

АЗƏРБАЙҶАН ССР ЕЛМЛƏР АКАДЕМИЈАСЫНЫН

ХƏБƏРЛƏРИ

ИЗВЕСТИЯ

АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ФИЗИКА-ТЕХНИКА ВƏ РИЈАЗИЈЈАТ ЕЛМЛƏРИ СЕРИЈАСЫ

Кибернетика



СЕРИЯ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ И МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

Кибернетика

3

1 9 7 1

„ЕЛМ“ НƏШРИЈЈАТЫ – ИЗДАТЕЛЬСТВО „ЭЛМ“
БАКЫ – БАКУ

УДК 621.37

Ч. М. ДЖУВАРЛЫ, Э. М. ДЖАФАРОВ

УТОЧНЕННЫЙ РАСЧЕТ ВНУТРЕННЕГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРОВОДОВ ЛЭП ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ВОЛНОВЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ

При расчете волновых процессов, протекающих в современных линиях электропередачи сверхвысокого напряжения, возникает необходимость в определении электрических параметров линии в широком диапазоне частот. До последнего времени основное внимание уделялось оценке потерь в земле, так как именно они определяют величину затухания электромагнитных волн, распространяющихся вдоль ЛЭП. При разработке уточненных методов расчета подобных процессов в мощных линиях электропередач необходимо более точно учитывать также потери в проводах, т. е. рассчитывать сопротивление сталеалюминиевых проводов с учетом поверхностного эффекта и расщепленности фаз.

Настоящая статья посвящена определению границы применимости обычно используемого метода расчета сопротивления сплошных однородных цилиндрических проводов, дана оценка погрешности и описан численный метод, позволяющий практически точно рассчитывать сопротивление проводов в широком диапазоне частот.

Внутреннее сопротивление провода может быть определено из известного выражения:

$$Z_{\text{вн}} = R_{\text{вн}} + j\omega L_{\text{вн}} = j \frac{\omega \rho_k}{2\pi k r_k} \frac{I_0(kr_k)}{I_1(kr_k)} : \quad (1)$$

Здесь

$$k = \omega \sqrt{\frac{\rho_k}{\omega} \left(\omega \varepsilon_k - j \frac{1}{\rho_k} \right)}$$

— постоянная распространения в металле провода,

ρ_k — удельное сопротивление материала провода,

μ_k, ε_k — абсолютные магнитная и диэлектрическая проницаемости материала провода.

Для немагнитного материала

$$\mu_k = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ гн/м.}$$

Так как в металлах ток проводимости значительно больше тока смещения, т. е.

$$\frac{1}{\rho_k} \gg \omega \varepsilon_k,$$

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ: А. И. Гусейнов (редактор), Ю. А. Сеидов (зам. редактора), Г. Б. Абдуллаев, М. И. Алнев, Б. А. Азимов, Д. Э. Аллахвердиев, Ю. А. Амензаде, К. Т. Ахмедов, Н. А. Гулнев, М. А. Джавадов, Ч. М. Джуварлы, И. И. Ибрагимов, Л. М. Иманов, Ф. Г. Магсудов, Ю. А. Махмудов, А. Х. Мирзаджанзаде, Э. И. Манафлы (ответств. секретарь), Г. Ф. Султанов, З. И. Халилов, Т. А. Эминзаде, А. А. Эфендизаде.

Адрес: г. Баку, Коммунистическая, 10. Редакция „Известий Академии наук Азербайджанской ССР (серия физико-технических и математических наук)“.

Сдано в набор 22/VI 1971 г. Подписано к печати 14/X 1971 г. Формат бумаги 70×108^{1/16}. Бум. лист. 4,88. Печ. лист. 13,36. Уч.-изд. лист. 12,5. ФГ 12433. Заказ 446. Тираж 820. Цена 80 коп.

Типография „Красный Восток“ Государственного комитета Совета Министров Азербайджанской ССР по печати. Баку, Ази Асланова, 80.

п 72 368
Центральная научная
БИБЛИОТЕКА
Академии наук Киргизской ССР

то практически точно можно считать

$$\kappa = j \sqrt{j \frac{\omega \mu_k}{\rho_k}}, \quad (2)$$

Тогда

$$R_{\text{вн}} + j \omega L_{\text{вн}} = \frac{\omega \mu_k}{2 \pi r_k \sqrt{j \frac{\omega \mu_k}{\rho_k}}} \frac{I_0 \left(j \sqrt{j \frac{\omega \mu_k}{\rho_k}} \cdot r_k \right)}{j_1 \left(j \sqrt{j \frac{\omega \mu_k}{\rho_k}} \cdot r_k \right)} \quad (3)$$

Формула (3) была получена исходя из следующих допущений в постановке задачи:

1) Провода линий электропередачи считаются монолитными, цилиндрическими, изготовленными из однородного материала, т. е. не учитываются многопроволочная структура проводов, спиральность их повива и наличие стальной усиливающей сердцевинки.

2) Пренебрегается эффектом близости, т. е. принимается, что диаметр провода много больше расстояния между соседними проводами. Это позволяет считать электрическое поле в проводе осесимметричным.

В многопроволочных сталеалюминиевых проводах с повивами, применяемых в современных ЛЭП сверхвысокого напряжения, распределение тока и магнитного потока в теле провода имеет более сложный характер в отличие от сплошных цилиндрических проводов. Вследствие того, что в многопроволочных проводах с повивами токи протекают по винтовым линиям, возникают продольная составляющая напряженности магнитного поля и поперечные круговые составляющие электрического поля, что приводит к увеличению их внутреннего сопротивления. Применение имеющихся методов расчета сопротивлений многопроволочных проводов, особенно с окисленной поверхностью, дает весьма приближенные результаты, которые иногда сильно отличаются от опытных данных. Из-за отсутствия точного метода расчета параметров таких проводов приходится обращаться главным образом к экспериментальному исследованию их сопротивлений.

Приближенно сопротивление многопроволочных проводов с повивами может быть учтено введением в известное выражение для точного определения активного сопротивления монолитного цилиндрического провода поправочного коэффициента κ_c , учитывающего увеличение сопротивления вследствие многопроволочной витой конструкции. Коэффициент скрутки κ_c обычно лежит в пределах $1,2 \div 2,0$ и может быть получен из опытных данных [1]. Как показывают эксперименты, величина его зависит не только от частоты, но и от марки провода, что может быть объяснено конструктивными особенностями каждого из проводов число и шаг повивов, соотношение сечений стали и алюминия, общий диаметр провода и т. д.).

Пренебрежение эффектом близости не приводит к заметной погрешности при расчете сопротивления проводов линий электропередач, так как для ЛЭП высокого напряжения отношение расстояния между проводами к их диаметру значительно больше 20.

В ходе решения задачи приходится также прибегать к некоторым упрощениям, связанным с расчетом функций Бесселя. При слабо выраженном поверхностном эффекте, иначе говоря при малом аргументе

$$x = r_k \sqrt{j \frac{\omega \mu_k}{\rho_k}},$$

функции Бесселя могут быть представлены в виде степенных рядов. Учитывая члены до восьмой степени включительно, после разделения действительной и мнимой частей получим выражения, справедливые

при малом значении аргумента [2]:

$$R_{\text{вн}} = R_{\text{н}} \left[1 + \frac{1}{3} \left(\frac{L_{\text{н}} \omega}{R_{\text{н}}} \right)^2 + \frac{1}{45} \left(\frac{L_{\text{н}} \omega}{R_{\text{н}}} \right)^4 \right] \cdot 10^{-3} \frac{\text{ОМ}}{\text{КМ}}, \quad (4)$$

$$L_{\text{вн}} = L_{\text{н}} \left(1 - \frac{1}{6} \left(\frac{L_{\text{н}} \omega}{R_{\text{н}}} \right)^2 \right) \cdot 10^{-3} \frac{\text{ГН}}{\text{КМ}}. \quad (5)$$

Здесь

$R_{\text{н}} = \frac{\rho_k}{\pi r_k^2}$ — внутреннее сопротивление провода при отсутствии поверхностного эффекта.

$L_{\text{н}} = \frac{\mu_k}{8 \pi}$ — внутренняя индуктивность провода при отсутствии поверхностного эффекта.

При определении сопротивлений проводов на высоких частотах, т. е. при большом значении аргумента, функции Бесселя целесообразно разложить в асимптотические ряды. Для аргумента, стремящегося к бесконечности, активное сопротивление провода и его индуктивность можно представить формулой [2]:

$$R_{\text{вн}} = R_{\text{н}} \frac{r_k}{2} \sqrt{\frac{\omega \mu_k}{2 \rho_k}} \cdot 10^{-3} \frac{\text{ОМ}}{\text{КМ}}, \quad (6)$$

$$L_{\text{вн}} = L_{\text{н}} \left(\frac{r_k}{2} \sqrt{\frac{\omega \mu_k}{2 \rho_k}} \right)^{-1} \cdot 10^{-3} \frac{\text{ГН}}{\text{КМ}}. \quad (7)$$

Приведенные выражения (4) ÷ (7) хорошо известны и широко применяются в практических расчетах. Однако, представляя функции Бесселя в этих выражениях в виде рядов, приходится ограничиваться четвертым или пятым членом разложения, так как учет большего числа членов ряда приводит к громоздким математическим выражениям. Если учесть, что функции Бесселя представляются знакопеременными рядами, то с ростом аргумента погрешность расчета по формулам (4), (5) сильно возрастает. По этим же причинам приходится учитывать небольшое число членов разложения в асимптотические ряды. При этом погрешность расчета по формулам (6), (7) с ростом аргумента уменьшается.

Использование ЦВМ позволяет значительно уточнять расчет функций Бесселя, сводя тем самым к минимуму погрешность, возникающую при решении задачи о сопротивлении провода переменному току. Функции Бесселя от комплексного аргумента могут быть выражены через функции Томсона первого рода следующим образом:

$$I_{\text{н}} (j \sqrt{j} x) = \text{ber}_{\text{н}} x + j \text{bei}_{\text{н}} x. \quad (8)$$

Кроме того, существуют рекуррентные соотношения:

$$\text{ber}_1 x = \frac{1}{\sqrt{2}} (\text{ber}' x - \text{bei}' x), \quad (9)$$

$$\text{bei}_1 x = \frac{1}{\sqrt{2}} (\text{ber}' x + \text{bei}' x). \quad (10)$$

Используя соотношения (8) ÷ (10), можно выразить функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядка от комплексных аргументов через функции Томсона от действительного аргумента и их первые производные:

$$I_0 (x j \sqrt{j}) = \text{ber} x + j \text{bei} x, \quad (11)$$

$$I_1 (x j \sqrt{j}) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\text{bei}' x - \text{ber}' x + j (\text{ber}' x + \text{bei}' x)] \quad (12)$$

Введем обозначения

$$\begin{aligned} &\text{bei } x = a_1, \\ &-\text{ bei } x = a_2 \end{aligned}$$

и после разделения действительной и мнимой части (3), учитывая, что для немагнитных материалов $\mu_k = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ гн/м}$, получим:

$$R_{\text{вн}} = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{x} \frac{a_2' a_1 - a_2 a_1'}{(a_1')^2 + (a_2')^2} \frac{\text{ОМ}}{\text{км}}, \quad (13)$$

$$L_{\text{вн}} = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{x} \frac{a_1 a_1' + a_2 a_2'}{(a_1')^2 + (a_2')^2} \frac{\text{гн}}{\text{км}}, \quad (14)$$

где

$$x = r_k \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{\rho_k}}.$$

Функции Томсона первого ряда и их производные табулированы в широком диапазоне изменения аргумента [3].

Для расчета на ЭЦВМ функций Томсона может быть использован метод [4], дающий высокую степень точности. При значениях аргумента $0 < x < 10$ величины a_1 , a_2 , a_1' , a_2' определяются по формулам:

$$a_1 = C_{10} + C_{11} \left(\frac{x}{10}\right)^4 + C_{12} \left(\frac{x}{10}\right)^8 + \dots + C_{18} \left(\frac{x}{10}\right)^{32}, \quad (15)$$

$$a_2 = \left(\frac{x}{10}\right)^2 C_{20} + C_{21} \left(\frac{x}{10}\right)^4 + C_{22} \left(\frac{x}{10}\right)^8 + \dots + C_{28} \left(\frac{x}{10}\right)^{32}, \quad (16)$$

$$a_3 = \left(\frac{x}{10}\right)^3 \left[d_{10} + d_{11} \left(\frac{x}{10}\right)^4 + d_{12} \left(\frac{x}{10}\right)^8 + \dots + d_{18} \left(\frac{x}{10}\right)^{32} \right], \quad (17)$$

$$a_4 = \frac{x}{10} \left[d_{20} + d_{21} \left(\frac{x}{10}\right)^4 + d_{22} \left(\frac{x}{10}\right)^8 + \dots + d_{28} \left(\frac{x}{10}\right)^{32} \right]; \quad (18)$$

при значениях аргумента $x \geq 10$

$$a_1 = (2\pi x)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) \left[S(x) \cos\left(\frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8}\right) - T(x) \sin\left(\frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8}\right) \right], \quad (19)$$

$$a_2 = (2\pi x)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) \left[T(x) \cos\left(\frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8}\right) + S(x) \sin\left(\frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8}\right) \right], \quad (20)$$

$$a_3 = (2\pi x)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) \left[U(x) \cos\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8}\right) - V(x) \sin\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8}\right) \right], \quad (21)$$

$$a_4 = (2\pi x)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) \left[V(x) \cos\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8}\right) + U(x) \sin\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8}\right) \right], \quad (22)$$

где

$$S(x) = e_{10} + e_{11} \left(\frac{10}{x}\right) + e_{12} \left(\frac{10}{x}\right)^2 + \dots + e_{18} \left(\frac{10}{x}\right)^8, \quad (23)$$

$$T(x) = e_{20} + e_{21} \left(\frac{10}{x}\right) + e_{22} \left(\frac{10}{x}\right)^2 + \dots + e_{28} \left(\frac{10}{x}\right)^8, \quad (24)$$

$$U(x) = e_{30} + e_{31} \left(\frac{10}{x}\right) + e_{32} \left(\frac{10}{x}\right)^2 + \dots + e_{38} \left(\frac{10}{x}\right)^8, \quad (25)$$

$$V(x) = e_{40} + e_{41} \left(\frac{10}{x}\right) + e_{42} \left(\frac{10}{x}\right)^2 + \dots + e_{48} \left(\frac{10}{x}\right)^8. \quad (26)$$

Значения коэффициентов c , d , e приведены в [4]. Контрольный расчет функций Томсона по изложенному методу показал совпадение вплоть до шестизначной цифры с результатами, приведенными в [3].

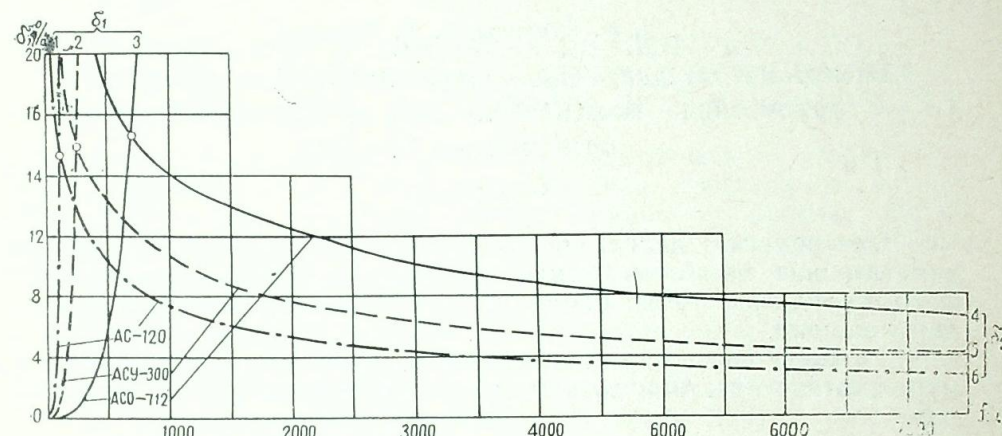


Рис.

Для оценки погрешности, обусловленной представлением функций Бесселя рядами, были произведены расчеты сопротивления и индуктивности основных марок сталеалюминиевых проводов линий электропередач по формулам (4), (7), (13), (14). На рисунке показаны кривые погрешности расчета активного сопротивления проводов марки АС-120, АСУ-300 и АСО-712 по формулам (4) и (6) относительно расчета по формуле (13):

$$\delta_1 = \left| \frac{R_{13} - R_4}{R_{13}} \right|, \quad \delta_2 = \left| \frac{R_{13} - R_6}{R_{13}} \right|,$$

где R_4 , R_6 , R_{13} — внутренние сопротивления проводов, рассчитанные соответственно по формулам (4), (6) и (13).

Анализ полученных результатов показывает, что погрешность, превышающая 10 %, лежит в области низких частот — от 100 до 3000 Гц, причем для проводов большого диаметра марки АСО-712 такая погрешность появляется при частотах от 600 до 3000 Гц, а для проводов АС-120 малого диаметра — в области 150 ÷ 600 Гц. Погрешность более 5 % занимает значительно большую область — от 100 до 2000 Гц для проводов малого диаметра и от 400 до 13 000 Гц для проводов большого диаметра. Тот факт, что погрешность расчетов для проводов большого сечения довольно существенно в более широком диапазоне частот, чем для проводов малого сечения, объясняется тем, что скин-эффект резко зависит от диаметра проводника.

Рассмотренный метод обеспечивает практически точное определение внутреннего сопротивления проводов линий электропередачи с учетом поверхностного эффекта и может быть с успехом применен при расчетах на ЭЦВМ как коммутационных, так и грозовых процессов в современных электрических сетях сверхвысокого напряжения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов И. Ф., Каган В. Г., Малаян К. Р. „Электричество“, 1958, № 1.
2. Костенко М. В. Атмосферные перенапряжения и грозоопасность высоковольтных установок. ГЭИ, 1949.
3. Носова Л. Н. Таблицы функций Томсона и их первых производных. Изд-во АН СССР, 1960.
4. Burgoyne F. D. Approximations to kelvin Function. „Mathematics of Computation“, vol 17. 80, 1963.

Институт физики АН Азерб. ССР

Поступило 15. VII 1970

Ч. М. Чуварлы, Е. М. Чэфаров

Электромагнит далга просесләринин тәдгигиндә електрик
өтүрүлмәсиндә мәфтилләрин дахили мүгавимәтләринин
дәгигләшмиш һесабы

ХҮЛАСӘ

Электромагнит далга просесләринин тәдгигиндә електрик мүгавимәтләринин һесабыланмасында истифадә олуна ади методун истифадә һүдудлары тәјин едилмиш вә бу методун хәтәсы гијмәтләндирилмишдир.

Мәгаләдә тезлијин кениш диапазонда дәјишмәсиндә мәфтилләрин мүгавимәтини практики дүзкүн тапмаг үчүн рәгәм методу верилмишдир.

АЗӘРБАЈҶАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-техника вә ријазийат елмләри серијасы, 1971, № 3

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-технических и математических наук, 1971, № 3

М. А. БАГИРОВ, В. П. МАЛИН, Ю. Н. ГАЗАРЯН

О РАЗРУШЕНИИ ПОЛИМЕРНЫХ ДИЭЛЕКТРИКОВ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РАЗРЯДОВ В РЕЗУЛЬТАТЕ ТЕРМООКИСЛИТЕЛЬНОЙ ДЕСТРУКЦИИ ИХ МАКРОМОЛЕКУЛ

Полимеры, применяемые в качестве электрической изоляции, с течением времени эксплуатации изменяют свои свойства, что в конечном итоге может привести к преждевременному пробою. Установлено, что основной причиной выхода изоляции из строя в таком случае являются электрические разряды, возникающие в ее воздушных порах и включениях. При этом имеет место так называемое ионизационное старение изоляции. В этой связи значительный интерес представляет исследование изменений свойств полимерных материалов под действием электрических разрядов в газовой полости, граничащей с исследуемым полимером, что соответствует моделированию ионизационного старения полимера в лабораторных условиях.

В работах [1—5] показано, что под действием разрядов происходит разрушение поверхности (эрозия) полимера, приводящее к уменьшению толщины и веса исследуемого образца. Экспериментально установлено [5], что значительная эрозия пленок полистирола (ПС), полиэтилена (ПЭ), полиэтилентерефталата (ПЭТФ) наблюдается только в зоне непосредственного действия разрядов и в среде, содержащей кислород. Однако точно еще не установлен механизм эрозии. Рассмотрев выдвинутые различными авторами гипотезы, можно выделить из них три, которые наиболее согласуются с известными в настоящее время экспериментальными данными.

1. Бомбардировка поверхности полимера ионами или электронами вызывает разрывы полимерных цепей с последующим окислением разорванных концов [2,3].

2. Эрозия вызвана взаимодействием макромолекул полимера с нестабильными кислородсодержащими радикалами, существующими только в зоне действия разрядов [4].

3. Эрозия обусловлена локальным нагревом поверхности полимера в местах контакта с каналом искры канала [1].

Рассмотрим подробно последнюю гипотезу и попытаемся оценить возможность эрозии за счет термодеструкции полимерных цепей в местах контакта канала отдельной искры разряда с поверхностью полимера. Согласно [6] предполагается, что электрический разряд в газовом зазоре между диэлектриками имеет искровой характер и состоит из дискретных во времени и пространстве искровых каналов. Определим температурное поле, создаваемое отдельным каналом искры. Для этого введем следующие допущения:

1. Искровой разряд возникает в однородном изотропном пространстве, т.е. считаем, что теплофизические свойства диэлектрика и газа совпадают, причем они не зависят от температуры.

2. Тепло распространяется исключительно за счет теплопроводности, т.е. теплопередача в результате конвекции не учитывается. Это справедливо ввиду малости рассматриваемого интервала времени ($10^{-7} - 10^{-3}$ сек).

3. Электрофизическими и газодинамическими процессами, происходящими в искре, пренебрегаем.

Вообразим, что искровой разряд развивается в виде канала, представляющего собой цилиндрический тепловой источник диаметром $2r_0$ и длиной $2l$ (начало координат берется в геометрическом центре искры), в котором за время развития искры t_0 выделяется тепловая энергия Q , причем плотность выделяемой энергии одна и та же во всем объеме канала искры. Уравнение теплопроводности в цилиндрических координатах для рассматриваемого случая имеет вид

$$\frac{\partial \theta(r, z, t)}{\partial t} = a \left[\frac{\partial^2 \theta(r, z, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta(r, z, t)}{\partial r} + \frac{\partial^2 \theta(r, z, t)}{\partial z^2} \right] + \frac{a}{\lambda} f(r, z, t) \quad (1)$$

(в силу цилиндрической симметрии источника $\frac{\partial \theta}{\partial \varphi} = 0$);

$\theta(r, z, t)$ — температура, создаваемая искрой в точке (r, z) в момент времени t ; a и λ — температуропроводность и теплопроводность газа; $f(r, z, t)$ — функция источника;

$$f(r, z, t) = \begin{cases} A & \text{при } r \leq r_0, |z| \leq l, t \leq t_0 \\ 0 & \text{в остальных случаях,} \end{cases} \quad (2)$$

$$A = \frac{Q}{\pi r_0^2 2l t_0}.$$

Уравнение (1) решаем с помощью функции Грина:

$$\theta(r, z, t) = \frac{a}{\lambda} \int_0^t dt' \int_0^{r_0} r' dr' \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{-\infty}^{\infty} dz' \times \\ \times G(r, \varphi, z, t/r', \varphi', z', t') f(r', \varphi', z', t'); \quad (3)$$

для нашего случая она имеет вид

$$G(r, \varphi, z, t/r', \varphi', z', t') = \frac{\exp \left[-\frac{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \varphi' + (z - z')^2}{4a(t - t')} \right]}{[4\pi a(t - t')]^{3/2}} \quad (4)$$

Подставляя (2) и (4) в (3), получим

$$\theta(r, z, t) = \frac{aA}{\lambda} \int_0^{t_0} dt' \int_0^{r_0} r' dr' \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{-l}^l dz' \times \\ \times \frac{1}{[4\pi a(t - t')]^{3/2}} \exp \left[-\frac{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \varphi' + (z - z')^2}{4a(t - t')} \right].$$

Учитывая, что

$$\int_{-l}^l dz' \exp \left[-\frac{(z - z')^2}{4a(t - t')} \right] = \\ = \sqrt{\pi a(t - t')} \left[\operatorname{erf} \frac{l + z}{2\sqrt{a(t - t')}} + \operatorname{erf} \frac{l - z}{2\sqrt{a(t - t')}} \right],$$

где $\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-y^2) dy$ — вероятностный интеграл Гаусса, согласно [7]

$$\int_0^{2\pi} d\varphi' \exp \left[\frac{2rr' \cos \varphi'}{4a(t - t')} \right] = 2\pi I_0 \left(\frac{rr'}{2a(t - t')} \right)$$

будем иметь

$$\theta(r, z, t) = \frac{aA}{4\lambda} \int_0^{t_0} dt' \int_0^{r_0} r' dr' \left(\frac{1}{a(t - t')} \right) \times \\ \times \exp \left[-\frac{r^2 + r'^2}{4a(t - t')} \right] I_0 \left(\frac{rr'}{2a(t - t')} \right) \times \\ \times \left[\operatorname{erf} \frac{l + z}{2\sqrt{a(t - t')}} + \operatorname{erf} \frac{l - z}{2\sqrt{a(t - t')}} \right]. \quad (5)$$

Выражая (5) через P -функцию [8]:

$$P \left(\frac{r}{\sigma}, \frac{R}{\sigma} \right) = \frac{\exp(-R^2/2\sigma^2)}{\sigma^2} \int_0^r \exp \left(-\frac{r'^2}{2\sigma^2} \right) I_0 \left(\frac{r'R}{\sigma^2} \right) r' dr',$$

находим

$$\theta(r, z, t) = \frac{aA}{2\lambda} \int_0^{t_0} dt' P \left(-\frac{r_0}{\sqrt{2a(t - t')}}, \frac{r}{\sqrt{2a(t - t')}} \right) \times \\ \times \left[\operatorname{erf} \frac{l + z}{2\sqrt{a(t - t')}} + \operatorname{erf} \frac{l - z}{2\sqrt{a(t - t')}} \right].$$

Поскольку время существования искры очень незначительно ($t_0 \approx 10^{-7}$ сек), воспользуемся теоремой о среднем значении, тогда

$$\theta(r, z, t) = \frac{aQ}{4\pi r_0^2 l \lambda} P \left(\frac{r_0}{\sqrt{2a \left(t - \frac{t_0}{2} \right)}}, \frac{r}{\sqrt{2a \left(t - \frac{t_0}{2} \right)}} \right) \times \\ \times \left[\operatorname{erf} \frac{l + z}{\sqrt{2a \left(t - \frac{t_0}{2} \right)}} + \operatorname{erf} \frac{l - z}{\sqrt{2a \left(t - \frac{t_0}{2} \right)}} \right].$$

Из уравнения теплового баланса легко получить, что температура искры в момент завершения ее развития определяется как

$$\theta_0 = \frac{aQ}{\pi r_0^2 2l \lambda}.$$

Тогда

$$\theta(r, z, t) = \frac{\theta_0}{2} P \left(\frac{r_0}{\sqrt{2a \left(t - \frac{t_0}{2} \right)}}, \frac{r}{\sqrt{2a \left(t - \frac{t_0}{2} \right)}} \right) \times \\ \times \left[\operatorname{erf} \frac{l + z}{2\sqrt{a \left(t - \frac{t_0}{2} \right)}} + \operatorname{erf} \frac{l - z}{2\sqrt{a \left(t - \frac{t_0}{2} \right)}} \right].$$

По экспериментальным данным, приведенным в работе [9], θ_0 составляет приблизительно 500°C . В [9] температура искры определя-

лась для воздушного зазора толщиной 0,2 см при радиусе искры $r_0 = 5 \cdot 10^{-2}$ см. Толщина воздушного зазора, использованного в наших экспериментах, составляла 0,18 см, поэтому мы можем воспользоваться данными [9]. На рис. 1 показано распределение температуры искры по толщине газового зазора, т. е. по длине канала искры.

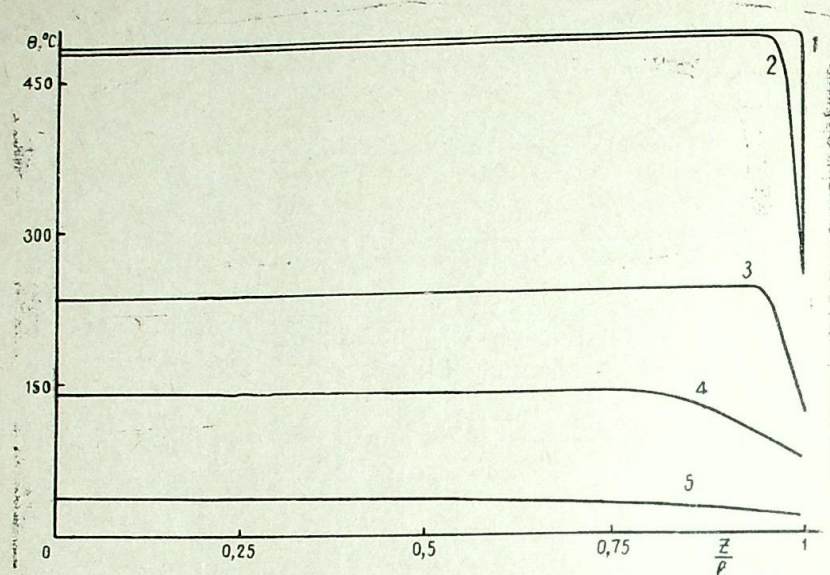


Рис. 1. Распределение температуры по длине канала искры ($r=0$) за время t , сек: 1— 10^{-7} ; 2— $5 \cdot 10^{-6}$; 3— $5 \cdot 10^{-5}$; 4— 10^{-4} ; 5— $5 \cdot 10^{-4}$.

Практически она по всей длине канала сохраняется одной и той же, резко уменьшаясь на концах до значения, равного половине температуры центральной плоскости канала искры. Это связано с тем, что в рассматриваемые нами малые промежутки времени в вертикальные теплотери дают вклад только участки, близкие к концам канала, и отвод тепла по вертикали не успевает повлиять на температуру в центральной плоскости канала искры.

Как видно из рис. 2, значительная температура возникает только в самом канале искры, а за его пределами она быстро падает до нуля. На концах канала искры ($z=l$) температура составляет примерно 250°C , что недостаточно для существенной термической деструкции полимерных цепей в бескислородной среде. Так, согласно работе [10] температура разложения полиэтилена составляет приблизительно 400°C , полистирола— 300°C , а ПЭТФ— 280°C . Однако вычисленная нами температура способна вызвать заметную термоокислительную деструкцию, так как последняя становится существенной у вышеуказанных полимеров уже после 150°C . Это согласуется с экспериментальными результатами [5], показывающими, что значительная эрозия полимеров под действием разрядов наблюдается только в кислородсодержащей среде.

На возможность термоокислительной деструкции полимерных цепей под действием разрядов указывает и тот факт, что после ионизационного старения пленок ПЭ и ПС на воздухе в их инфра красных спектрах появляются полосы поглощения химических групп, образующихся и при термическом окислении [11]. Если термоокислительная деструкция действительно является одной из причин эрозии полимеров, то скорость эрозии должна возрастать с повышением температуры газовой среды, в которой происходит ионизационное старе-

ние. Увеличение скорости эрозии будет проявляться в более быстром уменьшении толщины образца.

Мы подвергали действию электрических разрядов образцы пленок ПЭ и ПС в специальной испытательной ячейке при различных температурных режимах. Ячейка состояла из слюдяного диска толщиной

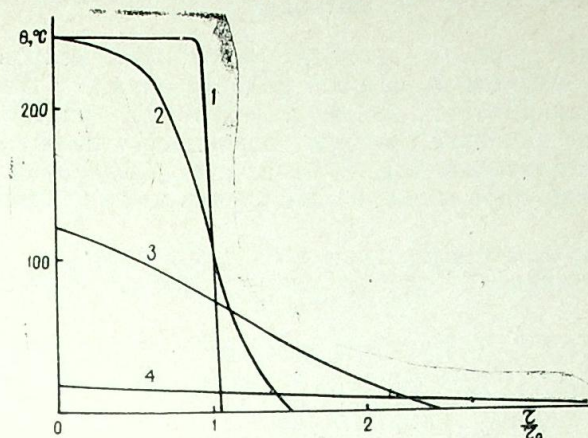


Рис. 2. Распределение температуры по радиусу канала искры ($z=l$) за время t , сек: 1— 10^{-7} ; 2— $5 \cdot 10^{-6}$; 3— $5 \cdot 10^{-5}$; 4— $5 \cdot 10^{-4}$.

0,7 мм, воздушного зазора толщиной 1,8 мм и стальной пластины, на которую помещали образец пленки. Разряды развивались в воздушном зазоре между слюдяным диском и полимерной пленкой. Ячейка находилась в термостате при достаточном доступе воздуха в ее зазор.

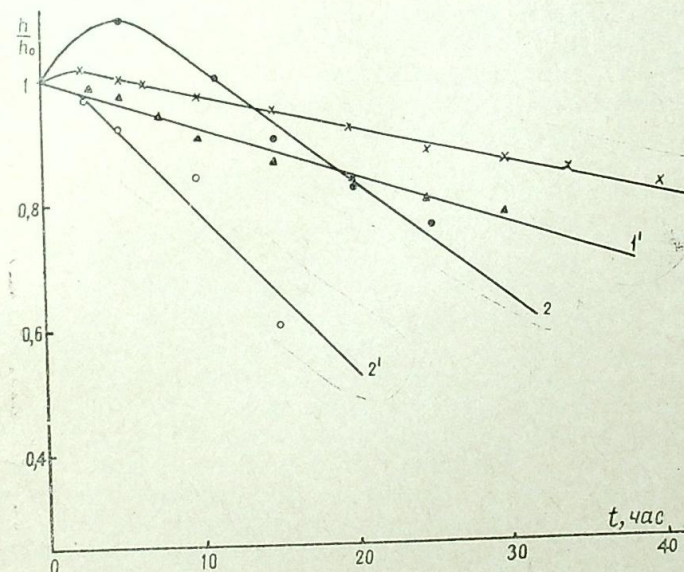


Рис. 3. Изменение толщины h полимерных пленок под действием электрических разрядов при различных температурах воздушной среды: 1, 2— 20°C ; 1', 2'— 70°C ; 1', 1—полиэтилен; 2', 2—полистирол (напряжение на ячейке 10 кВ).

Испытания проводили при 20 и 70°C . Результаты (рис. 3) показали, что с повышением температуры воздушной среды толщина образца убывает действительно быстрее, т. е. скорость эрозии возрастает. Наб-

людаемое в первые часы старения некоторое увеличение толщины, вероятно, связано с окислением полимерной пленки. Таким образом, термоокислительная деструкция может явиться одной из причин эрозии полимерных пленок под действием разрядов.

Выводы

1. Произведен расчет температурного поля искрового канала электрического разряда в газовой полости между диэлектриками, одним из которых является полимер. Результаты расчета показали, что возникающая в местах контакта поверхности полимера с искрой температура недостаточна для термического разложения полимерных цепей в бескислородной среде, но достаточна для их термоокислительной деструкции.

2. С повышением температуры воздушной среды, в которой производится ионизационное старение, скорость эрозии полимерных пленок возрастает.

ЛИТЕРАТУРА

1. Mason J. H. Proc IEE., 98, 44, 1951.
2. Nail C. D. Electron. Industr., 17, 74, 1958.
3. Hougén H. Nature., №188, 577, 1960.
4. Cooper G. D., Prober M. Polymer sci., 44, №144, 1960.
5. Койков С. Н., Парибок В. А., Цикин А. Н. б. "Пробой диэлектриков и полупроводников", 301, "Энергия", 1964.
6. Horii K., Fuji I. Inst. Electr. Engrs. Japan, 86, 14, 1966.
7. Градштейн И. С., Рыжик И. Н. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Физматгиз, 1963.
8. Masters T. J. chem. Phys., 23, 1865, 1965.
9. Попович М. П., Самойлович В. Г., Филипов Ю. В. Вестник МГУ, № 4, 30, 1964.
10. Николаев А. Ф. Синтетические полимеры и пластические массы на их основе. Химия, 1967.
11. Багиров М. А., Волченков Е. Я., Малин В. П. Сб. "Материалы конференции молодых ученых и аспирантов АН Азерб. ССР, серия физ.-техн. и матем. наук". Изд. АН. Азерб. ССР. 1966.

Институт физики
АН Азерб. ССР.

Поступило 20. VII 1970

В. П. МАЛИН, М. А. БАГИРОВ, Ю. Н. ГАЗАРЯН, Е. Б. ВАСИЛЕВСКИЙ,
А. Я. ДЖАЛИЛОВ

ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РАЗРЯДОВ В ВОЗДУХЕ НА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПОТЕРИ И СТРУКТУРУ ПОЛИАМИДНОЙ ПЛЕНКИ

Полиамидная пленка марки ПК-4 получается методом отливки заготовок из раствора поликапролактамовой смолы с последующей вытяжкой в одном направлении. Эта пленка используется в качестве электрической изоляции. Известно, что основной причиной, приводящей к ухудшению свойств изоляции в процессе ее эксплуатации, является действие разрядов в воздушных порах и включениях внутри изоляции. Поэтому исследование изменений свойств пленки ПК-4 под действием разрядов в воздухе представляет определенный научный и практический интерес.

В данной статье приведены результаты исследования изменений тангенса угла диэлектрических потерь $\operatorname{tg} \delta$ и структуры промышленной пленки ПК-4 под действием разрядов в воздухе. Поскольку при разрядах в воздухе интенсивно образуется озон, химически активное вещество, отдельно исследовалось влияние озона.

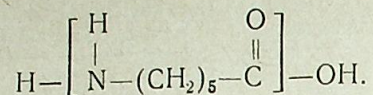
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Образцы пленки ПК-4 плотностью $1,2 \text{ г/см}^3$, толщиной 100 мк подвергали действию разрядов при напряжении с частотой 50 гц в специальной испытательной ячейке, которая состояла из стеклянной пластины толщиной $1,5 \text{ мм}$, воздушного зазора той же толщины, образца испытуемой пленки и пластины из нержавеющей стали [1]. Высокое электрическое напряжение прикладывали к внешней металлизированной стороне стеклянной пластины, а металлическую пластину заземляли. Разряды возникали в воздушном зазоре между стеклянной пластиной и образцом пленки. Напряжение на ячейке, при котором в зазоре возникают разряды, составляло $4,5 \text{ кв}$. Образец пленки подвергали действию разрядов при напряжении на ячейке 7 кв в течение двух часов. Озон получали в электроозонаторе Сименса, а затем подавали в эксикатор, где находились образцы пленок, в течение пяти часов.

Тангенс угла потерь измеряли с помощью моста МЛЕ-1 в диапазоне частот $0,4\text{—}10 \text{ кгц}$ и интервале температур $20\text{—}180^\circ\text{C}$. Измерительными электродами служили диски станиоловой фольги диаметром 5 см , которые притирали к образцу, используя вазелиновую пасту. Инфракрасные (ИК) спектры образцов снимали на спектрофотометре UR-20. Погрешность измерения составляла 2% от $\operatorname{tg} \delta \pm 5 \cdot 10^{-4}$.

Результаты и их обсуждение

Поликапролактамовая смола обладает относительно сложным строением:



У исходного образца в интервале 20—180°C в исследованном диапазоне частот наблюдаются две области потерь (рис. 1): при 50—120°C (в дальнейшем условно обозначаемая „низкотемпературная область

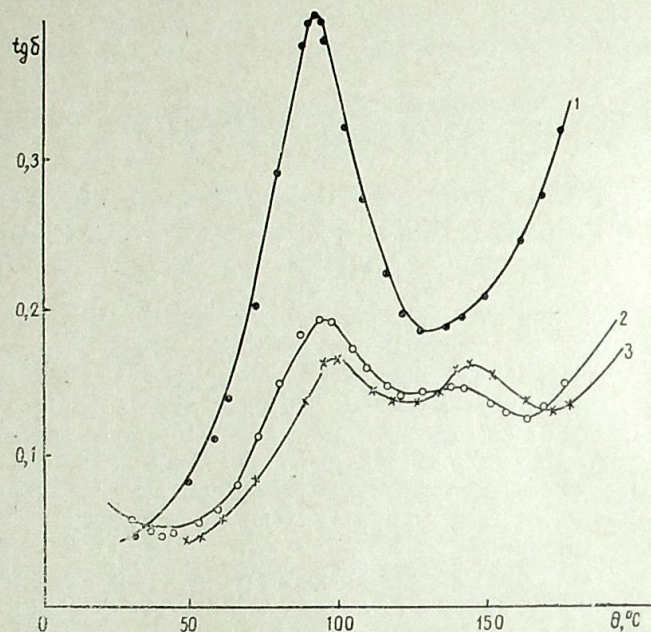


Рис. 1. Температурная зависимость $\text{tg } \delta$ пленки ПК-4: 1— $f=1$ кГц; 2— $f=5$ кГц; 3— $f=10$ кГц.

потерь“) и при 120—170°C („высокотемпературная область“). При частотах меньше 5 кГц высокотемпературная область потерь незаметна, вероятно, вследствие того, что при низких частотах в этом интервале температур потери за счет проводимости, приводящие к быстрому возрастанию $\text{tg } \delta$ с температурой, являются весьма значительными и закрывают ее. С увеличением частоты максимумы потерь сдвигаются в сторону более высоких температур, т. е. эти потери носят релаксационный характер.

У образца пленки ПК-4 после действия разрядов в воздухе $\text{tg } \delta$ возрастает во всем исследованном интервале температур по сравнению с исходным образцом (рис. 2). Наиболее значительное увеличение $\text{tg } \delta$ происходит в интервале 50—100°C, т. е. в низкотемпературной области потерь. Кроме того, у образца, подвергнутого действию разрядов, низкотемпературная область потерь существенно расширяется, так что высокотемпературная область потерь при этом заметна лишь как плечо низкотемпературной.

Максимумы обеих областей потерь после действия разрядов смещаются к более низким температурам, что свидетельствует об облегчении движения групп, вызывающих эти потери, т. е. об уменьшении внутри- и межмолекулярного взаимодействия. Выдержка образцов пленки ПК-4 в озоне вызывает качественно такие же изменения в температурной зависимости $\text{tg } \delta$, как и действие разрядов в воздухе

(рис. 2). Таким образом, можно предположить, что наблюдаемые изменения диэлектрических потерь обусловлены окислением полимерных цепей.

Сдвиг максимумов областей потерь в сторону более низких температур можно объяснить следующим образом. Известно, что в полимерах, как под действием разрядов в кислородсодержащей среде [1, 2],

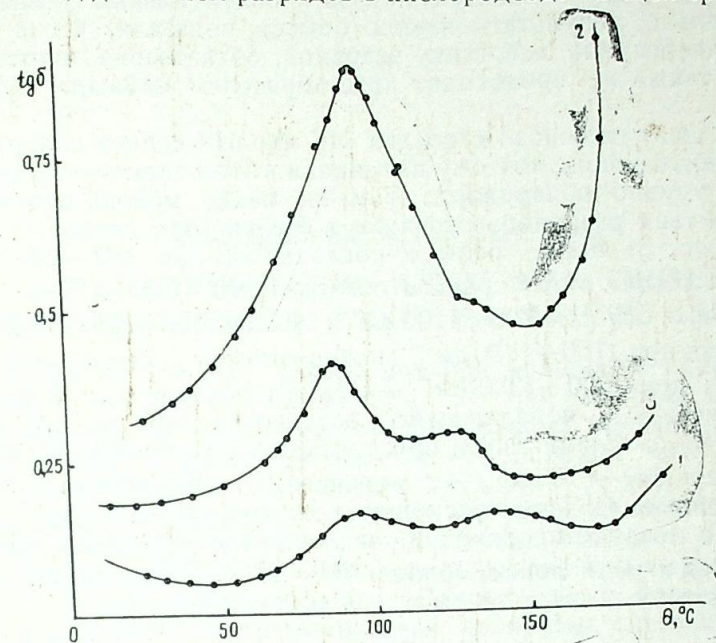


Рис. 2. Температурная зависимость $\text{tg } \delta$ пленки ПК-4 при $f=10$ кГц: 1—исходный образец; 2—после выдержки под разрядами в воздухе при напряжении на ячейке 7 кВ, $t=2$ часа; 3—после озонирования в течение пяти часов.

так и при выдержке в озоне [3], происходят процессы поперечной сшивки и деструкции полимерных цепей. Если в данном полимере преобладает процесс сшивки, то движение кинетических сегментов затрудняется и максимум дипольно-сегментальных потерь (ДСП) сме-

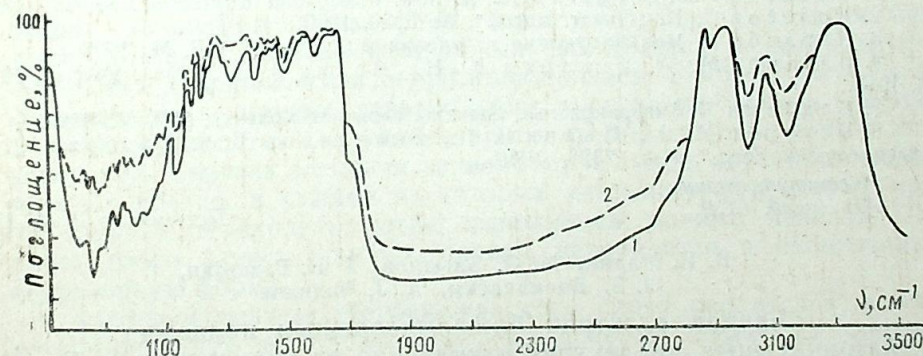


Рис. 3. ИК-спектр пленки ПК-4:

1—исходный образец; 2—после действия разрядов в воздухе $U=7$ кВ, $t=2$ часа.

щается к более высоким температурам (у полистирола [1, 3]), если же доминирует процесс деструкции, то максимум ДСП сдвигается в сторону низких температур (у политетрафторэтилена [2]).

По данным радиационной химии [4] полиамиды относятся к деструктурирующимся полимерам; это означает, что при облучении частицами высоких энергий в них не наблюдается образования нерастворимой фракции (гель-фракции). Вероятно, при действии разрядов в воздухе или озона в ПК-4 преобладает процесс деструкции, что способствует сдвигу областей потерь к более низким температурам. Действительно, результаты наших опытов показали, что в образцах ПК-4, подвергнутых действию разрядов, образования нерастворимой фракции также не происходит (растворителем служила муравьиная кислота).

Вследствие сложного строения ПК его ИК-спектр содержит много полос поглощения, поэтому изменения в этом спектре под действием разрядов трудно обнаружить. Тем не менее можно отметить, что после действия разрядов в воздухе в ИК-спектре пленки ПК-4 появляются (рис. 3) новые полосы поглощения при 860—870 и 1290—1330 см^{-1} , растет поглощение в области 1700—1750 см^{-1} и увеличивается фон в области 700—1100 см^{-1} . Согласно работе [5] полосе поглощения при 1700—1750 см^{-1} можно отнести к карбонильным группам $\text{C}=\text{O}$, при 1290—1330 см^{-1} — к симметричным валентным колебаниям группы NO_2 , появляющейся вследствие реакции макромолекул с активными окислами азота, образующимися при разрядах в воздухе, а полосу при 860—870 см^{-1} — к перекисным соединениям. Таким образом, данные ИК-спектроскопии показывают, что под действием разрядов в воздухе происходит окисление ПК. Вероятно, окислением объясняется и рост фона в области 700—1100 см^{-1} (аналогичное явление наблюдалось для полистирола в работе [6]).

Выводы

1. Под действием разрядов в воздухе или при выдержке в озоне происходит значительное увеличение $\text{tg} \delta$ пленки ПК-4, причем максимумы областей этих потерь смещаются к низким температурам.

2. Изменения диэлектрических потерь связаны с процессами окисления и деструкции полимерных цепей, происходящими под действием разрядов в воздухе и при озонировании.

ЛИТЕРАТУРА

1. Abasov S. A., Bagirov M. A. u. a. Plaste und Kautschuk. 15, 184, 1968.
2. Колесов С. Н. „Пласт. массы“, № 1, 50, 1966.
3. Чарлзби И. Ионизирующие излучения и полимеры. ИЛ, М., 1958.
4. Багиров М. А., Газарян Ю. Н., Малин В. П. „Пласт. массы“, № 9, 18, 1968.
5. Беллами Л. Инфракрасные спектры сложных молекул. ИЛ, М., 1963.
6. Багиров М. А., Малин В. П., Волченков Е. Я., Газарян Ю. Н. „Высокомолек. соед.“, 11А, 2323, 1969.

Институт физики
АН Азерб. ССР

Поступило 2. III 1971

В. П. Малин, М. Э. Бағыров, Ж. Н. Газаржан,
Ж. Б. Василевски, А. Ж. Чэлилов

Навада електрик бошамаларынын полиамид
плјонкасынын диелектрик иткилерине вэ гурулушуна тэ'сири

ХУЛАСӘ

Полиамид плјонкасынын ПК-4 диелектрик иткилери полимерин навада електрик бошамаларынын тэ'сири алтында оксидләшмәси нәтижәсиндә нәзәрә чарлачаг дәрәчәдә артыр вэ максимум итки об-ластлары полимер зәнчиләринин парчаланмасы һесабына даһа кичик температурлар тәрәф сүрүшүр.

К. А. ВЕЛИЕВА, Э. Г. КАЛУСТОВА

ПРОГРАММИРОВАНИЕ АЛГОРИТМА СИНТЕЗА АЗЕРБАЙДЖАНСКОГО СЛОВА НА МАШИНЕ БЭСМ-2М

В процессе создания алгоритмов при машинном переводе с одного языка на другой выяснилось, что они должны строиться в первую очередь на основе анализа формальных признаков языковых единиц и требуют очень конкретных определений этих единиц без использования их смысловых характеристик.

Созданные к настоящему времени алгоритмы машинного перевода со многих языков в той или иной степени отвечают этому требованию. Однако программы машинного перевода для тюркских языков только начинают разрабатываться. Данная статья посвящена одной из первых попыток программирования алгоритма синтеза слова. Под синтезом слова в азербайджанском языке понимают присоединение к основе определенных аффиксов. При этом как в основе слова, так и в аффиксах происходят определенные изменения. Наша цель заключалась в автоматическом осуществлении всех этих изменений с помощью универсальной вычислительной машины.

Поставленная нами задача состоит в следующем: при заданном множестве основ и аффиксов создать правильные словоформы, при этом автоматически установить порядок следования выбранных морфем для каждой словоформы и огласовку морфем.

Записывать алгоритм в операторах трудно, поэтому была разработана его промежуточная форма (простые правила), которая благодаря словесной записи составляется, понимается и контролируется легче, чем символическая операторная запись, и может быть сделана составителем алгоритма, незнакомым с программированием и машинами. Предполагаются следующие этапы преобразования формы записи алгоритма. Сначала алгоритм записывается в виде последовательности простых правил, в каждом из которых указывается, к какому правилу следует переходить после выполнения данного правила. Лишь после этого запись простых правил переводится в окончательную операторную форму.

Алгоритм синтеза азербайджанского слова сводится к описанию закономерностей выпадений букв, чередованию согласных, сингармоническому уподоблению гласных на стыках морфем в соответствии с требованиями азербайджанской орфографии (полное описание алгоритма см. в указанной литературе). В основе описываемого алгоритма лежит следующая информация: таблица основ, таблица морфем, матрица фонетических изменений на стыках морфем, таблица изменений на стыках основ с аффиксами, перечень гласных, матрица, указывающая связь между классами основ и морфем.

Таблица основ—это список типов основ. В зависимости от конечной буквы основы разделяются на пять типов: основы, оканчивающиеся на гласные, на *к*, *г*, *т* и на остальные согласные.

Таблица аффиксов—это список типов аффиксов, подразделяющихся следующим образом: неизменяющиеся, теряющие согласную букву, теряющие первую и последнюю буквы. В матрице Г-фонетических изменений на стыках морфем указывается номер изменения при сочетании типов основ с типами аффиксов. Таблица видов изменений—это перечень всевозможных комбинаций изменений основ и аффиксов. Матрица, построенная из нулей и единиц, изображает связь между классами основ с классами аффиксов. Число сочетаний типов основ с типами аффиксов равняется 30. Соответственно этим сочетаниям имеются определенные изменения основ и аффиксов ($j_1 \dots j_{14}$), заключающиеся в следующем: в основе происходит чередование букв $к \sim j$, $г \sim f$, $т \sim d$, а аффикс теряет первую букву, последнюю букву, одновременно первую и последнюю буквы.

Кодирование

Особенности программирования алгоритма синтеза азербайджанского слова во многом зависят от способа кодирования информации о слове, таблиц аффиксов, матриц.

Основы закодированы побуквенно. Каждая буква размещена в одной ячейке, где в первом адресе находится имя буквы, а в третьем—признак буквы.

