал карбоһидрокенләрин вә нефт мәһсулларынын оксидләшмә дәрәчәси онларын тәбиәтиндән вә тәмизлийиндән чох асылыдыр.

Мәһсул тәмиз олдуғча оксидләшмә просеси даһа сүр'әтли вә дәрин кедир. Көрүнүр ки, чәтин оксидләшән нефт мәһсулларында газлар өзләрини ғыса бир мүддәтдә тә'сирәдичи инисиатор кими дейил, катализатор вә яхуд ардычыл инисиатор кими апарыр.

ӘДӘБИЙЯТ

1. Зейналов Б. К. Труды Института химии АН Азерб. ССР, т. XIII, 1954.
2. Зейналов Б. К. Мамедов Е. Г. „Изв. АН Азерб. ССР“, № 8, 1952.
3. Зейналов Б. К. и Мамедова Е. Г. „Изв. АН Азерб. ССР“, № 10, 1953.
4. Малиновский М. С., Землянский Н. И., Климовская Л. К. ЖПХ, 27, 1028, 1954.
5. Петров Г. С., Данилович А. И., Рабинович А. Ю. Развитие методов окисления нефтяных и минеральных масел и техническое использование полученных продуктов. Госхимиздат, 1933.
6. Тычинин Б., Иванов К. НХ, № 6, 1930.
7. Тютюнников Б. Н. „Нефтяное и сланцевое хозяйство“, № 3, 1944.
8. Цыковский В. К. Окисление петролатумом парафина. Госпотехиздат, 1948.
9. Цыковский В. К. Получение искусственных кислот окислением керосиновых фракций. Госпотехиздат, 1954.
10. Черножук Н. И., Крейн С. Э. Окисляемость минеральных масел. Госпотехиздат, 1947.
11. Эмануэль Н. М. „АН СССР“, т. 110, № 2, 245, 1956.
12. Эмануэль Н. М. ЖФХ, 30, 4, 847, 1956.
13. Barnett B. E. R. Bell. et al. ind. Eng. Chem., 41, 2612, 1949.

Б. К. Зейналов, А. А. Ахундов

Окисление парафинистого дистиллата в присутствии хлора

РЕЗЮМЕ

Анализ работ, посвященных окислению углеводородов в жидкой фазе, показывает, что они в отсутствие катализатора практически не окисляются. Хотя твердые и отдельные жидкие углеводороды жирного ряда (парафины), которые успешно окисляются без катализатора в условиях, принятых для жидкофазного окисления углеводородов, составляют некоторое исключение, тем не менее для рентабельности производства в практике окисления парафинов в заводском масштабе все же применяют катализаторы.

Опыт показывает, что трудноокисляемые нефтепродукты (естественные смеси углеводородов различных классов) в жидкой фазе окисляются успешно лишь в присутствии катализаторов, а именно, различных органических и неорганических соединений металлов. Наряду с этим следует отметить, что применение этих соединений в качестве катализаторов при жидкофазном окислении углеводородов сопровождается определенными затруднениями: во-первых, органические и неорганические соли металлов не всегда составляют одну фазу с окисляемым субстратом, вследствие чего они остаются во взвешенном состоянии, прилипают к стенкам реактора, что нежелательно; во-вторых, катализатор, находясь в реакционной зоне, хотя в начальном периоде и катализирует реакцию окисления, в дальнейшем становится тормозом и в конечном счете выпадает в виде осадка. Удаление осадка после каждого цикла представляет некоторое технологическое затруднение. Кроме того, невозможность удаления катализатора указанного типа в нужный момент из реакционной зоны мешает управлению процессом. Для устранения недостатков, связанных с применением твердых катализаторов, за последнее время в процессах жидкофазного окисления углеводородов применяют в качестве инициаторов газы, а именно: бромистый водород, двуокись азота, хлор, озон и т. д.

Сущность газового иницирования, впервые открытая Н. М. Эмануэлем, заключается в том, что к воздуху или кислороду, поступающему в окисляемый субстрат, примешивают определенное количество газа-инициатора, подача которого через определенный промежуток времени прекращается. В дальнейшем процесс окисления продолжается лишь воздухом или кислородом.

В целях установления принципа окисления тяжелоокисляемых нефтепродуктов, иницированного газами, нами предпринята работа по окислению парафинистого дистиллата в присутствии хлора.

Влияние отдельных факторов: времени иницирования, количество хлора, степени очистки исходного сырья и других на процесс окисления парафинистого дистиллата, проводимого применительно к заводским условиям жидкофазного окисления нефтяных углеводородов, в виде цифровых и графических данных, приводится в соответствующих таблицах и на кривых.

В результате проделанной работы установлено следующее:

1. Парафинистый дистиллат в отсутствие хлора практически не окисляется. Достаточно указать на то, что после 60-часового окисления полученный окисленный продукт имеет кислотное число 3,33 и число омыления 33, 52. Напротив, в присутствии вышеуказанных газов реакция окисления идет гораздо лучше.

2. Действие хлора в процессах окисления тяжелоокисляемых нефтепродуктов, в частности, парафинистого дистиллата, отличается от других случаев. Указанный газ в реакциях окисления парафинистого дистиллата ведет себя не как инициатор, как это имеет место при окислении парафина или индивидуальных углеводородов, а как катализатор или непрерывный инициатор. Поэтому для успешного протекания процесса окисления требуется непрерывная подача газа совместно с кислородом или воздухом.