Каждая основа оканчивается кодом конца. В кодовой части записано 71 (признак конца), в первом адресе находится тип части речи. Например слово *јаз* будет размещено следующим образом:

```
00 0015 0000 0001—j
00 0001 0000 0000—a
00 0012 0000 0001—з
71 3300 0000 0000—признак конца.
```

Аффиксы также закодированы побуквенно. Конец аффикса записан в отдельной ячейке, в кодовой части которой записано 71. В этой ячейке в первом адресе находится класс аффикса, а по третьему адресу записан его признак. Аффикс задается без гласной буквы. В ячейке вместо гласной буквы во втором адресе размещен тип буквы. Например аффикс *ма* будет записан в следующем виде:

```
00 0021 0000 0001—м
00 0000 0004 0000—тип аффиксального гласного
71 0002 0000 0011—признак конца.
```

Таблицы и матрицы закодированы в виде списков. Матрица Г кодируется следующим образом. Берется произвольная ячейка, где во втором адресе находится признак основы, а в третьем—признак аффикса. Так, например, сочетание признака основы—210 с признаком аффикса—0011 будет иметь следующий вид; 00 0000 0210 0011. Максимальное количество аффиксов в словоформе равно 6. Словоформа в символическом виде размещена в одной ячейке. Например: 3302 0715 2223.

Блок-схема программы выглядит следующим образом (см. стр. 21).

Описание блоков см. на схемах 1 и 2.

Для отладки программы использовалось некоторое количество основ и аффиксов, подобранных с таким расчетом, чтобы проверить все участки программы. Например, из основы *јаз* и аффиксов *ма*, *јагаг*, *јын*, *мыш*, *кан*, *са*, *јуб*, *сан*, *јам*, *јыр*, *дырлар*, *јар* получено 107 правильных словоформ.

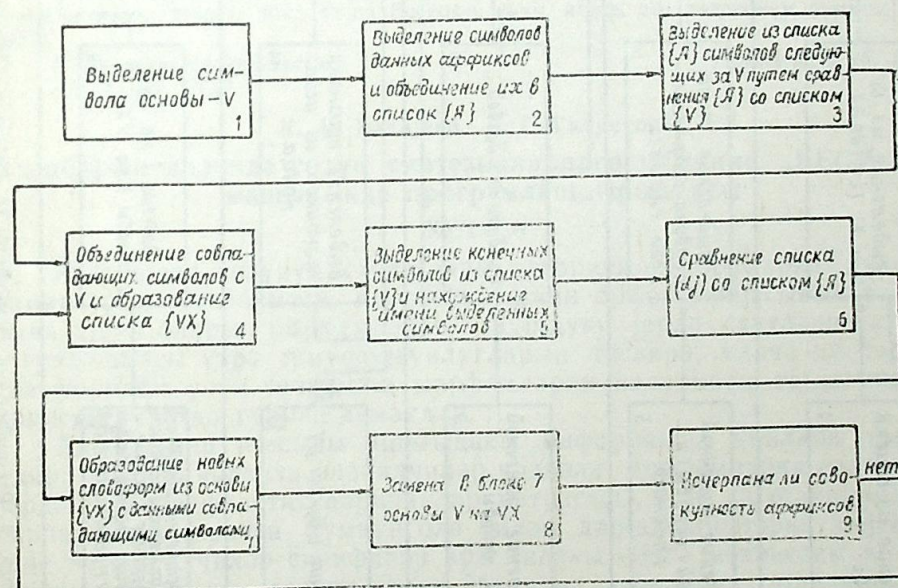
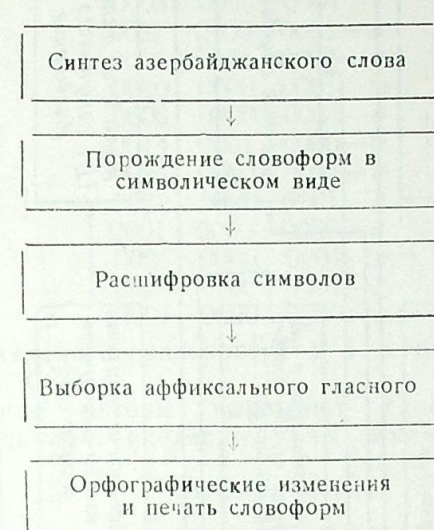


Рис. 1. Порождение словоформ в символическом виде.

Максимальная длина словоформы 3302 0615 2223 (в символическом виде), состоящая из шести аффиксов расшифрованных и напечатанных, представляется в следующем виде: (см. стр. 23).

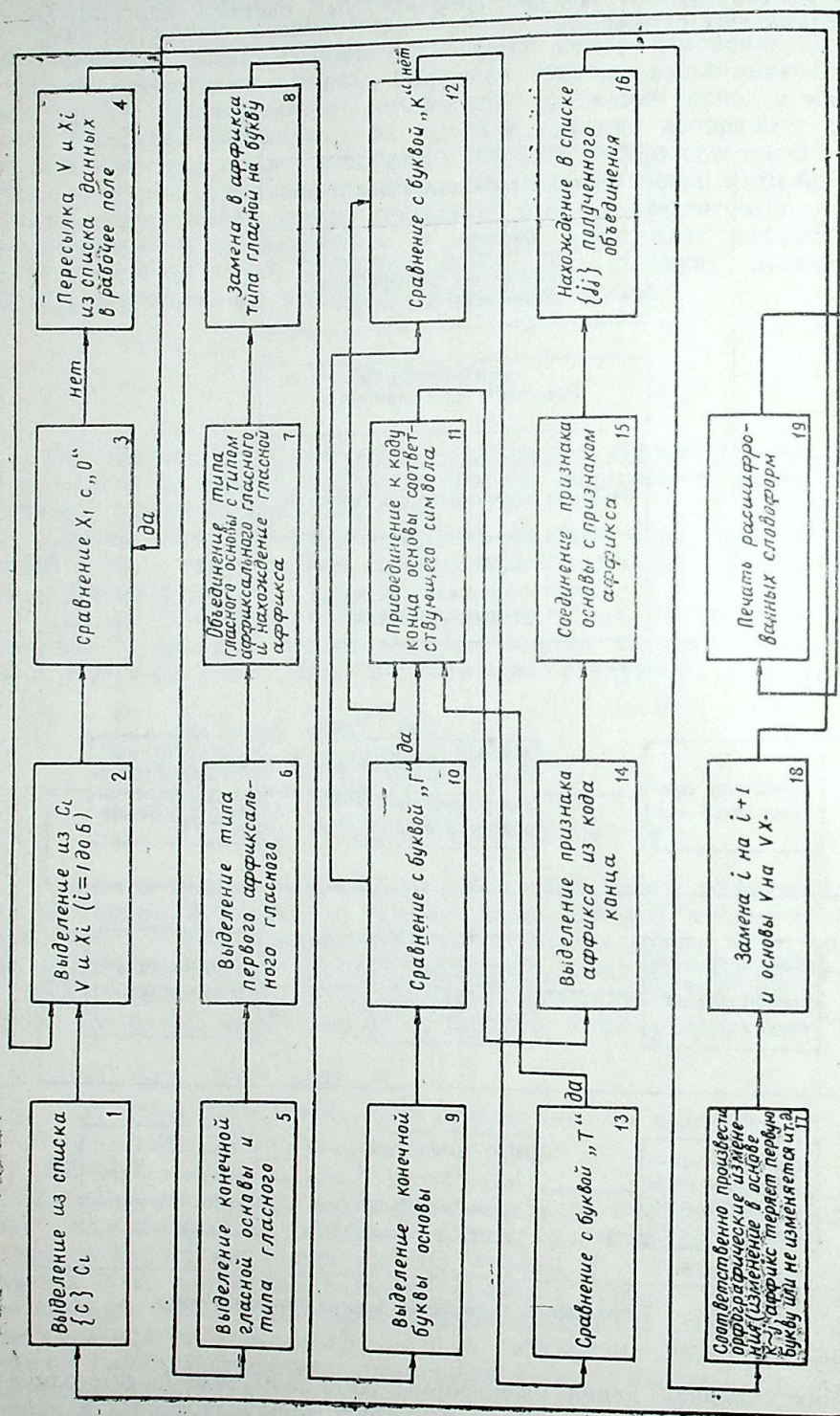


Рис. 2. Расшифровка словоформ (с выбором аффиксального гласного и орфографическими изменениями).

0000	0015	0001—j
0001	0000	0000—a
0012	0000	0001—з
0012	0000	0001—м
0001	0000	0000—a
0015	0000	0001—j
0001	0000	0000—a
0037	0000	0001—ч
0001	0000	0000—a
0004	0000	0001—г
0021	0000	0001—м
0014	0001	0000—ы
0040	0000	0001—ш
0006	0000	0001—д
0014	0001	0000—ы
0026	0000	0001—р
0020	0000	0001—л
0001	0000	0000—a
0026	0000	0001—р
0027	0000	0001—с
0001	0000	0000—a

Программа составлена и реализована в Институте кибернетики АН Азербайджанской ССР.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность С. В. Пшеничниковой, сделавшей ряд замечаний по составлению программы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Велиева К. А. „Уч. зап. АГУ“, 1968, № 1.
2. Велиева К. А. „Уч. зап. АГУ“, 1968, № 5.
3. Велиева К. А. Алгоритм расстановки морфем (в печати).
4. Велиева К. А., Калустова Э. Г. Программирование алгоритма расстановки морфем (тезисы доклада на Всесоюз. науч. конф. по тюркским языкам, Баку, 1969).

Институт кибернетики
АН Азерб. ССР

Поступило 16. I 1970

К. А. Вәлијева, Э. Г. Галустова

Азәрбајҹан дилиндә сөзүн синтезинин алгоритминин „БЕСМ-2 М.,
машынында програмлашдырылмасы

ХҮЛАСӘ

Азәрбајҹан сөзүнүн синтезинин алгоритми—һәрфләрин дүшүмү, самитләрин әвәзләнмәси, Азәрбајҹан дили орфографijasынын тәләбатына ујғун олараг, морфемләрин говушдуғу јердә сайтләрин аһәнкә ујғунлашмасы үзрә ганунаујғунлуғларын тәвири, еләчә дә һәр бир сөз формасы үчүн сечилмиш морфемләрин изләнмәси гәјдасыны автоматик сурәтдә гурмаг демәкдир.

Алгоритмин әсасыны ашағыдакы информасија нөвләри тәшкил едир: әсаслар чәдвәли, шәкилчиләр чәдвәли, морфемләрин говушдуғу јердә төрәнән фонетик дәјишикләр матрисасы, әсас вә шәкилчиләрин сәрһәддиндә јаранан мүмкүн ола билән дәјишикликләрин сијаһысы, әсас вә шәкилчиләр синифләри арасындакы әлагә матрисасы вә һәмчинин сайт вә самитләрин аһәнкә гануна табелилик гәјдалары.

Мәгаләдә сөзүн синтезинин алгоритми үчүн сөзформасы вә шәкилчи чәдвәлләриндән өтрү тәртиб едилмиш информасијаларын кодлашдырылмасы тәсвир олунмушдур. Сөз формасына аид информасија бир ојуғу тутур, шәкилчиләр вә әсаслар исә һәрфләр үзрә кодлашдырылыр.

И. И. МУЛЛАЕВА

ВЕСОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ И ВЫВОД ФОРМУЛЫ КОДОВОГО РАССТОЯНИЯ ДЛЯ НЕКОТОРОГО КЛАССА КОДОВ

Одной из основных проблем теории кодирования является определение корректирующей способности, т. е. минимального расстояния кодов. Формулы кодового расстояния получены только для некоторых классов кодов. Для циклических кодов это случаи, когда проверочный полином $h(x)$ есть примитивный полином, $h(x)$ есть произведение примитивных полиномов с попарно взаимными простыми степенями [1, 2] и когда проверочный полином есть неприводимый, но не примитивный, с некоторыми дополнительными ограничениями [3]. В настоящей статье рассматривается класс кодов с проверочным полиномом вида

$$h(x) = (x^2 + x + 1) \cdot P(x), \quad (1)$$

где $P(x)$ — примитивный полином над полем $GF(2)$ степени m , $m > 2$ и $2/m$. Для этого класса кодов выводится конечная формула кодового расстояния.

Код с проверочным полиномом вида (1) имеет длину n , равную периоду* единичного элемента алгебры L полиномов по модулю полинома $h(x)$ над $GF(2)$. Как известно, $n = \text{н. о. к. } (T_1, T_2)$, где T_1 — период элемента $h_1(x) = (x^2 + x + 1) \in L$, T_2 — период $P(x) \in L$; $T_1 = 2^m - 1$, $T_2 = 2^2 - 1 = 3$, $n = \text{н. о. к. } (2^m - 1, 3) = 2^m - 1$. Число информационных символов кода равно $k = m + 2$. Код, соответствующий проверочному полиному $h(x)$, имеет параметры $n = 2^m - 1$, $k = m + 2$.

Алгебра полиномов L содержит один нулевой цикл, два основных цикла, соответствующих примитивным полиномам $h_1(x)$ и $P(x)$, соответственно, и r комбинационных циклов периода n , где $r = \text{н. о. д. } [T_1, T_2] = 3$. Идеал U , порожденный полиномом $g(x)$ в алгебре полиномов по модулю полинома $x^n + 1$, где $g(x) = (x^n + 1)/(x^2 + x + 1) \cdot P(x)$, также содержит пять нетривиальных циклов. Циклическими представителями этих циклов будут соответственно полиномы $\epsilon_1(x)$, $\epsilon_2(x)$, $\epsilon_1(x) + \epsilon_2(x)$, $\epsilon_1(x) + x\epsilon_2(x)$, $\epsilon_1(x) + x^2\epsilon_2(x)$, где $\epsilon_1(x)$ и $\epsilon_2(x)$ есть идемпотенты U_1 и U_2 . Идеал U_1 порождается полиномом $g_1(x) = (x^n + 1)/h_1(x)$, а U_2 соответствует полиному $g_2(x) = (x^n + 1)/P(x)$ [4]. Алгебра L есть пространство $(m + 2)$ -мерных двоичных векторов. Среди 2^{m+2} всевозможных векторов алгебры L 2^{m+1} вектора имеют в качестве первой компоненты единицу. В каждый цикл алгебры L попадает вполне определенное количество векторов, начинающихся с единицы. И для каждого цикла эти множества различны.

* Периодом элемента $a \in L$ называется наименьшее положительное число n , такое что выполняется сравнение $ax^n \equiv a \pmod{h(x)}$.

Будем называть весом цикла вес*, любого слова из этого цикла. Справедлива следующая зависимость. Вес некоторого цикла идеала U равен числу векторов, начинающихся с единицы, попавших в соответствующий цикл алгебры L . Исключение составляет цикл идеала U , имеющий период меньше длины кода. Его вес будет равен числу векторов, начинающихся с единицы, в соответствующем цикле алгебры L , повторенному столько раз, каково отношение длины кода к периоду этого цикла. Обозначим через W_i ($i = 0, 1, 2, 3, 4, 5$) веса циклов идеала U в порядке исследования их циклических представителей. Легко подсчитать, что $W_0 = 0$, $W_1 = 2^{m-1}$, $W_2 = 2(2^m - 1)/3$. Цикл алгебры L , соответствующий полиному $h_1(x)$, содержит 2^{m-1} векторов с первой компонентной, отличной от нуля; цикл, соответствующий полиному $P(x)$, содержит всего два вектора. Следовательно, число $(2^{m+1} - 2^{m-1} - 2)$ представляет собой сумму весов, оставшихся трех циклов.

Итак, имеем равенство

$$W_3 + W_4 + W_5 = 2^{m+1} - 2^{m-1} - 2. \quad (2)$$

Кроме того, как отметил Готхолс [5], не все циклы имеют различный вес. Поскольку в алгебре многочленов над $VF(2)$ квадрат многочлена и сам многочлен имеют один и тот же вес и поскольку $\epsilon^2(x) = \epsilon(x)$, если $\epsilon(x)$ — идемпотент, мы получаем, что циклический представитель $\epsilon_1(x) + x^2\epsilon_2(x)$ есть квадрат циклического представителя $\epsilon_1(x) + x\epsilon_2(x)$ и поэтому они имеют один и тот же вес, т. е. $W_4 = W_5$. Поэтому (2) переписывается

$$W_3 + 2W_4 = 2^{m+1} - 2^{m-1} - 2. \quad (2')$$

В работе В. Плесс [6] приведены тождества, характеризующие связь между спектрами взаимно ортогональных кодов

$$\sum_{i=0}^n i^2 A_i = 2^{k-2} n(n+1) - 2! 2^{k-2} n B_1 + 2! 2^{k-2} B_2, \quad (3)$$

где A_i — число векторов веса i в идеале, порожденном некоторым полиномом $g(x)$, B_i ($i = 1, 2$) — число векторов веса i в двойственном идеале, k — размерность первого идеала. Для нашего случая равенство (3) перейдет в следующее:

$$\sum_{i=0}^n i^2 A_i = 2^{k-2} u(n+1); \quad (4)$$

$B_1 = B_2 = 0$, потому что минимальное расстояние кода с порождающим полиномом $h(x) = h_1(x) \cdot P(x)$ равно по меньшей мере 3, если длина кода n равна н. о. к. периодов полиномов $h_1(x)$ и $P(x)$ (предложение II, [4]).

Далее, учитывая разбиение на циклы идеала U , выражение слева в (4) можно переписать:

$$\sum_{j=0}^5 W_j^2 N(W_j) = 2^m n(n+1), \quad (5)$$

где через $N(W_j)$ ($j = 0, 5$) обозначено число векторов веса W_j . Подставляя в (5) значения $W_0, W_1, W_2, N(W_1) = 2^m - 1, N(W_2) = 3, N(W_3) = N(W_4) = N(W_5) = 2^m - 1, W_4 = W_5$, будем иметь равенство

$$W_3^2 + 2W_4^2 + 2^{2m-2} + \frac{4}{3}(2^m - 1) - 2^{2m} = 0. \quad (5')$$

* Вес вектора есть число отличных от нуля компонент.

Решая систему (2'), (5') двух уравнений с двумя неизвестными, получим значения W_3, W_4 в виде:

$$W_3 = \left[(2^{m+1} - 2^{m-1} - 2) \mp 2^{\frac{m}{2}+1} \right] / 3, \quad (6)$$

$$W_4 = \left[(2^{m+1} - 2^{m-1} - 2) \pm 2^{\frac{m}{2}} \right] / 3. \quad (7)$$

Исследуем выбор знака в выражениях (6) и (7). Для этого перепишем выражение (6) в виде

$$W_3 = 2^{m-1} + \frac{2\left(\mp 2^{\frac{m}{2}} - 1\right)}{3},$$

Выбор знака перед $2^{\frac{m}{2}}$ подчиняется условию, что W_3 должно быть целым числом, и следовательно, $(\pm 2^{\frac{m}{2}} - 1)$ должно делиться на 3. Воспользуемся следующим предложением: $2^u + 1$ делится на $2^{u'} + 1$ тогда и только тогда, когда u делится на u' и отношение u/u' нечетно, а $2^u - 1$ делится на $2^{u'} - 1$ тогда и только тогда, когда u делится на u' и отношение u/u' четно.

Применяя это утверждение к нашему случаю, получим, что знак плюс будет при $\frac{m}{2}$ четном, а знак минус — при $\frac{m}{2}$ нечетном. Это можно записать следующим образом:

$$W_3 = 2^{m-1} + \frac{2\left[(-1)^{\frac{m}{2}} \cdot 2^{\frac{m}{2}} - 1\right]}{3}.$$

Аналогично рассуждаем и для W_4 :

$$W_4 = 2^{m-1} - \frac{2\left[(-1)^{\frac{m}{2}} \cdot 2^{\frac{m}{2}} + 1\right]}{3}.$$

Вернемся к прежней записи:

$$W_3 = \left[(2^{m+1} - 2^{m-1} - 2) + (-1)^{\frac{m}{2}} \cdot 2^{\frac{m}{2}+1} \right] / 3, \quad (6)$$

$$W_4 = \left[(2^{m+1} - 2^{m-1} - 2) - (-1)^{\frac{m}{2}} \cdot 2^{\frac{m}{2}} \right] / 3. \quad (7)$$

При $\frac{m}{2}$ четном, очевидно, $W_4 < W_3$. Для любого m $W_1 < W_2$ и поскольку $W_4 < W_1$, то в этом случае минимальное расстояние кода равно

$$d_{\min} = \left[(2^{m+1} - 2^{m-1} - 2) - 2^{\frac{m}{2}} \right] / 3. \quad (8)$$

При $\frac{m}{2}$ нечетном $W_3 < W_4$ и $W_3 < W_1$, поэтому

$$d_{\min} = \left[(2^{m+1} - 2^{m-1} - 2) - 2^{\frac{m}{2}+1} \right] / 3. \quad (9)$$

Формулы (8) и (9) можно объединить в одну:

$$d_{\min} = (2^{m+1} - 2^{m-1} - 2 - 2^{\frac{m}{2}+i}) / 3, \quad (10)$$

где

$$i = \begin{cases} 0, & \text{если } \frac{m}{2} \text{ четно,} \\ 1, & \text{если } \frac{m}{2} \text{ нечетно.} \end{cases}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Питерсон У. Коды, исправляющие ошибки. Изд-во „Мир“, 1964.
2. Тененгольц Г. М. Новый класс циклических корректирующих кодов. Сб. „Третья конференция по теории кодирования и передачи информации“. М., 1967.
3. Гамкрелидзе А. И., Ахундов Т. С. К вопросу синтеза некоторого класса циклических кодов. ИТМ ВТ АН СССР, М., 1968.
4. Маквилльямс Дж. Структура и свойства бинарных циклических алфавитов. Кибернетический сб. № 4, 1967.
5. Goethals J. H. Analysis of weight Distribution in Binary Cyclic Codes. IEEE Transaction on Information Theory, IT-12, No. 3, July 1966.
6. Pless V. Power moment identities on weight distributions in error correcting codes. „Information and Control“, vol. 6, 1963, pp. 147—152.

Институт кибернетики
АН Азерб. ССР

Поступило 16. I 1970

И. И. Муллајева

Мүэјјән кодлар синфи үчүн чәкиләрин пәјланмасы вә код
мәсафәси формулунун чыхарылышы

ХҮЛАСӘ

Тәдгигатда сәф дүзәлдән дөври кодлардан ибарәт олан бир синиф өјрәнилмишдир. Бу синиф үчүн векторларын чәкиләринин пәјланмасы вә код мәсафәсинин дәгиг формулу алынмышдыр.

УДК 517 (06)

Б. С. МАМЕДОВА

ИССЛЕДОВАНИЕ СЛАБО ОБОБЩЕННОГО РЕШЕНИЯ ОДНОМЕРНОЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ В КОНЕЧНОЙ ОБЛАСТИ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Данная статья посвящена исследованию одномерной смешанной задачи:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} - A(u) \cdot \sum_{i=0}^n \frac{\partial^i}{\partial x^i} \left(p_i(x) \frac{d^i u}{dx^i} \right) &= F(t, x, u), \\ u(0, x) &= \varphi(x), \\ U_1(u) &= \sum_{j=0}^{2n-1} \left\{ \alpha_{ij} \frac{d^j u}{dx^j} \Big|_{x=a} + \beta_{ij} \frac{d^j u}{dx^j} \Big|_{x=b} \right\} = 0 \quad (i = \overline{1, 2n}), \end{aligned} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{aligned} u(0, x) &= \varphi(x), \\ U_1(u) &= \sum_{j=0}^{2n-1} \left\{ \alpha_{ij} \frac{d^j u}{dx^j} \Big|_{x=a} + \beta_{ij} \frac{d^j u}{dx^j} \Big|_{x=b} \right\} = 0 \quad (i = \overline{1, 2n}), \end{aligned} \right. \quad (2)$$

где $0 \leq t \leq T < +\infty$, $a \leq x \leq b$ (a и b — конечные числа, $a < b$); $A(u)$ — некоторый нелинейный оператор, причем $A(u) \equiv V_n(t) \geq 0$ на $[0, T]^*$, n — любое натуральное число; $p_i(x) \in C_{[a, b]}^{(i)}$; ($i = \overline{0, n}$), $p_n(x) \neq 0$ на $[a, b]$; F, φ — заданные функции; α_{ij}, β_{ij} ($i = \overline{1, 2n}, j = \overline{0, 2n-1}$) — постоянные числа; линейный дифференциальный оператор L , порожденный дифференциальным выражением $l(u) = \sum_{i=0}^n \frac{d^i}{dx^i} \left(p_i(x) \frac{d^i u}{dx^i} \right)$ и краевыми условиями

$U_1(u) = 0$ ($i = \overline{1, 2n}$), самосопряженный и отрицательно определенный, $\{-\lambda_k^2\}$ — последовательность его собственных значений, $0 \leq \lambda_1^2 \leq \lambda_2^2 \leq \dots \leq \lambda_k^2 \leq \dots \rightarrow +\infty$ ($\lambda_k > 0$), $\{v_k(x)\}$ — полная ортонормальная в $L_2(a, b)$ система соответствующих собственных (классических) функций ($v_k(x)$ соответствует $-\lambda_k^2$). Предположим, что для собственных функций и их производных имеют место оценки

$$\left| v_k^{(i)}(x) \right| \leq C \cdot \lambda_k^{\frac{i}{n}} \quad (i = \overline{0, 2n}; a \leq x \leq b; k = \overline{1, \infty}; C > 0 \text{ — постоянная}).$$

Условия, имеющиеся в постановке рассматриваемой задачи, в дальнейшем в формулировке теоремы повторять не будем и все встре-

* Условие, налагаемое на оператор A , уточним в дальнейшем.

чающиеся функции будем считать действительными, а интеграл понимать всюду в смысле Лебега. Решение задачи (1) — (3) будем искать в виде

$u(t, x) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) v_k(x)$. После применения к этой задаче формальной

схемы метода Фурье нахождение неизвестных функций $u_k(t)$, т. е. коэффициентов Фурье искомого решения $u(t, x)$ по системе $\{v_k(x)\}$, аналогично случаю линейных неоднородных параболических уравнений приводится к решению следующей счетной системы нелинейных интегральных уравнений:

$$u_k(t) = \varphi_k e^{-\lambda_k^2 \int_0^t A(u) \tau d\tau} + \int_0^t \int_a^b F\left(s, \xi, \sum_{k=1}^{\infty} u_k(s) v_k(\xi)\right) \cdot v_k(\xi) \cdot e^{-\lambda_k^2 \int_s^t A(u) \tau d\tau} d\xi ds, \quad (4)$$

где $\varphi_k = \int_a^b \varphi(x) v_k(x) dx$, $A(u)$ — значение функции $A(u) = V_n(t)$

при $t = \tau$.

С целью исследования поставленной задачи введем некоторые вспомогательные факты и примем одно определение.

Обозначим через B_0 совокупность всех функций вида $u(t, x) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) v_k(x)$, рассматривающихся в области $D_T \left(0 \leq t \leq T, a \leq x \leq b \right)$, где функции $u_k(t)$ непрерывны на $[0, T]$ и удовлетворяют условию

$$\sum_{k=1}^{\infty} (\max_{0 \leq t \leq T} |u_k(t)|)^2 < +\infty.$$

В этом множестве норму определим так:

$$\|u\|_{B_0} = \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} (\max_{0 \leq t \leq T} |u_k(t)|)^2 \right\}^{1/2}.$$

Очевидно, что B_0 — банахово пространство.

Пусть G — некоторое множество пространства B_0 . Для каждой функции $u(t, x) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) v_k(x)$ функцию $u_k(t)$ назовем ее k -й компонентой. Обозначим через G_k совокупность k -ых компонент всех элементов множества G .

Справедлива следующая

Теорема 1. Для компактности множества $G \subset B_0$ необходимо и достаточно, чтобы:

1. Для каждого k ($k = 1, 2, 3, \dots$) множество $G \subset B_0$ было компактным в пространстве $C[0, T]$.

2. При любом заданном $\varepsilon > 0$ существовал номер $N = N(\varepsilon)$ один и тот же для всех $u \in G$, и такой, что

$$\left\{ \sum_{k=N(\varepsilon)}^{\infty} (\max_{0 \leq t \leq T} |u_k(t)|)^2 \right\}^{1/2} < \varepsilon.$$

Обозначим через $L_+(0, T)$ совокупность всех почти всюду не отрицательных и интегрируемых на $[0, T]$ функций с метрикой,

определяемой как на $L(0, T)$. Очевидно, что $L_+(0, T)$ — полное (но не нормированное) метрическое пространство.

Определение. Слабо обобщенным решением задачи (1)–(3) назовем всякую функцию $u(t, x)$, принадлежащую пространству B_0 и удовлетворяющую интегральному тождеству

$$\int_0^T \int_a^b \left\{ u \frac{\partial w}{\partial t} + A(u)_t \cdot u \cdot \sum_{i=0}^n \frac{\partial^i}{\partial x^i} \left(p_i(x) \frac{\partial^i w}{\partial x^i} \right) + F(t, x, u(t, x)) \cdot w \right\} dx dt + \int_1^b \varphi(x) w(0, x) dx = 0$$

при любой функции $w(t, x)$, непрерывной в замкнутой области $D_T \equiv [0, T] \times [a, b]$ вместе с производными $\frac{\partial w}{\partial t}$, $\frac{\partial^i w}{\partial x^i}$ ($i = \overline{1, 2n}$), удовлетворяющей для любых $x \in [a, b]$ условию $w(T, x) = 0$ и для любых $t \in [0, T]$ крайевым условиям $U_1(w) = 0$ ($i = \overline{1, 2n}$).

Лемма. Если функция $u(t, x) \equiv \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) v_k(x)$ является слабо обобщенным решением задачи (1)–(3), $A(u)_t \in L_+(0, T)$ и $F(t, x, u(t, x)) \in L(D_T)$, то функция $u_k(t)$ удовлетворяет на $[0, T]$ системе (4).

Докажем одну теорему о существовании слабо обобщенного решения задачи (1)–(3).

Теорема 2. 1. $\sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k^2 < +\infty$, т. е. $\varphi(x) \in L_2(a, b)$.

2. Оператор A действует из B_0 в $L_+(0, T)$ непрерывно, причем $A(u) \equiv V_u(t) \geq a_0 > 0$ почти всюду на $[0, T]$.

3. Функция $F(t, x, u)$, определенная в области $D_T \times (-\infty, \infty)$, непрерывна по совокупности своих переменных и

$|F(t, x, u)| \leq a(t, x) + b(t)|u|$, где $a(t, x) \in L_2(D_T)$, $b(t) \in L_2(T)$.

4. Для каждого ограниченного множества $G \subset B_0$ при всех $u \in G$ имеет место

$$|A(u)| \leq C_0(t) \in L(0, T).$$

Тогда задача (1)–(3) имеет по крайней мере одно слабо обобщенное решение.

Доказательство. В пространстве B_0 определим следующий оператор:

$$P(u) \equiv P\left(\sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) v_k(x)\right) = \sum_{k=1}^{\infty} \tilde{u}_k(t) v_k(x), \text{ где } \tilde{u}_k(t) = \varphi_k e^{-\lambda_k^2 \int_0^t A(u)_\tau d\tau} + \int_0^t \int_a^b F\left(s, \xi, \sum_{k=1}^{\infty} u_k(s) v_k(\xi)\right) \cdot v_k(\xi) e^{-\lambda_k^2 \int_s^t A(u)_\tau d\tau} d\xi ds. \quad (6)$$

Используя элементарное неравенство $(a+b)^2 \leq 2(a^2+b^2)$, неравенство Коши–Буняковского, равенство Парсеваля и учитывая условие 3 данной теоремы, из системы (6) легко получить, что для любой функции $u(t, x) \in B_0$

$$\|P(u)\|_{B_0}^2 \equiv \sum_{k=1}^{\infty} (\max_{0 \leq t \leq T} |\tilde{u}_k(t)|^2) \leq 2 \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k^2 + 4T(\|a(t, x)\|_{L_2(D_T)}^2 + \|b(t)\|_{L_2(0, T)}^2) \times$$

$$\times \sum_{k=1}^{\infty} (\max_{0 \leq t \leq T} |u_k(t)|^2) = 2\|\varphi(x)\|_{L_2(a, b)}^2 + 4T(\|a(t, x)\|_{L_2(D_T)}^2 + \|b(t)\|_{L_2(0, T)}^2 \cdot \|u\|_{B_0}^2) < +\infty. \quad (7)$$

Из неравенства (7) видно, что оператор P действует в пространстве B_0 , причем ограниченно.

Докажем непрерывность оператора P в этом пространстве. Пусть последовательность $u_m(t, x) = \sum_{k=1}^{\infty} u_{k, m}(t) v_k(x)$ принадлежит B_0 и сходится к функции $u_0(t, x) \in B_0$. Очевидно, что

$$\|P(u_m) - P(u_0)\|_{B_0}^2 \equiv \sum_{k=1}^{\infty} (\max_{0 \leq t \leq T} |\tilde{u}_{k, m}(t) - \tilde{u}_{k, 0}(t)|^2) \leq \leq 2 \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k^2 \cdot \left(\max_{0 \leq t \leq T} \left| e^{-\lambda_k^2 \int_0^t A(u_m)_\tau d\tau} - e^{-\lambda_k^2 \int_0^t A(u_0)_\tau d\tau} \right|^2 + 4 \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \max_{0 \leq t \leq T} \left| \int_0^t \int_a^b [F(u_m(s, x)) - F(u_0(s, x))] v_k(x) e^{-\lambda_k^2 \int_s^t A(u_m)_\tau d\tau} dx ds \right|^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + 4 \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \max_{0 \leq t \leq T} \left| \int_0^t \int_a^b F(u_0(s, x)) v_k(x) \cdot \left[e^{-\lambda_k^2 \int_s^t A(u_m)_\tau d\tau} - e^{-\lambda_k^2 \int_s^t A(u_0)_\tau d\tau} \right] dx ds \right|^2 \right\} \right\} \right), \quad (8)$$

где $F(u_m(s, x)) = F\left(s, x, \sum_{k=1}^{\infty} u_{k, m}(s) v_k(x)\right)$ ($m = 0, 1, 2, 3, \dots$).

Пусть задано произвольное число $\varepsilon > 0$. Так как $\sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k^2 < +\infty$, то для заданного $\varepsilon > 0$ найдется такой номер $N = N_\varepsilon$, что

$$\sum_{k=N+1}^{\infty} \varphi_k^2 < \varepsilon \quad (8_1)$$

Фиксируем этот номер $N = N_\varepsilon$. С другой стороны, в силу того, что $u_m(t, x) \xrightarrow{B_0} u_0(t, x)$ и оператор A непрерывно действует из B_0 в $L_+(0, T)$, найдется номер $m_{1, \varepsilon}$ такой, что при всех $m \geq m_{1, \varepsilon}$ справедливо соотношение

$$\sum_{k=1}^{N_\varepsilon} \varphi_k^2 \cdot \left(\max_{0 \leq t \leq T} \left| e^{-\lambda_k^2 \int_0^t A(u_m)_\tau d\tau} - e^{-\lambda_k^2 \int_0^t A(u_0)_\tau d\tau} \right|^2 \right) < \varepsilon. \quad (8_2)$$

Из неравенств (8₁) и (8₂) вытекает, что при $m \geq m_{1, \varepsilon}$

$$I_1 \equiv 2 \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k^2 \cdot \left(\max_{0 \leq t \leq T} \left| e^{-\lambda_k^2 \int_0^t A(u_m)_\tau d\tau} - e^{-\lambda_k^2 \int_0^t A(u_0)_\tau d\tau} \right|^2 \right) < 4\varepsilon. \quad (8_3)$$

Далее, так как

$$I_2 \equiv 4 \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \max_{0 \leq t \leq T} \left| \int_0^t \int_a^b [F(u_m(s, x)) - F(u_0(s, x))] v_k(x) e^{-\lambda_k^2 \int_s^t A(u_m)_\tau d\tau} dx ds \right|^2 \right\} \leq$$

$$\leq 4T \int_0^T \int_a^b |F(u_m(s, x)) - F(u_0(s, x))|^2 dx ds,$$

причем последовательность $\{F(u_m(s, x)) - F(u_0(s, x))\}^2$ сходится по мере к нулю в области D_T и функции этой последовательности имеют в D_T равносильно абсолютно непрерывные интегралы, то можно указать такой номер $m_{2,\varepsilon}$, чтобы для любого $m \geq m_{2,\varepsilon}$ было $I_2 < \varepsilon$.

из соотношений

$$\int_0^t \left| e^{-\lambda_K^2 \int_s^t A(u_m)\tau d\tau} - e^{-\lambda_K^2 \int_s^t A(u_0)\tau d\tau} \right| ds \leq \frac{2}{\lambda_K a_0} (1 - e^{-2\lambda_K^2 a_0 t}) \leq \frac{C_2}{\lambda_K}, \text{ где } C_2 = \frac{2}{a_0},$$

и

$$\int_0^T \int_a^b F^2(u_0(s, x)) dx ds \leq 2(\|a(t, x)\|_{L_2(D_T)}^2 + \|b(t)\|_{L_2(0,T)}^2 \cdot \|u_0\|_{B_0}^2) \equiv C_3$$

видно, что для заданного $\varepsilon > 0$ можно подобрать чужой номер $N_2 = N_{2,\varepsilon}$, что

$$4 \sum_{k=N_{2,\varepsilon}+1}^{\infty} \left\{ \max_{0 < t \leq T} \left| \int_0^t \int_a^b F(u_0(s, x)) \cdot v_k(x) \left[e^{-\lambda_K^2 \int_s^t A(u_m)\tau d\tau} - e^{-\lambda_K^2 \int_s^t A(u_0)\tau d\tau} \right] v dx dt \right|^2 \right\} \leq \frac{C_2 C_3}{\lambda_{N_{2,\varepsilon}+1}} \leq \varepsilon.$$

Фиксируем этот номер $N_2 = N_{2,\varepsilon}$.

Тогда для $\varepsilon > 0$ можно указать такой номер $m_{3,\varepsilon}$, что при всех $m \geq m_{3,\varepsilon}$.

$$4 \sum_{k=1}^{N_{2,\varepsilon}} \left\{ \max_{a < t \leq T} \left| \int_0^t \int_a^b F(u_0(s, x)) \left[e^{-\lambda_K^2 \int_s^t A(u_m)\tau d\tau} - e^{-\lambda_K^2 \int_s^t A(u_0)\tau d\tau} \right] dx ds \right|^2 \right\} < \varepsilon.$$

значит при всех $m \geq m_{3,\varepsilon}$

$$I_3 = 4 \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \max_{0 < t \leq T} \left| \int_0^t \int_a^b F(u_0(s, x)) \cdot v_k(x) \left[e^{-\lambda_K^2 \int_s^t A(u_m)\tau d\tau} - e^{-\lambda_K^2 \int_s^t A(u_0)\tau d\tau} \right] dx ds \right|^2 \right\} < \varepsilon. \quad (8^{III})$$

В силу (8^I), (8^{II}) и (8^{III}) из неравенства (8) получаем, что для любого $m > m_\varepsilon$ (где $m_\varepsilon \equiv \max\{m_{1,\varepsilon}, m_{2,\varepsilon}, m_{3,\varepsilon}\}$)

$$\|P(u_m) - P(u_0)\|_{B_0}^2 \equiv \sum_{k=1}^{\infty} (\max_{0 < t \leq T} |\tilde{u}_{k,m}(t) - \tilde{u}_{k,0}(t)|)^2 \leq I_1 + I_2 + I_3 < 7\varepsilon, \quad (9)$$

что указывает на непрерывность оператора P в пространстве B_0 . Перейдем к доказательству компактности оператора P в B_0 .

Пусть G — любое фиксированное ограниченное множество в B_0 , т. е. для любого $u \in G$ $\|u\|_{B_0} \leq C_1$. Покажем, что множество $PG = M$ компактно в B_0 . Обозначим через M_k совокупность k -х компонент всех элементов множества M . Покажем, что для любого k множество M_k компактно в $C[0, T]$.

Действительно, для любой функции $\tilde{u}_k(t) \in M_k$

$$|\tilde{u}_k(t)| \leq |\varphi_k| + \int_0^T \int_a^b |F(u(s, x)) \cdot e^{-\lambda_K^2 \int_s^t A(u)\tau d\tau} \cdot v_k(x)| dx ds \leq$$

$$\leq |\varphi_k| + \left\{ T(b-a) \cdot \int_0^T \int_a^b F^2(u(s, x)) dx ds \right\}^{1/2} \leq |\varphi_k| \cdot \{T \cdot (b-a) C_3\}^{1/2} \leq$$

$$\leq C_4, \text{ где } C_3 \equiv 2(\|a(t, x)\|_{L_2(D_T)}^2 + \|b(t)\|_{L_2(0,T)}^2 \cdot C_1^2). \quad (10)$$

Для любых $t_1, t_2 \in [0, T]$ имеем

$$|\tilde{u}_k(t_1) - \tilde{u}_k(t_2)| \leq |\varphi_k| \cdot \left| e^{-\lambda_K^2 \int_0^{t_1} A(u)\tau d\tau} - e^{-\lambda_K^2 \int_0^{t_2} A(u)\tau d\tau} \right| +$$

$$+ \left| \int_{t_1}^{t_2} F(u(s, x)) v_k(x) \cdot e^{-\lambda_K^2 \int_s^{t_1} A(u)\tau d\tau} dx ds \right| + \left| \int_0^{t_1} F(u(s, x)) \cdot v_k(x) \left[e^{-\lambda_K^2 \int_s^{t_1} A(u)\tau d\tau} - e^{-\lambda_K^2 \int_s^{t_2} A(u)\tau d\tau} \right] dx ds \right| \leq |\varphi_k| \cdot \lambda_K^2 \left| \int_{t_1}^{t_2} C_G(t) dt \right| + \{2(\|a(t, x)\|_{L_2(D_T)}^2 +$$

$$+ \|b(t)\|_{L_2(0,T)}^2 \cdot \|u\|_{B_0}^2)\}^{1/2} \{t_1 - t_2\}^{1/2} + \lambda_K^2 \{2t_2^2 (\|a(t, x)\|_{L_2(D_T)}^2 +$$

$$+ \|b(t)\|_{L_2(0,T)}^2 \|u\|_{B_0}^2)\}^{1/2} \left\{ \int_{t_1}^{t_2} C_G(\tau) d\tau \right\}^{1/2} (b-a)^{1/2}. \quad (11)$$

Из неравенства (11) видно, что для любого $\varepsilon > 0$ можно указать такое $\delta(\varepsilon) > 0$, что при $|t_1 - t_2| < \delta_\varepsilon$

$$|\tilde{u}_k(t_1) - \tilde{u}_k(t_2)| < \varepsilon \quad (12)$$

для всех $\tilde{u}_k(t) \in M_k$.

Из (10) и (12) следует компактность M_k в $C[0, T]$. Значит множество M удовлетворяет условию 1 теоремы 1. С другой стороны, для любых $u \in G$ и для любого N имеем

$$\sum_{k=N}^{\infty} (\max_{0 < t \leq T} |\tilde{u}_k(t)|)^2 \leq 2 \sum_{k=N}^{\infty} \varphi_k^2 + 2 \int_0^T \int_a^b F^2(u(s, x)) dx ds \cdot \int_0^T e^{-2\lambda_K^2 \int_s^t A(u)\tau d\tau} ds \leq$$

$$\leq 2 \sum_{k=N}^{\infty} \varphi_k^2 + \frac{C_3}{a_0 \cdot \lambda_N^2}.$$

Следовательно, для любого $\varepsilon > 0$ можно подобрать такой номер $N = N_\varepsilon$, чтобы для любой функции $u \in G$

$$\sum_{k=N_\varepsilon}^{\infty} (\max_{0 < t \leq T} |u_k(t)|)^2 < \varepsilon,$$

это и влечет за собой компактность множества M в пространстве B_0 . Итак, оператор P непрерывен и компактен в B_0 , т. е. он вполне непрерывен.

Покажем, что все возможные решения уравнения $u = \lambda P(u)$ при $\lambda \in [0, 1]$ априорно ограничены в B_0 . Тогда действительно для любых решений $u_\lambda(t, x) \equiv \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) v_k(x)$ этих уравнений будем иметь

$$\sum_{k=1}^{\infty} (\max_{0 \leq \tau \leq t} |u_k(\lambda, \tau)|)^2 \leq \lambda \cdot 2 \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k^2 + 2T \int_0^t \int_a^b \lambda F^2(u_k(\tau, x)) dx d\tau \leq C_5^2 +$$

$$+ \int_0^t 4T b^2(\tau) \cdot \sum_{k=1}^{\infty} (\max_{0 \leq s \leq \tau} |u_k(\lambda, s)|)^2 d\tau, \quad (13)$$

где $C_5^2 = 2 \|\varphi(x)\|_{L_2(a,b)}^2 + 4T \|a(t, x)\|_{L_2(D_T)}^2$.

Так как функция $a(t) \equiv \sum_{k=1}^{\infty} (\max_{0 \leq \tau \leq T} |u_k(\lambda, \tau)|)^2$ непрерывна по t на отрезке $[0, T]$, то, применяя неравенство Р Беллмана (см. [3], стр. 188),

из неравенства (13) получим $\sum_{k=1}^{\infty} (\max_{0 \leq \tau \leq T} |u_k(t)|)^2 \leq C_5^2 e^{4T \int_0^T b^2(\tau) d\tau} = C_6$. Отсюда

$\|u_\lambda\| \leq C_6$ при всех $\lambda \in [0, 1]$. Таким образом мы показали, что все возможные решения уравнений $u = \lambda P(u)$ ($\lambda \in [0, 1]$) априори ограничены в B_0 , т. е. $\|u_\lambda\| \leq C_6$. Следовательно, в силу усиленного принципа Шаудера оператор P имеет в пространстве B_0 по крайней мере

одну неподвижную точку $u(t, x) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) v_k(x)$. Очевидно, что функции $u_k(t)$ удовлетворяют системе (4). Кроме того, функция $u(t, x)$ как элемент пространства B_0 принимает граничные значения (3) в обычном смысле.

Проверим теперь, удовлетворяет ли функция $u(t, x)$ интегральному тождеству (5). Обозначим через $u_{k,p}(t, x)$ сумму $u_{k,p}(t, x) = \sum_{k=1}^p u_k(t) v_k(x)$.

Составим интеграл

$$I_p = \int_0^T \int_a^b \left[u_{k,p} \frac{\partial w}{\partial t} + u_{k,p} \cdot Lw \cdot A(u)_t + F(t, x, u_{k,p}(t, x)) \cdot w \right] dx dt +$$

$$+ \int_a^b \varphi(x) \cdot w(0, x) dx$$

для какой-нибудь функции $w(t, x)$, указанной в определении слабо обобщенного решения, и проинтегрируем по частям первый и второй члены, перенося производные по t и x на $u_{k,p}$. Тогда легко получить, что

$$I_p = \int_0^T \int_a^b \left\{ F(t, x, u_{k,p}(t, x)) - \sum_{k=1}^p \left[\int_a^b F(t, \xi, u_{k,p}(t, \xi)) v_k(\xi) d\xi \right] v_k(x) \right\} w dx dt +$$

$$+ \int_a^b \left\{ \varphi(x) - \sum_{k=1}^p \left[\int_a^b \varphi(\xi) d\xi v_k(\xi) \right] v_k(x) \right\} \cdot w(0, x) dx.$$

Переходя к пределу при $p \rightarrow \infty$ мы докажем, что $u(t, x)$ — слабообобщенное решение задачи (1) — (3).

ЛИТЕРАТУРА

1. Бернштейн С. Н. Изв. АН СССР, серия матем., т. IV, 1940, № 1.
2. Гусейнов А. И., Чандиров Г. И. Уч. зап. АГУ им. С. М. Кирова серия физ.-матем. и хим. наук, 1959, № 4.
3. Беккенбах Э., Беллман Р. Неравенство. Изд-во "Мир", М., 1965.

Институт кибернетики
Атн Азерб. ССР

Поступило 22. V 1970

Б. С. Маммадова

Бир синиф квази-хэтти параболик тэнликлэр үчүн сонлу областда бирелчүлү гарышыг мәсələнин зәиф үмумиләшмиш хәллінин тәдғиги

ХҮЛАСӘ

Мәгаләдә ашағыдакы мәсələјә бахылмышдыр:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - A(u) \cdot \sum_{i=0}^n \frac{\partial^i}{\partial x^i} \left(p_i(x) \frac{\partial^i u}{\partial x^i} \right) = F(t, x, u), \\ u(0, x) = \varphi(x) \end{cases} \quad (1)$$

$$u(0, x) = \varphi(x) \quad (2)$$

$$U_i(u) = \sum_{j=0}^{2n-1} \left\{ \alpha_{ij} \frac{\partial^i u}{\partial x^i} \Big|_{x=a} + \beta_{ij} \frac{\partial^i u}{\partial x^i} \Big|_{x=b} \right\} = 0 \quad (i = \overline{1, 2n}) \quad (3)$$

$0 \leq t \leq T < +\infty$, $a \leq x \leq b$ олдугда A һәр һансы гејри-хәтти оператордур. Белә ки $A(u) \equiv V_u(t) \geq 0$; $p_i(x) \in C_{[a,b]}^{(i)}$ ($i = \overline{0, n}$), $p_n(x) \neq 0$ $[a, b]$ парчасында F , φ — верилмиш функцијалар, α_{ij} , β_{ij} ($i = \overline{1, 2n}$, $j = \overline{0, 2n-1}$) — сабит әдәдләрdir.

$l(u) \equiv \sum_{i=0}^n \frac{\partial^i}{\partial x^i} \left(p_i(x) \frac{\partial^i u}{\partial x^i} \right)$ дифференциал ифадәсинин вә $U_i(u) = 0$ ($i = \overline{1, 2n}$) сәrhәд шәртләринин тәрәдији L оператору өзүнәгошма вә мәнфи мүүјјән олуиуш оператордур.

Мәгаләдә күчләндирилмиш Шаудер принципи васитәсилә (1) — (3) мәсələсинин зәиф үмумиләшмиш хәлли аңлајышы верилмиш вә хәллин варлыг теоремии исбат олуиушдур.

(1)

(2)

(3)

УДК 622. 276

О. М. ФАРЗАЛИЕВА

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОДНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ЗАДАЧИ ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗОКОНДЕНСАТНЫХ СИСТЕМ

При разработке газоконденсатных месторождений на истощение фильтрующееся вещество до начала разработки находится в газообразном состоянии. В процессе снижения давления наиболее тяжелые компоненты этого вещества выпадают в виде жидкости-конденсата, известная часть которого насыщает породу.

В [3] приведено автомодельное решение газоконденсатных систем по псевдобинарной модели, а в [4]—для многокомпонентной системы. В настоящей статье приводится численное решение изотермической нестационарной задачи фильтрации газоконденсатной системы к скважине, расположенной в центре ограниченного кругового пласта с непроницаемым контуром.

Как известно, давление $p(r, t)$ и конденсатонасыщенность $s(r, t)$ в рассматриваемом случае удовлетворяют следующим системам дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r \bar{v}_1 \rho_1] = -m \frac{\partial}{\partial t} [(1-s) \rho_1]. \quad (1)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r \bar{v}_2] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \bar{v}_1 \frac{\rho_1}{\rho_0} \nu(p) \right] = -m \frac{\partial}{\partial t} \left[(1-s) \frac{\rho_1}{\rho_0} \nu(p) + s \right]; \quad (2)$$

$$\{ r_c < r < R_k, \quad 0 < t < T \},$$

$$\bar{v}_1 = -\frac{\kappa}{\mu_1} f_1(s) \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (3)$$

$$\bar{v}_2 = -\frac{\kappa}{\mu_1} f_2(s) \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (4)$$

где

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = c \frac{p}{p_0};$$

k —проницаемость пористой среды;
 m —пористость;

μ_1, μ_2 —вязкость газа и конденсата, соответственно;

$\bar{v}_1, \bar{v}_2$ —скорости фильтрации для газовой и жидкой фаз,

$\nu(p)$ —растворимость конденсата в газе;

c —коэффициент, принимаемый равным единице;

p_0 —давление, соответствующее нормальным условиям;

r_c, R_k —радиусы скважины и контура, соответственно;
 r —текущий радиус.

Решение данной системы ищется при следующих начальных и граничных условиях:

$$p(r, 0) = \varphi(r), \quad r_c \leq r \leq R_k; \quad (5)$$

$$s(r, 0) = 0, \quad r_c \leq r \leq R_k; \quad (6)$$

$$r f_1(s) \frac{\partial p^2}{\partial r} \Big|_{r=r_c} = \lambda, \quad 0 < t < T \quad (7)$$

или

$$p(r, t) \Big|_{r=r_c} = \psi(t), \quad (8)$$

$$\frac{\partial p^2}{\partial r} \Big|_{r=R_k} = 0, \quad 0 < t < T \quad (9)$$

Введем безразмерные величины

$$\bar{p} = \frac{p}{p_d}, \quad \bar{r} = \frac{r}{R_d}, \quad \bar{r}_c = \frac{r_c}{R_d}, \quad \bar{R}_k = \frac{R_k}{R_d}, \quad \bar{t} = \frac{t}{t_d}, \quad \bar{p}_0 = \frac{p_0}{p_d},$$

где p_d, R_d, t_d —масштабы безразмерности, а также, учитывая характер изменения функций $p(r, t)$ и $s(r, t)$, новую логарифмическую переменную по пространственной координате. Тогда задачу (1)–(9) в безразмерных величинах и в новой переменной можно переписать так:

$$\frac{\partial}{\partial u} \left[p f_1(s) \frac{\partial p}{\partial u} \right] = a e^{2u} \frac{\partial}{\partial t} [(1-s)p], \quad (10)$$

$$b \frac{\partial}{\partial u} \left[f_2(s) \frac{\partial p}{\partial u} \right] + \frac{\partial}{\partial u} \left[f_1(s) \frac{p}{p_0} \nu(p) \frac{\partial p}{\partial r} \right] = a e^{2u} \frac{\partial}{\partial t} \left[(1-s) \frac{p}{p_0} \nu(p) + s \right]; \quad (11)$$

$$\{ u_c < u < u_k, \quad 0 < t < T \},$$

$$p(u, 0) = \varphi(u), \quad u_c \leq u \leq u_k, \quad (12)$$

$$s(u, 0) = 0, \quad u_c \leq u \leq u_k, \quad (13)$$

$$f_1(s) \frac{\partial p^2}{\partial u} \Big|_{u=u_c} = \lambda_1 \quad (14)$$

$$p(u, t) \Big|_{u=u_k} = \psi(t), \quad 0 < t < T \quad (15)$$

где

$$\frac{\partial p^2}{\partial r} \Big|_{u=u_k} = 0, \quad (16)$$

$$a = \frac{m \mu_1 R_d^2}{\kappa p_d \cdot t_d}; \quad b = \frac{\mu_1}{\mu_2}; \quad \lambda_1 = \frac{Q \cdot \mu_1 \cdot p_0}{2\pi h \kappa \cdot p_d};$$

h —мощность пласта; Q —дебит газа.

Для определения значения насыщенности на контуре выводится дополнительное соотношение из уравнений (10)–(11), с учетом непроницаемости контура [1]:

$$\left(b f_2(s) + f_1(s) \nu(p) \frac{p}{p_0} \right) \Big|_{f_1(s)p} = \frac{\partial}{\partial t} \left[(1-s) \frac{q}{p_0} \nu(p) + s \right] / \frac{\partial}{\partial t} [(1-s)p]. \quad (17)$$

Полученная краевая задача (10)–(16) решается методом конечных разностей.

Введем пространственно-временную сетку $\Omega_h = \{ u_m = u_c + (m-1) \frac{h}{2},$

$u_0 = u_c, \quad u_{m+1} = u_k, \quad h = (u_k - u_c) / m + 1, \quad m = 0, \quad m+2, \quad t_n = t_{n-1} + \tau_n,$

$t_0 = 0, \quad t_N = T, \quad n = 0, N \}$.

* Черточки над безразмерными величинами опущены.

Схематически сетка Ω_h^* представлена на рис. 1, где x —точки, в которых определяется давление; 0 —точки определения насыщенности. Производные функций $p(u, t)$ и $s(u, t)$ заменяются разностными соотношениями:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial u}\right)_{m+1, n+1} \sim \frac{p_{m+2} - p_m}{h},$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_{mn+1} \sim \frac{1}{\tau_{n+1}} [w_1 p_{mn+1} - (w_1 + w_2) p_{mn} + w_2 p_{mn-1}],$$

$$\left(\frac{\partial s}{\partial t}\right)_{mn+1} \sim \frac{1}{\tau_{n+1}} [w_1 s_{mn+1} - (w_1 + w_2) s_{mn} + w_2 s_{mn-1}],$$

где

$$w_1 = 1 + \frac{1}{4} \frac{\tau_{n+1} + \tau_n}{\tau_{n+1}}; \quad w_2 = \frac{1}{4} \frac{\tau_{n+1} + \tau_n}{\tau_n},$$

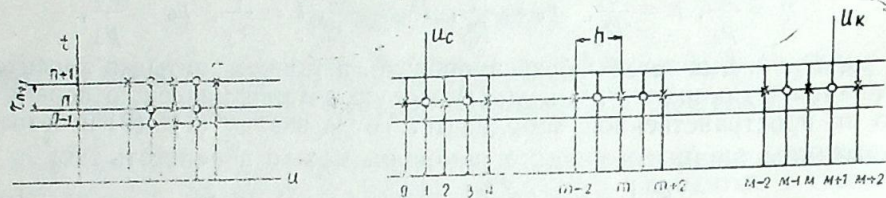


Рис. 1.

В случае постоянного шага по времени $w_1 = 3/2$, $w_2 = 1/2$. Вышеуказанные аппроксимации приводят дифференциальную задачу (10)–(16) к разностной задаче вида:

$$\begin{aligned} & [A_{m+1}(p, s)(p_{m+2} - p_m) - A_{m-1}(p, s)(p_m - p_{m-2})]_{n+1} = \\ & = \frac{ae^{2u_m} h^2}{\tau_{n+1}} [w_1 \gamma_1(p, s)_{mn+1} - (w_1 + w_2) \gamma_1(p, s)_{mn} + w_2 \gamma_1(p, s)_{mn-1}] \quad (18) \end{aligned}$$

$$(m = \overline{2, M}; n = \overline{0, N}),$$

$$\begin{aligned} & [B_{m+1}(p, s)(p_{m+2} - p_m) - B_{m-1}(p, s)(p_m - p_{m-2})]_{n+1} = \\ & = \frac{ae^{2u_m} h^2}{\tau_{n+1}} [w_1(\gamma_2(p) + \gamma_3(p, s))_{mn+1} - (w_1 + w_2)(\gamma_2(p) + \gamma_3(p, s))_{mn} + \\ & + w_2(\gamma_2(p) + \gamma_3(p, s))_{mn-1}] \quad (m = \overline{M, 2}; n = \overline{0, N}), \quad (19) \end{aligned}$$

$$p_{0n+1} f_1(s)_{1n+1} (p_2 - p_0)_{n+1} = \lambda_1 h \quad (20) \text{ или } (p_2 + p_0)_{n+1} = 2\psi(t), \quad n = \overline{0, N}, \quad (21)$$

$$(p_{m+2} - p_m)_{n+1} = 0, \quad n = \overline{0, N}, \quad (22)$$

где

$$A_{in+1}(p, s) = p_{in+1} f_1(s)_{in+1} \quad (i = m+1, m-1),$$

$$B_{in+1}(p, s) = [bf_2(s) + p/p_0 f_1(s) \psi(p)]_{in+1},$$

$$\gamma_1(p, s) = (1-s)p, \quad \gamma_2(p) = p/p_0 \cdot \psi(p), \quad \gamma_3(p, s) = s[1 - p/p_0 \cdot \psi(p)].$$

Разностная схема (18)–(22) определена на 11-точечном шаблоне, расположенном на трех слоях $(n+1)$, n и $(n-1)$. Давление и насыщенность определяются в чередующихся точках пространственной сетки

$$u_m \text{ и потому } s_m = \frac{s_{m+1} + s_{m-1}}{2}, \quad p_{m+1} = \frac{p_{m+2} + p_m}{2}.$$

Таким образом, разностное уравнение (18) с граничными условиями (20)–(22) можно записать в виде системы нелинейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} & E_{0n+1} p_{2n+1} + F_{0n+1} p_{0n+1} + D_0 = 0 \quad (m = \overline{2, M}; n = \overline{0, N}), \\ & E_{mn+1} p_{m+2, n+1} + F_{mn+1} p_{mn+1} + G_m p_{m-2, m+1} + D_{mn, n-1} = 0, \\ & E_{Mn+1} p_{M+2, n+1} + F_{Mn+1} p_{Mn+1} + D_M = 0, \end{aligned} \quad (23)$$

где

$$E_0 = p_0 f_1(s), \quad F_0 = -p_0 f_1(s)_1, \quad D_0 = -\lambda_1 h \quad \text{при условии (20);}$$

$$E_0 = 1, \quad F_0 = +1, \quad D_0 = -2\psi(t) \quad \text{при условии (21);}$$

$$F_m = -(A_{m+1} + A_{m-1})_{n+1} - \frac{ae^{2u_m} h^2}{\tau_{n+1}} [w_1(1-s)_{mn+1}]; \quad G_m = A_{m-1, m+1}(p, s);$$

$$D_m = \frac{ae^{2u_m} h^2}{\tau_{n+1}} [(w_1 + w_2) \gamma_1(p, s)_{mn} - w_2 \gamma_1(p, s)_{mn-1}];$$

$$E_M = 1, \quad F_M = -1, \quad D_M = 0;$$

разностное уравнение (19) и соотношение (17) приводятся к следующей системе алгебраических уравнений:

$$L_{mn+1} + H_{mn+1} - Q_{mn+1} s_{m+1, n+1} = Q_{mn+1} s_{m-1, n+1}, \quad (24)$$

$$C_{mn+1} - N_{mn+1} s_{m+1, n+1} = N_{mn+1} s_{m-1, n+1} \quad (m = \overline{M, 2}; n = \overline{0, N}), \quad (25)$$

где

$$L_m = [B_{m+1}(p_{m+2} - p_m) - B_{m-1}(p_m - p_{m-2})]_{n+1};$$

$$H_m = \frac{ae^{2u_m} h^2}{\tau_{n+1}} [w_1 \gamma_2(p)_{mn+1} - (w_1 + w_2)(\gamma_2(p) + \gamma_3(p, s)_{mn} + w_2(\gamma_2(p) +$$

$$+ \gamma_3(p, s))_{mn-1}]; \quad Q_m = \frac{1}{2} \frac{ae^{2u_m} h^2}{\tau_{n+1}} w_1(1 - p/p_0 \psi(p))_{mn+1};$$

$$K_{m+1} = [bf_2(s) + f_1(s) \psi(p) p/p_0]_{m+1, n+1};$$

$$C_m = w_1[K_{m+1} p_m - \gamma_2(p)_{m+1} - (w_1 + w_2)[K_{m+1, n+1}(\gamma_1(p, s) + \gamma_2(p) +$$

$$+ \gamma_3(p, s)_{mn}] + w_2[K_{m+1, n+1}(\gamma_1(p, s) - \gamma_2(p) - \gamma_3(p, s))_{mn-1}];$$

$$N_m = \frac{1}{2} w_1[1 - p/p_0 \psi(p)]_m - p_m K_{m+1} p_{n+1}.$$

Неизвестные сеточные функции $p(u_m, t_n)$ в один и тот же момент времени определяются последовательным решением системы (23) и уравнений (24), (25). При вычислении значений p из системы (23) в начальный момент времени значения s считаются известными из начального условия (13). К системе (23) можно применить метод прогонки с итерацией, с использованием начального условия (12). При нахождении первого приближения предполагается $w_1 = 1$, $w_2 = 0$. Процесс итерации производится до тех пор, пока

$$|p_{mn+1}^{(k)} - p_{mn+1}^{(k-1)}| < \epsilon, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots, \epsilon > 0;$$

ϵ —точность сходимости. Совместным решением уравнений (24) и (25), значения p , считая известными в тот же момент из системы (23), находим величину s на контуре u_k . Значения насыщенности в остальных точках сеточной области Ω_h^* определяются из уравнений (24).

Совместная итерация значений p и s при последовательном решении системы (23) и уравнений (24), (25) в один и тот же момент производится до тех пор, пока

$$\begin{aligned} & |p_{mn+1}^{(k)} - p_{mn+1}^{(k-1)}| < \epsilon, \\ & |s_{m+1, n+1}^{(k)} - s_{m+1, n+1}^{(k-1)}| < \epsilon_1; \quad \epsilon_1 > 0. \end{aligned}$$

Значения давления и насыщенности для следующего момента времени $(n+1)$ вычисляются из результатов, полученных в двух предыдущих моментах времени n и $n-1$ ($n \neq 0$). Расчеты по данной схеме произведены на машине М-220. Исходные данные заимствованы из [3];

$k = 20 \text{ мд}$, $m = 0,2$, $\mu_1 = 0,028 \text{ снз}$, $\mu_2 = 0,75 \text{ снз}$, $h = 20 \text{ м}$, $r_c = 0,1 \text{ м}$,

$R_k = 1000 \text{ м}$, $v = 500000 \text{ м}^3/\text{сутки}$, $p_{\text{кач}} = 330 \text{ ат}$, $p_{\text{заб}} = 320 \text{ ат}$,

$$f_1(s) = (1-s)^2, \quad f_2(s) = s^3,$$

$$\psi(p) = 2.7423 \cdot 10^{-9} p^2 - 6.416 \cdot 10^{-7} p + 7.0386 \cdot 10^{-7}.$$

Расчеты для начального периода разработки в случае фильтрации газоконденсатной системы были произведены при постоянном дебите скважины и постоянном забойном давлении. Аналогичные расчеты производились и в случае фильтрации газа. Как показали результаты, при фильтрации газоконденсатных систем быстрое возрастание конденсатонасыщенности порового пространства у левой границы (призабойная зона) до равновесной (0,2) и более, но малой во всей остальной области, а также более резкое падение давления в призабойной зоне, по сравнению со всем пластом, требует малого шага по временной и пространственной координатам, а это, в свою очередь, требует больших затрат машинного времени.

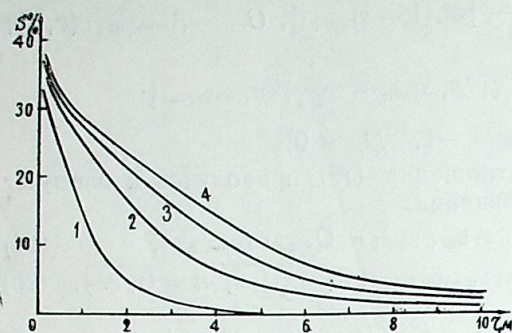


Рис. 2. 1, 2, 3, 4— $t=5, 30, 60$ и 90 суток, соответственно.

Анализ результатов показал, что численное решение задачи фильтрации газоконденсатной системы в ограниченном круговом пласте при заданных условиях подтверждает характер изменения давления и насыщенности, определенный автомодельным решением указанной системы. Результаты расчетов в случае $Q = \text{const}$ графически представлены на рис. 2—4. На рис. 2 показано изменение s от r для различных начальных периодов разработки, а на рис. 3—изменение s от t для различных значений r . Рис. 4 иллюстрирует изменение p для случаев фильтрации газа и газоконденсатной системы.

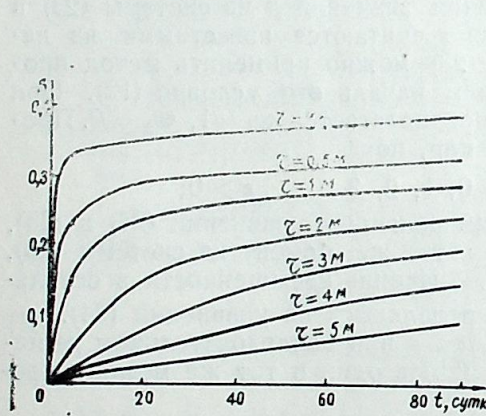


Рис. 3.

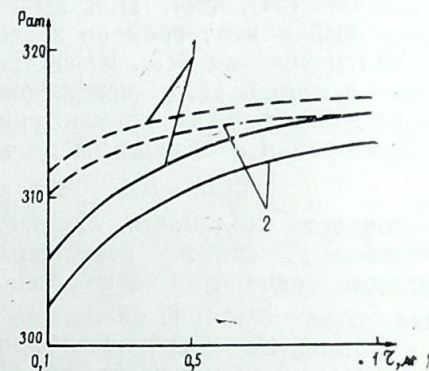


Рис. 4. Распределение $p(r)$: — — — по газу; — по газоконденсату; 1, 2— $t=30$ и 90 суток, соответственно.

Как видно из графиков, значение насыщенности в призабойной зоне сначала быстро возрастает, затем рост его замедляется и разность значений насыщенности в начальные периоды разработки в различных точках пласта стабилизируется и в дальнейшем почти не меняется. Кривая изменения насыщенности в различных точках пласта характеризуется выпрямлением вогнутости с течением времени, что указывает на увеличение области движения конденсата. В призабойной зоне движение конденсата в течение нескольких суток приводит к резкому увеличению фильтрационного сопротивления, в результате чего при одном и том же r значение p при фильтрации газа больше, чем при

фильтрации газоконденсатной системы. С ростом продолжительности разработки указанное расхождение увеличивается. Однако для рассматриваемого начального периода разработки значение p в остальной части области определения фильтрации газоконденсатной системы совпадает с величиной его при фильтрации газа.

В заключение статьи выражаю благодарность акад. А. Х. Мирзаджанзаде за руководство работой, а также В. Г. Пирмамедову и З. М. Ахмедову за указания, советы и обсуждение полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Архангельский В. А. Движение газированных нефтей в системе скважина—пласт. Изд-во АН СССР, М., 1968.
2. Годунов С. К., Рябенский В. С. Введение в теорию разностных схем. М., Физматгиз, 1962.
3. Мирзаджанзаде А. Х. и др. Разработка газоконденсатных месторождений. Изд-во «Недра», М., 1967.
4. Сомов Б. Е. «Нефть и газ», 1967, № 4.
5. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнение математической физики. Изд-во «Наука», М., 1966.
6. West W. T., Garin W. W. Solution of the equations of Unsteady state two-phase flow in oil reservoirs California research corp. La Habra Calif. New York, vol. 201 AIME. В 54.

Институт кибернетики АН Азерб. ССР

Поступило 4. VI 1970

О. М. Фэрзалијева

Газ-конденсат системинин сүзүлмәсинин бир гәрарлашмамыш мәсәләсинин әдәди һәлли

ХУЛАСӘ

Мәғаләдә сонлу ләйларда газ-конденсат системинин сүзүлмәсинин гәрарлашмамыш мүстәви-радиал мәсәләсинә бахылмышдыр. Ејни заманда, газ-конденсат системинин сүзүлмәсини тәсвир едән хусуси төрәмәли диференсиал тәнликләр системи үчүн бир сәрһәд мәсәләсинин әдәди һәлли үсулу көстәрилмишдир. Верилмиш башланғыч вә сәрһәд шәртләри дахилиндә газ-конденсат јатағларында мүхтәлиф истисмар дөврләри үчүн тәзјигин вә конденсат дојмасынын дәјишмә характери тәдгиг олушмушдур.

УДК 512.25/26+519.3:330.15

Д. А. БАБАЕВ, Э. М. КАРАЕВА

АЛГОРИТМ ОПТИМИЗАЦИИ ТРУБОПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ

Одной из основных задач при разработке проекта обустройства нефтяного месторождения является определение оптимальной нефтесборной сети [1]. В настоящей статье рассматривается задача построения оптимальной сети трубопроводов для транспортировки нефти из некоторых заданных пунктов i (например, замерных установок) ($i = 1, 2, \dots, m$) в заданный центральный сборный пункт $i=0$. Основными факторами, характеризующими нефтесборную сеть являются: геометрическая конфигурация, диаметр и толщина труб на разных участках сети, давления в промежуточных и конечных узлах. Обычно при построении нефтесборной сети известны величины расходов Q_i в заданных точках, координаты которых обозначим через ξ_i, η_i , и давление P_0 в сборном пункте (ξ_0, η_0). Однако этих данных недостаточно для формулировки математической задачи оптимизации. Поэтому сделаем одно предположение о структуре сети.

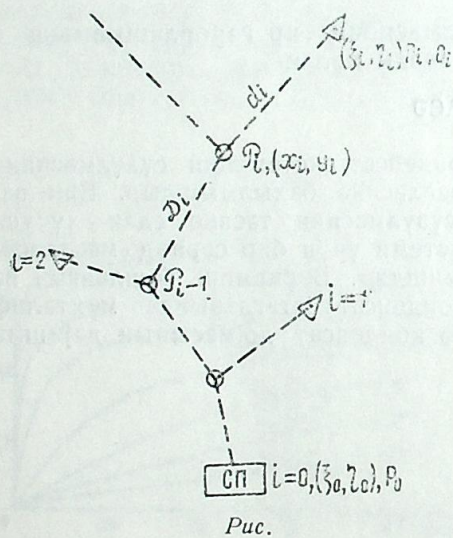


Рис.

Предположим, что имеется некоторая магистральная линия и каждый из заданных пунктов i непосредственно присоединяется к магистральной линии в некотором узле (x_i, y_i) . Нефтесборная сеть, состоящая из прямолинейных отрезков, представляет собой некоторое дерево, вершины которого заданы, а промежуточные должны быть определены. Таким образом, определяется структура, нефтесборной сети (рисунок) и задача построения оптимальной нефтесборной сети сводится к следующему: необходимо построить сеть, т. е. определить координаты точек присоединения заданных пунктов к магистральной линии, давление в этих точках, давление в заданных пунктах и диаметры труб на всех участках нефтесборной сети, при которых стоимость построенной трассы нефтепроводов была бы минимальной.

Следуя [1], в настоящей работе была принята следующая зависимость перепада давления ΔP между концами прямолинейного участка трубопровода от длины этого участка L , диаметра трубы d и расхода жидкости Q на этом участке:

$$\Delta P = \alpha L \frac{Q^2}{d^5}, \quad (1)$$

где α — постоянный коэффициент.

Введем обозначения:

- P_i — давление в заданных пунктах;
- (x_i, y_i) — координаты промежуточного узла сети i , в котором заданный пункт i с координатами (ξ_i, η_i) присоединяется к магистральной линии;
- P_i — давление в промежуточном узле сети i ;
- d_i — диаметр трубы, отходящей от заданного пункта i ;
- D_i — диаметр трубы магистральной линии на участке между промежуточными узлами i и $i-1$;
- $\delta(d)$ — толщина трубы диаметром d ;

$$l_i = \sqrt{(x_i - \xi_i)^2 + (y_i - \eta_i)^2};$$

$$L_i = \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2}.$$

Применение зависимости (1) для различных участков нефтесборной сети дает следующее:

а) на участке от заданного пункта i до магистральной линии (рис.)

$$P_i - P_i = \alpha L_i \frac{Q_i^2}{d_i^5} \quad (i = 1, 2, \dots, m); \quad (2)$$

б) на участке между двумя промежуточными узлами магистральной линии

$$P_i - P_{i-1} = \alpha L_i \frac{\left(\sum_{k=1}^m Q_k\right)^2}{D_i^5} \quad (i = 1, 2, \dots, m). \quad (3)$$

Здесь предполагается, что

$$P_0 = P_0, \quad x_0 = \xi_0, \quad y_0 = \eta_0.$$

Нефтесборная сеть полностью определяется следующими параметрами:

$$P_0, \xi_0, \eta_0, Q_i, \xi_i, \eta_i, P_i, d_i, x_i, y_i, D_i, P_i \quad (i = 1, 2, \dots, m).$$

Как было указано выше, при постановке задачи построения оптимальной сети величины $P_0, \xi_0, \eta_0, Q_i, \xi_i, \eta_i$ задаются. Величины D_i и P_i ($i = 1, 2, \dots, m$) могут быть определены как функции от P_i, d_i, x_i, y_i . Действительно, из соотношения (2), записанного для каждого i , можно найти P_i ($i = 1, 2, \dots, m$). При известных P_i из (3) могут быть определены D_i .

В качестве критерия оптимальности нефтесборной сети принимается функция V , выражающая собой затраты на сооружение всей трубопроводной сети:

$$V = c \sum_{i=1}^m [l_i d_i \delta(d_i) + L_i D_i \delta(D_i)] = V(P_i, d_i, x_i, y_i).$$

Для краткости записи здесь и далее введено обозначение:

$$V(P_1, \dots, P_m, d_1, \dots, d_m) = V(P_i, d_i, x_i, y_i)$$

Задача построения оптимальной сети заключается в определении $\min V$. Для этой цели применим следующую двухступенчатую про-

цедуру минимизации;

$$\min V = \min_{P_i, d_i} W(P_i, d_i), \quad (4)$$

где

$$W(P_i, d_i) = \min_{x_i, y_i} V(P_i, d_i, x_i, y_i). \quad (5)$$

Для краткости записи здесь и далее принято

$$W(P_1, \dots, P_m, d_1, \dots, d_m) = W(P_i, d_i).$$

На первой ступени из (5) применением метода динамического программирования [2] находим $W(P_i, d_i)$. На второй ступени определяем $\min V$ (4), для чего используем метод градиента [3].

Приведем схему алгоритма определения функции $W(P_i, d_i)$. Для каждого промежуточного узла i задается множество допустимых положений

$$G_i = \{(\tilde{x}_{ji}, \tilde{y}_{ji})\}, j_i \in I_i = (1, 2, \dots, S_i).$$

Введем функцию

$$W_{ji} = \min_{j_{i-1} \in I_{i-1}} \{c [l_i d_i \delta(d_i) + L_i D_i \delta(D_i)] + W_{j_{i-1}}\}, \quad j_i \in I_i \quad (i=1, 2, \dots, m), \quad (6)$$

где множество индексов I_0 состоит из одного индекса „0“:

$$G_0 = \{\xi_0, \eta_0\}, W_{j_0} = 0.$$

В соответствии с принципом оптимальности динамического программирования

$$W(P_i, d_i) = \min_{j_m \in J_m} W_{j_m}.$$

В случае расчетов по (6) для каждой пары j_i и j_{i-1} необходимо последовательно определить l_i, L_i, P_i из (2) и D_i из (3). Функция $\delta(d)$ может быть задана в любой форме: аналитически, таблично и т. д. Оптимальные положения промежуточных узлов определяются соотношениями

$$x_{i+1} = x_{j_{i-1}}^*, y_{i-1} = y_{j_{i-1}}^*,$$

где j_{i-1}^* дает $\min$ правой части (6).

Таким образом, изложенный алгоритм определяет оптимальную сеть для заданных P_i и d_i ($i=1, 2, \dots, m$) и $W(P_i, d_i)$.

Для определения $\min V = \min W(P_i, d_i)$ применяется метод градиента. Пусть

$$x = (P_1, \dots, P_m, d_1, \dots, d_m), x^k = (P_1^k, \dots, P_m^k, d_1^k, \dots, d_m^k)$$

где k —индекс очередного приближения.

Тогда

$$x_l^k = x_l^{k-1} - \lambda \left(\frac{\partial W(x)}{\partial x_l} \right)_{k-1} \quad (l=1, \dots, 2m),$$

где λ доставляет $\min$ следующей функции одного переменного:

$$\Psi(\lambda) = W \left[x_1^{k-1} - \lambda \left(\frac{\partial W}{\partial x_1} \right)_{k-1}, \dots, x_{2m}^{k-1} - \lambda \left(\frac{\partial W}{\partial x_{2m}} \right)_{k-1} \right].$$

Ясно, что в соответствии с характером алгоритма первой ступени производные $\frac{\partial W}{\partial x_l}$ определяются численно.

В качестве x^0 может быть взят произвольный вектор, при котором $W(P_i, d_i)$ имеет смысл, т. е. все $D_i > 0$, $P_i - P_{i-1} > 0$, $P_i - P_i > 0$ и

т. д. ($i=1, 2, \dots, m$). Процесс вычислений по методу градиента продолжается до достижения

$$|W(x^k) - W(x^{k-1})| \leq \epsilon.$$

где ϵ —заданная точность вычислений.

Отметим, что в соответствии с технологическими требованиями возможно наличие ограничений вида:

$$\begin{aligned} d_i &\leq d_i \leq \bar{d}_i, \\ P_i &\leq P_i \leq \bar{P}_i. \end{aligned} \quad (7)$$

Эти ограничения легко могут быть учтены в алгоритмах обеих ступеней. Изложенный метод построения оптимальной трубопроводной сети остается в силе для любого аддитивного критерия оптимальности. В частности для критерия вида

$$V = c \sum_{i=1}^m [l_i d_i \delta(d_i) + L_i D_i \delta(D_i)] + \sum_{i=1}^m f(P_i),$$

где $f(P_i) \geq 0$.

Функция $f(P_i)$ может соответствовать затратам, необходимым для поддержания давления P_i в пункте i . Метод настоящей работы применим также и для трубопроводных сетей, течение в которых описывается соотношениями, отличными от (1), в частности для газопроводов.

Приведем пример применения вышеизложенной методики. Расчет производился на машине М-220А. Исходные данные сведены в таблице 1.

Для каждого промежуточного узла были заданы 25 возможных положений ($S_i = 25$, $i=1, 2, 3, 4$).

В качестве начального приближения брали величины, указанные в табл. 2.

Для этих данных применением алгоритма первой ступени была построена субоптимальная сеть. Значения величин D_i, P_i, x_i, y_i для этой сети приводятся в таблице 3.

Далее применением алгоритма второй ступени были определены оптимальные значения P_i и d_i и построена оптимальная сеть. Значение ϵ в расчете принималось равным 0,001. Параметры оптимальной сети приведены в табл. 4.

Значение целевой функции для оптимальной сети на 17% меньше, чем для сети, представленной табл. 3. При построении оптимальной сети были приняты следующие дополнительные ограничения:

$$P_i \leq 100000 \text{ кг/м}^2 \quad (i=1, 2, \dots, m), \quad (8)$$

$$d_i \geq 0,054 \text{ м} \quad (i=1, 2, \dots, m-1). \quad (9)$$

При практической реализации наличие промежуточного узла $i-m$ может оказаться излишним. Тогда исходной пункт $i=m$ будет соединяться с промежуточным узлом $i=m-1$, при этом диаметр соответствующей ветви трубопровода может быть определен из (2).

В заключение авторы считают необходимым отметить существенный вклад, внесенный в эту работу проф. А. М. Пирвердяном при постановке задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гулизаде М. Г., Бабаев Д. А., Халимбеков Б. М., Амира К. А. Тр. АзИНефти и химии, 1970.
2. Лейбензон Л. С. и др. Гидравлика. М.—Л., 1934.

Таблица 1

i	$\xi_i, \text{м}$	$\eta_i, \text{м}$	$Q_i, \text{м}^3/\text{сек}$	$P_i, \text{кг}/\text{м}^2$
0	0	0	—	0
1	800	1600	0,0012	—
2	—1400	2100	0,0012	—
3	1200	4000	0,0012	—
4	—800	3900	0,0012	—

Таблица 2

i	$Y_i, \text{кг}/\text{м}^2$	$d_i, \text{м}$
1	25000	0,0691
2	50000	0,0691
3	75000	0,0691
4	100000	0,0691

Таблица 3

i	$D_i, \text{м}$	$P_i, \text{кг}/\text{м}^2$	$x_i, \text{м}$	$y_i, \text{м}$
1	0,0764	23264,2	30	1200
2	0,0693	49105,4	—100,0	2300
3	0,0586	72164,6	30	3200
4	0,0397	99518,7	—586	3790

Таблица 4

i	$P_i, \text{кг}/\text{м}^2$	$d_i, \text{м}$	$D_i, \text{м}$	$P_i, \text{кг}/\text{м}^2$	$x_i, \text{м}$	$y_i, \text{м}$
1	42495,1	0,054	0,0702	35735,3	—100,0	1200
2	64926,3	0,054	0,0693	59929,6	—700,0	2300
3	9,05876	0,054	0,0567	79330,6	—100,0	3000,0
4	100000,0	0,054	0,043	98348,5	—586,0	3790,0

3. Беллман Р. Динамическое программирование. М., ИЛ, 1960.
 4. Березин И. С., Жидков Н. П. „Методы вычислений“, т. II. М., Физматгиз, 1960.

Институт кибернетики
 АН Азерб ССР

Поступило 1. VI 1970

Ч. Ә. Бабајев, Е. М. Гарајева

Бору шәбәкәләринин оптималлашдырылмасы алгоритми

ХҮЛАСӘ

Мәгаләдә нефтин верилмиш нөгтәләрдән мәркәзи јығма мәнтәгәсинә көндәрилмәси үчүн оптимал бору шәбәкәси гурулмасы мәсәләсинә бахылмыш, һәмин нөгтәләрин вә јығма мәнтәгәсинин координатлары, һәмин нөгтәләрдән ваһид заманда шәбәкәјә көндәрилән мигдар, вә јығма мәнтәгәсиндәки тәзјиг верилмишдир.

Гурулуш хәрчи ән азолан шәбәкә оптимал һесаб едилир. Мәсәләнин һәлли үчүн динамик програмлашдырма вә градијент үсулуна әсасланан алгоритм гурулмушдур. Алгоритм шәбәкәнин һәндәси гурулушуну, шәбәкәнин мүхтәлиф һиссәләриндә боруларын диаметри вә галынлығыны, тәзјиги тәјјин едир.

Э. М. МАМЕДЛИ

АНАЛИЗ НАДЕЖНОСТИ ИЗБЫТОЧНОГО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО БЛОКА, РАБОТАЮЩЕГО ПО МАЖОРИТАРНОМУ ПРИНЦИПУ, ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКОМ ВОССТАНОВЛЕНИИ ОТКАЗАВШИХ ЭЛЕМЕНТОВ

При оценке надежности блоков ЦВМ, использующих структурную избыточность с восстановлением, обычно полагают, что отказавшие элементы восстанавливаются непрерывно во всем рассматриваемом интервале времени. Однако во многих случаях возможно осуществлять восстановление только периодически. Рассмотрим такой режим использования ЦВМ (рис. 1).

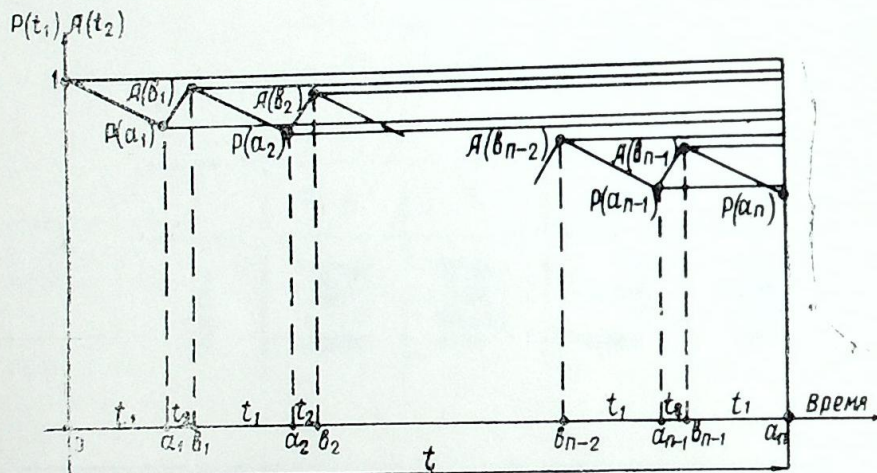


Рис. 1.

Вычислительная машина функционирует непрерывно в интервале времени $(0, t)$, причем в начальный момент все элементы ее исправны. Интервал разбит на перемежающиеся фиксированные циклы работы (t_1) и восстановления (t_2) так, что

$$t = nt_1 + (n-1)t_2,$$

где n —число циклов работы.

В рабочих циклах машина решает задачи управления объектом, а в циклах восстановления—задачи тестового контроля. Замена неисправных элементов производится только в циклах восстановления. Надежность в рабочих циклах характеризуется вероятностью безотказной

работы $\bar{P}(t_1)$, в циклах восстановления — мгновенной готовностью $A(t_2)$. Предполагается, что интенсивность отказов элементов и время их восстановления распределены по экспоненциальному закону во всем интервале $(0, t)$. Для описанного режима использования анализ надежности избыточных блоков ЦВМ сводится к оценке вероятности безотказной работы в любом рабочем цикле интервала $(0, t)$.

Проанализируем надежность мажоритарного блока (МБ) (рис. 2), состоящего из трех идентичных параллельно работающих функциональных блоков (ФБ). МБ может находиться в одном из следующих состояний: E_0 , E_1 , E_2 и E_3 , где индекс соответствует числу отказавших ФБ. Состояния E_0 и E_1 соответствуют правильной работе МБ, а E_2 и E_3 — неправильной. Следовательно, переход $E_1 \rightarrow E_2$ в любом цикле интервала $(0, t)$ означает отказ МБ. Состояние E_3 в циклах работы поглощающее, а в циклах восстановления отражающее. Все ФБ независимо друг от друга выходят из строя с интенсивностью λ и восстанавливаются с интенсивностью μ . Предполагается, что тип отказа

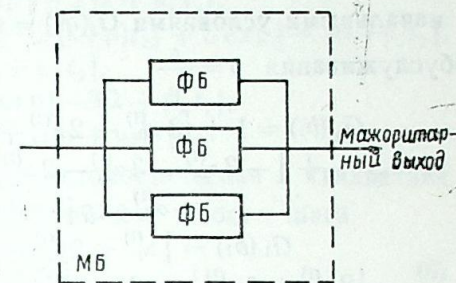


Рис. 2.

всех ФБ одинаков (либо „ложный ноль“, либо „ложная единица“). В этом случае определяется нижняя граница надежности МБ. Из указанных допущений следует, что поведение МБ в смысле надежности описывается следующим образом:

а) в первом цикле работы (0 — a_1) — марковским процессом "гибели" с начальным условием пребывания блока в состоянии E_0 ;

б) в циклах восстановления—марковским процессом „гибели и размножения“ с вероятностными начальными условиями, определяемыми предшествующими циклами работы;

в) в циклах работы, начиная со второго (точка b_1 , рис. 1)—вновь процессом „гибели“, но уже с вероятностными начальными условиями определяемыми соответствующими циклами восстановления.

Пусть $G_i(t)$ — вероятность пребывания МВ в i -ом состоянии ($i = 0, 1, 2, 3$), причем $\sum_{i=0}^3 G_i(t) = 1$. Тогда в любом рабочем цикле $P(t_1) = G_0(t_1) + G_1(t_1)$ определяет искомую вероятность безотказной работы, а в любом цикле восстановления $A(t_2) = G_0(t_2) + G_1(t_2)$ — мгновенную готовность. В первом рабочем цикле $G_i(t_1) = G_i(a_1)$ определяются из системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} G_0'(t_1) &= -3\lambda G_0(t_1), \\ G_1'(t_1) &= 3\lambda G_0(t_1) - 2\lambda G_1(t_1), \\ G_2'(t_1) &= 2\lambda G_1(t_1) - \lambda G_2(t_1), \\ G_3'(t_1) &= \lambda G_2(t_1), \end{aligned} \quad (5)$$

которая решается совместно с начальными условиями

$$G_0(0) = 1, G_1(0) = G_2(0) = G_3(0) = 0.$$

Имеем

$$G_0(a_1) = \exp[-3\lambda t_1] = a_0^{(1)},$$

$$G_1(a_1) = 3 \exp[-2\lambda t_1] - 3 \exp[-3\lambda t^1] = a_1^{(i)},$$

$$G_2(a_2) = 3 \exp[-\lambda t_1] - 6 \exp[-2\lambda t_1] + 3 \exp[-3\lambda t_1] = c_2^{(1)},$$

$$G_3(a_1) = 1 - 3\exp[-\lambda t_1] + 3\exp[-2\lambda t_1] - \exp[-3\lambda t_1] = \alpha_3^{(1)},$$

$$P(a_1) = 3\exp[-2\lambda t_1] - 2\exp[-3\lambda t_1].$$

В первом цикле восстановления $G_i(t_2) = G_i(b_1)$ определяются из системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} G_0'(t_2) &= -3\lambda G_0(t_2) + \mu G_1(t_2), \\ G_1'(t_2) &= 3\lambda G_0(t_2) - (2\lambda + \mu) G_1(t_2) + 2\mu G_2(t_2), \\ G_2'(t_2) &= 2\lambda G_1(t_2) - (\lambda + 2\mu) G_2(t_2) + 3\mu G_3(t_2), \\ G_3'(t_2) &= \lambda G_2(t_2) - 3\mu G_3(t_2) \end{aligned} \quad (2)$$

с начальными условиями $G_i(a_1) = \alpha_i^{(1)}$. С точностью до коэффициента обслуживания $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$

$$\begin{aligned} G_0(b_1) &= 1 + [3\alpha_0^{(1)} + 2\alpha_1^{(1)} + \alpha_2^{(1)} - 3] \exp[-(\lambda + \mu)t_2] + \\ &+ [-3\alpha_0^{(1)} - 3\alpha_1^{(1)} - 2\alpha_2^{(1)} + 3] \exp[-2(\lambda + \mu)t_2] - \\ &- \alpha_3^{(1)} \exp[-3(\lambda + \mu)t_2] = \beta_0^{(1)}, \\ G_1(b_1) &= [\alpha_1^{(1)} + 2\alpha_2^{(1)} + 3\alpha_3^{(1)} \exp[-(\lambda + \mu)t_2] - \\ &- [2\alpha_2^{(1)} + 6\alpha_3^{(1)}] \exp[-2(\lambda + \mu)t_2] + 3\alpha_3^{(1)} \exp[-3(\lambda + \mu)t_2] = \beta_1^{(1)}, \\ G_2(b_1) &= [\alpha_2^{(1)} + 3\alpha_3^{(1)}] \exp[-2(\lambda + \mu)t_2] - \\ &- 3\alpha_3^{(1)} \exp[-3(\lambda + \mu)t_2] = \beta_2^{(1)}, \\ G_3(b_1) &= \alpha_3^{(1)} \exp[-3(\lambda + \mu)t_2] = \beta_3^{(1)}, \\ A(b_1) &= G_0(b_1) + G_1(b_1). \end{aligned} \quad (3)$$

Во втором цикле работы ($G_i(a_2)$) определяются из (1) с начальными условиями ($G_i(b_1) = \beta_i^{(1)}$).

$$\begin{aligned} G_0(a_2) &= \beta_0^{(1)} \exp[-3\lambda t_1] = \alpha_0^{(2)}, \\ G_1(a_2) &= [3\beta_0^{(1)} + \beta_1^{(1)} \exp[-2\lambda t_1] - 3\beta_0^{(1)} \exp[-3\lambda t_1] = \alpha_1^{(2)}, \\ G_2(a_2) &= [3\beta_0^{(1)} + 2\beta_1^{(1)} + \beta_2^{(1)}] \exp[-\lambda t_1] - [6\beta_0^{(1)} + 2\beta_1^{(1)}] \exp[-2\lambda t_1] + \\ &+ 3\beta_0^{(1)} \exp[-3\lambda t_1] = \alpha_2^{(2)}, \\ G_3(a_2) &= -1[3\beta_0^{(1)} + 2\beta_1^{(1)} + \beta_2^{(1)}] \exp[-\lambda t_1] + \\ &+ [3\beta_0^{(1)} + \beta_1^{(1)}] \exp[-2\lambda t_1] - \beta_0^{(1)} \exp[-3\lambda t_1] = \alpha_3^{(2)}, \\ P(a_2) &= [3\beta_0^{(1)} + \beta_1^{(1)}] \exp[2\lambda t_1] - 2\beta_0^{(1)} \exp[-3\lambda t_1]. \end{aligned} \quad (4)$$

Во втором цикле восстановления $G_i(b_2)$ оцениваются из (2) с начальными условиями $G_i(a_2) = \alpha_i^{(2)}$ и т. д. до тех пор, пока не будет вычислена величина $P(a_n)$. Такой последовательный процесс оценки даже при небольших n приводит к исключительно громоздким вычислениям. Анализ надежности МБ с периодическим восстановлением значительно упрощается, если описать его поведение многошаговым марковским процессом. Действительно, можно показать, что начиная с первого цикла восстановления имеет место такой процесс с начальными условиями $G_i(a_1)$. Шаг процесса состоит из двух последовательных циклов (восстановления и работы): $(a_1 - a_2)$, $(a_2 - a_3)$, ..., $(a_{n-2} - a_{n-1})$, $(a_{n-1} - a_n)$. Используем матричный способ исследования многошагового марковского процесса [1]. Пусть $\bar{G}(a_m) = \bar{\alpha}(a_m) = (\alpha_0^{(m)}, \alpha_1^{(m)}, \alpha_2^{(m)}, \alpha_3^{(m)})$ и $\bar{G}(b_l) = \bar{\beta}(b_l) = (\beta_0^{(l)}, \beta_1^{(l)}, \beta_2^{(l)}, \beta_3^{(l)})$ — векторы-столбцы состояний МБ соответственно в точках a_m и b_l , где $m = 1, 2, \dots, n$; $l = 1, 2, \dots, n-1$. Перепишем (3) следующим образом:

$$\begin{aligned} \beta_0^{(1)} &= \alpha_0^{(1)} a_{11} + \alpha_1^{(1)} a_{12} + \alpha_2^{(1)} a_{13} + \alpha_3^{(1)} a_{14}, \\ \beta_1^{(1)} &= \alpha_0^{(1)} a_{21} + \alpha_1^{(1)} a_{22} + \alpha_2^{(1)} a_{23} + \alpha_3^{(1)} a_{24}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta_2^{(1)} &= \alpha_0^{(1)} a_{31} + \alpha_1^{(1)} a_{32} + \alpha_2^{(1)} a_{33} + \alpha_3^{(1)} a_{34}, \\ \beta_3^{(1)} &= \alpha_0^{(1)} a_{41} + \alpha_1^{(1)} a_{42} + \alpha_2^{(1)} a_{43} + \alpha_3^{(1)} a_{44}, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} a_{11} &= 1, a_{12} = 1 - \exp[-(\lambda + \mu)t_2], \\ a_{13} &= 1 - 2\exp[-(\lambda + \mu)t_2] + \exp[-2(\lambda + \mu)t_2], \\ a_{14} &= 1 - 3\exp[-(\lambda + \mu)t_2] + 3\exp[-2(\lambda + \mu)t_2] - \exp[-3(\lambda + \mu)t_2], \\ a_{21} &= 0, a_{22} = \exp[-(\lambda + \mu)t_2], \\ a_{23} &= 2\exp[-(\lambda + \mu)t_2] - 2\exp[-2(\lambda + \mu)t_2], \\ a_{24} &= 3\exp[-(\lambda + \mu)t_2] - 6\exp[-2(\lambda + \mu)t_2] + 3\exp[-3(\lambda + \mu)t_2], \\ a_{31} &= a_{32} = 0, a_{33} = \exp[-2(\lambda + \mu)t_2], \\ a_{34} &= 3\exp[-2(\lambda + \mu)t_2] - 3\exp[-3(\lambda + \mu)t_2], \\ a_{41} &= a_{42} = a_{43} = 0, a_{44} = \exp[-3(\lambda + \mu)t_2]. \end{aligned}$$

Тогда $\bar{G}(b_1) = A \cdot \bar{\alpha}(a_1)$, где $A = \|a_{ik}\|$ — стохастическая квадратная матрица четвертого порядка. Очевидно, что для любого шага

$$\bar{G}(b_j) = A \cdot \bar{\alpha}(a_j), \quad (6)$$

где $j = 1, 2, \dots, n-1$.

Аналогично из (4) имеем:

$$\begin{aligned} \alpha_0^{(2)} &= \beta_0^{(1)} b_{11} + \beta_1^{(1)} b_{12} + \beta_2^{(1)} b_{13} + \beta_3^{(1)} b_{14}, \\ \alpha_1^{(2)} &= \beta_0^{(1)} b_{21} + \beta_1^{(1)} b_{22} + \beta_2^{(1)} b_{23} + \beta_3^{(1)} b_{24}, \\ \alpha_2^{(2)} &= \beta_0^{(1)} b_{31} + \beta_1^{(1)} b_{32} + \beta_2^{(1)} b_{33} + \beta_3^{(1)} b_{34}, \\ \alpha_3^{(2)} &= \beta_0^{(1)} b_{41} + \beta_1^{(1)} b_{42} + \beta_2^{(1)} b_{43} + \beta_3^{(1)} b_{44}, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} b_{11} &= \exp[-3\lambda t_1], b_{12} = b_{13} = b_{14} = 0, \\ b_{21} &= 3\exp[-2\lambda t_1] - 3\exp[-3\lambda t_1], \\ b_{22} &= \exp[-2\lambda t_1], b_{23} = b_{24} = 0, \\ b_{31} &= 3\exp[-\lambda t_1] - 6\exp[-2\lambda t_1] + 3\exp[-3\lambda t_1], \\ b_{32} &= 2\exp[-\lambda t_1] - 2\exp[-2\lambda t_1], b_{33} = \exp[-\lambda t_1], \\ b_{34} &= 0, b_{41} = 1 - 3\exp[-\lambda t_1] + 3\exp[-2\lambda t_1] - \exp[-3\lambda t_1], \\ b_{42} &= 1 - 2\exp[-\lambda t_1] + \exp[-2\lambda t_1], b_{43} = 1 - \exp[-\lambda t_1], b_{44} = 1, \end{aligned}$$

отсюда $\bar{G}(a_2) = B \bar{\beta}(b_1)$; $B = \|b_{ik}\|$ — стохастическая квадратная матрица четвертого порядка. Для любого шага процесса

$$\bar{G}(a_{j+1}) = B \cdot \bar{\beta}(b_j). \quad (8)$$

Из (6) и (8) следует, что

$$\begin{aligned} \bar{G}(a_2) &= BA \cdot \bar{\alpha}(a_1) = C \cdot \bar{\alpha}(a_1), \\ \bar{G}(a_3) &= (BA)^2 \cdot \bar{\alpha}(a_1) = C^2 \cdot \bar{\alpha}(a_1), \\ &\vdots \\ \bar{G}(a_n) &= (BA)^{n-1} \cdot \bar{\alpha}(a_1) = C^{n-1} \cdot \bar{\alpha}(a_1), \end{aligned} \quad (9)$$

где C — стохастическая матрица-произведение. Вычисляя компоненты вектора состояний, в любом рабочем цикле нетрудно определить вероятность безотказной работы как

$$P(a_m) = \alpha_0^{(m)} + \alpha_1^{(m)}.$$

Оценка $\alpha_0^{(m)}$ и $\alpha_1^{(m)}$ легко осуществляется с помощью стандартных программ на ЦВМ.

Аналогичным образом вычисляется мгновенная готовность в циклах восстановления. Например, в последнем цикле восстановления

$$A(b_{n-1}) = \rho_0^{(n-1)} + \rho_1^{(n-1)},$$

где компоненты вектора состояний определяются из выражения

$$\bar{G}(b_{n-1}) = A(BA)^{n-2} \cdot \bar{\alpha}(a_1) = A \cdot C^{n-2} \cdot \bar{\alpha}(a_1).$$

Рассмотренный многошаговый марковский процесс является регулярным, т. е. начиная с какого-то номера j матрица C^j не содержит нулевых членов. Тогда при дальнейшем возрастании j C^j сходится к некоторой матрице $C^{(*)}$, независимо от $\bar{\alpha}(a_1)$. Это означает, что в поведении МБ в смысле надежности наступает статистическое равновесие. В таблице представлены результаты моделирования надежности

Таблица

$t, \text{ час}$	$t_1 = 4, t_2 = 1$			$t_1 = 8, t_2 = 1,5$		
$M\left(\frac{1}{\text{час}}\right)$	2	3	4	2	3	4
$\lambda\left(\frac{1}{\text{час}}\right)$						
$1 \cdot 10^{-3}$	$j = 9$	$j = 5$	$j = 3$	$j = 5$	$j = 3$	$j = 2$
$5 \cdot 10^{-3}$						
$1 \cdot 10^{-2}$						

МБ на ЦВМ „М-20“. Здесь приведены значения j , при которых наступает статистическое равновесие. Для заданных значений λ быстрота сходимости определяется величинами ρ , t_1 и t_2 , причем с увеличением ρ равновесие наступает быстрее. Кроме того, имеют место неравенства

$$P(a_m) \leq P(a_{m-1}),$$

$$A(b_l) \leq A(b_{l-1}).$$

Рассмотренный на примере МБ матричный метод анализа надежности при периодическом восстановлении удобно применять и при использовании в ЦВМ на уровне блоков других способов структурной избыточности, например, при дублировании (постоянном или задерживающем), при „скользящем“ резервировании.

ЛИТЕРАТУРА

1. Романовский В. И. Дискретные цепи Маркова. Гостехиздат, 1948.
Институт кибернетики АН Азерб. ССР

Поступило 4. VI 1970

Е. М. Маммеди

Корланмыш элементлэрин периодик бэрпа едилмэсиндэ мажоритар принципдэ ишлэжэн изафи һесаба блокунун е'тибарлылығынын анализи

ХҮЛАСЭ

Корланмыш элементлэрин периодик бэрпа едилмэсиндэ РһМ-ын мажоритар блокунун е'тибарлылығы тэдгиг олунмушдур. РһМ-ын истифада интервалы бир-бирини дәјишән фиксә едилән тсикллэриндән ибарәтдир. Иш тсикллэриндә РһМ объектін идарәси мәсәлэләрини, бэрпа тсикллэриндә исә тест контрол мәсәлэләри һәлл едир. Корланмыш элементлэрин дәјишилмәси јалныз бэрпа тсикллэриндә апарылып. Элементлэрин корланма интенсивлији вә онларын бүтүн РһМ-ын истифада едилмәси интервалында бэрпа олунмасы мүддәти экспоненсиал ганунла пәјланмышдыр. Истәнилән иш бэрпа тсиклиндә мажоритар блокун е'тиразсыз иш еһтималы ани һазырлыг гижмәтләндирилир.

Ю. А. МАХМУДОВ, Т. А. БАДАЛОВ

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗЦОВ К ТЕХНИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКЕ РАБОТЫ ГЛУБИННОГО НЕФТЯНОГО НАСОСА

Применение методов опознавания образов в задачах технической диагностики обусловлено тем, что последние могут рассматриваться как частные случаи задачи распознавания образов. В математической интерпретации под образом обычно понимается множество точек в l -мерном метрическом пространстве, вдоль осей которого отложены значения признаков, характеризующих образ. Отдельная точка x этого множества называется реализацией образа, а проекция ее на i -ю ось дает значение i -го признака для данной реализации образа.

Опознать образ — означает установить, какому из множеств принадлежит реализация, подлежащая опознанию. Для этого в опознающем устройстве должно быть заложено решающее правило, соотносящее данную реализацию с одним из возможных образов. Специфика опознавания образов состоит в том, что нахождение решающего правила производится на примере, т. е. по конечному числу реализаций каждого образа, которое называется исходной выборкой, или обучающей последовательностью.

При опознании на вход опознающего устройства поступают реализации, не участвовавшие в обучении. Вполне понятно, что опознание может быть достаточно надежным только в том случае, если свойства исходной выборки, на основе которой строится решающее правило, распространяются на реализации образа, не участвующие в обучении, что возможно лишь тогда, когда исходная выборка достаточно велика или представительна.

Настоящая статья посвящена вопросу применения детерминированно-статистического подхода к опознанию образов [1] для автоматизации проектирования диагностических автоматов и, в частности, диагностике неисправностей глубинных нефтяных насосов*. В детерминированно-статистическом подходе процесс опознания разбивается на следующие этапы:

1. Описание состояний диагностируемого устройства
2. Создание системы признаков.
3. Принятие решения.