3. При применении оптимального количества газового катализатора, что, например, для хлора составляет 4 % отношению к пропускаемому воздуху, происходит более глубокое окисление, чем в тех же условиях при применении в качестве катализатора органических солей металлов переменной валентности.

В течение 10-часового окисления в присутствии хлора получается окисленный продукт, содержащий 70 % окисоединений.

4. По-видимому, в присутствии газовых катализаторов, как и при применении в качестве катализаторов органических солей металлов переменной валентности, реакция окисления углеводородов носит цепной характер. Однако, судя по природе полученных промежуточных и конечных продуктов, получаемых в присутствии газов, нетрудно обнаружить наличие некоторых отличий в кинетике и химизме протекания реакций окисления, присущих лишь газовым катализаторам.

При газовых катализаторах, главным образом, получают окисоединения эфирного характера.

5. В процессах окисления имеет огромное значение природа и чистота исходных углеводородов. Глубоко очищенный парафинистый дистиллат в присутствии газовых катализаторов окисляется лучше, чем менее глубоко очищенный.

Факты показывают, что в зависимости от природы и глубины очистки тяжелоокисляемого реального нефтяного сырья в реакциях их жидкофазного окисления газы могут выполнять функции катализатора, инициатора, непрерывного инициатора или в какой-то степени их сочетания.

МҮНДЭРИЧАТ

И. И. Ибрагимов. Тригонометрик полиномлар синфиндэ экстремал мәсәлэләр	3
З. А. Әлиярова, Һ. Б. Абдуллаев. Те вә Sb-ун Se дахилинә диффузия әмсалынын тәйини вә бром ашгарларынын диффузия һадисәсинә тәсири	19
К. П. Мәммәдов. Силисум кристалында атомларын электрон сыхлығы пайланмасынын анизотроплугу	27
Ю. Ә. Әмәнзадә. Эн кәсийи квадрат олан даирәви чубугла долдуруларак мөһкәмләндирилмиш призматик брусун бурулмасы	35
М. Әлиев, Б. Мирзәев. Йүксәкволтлу селен дүзләндиричиләри алмағын бир үсулу һаггында	55
С. Г. Гурбанов. Өзлү вә өзлү-пластик маеләрин гәрарлашмамыш даи- рәви һәрәкәтинә аид мәсәләләрин тәгриби һәлли	65
А. М. Плюшш. Тәчрүбә үчүн гумдан һазырланмыш нүмунәнин кечиричи- лийи вә мәсамәлийи һаггында	71
А. М. Гулиев. Коллекторлардакы галыг суларынын мигдарына температу- ранын тәсиригә даир	75
Н. К. Топчубашов, Ч. М. Мурадов, Б. Һ. Һүсейнов. Һидроэнерге- тика вә ирригасия үчүн ғышәкилли дурулдучу чән	83
Ч. М. Чуварлы, М. М. Чәфәрова. Изоләэдицинин зәнчирәсиндә кәркин- лийин пайланмасы мәсәләсинә даир	89
И. Ә. Ибрагимов. Ардычыл гошулмуш конденсаторлары олан хәтләрдән бәсләнән асинхрон мұһәррикләрин өзүнә тәсирләнмәси һаггында	97
Б. Г. Зейналов, А. А. Ахундов. Парафинли дестилатын хлор ишти- ракилә оксидләшдирилмәси	109

СОДЕРЖАНИЕ

И. И. Ибрагимов. Экстремальные задачи в классе тригонометрических полиномов	3
З. А. Алиева, Г. Б. Абдуллаев. Определение коэффициентов диф- фузии Те и Sb в Se и влияние примесей брома на процесс диффузии	19
К. П. Мамедов. Анизотропия распределения электронной плотности ато- мов в кристалле кремния	27
Ю. А. Амензаде. Кручение призматического бруса с квадратным сече- нием, армированного круговым стержнем	35
М. Алиев, Б. Мирзоев. Об одном методе получения высоковольтных селеновых выпрямителей	55
С. Г. Гурбанов. Приближенные решения задач о круговом нестацио- нарном движении вязкой и вязко-пластичных жидкостей	65
А. М. Плюшш. О пористости и проницаемости песка при изготовлении из него образцов для экспериментирования	71
А. М. Кулиев. О влиянии температуры на величину статической водо- насыщенности коллекторов	75
Н. К. Топчибашев, Д. М. Мурадов, Б. Гусейнов. Воронкообраз- ный отстойник для гидроэнергетики и ирригации	83
Ч. М. Джуварлы, М. М. Джафарова. К вопросу о распределении напряжения по гирлянде изоляторов	89
И. Ә. Ибрагимов. К вопросу самовозбуждения асинхронных двигате- лей при работе их через последовательные конденсаторы	97
Б. К. Зейналов, А. А. Ахундов. Окисление парафинистого дистил- лата в присутствии хлора	109

Азәрбайчан ССР Элмләр Академиясы Хәбәрләрийин (физика-техника
вә кимя элмләри сериясы) 1-чи нөмрәсиндә нәзәрә чарпан сәһвләр

Сәһифә	Сәтр	Кетмишдир	Охунмалыдыр
84	юх. 17	18JCl	18JCl
85	аш. 25	бузамини	бу үч амин
86	юх. 9	$\text{Ni}(\text{OH})_2$	$\text{Ni}(\text{NO}_3)_2$
87	юх. 9	олмалыдыр	олмамалыдыр
92	аш. 23	йодометрия	йодатометрия

4-чү чәдвәлдә (сәһ. 89) көстәрияән анионлар мәнфи йүклү охунмалыдыр.