Если при эвристическом подходе проектирования диагностирующего

* В отличие от других работ по вопросу автоматизации диагностики оборудования глубиннонасосных скважин предлагается алгоритмический подход к созданию эффективных диагностирующих признаков.

ших устройств задача описания состояний последних рассматривается с точки зрения нахождения разработчиком совокупности устойчивых разделяющих параметров, то в разработанном методе проектирования вопросы описания состояний диагностируемого устройства и создания разделяющих признаков рассматриваются отдельно. При описании состояний устройства выбираются параметры, которые несут достаточную информацию об опознаваемых образах (неисправностях), и с помощью простых преобразований устраниваются явные неинвариантности. Для выполнения этой работы требуется, как правило, весьма небольшая априорная информация о диагностируемом устройстве и, следовательно, небольшая затрата труда разработчика. Основным этапом проектирования — создание признаков — автоматически решается на ЭЦВМ по разработанным в данном методе алгоритмам.

Описание состояний (исходное описание) должно заключать в себе достаточную для диагностики информацию о каждом рассматриваемом классе неисправности. Практический опыт работы операторов говорит о том, что в качестве такого описания можно использовать динамограмму, отображающую закон изменения механического усилия P , действующего в верхней части штанг глубиннонасосной установки, от длины хода S . Вместе с тем следует отметить, что полное описание содержит весьма большое количество избыточной информации, связанной с индивидуальными особенностями данной установки.

В этом случае оказывается целесообразным сначала (с помощью линейного нормирования контура динамограммы по координатам P и S) устранить часть неинвариантностей, связанных с некоторыми параметрами глубиннонасосной установки, и далее на основе

статистической обработки исходной выборки каждого класса определить наиболее информативные с точки зрения разделения рассматриваемых классов участки динамограммы.

В качестве диагностируемых классов были выбраны следующие наиболее часто встречающиеся технические состояния глубинных нефтяных насосов [2]: нормальная работа насоса (класс I), утечка жидкости в нагнетательной части насоса (класс II), утечка жидкости в приемной части насоса (класс III), различные виды незаполнения (15–30% — IV класса, 40–50% — V класса 80–90% — VI класс). Для нормирования динамо-

грамма вписывалась в ориентированный по осям координат P и S прямоугольник, который с помощью изменения масштабов преобразовывался в квадрат.

Статистическая обработка нормированных динамограмм показала, что для рассматриваемых классов наиболее информативными участками кривой $P(S)$ являются линии восприятия и снятия нагрузки. Информацию, получаемую при наблюдении образа, удобно преобразовать в форму последовательности вещественных чисел. В рассматриваемой задаче в качестве исходного описания служили длины нормалей от точек, равномерно расположенных на боковых сторонах квадрата и отсчитываемых соответственно от начала линий восприятия и снятия нагрузки, до контура динамограммы (рис. 1).

Задача этапа создания признаков заключается в сокращении числа параметров для описания реализации образов. С этой целью был использован критерий максимизации взвешенного среднеквадра-

гичного расстояния между центрами тяжести при постоянном в среднем разбросе реализаций внутри образов относительно любой возможной оси (взвешенный дискриминантный критерий [1, 3]).

В формальной постановке задача формулируется следующим образом: найти систему векторов $\{\beta_i\}$, минимизирующую функционал $\sum_{i=1}^1 \delta_i$ при ограничениях:

$$1) \frac{1}{Q(Q-1)} \sum_{q < p} \gamma_{qp}^2 \left\| z_{qp} - \sum_{i=1}^I \delta_i \beta_i^T z_{qp} \beta_i \right\|^2 \leq \bar{\Delta}^2;$$

$$2) \sum_{q=1}^Q M [\alpha^T (y_{qn} - \bar{y}_q)]^2 = \text{const},$$

где β_i — i -й признак после нормирующего преобразования U^T ($\|\beta_i\| = 1$; $i = 1, 2, \dots, I$); δ_i — целочисленная переменная, принимающая значение 0 или 1 в зависимости от того, исключается или остается i -й признак; z_{qp} — вектор, соединяющий центры тяжести образов q и p (после нормирующего преобразования U^T); $y_{qn} = U^T x_{qn}$ — n -ая реализация образа q после нормирующего преобразования U^T ; $\bar{y}_q = U^T \bar{x}_q$ — центр тяжести образа q после нормирующего преобразования U^T ; $\gamma_{qp} = \varphi(\|\bar{y}_q - \bar{y}_p\|)$ — значение весовой функции для образов q и p ; α — произвольный нормированный вектор в пространстве $Y = U^T X$; $\bar{\Delta}^2$ — среднеквадратичная ошибка аппроксимации взвешенных векторов, соединяющих центры тяжести образов.

В соответствии с выбранным критерием, прежде чем находить систему разделяющих признаков, осуществляется нормировка пространства исходного описания X относительно усредненной внутри-выборочной дисперсии $\sum_{q=1}^Q M [\alpha^T (y_{qn} - \bar{y}_q)]^2$ образов. Суть нормиру-

ющего преобразования $U^T = \Lambda' A^T$ заключается в последовательном применении двух операций: поворота, осуществляемого с помощью ортогональной матрицы $\|A\|^T$, и линейного сжатия по осям, осуществляемого с помощью диагональной матрицы $\|\Lambda'\|$.

Задача нахождения разделяющих признаков сводится к вычислению собственных векторов $B^T = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{10}\}$ взвешенной матрицы ковариации $K_y = \frac{1}{Q(Q-1)} \sum_{q < p} \gamma_{qp}^2 z_{qp} z_{qp}^T$ разностных векторов $z_{qp} =$

$= \bar{y}_q - \bar{y}_p$, соединяющих центры тяжести различных пар образов в нормированном пространстве Y . Найденные собственные векторы (признаки) определяют оптимальные направления, которые максимизируют дисперсии центров тяжести рассматриваемых образов. Так, например, если отношение $D_1 : D_2 = 4,5$, $D_2 : D_3 = 2,8$, то отношение $D_3 : D_4 = 380$. Отсюда следует, что собственные векторы, имеющие номера больше трех, мало способствуют разделению рассматриваемых образов. Наиболее информативными являются первый, второй и третий собственные векторы. Сравнение собственных векторов $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ с векторами центров тяжести образов $\bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_3$ показало, что существует непосредственная связь между этими векторами. Собственные векторы β_1, β_2 связаны с векторами центров тяжести первого, второго и третьего образов и подчеркивают, характерные различия между

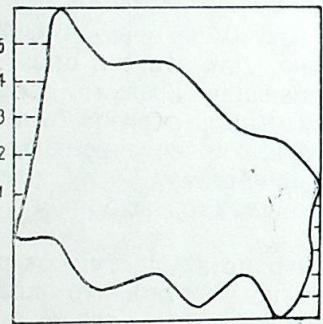


Рис. 1.

ними. Собственный вектор β_3 непосредственно характеризует четвертый, пятый и шестой образы.

После нахождения признаков $C^T = B^T U^T$ по критерию для разделения центров тяжести образов было совершено преобразование масштаба учебной выборки в пространство признаков $W = C^T X$. Для проверки качества найденной системы признаков был проведен экзамен по независимой контрольной выборке, состоящей из 150 реализаций, которые были опознаны безошибочно. На рис. 2 представлены учебная (крестики) и экзаменационная (нолики) выборки в найденном пространстве (плоскости) признаков. Как видно, найденные по взвешенному дискриминантному критерию признаки β_1 и β_3 , хорошо разделяющие реализации учебной выборки, хороши и для разделения экзаменационной выборки. Все неисправности (1, 2, 5, 6), кроме 4 и 3, делятся между собой с помощью одного признака. Для разделения неисправностей 3 и 4 нужны два признака.

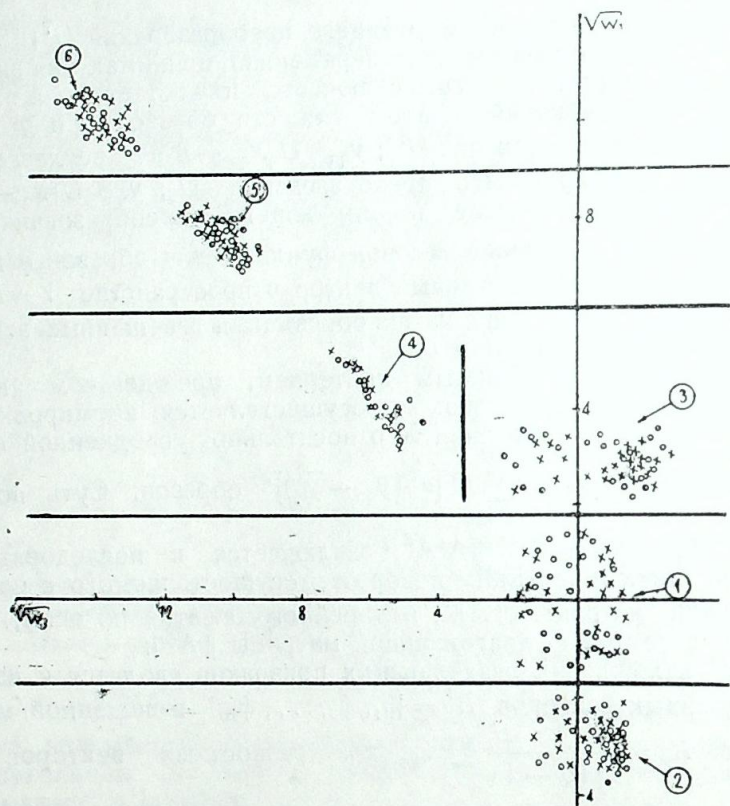


Рис. 2.

Рассматривая в отдельности представленные на рисунке реализации I, II, III и IV, V, VI классов, можно непосредственно проследить непрерывность качественного изменения технического состояния глубинного насоса. В первом случае оно происходит в направлении первого признака, во втором случае — в направлении прямой, расположенной под определенным углом относительно осей координат. С возрастанием утечки в приемной или нагнетательной частях, а также с увеличением незаполнения соответствующие точки (реализации) на рисунке все больше удаляются в указанных направлениях от начала координат, где расположены реализации, характеризующие нормальную работу насоса. Таким образом, значения признаков в определен-

ной мере позволяют получить и количественные данные о состоянии насоса, необходимые обслуживающему персоналу при установлении технологического режима эксплуатации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Турбович И. Т., Гитис В. Г., Маслов В. К. О детерминированно-статистическом подходе к опознанию образов. Материалы II Всесоюзной конференции по однородным вычислительным системам и средам. Новосибирск, Изд-во „Наука“, 1969.
2. Алиев Г. Х. Тр. Ин-та кибернетики АН Азерб. ССР, т. V, 1968.
3. Уилкс С. „Математическая статистика“. М., Изд-во „Наука“, 1967.

Институт кибернетики
АН Азерб. ССР

Поступило 30. IV 1971

Ж. А. Маһмудов, Т. А. Бәдәлов

Сурәтләрин мۈәјјәнләшдирилмәси нәзәријјәсинин дәринлик нефт насосларынын ишинин техники диагностикасына тәتبиги

ХҮЛАСӘ

Мәғаләдә сурәтләрин мۈәјјәнләшдирилмәсинин детерминик-статистик методу әсасында, дәринлик насос гујуларынын ишинин техники диагностикасынын автоматлашдырылмасы мәсәләсинә бахылмышдыр. Тәклиф едилән метод диагностика автоматынын ләјиһәләндирмә процесини демәк олар ки, тамамилә алгоритмләшдирмәјә имкан верир.

Бу методун тәتبиги заманы ләјиһәләндирмә мәсәләсинин һәлли бир нечә ардычыл мәрһәләдә јеринә јетирилир. Ләјиһәләндирмәнин әсас мәрһәләси — әләмәтләрин јарадылмасы мәрһәләси електрон һесабылајычы машинында тәклиф олуан алгоритмләр әсасында автоматик һәлл едилир.

150 нүмунә әсасында кечирилән „имтаһан“ көстәрмишдир ки, јарадылмыш метод васитәсилә дәринлик насос гујуларынын алты әсас техники вәзијјәтини сәһвсиз мۈәјјәнләшдирмәк мүмкүндүр.

Д. Г. АЛИ-ЗАДЕ

О ЛАВИННОМ РЕЖИМЕ РАБОТЫ ТРАНЗИСТОРА

Работа лавинных транзисторов основана на полезном использовании фундаментального физического явления — эффекта ударной ионизации носителей при больших напряженностях электрического поля в $p-n$ -переходе. Эффект ударной ионизации присущ практически всем типам транзисторов. При большом напряжении на переходе входящие в него носители ускоряются электрическим полем и приобретают энергию, достаточную для ионизации атомов полупроводника. При некотором напряжении в среднем любой электрон способен вызвать ионизацию и ток возрастает неограниченно.

Степень ударной ионизации оценивается коэффициентом лавинного умножения M , равным отношению числа носителей одного знака, выходящих из $p-n$ -перехода, к числу носителей, входящих в него. Лавинные транзисторы в отличие от обычных работают при M заметно больше единицы, но далеко от бесконечности. Коэффициент ударной ионизации носителей в коллекторном переходе транзисторов редко превышает 10—20 в отличие от кремниевых стабилитронов, имеющих M порядка десятков и сотен тысяч.

Если приняты меры по ограничению мощности, рассеиваемой на $p-n$ -переходе, лавинный режим совершенно безопасен и не вызывает снижения надежности работы приборов. Вместе с тем увеличение M позволяет в соответствующее число раз увеличить коэффициент передачи эмиттерного тока α транзисторов, что сообщает им принципиально новые свойства — делает плоскостной транзистор прибором с отрицательным сопротивлением [1].

Вольтамперная характеристика $p-n$ -перехода с учетом умножения носителей описывается уравнением

$$I = MI_0(I^{U/\varphi_T} - 1), \quad (1)$$

где U — напряжение на переходе,

φ_T — тепловой потенциал,

I_0 — обратный ток перехода.

Для коэффициента лавинного умножения M Миллером была получена формула [2]:

$$M = \frac{1}{1 - (U/U_M)^n}, \quad (2)$$

где U_M — напряжение лавинного пробоя перехода, соответствующее условию $M \rightarrow \infty$ и $I \rightarrow \infty$;

n — показатель степени, зависящий от типа $p-n$ -перехода.

Значения n и формулы для расчета U_M по удельному сопротивлению материала приведены в таблице:

Тип перехода	Германиевый		Кремниевый	
	$n + p$	$p + n$	$n + p$	$p + n$
Формула				
U_M	$52 \frac{0,61}{\rho}$	$83,4 \frac{0,61}{\rho}$	$23 \frac{0,75}{\rho}$	$86 \frac{0,64}{\rho}$
n	6	3	2	3,5

Зависимость напряжения пробоя от температуры носит линейный характер и выражается эмпирической зависимостью [3]:

$$U_M(T) = U_M(T_0) [1 + \beta'(T - T_0)], \quad (3)$$

где $U_M(T_0)$ — напряжение пробоя при температуре T_0 ;

β' — температурный коэффициент напряжения пробоя, равный $+1,2 \cdot 10^{-3}$ для германиевых и $+0,8 \cdot 10^{-3}$ для кремниевых транзисторов.

Лавинное умножение носителей в коллекторном переходе транзисторов оказывает существенное влияние на форму их вольтамперных характеристик, зависящую от схемы включения. Увеличение коллекторного тока при умножении в M раз при неизменном токе эмиттера означает, что коэффициент передачи α эмиттерного тока также возрастает в M раз и становится равным

$$\alpha = M\alpha_0. \quad (4)$$

Как известно, при включении транзистора с оборванной базой в цепи коллектора протекает ток

$$I'_{ко} = I_{ко} \frac{1}{1 - \alpha} = I_{ко} \frac{1}{1 - M\alpha_0}. \quad (5)$$

При некотором напряжении на коллекторе U_β , соответствующем условию $M\alpha_0 = 1$, ток $I'_{ко} \rightarrow \infty$, т. е. наступает пробой. Из условия $M\alpha_0 = 1$ и выражения (2) имеем

$$U_\beta = U_M \sqrt[n]{1 - \alpha_0}. \quad (6)$$

Таким образом, пробой наступает по-разному, в зависимости от схемы включения транзистора и наличия инжектирующих свойств у эмиттера. При отключенном эмиттере, когда инжекция отсутствует, напряжение пробоя равно U_M , и в а. х. транзистора аналогична таковой у изолированного коллекторного перехода. При обрыве базы весь ток коллектора проходит по цепи эмиттера, вызывая инжекцию. В этом случае напряжение пробоя равно U_β и по абсолютной величине меньше, чем U_M .

Включая в цепь базы сопротивление, можно получить режим, когда эффективность инжекции зависит от перераспределения токов эмиттера и базы. Характерные схемы включения лавинного транзистора и соответствующие им формы в а. х. показаны на рис. 1. Во всех случаях характеристики управляемы и форма их может меняться в широких пределах.

При включении транзистора по схеме с общим эмиттером (рис. 1 а) в а. х. его является S -образной [4]. Форма характеристики зависит от величины базового сопротивления R_b и внешнего тока управления

I_y , заданного в цепь базы. Кривые с участками отрицательного сопротивления лежат между в. а. х. коллекторного перехода и при обрыве базы. Данная схема включения является основной.

На рис. 1, б транзистор включен по схеме с общей базой. В этом случае S-образной является его входная характеристика в схеме с общей базой не содержит участков отрицательного сопротивления и выражается монотонной зависимостью:

$$I_k = M(\sigma_0 I_3 + I_{k0}). \quad (7)$$

Входная характеристика в схеме с общим эмиттером (рис. 1, в) N-образная. Максимум по току может в широких пределах меняться при изменении напряжения U_0 и сопротивления R_k в цепи коллектора. Лавинный транзистор как прибор с N-образной в. а. х. пока не нашел широкого применения из-за конкуренции со стороны туннельных диодов, имеющих подобную в. а. х. без дополнительного источника питания. Однако достоинством лавинного транзистора является управляемость его N-образной характеристики в широких пределах.

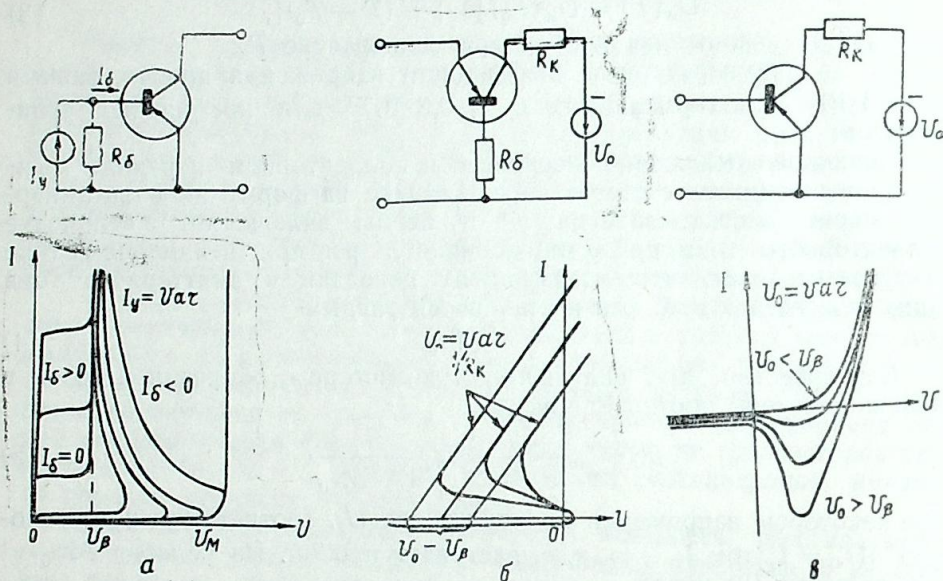


Рис. 1. а) семейство выходных S-образных характеристик лавинного транзистора в схеме с общим эмиттером; б) семейство входных S-образных характеристик лавинного транзистора в схеме с общей базой; в) входная N-образная характеристика лавинного транзистора.

Описанные формы в. а. х. характерны для транзисторов, у которых наблюдается только лавинный механизм пробоя. Помимо лавинного, иногда имеют место и иные механизмы пробоя, из которых наиболее важны следующие: пробой за счет смыкания переходов (сквозной пробой), вторичный пробой, тепловой пробой, поверхностный пробой.

Пробой за счет смыкания переходов объясняется расширением обедненного слоя коллекторного перехода при увеличении обратного напряжения. Если при некотором напряжении U_c ширина обедненного слоя d станет равна минимальной ширине базы, W_{min} , то область пространственного заряда доходит до эмиттера и вызывает его отпирание. Это сопровождается увеличением тока, проходящего через транзистор. Характер искажения в. а. х. в схеме с общим эмиттером показан на рис. 2 (кривая 1). Пунктиром обозначены кривые в. а. х. при отсутствии сквозного пробоя.

Как известно [5], ширина коллекторного перехода d может быть найдена из выражения

$$d = \sqrt{2\epsilon\epsilon_0\mu\rho U}, \quad (8)$$

где ϵ — относительная диэлектрическая проницаемость полупроводника, ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума, μ — подвижность носителей.

Приравняв d к минимальной ширине базы W_{min} , можно получить

$$U_c = \frac{W_{min}^2}{2\epsilon\epsilon_0\mu\rho}. \quad (9)$$

Обычно $U_c > U_m$ и тогда эффект смыкания переходов не искажает в. а. х. При $U_\beta < U_c < U_m$ напряжение U_c лежит в области в. а. х. с дифференциальным отрицательным сопротивлением. Из-за уменьшения активной ширины базы транзисторы, у которых соблюдается условие $U_\beta < U_c < U_m$, резко повышают свое быстродействие. Такие транзисторы получили название «лавинных транзисторов со сквозным пробоем».

Сквозной пробой обычно наблюдается в отдельных типах сплавных транзисторов. В диффузионных транзисторах с низкоомной базой обедненный слой расширяется не в сторону базы, а в сторону коллектора. Поэтому у них сквозного пробоя не наблюдается. Минимальная ширина базы W_{min} из-за неоднородности переходов может быть заметно меньше средней ее ширины. Поэтому сквозной пробой часто наблюдается в локальных участках перехода и может привести к их перегреву. Сквозной пробой чаще всего нежелателен в лавинных транзисторах, если, конечно, он не используется специально для увеличения их быстродействия.

Вторичный пробой транзисторов относится к числу наименее изученных эффектов [6]. Форма в. а. х. при вторичном пробое показана на рис. 2 (кривая 2) и характеризуется низкими напряжениями $U_{ост}$ при больших токах. Можно предполагать наличие следующих физических механизмов, могущих вызвать вторичный пробой:

а) тепловая самолокализация тока в локальном участке перехода; б) самолокализация токового шнура под действием собственного магнитного поля и падение напряжения из-за изменения структуры перехода;

в) локализация тока под действием радиального градиента поля в базе (в этом случае пороговое значение тока, с которого начинается пробой, падает с увеличением запирающего потенциала базы); г) изменение структуры коллекторного перехода из-за наличия инжектирующих свойств у коллекторного контакта.

Непременным условием надежной работы транзисторов в лавинном режиме является отсутствие теплового пробоя. Обычно для достижения этого средняя мощность, рассеиваемая лавинным транзистором, ограничивается на уровне, меньшем уровня предельно допустимой мощности. В этом случае с тепловыми эффектами в электронных схемах на лавинных транзисторах можно не считаться или во всяком случае принимать против них обычные меры.

Поверхностный пробой коллекторного перехода транзисторов, если он происходит при напряжениях меньших U_m , делает их непригодными для работы в лавинном режиме. Поскольку поверхностный

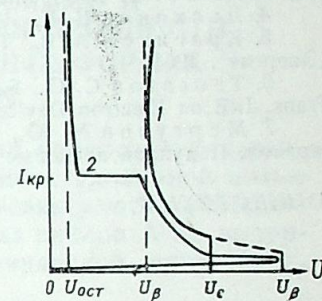


Рис. 2. Вольт-амперная характеристика лавинного транзистора со сквозным (1) и вторичным (2) пробоем

пробой отрицательно сказывается и на работе обычных схем, он в настоящее время устраняется технологическими мерами [7].

Из вышеизложенного ясно, что эффект ударной ионизации носителей в $p-n$ -переходе и вытекающие из него особенности лавинного режима работы транзисторов носят характер фундаментальных физических закономерностей и поэтому должны эффективно использоваться. Очевидно, что наряду со специально разрабатываемыми лавинными транзисторами успешно могут применяться и многие типы обычных транзисторов, технология изготовления которых обеспечивает требуемое отсутствие или умеренное проявление паразитных эффектов: теплового, поверхностного, вторичного пробоя и др.

ЛИТЕРАТУРА

1. Али-Заде Г. А., Дьяконов В. П., Али-Заде Д. Г. „Радиотехника“, т. 34, 1969, № 5.
2. Miller S. L. Phys. rev. Vol. 99, № 4, 1955.
3. Расчет и проектирование полупроводниковых приборов. Перевод с англ. под ред. Глебова Г. О. „Обorongиз“, 1963.
4. Дьяконов В. П. „Радиотехника и электроника“, т. XIII, 1968, № 5.
5. Красилов А. В., Трутко А. Ф. Методы расчета транзисторов. Изд-во „Энергия“, 1964.
6. Thornton C. G., Simmons C. D. A new high current mode of transistor. Trans. IRE on Electron Devices, 1958, v. ED-5, № 1, рб.
7. Моргулин М. Ю., Ройзин Н. М. Сплавные переходы с диффузионным экраном. Полупроводниковые приборы и их применение, вып. 15, 1966.

АзИНЕФТЕХИМ

Поступило 18. II 1970

Ч. Н. Элизадэ

Транзисторларын ахын иш режими наггында

ХҮЛАСЭ

Мэгалэдэ мүстэви контактлы транзисторларын ахын иш режимдэ ишлэдилмэси имканлары кэстэрилмишдир.

Транзисторларын волт-ампер характеристикасы аилэлэри нэзэрдэн кечирилмиш вэ онларын дифференциал мэнфи мүгавимэтэ ујгун кэлэн хиссэлэри тэдгиг олунмушдур.

Тэдгигатда транзисторларда кечидлэрин ахын режиминэ ујгун дешилмэ механизмдэн элавэ, икинчи, бирбаша вэ башга дешилмэ нэвлэри дэ нэзэрдэн кечирилмишдир.

АЗЭРБАЙДЖАН ССР ЕЛМЛЭР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХЭБЭРЛЭРИ
Физика-техника вэ рижазинјат елмлэри серијасы, 1971, № 3

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-технических и математических наук, 1971, № 3

А. И. ЛУКОМСКАЯ, М. Б. ГРАНОВСКИЙ, А. М. РАСУЛОВ, В. Л. МАЙЗЕЛЬ

СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ СТАТИЧЕСКИМИ И ДИНАМИЧЕСКИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ ПРОЧНОСТИ СВЯЗИ РЕЗИНЫ С КОРДОМ ПРИ РАЗНЫХ ФОРМАХ ИМПУЛЬСА НАГРУЖЕНИЯ

Ранее [1] были описаны прибор и метод для определения характеристик динамической прочности связи резины с единичной нитью корда при гармоническом режиме нагружения (зависимости усталостной выносливости границы нить—резина, или числа циклов N до выдергивания нити из резины, от амплитуды гармонической нагрузки F_0 при заданной частоте нагружения ω).

В работе [2] показано, что зависимость N от F_0 выражается степенным законом, который аналогичен законам усталости, установленным для резин [3], границ резина—резина в многослойных системах [4], а также пластмас при усталостном износе [5]. Аналитическое выражение закона таково:

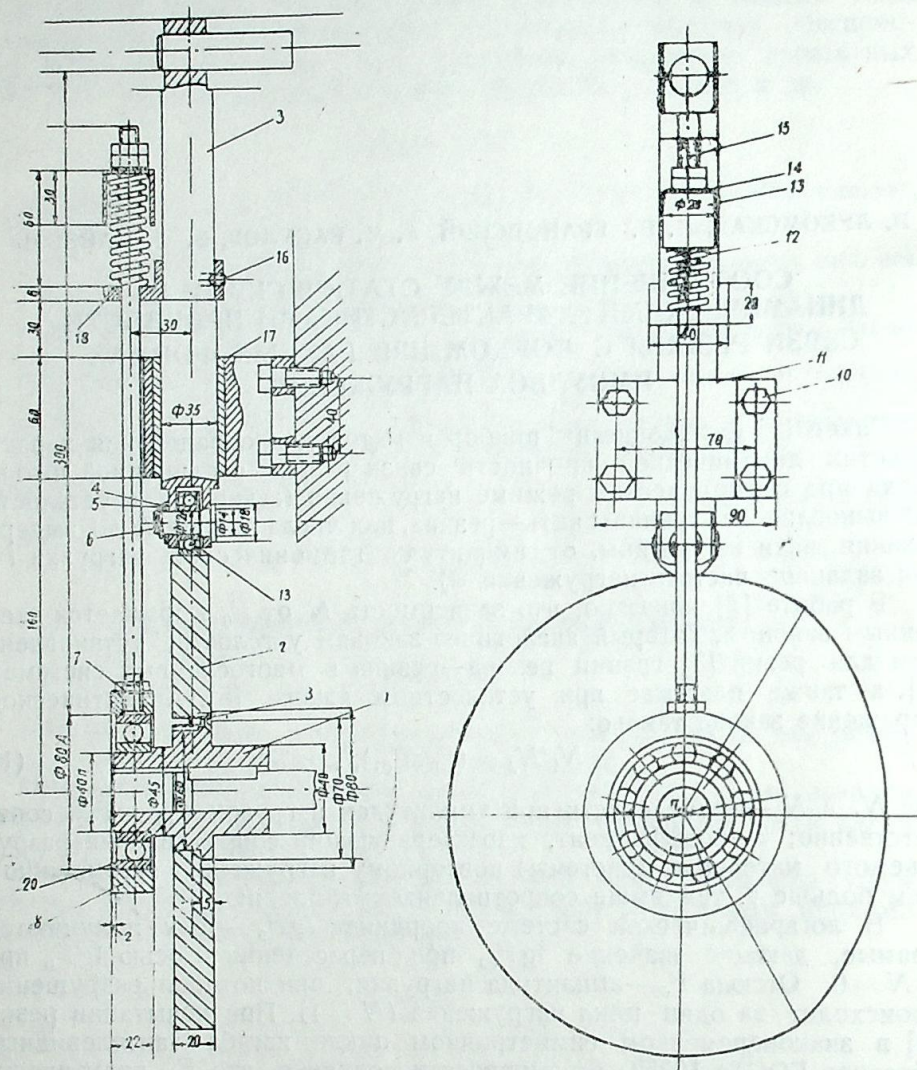
$$N_1/N_2 = (F_{02}/F_{01})^\beta, \quad (1)$$

где N_1 и N_2 —выносливости при амплитудах нагрузок F_{01} и F_{02} , соответственно; β —коэффициент, характеризующий сопротивление разрушаемого материала (системы) повторному нагружению (усталости). Чем больше β , тем выше сопротивление усталости.

В логарифмической системе координат $\lg F_0 - \lg N$ получаются прямые, дающие значение $\lg F_{00}$ при пересечении с осью $\lg F_0$ при $\lg N = 0$. Отсюда F_{00} —амплитуда нагрузки, при которой разрушение происходит за один цикл нагружения ($N = 1$). При испытании резин [3] в знакопеременном симметричном цикле изгиба гантелевидных образцов ГОСТа 10952—64 эмпирически получено, что F_{00} практически совпадает прочностью резин на разрыв, определенной по ГОСТу 270—64.

В данной работе выясняется возможность замены F_{00} характеристикой статической прочности связи F_p , определяемой на тех же образцах методом выдергивания (Н-методом [6]), а также влияние формы импульса на коэффициент β . Вопрос о зависимости характеристик утомляемости резин от формы импульса имеет существенное значение, поскольку обычные лабораторные испытания резин [6] производятся при гармоническом нагружении, а такие резиновые изделия, как, например, шины работают в условиях импульсного нагружения, при котором нагрузка, проходя через максимум, действует примерно около 1/3 цикла [7].

задающих натяжения в кордных нитях образцов с частотой $\omega = 250$ или 500 циклов в минуту. Перемещение траверсы ствечает, таким образом, движению кулачка по периферии вращающегося диска 2, к которому кулачок поджат пружиной 12. Профиль диска имеет переменный радиус на участке центрального угла в 120° . Детали конструкции кулачкового приспособления видны из рис. 1 (а, б).



1—ступица; 2—сменный диск; 3—штанга; 4—шайба; 5—шплинт; 6—ось опорного подшипника 19; 7—гайка крепления; 8—корпус подшипника 20; 9—винт крепления диска к ступице; 10—болты; 11—корпус направляющей 17; 12—отжимная пружина; 13—стакан; 14—шайба; 15—шпилька; 16—винт крепления упора 18.

The diagram illustrates a control system for a crane. It features a crane mechanism (I) and a control unit (II). The crane mechanism includes a trolley (1) with a hoist (2) and a grid of electromotors (3). The control unit (II) consists of a control panel with buttons (4, 5, 6) and a power supply unit (7). A line of connection (Линия связи) connects the crane mechanism to the control unit. The diagram is labeled with 'I' and 'II' at the bottom, indicating the crane mechanism and the control unit respectively.

Рис. 2. Схема устройства прибора для автоматической регистрации числа циклов повторных нагружений: 1—режимограф; 2—датчик; 3—соленоид; 4—сердечник; 5—неподвижная рейка; 6—рычаг; 7—неподвижный вал; 8—пишущее устройство; 9—контактная группа

Как следует из экспериментальных данных, представленных на рис. 3, в гармоническом и импульсном режимах нагружения выполняется степенной закон усталости (1): в логарифмической системе координат получаются прямые, котангенс угла наклона которых равен β . Коэффициент β выше в импульсном режиме. Так, для системы резина—корд 1 при гармоническом и импульсном режимах получают соответственно значения 9,7 и 10,7, а для системы 2—10,8 и 11,8. Следовательно, форма импульса влияет на усталостные свойства систем резина—корд. В импульсном режиме, при котором нагружение длится $1/3$ цикла, а $2/3$ цикла следует отдых материала, сопротивление утомлению выше.

Если продолжить прямые изображенные на рис. 3, до пересечения с осью ординат, то получатся значения $\lg F_{00}$, из которых определяется F_{00} . В отличие от результатов [3] в данной работе получено, что значения F_{00} не совпадают с нагрузками выдергивания нити F^p определяемыми статическим Н-методом. В общем случае этого, по видимому, и следовало ожидать, поскольку известно [6, 8, 9], что прочность резин—функция температуры и скорости (времени, часто-

ты) нагружения; кроме того, она зависит от масштабного фактора [70] и вида напряженного состояния [11]. Равенство $F_{\infty} = F_p$ для знакопеременного изгиба по ГОСТу 10952—64 и простого статического растяжения по ГОСТу 270—64, установленное в работе [3], таким образом, не универсально, а является частным случаем, при котором влияние всех указанных факторов взаимно компенсируется.

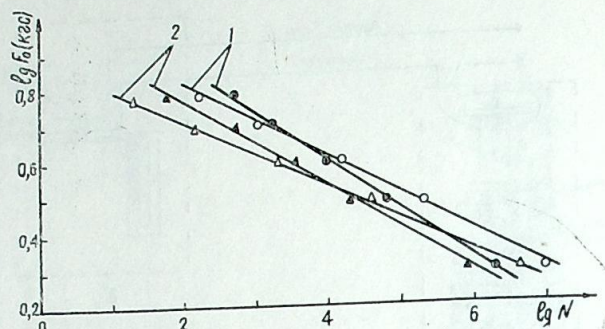


Рис. 3. Зависимость выносливости N границы резинокорд от амплитуды динамической нагрузки: 1 — каркасная резина на основе СКМС-30АРКМ-15 + СКИ-3 с 40 весовыми частями сажи ТМ-50; корд марки 19 в, пропитанный составом Р-16; 2 — брекерная резина на основе НК с 25 весовыми частями сажи ТМ-50, корд марки 19 в, не пропитанный: ●, ▲ — при гармоническом нагружении; ○, △ — при импульсном нагружении.

При испытании на прочность связи резина—корд $F_p \neq F_{\infty}$, поэтому из рекомендованного работой [2] соотношения

$$N = (F_p / F_{\infty})^{\beta^*} \quad (2)$$

получаются значения β^* , отличающиеся от величин β , определенных из (1).

Интересным оказывается, однако, следующее обстоятельство, из которого вытекают полезные методические рекомендации. Если рассчитать β^* из (2) и β из (1), принимая для всех сравниваемых между собой систем одно и то же значение $F_0 = \text{const}$ (в работе для расчетов выбиралось $F_0 = 3 \text{ кгс}$ и при этой нагрузке на нить определялась выносливость N), то разница между β^* и β получается равной постоянной величине, причем для гармонического режима нагружения она составляет $\Delta \cdot \beta = \beta^* - \beta = 2,7 \text{ const}_1$, а для импульсного режима нагружения $\Delta \cdot \beta = \beta^* - \beta = 3,7 = \text{const}_2$.

При испытании одинаковых образцов по Н-методу и в динамике исключается влияние масштабного фактора и вида деформации, остается лишь влияние временного фактора (скорости, частоты нагружения). Что касается температуры, то в хорошем приближении можно считать, что ее влияние для данных видов нагружения и величин деформации пренебрежимо мало. Кроме того, если оно и имеет место, то в конечном итоге учитывается временным фактором, поскольку для механических свойств резин применим принцип температурно-временной суперпозиции [6, 8]. Значения F_{∞} и F_p определены в разных временных режимах, однако можно представить себе, что они являются „точками“ одной и той же кривой, характеризующей предельные напряжения и деформации или прочностные свойства системы (в данном случае на границе резина-нить), называемой для резин „оггибающей разрывов“ [9].

Как установлено в ряде работ [6, 12, 3], выносливость резин и пластмасс в жестких режимах нагружения (при больших F_0) и при частотах ω порядка до 50 гц практически не зависит от частоты. При $\omega = 250 \text{ гц/мин}$ для $N = 1$ время разрушения $\sim 0,245 \text{ сск}$, а при испытании по Н-методу время выдергивания на порядок больше. Так как прочность повышается с увеличением скорости разрушения (уменьшением времени), то $F_p < F_{\infty}$, что и получается при испытаниях.

Из (1) и (2), учитывая, что $\Delta \beta = \beta^* - \beta$, $F_0 = \text{const}$, получаем

$$\left(\frac{F_p}{F_0} \right)^{\beta^*} = \frac{F_p^{\beta + \Delta \beta}}{F_0^{\beta + \Delta \beta}} = \left(\frac{F_{\infty}}{F_0} \right)^{\beta}, \quad (3)$$

откуда

$$F_{\infty} = \frac{F_0^{1 + \Delta \beta / \beta}}{F_0^{\Delta \beta / \beta}}.$$

Равенство $F_{\infty} = F_p$ будет иметь место при условии $\Delta \beta = 0$.

Из рассмотренных соотношений следует рекомендация по нахождению коэффициента β закона (1) для импульсного или гармонического режима. Достаточно определить выносливость N при одной амплитуде нагрузки $F_0 = \text{const} = 3 \text{ кгс}$ для гармонического или $F_0 \text{ имп.} = \text{const} = 3 \text{ кгс}$ для импульсного нагружения, а затем, применяя более кратковременные испытания по Н-методу, найти F_p . В этом случае β находится из эмпирических уравнений:

$$N = \left(\frac{F_p}{F_0} \right)^{\beta + 2,7}, \quad N = \left(\frac{F_p}{F_0 \text{ имп.}} \right)^{\beta + 3,7}. \quad (4)$$

Испытания статическим Н-методом не только более кратковременны, но и дают меньший разброс показателей, чем испытания в динамических режимах. Такое соотношение разброса показателей в статике характерно для всех видов механических испытаний [6]. В динамике разброс показателей уменьшается с ужесточением режима (повышением задаваемых амплитуд нагрузок F_0 и соответствующим сокращением времени испытания).

Для нахождения β по (4) достаточно одного испытания при заданном $F_0 = \text{const}$ в ужесточенном динамическом режиме (для определения N) и одного статическим Н-методом (для определения F_p). Испытательные приборы при этом настроены на один режим, что не только ускоряет, но и упрощает проведение эксперимента, а также способствует получению воспроизводимых результатов.

Выводы

1. Исследована зависимость характеристик утомляемости резинокордной системы от формы импульсного нагружения.
2. Показано, что в гармоническом и импульсном режимах выполняется степенной закон усталости.
3. Характеристики степенного закона зависят от формы импульса.
4. Предложен метод определения показателя степени закона усталости границы резино-кордной системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лукомская А. И., Грановский М. Б., Майзель В. Л. „Заводская лаборатория“, 1969, № 4.
2. Лукомская А. И., Грановский М. Б., Майзель В. Л. „Каучук и резина“, 1969, № 6.
3. Резниковский М. М. „Каучук и резина“, 1960, № 9; Резниковский М. М., Лазарева К. Н. „Каучук и резина“, 1963, № 3.

4. Лукомская А. И. „Каучук и резина“, 1965, № 3; „Механика полимеров“, 1965, № 2; Лукомская А. И., Калинова Л. Т. „Каучук и резина“, 1966, № 3.
5. Ратнер С. Б. В сб. „Фрикционный износ резин“. Изд-во „Химия“, 1964; Ратнер С. Б., Лурье Е. Г. „ДАН СССР“, 166, 1966, № 4.
6. Лукомская А. И. Механические испытания каучука и резины. Изд-во „Высшая школа“, 1968; Резниковский М. М., Лукомская А. И. Механические испытания каучука и резины. Изд-во „Химия“, 1968.
7. Бидерман В. Л., Гуслицер Р. Л., Захаров С. П., Ненахов Б. В. и др. Автомобильные шины. Госхимиздат, 1963.
8. Ферри Дж. Вязко-упругие свойства полимеров. ИЛ, 1963.
9. Smitt T. L. J. Polymer sci, A1, 3597 (1963).
10. Бартенев Г. М. „Успехи химии“, 24, 815 (1955).
11. Алфрей Т. Механические свойства высокополимеров. ИЛ, 1952.
12. Сб. „Усталость высокополимеров“. Госхимиздат, 1957.
13. Агаманян С. Г., Ратнер С. Б., Бугло С. Т. Сб. „Инженерная механика полимеров и применение пластмасс в промышленности“. Тбилиси, 1968; Ратнер С. Б., Агаманян С. Г. „Физико-химич. механика материалов“, 1967, № 1 и 6; „Пластич. массы“, 1967, № 12.

АГУ им. С. М. Кирова

Поступило 18. II 1970

А. И. Лукомская, М. Б. Грановски, А. М. Расулов, В. Л. Майзел

**Мүхтәлиф импульсу жүкләнмәдә резинин кордла әләгәси
заманы статик вә динамик мөһкәмлик характеристикалары
арасындакы әләгә**

ХҮЛАСӘ

Мүәјјән едилмишдир ки, резинин сәрһәдди үчүн динамик жүкләнмәдә јорғунлуг гануну резин вә резин-резин сәрһәддиндә олдуғу кимидир. Үстүн ганунунун характеристикасы (үстүн көстәричиси) импульсун формасындан асылдыр.

Бир дөвр жүкләнмәдә резинин сәрһәддинин дағылмасына сәбәб олан амплитуд жүк резинин әләгәсинин статик мөһкәмлик көстәричисиндән фәрғлидир. Мәгаләдә бу фәргин сәбәби дә ајдынлашдырылмышдыр. Ејни заманда, јорғунлуг ганунунун көстәричисини тәјин етмәк үчүн практик јол көстәрилмишдир.

АЗӘРБАЈҶАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-техника вә ријазиијат елмләри серијасы, 1971, № 3

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-технических и математических наук, 1971, № 3

В. Д. ЮСУФОВА, Р. И. ПЕПИНОВ, Н. В. ЛОБКОВА

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЯЗКОСТИ
МИНЕРАЛИЗОВАННЫХ ВОД В ЗАВИСИМОСТИ
ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ**

Постоянно возрастающая потребность в пресной воде и ограниченность ее природных ресурсов приводят к необходимости использовать в промышленных и бытовых целях морскую и опресненную воду.

Проектирование и эксплуатация опреснителей и технических установок, работающих на морской воде, требуют решения ряда вопросов, в числе которых находится определение физических параметров морской воды и рассолов, получаемых в процессе эксплуатации установок. Отсутствие данных по физическим параметрам морской воды и рассолов ограничивает возможность использования критерияльных уравнений, определяющих интенсивность теплообмена, при проектировании теплоустановок и процессов.

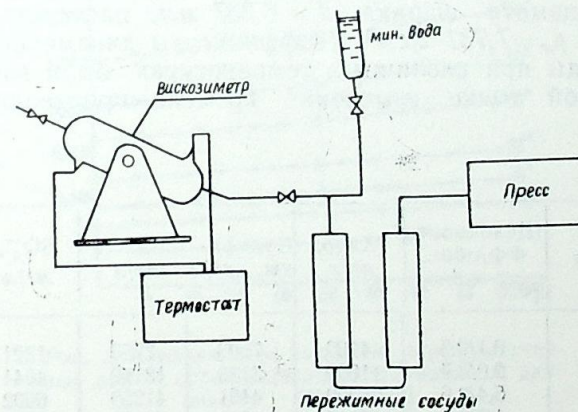


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

Известен ряд работ, посвященных исследованию физических параметров морской воды и рассолов, но они проведены в небольшом интервале температур и давлений [2, 3, 4, 5]. В настоящей статье излагаются результаты исследования вязкости термоумягченных морских вод в интервале 20—160°С при давлении 1—150 кг/см². Вязкость измерялась методом катящегося шарика. Схема экспериментальной установки показана на рис. 1.

Вискозиметр представляет собой выполненный из немагнитной стали толстостенный цилиндр, помещенный в термостатирующую рубашку [1]. Внутри цилиндра находится трубочка из немагнитной стали со строго выдержанным диаметром и тщательно обработанной внутренней поверхностью, в которой под силой собственного веса шарика внутри трубки из одного конца в другой определялось электрическим секундомером типа ГВ-53Л (пуск и остановка секундо-трическим секундомером с помощью электронной схемы) с точностью $\pm 0,01$ сек. Давление в исследуемой системе создавалось и измерялось при помощи грузопоршневого манометра типа МП-600. Вискозиметр соединен с грузопоршневым манометром через два пережимных сосуда, наполовину заполненных ртутью. Свободное пространство над ртутью в одном из пережимных сосудов заполнялось исследуемым веществом, а в другом — касторовым маслом. Температура вискозиметра во время опыта поддерживалась постоянной при помощи термостата типа ТС-16А и измерялась двумя хромель-копелиевыми термопарами, помещенными на входе и выходе термостатирующей рубашки вискозиметра, соединенными с потенциометром.

Вычисление коэффициента динамической вязкости производилось по расчетному уравнению

$$\mu = \kappa (\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}}) \tau, \quad (1)$$

где μ — абсолютная вязкость, спз;

τ — время качения шарика, сек;

$\rho_{\text{ш}}$ — плотность шарика, г/см³;

$\rho_{\text{ж}}$ — плотность жидкости, г/см³;

κ — калибровочный коэффициент.

Коэффициент κ зависит от размеров трубки и шарика, угла наклона вискозиметра и от температуры. Он определяется калибровкой вискозиметра жидкостями известной вязкости. В качестве эталонной жидкости использовалась вода (бидистиллят). Калибровка проводилась для фиксированного угла $\varphi = 45^\circ$ в интервале $20-180^\circ \text{C}$ при давлении $1-20 \text{ кг/см}^2$. Внутренний диаметр трубки вискозиметра $D = 6,440 \text{ мм}$, диаметр шарика $d = 6,337 \text{ мм}$, плотность шарика при $t = 20^\circ \text{C}$ равна $\rho_{\text{ш}} = 7,737 \text{ г/см}^3$. Коэффициенты динамической вязкости и плотность воды при различных температурах были взяты из работы [2]. В каждой точке измерение времени производили не менее пяти раз.

Таблица 1

№ пробы	Сухой остаток, мг/л	Щелочность ФФ/общ., мг-экв/л	Хлор, мг/л	Сульфаты, мг/л	Cl ⁻ , мг/л	SO ₄ ⁻ , мг/л	Жесткость общая, мг-экв/л
1	9620	0,1/0,3	4700	7893	7750	1321	0,6
2	23350	2,0/3,7	11000	3136	18150	4641	0,8
3	63600	5,4/8,6	25000	4461	41250	6602	0,8
4	90400	4,9/8,0	46000	7820	75900	11230	0,7

Решая уравнение (1) относительно κ , определяли значение калибровочного коэффициента для заданных температур и давлений. По полученным экспериментальным точкам построен график изменения калибровочного коэффициента κ от температуры. Отклонение этих точек от усредняющей линии не превышало $\pm 0,8\%$. В качестве контрольного опыта были произведены измерения коэффициента динамической вязкости бензола в интервале $20-160^\circ \text{C}$. Отклонение

экспериментальных данных от справочных [2] для всей исследуемой нами области не превышало $\pm 1\%$.

Для исследований брали пробы термоумягченных вод различной концентрации на ГРЭС „Северная“. Путем их смешивания в опреде-

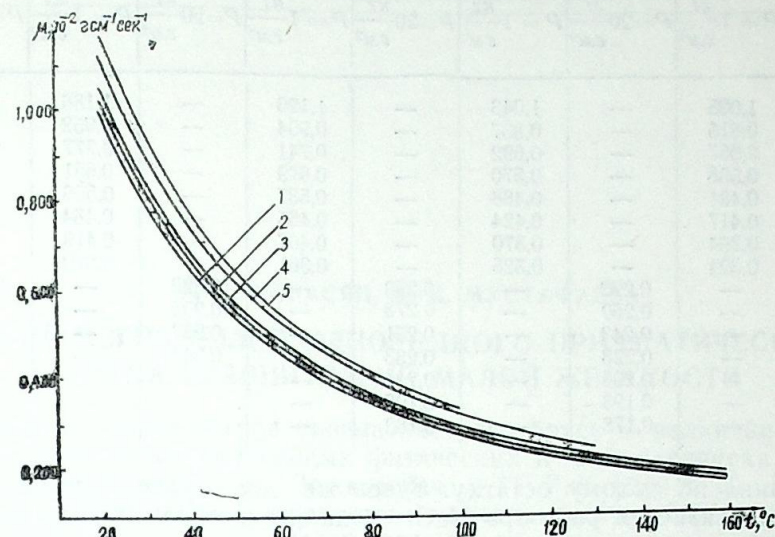


Рис. 2. Вязкость обычной и термоумягченной водой в зависимости от температуры: 1 — экспериментальные данные по дистилляту, $P = 1-20 \text{ кг/см}^2$; 2, 3, 4, 5 — пробы 1, 2, 3, 4, соответственно.

ленным весовым соотношении были получены пробы 1, 2, 3, 4. Приведенные ниже данные по химическому составу исследуемых термоумягченных вод представлены химслужбой Азэнерго.

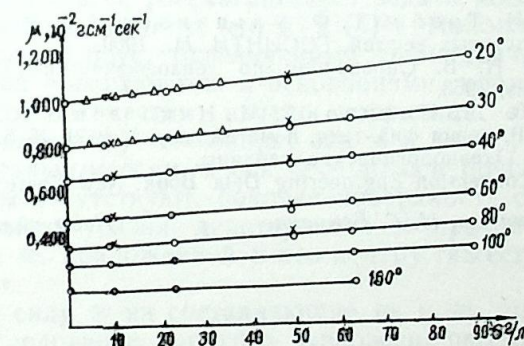


Рис. 3. Зависимость вязкости термоумягченных вод от солевого содержания: O — опытные данные; X — [2]; Δ — [4].

Плотность исследуемых термоумягченных вод получена в лаборатории теплообмена методом переменного объема [3]. Погрешность экспериментальных данных, подсчитанная на основе общей теории ошибок, лежит в пределах $\pm 2\%$.

Полученные экспериментальные данные были графически обработаны, причем отклонение экспериментальных точек от соединяющей их наиболее вероятной кривой не превышает $\pm 0,8\%$ (рис. 2). Составлена табл. 2 сглаженных значений температур. На рис. 3 представлен график зависимости вязкости термоумягченных вод от соле-

Таблица 2

t, °C	Проба 1		Проба 2		Проба 3		Проба 4	
	$\mu \cdot 10^2$ пз		$\mu \cdot 10^2$ пз		$\mu \cdot 10^2$ пз		$\eta \cdot 10^2$ пз	
	$P = 1 \frac{\kappa\Gamma}{\text{см}^2}$	$P = 20 \frac{\kappa\Gamma}{\text{см}^2}$	$P = 1 \frac{\kappa\Gamma}{\text{см}^2}$	$P = 20 \frac{\kappa\Gamma}{\text{см}^2}$	$P = 1 \frac{\kappa\Gamma}{\text{см}^2}$	$P = 20 \frac{\kappa\Gamma}{\text{см}^2}$	$P = 1 \frac{\kappa\Gamma}{\text{см}^2}$	$P = 20 \frac{\kappa\Gamma}{\text{см}^2}$
20	1,025	—	1,043	—	1,126	—	1,186	—
30	0,815	—	0,837	—	0,904	—	0,952	—
40	0,667	—	0,692	—	0,741	—	0,777	—
50	0,558	—	0,570	—	0,629	—	0,651	—
60	0,481	—	0,488	—	0,537	—	0,556	—
70	0,417	—	0,424	—	0,465	—	0,484	—
80	0,364	—	0,370	—	0,407	—	0,419	—
90	0,324	—	0,326	—	0,361	—	0,370	—
100	—	0,292	—	0,298	—	0,322	—	0,330
110	—	0,269	—	0,273	—	0,295	—	—
120	—	0,243	—	0,251	—	0,267	—	—
130	—	0,228	—	0,233	—	0,243	—	—
140	—	0,206	—	0,214	—	—	—	—
150	—	0,193	—	0,198	—	—	—	—
160	—	0,178	—	0,182	—	—	—	—

содержания по сухому остатку. Здесь же для сравнения нанесены данные по вязкости раствора NaCl—вода [2] и морской воды разного солевого содержания в интервале 20÷100° С [4]. Как видно из графика, наши опытные данные для термоумягченных вод хорошо согласуются с последними, отличаясь от них не более чем на $\pm 2\%$.

Как показали эксперименты, на вязкость термоумягченных вод, как и обычной воды, увеличение давления до 150 $\kappa\Gamma/\text{см}^2$ влияния почти не оказывает.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мамуна В. Н., Требин Г. Ф., Ульянинский Р. Ф. Экспериментальное исследование пластовых нефтей. ГОСИНТИ, М., 1960.
2. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. Физматгиз, 1963.
3. Юсуfoва В. Д., Пепинов Р. -И., Николаев В. А., Нуриев Р. С. Изв. АН Азерб. ССР, серия физ.-техн. и матем. наук*, 1969, № 5.
4. Зубов Н. В. Океанологические таблицы.
5. Saline Water Conversion Engineering Data Book. New Yourk, 1965.

АзНИИ энергетики им. И. Г. Есманова

Поступило 13. VII 1970

АЗЕРБАЙДЖАН ССР ЕЛМЛЭР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБЭРЛЭРИ
Физика-техника вә риязијјат елмләри серијасы, 1971, № 3

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-технических и математических наук, 1971, № 3

Р. С. МИНАСЯН, И. И. МУСТАФАЕВА

КОСОЙ ИЗГИБ СИЛОЙ ОДНОРОДНОГО ПРИЗМАТИЧЕСКОГО БРУСА СРАВНИТЕЛЬНО МАЛОЙ ЖЕСТКОСТИ

Задачи косоугольного изгиба призматического бруса в нелинейной теории упругости при нелинейных физических и геометрических зависимостях исследовали А. Пожалоcтин и П. Риз [2], Р. С. Минасян [4]. Однако в практике встречается немало конструкций, в которых напряжения не превосходят предела пропорциональности (или следуют закону Гука вплоть до разрушения, как например, большинство пластмасс) со смещениями, в компонентах деформаций которых недостаточно ограничиться линейными членами. Поэтому как практически, так и теоретически представляет интерес решение упомянутых выше задач при линейных физических и нелинейных геометрических зависимостях. При таком предположении авторами работы [5] была исследована задача чистого косоугольного изгиба.

В настоящей статье рассматривается задача косоугольного изгиба силой при тех же предположениях, что и в [5]*. Положим, имеем однородный изотропный брус, ограниченный цилиндрической (призматической) боковой поверхностью и основаниями, нормальными к боковой поверхности. Поместим начало координат в центре тяжести левого (закрепленного) основания, оси $O\xi$ и $O\eta$ направим по его главным центральным осям, а ось $O\zeta$ —по оси бруса. Положим, что объемные силы отсутствуют, боковая поверхность свободна от внешних напряжений, а усилия, действующие на правое основание, эквивалентны силе w , приложенной к его центру тяжести и параллельной плоскости $\xi O\eta$.

Разложим силу w на составляющие w_ξ и w_η , параллельные осям $O\xi$ и $O\eta$. Исследование упругого равновесия рассматриваемого бруса сводится к следующей математической задаче. Найти компоненты напряжений $\tau_{11}, \tau_{22}, \dots$ удовлетворяющие в области, занятой бруском, однородным уравнениям равновесия

$$\frac{\partial \tau_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{12}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{13}}{\partial z} = 0; \quad (1)$$

.....

на боковой поверхности—условиям

$$\tau_{11} \cos \hat{n}x + \tau_{12} \cos \hat{n}y + \tau_{13} \cos \hat{n}z = 0. \quad (2)$$

.....

* Из решения [4] получить решения при наших предположениях невозможно.

На свободном основании усилия должны приводиться к заданной силе $\mathcal{W}$. Полагаем, что материал бруса следует закону Гука и напряжения не превосходят предела пропорциональности, а смещения таковы, что в их компонентах деформаций следует удерживать квадратичные члены. Напряжения относим к деформированному состоянию. Поэтому имеем:

$$x = \xi + u, \quad y = \eta + v, \quad z = \varsigma + w,$$

где ξ, η, ς и x, y, z — координаты точки, соответственно, до деформации и после, u, v, w — компоненты смещений. Задачу решаем известным методом введения малого параметра [3].

Будем искать смещения в виде:

$$\begin{aligned} u &= \gamma_1 \left[\frac{\sigma}{2} (l - \varsigma) (\xi^2 - \eta^2) + \frac{1}{2} l \varsigma^2 - \frac{1}{6} \varsigma^3 \right] - \gamma_2 \sigma (l - \varsigma) \xi \eta + \\ &\quad + \gamma_1^2 u' + \gamma_2^2 u'' + \gamma_1 \gamma_2 u_1, \\ v &= \gamma_1 \sigma (l - \varsigma) \xi \eta + \gamma_2 \left[\frac{\sigma}{2} (l - \varsigma) (\eta^2 - \xi^2) + \frac{1}{2} l \varsigma^2 - \frac{1}{6} \varsigma^3 \right] + \\ &\quad + \gamma_1^2 v' + \gamma_2^2 v'' + \gamma_1 \gamma_2 v_1, \\ w &= \gamma_1 \left[x_1 - \xi \eta^2 - \left(l \varsigma - \frac{1}{2} \varsigma^2 \right) \xi \right] + \gamma_2 \left[x_2 - \eta \xi^2 - \right. \\ &\quad \left. - \left(l \varsigma - \frac{1}{2} \varsigma^2 \right) \eta \right] + \gamma_1 \gamma_2 w_1, \end{aligned} \quad (3)$$

где $u', v', w', u'', v'', w''$ — вторичные эффекты при изгибе поперечной силой, соответственно, в плоскостях $\eta O \varsigma$ и $\xi O \varsigma$ (задача эта решена и находится в печати); u_1, v_1, w_1 — искомые компоненты смещений (выражающие влияние изгиба в плоскости $\eta O \varsigma$ на изгиб в плоскости $\xi O \varsigma$); x_1, x_2 — функции изгиба, соответственно, в плоскостях $\eta O \varsigma$ и $\xi O \varsigma$;

$$\gamma_1 = \frac{\mathcal{W}_\xi}{I_\eta E}, \quad \gamma_2 = \frac{\mathcal{W}_\eta}{I_\xi E};$$

I_η, I_ξ — моменты инерции сечения S , соответственно, относительно осей $O\eta$ и $O\xi$.

Используя формулы перехода от производных $\frac{\partial}{\partial \xi}, \frac{\partial}{\partial \eta}, \frac{\partial}{\partial \varsigma}$ к производным $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}$, вычислим компоненты деформаций, соответствующие смещениям (1), сохраняя лишь члены с коэффициентами τ, γ_1 или γ_2 в первой степени, а также с произведением $\gamma_1 \gamma_2$. С той же точностью по линейному закону Гука получим компоненты напряжений:

$$\begin{aligned} \tau_{11} &= \gamma_1 \gamma_2 \left[(l - \varsigma)^2 \lambda^* \xi \eta + \lambda \left(l \varsigma - \frac{1}{2} \varsigma^2 \right) V - \lambda x^{(1)} + \tau_{11}^{(0)} + \tau_{11}' \right], \\ \tau_{22} &= \gamma_1 \gamma_2 \left[(l - \varsigma)^2 \lambda^* \xi \eta + \lambda \left(l \varsigma - \frac{1}{2} \varsigma^2 \right) V - \lambda x^{(1)} + \tau_{22}^{(0)} + \tau_{22}' \right], \\ \tau_{33} &= -(l - \varsigma) (\gamma_1 \xi + \gamma_2 \eta) E + \gamma_1 \gamma_2 \left[-(3E + 2\sigma \lambda^*) \xi \eta + \right. \\ &\quad \left. + \left(l \varsigma - \frac{1}{2} \varsigma^2 \right) B - \lambda x^{(1)} + \tau_{33}^{(0)} + \tau_{33}' \right], \\ \tau_{12} &= \gamma_1 \gamma_2 \mu \left[\left(l \varsigma - \frac{1}{2} \varsigma^2 \right)^2 + \tau_{12}^{(0)} + x^{(1)} + \tau_{12}' \right], \end{aligned} \quad (4)$$

$$\tau_{13} = \mu \tau (\varphi_\xi' - \eta) + \mu (\gamma_1 \tau_{13}^{(1)} + \gamma_2 \tau_{13}^{(2)}) + \gamma_1 \gamma_2 \left\{ \mu (l - \varsigma) \left[- \left(l \varsigma - \frac{1}{2} \varsigma^2 \right) \eta + \tau_{13}^{(0)} \right] + \tau_{13}' \right\},$$

$$\tau_{23} = \mu \tau (\varphi_\eta' + \xi) + \mu (\gamma_1 \tau_{23}^{(1)} + \gamma_2 \tau_{23}^{(2)}) + \gamma_1 \gamma_2 \left\{ \mu (l - \varsigma) \left[- \left(l \varsigma - \frac{1}{2} \varsigma^2 \right) \xi + \tau_{23}^{(0)} \right] + \tau_{23}' \right\},$$

$$\text{где } \lambda^* = -\lambda (3 + 4\sigma), \quad x^* = \frac{\partial x_1}{\partial \eta} + \frac{\partial x_2}{\partial \xi}, \quad x^{**} = \frac{\partial x_1}{\partial \xi} + \frac{\partial x_2}{\partial \eta},$$

$$V = 3\xi\eta - x^*, \quad \psi_1 = x_1 - \xi\eta^2, \quad \psi_2 = x_2 - \xi^2\eta, \quad \tau_{13}^{(1)} = \frac{\partial \psi_1}{\partial \xi} - \frac{\sigma}{2} (\xi^2 - \eta^2),$$

$$\tau_{13}^{(2)} = \frac{\partial \psi_2}{\partial \xi} - \sigma \xi \eta, \quad \mu B = 2\xi\eta (3\sigma\lambda + 2E) - (\lambda + 2\mu) x^*,$$

$$x^{(1)} = \frac{\partial x_1}{\partial \xi} \frac{\partial x_2}{\partial \xi} + \frac{\partial x_1}{\partial \eta} \frac{\partial x_2}{\partial \eta}, \quad \mu \tau_{11}^{(0)} = \lambda \left\{ 3 \frac{\partial x_1}{\partial \xi} \xi \eta + \frac{1}{2} \frac{\partial x_2}{\partial \xi} (\xi^2 + \eta^2) + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial x_1}{\partial \eta} [\sigma (\eta^2 - \xi^2) + \xi^2] + 2\xi\eta (\sigma + 1) \frac{\partial x_2}{\partial \eta} - 3\xi^2 \right\} +$$

$$+ \mu \left\{ 4 \frac{\partial x_1}{\partial \xi} \xi \eta + 2 \frac{\partial x_2}{\partial \xi} \left(- \frac{\partial x_1}{\partial \xi} + \eta^2 \right) - 4 (1 + \sigma) \eta^2 \right\},$$

$$\mu \tau_{33}^{(0)} = \frac{\lambda}{2} (\xi^2 + \eta^2) x^* + 3\lambda \xi \eta (x^{**} - \eta^2 - \xi^2),$$

$$\tau_{12}^{(0)} = - \frac{\sigma}{2} (\xi^4 + \eta^4) - (3\sigma + 5) \xi^2 \eta^2 + x^* (2 + \sigma) \xi \eta +$$

$$+ \frac{\partial x_1}{\partial \xi} \left[\frac{\sigma}{2} (\eta^2 - \xi^2) + \xi^2 \right] + \frac{\partial x_2}{\partial \eta} \left[\frac{\sigma}{2} (\xi^2 - \eta^2) + \eta^2 \right],$$

$$\tau_{13}^{(0)} = \sigma^2 (3\xi^2 - \eta^2) \eta + \frac{\sigma}{2} \eta (3\eta^2 - \xi^2) - 2\eta (\eta^2 + 2\xi^2) +$$

$$+ (2 - \sigma) \left(\frac{\partial x_1}{\partial \xi} \eta + \frac{\partial x_2}{\partial \xi} \xi \right) + \sigma \left(\frac{\partial x_1}{\partial \eta} \xi - \frac{\partial x_2}{\partial \eta} \eta \right);$$

$\tau_{22}^{(0)}, \tau_{23}^{(0)}, \tau_{23}^{(1)}, \tau_{23}^{(2)}$ получаются, соответственно, из $\tau_{11}^{(0)}, \tau_{13}^{(0)}, \tau_{13}^{(2)}, \tau_{13}^{(1)}$ заменой ξ на η и индексов 1 на 2 и обратно; $\tau_{11}, \tau_{22}, \dots, \tau_{23}$ — искомые напряжения, соответствующие смещениям u_1, v_1, w_1 .

Используя компоненты напряжений (4) и упомянутые выше формулы перехода для производных с принятой точностью, уравнения равновесия (1) принимают вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau_{11}'}{\partial \xi} + \frac{\partial \tau_{12}'}{\partial \eta} + \frac{\partial \tau_{13}'}{\partial \varsigma} - (l - \varsigma)^2 (\lambda^* + \mu) \eta + \\ + \mu \left(l \varsigma - \frac{1}{2} \varsigma^2 \right) \frac{\partial L}{\partial \xi} + \mu \frac{\partial H_1}{\partial \xi} = 0, \\ \frac{\partial \tau_{21}'}{\partial \xi} + \frac{\partial \tau_{22}'}{\partial \eta} + \frac{\partial \tau_{23}'}{\partial \varsigma} - (l - \varsigma)^2 (\lambda^* + \mu) \xi + \\ + \mu \left(l \varsigma - \frac{1}{2} \varsigma^2 \right) \frac{\partial L}{\partial \eta} + \mu \frac{\partial H_2}{\partial \eta} = 0, \\ \frac{\partial \tau_{31}'}{\partial \xi} + \frac{\partial \tau_{32}'}{\partial \eta} + \frac{\partial \tau_{33}'}{\partial \varsigma} + \mu (l - \varsigma) P = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

В области, занятой брусом, где $\mu L = (3\lambda + 5\mu) \eta \xi - (\lambda + \mu) x^*$,
 $x^{(2)} = \frac{\partial x_1}{\partial \xi} \frac{\partial x_2}{\partial \eta} + \frac{\partial x_1}{\partial \eta} \frac{\partial x_2}{\partial \xi}$, $\mu P = [13\lambda - 4\mu (2 - \sigma)] \eta \xi - \lambda x^*$,
 $\mu \frac{\partial H_1}{\partial \xi} = \frac{\partial x_1}{\partial \xi} (3\lambda + E) \eta + \frac{\partial x_2}{\partial \xi} \left[(\lambda + 2\mu) \xi - \frac{\partial^2 x_1}{\partial \xi^2} (\lambda + 2\mu) \right] +$
 $+ \frac{\partial x_1}{\partial \eta} (\lambda + E) \xi + 2 \frac{\partial x_2}{\partial \eta} [\lambda (1 + \sigma) + \mu] \eta + \frac{\partial^2 x_1}{\partial \xi^2} (3\lambda + 2\mu) \xi \eta +$
 $+ \frac{\partial^2 x_2}{\partial \xi^2} \left[\frac{\lambda}{2} (\xi^2 + \eta^2) - \frac{\partial x_1}{\partial \xi} (\lambda + 2\mu) + \mu \eta^2 \right] + \frac{\partial^2 x_1}{\partial \xi \partial \eta} \left[\frac{\lambda}{2} (\eta^2 + \xi^2) +$
 $+ \mu \xi^2 - \lambda \frac{\partial x_2}{\partial \eta} \right] + \frac{\partial^2 x_2}{\partial \xi \partial \eta} \left[(3\lambda + 2\mu) \xi \eta - \lambda \frac{\partial x_1}{\partial \eta} \right] -$
 $- \mu \frac{\partial x^{(2)}}{\partial \eta} - (9\lambda + 1,5\mu\sigma (1 + 4\sigma) + 3E) \xi^2 \eta -$
 $- (3\lambda + E - 0,5\mu\sigma (1 + 4\sigma)) \eta^3,$

$\frac{\partial H_2}{\partial \eta}$ получается из $\frac{\partial H_1}{\partial \xi}$ заменой ξ на η , индексов 1 и 2 и обратно.

Так как зависимость между искомыми напряжениями $\tau'_{11}, \tau'_{22}, \dots$ и соответствующими компонентами деформаций линейная, нетрудно составить условия совместности в напряжениях. Граничные условия (2) на боковой поверхности выразятся следующим образом:

$$\begin{aligned} & \tau'_{11} \cos n \xi + \tau'_{12} \cos n \eta + \lambda^* (l - \zeta) \xi \eta \cos n \xi + \\ & + \left(l \zeta - \frac{1}{2} \zeta^2 \right) \left[\mu \left(l \zeta - \frac{1}{2} \zeta^2 - \tau'_{23} \right) \cos n \eta + (\lambda V - \mu \tau'_{23}) \cos n \eta \right] + \\ & + \mu A_1 \cos n \xi + A_2 \cos n \eta = 0, \\ & \tau'_{21} \cos n \xi + \tau'_{22} \cos n \eta + \lambda^* (l - \zeta) \xi \eta \cos n \eta + \\ & + \left(l \xi - \frac{1}{2} \xi^2 \right) \left[\mu \left(l \xi - \frac{1}{2} \xi^2 - \tau'_{23} \right) \cos n \xi + \right. \\ & + (\lambda V - \mu \tau'_{23}) \cos n \eta \left. \right] + B_1 \cos n \xi + \mu B_2 \cos n \eta = 0, \\ & \tau'_{31} \cos n \xi + \tau'_{32} \cos n \eta + (l - \zeta) \left\{ \left(l \zeta - \frac{1}{2} \zeta^2 \right) \mu (1 + 2\sigma) (\eta \cos n \xi + \right. \\ & + \xi \cos n \eta) + \mu \frac{\sigma}{2} [(\eta^2 - 3\xi^2) \eta \cos n \xi + (\xi^2 - 3\eta^2) \xi \cos n \eta] \left. \right\} = 0, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \mu A_1 &= -\lambda x^{(1)} + \mu \left[\tau'_{11}^{(0)} + \tau'_{13}^{(1)} \sigma \xi \eta + \tau'_{13}^{(2)} \frac{\sigma}{2} (\xi^2 - \eta^2) \right], \\ A_2 &= -x^{(1)} + \tau'_{12}^{(0)} + \tau'_{13}^{(2)} \sigma \xi \eta + \tau'_{13}^{(1)} \frac{\sigma}{2} (\eta^2 - \xi^2), \\ B_1 &= -x^{(1)} + \tau'_{12}^{(0)} + \tau'_{23}^{(1)} \sigma \xi \eta + \tau'_{23}^{(2)} \frac{\sigma}{2} (\xi^2 - \eta^2), \\ \mu B_2 &= -\lambda x^{(1)} + \mu \left[\tau'_{22}^{(0)} + \tau'_{23}^{(2)} \sigma \xi \eta + \tau'_{23}^{(1)} \frac{\sigma}{2} (\eta^2 - \xi^2) \right]. \end{aligned}$$

Зададимся искомыми напряжениями $\tau'_{11}, \tau'_{22}, \dots$ в виде

$$\tau'_{11} = (l - \zeta)^2 \tau'_{11}^{(u)} + \mu \left\{ \left(l \zeta - \frac{1}{2} \zeta^2 \right) \left[\frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial \eta^2} - L - (1 + 2\sigma) \xi \eta + c^* \varphi \right] - \right.$$

$$\begin{aligned} & - H_1 + \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} + \int_{\xi}^{\eta} \kappa d \xi + h(\eta) + T_{11} + p^* - b \varphi - a [(1 + \sigma) \xi^2 - \sigma \eta^2] \left. \right\}; \\ \tau'_{22} &= (l - \zeta)^2 \tau'_{22}^{(u)} + \mu \left\{ \left(l \zeta - \frac{1}{2} \zeta^2 \right) \left[\frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial \xi^2} - L - (1 + 2\sigma) \xi \eta + c^* \varphi \right] - \right. \\ & - H_2 + \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} + 2T_{22} + q^* - b \varphi \left. \right\}, \\ \tau'_{33} &= (l - \zeta)^2 \tau'_{33}^{(u)} + \mu \left\{ \left(l \zeta - \frac{1}{2} \zeta^2 \right) [\sigma (\Delta \Phi^* - 2L) + 2(\sigma - c^* \varphi) - \right. \\ & - 2(1 + \sigma) a] - (1 + \sigma) (\xi^3 \eta + \xi \eta^3) + (1 + \sigma) (2\Phi - \Phi^*) - \\ & - \int_{\xi}^{\eta} \kappa d \xi - h^* + \sigma (\Delta F - H_1 - H_2) - T_{11} - T_{22} - p^* - q^* + 2b \varphi + \\ & + a [\sigma \eta^2 - 2(1 + \sigma) \xi^2] \left. \right\} - E \left[\frac{1}{3} (p \xi^3 + q \eta^3) + (l - \zeta)^2 (p \xi^3 + \right. \\ & + q \eta^3) + (l - \zeta)^2 (p \xi + q \eta) + \alpha^* + \beta_1^* \xi + \beta_2^* \eta - (l - \zeta)^2 \xi \eta \left. \right], \end{aligned}$$

$$\tau'_{12} = (l - \zeta)^2 \tau'_{12}^{(u)} - \mu \left(l \zeta^3 - \frac{3}{4} \zeta^4 \right) + \mu \left\{ \left(l \zeta - \frac{1}{2} \zeta^2 \right) \left[-\frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial \xi \partial \eta} + \right. \right.$$

$$\begin{aligned} & + \frac{c^*}{2} (\xi^2 - \eta^2) \left. \right] - \frac{b}{2} (\xi^2 - \eta^2) - \frac{\partial^2 F}{\partial \xi \partial \eta} + X_{\varphi} \left. \right\}, \\ \tau'_{13} &= \mu (\varphi'_{\xi} - \eta) (\tau^* - A) + \mu \left\{ (l - \zeta)^3 c (\varphi'_{\xi} - \eta) - \right. \\ & - (l - \zeta) \left[\left(l \zeta - \frac{1}{2} \zeta^2 \right) (1 + 2\sigma) \eta - \eta^3 - \kappa - \frac{c^* - 2c}{6} \eta^3 + \right. \\ & + \frac{\partial p^*}{\partial \xi} - \frac{\partial T_{11}}{\partial \xi} + 2a \mu^{-1} (1 + \sigma) \left. \right] \left. \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau'_{23} &= \mu (\varphi'_{\eta} + \xi) (\tau^* - A) + \mu \left\{ (l - \zeta)^3 c (\varphi'_{\eta} + \xi) - \right. \\ & - (l - \zeta) \left[\left(l \xi - \frac{1}{2} \xi^2 \right) (1 + 2\sigma) \xi - \xi^3 + \frac{c^* - 2c}{6} \xi^3 + \frac{\partial p^*}{\partial \eta} - \frac{\partial T_{22}}{\partial \eta} \right] \left. \right\}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \mu T_{11} &= \mu \omega - \frac{1}{3} (\mu - \lambda^*) \xi^3 \eta; \quad \mu p^* = -p \left(2\mu \sigma \eta^2 - \frac{1}{3} E \xi^2 \right) \xi - \\ & - E (p f + q \psi); \quad A = \frac{1}{2} c^* \left(l \zeta^2 - \frac{1}{3} \zeta^3 \right) + \frac{2}{3} (l - \zeta)^3 c + b (l - \zeta); \\ X_{\varphi} &= \frac{1}{24} [(c^* - 2c) (\xi^4 - \eta^4) + 6(\xi^4 + \eta^4)]; \end{aligned}$$

$\mu T_{22}, \mu q^*$ получаются из $\mu T_{11}, \mu p^*$ заменой ξ на η , q на p , f на ψ и обратно; $h(\eta)$ — частное решение уравнения $\Delta \kappa = 0$, а $h^*(\eta)$ — уравнения $\Delta \left(h^* + \int_{\xi}^{\eta} \kappa d \xi \right) = 0$,

$$\begin{aligned} \kappa &= \left(\frac{1 - 2\sigma}{2} - 2\lambda^* \mu^{-1} \right) \xi^2 \eta + \int_{\xi}^{\eta} [(1 - \sigma) \Delta \Phi^* + (2\sigma - 1) L + \\ & + 2(\sigma - 1) \Delta \Phi - (2c - c^*) \varphi] d \xi + h(\eta), \\ \tau'_{11}^{(u)} &\equiv \tau'_{11}, \quad \tau'_{22}^{(u)} \equiv \tau'_{22}, \quad \tau'_{33}^{(u)} \equiv \tau'_{33}, \quad \tau'_{22}^{(u)} \equiv \tau'_{12}. \end{aligned}$$

Здесь $\tau'_{11}, \tau'_{22}, \tau'_{33}, \tau'_{12}$ — решение задачи чистого косого изгиба [4] при $\alpha^* = \beta_1^* = \beta_2^* = 0$.

Уравнения равновесия (5), условия совместимости и граничные условия (6) будут удовлетворены, если функции Φ^* , F и ω определены условиями:

$$\Delta \Phi^* = 0, \quad \Delta \Delta F = 2 \Delta \Phi^* - 4 \Delta \Phi - \frac{\sigma}{1-\sigma} \left(\frac{\partial^2 H_1}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 H_2}{\partial \eta^2} \right) +$$

$$+ \frac{1}{1-\sigma} p + \frac{\partial^2 H_1}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 H_2}{\partial \xi^2} - 2L - 4(1-\lambda^* \mu^{-1}) \xi \eta + 6 \xi \eta,$$

$$\Delta \omega = -3(1+2\sigma) \xi \eta - p - L + 4(1-\lambda^* \mu^{-1}) \xi \eta + (c^* - 2c) \varphi - \Delta \Phi^* + 2 \Delta \Phi$$

в области поперечного сечения бруса;

$$\frac{\partial \Phi^*}{\partial \xi} = \int_L \left\{ \left[-\frac{\partial \psi_2}{\partial \eta} + \frac{\sigma}{2} (\eta^2 - \xi^2) + \frac{c^*}{2} (\xi^2 - \eta^2) \right] \cos n \xi + \right.$$

$$\left. + \left[\frac{\partial \psi_2}{\partial \xi} - (2-\sigma) \xi \eta + c^* \varphi \right] \cos n \eta \right\} dS,$$

$$\frac{\partial \Phi^*}{\partial \eta} = \int_L \left\{ [L + (1+2\sigma) \xi \eta - c^* \varphi - \lambda \mu^{-1} V + \tau_{13}^{(2)}] \cos n \xi - \right.$$

$$\left. - \left[\frac{c^*}{2} (\xi^2 - \eta^2) - \tau_{13}^{(1)} \right] \cos n \eta \right\} dS,$$

$$\frac{\partial F}{\partial \xi} = \int_L \left\{ \left[x_y + \frac{b}{2} (\eta^2 - \xi^2) + B_1 \right] \cos n \xi + \left[H_2 + b \varphi + \right. \right.$$

$$\left. + \frac{1}{3} (1 - \lambda \mu^{-1}) \xi \eta^3 - \omega - q^* - B_2 \right] \cos n \eta \right\} dS,$$

$$\frac{\partial F}{\partial \eta} = \int_L \left\{ H_1 + b \varphi + \frac{1}{3} (1 - 3 \lambda^* \mu^{-1}) \xi^3 \eta - \int_{\xi} \kappa d \xi - h(\eta) - p^* - \omega - \right.$$

$$\left. - a [(1+\sigma) \xi^2 - \sigma \eta^2] - A_1 \right\} \cos n \xi + \left[-x_y + \right.$$

$$\left. + \frac{b}{2} (\xi^2 - \eta^2) - A_2 \right] \cos n \eta \right\} dS,$$

$$\frac{d \omega}{d n} = \left[-\kappa + (1 - \lambda^* \mu^{-1}) \xi^2 \eta - \eta^3 - \frac{c^* - 2c}{6} \eta^3 - 2a(1+\sigma) \xi + \right.$$

$$+ \frac{1}{2} \sigma \eta (3 \xi^2 - \eta^2) \cos n \xi + \left[(1 - \lambda^* \mu^{-1}) \xi \eta^2 - \xi^3 + \right.$$

$$\left. + \frac{c^* - 2c}{6} \xi^3 + \frac{1}{2} \sigma \xi (3 \eta^2 - \xi^2) \right] \cos n \eta.$$

Условия для нахождения функции Φ приведены в статье [5]. Постоянные p и q определяются из условия однозначности $\frac{\partial F}{\partial \xi}$ и $\frac{\partial F}{\partial \eta}$ при обходе контура L ; $\frac{\partial \Phi^*}{\partial \xi}$ и $\frac{\partial \Phi^*}{\partial \eta}$ однозначны при обходе контура L . Однозначность функции Φ^* выполняется за счет постоянной $c = 2\sigma D^{-1} (I_{\xi} - I_{\eta})$, где D — жесткость бруса при кручении.

Постоянную a находим из условия существования ω :

$$a = -\mu I^{-1} \iint_S \{ -\sigma \Delta \Phi^* + 2[\sigma(L + \Delta \Phi) - (2c - c^*) \varphi] - p \} d\xi d\eta,$$

$$I = EF.$$

На основании $\varsigma = l$ усилия приводятся к заданным силам ω_{ξ} и ω_{η} при

$$\alpha^* = -I^{-1} \iint T d\xi d\eta, \quad \beta^* = -I_{\eta}^{-1} E^{-1} \iint \xi T d\xi d\eta,$$

$$\beta^{**} = -I_{\xi}^{-1} E^{-1} \iint \eta T d\xi d\eta, \quad \tau^* = \frac{2}{3} D^{-1} \mu \sigma (I_{\xi} - I_{\eta}),$$

где $T = \frac{1}{2} l^2 B - \mu^{-1} \lambda x^{-1} + \tau_{33}^{(0)} + \mu \tau_{33}^{-1}$. В последнее выражение τ_{33} вводится при $\varsigma = l$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости.
2. Пожалостин А., Риз П. „Прикладная математика и механика“, т. VI, 1942.
3. Рухадзе А. К. Докт. дисс.
4. Минасян Р. С. Косой изгиб силой однородного призматического бруса. Сообщ. АН Груз. ССР, № 3, 1962.
5. Минасян Р. С., Мустафаева И. И. „Изв. АН Азерб. ССР, серия физ.-техн. и матем. наук“, 1968, № 4.

АЗИНЕФТЕХИМ

Поступило 16. IX 1969

Т. И. НИЗАМОВ, В. А. ПРОЗОРОВ

О КОЭФФИЦИЕНТЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА ПРИ ПИТАНИИ ОТ ТИРИСТОРНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

Тиристорные преобразователи в последние годы получают в системах электропривода постоянного тока все большее распространение. При этом в зависимости от принципа действия мы имеем два основных класса преобразователей: выпрямительные, преобразующие переменное напряжение в постоянное, и импульсные, получающие питание от источника постоянного напряжения и обеспечивающие его регулирование путем изменения скважности импульсов.

Как в случае регулируемых выпрямителей, так и при использовании импульсных регуляторов напряжения, в цепи питания двигателей возникают пульсации тока, отрицательно сказывающиеся на работе машины. Во-первых, резкое изменение тока в якорной цепи двигателя вызывает появление дополнительных составляющих э. д. с. самоиндукции, ухудшающих коммутацию машины. Во-вторых, эти пульсации являются источником дополнительных потерь в меди и стали машины, вызывающих дополнительный ее нагрев и тем самым ухудшающих ее использование.

Не останавливаясь на вопросах, связанных с проблемой коммутации, рассмотрим подробнее тепловой режим электродвигателей постоянного тока и возможности их использования в широком диапазоне изменения скорости вращения.

Как известно, степень использования электродвигателя определяется величиной момента, развиваемого им при сохранении заданного уровня перегрева обмотки якоря. В связи с этим для оценки работы двигателя в условиях, отличных от номинальных (в данном случае при изменении напряжения и скорости вращения), может быть введено понятие коэффициента использования. Полагая перегрев обмотки якоря $\tau_a = \text{const}$, коэффициент использования двигателя можно выразить в виде

$$\kappa_n = \frac{M(U, n)}{M_n}, \quad (1)$$

где $M(U, n)$ — момент, развиваемый двигателем при текущих значениях напряжения и скорости вращения;

M_n — номинальный момент двигателя.

Соотношение (1), таким образом, определяет собой изменение в функции скорости вращения располагаемого момента двигателя. Дополнительно укажем, что оно предусматривает работу двигателя при отсутствии дополнительных пульсаций тока в якорной цепи, т. е. при

питании двигателя от регулируемого источника постоянного напряжения. При питании двигателя от тиристорного преобразователя, как уже было отмечено, на величину развиваемого двигателем момента оказывают влияние дополнительные факторы, обусловленные пульсациями токов. Коэффициент использования в этом случае будет

$$\kappa_n = \frac{M(U, n, \Delta I_a)}{M_n}, \quad (2)$$

где ΔI_a — величина пульсаций тока в якорной цепи машины.

В соотношении (2) по-прежнему предполагается выполнение условия $\tau_a = \tau_n = \text{const}$. Соотношения (1) и (2) определяют изменения при использовании двигателя по сравнению с его номинальным режимом. Это изменение оказывается зависимым с одной стороны от структуры потерь в машине, а, с другой — от изменения условий охлаждения в процессе регулирования скорости. Исходя из структуры потерь, перегрев обмотки якоря двигателя постоянного тока можно определить следующим обобщенным соотношением:

$$\tau_a = \kappa_a \Delta P(I_a) + \kappa_n \Delta P(n), \quad (3)$$

здесь $\Delta P(I_a)$ — составляющая потеря, определяемая величиной тока якоря;

$\Delta P(n)$ — потери, изменяющиеся в функции скорости вращения;

κ_a и κ_n — коэффициенты соответствующих потерь, определяемые конструкцией машины и ее системой вентиляции.

В том случае, когда питание двигателя осуществляется от тиристорного преобразователя, перегрев машин будет определяться уже тремя группами потерь;

$$\tau_a = \kappa_a \Delta P(I_a) + \kappa_n \Delta P(n) + \kappa_{\Delta} \Delta P(\Delta I_a), \quad (4)$$

где $\Delta P(\Delta I_a)$ — дополнительные потери, обусловленные пульсациями тока якорной цепи;

κ_{Δ} — коэффициент этих потерь.

Выражения (3) и (4) позволяют определить условия, при которых обеспечивается использование двигателя в заданном диапазоне регулирования скорости, исходя из закона изменения потерь и условий охлаждения. На основании соотношения (3) эти условия представляются в виде

$$a_n = \frac{\kappa_{an} + \kappa_{np}(n)}{\kappa_{an} + \kappa_{nn}p(n)} \leq 1, \quad (5)$$

где κ_{an} , κ_{nn} — коэффициенты потерь при номинальной скорости вращения

$$p(n) = \frac{\Delta P(n)}{\Delta P(I_n)}.$$

При питании двигателя от тиристорного преобразователя условие полного использования машины в данном диапазоне изменения скорости можно выразить так

$$a_n = \frac{\kappa_{an} + \kappa_{np}(n) + \kappa_{\Delta} p(\Delta I_a)}{\kappa_{an} + \kappa_{nn}p(n)} \leq 1, \quad (6)$$

где

$$p(\Delta I_a) = \frac{\Delta P(\Delta I_a)}{\Delta P(I_n)}.$$

При анализе работы электродвигателей постоянного тока, получающих питание от тиристорных преобразователей, в частности от импульсных регуляторов напряжения, коэффициент использования двигателя часто определяют как отношения среднего значения тока якоря к его эффективному значению. При этом исходят из того положения, что среднее значение тока определяет момент, развиваемый

двигателем, а эффективное — потери в его якорной цепи. Учитывая, что сравнение производится при одном уровне напряжения и скорости вращения, а также то обстоятельство, что при питании от регулируемого источника постоянного напряжения (например, генератора постоянного тока) эффективное и среднее значения тока равны между собой, для рассматриваемого коэффициента использования с учетом (1) и (2) можно получить

$$\kappa_{\text{н}}^* = \frac{I_{\text{ср}}}{I_{\text{эф}}} = \frac{M(U, n, \Delta I_{\text{я}})}{M(U, n)} = \frac{\kappa_{\text{н}}}{\kappa_{\text{н}}^*} \quad (7)$$

Из этого следует, что данный коэффициент характеризует собой степень уменьшения использования двигателя, обусловленную наличием дополнительных пульсаций тока в цепи якоря, поэтому его целесообразно называть коэффициентом относительного использования двигателя. В свою очередь, коэффициенты, определяемые соотношениями (1) и (2), можно называть коэффициентами абсолютного использования двигателя. Подобные определения более полно характеризуют физические явления, имеющие место в машине.

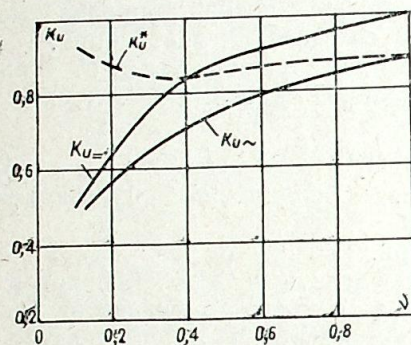


Рис. 1. Коэффициенты использования электродвигателей средней мощности.

На основании (3) и (4) можно утверждать, что коэффициенту относительного использования двигателя всегда будет соответствовать соотношение

$$a_{\tau}^* = 1 + \frac{\kappa_{\Delta p}(\Delta I_{\text{я}})}{\kappa_{\text{я}} + \kappa_{\text{н}} p(n)} \quad (8)$$

и, следовательно, во всех случаях $\kappa_{\text{н}}^* < 1$. Этот очевидный факт, однако, не означает, что во всех случаях использования тиристорных преобразователей для питания двигателей постоянного тока исключается возможность полного использования последних при низких скоростях вращения. Как видно из выражения (6), при соответствующих соотношениях между составляющими потерь в машине и условиях ее охлаждения коэффициент абсолютного использования двигателя может быть равен единице и даже больше.

В электродвигателях средней мощности доля потерь, изменяющихся в функции скорости вращения, составляет примерно 20% и менее [2] от общей суммы потерь. К тому же в большинстве случаев эти условия охлаждения по мере снижения скорости. При таких обстоятельствах соблюдение соотношения (6) весьма затруднительно. На

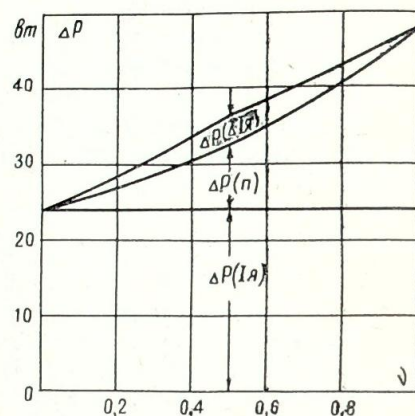


Рис. 2. Структура потерь в электродвигателе малой мощности.

рис. 1 представлены кривые изменения коэффициентов абсолютного и относительного использования двигателя постоянного тока в функции скорости вращения, выраженной в относительных единицах

$$\nu = \frac{n}{n_{\text{н}}},$$

где $\kappa_{\text{н}}$ — коэффициент использования двигателей 180 и 18,5 кВт при питании от генератора постоянного тока;
 $\kappa_{\text{н}}$ — коэффициент использования двигателей 180 и 18,5 кВт при питании от полупроводникового мостового тиристорного преобразователя;
 $\kappa_{\text{н}}^*$ — коэффициент относительного использования двигателя 160 Вт при питании от импульсного регулятора.

Кривые построены по результатам экспериментального исследования нагрева двигателей постоянного тока мощностью 18,5 и 180 кВт [3] при питании как от генератора постоянного тока, так и от полупроводникового мостового тиристорного преобразователя.

Как видно, в указанных машинах не может быть соблюдено соотношение (5), вследствие чего исключается возможность их полного использования при питании от тиристорного преобразователя, даже при улучшенной форме кривой выходного напряжения.

Иные соотношения имеют место в электродвигателях малой мощности. Их характерной особенностью является относительно большая величина собственного момента трения, которая может достигать при очень малых мощностях 30% от номинального момента машины [1]. Учитывая дополнительно потери в стали, получаем, что в электродвигателях данного диапазона мощностей доля потерь, зависящих от скорости вращения, сказывается весьма значительно.

В качестве примера на рис. 2 показано распределение потерь в зависимости от скорости вращения для двигателя мощностью 160 Вт при питании от выполненного на тиристорах импульсного регулятора напряжения постоянного тока. Благодаря значительной величине составляющей потерь, зависящей от скорости вращения, общая сумма потерь по мере снижения скорости существенно уменьшается. Следует также учесть, что двигатель выполнен с естественным охлаждением, в связи с чем коэффициенты соответствующих потерь при изменении скорости будут изменяться не столь значительно.

Результаты экспериментального исследования нагрева двигателя представлены на рис. 3. Анализ зависимости $a_{\tau} = f(\nu)$, снятой при номинальном моменте двигателя, показывает, что по мере снижения скорости вращения соблюдается условие (5), причем запас по нагреву оказывается значительным. В результате возникают основания предполагать, что представленные на рис. 2 дополнительные потери, обусловленные пульсацией тока якоря, не создадут препятствий к полному использованию двигателя при малых скоростях вращения. Данное предположение подтверждается приведенными здесь же зависимостями от скорости вращения коэффициентов абсолютного и относительного использования двигателя, соответствующих его работе

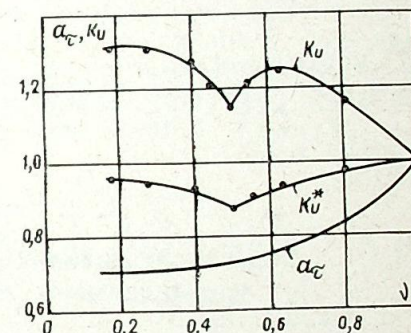


Рис. 3. Коэффициенты использования электродвигателя малой мощности.

при питании от импульсного регулятора напряжения. Коэффициент абсолютного использования двигателя во всем диапазоне регулирования скорости оказывается большим единицы, что обеспечивает возможность работы двигателя в этом диапазоне с постоянным нагрузочным моментом и даже при некотором увеличении последнего в зоне низких скоростей вращения.

Существенное снижение коэффициента использования при скоростях, близких к $0,5 n_n$, объясняется резким возрастанием пульсаций тока при работе импульсного регулятора со скважностью $s = 0,5$. В результате возрастают дополнительные потери в короткозамкнутых секциях обмотки якоря, приводящие к повышению нагрева машины. При питании от регулируемых выпрямительных устройств кривые коэффициентов использования оказываются более плавными.

Выводы

1. При анализе работы электродвигателей постоянного тока, питающихся от тиристорных преобразователей, наиболее полная характеристика условий работы электропривода может быть получена при совместном рассмотрении коэффициентов абсолютного и относительного использования двигателя.

2. Установлено, что по мере снижения номинальной мощности двигателя возможности его использования при низких скоростях вращения существенно расширяются. В зоне средних мощностей возможности для повышения использования машин создает применение независимой вентиляции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Завалишин Д. А., Бардинский С. И., Певзнер О. Б., Фролов В. В., Хрущев В. В. Электрические машины малой мощности. Госэнергоиздат, 1963.
2. Толвинский В. А. Электрические машины постоянного тока. М.—Л., 1956.
3. Vrana Y. E. The dc motor and thyristor power supply. Westinghouse Engr. 1967. 27, № 4.

Т. И. Низамов, В. А. Прозоров

Тиристорду чевиричилэрдэн бэслэнэн сабит чэрэжан машинларынын истифадеолунма эмсаллары

ХҮЛАСӘ

Дөјүнән кәркинликлэ бэслэнэн мүһәррикин жүк чэрэжаны, онун валында һәрәкәт моменти јарадан сабит вә онда әлавә иткиләр әмәлә кәтирән дәјишән мүрәккәбәдән ибарәтдир.

Лөвбәр долағынын нормал гызмасыны әсас шәрт гәбул едиб, жүк чэрэжаны елә һәддә гәдәр азалдылыр ки, үмуми гызма верилмиш гижмәти кечмәсин. Буна көрә дә дөјүнән кәркинликлэ бэслэнән сабит чэрэжан машинларыны характеризә етмәк үчүн нисби вә мүтләг истифадеолунма эмсаллары тәклиф едилір. Нисби истифаде эмсалы верилмиш сүр'әтдә лөвбәрин нормал жүк чэрэжанынын орта гижмәтинин онун эффектив гижмәтинә олан нисбәтидир. Мүтләг истифаде эмсалы лөвбәр долағынын нормал сүр'әтдәки гызмасынын верилмиш сүр'әтдәки гызмаја нисбәтидир.

Мүәјјәнләшдирилмишдир ки, орта күчлү мүһәрриклерин сүр'әти нормал гижмәтдән ашағы истигамәтә тәнзим едилдикдә онларын нисби вә мүтләг истифадеолунма эмсаллары ваһиддән аз олур. Бу эмсалын һәмишә ваһиддән аз олмасына бахмајараг, мүһәррикин күчү кичилдикчә мүтләг истифаде эмсалы ваһидә јахынлашыр, хүсуси һалда ондан бөјүк дә ола биләр.

С. А. НИКИТИН

ЧАСТНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ТЕЧЕНИИ ВЯЗКОГО ГАЗА В КРУГЛОЙ ТРУБЕ С ПРОСАЧИВАНИЕМ СКВОЗЬ СТЕНКИ

В данной работе методом разделения переменных получено частное решение нелинейной задачи о течении вязкого газа в длинной круглой трубе с просачиванием и без просачивания газа через стенки трубы. В случае отсутствия просачивания полученные результаты совпадают с данными работы [1].

1. Направим ось z цилиндрической системы координат вдоль оси трубы, поместив начало координат в начальном сечении трубы. Предполагаем, что радиус r_0 значительно меньше ее длины l . Течение газа считаем осесимметричным, установившимся и ламинарным. В такой постановке задача сводится к интегрированию уравнений "тонкого слоя" для трубы [2]:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0; \quad (1, 1)$$

$$A \frac{\partial p}{\partial z} + B_p \left(V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial V_z}{\partial r} \right); \quad (1, 2)$$

$$B_p \left(V_r \frac{\partial T}{\partial r} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{\gamma - 1}{\mu} B V_z \frac{\partial p}{\partial z} + M^2 (\gamma - 1) \mu \left(\frac{\partial V_z}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{Pr} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial T}{\partial r} \right); \quad (1, 3)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (\rho r V_r) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho r V_z) = 0; \quad (1, 4)$$

$$p = \rho T; \quad (1, 5)$$

$$\mu = T^n, \quad (1, 6)$$

где $r, z, p, \rho, V_r, V_z, T, \mu$ — безразмерные переменные, связанные с размерными переменными $r', z', p', \rho', V_r', V_z', T', \mu'$ формулами

$$r' = r_0 r, z' = l z, p' = P_0 p, \rho' = \frac{P_0}{B T_0} \rho, V_z' = U V_z, \quad (1, 7)$$

$$V_r' = U \frac{r_0}{l} V_r, T' = T_0 T, \mu' = \mu_0 \mu.$$

* Работа [1] появилась в печати, когда данное исследование было закончено.

При этом

$$A = \frac{Re \cdot \varepsilon}{\gamma M^2}, \quad B = Re \cdot \varepsilon, \quad Re = \frac{U r_0 P_0}{\mu_0 R T_0}, \quad \varepsilon = \frac{r_0}{l},$$

$$M^2 = \frac{U^2}{\gamma R T_0}, \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v}, \quad Pr - \text{число Прандтля} \quad (1, 8)$$

R — удельная газовая постоянная.

Если значения масштабных множителей P_0, T_0, U, μ_0 взять равными значениям p', T', V_z, ρ' в начале координат, то p, V_r, V_z, T должны удовлетворять следующим граничным условиям:

при $r = 1$ $V_z = 0, T = f(z)$ (в случае отсутствия просачивания $V_r = 0$);
при $r = 0$ $V_r = 0, \frac{\partial V_z}{\partial r} = 0, \frac{\partial T}{\partial r} = 0$; при $r = 0$ $z = 0, V_z = 1,$
 $T = 1, p = 1.$ (1, 8)

Кроме того, задана одна из величин U или M^2 .

2. Ищем такое частное решение системы уравнений (1, 1) — (1, 6) и такую температуру на стенке трубы, которые позволяют разделить переменные в уравнениях данной системы. Полагем

$$V_z = Z_1(z) R_1(r), \quad T = Z_2(z) R_2(r), \quad V_r = Z_3(z) R_3(r). \quad (2, 1)$$

Из (1, 1) следует, что $p = p(z)$.

Подставляя (2, 1) в уравнение неразрывности (1, 4), с учетом (1, 5) получим

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{r R_3}{R_2} \right) = - \frac{d}{dz} \left(\frac{p Z_1}{Z_2} \right) = \lambda_1, \quad (2, 2)$$

где $\lambda_1 = \text{const}$ и характеризует просачивание. В случае отсутствия просачивания $\lambda_1 = 0$, в случае отсоса $\lambda_1 > 0$, в случае нагнетания $\lambda_1 < 0$.

Уравнение неразрывности разбивается на два:

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{r R_3}{R_2} \right) = \lambda_1 \frac{r R_1}{R_2}, \quad (2, 3)$$

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{p Z_1}{Z_2} \right) = -\lambda_1 \frac{p Z_3}{Z_2}. \quad (2, 4)$$

После подстановки (2, 1) в уравнения движения (1, 2) и учета (1, 5) и (1, 6) получаем*

$$\frac{A p'}{Z_1 Z_2^n} + B \frac{p Z_3}{Z_2^{n+1}} \cdot \frac{R_1 R_3}{R_2} + B \frac{p Z_1}{Z_2^{n+1}} \cdot \frac{R_1^2}{R_2} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r R_2^n R_1'). \quad (2, 5)$$

В уравнении (2, 5) можно было бы разделить переменные в четырех случаях:

$$1) \frac{p Z_3}{Z_2^{n+1}} = \text{const}, \quad \frac{p Z_1}{Z_2^{n+1}} = \text{const};$$

$$2) \frac{p Z_3}{Z_2^{n+1}} = \text{const}, \quad \frac{R_1^2}{R_2} = \text{const};$$

$$3) \frac{R_1 R_3}{R_2} = \text{const}, \quad \frac{p Z_1}{Z_2^{n+1}} = \text{const}; \quad (2, 6)$$

$$4) \frac{R_1 R_3}{R_2} = \text{const}, \quad \frac{R_1^2}{R_2} = \text{const}.$$

Но второй и четвертый случай из (2, 6) противоречат физическим условиям, так как из условия $R_1(1) = 0$ следует, что $R_2(1) = 0$, т. е. $T = 0$ при $r = 1$. Третий же случай получается из первого, когда $\lambda_1 = 0$. Поэтому выбираем первый случай из (2, 6), когда

$$p Z_3 = \kappa_1 Z_2^{n+1}, \quad (2, 7)$$

$$p Z_1 = \kappa_2 Z_2^{n+1}. \quad (2, 8)$$

При этом уравнение (2, 5) разбивается на два:

$$A p' = \lambda_2 Z_1 Z_2^n, \quad (2, 9)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r R_2^n \frac{d R_1}{dr} \right) - \frac{B \kappa_1 R_1 R^3}{R_2} - \frac{B \kappa_2 R_1^2}{R_2} = \lambda_2. \quad (2, 10)$$

Аналогично из уравнения притока тепла получаем

$$Z_1^2 = \kappa_3 Z_2, \quad (2, 11)$$

$$B p Z_1 Z_2' - \frac{\gamma - 1}{\gamma} B p' Z Z_2 = \lambda_3 Z_2^{n+2}, \quad (2, 12)$$

$$M^2 (\gamma - 1) \kappa_3 \frac{R_2^n R_2'^2}{R_1} + \frac{1}{Pr} \cdot \frac{1}{r R_1} \frac{d}{dr} \left(r R_2^n \frac{d R_2}{dr} \right) - B \kappa_1 \frac{R_3 R_2'}{R_1 R_2} = \lambda_3. \quad (2, 13)$$

3. Величины p, Z_1, Z_2, Z_3 должны удовлетворять уравнениям (2, 4), (2, 7), (2, 8), (2, 9), (2, 11) и (2, 12). Решая систему уравнений (2, 7), (2, 8), (2, 9) и (2, 11), получаем:

$$Z_1 = (a z + b)^{\alpha_1}, \quad Z_2 = \frac{1}{\kappa_3} (a z + b)^{\alpha_2},$$

$$Z_3 = \frac{\frac{\kappa_1}{\kappa_2}}{\frac{\lambda_2 \kappa_3}{A \kappa_2} - (2n + 1)} (a z + b)^{\alpha_3}, \quad (3, 1)$$

$$p = - \frac{\kappa_2 \left[\frac{\lambda_2 \kappa_3}{A \kappa_2} - (2n + 1) \right]}{a \kappa_2^{n+1}} (a z + b)^{\alpha_4},$$

где

$$\alpha_1 = \left[\frac{\lambda_2 \kappa_3}{A \kappa_2} - (2n + 1) \right]^{-1}, \quad \alpha_2 = 2 \alpha_1, \quad (3, 2)$$

$$\alpha_3 = \left[(2n + 2) - \frac{\lambda_2 \kappa_3}{A \kappa_2} \right] \cdot \alpha_1, \quad \alpha_4 = \frac{\lambda_2 \kappa_3}{A \kappa_2} \cdot \alpha_1.$$

Уравнения (2, 4) и (2, 12) дают при этих значениях p, Z_1, Z_2, Z_3 два соотношения между постоянными;

$$\kappa_2 = \frac{\frac{\lambda_3}{B} - \lambda_1 \kappa_1}{\gamma + 2}, \quad \kappa_3 = \frac{\frac{\lambda_3}{B} - 2 \lambda_1 \kappa_1}{\frac{\lambda_2}{A} \frac{\gamma + 1}{\gamma}}. \quad (3, 3)$$

* Штрих означает дифференцирование по аргументу.

При $\lambda_1 = 0$ получаем:

$$\frac{\lambda_2 \kappa_3}{A \kappa_2} = 1, \quad \alpha_1 = -\frac{1}{2n}, \quad \alpha_2 = -\frac{1}{n}, \quad \alpha_3 = -\frac{2n+1}{2n},$$

$$\alpha_4 = -\frac{1}{2n}. \quad (3, 4)$$

Постоянные $b, \kappa_1, \kappa_2, \kappa_3, \lambda_2, \lambda_3$ можно выбрать так, что выражения (3, 1) примут вид:

$$Z_1 = (1 + az)^{\alpha_1}, \quad Z_2 = (1 + az)^{\alpha_2}, \quad Z_3 = (1 + az)^{\alpha_3},$$

$$p = (1 + az)^{\alpha_4} \quad (3, 5)$$

При этом

$$\kappa_1 = \kappa_3 = 1, \quad \kappa_2 = \frac{1}{2n} \frac{\gamma - 3}{\gamma + 1}, \quad \lambda_1 = \frac{a}{2n},$$

$$\lambda_2 = A \left(\frac{2n+1}{2} \frac{\gamma - 3}{\gamma + 1}, \quad \lambda_1 - \frac{a}{2n} \right), \quad (3, 6)$$

$$\lambda_3 = \frac{B}{2n} \left\{ \left[(2n+1) \frac{\gamma - 1}{\gamma} - 2 \right] \lambda_1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma} a \right\}.$$

Таким образом, остаются только две произвольные постоянные: a и λ_1 .

4. Решая уравнения (2, 3), (2, 10) и (2, 13) относительно старших производных, получаем для определения R_1, R_2 и R_3 систему уравнений:

$$\frac{d^2 R_1}{dr^2} = \frac{c_1 r R_3 R_1' + c_2 r R_1^2 + c_3 r R_2 - R_2^{n+1} R_1' - r n R_1' R_2'}{r R_2^{n+1}},$$

$$\frac{d^2 R_2}{dr^2} = \frac{c_4 r R_3 R_2' + c_5 r R_1 R_2 - c_6 r R_2^{n+1} R_1'^2 - R_2^{n+1} R_1' - r n R_2^n R_1'^2}{r R_2^{n+1}},$$

$$\frac{d R_3}{d} = \frac{r R_3 R_2' + \lambda_1 r R_1 R_2 - R_2 R_3}{r R_2}, \quad (4, 1)$$

где

$$c_1 = B, \quad c_2 = \frac{B}{2n} \left(\frac{\gamma - 3}{\gamma + 1} \lambda_1 - a \right), \quad c_3 = \frac{A}{2n} \left[(2n+1) \frac{\gamma - 3}{\gamma + 1} \lambda_1 - a \right],$$

$$c_4 = Pr \cdot B, \quad c_5 = \frac{Pr \cdot B}{2n} \left\{ \left[(2n+1) \frac{\gamma - 1}{\gamma} - 2 \right] \lambda_1 - \frac{\gamma + 1}{\gamma} a \right\}, \quad (4, 2)$$

$$c_6 = Pr \cdot M^2 (\gamma - 1).$$

Функции R_1, R_2, R_3 должны удовлетворять следующим граничным условиям:

$$R_1(0) = 1, \quad R_1'(0) = 0, \quad R_1(1) = 0,$$

$$R_2(0) = 1, \quad R_2'(0) = 0, \quad R_3(0) = 0. \quad (4, 3)$$

Для численного интегрирования системы дифференциальных уравнений (4, 1) с граничными условиями (4, 3) сводим ее к системе пяти обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, записанных в нормальной форме, путем замены R_1 и R_2 новыми функциями. Для ликвидации особенностей типа $\frac{0}{0}$ при $r = 0$ в правых частях уравнений системы представляем R_1, R_2 и R_3 в виде:

$$R_1 = 1 + \frac{c_2 + c_3}{4} r^2, \quad R_2 = 1 + \frac{c_5}{4} r^2, \quad R_3 = \frac{\lambda_1}{2} r. \quad (4, 4)$$

Это представление справедливо в окрестности точки $r = 0$ при любом показателе n в уравнении (1, 6). Задаваясь параметрами течения, определяем R_1, R_1', R_2, R_2' и R_3 из (4, 4) при $0 < r_1 \ll 1$. Эти значения используем в качестве начальных для численного интегрирования системы уравнений, полученной из (4, 1). Параметр a определяем из условия $R_1(1) = 0$.

Таблица 1

λ_1 r	0	$0,2 \cdot 10^{-7}$	$-0,2 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-3}$
0	0	0	0	0
0,1	0	$0,927 \cdot 10^{-9}$	$-0,927 \cdot 10^{-9}$	$0,464 \cdot 10^{-4}$
0,2	0	$1,86 \cdot 10^{-9}$	$-1,86 \cdot 10^{-9}$	$0,932 \cdot 10^{-4}$
0,3	0	$2,73 \cdot 10^{-9}$	$-2,73 \cdot 10^{-9}$	$1,377 \cdot 10^{-4}$
0,4	0	$3,49 \cdot 10^{-9}$	$-3,49 \cdot 10^{-9}$	$1,774 \cdot 10^{-3}$
0,5	0	$4,10 \cdot 10^{-9}$	$-4,10 \cdot 10^{-9}$	$2,103 \cdot 10^{-4}$
0,6	0	$4,51 \cdot 10^{-9}$	$-4,51 \cdot 10^{-9}$	$2,334 \cdot 10^{-4}$
0,7	0	$4,68 \cdot 10^{-9}$	$-4,68 \cdot 10^{-9}$	$2,478 \cdot 10^{-4}$
0,8	0	$4,57 \cdot 10^{-9}$	$-4,57 \cdot 10^{-9}$	$2,482 \cdot 10^{-4}$
0,9	0	$4,12 \cdot 10^{-9}$	$-4,12 \cdot 10^{-9}$	$2,333 \cdot 10^{-4}$
1,0	0	$3,30 \cdot 10^{-9}$	$-3,30 \cdot 10^{-9}$	$2,005 \cdot 10^{-4}$
a	$1,867 \cdot 10^{-3}$	$1,952 \cdot 10^{-3}$	$1,956 \cdot 10^{-3}$	$0,632 \cdot 10^{-4}$
q(0)	0,320	0,318	0,317	0,300

5. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений интегрировались численно методом Кутты—Мерсона на ЭВМ „Мир“, в интервале $[0,001, 1]$ с точностью интегрирования 10^{-4} при следующих параметрах течения:

$$P_0 = 1 \text{ атм} = 101324,72 \text{ Н/м}^2, \quad T_0 = 313,16^\circ \text{К},$$

$$\mu_0 = 0,1904 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{с/м}^2,$$

$$Pr = 0,72, \quad \gamma = 1,4, \quad R = 288 \text{ Дж/кг} \cdot \text{град}, \quad r_0 = 0,05 \text{ м}, \quad l = 100 \text{ м},$$

$$M^2 = 0,5, \quad \lambda_1 = 0, \quad \pm 0,2 \cdot 10^{-7}, \quad 1 \cdot 10^{-3}.$$

Для экономии машинного времени n было выбрано равным единице. Результаты расчета приведены на графике (рис.) и в таблице.

Для данных значений λ_1 профиль продольных скоростей $R_1(r)$ остается практически без изменения (см. рис., на котором $R_1(r)$ отмечен цифрой 1). На рисунке цифрами 2, 3, 4, 5 отмечены $R_2(r)$ при λ_1 , равной соответственно 0, $0,2 \cdot 10^{-7}$, $0,2 \cdot 10^{-7}$, $1 \cdot 10^{-3}$. Даже при незначительных изменениях λ_1 профиль температур $R_2(r)$ заметно меняется. С точки зрения физики такое распределение температур можно интерпретировать как течение теплого воздуха в трубе с холодными стенками.

Значения $R_3(r)$ при заданных λ_1 приведены в таблице. Здесь же даны значения параметра a и безразмерного расхода $q(z)$ в начальном сечении. Заметим, что

$$q(z) = \int_0^1 r V_z dr = \frac{p Z_1}{Z_2} \int_0^1 \frac{r B_1}{R_2} dr.$$

В начальном сечении

$$q(0) = \int_0^1 \frac{r R_1}{R_2} dr \text{ и при } \lambda_1 \neq 0$$

равняется $\frac{R_3}{\lambda_1 R_2}$, что следует из (2, 3). При $\lambda_1 = 0$ значение $q(0)$ приходится определять путем численного интегрирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Быркин А. П. МЖГ, 1969, № 5.
 2. Ахвердиев К. С., Никитин А. К. „ДАН Азерб. ССР“, т. XXIV, 1968, № 7
- Ростовский государственный университет

Поступило 18. II 1970

С. А. Никитин

Өзлү газын даирэви боруда диварлардан сүзүлмәсини
нәзэрә алмагла ахмасы мәсәләнин хүсуси һәлли

ХҮЛАСӘ

Мәгаләдә дәјишәнләрин ајрылмасы методу илә өзлү газын узун даирэви боруда диварлардан сүзүлмәсини нәзэрә алмагла, гејри-хәтти изотермик олмајан мәсәләнин хүсуси һәлли верилмишдир.

А. А. ЭФЕНДИЗАДЕ, С. М. БАГИРОВ, Ш. Ш. АВШАЛУМОВ

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ ПРИ ПИТАНИИ ОТ ИНВЕРТОРА С СИНУСОИДАЛЬНОЙ ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ

В настоящее время вопросу улучшения формы кривой выходного напряжения инвертора уделяется большое внимание, так как значительное содержание гармоник высшего порядка (5, 7 и т. д.) в кривой напряжения преобразователя приводит к большим потерям в машине, а также ухудшает рабочие характеристики асинхронного двигателя в системе электропривода с частотным управлением.

Одним из эффективных методов улучшения формы кривой напряжения является широтно-импульсная модуляция (ШИМ). Этот метод имеет ряд преимуществ: формы кривых напряжения и тока близки к синусоидальной; регулирование выходного напряжения инвертора производится в самом инверторе и поэтому в преобразователе частоты применяется обыкновенный неуправляемый выпрямитель; отключение двигателя можно осуществить снятием управляющих импульсов, что упрощает систему защиты преобразователя и т. д.

Недостатком широтно-импульсной модуляции является высокая частота переключений тиристоров и связанное с этим некоторое повышение потерь в двигателе приблизительно на 1,5—2,0% относительно потерь при чисто синусоидальном напряжении. Кроме того, схема управления несколько сложна. Нами разработана и собрана трехфазная схема инвертора с синусоидальной широтно-импульсной модуляцией (рис. 1).

Рассмотрим поведение асинхронного двигателя при питании от инвертора с синусоидальной ШИМ. Выходное напряжение инвертора

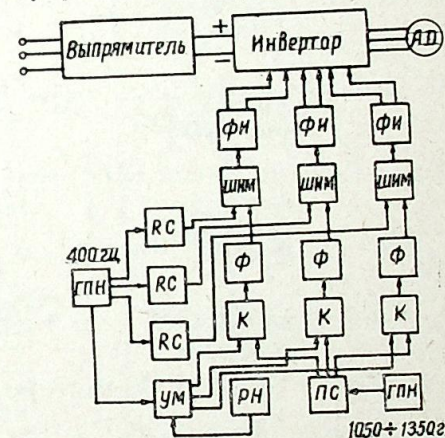


Рис. 1. ФИ—формирователь импульсов, ШИМ—широтноимпульсный модулятор, Ф—фильтр, К—ключевая схема, ПС—пересчетная схема, ГПН—генератор прямоугольного напряжения, УМ—усилитель мощности, РН—регулятор напряжения, RC—интегрирующая цепочка.

можно представить в виде [1]:

$$\begin{aligned} u_a &= \sum_{k=1}^{13} A_k \sin k \omega t, \\ u_b &= \sum_{k=1}^{13} B_k \cos k \omega t, \end{aligned} \quad (1)$$

(k=1, 8, 10, 11, 13)

где $A_1 = -B_1 = 0,9$; $A_8 = B_8 = -0,07$; $A_{10} = -B_{10} = 0,3$;
 $A_{11} = B_{11} = -0,5$; $A_{13} = -B_{13} = 0,25$.

Уравнения асинхронного двигателя при питании от инвертора в системе неподвижных осей могут быть представлены следующим образом [2]:

$$\begin{aligned} u_a &= p \psi_{1a} + r_1 i_{1a}, \\ u_b &= p \psi_{1b} + r_1 i_{1b}, \\ 0 &= p \psi_{2a} + r_2 i_{2a} + \psi_{2b} p \theta, \\ 0 &= p \psi_{2b} + r_2 i_{2b} - \psi_{2a} p \theta, \\ M - M_c &= J \frac{d^2 \theta}{dt^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \psi_{1a} &= x_1 i_{1a} + x_m i_{2a}, \\ \psi_{1b} &= x_1 i_{1b} + x_m i_{2b}, \\ \psi_{2a} &= x_2 i_{2a} + x_m i_{1a}, \\ \psi_{2b} &= x_2 i_{2b} + x_m i_{1b} \end{aligned}$$

или

$$\frac{di_n}{d\tau} = A_n \begin{bmatrix} a_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_k \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где $\tau = \omega_0 t$:

$$A_1 = A_2 = \frac{x_2}{x_1 x_2 - x_m^2}; \quad A_3 = A_4 = \frac{x_m}{x_1 x_2 - x_m^2}; \quad A_5 = \frac{1}{2 \omega_0 H \tau};$$

$$a_{11} = u_a; \quad a_{12} = -r_1; \quad a_{13} = \frac{x_m^2}{x_2} \vee (1-s); \quad a_{14} = \frac{r_2 x_m}{x_2};$$

$$a_{15} = x_m \vee (1-s); \quad a_{21} = u_b; \quad a_{22} = -\frac{x_m^2}{x_2} \vee (1-s); \quad a_{23} = -r_{11};$$

$$a_{24} = -x_m \vee (1-s); \quad a_{25} = \frac{r_2 x_m}{x_2}; \quad a_{31} = -a_{11}; \quad a_{32} = -a_{12};$$

$$a_{33} = -x_1 \vee (1-s); \quad a_{34} = -r_2 \frac{x_1}{x_m}; \quad a_{35} = \frac{x_1 x_2}{x_m} \vee (1-s);$$

$$a_{41} = -a_{21}; \quad a_{42} = -a_{22}; \quad a_{43} = -a_{23}; \quad a_{44} = -a_{24}; \quad a_{45} = -a_{25};$$

$$a_{51} = -M_c; \quad a_{52} = x_m i_{2b}; \quad a_{54} = 0; \quad a_{55} = 0;$$

$$b_1 = 1; \quad b_2 = i_{1a}; \quad b_3 = i_{1b}; \quad b_4 = i_{2a}; \quad b_5 = i_{2b};$$

$$i_1 = i_{1a}; \quad i_2 = i_{1b}; \quad i_3 = i_{2a}; \quad i_4 = i_{2b}; \quad i_5 = s.$$

Система (3) была решена на цифровой вычислительной машине „Наири“. При этом уравнения (3) приводились к виду:

$$\begin{aligned} c' &= a_1 u_a - a_2 c + a_3 y + a_4 g - a_4 L g + a_5 b - a_5 L b, \\ b' &= a_1 u_b - a_2 b + a_3 g - a_4 y + a_4 L y - a_5 c + a_5 L c, \\ y' &= -a_6 u_a + a_7 c - a_8 g + a_8 L g - a_9 y - a_4 b + a_4 L b, \\ g' &= -a_6 u_b + a_7 b + a_8 y - a_8 L y - a_9 g + a_4 c - a_4 L c, \\ L' &= a_1 (c g - y b) - a_{11}; \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь

$$c = i_{1a}, \quad b = i_{1b}, \quad y = i_{2a}, \quad g = i_{2b}, \quad L = s,$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \sigma_1, \quad a_2 = r_1 \sigma_1, \quad a_3 = r_2 \sigma_2, \quad a_4 = x_m \sigma_1, \quad a_5 = x_m \sigma_2, \\ a_6 &= \sigma_2, \quad a_7 = r_1 \sigma_2, \quad a_8 = x_1 \sigma_1, \quad a_9 = \frac{r_2 x_1}{x_2} \sigma_1, \quad a_{10} = \frac{x_m}{2 \omega_0 H}, \\ a_{11} &= \frac{M_c}{2 \omega_0 H}, \quad \sigma_1 = \frac{x_2}{x_1 x_2 - x_m^2}, \quad \sigma_2 = \frac{x_m}{x_1 x_2 - x_m^2}. \end{aligned}$$

Блок-схема программы системы уравнений (4) представлена на рис. 2. При решении вышеуказанных дифференциальных уравнений с учетом выражения (1) был принят метод Рунге—Кутты. Шаг интегрирования

$$h = \frac{\omega_0}{24 f_{ном} \tau}.$$

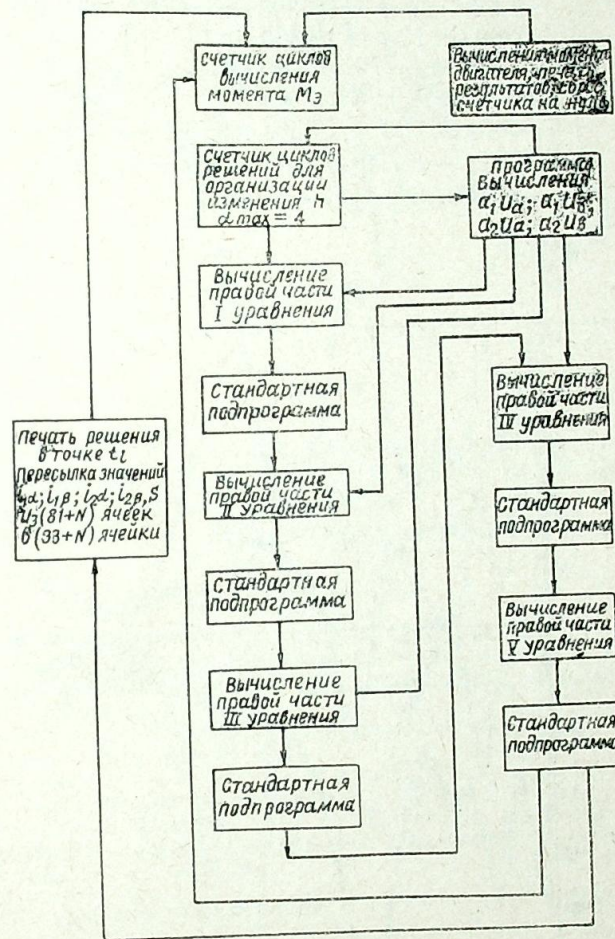


Рис. 2

Составлены программы вычисления правых частей уравнений. При решении для каждого мгновенного значения времени, отличающегося на h , предварительно определяется значение каждого из $a_1 u_a$, $a_2 u_b$, $a_6 u_a$, $a_6 u_b$. После чего по указанному выше методу рассчитываются значения.

Пример. Система уравнений (4) была решена при расчете пусковых режимов электродвигателя с параметрами: 2,8 кВт, 220/380 в, 1420 об/мин,

$$r_1 = 1,5 \text{ ом}, r_2' = 2,5 \text{ ом}, x_1 = x_2' = 37 \text{ ом}, x_m = 34 \text{ ом},$$

$$U = 380 \text{ в}, I_n = 6,05 \text{ а}, \eta = 83,5\%, \cos \varphi = 0,84,$$

$$\frac{I_n}{I_n} = 5,5, \frac{M_n}{M_n} = 1,9, \frac{M_m}{M_n} = 2, GD^2 = 0,042 \text{ кгм}^2.$$

Для нашего двигателя имеем:

$$c' = 5,9992 \sin vt - 0,4666 \sin 8vt + 1,9997 \sin 10vt -$$

$$- 1,6665 \sin 11vt + 1,6665 \sin 13vt - 0,2476c + 0,4222y +$$

$$+ 6,2592g - 6,2592Jg + 5,7791b - 5,7791Jb;$$

$$b' = 5,9992 \cos vt - 0,4666 \cos 8vt - 1,9997 \cos 10vt -$$

$$- 1,6665 \cos 11vt - 1,6665 \cos 13vt - 0,2746b + 0,4222g -$$

$$- 6,2592y + 6,2592Jy - 5,7791c + 5,7791Jc;$$

$$y' = -5,5391 \sin vt + 0,4308 \sin 8vt - 1,8464 \sin 10vt +$$

$$+ 1,5386 \sin 11vt - 1,5386 \sin 13vt + 6,2592c -$$

$$- 6,7791g + 6,7791Jg - 0,4573y - 6,2592b + 6,2592Jb;$$

$$g' = 5,5391 \cos vt + 0,4308 \cos 8vt + 1,8464 \cos 10vt +$$

$$+ 1,5386 \cos 11vt + 1,5386 \cos 13vt + 6,2592b - 0,4573g +$$

$$+ 6,7791y - 6,7791Jy + 6,2592c - 6,2592Jc;$$

$$J' = 0,01994(cg - yb) - 0,02123.$$

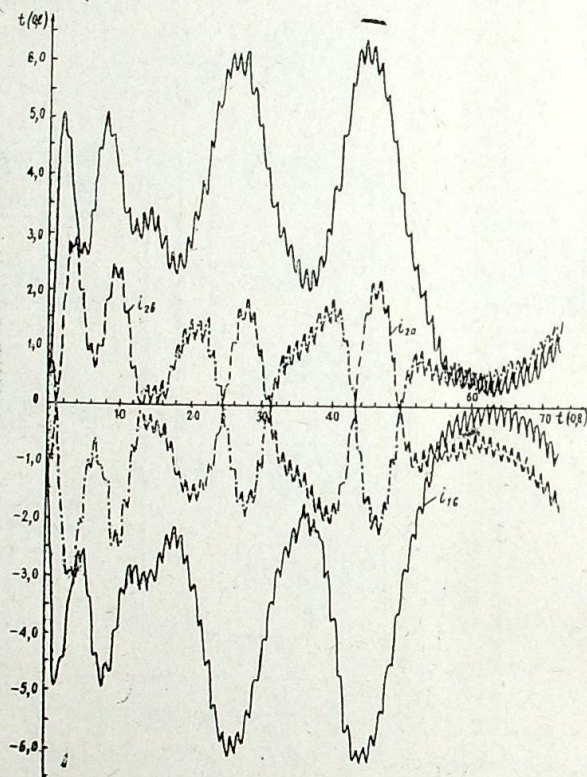


Рис. 3

Параметры двигателя были представлены в относительных единицах. За единицу тока принято амплитудное значение номинального тока, за единицу напряжения—амплитудное значение фазового номинального напряжения. За единицу времени принята величина

$$\frac{1}{2\pi f_{ном}} 3,19 \cdot 10^{-3} \text{ сек.}$$

Параметры двигателя в относительных единицах:

$$U = 1; r_1' = 0,0412; r_2' = 0,0686; x_1 = x_2' = 1,017;$$

$$x_m = 0,935; H = 0,084 \text{ сек.}$$

На рис. 3 показана зависимость $i = f(t)$, а на рис. 4—зависимость $M = F(t)$ при 50 гц. Напряжение инвертора было установлено пропорционально частоте. Как показали расчеты, время разгона, изменение тока и момента двигателя мало отличаются от случая, когда двигатель питается от источника синусоидального напряжения [4].

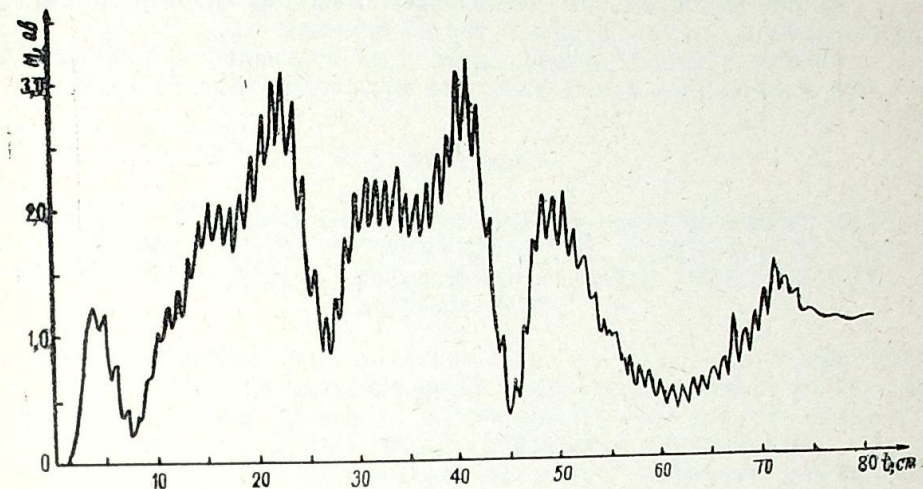


Рис. 4

Продолжительность пуска при питании от преобразователя частоты при широтно-импульсной модуляции $t_n = 59$ о. е., а при питании от источника синусоидального напряжения $t_n = 54$ о. е., т. е. при инверторе с ШИМ несколько увеличивается продолжительность пуска.

ЛИТЕРАТУРА

1. Листенгартен Б. А., Багиров С. М., Авшалумов Ш. Ш. Переходные режимы тиристорного асинхронного электропривода с учетом формы кривой напряжения преобразователя частоты. Тиристорный управляемый асинхронный электропривод. Свердловск, 1968.
2. Эфендизаде А. А. Теория регулируемого асинхронного электропривода. Изд-во АН Азерб. ССР. 1955.
3. Листенгартен Б. А., Багиров С. М., Насирли А. М. „Изв. АН Азерб. ССР, серия физ-техн. и матем. наук“, 1958, № 6.
4. Багиров С. М., Войтко С. А. Применение ЦВМ для расчета режимов пуска и торможения асинхронного двигателя при питании от статического преобразователя частоты. „ЗТП“, 1969, № 2.

АзНИИ энергетики им. Есьмана

Поступило 15. V 1970

А. Э. Эфендизаде, С. М. Багиров, Ш. Ш. Авшалумов

Енинэ импулс модулјасијалы тезлик чевиричили
мәнбәјиндән бәсләнән асинхрон мұһәррикдә баш верән
електромеханики кечид налынын һесабы

ХҮЛАСӘ

Мүасир техникада тезлик чевиричили мәнбәјинин чыхыш кәркинлијинин јажшылашдырымасы мәсәләси чох диггәтәләјигдир. Кәркинлијин формасынын јажшылашдырымасы үсулларындан бири

дә синусоидал енинә импульс модулјасијадыр. Мәгаләдә лабораторија шәраитиндә җығылмыш үчфазалы мәнбәјин блок схеми верилмиш вә һәммин мәнбәдән бәсләнән асинхрон мүнһәрриктә кедән электромеханики кечид просеси һесаблинмышдыр.

Бунун үчүн чыхыш кәркинлији тәрпәнмәз охларда Фурје сырасына аҗрылараг тригонометрик функцијаларын чәми шәклиндә көстәрилмиш, гејри-синусоидал кәркинлик мәнбәјиндән бәсләнән асинхрон мүнһәрриктә ишәсалма режими үчүн статор вә ротор чәрәјанларынын ани гијмәтләри вә сүр'әти мүнәҗҗәнләшдирилмишдир.

Һәммин һесабламалар һесаблајычы машында ичра едилмишдир. Бундан өтрү хусуси програм тәртиб олунмушдур.

Мәгаләдә кечид режими синусоидал кәркинлик мәнбәјиндән бәсләнән мүнһәррикин кечид һалы илә мугајисәси верилмишдир.

И. Э. ИБРАГИМОВ

К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ И ИНВЕРСНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ИНДУКТИВНОСТИ ФЕРРОМАГНИТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ИХ В ВИДЕ ПЕРЕМЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ

При исследовании электрических сетей и систем путем преобразования описывающих их нелинейных дифференциальных уравнений в дифференциальные уравнения с переменными во времени параметрами, в частности при исследовании устойчивости периодических режимов спектральным методом [1], для получения исходных уравнений в операторной форме необходимо иметь аналитическое выражение дифференциальной индуктивности $L_d(i_0)$ или инверсно-дифференциальной индуктивности $B_d(\psi_0)$ ферромагнитных элементов.

Имея аналитические аппроксимирующие выражения кривой намагничивания $\psi_0 = \psi_0(i_0)$ и обратной кривой намагничивания $i_0 = i_0(\psi_0)$, можно определить $L_d(i_0)$ и $B_d(\psi_0)$:

$$L_d(i_0) = \frac{d[\psi_0(i_0)]}{di_0}, \quad B_d(\psi_0) = \frac{d[i_0(\psi_0)]}{d\psi_0}.$$

Известно, что при расчете нелинейных электрических цепей методом сведения их к цепям с переменными во времени параметрами необходимо получение переменных коэффициентов $L_d(t)$ и $B_d(t)$ путем принятия искомой функции в нелинейном элементе в установившемся режиме в виде периодической, в частности гармонической, функции [2].

Погрешности полученных $L_d(i_0)$, $B_d(\psi_0)$, $L_d(t)$ и $B_d(t)$, при прочих равных условиях, существенно зависят от точности аппроксимации исходной нелинейности. В настоящей статье рассматривается приемлемость $L_d(i_0)$ и $B_d(\psi_0)$, а также $L_d(t)$ и $B_d(t)$ при различных параболических аппроксимациях нелинейности ферромагнитных элементов.

Сначала рассмотрим вопрос определения $L_d(i_0)$ и $B_d(\psi_0)$. Известно, что параболическая аппроксимация $\psi_0 = \psi_0(i_0)$ имеет большие погрешности [3]. Для того чтобы выяснить, насколько близка $L_d(i_0)$, определенная исходя из трехчленной и двучленной параболической аппроксимации $\psi_0 = \psi_0(i_0)$ к действительной $L_d(i_0)$, для сравнения была найдена $L_{дгр}(i_0)$ путем приближенного графического дифференцирования. На рис. 1 представлены исходная нелинейная характеристика $\psi_0 = \psi_0(i_0)$ и вычисленная характеристика $L_{дгр}(i_0)$. Последняя, имеющая определенную погрешность построения и графического дифференцирования, при сравнениях принимается в качестве действитель-

ной $L_d(i_0)$, как более достоверная. На этом же рисунке приведены кривые $L_d^{(3)}(i_0)$ и $L_d^{(2)}(i_0)$, построенные, соответственно, исходя из трех- и двучленной аппроксимации кривой намагничивания $\psi_0^{(3)}(i_0)$ и $\psi_0^{(2)}(i_0)$. Из сравнения кривых следует, что $L_d^{(3)}(i_0)$ и $L_d^{(2)}(i_0)$ сильно отличаются от $L_{дгр}(i_0)$, поэтому они не могут быть рекомендованы для использования в расчетах. Разумеется, это не случайно, поскольку, как видно из рис. 1, соответствующие аппроксимирующие кривые $\psi_0^{(3)}(i_0)$ и $\psi_0^{(2)}(i_0)$ имеют также большие погрешности.

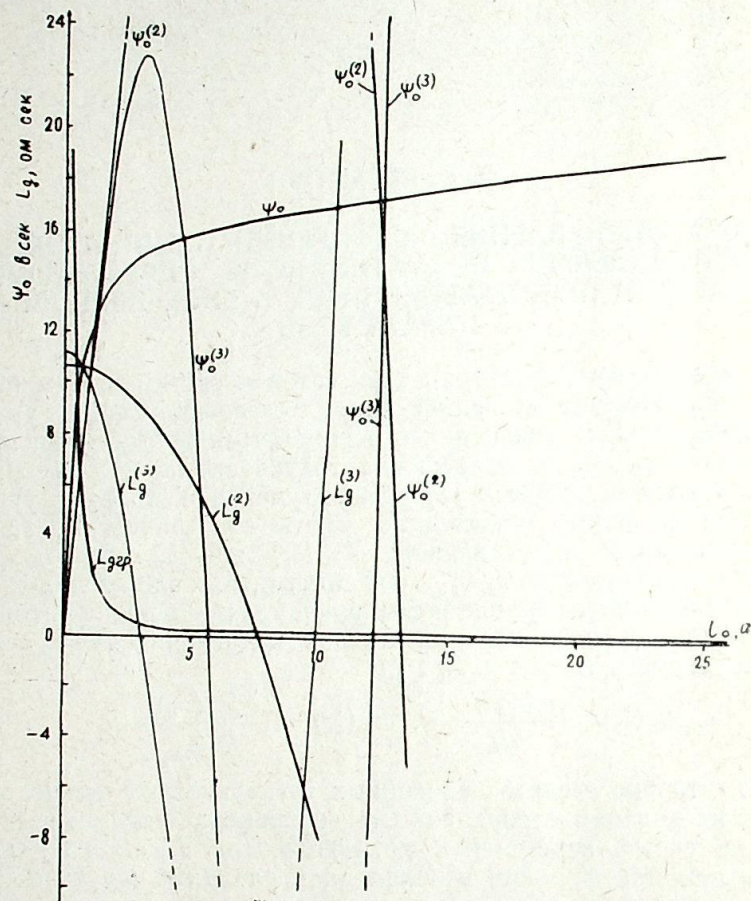


Рис. 1

Инверсно-дифференциальная индуктивность этого же нелинейного элемента рассмотрена при различных параболических аппроксимациях обратной кривой намагничивания (рис. 2): при трехчленной аппроксимации пятой степени (кривые I—III), двучленной аппроксимации третьей степени (кривые IV—V) и двучленной аппроксимации пятой степени (кривая VI). Коэффициенты аппроксимирующих трехчленных полиномов были определены методом выбранных точек, исходя из трех точек характеристики (кривые I и II), и методом наименьших квадратов, исходя из большого числа точек (кривая III).

Кривые I—III, а также исходная аппроксимируемая кривая („основная“) представлены на рис. 2. Как видно, с точки зрения точности, что при использовании метода выбранных точек без применения метода наименьших квадратов требуются малые вычисления, для полу-

чения достаточно удовлетворительной трехчленной аппроксимации можно использовать три точки характеристики $i_0 = i_0(\psi_0)$ с абсциссами $\psi_0 = 0,6 \psi_{онт}$, $1,0 \psi_{онт}$ и $1,1 \psi_{онт}$ (кривая II).

Во многих случаях для упрощения решения нелинейных задач с $i_0 = i_0(\psi_0)$ последнюю аппроксимируют двучленным полиномом третьей степени. Коэффициенты двучленной аппроксимации третьей степени

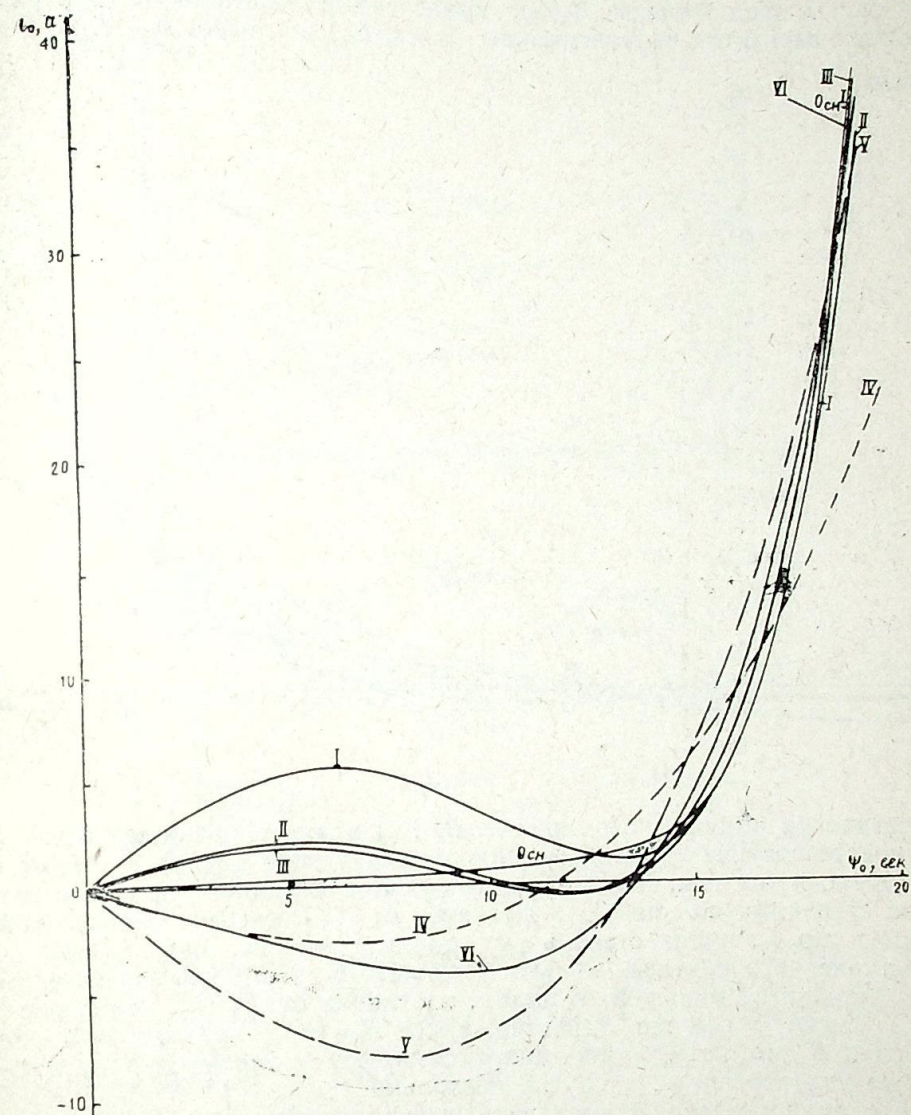


Рис. 2

для аппроксимирующей кривой IV были определены при значениях абсцисс выбранных точек $\psi_0 = 0,8 \psi_{онт}$ и $1,1 \psi_{онт}$, а для кривой V коэффициенты определялись методом наименьших квадратов, исходя из тех же точек, что и для кривой III при трехчленной аппроксимации. Как видно из рис. 2, двучленная аппроксимация намного хуже трехчленной и имеет большие погрешности.

Коэффициенты полинома двучленной аппроксимации пятой степени (кривая VI) определялись методом наименьших квадратов для тех же точек, что и для кривых III и V. Сравнение всех аппроксимиру-

щих кривых показывает, что двучленная аппроксимация пятой степени дает значительно лучшие результаты, чем двучленные третьей степени и худшие результаты, чем трехчленные пятой степени.

Для выяснения степени близости аналитически найденных $B_d(\psi_0)$ при различных аппроксимациях к действительной $B_d(\psi_0)$ предварительно было вычислено $B_{дгр}(\psi_0)$ путем графического дифференцирования. На рис. 3 представлены $B_d(\psi_0)$, вычисленные аналитически для различных вариантов аппроксимации $i_0 = i_0(\psi_0)$, а также $B_{дгр}(\psi_0)$. Все

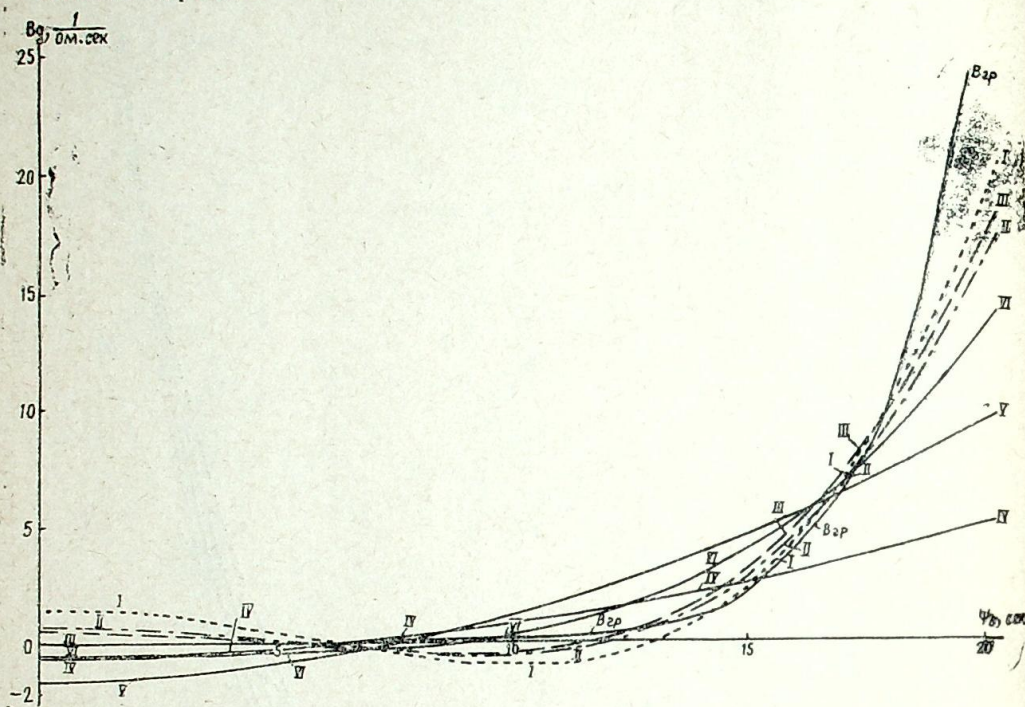


Рис. 3

аналитически вычисленные кривые $B_d(\psi_0)$ между собой более близки, чем соответствующие исходные аппроксимирующие кривые $i_0 = i_0(\psi_0)$. Это объясняется тем, что аппроксимирующие выражения представляют собой степенные полиномы, а функция $B_d(\psi_0)$, равная производной от $i_0(\psi_0)$ по ψ_0 , имеет степень на единицу меньше, чем $i_0 = i_0(\psi_0)$, вследствие чего крутизна кривых уменьшается и степень зависимости от ψ_0 становится меньшей. В целом, в отличие от $L_d(i_0)$, все кривые $B_d(\psi_0)$ имеют такой же характер, как и $B_{дгр}(\psi_0)$, хотя одни более близки к $B_{дгр}(\psi_0)$, т. е. лучше аппроксимируют инверсно-дифференциальную индуктивность, а другие несколько хуже.

Как видно из рис. 3, трехчленные аппроксимации $B_d(\psi_0)$ значительно ближе к $B_{дгр}(\psi_0)$, чем двучленные, причем II и III варианты приблизительно равноценны, хотя они при различных значениях аргумента имеют различные погрешности. Среди трехчленных аппроксимаций $B_d(\psi_0)$ более предпочтительным является III вариант, а наихудшим—I вариант. Следует отметить, что среди аппроксимаций обратной кривой намагничивания наихудшим является также I вариант. Однако этот наименее удачный среди рассмотренных трехчленных аппроксимаций вариант все же намного лучше, чем все двучленные аппроксимации $B_d(\psi_0)$. Действительно (рис. 3), двучленные аппроксимации $B_d(\psi_0)$ имеют большие погрешности, особенно IV—V варианты, когда $i_0 = i_0(\psi_0)$ представлена в виде $i_0 = a_1\psi_0 + a_3\psi_0^3$. Кривые IV—V во всем интервале $0 < \psi_0 < 1,3 \psi_{омт}$ далеки от истинных значений

$B_d(\psi_0)$ и поэтому простая линейная аппроксимация ее в этом интервале может быть дала бы лучшие результаты, чем такая нелинейная аппроксимация.

Кривая VI (рис. 3), построенная исходя из двучленной аппроксимации пятой степени обратной кривой намагничивания, несколько лучше кривых IV—V, вычисленных исходя из двучленной аппроксимации третьей степени.

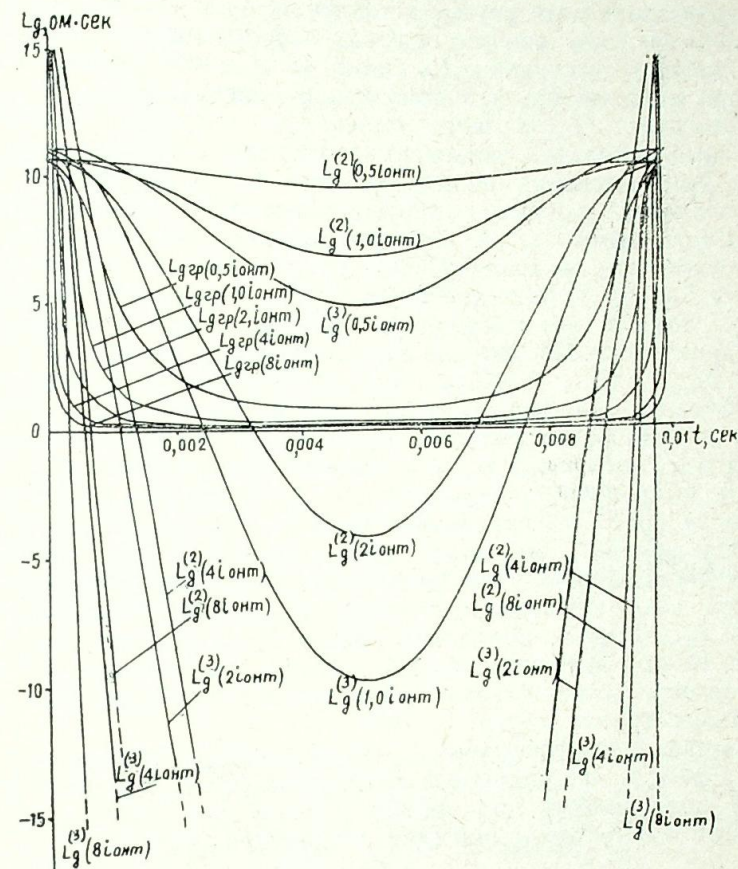


Рис. 4

Теперь рассмотрим вопрос представления $L_d(i_0)$ и $B_d(\psi_0)$ в виде переменных коэффициентов $L_d(t)$ и $B_d(t)$. Для получения последних обычно принимают искомую функцию—ток i_0 или пстокоцепление ψ_0 в нелинейном ферромагнитном элементе в установившемся режиме гармонической. Какие же значения амплитуды $I_{ом}$ и $\psi_{ом}$ необходимо взять для искомых функций при определении $L_d(t)$ и $B_d(t)$ в начале исследования, когда значения $I_{ом}$ и $\psi_{ом}$ неизвестны?

Если исследуемая система в рассмотренном режиме устойчива и не возникают незатухающие колебания, то $I_{ом}$ представляет собой амплитудное значение тока холостого хода ферромагнитного элемента с известной ее формой в установившемся режиме.

При неустойчивых режимах ток, протекающий через нелинейность, является несинусоидальным током и содержит различные гармоники, причем величины и доли его отдельных гармоник зависят от многих факторов и поэтому заранее задаться их значениями трудно. По существу амплитуды различных гармоник тока могут быть найдены только после решения соответствующих нелинейных дифференциальных уравнений. Однако, так как при исследовании на устойчи-

вость эти уравнения в большинстве случаев не решаются, то значения амплитуд гармоник тока остаются неизвестными до конца. Поэтому при исследовании устойчивости периодических колебаний приходится, задаваясь несколькими возможными амплитудными значениями той гармоники, устойчивость которой исследуется, определять соответствующие $L_d(t)$, а затем для каждого $L_d(t)$ повторять все сначала. Если при всех возможных $L_d(t)$ система устойчива, то можно полагать, что исследуемый режим устойчив.

Теперь выясним влияние способа аппроксимации $\psi_0 = \psi_0(i_0)$ и величины принятого значения I_{om} на $L_d(t)$. С этой целью определим $L_d(t)$ при различных аппроксимациях и значениях I_{om} .

Аналитически $L_d(t)$ нами определен для двух случаев: когда кривая намагничивания аппроксимирована дву- и трехчленными полиномами. Для выяснения степени близости $L_d(t)$, найденного аналитически исходя из параболической аппроксимации кривой намагничивания, с истинными $L_d(t)$, необходимо построить характеристику $L_{дгр}(t)$, которая нами при сравнениях принимается как истинный $L_d(t)$.

Имея $L_{дгр}(i_0)$, представленную на рис. 1, для известного синусоидального тока в установившемся режиме, легко построить $L_{дгр}(t)$ графоаналитически. Построение произведено для значений $I_{om} = 0,5i_{omт}$; $1,0 i_{omт}$; $2i_{omт}$; $4i_{omт}$; и $8 i_{omт}$. В каждом варианте сначала определяли мгновенные значения тока для одного полупериода с интервалом времени $\Delta t = 0,001 \text{ сек}$, а затем для каждого найденного мгновенного значения тока из кривой $L_{дгр}(i_0)$ определялось значение $L_{дгр}$. Результаты этих вычислений в виде кривых $L_{дгр}(t)$ при различных I_{om} представлены на рис. 4. С изменением величины I_{om} , по существу, используется большая или меньшая часть кривой $L_{дгр}(i_0)$. Максимальное значение дифференциальной индуктивности $L_{дгр\text{макс}}$ не зависит от I_{om} , в то время как минимальное значение $L_{дгр\text{мин}}$ меняется с изменением величины I_{om} . Однако, поскольку кривая $L_{дгр}(i_0)$ имеет характер насыщения, то при значениях $I_{om} > i_{omт}$ $L_{дгр\text{мин}}$ существенно не уменьшается. Поэтому значительная часть кривых $L_{дгр}(t)$ при всех $I_{om} > i_{omт}$ очень близка друг к другу.

Переменный коэффициент $L_d(t)$, найденный аналитически, содержит погрешность, появившуюся вследствие самой аппроксимации нелинейной зависимости $\psi_0 = \psi_0(i_0)$. Теперь определим аналитически $L_d(t)$ путем совместного решения следующей системы:

$$L_d(i_0) = \frac{d[\psi_0(i_0)]}{di_0},$$

$$i_0 = I_{om} \sin \omega t$$

при параболической аппроксимации кривой намагничивания $\psi_0 = \psi_0(i_0)$.

Переменные коэффициенты $L_d^{(3)}$ и $L_d^{(2)}$, определенные для рассмотренных выше вариантов аппроксимаций $\psi_0^{(3)}(i_0)$ и $\psi_0^{(2)}(i_0)$ при различных значениях I_{om} , приведены на рис. 4. Как видно, кривые $L_d^{(2)}(t)$ и $L_d^{(3)}(t)$ сильно отличаются от $L_{дгр}(t)$ и поэтому аналитически найденные $L_d(t)$ не могут быть рекомендованы для использования при исследованиях. Разумеется, причиной получения таких неприемлемых $L_d(t)$ является наличие большой погрешности в самой параболической аппроксимации $\psi_0 = \psi_0(i_0)$. Получение таких отрицательных результатов можно было предвидеть из сравнения $L_{дгр}(i_0)$ с $L_d^{(3)}(i_0)$ и $L_d^{(2)}(i_0)$ (рис. 1), так как последние также сильно отличаются от $L_{дгр}(i_0)$.

Перейдем к сравнению $B_d(t)$, определенных аналитически при различных аппроксимациях исходной кривой $i_0 = i_0(\psi_0)$ и различных принятых значениях ψ_{om} , с соответствующими $B_{дгр}(t)$. Такое сравнение

позволит выяснить влияние аппроксимации и принятых значений ψ_{om} на переменный коэффициент $B_d(t)$. Путем совместного решения системы

$$B_d(\psi_0) = \frac{d[i_0(\psi_0)]}{d\psi_0},$$

$$\psi_0 = \psi_{om} \sin \omega t$$

при параболической аппроксимации обратной кривой намагничивания и значениях $\psi_{om} = (0,8 \div 1,25)$ $\psi_{omт}$ были определены соответствующие $B_d(t)$. В качестве примера на рис. 5 представлены кривые $B_d(t)$ при $\psi_{om} = 1,1$ $\psi_{omт}$ (нумерация вариантов $B_d(t)$ соответствует нумерации

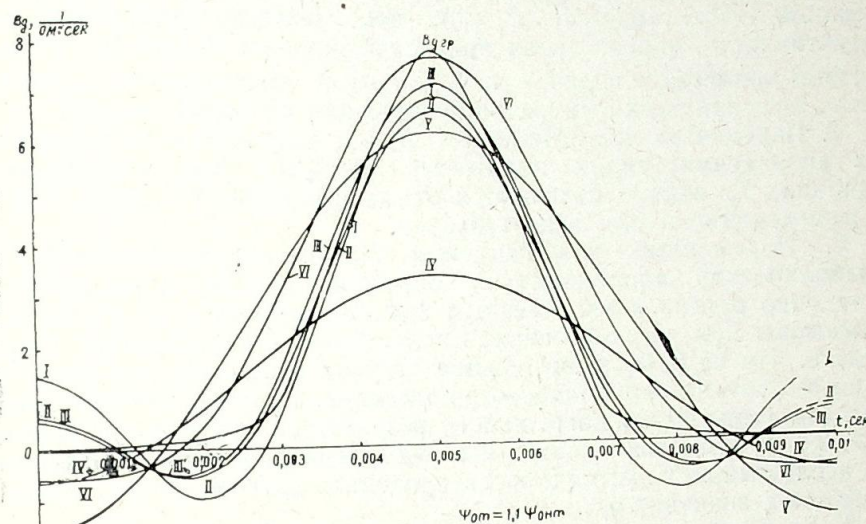


Рис. 5

вариантов аппроксимаций $i_0 = i_0(\psi_0)$, а также соответствующий $B_{дгр}(t)$. Из этого рисунка видно, что общий характер всех аналитически определенных $B_d(t)$ такой же, как $B_{дгр}(t)$, хотя при различных аппроксимациях и различных значениях принятых ψ_{om} их погрешности различны, причем аналитически вычисленные $B_d(t)$ отличаются от $B_{дгр}(t)$ при малых ψ_{om} сильнее, чем при больших.

Сравнение показало, что в противоположность переменным коэффициентам $L_d(t)$ переменные коэффициенты $B_d(t)$, аналитически выраженные исходя из параболической аппроксимации обратной кривой намагничивания, могут быть использованы для исследования устойчивости. Из сравнения видно также, что при всех принятых ψ_{om} наиболее близкими к истинной характеристике $B_d(t)$ являются варианты $B_d(t)$, для которых была принята трехчленная аппроксимация.

Выводы

1. Дифференциальная индуктивность $L_d(i_0)$, определенная исходя из параболической аппроксимации кривой намагничивания, сильно отличается от истинной характеристики $L_d(i_0)$, поэтому не рекомендуется для использования, причем увеличение степени аппроксимирующего полинома практически не уменьшает погрешности.

2. Инверсно-дифференциальная индуктивность $B_d(\psi_0)$, найденная исходя из параболической аппроксимации обратной кривой намагничивания, имеет допустимые погрешности, поэтому может быть использо-

вана в исследованиях. Точность аппроксимаций исходной нелинейности $i_0 = i_0(\psi_0)$, а также соответствующей ей $B_d(\psi_0)$ может быть повышена путем увеличения степени аппроксимирующего полинома исходной кривой. Однако трехчленная аппроксимация исходной кривой дает вполне удовлетворительные результаты.

Следует отметить, что кривые инверсно-дифференциальных индуктивностей более близки друг к другу, чем соответствующие исходные аппроксимирующие кривые $i_0 = i_0(\psi_0)$.

3. С целью упрощения проводимых исследований может быть использована также двучленная аппроксимация исходной нелинейности в виде $i_0 = a_1 \psi_0 + a_5 \psi_0^5$. Инверсно-дифференциальная индуктивность, найденная при такой аппроксимации, намного ближе к истинной характеристике $B_d(\psi_0)$, чем инверсно-дифференциальная индуктивность, определенная при аппроксимации исходной характеристики полиномом вида $i_0 = a_1 \psi_0 + a_3 \psi_0^3$ и соответственно намного хуже, чем при трехчленной аппроксимации исходной кривой.

4. Переменные коэффициенты $L_d(t)$, полученные из аналитических аппроксимирующих выражений $\psi_0 = \psi_0(i_0)$ при всех принятых значениях I_{om} сильно отличаются от действительных $L_d(t)$ и поэтому не рекомендуются для использования.

5. Переменные коэффициенты $B_d(t)$, полученные исходя из параболической аппроксимации обратной кривой намагничивания, достаточно близки к их истинным характеристикам и могут быть использованы при исследованиях нелинейных цепей. Однако следует указать, что на $B(t)$ значительное влияние оказывает принятое значение амплитуды периодического колебания. Поэтому при исследованиях для уменьшения погрешности результатов необходимо задаваться более точным значением амплитуды периодического колебания, а при исследованиях устойчивости проводить расчеты путем вариации возможных значений ψ_{om} .

6. Главной причиной получения неприемлемых дифференциальной индуктивности $L_d(i_0)$ и переменных коэффициентов $L_d(t)$ является наличие большой погрешности в самой параболической аппроксимации кривой намагничивания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тафт В. А. Основы спектральной теории и расчет цепей с переменными параметрами. „Наука“, 1964.
2. Бессонов Л. А. Нелинейные электрические цепи. „Высшая школа“, 1964.
3. Ибрагимов И. Э. „Изв. АН СССР, энергетика и транспорт“, 1968, № 1.

АЗИНЕФТЕХИМ

Поступило 1. VI 1970

И. Э. Ибрагимов

Ферромагнит элементларин дифференциал вэ инверс-дифференциал индуктивликларинин тэ'јини вэ онларын дэјишэн параметр шэклиндэ ифадэ едилмэси һаггында

ХҮЛАСӘ

Мәгаләдә ферромагнит элементларин гејри-хәтти характеристикасынын мүхтәлиф параболик аппроксимасијаларынын, онларын дифференциал вэ инверс-дифференциал индуктивликларинин $[L_d(i_0)$ вэ $B_d(\psi_0)]$, еләчә дә ахырынчылар үзрә тә'јин едилмиш индуктив вэ инверс-индуктив дэјишән әмсалларынын $[L_d(t)$ вэ $B_d(i)]$ ријази ифадәләринин дәғиглијинә тә'сириндән бәһс олуномушдур.

Ајдынлашдырылмышдыр ки, магнитләнмә әјрисинин, јә'ни $\psi_0 = \psi_0(i_0)$ характеристикасынын параболик аппроксимасијалары әсасында алынмыш $L_d(i_0)$ вэ $L_d(t)$ -нин ријази ифадәләринин хәтәсы бурахыла билмәјән дәрәчәдә бөјүкдүр. Она көрә дә һәмин ифадәләрдән истифадә олуномасы төвсијә едилмир. Мәгаләдә көстәрилир ки, магнитләнмәнин әкс әјрисинин, јә'ни $i_0 = i_0(\psi_0)$ характеристикасынын параболик аппроксимасијасы үзрә тә'јин едилмиш $B_d(\psi_0)$ вэ $B_d(t)$ -нин аналитик ифадәләри онларын һәғиги гијмәтләринә јахын нәтичәләр верир. Гејд олуномалыдыр ки, $i_0 = i_0(\psi_0)$ характеристикасынын 5-чи дәрәчәли ики-һәдди аппроксимасијасы үзрә тә'јин олуномуш $B_d(\psi_0)$ вэ $B_d(t)$ 3-чү дәрәчәли ики-һәдди аппроксимасијасы үзрә тә'јин олуномуш $B_d(\psi_0)$ вэ $B_d(t)$ -дән јахшы, 5-чи дәрәчәли үч-һәдди аппроксимасија үзрә тапылыш $B_d(\psi_0)$ вэ $B_d(t)$ -дән исә писдир.

Р. Ю. КЕРИМОВ

УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОЕ НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С ОТВЕРСТИЕМ

Концентрация напряжений возле малого отверстия на поверхности цилиндрической оболочки, впервые рассматривалась А. И. Лурье [1]. Приближенные методы применялись для исследования концентрации напряжений около кругового отверстия в цилиндрической оболочке в работах И. Н. Василенко [2] и О. А. Фролова [3]. В этих работах получены решения для отверстий, размеры которых значительно больше, чем в решениях А. И. Лурье [1].

В случае, когда упруго-эквивалентные направления не совпадают и с направлениями координатных линий, ни с направлением линий кривизны, задача концентрации напряжений около кругового отверстия цилиндрической оболочки рассматривалась в работах А. Н. Гузь [4,5] и Ю. А. Ашмарина [10]. Задача решается приближенно, с применением метода Ритца. В работе И. А. Цурпала и Н. А. Шульги [6] строится основная система уравнений тонких пологих оболочек при нелинейной зависимости между деформациями и напряжениями.

В настоящей статье на основе теории малых упруго-пластических деформаций [7] рассматривается упруго-пластическое напряженное состояние цилиндрических оболочек с круговыми отверстиями, когда срединная поверхность оболочки не относится к линиям кривизны.

Основные зависимости напряжения-деформации

Пусть во всей области происходит процесс нагружения. Тогда зависимость между напряжениями и деформациями можно представить в виде [8]

$$\sigma_{ij} = K e_{kk} \delta_{ij} + 2\mu [1 - \omega(e_i)] \left(e_{ij} - \frac{1}{3} e_{kk} \delta_{ij} \right), \quad (1)$$

где $\delta_{ij} = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ 1, & i = j \end{cases}$ — знак Кронекера.

Здесь e_{kk} — объемная деформация,

σ_{ij}, e_{ij} — тензоры напряжения и деформаций,

e_i — интенсивность деформации сдвига,

$\omega(e_i)$ — функция Ильюшина, K, μ — упругие постоянные.

Согласно гипотезе Кирхгофа-Лява $e_{13} = e_{23} = 0$. Зависимость в проекциях на оси координат можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= K(e_{11} + e_{22} + e_{33}) + 2\mu [1 - \omega(e_i)] \left(e_{11} - \frac{e_o}{3} \right), \\ \sigma_{22} &= K e_o + 2\mu [1 - \omega(e_i)] \left(e_{22} - \frac{1}{3} e_o \right), \\ \sigma_{33} &= K e_o + 2\mu [1 - \omega(e_i)] \left(e_{33} - \frac{1}{3} e_o \right), \\ \sigma_{12} &= 2\mu [1 - \omega(e_i)] e_{12}. \end{aligned} \quad (2)$$

Пренебрегая напряжением σ_{33} по сравнению с напряжениями σ_{11} и σ_{22} и учитывая, что $e_o = e_{11} + e_{22} + e_{33}$, из третьего уравнения (2) находим

$$e_{33} = -g_i (e_{11} + e_{22}), \quad (3)$$

где

$$g_i = \frac{3K - 2\mu [1 - \omega(e_i)]}{3K - 4\mu [1 - \omega(e_i)]}. \quad (4)$$

Тогда зависимость напряжения деформации (2) можно представить в виде (заменяя K и μ через E и ν коэф. Пуассона)

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \frac{E}{1 - \nu^2} (e_{11} + \nu e_{22}) - \frac{E \omega(e_i)}{3(1 - \nu^2)} [(2 - \nu)e_{11} - \\ &\quad - (1 - 2\nu)e_{22} + (1 + \nu)g_i (e_{11} + e_{22})], \\ \sigma_{22} &= \frac{E}{1 - \nu^2} (e_{22} + \nu e_{11}) - \frac{E \omega(e_i)}{3(1 - \nu^2)} [(2 - \nu)e_{22} - \\ &\quad - (1 - 2\nu)e_{11} + (1 + \nu)g_i (e_{11} + e_{22})], \\ \sigma_{12} &= \frac{E}{2(1 + \nu)} [1 - \omega(e_i)] e_{12}. \end{aligned} \quad (5)$$

Компоненты деформации по толщине оболочки определяем по формулам:

$$e_{11} = \epsilon_{11} + z \chi_{11}, \quad e_{22} = \epsilon_{22} + z \chi_{22}, \quad e_{12} = \epsilon_{12} + 2z \chi_{12}, \quad (6)$$

где $\epsilon_{11}, \epsilon_{22}, \epsilon_{12}$ — относительные удлинения соответственно в направлении координатных линий и сдвиг между ними;

$\chi_{11}, \chi_{22}, \chi_{12}$ — изменения кривизны и кручения срединной поверхности.

Рассмотрим тонкие оболочки, для которых максимальным значением $\frac{h}{R}$, (R — радиус кривизны срединной поверхности, h — толщина оболочки) можно пренебречь по сравнению с единицей. Большинство встречающихся в практике оболочек ($0,001 < \frac{h}{R} < 0,02$) тонкие.

За координатную поверхность оболочки примем криволинейные ортогональные координаты α и β . Тогда уравнение равновесия оболочки, отнесенной к ортогональным координатам в предположении, что упруго-эквивалентные направления не совпадают с линиями кривизны, будет иметь вид [9]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \alpha} (B T_1) + \frac{\partial A}{\partial \alpha} T_{12} + \frac{\partial}{\partial \beta} (A T_{12}) - \frac{\partial B}{\partial \alpha} T_2 &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial \alpha} (B T_{12}) - \frac{\partial A}{\partial \beta} T_1 + \frac{\partial}{\partial \beta} (A T_2) + \frac{\partial B}{\partial \alpha} T_{12} &= 0, \\ A B \left(\frac{T_1}{R_1} + \frac{T_2}{R_2} - \frac{2 T_{12}}{R_{12}} \right) + \frac{\partial}{\partial \alpha} (B N_1) + \frac{\partial}{\partial \beta} (A N_2) &= 0, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} (BM_{12}) + \frac{\partial A}{\partial \beta} M_1 - \frac{\partial}{\partial \beta} (AM_2) + \frac{\partial B}{\partial \alpha} M_{12} + AB \cdot N_2 = 0, \quad (7)$$

$$-\frac{\partial}{\partial \alpha} (BM_1) + \frac{\partial A}{\partial \beta} M_{12} + \frac{\partial}{\partial \beta} (AM_{12}) - \frac{\partial B}{\partial \alpha} M_2 + AB \cdot N_1 = 0,$$

Здесь T_1, T_2, T_{12} — тангенциальные усилия,
 M_1, M_2, M_{12} — изгибающие и крутящие моменты,
 N_1, N_2 — перерезывающие усилия, A и B — коэффициенты первой квадратичной формы.

Теперь рассмотрим круговую цилиндрическую оболочку, ослабленную круговым отверстием. Пусть оболочка такова, что упруго-эквивалентные направления не совпадают ни с направлениями координатных линий, ни с направлениями линий кривизны [5]. Срединную поверхность оболочки отнесем к „полярной“ системе координат (r, θ) , полюс которой совпадает с центром отверстия. В этом случае, полагая в системе (7)

$$A = 1, B = r, \frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} \sin^2 \theta, \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R} \cos^2 \theta,$$

$$\frac{1}{R_{12}} = -\frac{1}{2R} \sin 2\theta, \text{ для цилиндрической оболочки получим:}$$

$$T_1 - T_2 + \frac{\partial T_{12}}{\partial \theta} + r \frac{\partial T_1}{\partial r} = 0; 2T_{12} + r \frac{\partial T_{12}}{\partial r} + \frac{\partial T_2}{\partial \theta} = 0;$$

$$r \left(\frac{\sin^2 \theta}{R} T_1 + \frac{\cos^2 \theta}{R} T_2 + \frac{\sin 2\theta}{R} T_{12} \right) + \left(N_1 + r \frac{\partial N_1}{\partial r} + \frac{\partial N_2}{\partial \theta} \right) = 0; \quad (8)$$

$$r \frac{\partial M_{12}}{\partial r} + 2M_{12} - \frac{\partial M_2}{\partial \theta} + rN_2 = 0; M_2 - M_1 + \frac{\partial M_{12}}{\partial \theta} - r \frac{\partial M_1}{\partial r} + rN_1 = 0.$$

Заменим напряженное состояние в оболочке приведенной системой усилий и моментов срединной поверхности из (5). Тогда

$$T_1 = \frac{Eh}{1-\nu^2} (\epsilon_1 + \nu \epsilon_2) + \Delta T_1, T_2 = \frac{Eh}{1-\nu^2} (\epsilon_2 + \nu \epsilon_1) + \Delta T_2, T_{12} =$$

$$= \frac{Eh}{1+\nu} \epsilon_{12} + \Delta T_{12},$$

$$M_1 = -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} (\chi_{11} + \nu \chi_{12}) + \Delta M_1, M_2 = -$$

$$-\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} (\chi_{22} + \nu \chi_{11}) + \Delta M_2, M_{12} = \frac{Eh^3}{12(1+\nu)} \cdot 2\chi_{12} + \Delta M_{12} \quad (9)$$

Нелинейные части $\Delta T_1, \Delta T_2, \Delta T_{12}, \Delta M_1, \Delta M_2, \Delta M_{12}$ равенства (9) принимают вид:

$$\Delta T_1 = -\frac{E}{3(1-\nu^2)} \{ [(2-\nu)\epsilon_1 - (1-2\nu)\epsilon_1] I_1 + [(2-\nu)\chi_1 -$$

$$- (1-2\nu)\chi_2] I_2 + (1+\nu)(\epsilon_1 + \epsilon_2) R_1 + (1+\nu)(\chi_1 + \chi_2) R_2 \},$$

$$\Delta T_2 = -\frac{E}{3(1-\nu^2)} \{ [(2-\nu)\epsilon_2 - (1-2\nu)\epsilon_1] I_1 + [(2-\nu)\chi_2 -$$

$$- (1-2\nu)\chi_1] I_2 + (1+\nu)(\epsilon_1 + \epsilon_2) R_1 + (1+\nu)(\chi_1 + \chi_2) R_2 \},$$

$$\Delta T_{12} = -\frac{E}{2(1+\nu)} (\epsilon_{12} I_1 + 2\chi_{12} I_2),$$

$$\Delta M_1 = \frac{E}{3(1-\nu^2)} \{ [(2-\nu)\epsilon_1 - (1-2\nu)\epsilon_2] I_2 +$$

$$+ [(2-\nu)\chi_1 - (1-2\nu)\chi_2] I_3 + (1+\nu)(\epsilon_1 + \epsilon_2) R_2 + (1+\nu)(\chi_1 + \chi_2) R_3 \},$$

$$\Delta M_2 = \frac{E}{3(1-\nu^2)} \{ [(2-\nu)\epsilon_2 - (1-2\nu)\epsilon_1] I_2 + [(2-\nu)\chi_2 -$$

$$- (1-2\nu)\chi_1] I_3 + (1+\nu)(\epsilon_{12} + \epsilon_2) R_2 + (1+\nu)(\chi_1 + \chi_2) R_3 \}, \quad (10)$$

$$\Delta M_{12} = -\frac{E}{1(1+\nu)} (\epsilon_{12} I_2 + 2\chi_{12} I_3).$$

Здесь приняты обозначения:

$$I_1 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \omega(e_1) dz; I_2 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \omega(e_1) z dz; I_3 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \omega(e_1) z^2 dz;$$

$$R_1 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \omega(e_1) g_1 dz; R_2 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \omega(e_1) g_1 z dz; R_3 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} g_1 \omega(e_1) z^2 dz. \quad (11)$$

Если материал оболочки несжимаемый, т. е. $g_1 = 1$, то вид формул (10) и (11) значительно упрощается и $I_1 = R_1$. Нелинейные члены для компонентов усилий и моментов будут иметь вид:

$$T_1^* = -\frac{E}{3(1-\nu^2)} [(3\epsilon_1 + (1+\nu)\epsilon_2) I_1 + (3\chi_1 + (1+\nu)\chi_2) I_2];$$

$$T_2^* = -\frac{E}{3(1-\nu^2)} [(3\epsilon_2 + (1+\nu)\epsilon_1) I_1 + (3\chi_2 + (1+\nu)\chi_1) I_2];$$

$$T_{12}^* = -\frac{E}{2(1+\nu)} (\epsilon_{12} I_1 + 2\chi_{12} I_2); \quad (12)$$

$$M_1^* = \frac{E}{3(1-\nu^2)} [(3\epsilon_1 + (1+\nu)\epsilon_2) I_2 + (3\epsilon_1 + (1+\nu)\chi_2) I_3];$$

$$M_2^* = \frac{E}{3(1-\nu^2)} [(3\epsilon_1 + (1+\nu)\epsilon_1) I_2 + (3\chi_2 + (1+\nu)\chi_1) I_3];$$

$$M_{12}^* = -\frac{E}{2(1+\nu)} (\epsilon_{12} I_2 + 2\chi_{12} I_3).$$

Таким образом, когда материал оболочки находится в упруго-пластической стадии деформации, то усилия и моменты можно представить в виду:

$$T_{ij} = T_{ij}^0 + T_{ij}^*; M_{ij} = M_{ij}^0 + M_{ij}^*, \quad (13)$$

где M_{ij}^0 и T_{ij}^0 означают линейную часть. Теперь составим уравнения равновесия в перемещениях, учитывая, что из последних двух уравнений равновесия (8) определяются перерезывающие усилия N_1 и N_2 :

$$N_1 = -D \frac{\partial}{\partial r} (\Delta^2 \omega) + N_1^*; N_2 = -D \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\Delta^2 \omega) + N_2^*, \quad (14)$$

где

$$M_1^* = \frac{1}{r} (M_1^* - M_2^*) + \frac{\partial M_1^*}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial M_2^*}{\partial \theta},$$

$$N_2^* = \frac{1}{r} \frac{\partial M_2^*}{\partial \theta} - \frac{\partial M_1^*}{\partial r} - \frac{2}{r} M_{12}^*.$$

Подставляя (14) в первые три уравнения равновесия (8), получим

$$T_1^0 - T_2^0 + \frac{\partial T_{12}^0}{\partial \theta} + r \frac{\partial T_1^0}{\partial r} = -L_1(r, \theta);$$

$$2T_{12}^* + r \frac{\partial T_{12}^*}{\partial r} + \frac{\partial T_0^0}{\partial \theta} = -L_2(r, \theta); \quad (15)$$

$$r^2 \frac{\partial^2 M_2^0}{\partial r^2} - 2 \frac{\partial^2 M_2^0}{\partial r \partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 M_2^0}{\partial \theta^2} + \frac{\partial M_1^0}{\partial r} - \frac{2}{r} \frac{\partial M_2^0}{\partial \theta} +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial r} (M_1^0 - M_2^0) + r \left(\frac{\sin^2 \theta}{R} T_1^0 + \frac{\cos^2 \theta}{R} T_2^0 + \frac{\sin 2\theta}{R} T_{12}^0 \right) = -L_3(r, \theta),$$

где

$$L_1(r, \theta) = T_1^* - T_2^* + \frac{\partial T_{12}^*}{\partial \theta} + r \frac{\partial T_1^*}{\partial r}, \quad L_2(r, \theta) = 2T_{12}^* +$$

$$+ r \frac{\partial T_{12}^*}{\partial r} + \frac{\partial T_2^*}{\partial \theta}, \quad (16)$$

$$L_3(r, \theta) = r \frac{\partial^2 M_1^*}{\partial r^2} - 2 \frac{\partial^2 M_{12}^*}{\partial r \partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 M_2^*}{\partial \theta^2} + \frac{\partial M_1^*}{\partial r} - \frac{2}{r} \frac{\partial M_{12}^*}{\partial \theta} +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial r} (M_1^* - M_2^*) + r \left(\frac{\sin^2 \theta}{R} T_1^* + \frac{\cos^2 \theta}{R} T_2^* + \frac{\sin 2\theta}{R} T_{12}^* \right).$$

Формулы, связывающие компоненты относительного удлинения, изменения кривизны и кручения с составляющими перемещений и прогибов, принимаем в виде:

$$\epsilon_2 = \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\sin^2 \theta}{R} \omega; \quad \epsilon_0 = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{u}{r} - \frac{\cos^2 \theta}{R} \omega; \quad \theta_{r\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} -$$

$$- \frac{v}{r} - \frac{\sin 2\theta}{R} \omega; \quad \chi_2 = \frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2}; \quad \chi_0 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r}; \quad (17)$$

$$\chi_{30} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \omega}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \omega}{\partial \theta}.$$

Здесь u, v — компоненты относительного удлинения, ω — прогиб срединной поверхности. Подставляя формулы (17) в уравнения равновесия (15), получим:

$$r \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} - (\sin^2 \theta + \nu \cos^2 \theta) r \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{1-\nu}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial^2 v}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{\sin 2\theta}{R} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} \right) = -\frac{1+\nu}{2Eh} L_1^*(u, v, \omega),$$

$$r \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{3 \sin 2\theta}{R} \omega + \frac{2}{1-\nu} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \right.$$

$$\left. + (\cos^2 \theta + \nu \sin^2 \theta) \frac{1}{R} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \theta} \right] = -\frac{1+\nu}{Eh} h_2^*(u, v, \omega) \quad (18)$$

$$- D \Delta \Delta \omega + \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\sin^2 \theta}{R} \omega + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{u}{r} - \frac{\cos^2 \theta}{R} \omega \right) - \right.$$

$$\left. - (1-\nu) \cos^2 \theta \left(\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{u}{r} + \frac{\cos^2 \theta}{R} \omega \right) + \right.$$

$$\left. + (1-\nu) \sin 2\theta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} - \frac{\sin 2\theta}{R} \omega \right) \right] = -L_3^*(u, v, \omega).$$

В системе (18) выражения функций $L_1^*(u, v, \omega)$, $L_2^*(u, v, \omega)$ и $L_3^*(u, v, \omega)$, означающих пластическое состояние оболочки, ввиду громоздкости не приводятся. Решения уравнения (18) ищут при соответствующих граничных условиях. Если цилиндрическая оболочка ослаблена круговым отверстием радиуса r_0 то:

1. В случае свободного отверстия ($r = r_0$)

$$T_{rr} + T_{\theta\theta} = 0, T_{r\theta} + T_{\theta r}^0 - K_r H_{r\theta} = 0, N_r + \frac{1}{r} \frac{\partial H_{r\theta}}{\partial \theta} = 0, M_{rr} = 0 \quad (19)$$

2. Будем считать, что отверстие подкреплено абсолютно жестко по трубке таким образом, что передается только перерезывающая сила. Тогда граничные условия можно записать в следующем виде [5]:

$$u + u_0|_{r=r_0} = 0; \quad v + v_0|_{r=r_0} = 0; \quad \frac{\partial}{\partial r} (\omega + \omega_0)|_{r=r_0} = 0; \quad (20)$$

$$\int_0^{2\pi} \left[N_2(r_0, \theta) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} H_{r\theta}(r, \theta) \right] d\theta = -\pi r_0 p.$$

Здесь u_0, v_0, ω_0 — перемещения, соответствующие основному напряженному состоянию.

3. В случае осевого сжатия равномерно распределенной силы T_0

$$u + u_0|_{r=r_0} = 0, \quad v + v_0|_{r=r_0} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial r} (\omega + \omega_0)|_{r=r_0} = 0, \quad (21)$$

$$\int_0^\pi [(T_{rr} + T_{\theta\theta}^0) \sin \theta + (T_{r\theta} + T_{\theta r}^0) \cos \theta] d\theta = 21.$$

Решение конкретных задач будет изложено нами в последующих публикациях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лурье А. И. Статика тонкостенных упругих оболочек. Гостехиздат, 1948.
2. Василенко Н. Г. Напряженное состояние в цилиндрической оболочке, леной круговым отверстием. Канд. дисс. АПИ, 1953.
3. Фролов О. А. Тр. конф. по теории оболочек и пластин. Казань, 1961.
4. Гузь А. Н. Концентрация напряжений біля кругового отвору підкріпленого жорстким підрубом в циліндричній ортотропній оболонці. Доповіді АН Української РСР, 12, 1962.
5. Гузь А. Н. Приближенные решения задач о концентрации напряжений около отверстий в изотропных и ортотропных оболочках. Канд. дисс. Институт механики АН УССР, 1962.
6. Цурпал И. А., Шульга Н. А. "Прикладная механика", т. I, вып. 12, 1955.
7. Ильюшин Л. А. Пластичность. ГИИЛ, 1948.
8. Керимов Р. Ю., Хорошун Л. П. "Изв. АН. Азерб. ССР, серия физ.-техн. и матем. наук", 1965, № 3.
9. Гольденвейзер А. Л. Теория упругих тонких оболочек. ГИИ. 1953.
10. Ашмарин Ю. А. Тр. Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластинок Баку, 1966.

АзИНХ. им Д. Буниат-заде

Поступило 6. VII 1970

Р. Я. Керимов

Зейфләдилмиш цилиндрик өртүжүн еластик-пластики кәркинлик вәзијјәти

ХҮЛАСӘ

Мәгаләдә кичик еластик-пластики деформалар нәзәријјәсиндән истифадә едиләрәк гүввә вә моментләрин ифадәси чыхарылмыш цилиндрик өртүжүн орта сәтһи әјри хәтләр илә үст-үстә дүшмәдији һалда мұвазинәт тәнликләри јердәјишмәләрдә верилмишдир. Бундан әлавә, даирәви зейфләдилмә әтрафында кәркинлик вәзијјәтинин тәдгиги үчүн сәрһәд шәртләри кәстәрилмишдир.

.. С. АХУНДОВ, К. М. АБДУЛЛАЕВ, Ф. И. МАМЕДОВ

**ТЕРМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КОНЦЕНТРАТОВ
УМЯГЧЕННОЙ ВОДЫ КАСПИЙСКОГО МОРЯ ПРИ
ТЕМПЕРАТУРАХ ДО 325°C И ДАВЛЕНИЯХ ДО 300 БАР,
КОНЦЕНТРАЦИЯ 137 г/л.**

На вновь смонтированной экспериментальной установке, выполненной по методу постоянного пьезометра [1], были исследованы различные концентраты умягченной воды Каспийского моря. В настоящей статье, приведены плотности умягченной морской воды с содержанием 137 г/л. Экспериментальная установка проверялась путем измерения плотности обычной воды на изотермах 100, 200, 300°C до

Таблица 1

Взвешенные вещества	Отсутствует
Сухой остаток, мг/л	137000
Окисляемость, мг/л O ₂	Не обнаружена
Жесткость общая, мг-экв/л	24
Щелочность Ф. Ф. (общ.), мг-экв/л	00/00
HCO ₃ ⁻ , мг/л	0,0
SO ₄ ⁻²	21600
Cl ⁻	61100
SiO ₃ ⁻²	8,0
Fe ⁺³	0,8

давлений 300 бар. Экспериментальные данные по удельным объемам обычной воды сравнивались с данными международных скелетных таблиц [2]. Расхождения не превышали ± 0,05% во всем исследованном интервале температур и давлений. Температура измерялась двумя платиновыми термометрами сопротивлений с точностью до ± 0,01 — 0,02° С. Измерение давления в установке осуществлялось образцовыми грузопоршневыми манометрами МП-600 (класса точности ± 0,01%) и МП-60 (класса точности 0,05%).

Проба морской воды до исследования была специально обработана в лабораторных нонитовых фильтрах. Полученные данные приведены в табл. 1. Плотность исследуемой концентрации морской воды

Таблица 2

°C	ρ, г/см ³	t, °C	ρ, г/см ³
17,76	1,09647	25,60	1,09330
19,00	1,09602	26,20	1,09304
20,40	1,09548	26,80	1,09282
21,00	1,09521	27,40	1,09253
21,80	1,09488	28,00	1,09228
22,40	1,09455	28,40	1,09210
23,40	1,09422	28,75	1,09189
24,20	1,09388	29,60	1,09158
24,60	1,09362	30,30	1,09131
25,00	1,09356	30,80	1,09105

при атмосферном давлении измерялась пикнометрическим методом (табл. 2). Плотности, полученные на экспериментальной установке в интервале 25—325° С при давлении 1—300 бар, приведены в

Таблица 3

P, бар	ρ, г/см ³	P, бар	ρ, г/см ³	P, бар	ρ, г/см ³	P, бар	ρ, г/см ³
50°С		125°С		200°С		275°С	
299,94	1,0912	300,07	1,0462	299,98	0,9849	300,91	0,9073
250,01	1,0895	250,77	1,0444	265,02	0,9829	246,69	0,9027
196,88	1,0873	200,61	1,0421	221,44	0,9806	225,38	0,9009
150,00	1,0855	150,03	1,0399	188,01	0,9785	201,71	0,8988
119,85	1,0844	105,01	1,0380	152,51	0,9766	151,88	0,8943
79,91	1,0827	65,09	1,0361	100,96	0,9736	101,38	0,8895
27,262	1,0806	35,084	1,0348	53,180	0,9707	79,68	0,8875
5,136	1,0797	6,551	1,0335	15,816	0,9684	58,606	0,8853
75°С		150°С		225°С		300°С	
300,07	1,0783	300,07	1,0276	298,89	0,9608	300,03	0,8761
250,87	1,0765	248,87	1,0252	225,94	0,9564	250,23	0,8714
225,53	1,0755	200,43	1,0230	190,01	0,9542	230,14	0,8692
162,04	1,0731	163,17	1,0213	151,19	0,9516	206,45	0,8666
110,22	1,0708	121,99	1,0194	109,42	0,9487	181,39	0,8640
80,01	1,0695	74,84	1,0171	79,98	0,9468	154,22	0,8609
47,175	1,0684	44,871	1,0155	50,990	0,9448	121,99	0,8573
17,401	1,0671	13,586	1,0142	28,138	0,9430	84,75	0,8525
100°С		175°С		250°С		325°С	
300,01	1,0634	299,89	1,0071	299,98	0,9350	300,21	0,8425
250,45	1,0614	251,84	1,0047	258,50	0,9325	249,72	0,8356
205,08	1,0596	200,22	1,0022	216,26	0,9292	230,87	0,8334
159,61	1,0578	258,87	1,0002	186,96	0,9271	199,88	0,8288
106,72	1,0555	105,68	0,9974	156,08	0,9247	182,01	0,8264
75,20	1,0540	85,33	0,9963	106,17	0,9208	154,67	0,8221
52,342	1,0533	53,628	0,9947	73,49	0,9183	135,79	0,8188
17,071	1,0518	18,347	0,9928	40,150	0,9154	115,03	0,8151

табл. 3. При этом разброс данных по плотности не превышал 0,02—0,03%. Значения упругости паров умягченной морской воды при концентрации 137 г/л сведены в табл. 4.

Экспериментальные данные по плотности с погрешностью не более $\pm 0,39\%$ можно описать уравнением вида

$$P = \frac{BT^x - A}{v^4} + \frac{C}{v^8}, \quad (1)$$

где $A = 11515$, $B = 0,63202$, $C = 5685$, $x = 1,50000$.

На основании результатов эксперимента для давления насыщенных паров получено уравнение

$$\lg P = A - \frac{B}{T} - K(D - ET + FT^2), \quad (2)$$

в котором $A = 5342,1598 \cdot 10^{-3}$, $B = 1969,5108$, $D = 2223,1012 \cdot 10^{-3}$, $E = 9338,8863 \cdot 10^{-6}$, $F = 9807,4050 \cdot 10^{-9}$, $T = t + 273,15^\circ \text{K}$, $K = 1$ при $T < 473,15^\circ \text{K}$, $K = 0$ при $T \geq 473,15^\circ \text{K}$.

Таблица 4

$t, ^\circ\text{C}$	$P, \text{ бар}$	$V', \text{ см}^3/\text{г}$
100,00	—	0,9507
102,48	1,0000	—
125,00	2,1622	0,9672
150,00	4,569	0,9859
175,00	8,706	1,0070
200,00	15,122	1,0312
225,00	24,418	1,0591
250,00	37,758	1,0914
275,00	56,18	1,1293
300,00	80,49	1,1737
325,00	112,07	1,2253

Оно описывает экспериментальные данные во всем исследованном интервале температур с точностью до $\pm 0,25\%$. Удельные объемы на линии насыщения, рассчитанные по уравнению (1), приведены также в табл. 4. При этом давления насыщенных паров при различных температурах рассчитывались по уравнению (2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Рывкин С. Л., Ахундов Т. С., „Теплоэнергетика“, 1962, №1.
2. Международные скелетные таблицы термодинамических свойств воды и водяного пара 1963 г. „Теплоэнергетика“ 1964, №4.

Т. С. Ахундов, К. М. Абдуллаев, Ф. И. Маммадов

Хэзэр дэнизинин јумшалдымыш сујунун
концентратларынын 325°C температур вэ 300 бар
тэзјигэ гэдэр параметрлэрдэ термики
хассэлэри (137 г/л концентрасијасы)

ХУЛАСӘ

Тэдгигатда экспериментал јолла Хэзэр дэнизинин јумшалдымыш сујунун бухар еластиклији вэ $P-v-T$ асылылығы алынмышдыр. Верилмиш концентрасија үчүн һал вэ бухар еластиклији тәнликләри тәртиб едилмишдир.

Я. Б. КАДЫМОВ, Н. Л. ГУСЕЙНОВ

О НАИБОЛЬШЕМ ПЕРЕГРУЗОЧНОМ МОМЕНТЕ СИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ

Возбуждение маломощного синхронного двигателя без электромашиного возбудителя осуществляется посредством трансформирования тока статора через последовательные трансформаторы и выпрямления его посредством полупроводниковых выпрямителей [1].

Представленную на рис. 1 схему следует рассматривать как частный случай смешанного возбуждения синхронных двигателей с полупроводниковыми выпрямителями, где цепь параллельного возбуждения отсутствует [2]. К сожалению, синхронные двигатели последовательного возбуждения с полупроводниковыми выпрямителями обладают рядом весьма существенных недостатков, вследствие чего они не получили распространения. К недостаткам следует отнести отстающий

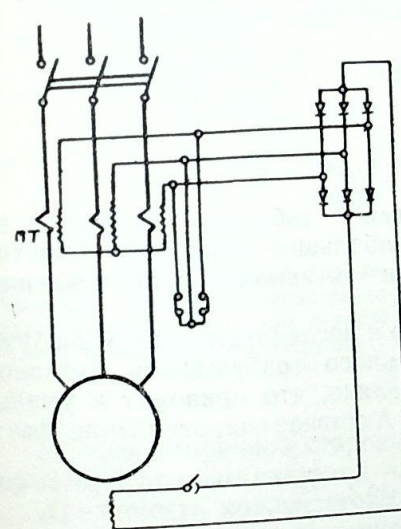


Рис. 1. Синхронный двигатель последовательного возбуждения без конденсаторов; ПТ—последовательный трансформатор.

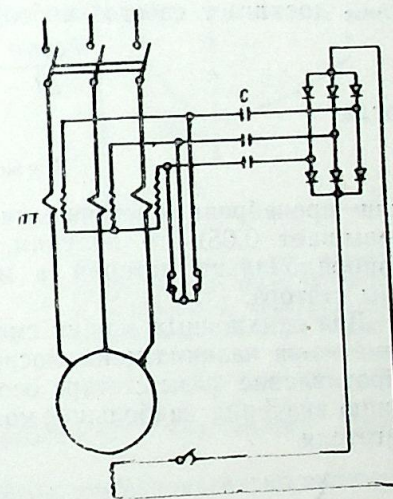


Рис. 2. Синхронный двигатель последовательного возбуждения с конденсаторами: ПТ—последовательный трансформатор, С—конденсаторы.

коэффициент мощности при малых нагрузках, возникновение самораскачивания и малый перегрузочный момент. Нами рассмотрена также схема последовательного возбуждения с конденсаторами и трансформаторами с насыщенным магнитопроводом (рис. 2). Эта схема исклю-

чает все основные недостатки синхронных двигателей последовательного возбуждения и позволяет резко увеличивать значение наибольшего перегрузочного момента.

Известно, что у синхронных машин малой и средней мощности активное сопротивление фазы статора сильно влияет на значение наибольшего перегрузочного момента. Это в первую очередь вызвано тем, что потери в машине, связанные с током статора, растут квадратичнее и быстрее, чем потребляемая из сети мощность.

Мощность на валу

$$P_2 = P_1 - aI^2 - b = UI \cos \varphi - aI^2 - b,$$

где P_1 — мощность, забираемая из сети;

P_2 — мощность на валу;

aI^2 — потери, пропорциональные току статора;

b — постоянные потери.

По угловой характеристике синхронной машины наибольшая мощность на валу имеет место при условии

$$\frac{dP_2}{d\theta} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{dP_2}{dI} = 0.$$

В этом случае

$$U \cos \varphi + UI \frac{d \cos \varphi}{dI} - 2Ia = 0.$$

$$\text{Обозначив } \frac{d \cos \varphi}{dI} = \gamma, \text{ имеем } I_{\text{макс}} = \frac{U \cos \varphi_{\text{макс}}}{2a - U\gamma},$$

$$P_{2\text{макс}} = \frac{U^2 \cos^2 \varphi_{\text{макс}}}{4a} \left[1 - \left(\frac{\frac{U\gamma}{2a}}{1 - \frac{U\gamma}{2a}} \right)^2 \right] - b;$$

$P_{2\text{макс}}$ достигает своего наибольшего значения, если

$$\gamma = \frac{d \cos \varphi}{dI} = 0, \text{ а } \cos \varphi = 1.$$

Тогда

$$P_{2\text{макс}} = \frac{U^2}{2a} = b. \quad (1)$$

Если пренебречь постоянными потерями b (обычно значение b не превышает 0,05), то получим, что наибольшая мощность обратно пропорциональна потерям в меди, или активному сопротивлению фазы статора.

Для синхронных машин смешанного и последовательного возбуждения из-за наличия цепи последовательного возбуждения активное сопротивление фазы статора особенно велико, что приводит к уменьшению значения наибольшей мощности. Активное сопротивление фазы двигателя

$$R = r_d + R_{\text{вх}} N_{\text{т}}^2 + 0,02 Z_n \frac{S_{\text{т}}}{S_d},$$

где r_d — активное сопротивление фазы статора;

$R_{\text{вх}}$ — входное сопротивление выпрямителя, нагруженного на ротор;

$N_{\text{т}}$ — коэффициент трансформации последовательно включенного трансформатора;

Z_n — сопротивление фазы двигателя;

S_d — мощность двигателя;

$S_{\text{т}}$ — мощность последовательно включенного трансформатора.

Входное сопротивление фазы двигателя

$$R_{\text{вх}} = \frac{1}{i_b} [0,555 i_b r_b + 1,3 \Delta U(i_b)],$$

где r_b — омическое сопротивление обмотки возбуждения,

i_b — ток возбуждения

$\Delta U(i_b)$ — фазное падение напряжения на выпрямителе цепи последовательного возбуждения.

Значение коэффициента трансформации последовательно включенного трансформатора при малых нагрузках должно быть наибольшим, что позволит получить опережающий $\cos \varphi$ начиная с холостого хода двигателя. Как видно из векторной диаграммы трансформатора, в режиме холостого хода (рис. 3)

$$N_{\text{т}} = \frac{I_{2\text{хх}}}{I_{1\text{хх}}} \frac{R_{\text{вх}}}{\sqrt{R_{\text{вх}}^2 + X_c^2}}.$$

Мощность трансформатора

$$S_{\text{т}} = 3 I_{2\text{хх}}^2 \sqrt{R_{\text{вх}}^2 + X_c^2},$$

где $I_{1\text{хх}}$ и $I_{2\text{хх}}$ — токи обмоток трансформатора в режиме холостого хода,

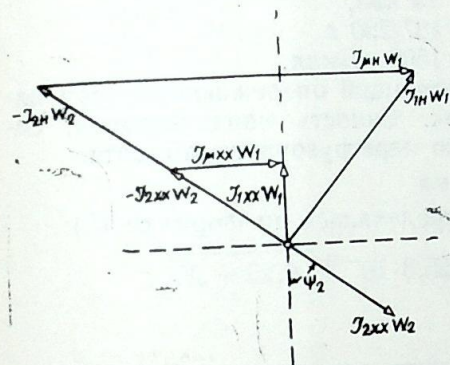


Рис. 3. Векторная диаграмма намагничивающих сил последовательного трансформатора в режимах холостого хода и номинальной нагрузки

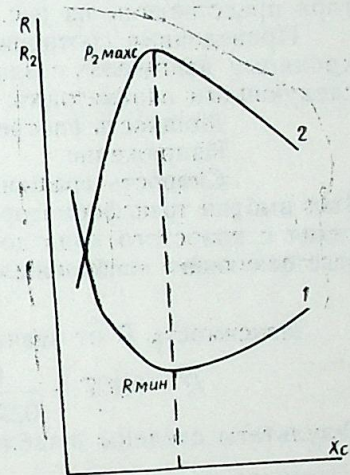


Рис. 4. Зависимость полного сопротивления фазы двигателя и наибольшей перегрузочной мощности от значения емкости конденсатора: 1 — сопротивление; 2 — наибольшая мощность.

$I_{2\text{н}}$ — ток вторичной стороны последовательно включенного трансформатора при номинальной нагрузке,
 X_c — емкость конденсатора одной фазы, последовательно включенного во вторую сторону трансформатора.

После подстановок имеем

$$R = r_d + R_{\text{вх}}^3 \frac{I_{2\text{хх}}^2}{I_{1\text{хх}}^2 (R_{\text{вх}}^2 + X_c^2)} + 0,6 Z_n \frac{I_{2\text{н}}^2 \sqrt{R_{\text{вх}}^2 + X_c^2}}{S_d}. \quad (2)$$

При отсутствии емкости

$$R = r_d + R_{\text{вх}} \frac{I_{2\text{хх}}^2}{I_{1\text{хх}}^2} + 0,6 Z_n \frac{I_{2\text{н}}^2 R_{\text{вх}}}{S_d}.$$

По условию $\frac{dR}{dX_c} = 0$ определяем значение X_c , соответствующее наи-

меньшей величине R :

$$X_c = \sqrt[3]{\frac{R_{вх}^6 \cdot I_{2хх}^2 \cdot S_d^2}{0,09 \cdot I_{1хх}^4 \cdot Z_n^2 \cdot I_{2н}^4}} - R_{вх}^2.$$

После подстановки определяем значение наименьшего сопротивления фазы двигателя, соответствующее наибольшему перегрузочному моменту синхронной машины:

$$R_{мин} = r_d + R_{вх} \frac{I_{2хх} \cdot I_{2н}}{I_{1хх} \sqrt[3]{\frac{I_{2хх}^2 \cdot S_d^2}{0,09 \cdot I_{1хх} \cdot Z_n^2 \cdot I_{2н}}}} + 0,6 Z_n \frac{I_n R_{вх}}{S_d} \sqrt[3]{\frac{I_{2хх}^2 \cdot S_d^2}{0,3 \cdot I_{1хх} \cdot Z_n^2 \cdot I_{2н}}}.$$

Включение в схему X_c вызывает уменьшение значения коэффициента трансформации последовательно включенного трансформатора, что приводит к уменьшению приведенного к первичной стороне входного сопротивления ($R_{вх} \cdot N_{тг}^2$). Зависимости сопротивления фазы двигателя и наибольшего перегрузочного момента от емкости конденсатора представлены на рис. 4.

Приведенные соотношения были проверены применительно к синхронному двигателю, созданному на базе синхронного генератора, со следующими параметрами:

Мощность (потребляемая) 15 ква,
Напряжение 127/220 в
Скорость вращения 1500 об/мин.

Был выбран трансформатор, обеспечивающий опережающий $\cos \varphi$ начиная с холостого хода до перегрузок. Емкость конденсаторов, соответствующая наибольшему значению перегрузочного момента:

$$X_c = 2,57 \text{ ом}$$

Зависимость R от значения X_c определялась по формуле (2):

$$R = 0,137 + \frac{0,22}{0,25 + X_c^2} + 25,3 \cdot 10^{-3} \sqrt{0,25 + X_c^2}.$$

Результаты сведены в таблицу.

X_c	0	1	2	2,5	3	4	5
R	1,06	0,342	0,237	0,23	0,235	0,251	0,272

Наибольший перегрузочный момент

$$P_{\text{макс}} \approx \frac{U^2}{4R} = \frac{1}{4 \cdot \frac{0,23}{3,38}} = 3,67$$

(где 3,38 — базисное сопротивление).

В заключение отметим, что наибольший перегрузочный момент описываемого двигателя, работающего по схеме последовательного возбуждения при отсутствии конденсаторов, не намного отличается от номинального момента. Из этого следует, что включением и правильным выбором емкости можно существенно увеличить наибольший перегрузочный момент. Техничко-экономические обоснования подтверждают перспективность предложенной схемы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Käßler F. Synchronmotor mit Reichschlup erregung Eund. M., Heft 7/8, 1942
2. Иносов В. Л., Крутикова В. Е. *Электричество*, 1956, № 6.

Поступило 22. XII

Л. Б. Гадимов, Н. Л. Нусејнов

Ардычыл тэ'сирләнмәли синхрон мұһәррикин
ән бөјүк артыг жүкләнмә моменти

ХҮЛАСӘ

Магаләдә ардычыл тэ'сирләнмәли синхрон мұһәррикләрин статор дөврәси мұғавимәтинин ән бөјүк артыг жүкләнмә моментинә тэ'сири верилмиш вә тутумун моментә тэ'сири шәрһ едилмишдир.

Бундан әлавә, тутумун ән бөјүк артыг жүкләнмә моментини тэ'мин едән гијмәтинин һесапланма үсулу тәклиф олунмушдур.

Б. А. АЗИМОВ, Ш. М. РАГИМОВ, А. А. КАСУМХАНЛЫ

УЧЕТ ЭФФЕКТА ДЖОУЛЯ—ТОМПСОНА ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТЕЙ В НЕИЗОТЕРМИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ ТЕЧЕНИЯ

В последнее время при разработке нефтяных месторождений с целью интенсификации добычи нефти часто применяется тепловое воздействие на нефтяные пласты. Чтобы оценить влияние этого метода на некоторые параметры фильтрации, важно определить температурное поле нефтяного пласта. Этому вопросу посвящено много работ, однако в них исследована только температура, возникающая при искусственно созданных условиях, и не учитываются естественные тепловые эффекты, к каковым относятся эффект Джоуля—Томпсона и температурный эффект адиабатического расширения пластовых жидкостей.

В работе [3] при определении температуры пласта учитывается тепловой эффект Джоуля—Томпсона при постоянстве скорости фильтрации, но не учитывая теплопроводные потоки тепла. Известно, что тепловой эффект Джоуля—Томпсона прямо пропорционален скорости фильтрации. Основная цель применения теплового воздействия на пласт заключается, в частности, в увеличении скорости фильтрации. Предполагается, что при этом эффект Джоуля—Томпсона оказывает влияние на температурный режим пласта и поэтому без предварительных исследований пренебрегать этим эффектом нежелательно.

Настоящая статья посвящена исследованию влияния эффекта Джоуля—Томпсона на температурное поле при тепловом воздействии с учетом переменной скорости фильтрации по времени.

Согласно [3] уравнение распространения тепла в изотропном нефтяном пласте без учета температурной зависимости тепловых свойств скелета породы и жидкости, а также адиабатического расширения последняя может быть записано в виде

$$c_n \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_n \operatorname{div} (\operatorname{grad} T) - c_{ж} \bar{v} \operatorname{grad} T - c_{ж} \epsilon \bar{v} \operatorname{grad} p, \quad (1)$$

где $c_{ж}$ —объемная теплоемкость жидкости, $\frac{\text{ккал}}{\text{м}^3 \cdot \text{град}}$;
 c_n —объемная теплоемкость насыщенной жидкостью породы, $\frac{\text{ккал}}{\text{м}^3 \cdot \text{град}}$;
 λ_n —теплопроводность насыщенной жидкостью пористой среды, $\frac{\text{ккал}}{\text{м} \cdot \text{сутки} \cdot \text{град}}$;

ϵ —коэффициент Джоуля—Томпсона, $\frac{\text{град}}{\text{ат}}$;

$\bar{v}$ —скорость фильтрации, $\frac{\text{м}}{\text{сутки}}$;

p —давление, ат;

T —температура, $^{\circ}\text{C}$.

Как указано выше, уравнение (1) надо решать при переменной скорости фильтрации по времени. Для этого требуется задание перепада давления постоянным. Из переменности скорости фильтрации вытекает переменность производительности скважины. При этом к уравнению (1) должно присоединиться уравнение движения. В этом случае определяется не только температура пласта в каждой его точке в любой момент времени и производительность скважин, но и появляется возможность непосредственно оценить эффективность данного метода путем подсчета дебита скважин. Рассмотрим однородный изотропный пласт мощностью H . Движение считаем плоскорадиальным, жидкость—несжимаемой, которая отбирается из скважины с объемным дебитом Q .

При этих предположениях уравнение неразрывности будет иметь вид

$$\frac{d}{dr} (rv_r) = 0, \text{ т. е. } v_r = \frac{Q}{2\pi Hr}. \quad (2)$$

По закону Дарси (с учетом того, что вязкость зависит от температуры T)

$$v_r = -\frac{\kappa}{\mu(T)} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (3)$$

где κ —абсолютная проницаемость пористой среды, $\mu(T)$ —вязкость жидкости. Учитывая, что движение является плоскорадиальным, уравнение (1) перепишем в виде

$$c_n \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_n \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) - c_{ж} v_r \frac{\partial T}{\partial r} - c_{ж} \epsilon v_r \frac{\partial p}{\partial r}. \quad (4)$$

Определяя из (3) $\frac{\partial p}{\partial r}$ и принимая во внимание выражение (2), получаем

$$c_n \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_n \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{Q c_{ж}}{2\pi Hr} \frac{\partial T}{\partial r} + c_{ж} \epsilon \left(\frac{Q}{2\pi Hr} \right)^2 \frac{\mu(T)}{\kappa}. \quad (5)$$

Поскольку решение (5) мы должны осуществить при переменном расходе Q , то надо иметь выражение для него, зависящее от температуры. Учитывая, что жидкость обладает структурно-механическими свойствами (является вязко-пластичной), закон Дарси (3) запишем в виде [2]:

$$\frac{Q}{2\pi Hr} = \frac{\kappa}{\mu(T)} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{\kappa \alpha \delta_d(T)}{\mu(T) V \kappa_b}, \quad (6)$$

где κ_b —воздухопроницаемость пористой среды;
 δ_d —динамическое предельное напряжение сдвига;
 α —постоянная, согласно [2] равна 0,0167.
Разделив (6) на переменные и интегрируя полученное выражение от R_c до R_k (p_c до p_k) до прогрева и после прогрева, получаем

$$Q = \frac{Q_0 \mu_0 \ln \frac{R_k}{R_c} + \frac{2\pi H a}{V \kappa_b} \int_{R_c}^{R_k} [\delta_0 - \delta_d(T) dr]}{\int_{R_c}^{R_k} \frac{\mu(T)}{r} dr} \quad (7)$$

где μ_0 — вязкость нефти до прогрева,
 Q_0 — производительность скважин до прогрева,
 δ_0 — динамическое предельное напряжение сдвига до прогресса,
 R_c, R_k — радиусы скважины и контура питания.

При тепловом воздействии в основном будут меняться вязкость нефти $\mu(T)$ и предельное динамическое напряжение сдвига $\delta_d(T)$. Зависимость этих величин от температуры может быть выражена аналитическими функциями, полученными на основании экспериментальных данных при помощи аппроксимации. Согласно [1] эти зависимости берем следующими:

$$\mu(T) = \mu_0 e^{-\frac{T-T_0}{T_*-T_0} \cdot \mu_*}, \quad (8)$$

$$\delta_d(T) = \delta_0 \left[1 + \delta_c \frac{T-T_0}{T_*-T_0} \right], \quad (9)$$

где

$$\bar{\mu}_c = \ln \frac{\mu_0}{\mu_*}; \quad \delta_c = \frac{\delta_*}{\delta_0} - 1;$$

μ_0, μ_* и δ_0, δ_* — вязкость нефти и динамическое предельное напряжение сдвига при температурах T_0 и T_* , соответственно;
 T_0 — первоначальная пластовая температура;
 T_* — характерная температура, выше которой вязкость нефти изменяется незначительно.

В качестве T_* — можно принимать максимальную температуру на стенке скважины, что и будем делать в дальнейшем.

Отметим, что зависимости (8) и (9) могут быть заданы в любом другом виде, вытекающем из практических приложений, но дальнейшие выкладки от этого не меняются.

Допустим, что первоначальная температура пласта равна T_0 . На стенке скважины поддерживается постоянная температура T_c . Пусть на условном контуре питания радиусом R_k задана производная температуры по координатам переменным и равна нулю (это означает, что контур питания непроницаем по отношению температуры). Значит уравнение (5) с учетом (7) нужно решать при следующих начальных и граничных условиях*:

$$\left. \begin{aligned} t=0, & \quad T(r, 0) = T_0 \\ r=R_c, & \quad T(R_c, t) = T_c \\ r=R_k, & \quad \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_k} = 0. \end{aligned} \right\} \quad t > 0 \quad (10)$$

Введем безразмерные величины:

$$u = \frac{T-T_0}{T_c-T_0}; \quad x = \frac{r}{R_c}; \quad q = \frac{c_{ж} Q}{2\pi H \lambda_n}; \quad \tau = \frac{\lambda_n t}{c_n R_c^2};$$

$$f(u) = \frac{\mu(u)}{\mu_0}; \quad F(u) = q(u),$$

* Третье условие не полностью отражает природу данного процесса. Для этого целесообразно использовать тепловой баланс.

Тогда (5) и (10) будут иметь вид:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1+F(u)}{x} \frac{\partial u}{\partial x} + a \left[\frac{F(u)}{x} \right]^2 f(u), \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} u(x, 0) &= 0, \\ u(1, \tau) &= 1, \\ \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=x_k} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где

$$a = \frac{\varepsilon \lambda_n \mu_0}{c_{ж} \kappa (T_c - T_0)}; \quad x_k = \frac{R_k}{R_c}$$

Принимая во внимание введенные безразмерные величины, перепишем (8) и (9) (учитывая $T_* = T_c$):

$$f(u) = \frac{\mu(u)}{\mu_0} = e^{-\bar{\mu}_c u} \quad (13)$$

$$\frac{\delta_d(u)}{\delta_0} = 1 + \delta_c u, \quad (14)$$

Учитывая все эти величины в (7), получим

$$q(u) = F(u) = \frac{q_0 \ln x_k - b \delta_c \int_1^{x_k} u(x, \tau) dx}{\int_1^{x_k} \frac{f(u)}{x} dx}, \quad (15)$$

где

$$q_0 = \frac{Q_0 c_{ж}}{2\pi H \lambda_n}, \quad b = \frac{0,0167 \cdot \kappa \cdot c_{ж} R_c \delta_0}{\mu_0 \lambda_n V \kappa_b}.$$

Как видно из (13) и (15), $f(u)$ является функцией от u , а $F(u)$ — результатом действия оператора на функцию u .

Решение уравнения (11) с условиями (12) и с учетом (13), (14) и (15) методами классического анализа невозможно. Поэтому в данном случае применим конечно-разностный метод с последующим использованием быстродействующих электронно-вычислительных машин. Разделим промежуток $[1, x_k]$ на N частей точками x_i ($i = 0, 1, \dots, N$). Длину каждой части обозначим через h_i , тогда

$$h_i = x_{i+1} - x_i, \quad x_0 = 1, \quad x_N = x_k.$$

Берем шаг по времени переменным и обозначим его через l_j , тогда $\tau_{j+1} = \tau_j + l_j, \quad \tau_0 = 0$.

Для каждой точки (x_j, τ_j) пласта заменим производные по x их разностями. Учитывая переменность шага по x и обозначив через $u_{ij} = u(x_i, \tau_j)$, получаем:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{ij} = (\Delta_x u)_{ij} = \frac{h_i u_{i+1j} + (h_{i+1} - h_i) u_{ij} - h_{i+1} u_{i-1j}}{2h_i h_{i+1}} + O(h_{i+1} - h_i);$$

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)_{ij} = (\Delta_x^2 u)_{ij} = \frac{h_i u_{i+1j} - (h_{i+1} + h_i) u_{ij} + h_{i+1} u_{i-1j}}{\frac{1}{2} h_i h_{i+1} (h_{i+1} + h_i)} + O(h_{i+1} - h_i).$$

Отметим, что при $h_i = h_{i+1} = h$ эти выражения будут иметь погрешность порядка $O(h^2)$.

Заменим производные в (11) их разностями, предложенными Крапк-Никольсоном:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial x} &\approx \frac{1}{2} (\Delta_x u_{ij+1} + \Delta_x u_{ij}), \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &\approx \frac{1}{2} (\Delta_x^2 u_{ij+1} + \Delta_x^2 u_{ij}), \\ \frac{\partial u}{\partial t} &\approx \frac{u_{ij+1} - u_{ij}}{l_j}.\end{aligned}$$

Коэффициенты и свободный член в (11) вычислим в точке $(x_i, \tau_j + \frac{1}{2}l_j)$.

Для этого нужно знать значения u в этой точке. Используя трехточечную явную схему с шагом $1/2l_j$ по времени, из (11) будем иметь

$$\begin{aligned}u_{ij+1/2} = & \left[\frac{l_j}{h_{i+1}(h_i + h_{i+1})} + \frac{(1 + F_{ij})l_j}{4x_i h_{i+1}} \right] u_{i+1j} = \left[1 - \frac{l_j}{h_i h_{i+1}} + \right. \\ & + \left. \frac{(h_{i+1} - h_i) l_j (1 + F_{ij})}{4x_i h_i h_{i+1}} \right] u_{ij} + \left[\frac{l_j}{h_i (h_{i+1} + h_i)} - \frac{(1 + F_{ij})l_j}{4x_i h_i} \right] u_{i-1j} + \\ & + a \frac{l_j}{2} \left[\frac{F_{ij}}{x_i} \right]^2 \cdot f_{ij},\end{aligned}\quad (16)$$

где

$$F_{ij} = F(u_{ij}), \quad f_{ij} = f(u_{ij}), \quad i = 1, 2, \dots, N-1.$$

Начальные и граничные условия будут:

$$\left. \begin{aligned}u_{i0} &= 0, \\ u_{0j} &= 1, \\ u_{Nj} &= \frac{h_N}{h_{N-1}} u_{N-2j} - \frac{h_N - h_{N-1}}{h_{N-1}} u_{N-1j}.\end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Применяя метод трапеции к вычислению интегралов в (15) и используя узлы данной сетки для $F(u_{ij})$, получим

$$F_{ij} = F(u_{ij}) = \frac{F(u_0) \ln x_k + \frac{b}{2} \sum_{i=1}^N (u_{i-1j} + u_{ij}) h_i}{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left[\frac{f(u_{i-1j})}{x_{i-1}} + \frac{f(u_{ij})}{x_i} \right] h_i} \quad (18)$$

где $f(u_{ij}) = e^{-\mu_c u_{ij}}$.

Заменяя значения $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ и $\frac{\partial u}{\partial t}$ их разностями, запишем конечно-разностный аналог уравнения (11) в следующем виде:

$$\begin{aligned}- \left[\frac{1}{h_{i+1}(h_i + h_{i+1})} + \frac{1 + F_{ij} + 1/2}{4x_i h_{i+1}} \right] u_{i+1j+1} + \left[\frac{1}{l_j} + \frac{1}{h_i h_{i+1}} - \right. \\ \left. - \frac{(1 + E_{ij} + 1/2)(h_{i+1} - h_i)}{4x_i h_i h_{i+1}} \right] u_{ij+1} - \left[\frac{1}{h_i (h_i + h_{i+1})} - \right. \\ \left. - \frac{1 + F_{ij} + 1/2}{4x_i h_i} \right] u_{i-1j+1} = \left[\frac{1}{h_{i+1}(h_i + h_{i+1})} + \frac{1 + F_{ij} + 1/2}{4x_i h_{i+1}} \right] u_{i+1j} + \\ + \left[\frac{1}{l_j} - \frac{1}{h_i h_{i+1}} + \frac{(1 + F_{ij} + 1/2)(h_{i+1} - h_i)}{4x_i h_i h_{i+1}} \right] u_{ij} + \left[\frac{1}{h_i (h_i + h_{i+1})} - \right. \\ \left. - \frac{1 + F_{ij} + 1/2}{4x_i h_i} \right] u_{i-1j} + a \left[\frac{F_{ij} + 1/2}{x_i} \right] f_{ij} + 1/2.\end{aligned}$$

Обозначив правую часть этого равенства через Φ_{ij} и введя обозначения

$$\begin{aligned}a_{ij} &= \frac{1}{h_{i+1}(h_{i+1} + h_i)} + \frac{1 + F_{ij}}{4x_i h_{i+1}}, \\ b_{ij} &= \frac{1}{h_i (h_i + h_{i+1})} - \frac{1 + F_{ij}}{4x_i h_i}, \\ c_{ij} &= \frac{1}{l_j} + \frac{1}{h_i h_{i+1}} - \frac{(h_{i+1} - h_i)(1 + E_{ij})}{4x_i h_i h_{i+1}}, \\ \bar{c}_{ij} &= \frac{1}{l_j} - \frac{1}{h_i h_{i+1}} + \frac{(h_{i+1} - h_i)(1 + F_{ij})}{4x_i h_i h_{i+1}},\end{aligned}$$

находим

$$-a_{ij} + \frac{1}{2} u_{i+1j+1} + c_{ij+1/2} u_{ij+1} - b_{ij+1/2} u_{i-1j+1} = \Phi_{ij}. \quad (19)$$

В соответствующих обозначениях выражение (16) имеет вид

$$u_{ij+1/2} = l_j \left[a_{ij} u_{i+1j} + \bar{c}_{ij} u_{ij} + b_{ij} u_{i-1j} + \frac{a}{2} \left(\frac{F_{ij}}{x_i} \right)^2 f_{ij} \right]. \quad (20)$$

К решению системы алгебраических уравнений (19) применим метод прогонки [4]. Для этого полагаем

$$u_{ij+1} = A_{ij+1} u_{i+1j+1} + B_{ij+1}. \quad (21)$$

Тогда

$$u_{i-1j+1} = A_{i-1j+1} u_{ij+1} + B_{i-1j+1}.$$

Подставляя эти выражения в (19), получим

$$a_{ij+1/2} u_{i+1j+1} + c_{ij+1/2} u_{ij+1} - b_{ij+1/2} A_{i-1j+1} u_{ij+1} + b_{ij+1/2} B_{i-1j+1} = \Phi_{ij}.$$

Отсюда для A_{ij+1} и F_{ij+1} находим

$$\left. \begin{aligned}A_{ij+1} &= \frac{a_{ij+1/2}}{c_{ij+1/2} - b_{ij+1/2} A_{i-1j+1}}, \\ B_{ij+1} &= \frac{\Phi_{ij} + b_{ij+1/2} B_{i-1j+1}}{c_{ij+1/2} - b_{ij+1/2} A_{ij+1}}.\end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Из (21) при $i = 0$, используя первое граничное условие из (12), получим

$$1 = A_{0j+1} u_{1j+1} + B_{0j+1},$$

Отсюда

$$A_{0j+1} = 0, \quad B_{0j+1} = 1.$$

Используя эти начальные данные по (22), вычисляем все A_{ij+1} и B_{ij+1} и тем самым осуществляем прямую прогонку.

Второе граничное условие (12) в конечно-разностном виде будет $u_{Nj} = u_{N-1j}$. Выражение (21) запишем для $i = N-1$:

$$u_{N-1j+1} = A_{N-1j+1} u_{Nj+1} + B_{N-1j+1},$$

Учитывая $u_{Nj+1} = u_{N-1j+1}$, получим

$$u_{N-1j+1} = u_{Nj+1} = \frac{B_{N-1j+1}}{1 + A_{N-1j+1}}.$$

Принимая во внимание это значение по (21), вычисляем все u_{ij+1} и этим заканчиваем обратную прогонку. Допустим, что для слоя $j-20$ найдены все значения u_{ij} ($i = 0, 1, 2, \dots, N$). По формуле (20) вычисляем $u_{ij+1/2}$ ($i = 0, 1, \dots, N$) и по формуле (18) — значения $F_{ij+1/2}$. При известных $F_{ij+1/2}$ и $u_{ij+1/2}$ можем вычислить все коэффициенты $b_{ij+1/2}$, $c_{ij+1/2}$ и Φ_{ij} и тем самым по формуле (22) осуществить прямую прогонку. После этого зная A_{ij+1} , B_{ij+1} ($i = 1, \dots, N$) по формуле (21), осуществляем обратную прогонку и находим значения u во временном слое $j+1$ для всех точек сетки. Далее этот процесс продолжаем до нужного нам значения.

По вышеприведенному алгоритму произведен расчет одного конкретного примера. Для этого были взяты следующие числовые значения

параметров пласта и жидкости: $q_0 = 0,5$, $\bar{\mu}_c = \ln \frac{\mu_0}{\mu_c} = 2$, $b = 0$ (не учтено структурно-механическое свойство жидкости);
 $x_k = 506$, $h_0 = 0,1$, $x_0 = 1$, $\tau_0 = 0,02$.

Таблица 1

τ	$a = 0,05$	$a = 5$
1	0,5701	0,5701
10	0,6499	0,6500
20	0,6839	0,6843
30	0,7065	0,7069
40	0,7239	0,7244
50	0,7380	0,7388
60	0,7502	0,7512

Таблица 2

$\tau = 20$		
x	$a = 0,05$	$a = 5$
2	0,8729	0,8729
4,6	0,5653	0,5655
10,1	0,1472	0,1475
12,9	0,0565	0,0568

$\tau = 40$		
x	$a = 0,05$	$a = 5$
2	0,9094	0,9095
4,6	0,6830	0,6832
10,1	0,3037	0,3041
12,9	0,1756	0,1761

$\tau = 60$		
x	$a = 0,05$	$a = 5$
2	0,9257	0,9257
4,6	0,7378	0,7380
10,1	0,3996	0,4000
12,9	0,2773	0,2780

Вычисления производились при нескольких значениях параметра a , который линейно зависит от коэффициента Джоуля—Томпсона (табл. 1 и 2). В табл. 1 приведены значения производительности скважин в зависимости от времени при значениях коэффициента $a = 0,05$; $a = 5$.

Как видно из таблицы, коэффициент a на величину дебита скважин при малых значениях τ существенного влияния не оказывает. При больших значениях τ это влияние будет большим. То же самое можно сказать о температуре, анализируя табл. 2.

ЛИТЕРАТУРА

1. Азимов Б. А., Рагимов Ш. М., Гаджибалаев Г. Ш. Применение математических методов и ЭЦВМ к решению некоторых задач разработки нефтяных месторождений.
2. Султанов Б. И. Исследование вопросов фильтрации в пористой среде нефтей и масел, обладающих механическими свойствами. Канд. дисс., 1962.
3. Чекалюк Э. Б. Термодинамика нефтяного пласта. Изд-во "Недра", 1965.
4. Рихтмайер Р. Д. Разностные методы решения краевых задач. НЛ, 1960.

АзНИПИнефть

Поступило 10. II 1971

Б. А. Эзимов, Ш. М. Рәхимов, А. А. Гасымханлы

Гејри-изотермик ахын шәраитиндә мајеләрин сүзүлмәси вахты
 Чоул-Томпсон ефектинин нәзәр алынмасы

ХҮЛАСӘ

Мәгаләдә лаја исти маје вурулмасы вә онун орадан чыхарылмасы вахты тәбии Чоул-Томпсон истилик ефектинин нефть лајынын истилик сәһәсинә тәсириндән бәһс едилмишдир. Бу мәсәлә икинчи тәртиб төрәмәли гејри-хәтти диференсиал тәнликлә ифадә олунур. Алынған электрон-һесаблама машыналарынын көмәклији илә гејри-ашкар сонлу фәргләр схеми тәтбиг едилмишдир.

Я. Б. КАДЫМОВ, Н. Л. ГУСЕИНОВ

СИНХРОННЫЙ ДВИГАТЕЛЬ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ С ПОЛУПРОВОДНИКОВЫМИ ВЫПРЯМИТЕЛЯМИ

Синхронные генераторы с полупроводниковыми выпрямителями в последние годы находят все более широкое применение. Отсутствие дорогостоящего и ненадежного электромашинного возбудителя, высокие технико-экономические показатели делают эти машины особенно ценными в диапазоне малых мощностей. Аналогично изготовленные синхронные двигатели без машинных возбудителей (машины с трехобмоточными трансформаторами системы Юдицкого и с механическими выпрямителями, двигатели смешанного возбуждения и т. д.) имеют относительно невысокую стоимость и хорошие показатели.

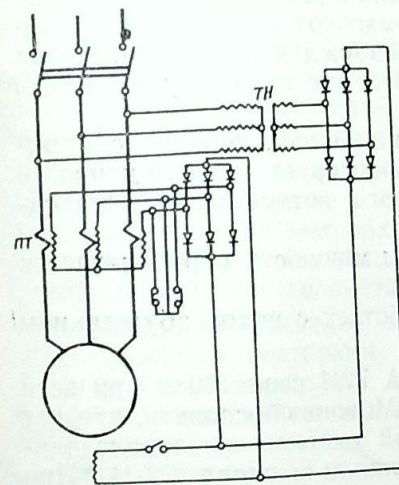


Рис. 1. Синхронный двигатель смешанного возбуждения: ПТ—последовательный трансформатор; ТН—трансформатор напряжения

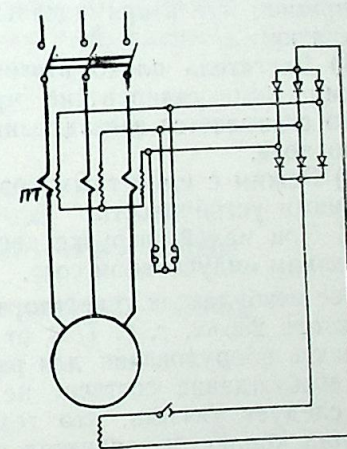


Рис. 2. Синхронный двигатель последовательного возбуждения без конденсаторов

За границей не ослабевает интерес к синхронизации асинхронных электродвигателей. Как в нашей стране, так и за рубежом продолжают работы по созданию и усовершенствованию систем автоматического регулирования возбуждения синхронных двигателей без электромашинных возбудителей. Находят распространение и усовершенствуются системы с использованием импульсного управления ионными преобразователями с вентильно-контактными регуляторами,

с механическими выпрямителями, двигателями смешанного возбуждения и т. д.

Двигатели смешанного возбуждения (рис. 1) имеют самостоятельные блоки напряжения и тока [1]. При холостом ходе возбуждение обеспечивается трансформатором параллельного подключения и выпрямительным устройством. С изменением нагрузки двигателя трансформатор последовательного тока возбуждения двигателя, создает хампервитки, что, регулируя ток возбуждения двигателя, создает хорошие режимы с точки зрения использования и устойчивости. Наличие трансформаторов тока (компаундирование) автоматически поддерживает высокий $\cos \varphi$ при изменении нагрузки, повышает среднегодовой к. п. д. и перегрузочную способность.

Системы смешанного возбуждения выполняются по схемам раздельного выключения обмоток (двигатель имеет две обмотки возбуждения и два блока выпрямителей), фазового компаундирования (один блок выпрямителей) и простого компаундирования (самостоятельные блоки напряжения и тока питают обмотку возбуждения).

Расчеты и эксперименты показывают, что при простом компаундировании мощность трансформатора напряжения составляет 50—70% от всей мощности возбуждения машины. Трансформатор тока, естественно, имеет всего 50—30% мощности возбуждения машины и при холостом ходе и малых нагрузках играет второстепенную роль.

При всей простоте и преимуществах синхронных двигателей смешанного возбуждения над системами с электромашинами возбуждения следует отметить относительную нежелательность двух систем возбуждения (систем возбуждения и тока). Исключение трансформаторов тока (последовательных трансформаторов) недопустимо, ибо это вызывает ухудшение технико-экономических и рабочих характеристик машин. Исключение из системы трансформаторов напряжения приводит схему к системе последовательного возбуждения (рис. 2). Сразу оговоримся, что и при идеальной простоте эта схема будет иметь недостатки:

1) Двигатель плохо втягивается в синхронизм, ибо при синхронизации компаундирование чрезмерно форсирует возбуждение и сильно сказывается запаздывание магнитного потока ротора относительно тока.

2) Режим с емкостным коэффициентом мощности ограничивается условиями устойчивости.

3) При малой нагрузке двигатель работает с недовозбуждением при низком индуктивном $\cos \varphi$.

Вес возбуждителя генератора типа МСА 72/4 равен 40 кг при весе генератора 235 кг, т. е. 17% от его веса. Можно обосновать, что вес комплекта оборудования для разработанной системы последовательного возбуждения составит не более 22 кг, т. е. около 9,5%. При этом следует указать, что технология изготовления возбуждителей, имеющих коллектор, значительно сложнее изготовления трехфазных трансформаторов. Простота технологии, меньший вес и высокая надежность доказывают преимущества двигателя с последовательным возбуждением. С применением германиевых выпрямителей габариты и вес приставки значительно сокращаются. К. п. д. германиевых выпрямителей $\eta = 0,95—0,98$, что значительно выше, чем у селеновых.

За границей тоже были сделаны попытки—создать синхронные двигатели последовательного возбуждения. Кюблер в 1942 г. рассмотрел работу двигателя последовательного возбуждения [2], которому были присущи вышеперечисленные недостатки. Кроме того, Кюблер в теоретической части своего труда пользуется круговой диаграммой без учета насыщения, что приводит к весьма неверным выводам о

зоне устойчивости. Указанные выше три дефекта могут быть устранены, если ко вторичной стороне трансформаторов подключить конденсаторы и магнитопровод трансформаторов выполнить с воздушным зазором.

Как показывают расчеты, в большинстве случаев наличие воздушного зазора магнитопровода трансформатора не обязательно.

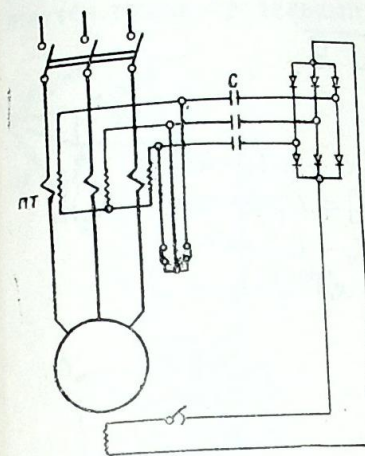


Рис. 3. Синхронный двигатель последовательного возбуждения с конденсаторами; С—конденсаторы.

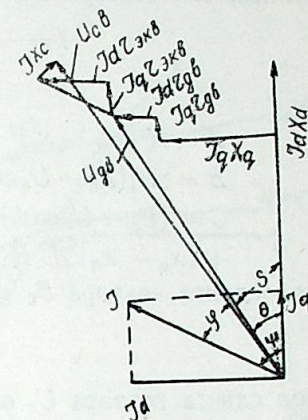


Рис. 4. Векторная диаграмма синхронного двигателя с конденсаторами.

На рис. 3 представлена схема серийного СД с конденсатором. Статические характеристики электродвигателя вычисляются по методике, принятой для двигателей со смешанным возбуждением, с учетом изменений, вносимых в схему наличием емкости.

Условные обозначения:

- U_c —напряжение сети,
- U_g —напряжение на зажимах двигателя,
- I_q —поперечная составляющая тока статора,
- I_d —продольная составляющая тока статора,
- x_c —приведенное значение сопротивлений конденсаторов,
- α —угол между векторами U_c и I ,
- δ —угол сдвига вектора э. д. с. относительно напряжения U_c ,
- ϕ —угол между векторами E_d и I ,
- P —суммарная мощность,
- $P_{эм}$ —электромагнитная мощность,
- $P_{ст}$ —потери в стали,
- x_d —продольная реактивность,
- x_q —поперечная реактивность,
- E_0 —э. д. с.,
- K —коэффициент компаундирования,
- R —сопротивление фазы статора.

Векторные диаграммы электродвигателя при наличии и отсутствии емкости показаны на рис. 4 и 5. При наличии конденсаторов из векторной диаграммы имеем:

$$\begin{cases} U_c \sin \delta = I_q x_q + I_d R - I_q x'_c = I_q (x_q - x'_c) + I_d R, \\ U_c \cos \delta = E_d - I_d x_d + I_q R + I_d x'_c = E_d - I_d (x_d - x_0) + I_q R. \end{cases}$$

Продольная составляющая тока статора

$$I_d = \frac{E_d(x_a - x'_c) - U'_c(x_q - x'_c) \cos \delta + U_c R \sin \delta}{(x_d - x'_c)(x_q - x'_c) + R^2}.$$

Поперечная составляющая тока статора

$$I_q = \frac{U_c R \cos \delta - E_d R + U_c (x_d - x'_c) \sin \delta}{(x_d - x'_c)(x_q - x'_c) + R^2}.$$

Полный ток статора

$$I = -\frac{B}{2A} \pm \sqrt{\left(\frac{B}{2A}\right)^2 - \frac{C}{A}},$$

где

$$\begin{aligned} A &= K^2[(x_q - x'_c)^2 + R^2] - [(x_q - x'_c)(x_d - x'_c) + R^2]^2, \\ B &= \varepsilon K[(E_0 - U_c \cos \delta) [(x_q - x'_c)^2 + R^2] + U_c R \sin \delta (x_q - x_d)], \\ C &= (E_0 - U_c \cos \delta) \{[(x_q - x'_c) + R^2] (E_0 - U_c \cos \delta) + \\ &+ (x_q - x_d) 2U_c R \sin \delta\} + [R^2 + (x_d - x'_c)^2] U_c^2 \sin \delta. \end{aligned}$$

Угол сдвига вектора E_d относительно I

$$\psi = \arcsin \frac{I_d}{I}.$$

Угол сдвига вектора U_c относительно I

$$\varphi = \psi - \delta.$$

Напряжение на зажимах статора двигателя

$$U_{\sigma} = \sqrt{(I_q r_d + I_q x_d)^2 + (E_d - I_d x_d + I_q r_g)^2}.$$

Мощность

$$P = U_c I \cos \varphi - I^2 R$$

больше мощности вращающегося магнитного потока на величину потерь в стали статора

$$P = P_{ay} + P_{cr}.$$

Для двигателей с неявнополюсным ротором коэффициенты упрощаются:

$$A = K^2 - (x_d - x'_c)^2 - R^2,$$

$$B = 2K(E_0 - U_c \cos \delta),$$

$$C = E_0^2 - 2E_0U_c \cos \delta + U_c^2.$$

Продольная составляющая тока статора

$$I_d = \frac{E_d(x_d - x'_c) - U_c(x_d - x'_c) \cos \delta + U_c R \sin \delta}{(x_d - x'_c)^2 + R^2}$$

По вышеприведенным формулам, зная величины x_d, E_0, K, R и x_c , можно определить интересующие нас параметры $I, P, \cos \varphi, U_0$ и т. д.

Сравнение выражений токов, полученных при наличии и отсутствии емкости, показывает, что первые могут быть получены от вторых посредством замены реактантов x_d и x_q величинами $(x_d - x'_c)$ и $(x_q - x'_c)$. Рабочие характеристики двигателя приведены на рис. 6. После доводки двигателя

Последовательные трансформаторы схем смешанного возбуждения обычно не насыщены. Во многих режимах индукция в магнитопроводе не превышает 10000 гс, т. е. между индукцией и намагничивающей силой сохраняется прямолинейная зависимость. Включение емкости во вторичную сторону серийного трансформатора увеличивает индукцию сердечника, действуя намагничивающе. Выбор элементов схемы возбуждения и расчет ее регулировочной характеристики выполняет-

ся по принятой для схем последовательно включенного трансформатора.

Активное сопротивление фазы двигателя (R) зависит от емкости и при определенной величине достигает своего наименьшего значения. Это соответствует наибольшему опрокидывающему моменту P_2 (рис. 7). Вследствие насыщения последовательного трансформатора с увеличением нагрузки фактический коэффициент компаундирования (K_f) уменьшается. С насыщением магнитопровода двигателя уменьшается также предельный коэффициент компаундирования ($K_{пред}$).

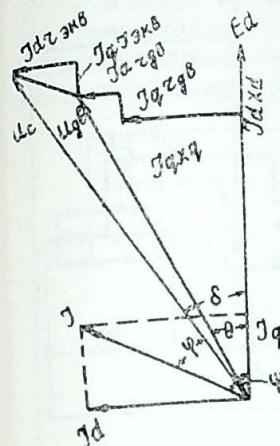


Рис. 5. Векторная диаграмма синхронного двигателя без конденсатора.

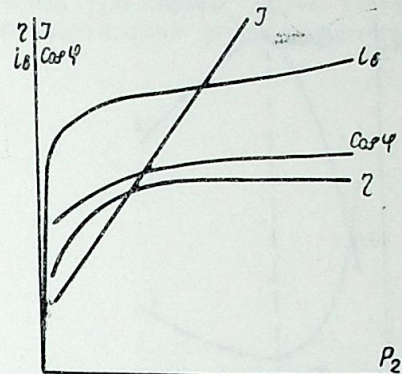


Рис. 6. Рабочие характеристики двигателя.

Отсутствие самораскачивания ротора и устойчивая работа определяются знаком диссипативной функции свободного движения ротора. Для обеспечения устойчивой работы при всех режимах нагрузки фактический коэффициент компаундирования должен быть меньше своего предельного значения:

$$K_{\Phi} \leq \frac{I_z^2}{E_d \left[I + \frac{z^2 \frac{x_d'}{x_d - x_d} + R^2}{x_d (x_d \sin \delta + R \cos \delta)} \sin \delta \right] - U_c \cos \delta}$$

Процесс втягивания в синхронизм двигателя изучается методом интегральных кривых (методом координатной сетки). В момент пуска желательно выпрямители выключать, а вторичную сторону трансформаторов закорачивать. В начале синхронизации выпрямители должны питаться по двухфазной схеме, что исключает вероятность чрезмерного компаундирования. Представленные векторные диаграммы аналогичны диаграммам электродвигателя со смешанным возбуждением.

Полученная схема обеспечивает высокую над

1. Этот двигатель имеет значительную динамическую и статическую перегружаемость и достаточно большой входной момент.
2. Может работать в режиме ударных и пульсирующих нагрузок.
3. В широком диапазоне изменения нагрузок работает с опережающим коэффициентом мощности.
4. Нет необходимости в форсировке по напряжению ибо даже при номинальной нагрузке на валу не выпадает из синхронизма при зна-

чительных падениях напряжения. С понижением напряжения увеличивает отдачу реактивной энергии.

5. Воздушный зазор значительно меньше, чем у двигателя с машинным выпрямителем. Выбор воздушного зазора производится исходя из условий допускаемой величины добавочных потерь и механической надежности. Устойчивость определяется схемой и коэффициентом компаундирования. Безынерционность значительно повышает динамическую устойчивость.

6. Имеет высокий коэффициент полезного действия и хорошие пусковые характеристики.

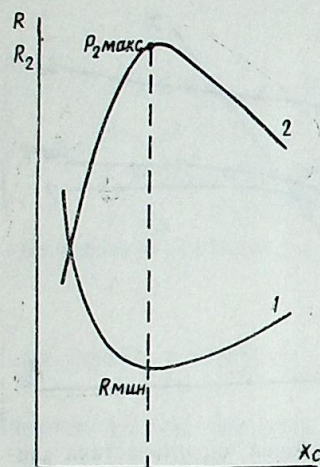


Рис. 7. Зависимость наибольшего опрокидывающего момента и сопротивлений фазы двигателя от значений емкости

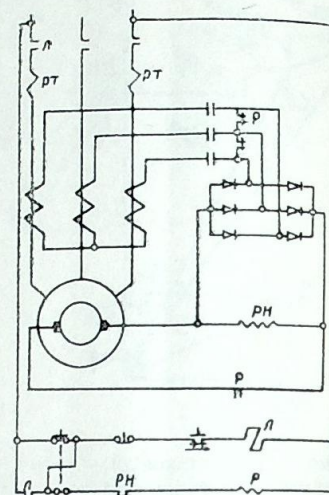


Рис. 8. Схема автоматического пуска и синхронизации двигателя: РТ—реле тока; РН—реле напряжения; С—конденсаторы

Операции пуска и синхронизации просты (рис. 8.) Конденсаторы, устраняя запаздывания, способствуют росту входного момента. Промышленные испытания изготовленного синхронного двигателя полностью подтвердили правильность теоретических выводов.

Наши предложения могут быть использованы электромашиностроительными заводами при проектировании серий синхронных электродвигателей мощностью до 100 кВт и выше с полупроводниковыми выпрямителями. Причем базой для освоения двигателей могли бы служить хорошо освоенные серии синхронных генераторов. Предложенная схема последовательного возбуждения интересна еще и тем, что все предыдущие попытки, сделанные как в Советском Союзе, так и за его пределами (Кюблер и др.), по созданию синхронного двигателя последовательного возбуждения не увенчались успехом. Только включение в цепь возбуждения маломощных конденсаторов и учет степени насыщения магнитопровода трансформаторов позволили создать высокоэффективный синхронный двигатель последовательного возбуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Иносов В. Л. и Крутикова В. Е. „Электричество“, 1956, № 6.
2. Kubler E. Synchronmotor mit Reichschub erregung E und M., Heft 7/8 1942.

Поступило 30. XII 1970

Л. Б. Гадимов, Н. Л. Гусейнов

Жарымкечиричи дүзлэндиричиләрлә ишләжән ардычыл тә'сирләнмәли синхрон мұһәррик

ХҮЛАСӘ

Жарымкечиричи дүзлэндиричиләрлә ишләжән ардычыл тә'сирләнмәли синхрон мұһәррикләр аз дајаныглы ишләјир вә пис ишчи характеристикаларына маликдир,

Мәгаләдә ардычыл трансформаторларын икинчи тәрәфләринә конденсатор гошмаг јолу илә дајанаглылығын јүксәлмәси, ишчи характеристикаларын вә синхронизмә кирмә шәраитини јахшылашдырылмасы верилмишдир.

А. М. КЕРИМОВ, Л. М. МИРЗОЕВА

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕАКЦИИ ПИРОЛИЗА В СТРУЕ ЭЛЕКТРОДУГОВОГО ПОДОГРЕВАТЕЛЯ

Решение стоящих перед химической и нефтеперерабатывающей промышленностью нашей страны задач по рациональному использованию нефтяного сырья для производства синтетических каучуков, пластических масс, синтетических волокон и пр. требует усовершенствования существующих и создания новых методов переработки природных газов и газов вторичного производства для органического синтеза. Исследования в этом направлении проводятся посредством термического и электрического пиролиза. При этих условиях тепло, необходимое для ведения процесса, подводится либо через стенку (трубчатый пиролиз), либо с помощью предварительно согретого теплоносителя—термоконтактный способ. Последний осуществляется тремя видами контактирования газа с теплоносителем—в неподвижном слое, в „кипящем слое“ и в сквозном потоке. Эти процессы различаются по времени пребывания сырья в зоне реакции—от 10^{-1} до $10 \cdot 10^{-1}$ сек.

При снижении давления и сокращении времени пребывания газов в зоне нагрева (от 10^{-1} до 10^{-3} сек) в значительных количествах образуются газообразные олефины и водород, при отсутствии кокса и смолообразования. Поэтому в целях решения вопроса технологии проводятся исследования с подбором достаточно малого времени пребывания сырья в зоне нагрева при наивыгоднейших параметрах процесса. Идея применения высокотемпературного теплообмена в реакциях, протекающих с большой скоростью при высоких температурах, была реализована в авторской заявке от 1947 г. К. П. Лавровским и З. Ф. Чухановым [1].

Весьма эффективным оказалось использование в качестве теплоносителя плазменной струи, послужившей толчком к появлению в последнее время ряда работ, авторы которых указывают на возрастающую роль низкотемпературной плазмы в проведении химических реакций, характеризующихся наличием больших скоростей при высоких температурах. Время реакции в указанных условиях изменяется в диапазоне от 10^{-3} до 10^{-5} сек. При этом образуется большое количество непредельных и отсутствует коксо- и смолообразование.

Несмотря на то, что впервые плазменный синтез углеводородов был осуществлен около ста лет назад, существенное развитие указанная проблема получила лишь в последнее десятилетие, в связи с использованием электрической дуги со стабилизацией струей газа. Еще в начале этого столетия, пропуская пары нефтяных продуктов через накалившую платиновую спираль в фарфоровой трубке с последующим быстрым расширением полученных газов и воздействием охлаж-

дающей поверхности, Б. В. Бызову удалось синтезировать около 8—9% бутадиена (1, 3). Ему был выдан патент на ведение процесса с применением быстрого охлаждения, именуемого „закалкой“ (2, 3).

Исследования Б. В. Бызова, проводимые в течение 15 лет, показали, что оптимальными условиями ведения процесса с целью получения бутадиена (дивинила) из различных нефтепродуктов являются высокая температура, малое время нахождения в зоне реакции и низкое давление. Хотя некоторые авторы [1] утверждают, что проведение промышленного пиролиза парафинов в электроразряде экономически не выгодно, однако практика советских и зарубежных исследователей (США, Германия) показала, что при умелом и правильном ведении процесса в стабилизированных плазменных струях с последующей закалкой полученных продуктов в условиях соответствующих кинетическим характеристикам протекающих химических реакций, а также при рациональном использовании затраченной на процесс энергии можно получить экономически выгодные результаты, имеющие промышленное значение.

Как известно, в настоящее время при наличии природного газа два из существующих способов получения ацетилена—окислительный пиролиз и электрокрекинг углеводородов конкурируют между собой. Установлено, что прямое действие разряда на углеводороды наряду с образованием ацетилена и олефинов неизбежно приводит к распаду углеводородов до элементов. При электрическом пиролизе, в случае, когда смесь углеводородов не попадает непосредственно в разряд, процесс протекает практически без образования сажи и других твердых продуктов. При этом степень общего превращения продукта приближается к единице.

Ранее Е. Н. Ереминым и сотрудниками [4] изучалась реакция превращения метана в ацетилен в высоковольтной дуге переменного тока при давлениях 0,1—1 атм. Выяснено, что уменьшение давления резко активизирует реакцию. При равных удельных энергиях степень общего превращения метана и концентрация ацетилена возрастают.

С целью выявления возможности снижения удельного расхода энергии и достижения высоких степеней превращения были проведены опыты [7] по превращению метана в ацетилен в аргоновой плазме. Установлено, что в обычном электродуговом подогревателе с к. п. д. 70% в аргоновой плазменной струе удельный расход энергии составляет 13 квтч, м³ C₂H₂. В работе [8], проведенной с той же целью, при изменении межэлектродного расстояния удалось несколько снизить удельный расход энергии. Далее теми же авторами были исследованы [8] возможности получения ацетилена из метана в водородной плазме.

Исследования процессов пиролиза в плазменных струях различных жидких и газообразных углеводородов с целью получения ацетилена и непредельных соединений проводились как за рубежом [9, 10], так и в нашей стране. Пиролизу подвергались пары низкооктанового бензина в водородной [5] и в пароводяной [6] плазме, получаемой в электрической дуге постоянного тока с целью исследования процесса образования ацетилена и олефинов. Среднее значение удельной энергии составляло около 1,9 квтч, м³ H₂. При оптимальном режиме когда выход олефинов и метана достигал 9,5 об.%, расход энергии на один кубометр непредельных соединений оказался равным ~5,75 квтч. В дальнейшем водород был заменен паром воды.

При проведении пиролиза в пароводяной плазме при мощности порядка 10 квт суммарный объемный процент непредельных соединений в продуктах реакции составил около 30 об.%; из коих было 11 об.% ацетилена и 19 об.% олефинов. Расход энергии—7 квтч, м³

непределных соединений, что намного выше, чем при пиролизе в водородной плазме.

В работе Н. Б. Вурзель и Л. С. Полак [8] преследовалась цель получения максимально возможного выхода непределных соединений. В качестве теплоносителя служили аргон и водород, сырьем — пропан-бутановая смесь, н-гептан и бензин с конечной точкой кипения 200°C. Из сравнения данных по удельным расходам энергии на ацетилен и этилен видно, что наименьшие затраты энергии потребовались на получение этилена при пиролизе бензина с концом кипения 200°C, когда в качестве теплоносителя применялся аргон. Расход энергии при этом составил около 2 квтч/кг C₂H₄.

В случае, когда в качестве теплоносителя применялся водород, удельный расход энергии на этилен увеличивался в 2,5 раза. Однако при этом получался большой выход ацетилена. Из анализа результатов исследований можно сделать следующие выводы:

1. Максимальный выход этилена составляет 49 вес. % при пиролизе пропан-бутановой смеси на аргоне. Расход энергии — 9 квтч/кг C₂H₄. Сумма непределных углеводородов — 69 вес. %,

2. При пиролизе н-гептана на аргоне получается ~30 вес. % этилена при удельном расходе энергии 6 квтч/кг C₂H₄. Сумма непределных составляет ~64 вес. %.

3. В случае пиролиза бензина на аргоне выход этилена в полтора раза больше, чем при использовании в качестве теплоносителя водорода, а выход суммы непределных в полтора раза меньше.

4. Пиролиз пропан-бутановой смеси на водороде не производился

Экспериментальная часть. В плазменной струе за счет передачи больших энергий в короткий промежуток времени и сохранения полученных концентраций тем или иным способом охлаждения с большой скоростью создаются условия, резко отличные от условий ведения процессов другими методами.

Параметры (температура и давление), которые необходимо поддерживать в реакционной камере для получения максимального выхода целевого продукта, в нашем случае этилена и суммы непределных, устанавливаются на основании термодинамических расчетов. Для углеводородов такие расчеты были выполнены Даффом и Бауэром [11] в результате решения замкнутой системы нелинейных алгебраических уравнений химического равновесия. На основе приведенных ими данных по эквивалентной формуле были рассчитаны соотношения между грамм-атомами углерода и водорода в используемых нами трех видах сырья. Поскольку в интересующих нас интервалах температур соотношения (табл.) для указанных видов сырья незначительно отражаются на значениях парциальных давлений (мольные доли при 1 атм) компонентов продуктов разложения, нами рассматривались равновесные концентрации непределных соединений и их суммарные значения, взятые из работы [11] для соотношения $\frac{C}{H} = \frac{1}{2}$, при различных температурах.

Согласно указанным данным максимальная концентрация ацетилена (~70 об. %) получается при T = 1900°K, максимум этилена (30 об. %) — при T = 1500°K, пропилен и бутилен при всех температурах получается в незначительных количествах. Максимальное суммарное количество олефинов ~70,4% выделяется при 1900°K. Теоретически расход энергии на каждый из компонентов составляет: на этилен — 71,63 квтч/кг, на ацетилен — 28,94 квтч/кг.

Однако, исходя из результатов экспериментальных работ по пироли-

зу углеводородов в низкотемпературной плазме, мы приходим к заключению, что возможно протекание неравновесного процесса в реакционной камере, если предположить, что осуществляется совершенная „закалка“, или же несовершенство последней приводит к расхождению с расчетными данными. Наша задача заключалась в выявлении оптимальных условий ведения процесса экспериментальным путем в зависимости от рода исходного сырья, эффективности выхода

Таблица

Весовой состав в % и соотношения $\frac{C}{H}$

Компоненты	Сырье		
	пропан-пропилен	бутилен-бутан	бутан
Этан	5,300	—	0,940
Этилен	1,450	0,030	1,210
Пропан	21,55	0,400	5,520
Пропилен	36,46	1,660	12,82
н-Бутан	10,59	4,260	75,53
и-Бутан	20,08	37,81	—
и-Бутилен	—	34,11	—
и-Бутилен	0,970	19,42	2,830
C ₅	—	—	1,230
Воздух	3,630	2,240	—
$\frac{C}{H}$	1	1	1
	2,280	2,185	2,320

непределных углеводородов и связанных с ними энергозатрат, обработки отдельных узлов установки в отношении выбора термостойких, тепло- и электроизоляционных материалов. Опыты проводились при мощности порядка 6—7 квт с однокамерным плазмотроном постоянного тока, с вихревой стабилизацией дуги и водяным охлаждением электродов.* Теплоносителем служил аргон.

Основной узел установки представлен на рис. 1. В экспериментах использовались электродуговые подогреватели с двумя и с четырьмя тангенциальными отверстиями в газовом кольце для подачи теплоносителя в камеру. Катод подогревателя выполнен из вольфрамового прутка диаметром 10 мм, анод — медный с диаметром сопла 3 мм.

Газовое кольцо изготовлено из оргстекла и для предотвращения его быстрого выгорания вставлена втулка из кварца с внутренним диаметром 39 мм. Срез анода плазмотрона стыкован с реакционной камерой, в верхней части которой установлено кольцо с четырьмя отверстиями для ввода сырья. Размеры реакционной камеры обеспечивают время реакции порядка 10⁻⁴ сек. Продукты пиролиза, попадающие из реакционной камеры в закалочную, подвергались воздействию холодных стенок или комбинированному воздействию холодных стенок и разбрызгиваемой воды, закалка осуществлялась при температуре охлаждения 10⁵ град/сек.

Были проведены серии опытов по исследованию влияния на состав продуктов реакции удельной энергии теплоносителя, рода и расхода

* См. отчеты Азерб. НИИ энергетики им. И. Г. Есьмана [12, 13].

ырья, способа закалки, размера реакционной камеры. В процессе экспериментов поддерживались постоянными мощность и расход теплоносителя при переменных расходах сырья. Анализ продуктов реакции производился на хроматографе ХЛ-3 с дополнительной колонкой.

На основании результатов обработки опытных данных были построены зависимости выхода (r_1 — объемные проценты) продуктов пиролиза от удельного расхода энергии на теплоноситель (n_{Ar}

$\frac{квтч}{нм^3 Ar}$), из которых следует, что выход этилена и ацетилена растет до определенного максимума при $n_{Ar} = 0,50 \frac{квтч}{нм^3 Ar}$, а затем несколько спадает. Увеличивается также выход олефинов, что, очевидно, определяется количеством бутана в сырье, при указанных значениях n_{Ar} последний не бонаруживается. Более стойки к распаду метан, этан и пропан, количество которых в продуктах с увеличением n_{Ar} снижается менее интенсивно. Суммарный выход этилена с ацетиленом при $n_{Ar} = 0,5 \frac{квтч}{нм^3 Ar}$:

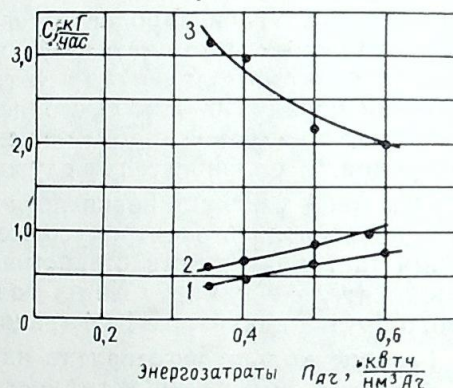


Рис. 2. Суммарный график зависимости выхода углеводородов от энергозатрат на теплоноситель; 1—пропан-пропилен; 2—бутилен-бутан; 3—бутан.

для пропан-пропилена ~ 30 об. %,
для бутилен-бутана ~ 35 об. %,
для бутана ~ 46 об. %.

Максимум суммы непредельных в продуктах реакции соответственно составляет (вес. %): $q_1 = 35,20$; $q_2 = 36,45$ и $q_3 = 72,62$.

Выход бутилена падает с ростом выхода этилена и достигает минимума при максимальном выходе этилена. Анализ процесса пиролиза за каждого из видов сырья осложняется их неоднородностью. Построенные зависимости выхода непредельных от энергозатрат на сырье

показали, что максимум их выхода $\sim 0,7 \frac{кг}{час}$ для пропан-пропилена соответствует расходу энергии $\sim 1,2 \frac{квтч}{кг сырья}$ и удельному расходу на теплоноситель $\sim 0,55 \frac{квтч}{нм^3 Ar}$.

На рис. 2 представлены сравнительные данные по энергозатратам. Для бутана, например, с увеличением энергозатрат сумма непредельных снижается за счет резкого убывания бутиленов.

Как видно из рис. 3 (кривая 1), с увеличением расхода сырья при постоянных полезной мощности и расходе теплоносителя выход суммы этилена с ацетиленом растет до определенного максимума, а затем несколько спадает. Кривая 2 представляет ту же зависимость для пропан-пропилена. Разбег точек определяется повышенными значениями мощности и расхода теплоносителя, при постоянной удельной энергии последней. Очевидно, большее количество теплоносителя при одной и той же удельной энергии способствует быстрому выравниванию поля температур в общей массе сырья в реакционной камере, а следовательно улучшает условия протекания реакции.

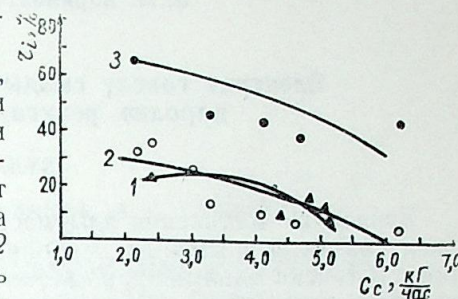


Рис. 3. Выход углеводородов в зависимости от расхода сырья, об. %: 1— $C_2H_2 + C_2H_4$ (бутан); 2— $C_2H_2 + C_2H_4$ (пропан-пропилен); 3—сумма непредельных.

В результате первых серий опытов получены следующие:

1. Расход энергии на единицу веса непредельных углеводородов для пропан-пропилена в 1,4 раза больше, чем для бутилен-бутана, а для бутана в 2,5—3 раза меньше, чем для двух других видов сырья;
2. Реакция пиролиза протекает за один проход сырья без смоло- и коксообразования.

3. Пиролиз бутана дает выход;

1) сумма этилена с ацетиленом ~ 46 об. %;

2) сумма непредельных ~ 80 об. %, при удельном расходе энергии на теплоноситель $n_{Ar} = 0,5 \frac{квтч}{нм^3 Ar}$.

Следовательно, для дальнейших исследований процесса пиролиза целесообразно ориентироваться на бутан, как на исходное сырье.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лавровский К. П. и Бродский А. М. „Крекинг этана и пропана в условиях высокотемпературного теплообмена“, ДАИ, XXII, 1950, №4.
2. „Жизнь и труды“, ОНТИ, Л., 1933.
3. „Журнал прикладной химии“, 6, 10, 74, 1933.
4. Еремин Е. Н. и др. ЖФХ, т. 36, 1962, № 10.
5. Ильин Д. Т. и Еремин Е. Н. ЖФХ, т. 36, 1962, № 7.
6. Ильин Д. Т. и Еремин Е. Н. ЖФХ, т. 36, 1962, № 7.
7. Гуляев Г. В., Козлов Г. И., Полак Л. С. и др. ДАН СССР, т. 148, 1963, № 3.
8. Кинетика и термодинамика химических реакций в низкотемпературной плазме Ин-т. нефтехимсинтеза, под ред. проф. Л. С. Полак.
9. Anderson J. E. U. S. Pat. 305139 Aug. 28 (1962).
10. Sennewald R. и др. Chem. Ind. Fehn, 35, 1 (1963).
11. Duff R. F. and Bauer J. U. The Journal of Chemical Physics, vol. 36 № 7, 1962.

Равновесный состав системы C/H при повышенных температурах.

12. Научный отчет „Исследование реакций дегидрирования бутана в электроплазме“. Азерб. НИИ энергетики им. И. Г. Есьмана, 1966.
Научный отчет „Исследования процесса пиролиза углеводородов в плазменной струе“. Азерб. НИИ энергетики, 1967.

АзНИИ энергетики им. И. Г. Есьмана

Поступило 24. II 1971

Э. М. Керимов, Л. М. Мирзојева

Электрик гөвслү гыздырычыда јаранан ахымда пиролиз реаксиясынын тэдгиги

ХУЛАСӘ

Этилен вә асетиленин алынмасы мәгсәди илә алчаг температурлу аргон плазмасы ахымында карбогидрогенләр гарышығынын пиролиз просеси тэдгиги едилмишдир. Мүхтәлиф тәркибли үч нөв хаммалдан истифадә олунмушдур. Хаммалын тәркибиндән, дојмалыш компонентләрин алынмасы ефектиндән вә бунунла әлағәдар, енержи сәрфиндән просесин апарылмасынын оптимал шәраити ашкар едилмишдир.

Бундан әлавә, кәләчәк тәчрүбәләрдә бутан фраксиясындан истифадәнин мәгсәдәү јуғунлуғу мүәјјәнләшдириләчәкдир.

АЗӘРБАЈҶАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-техника вә ријазийат елмләри серијасы, 1971, № 3

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-технических и математических наук, 1971, № 3

А. М. КЕРИМОВ, М. К. АЛИЕВА, Н. С. ГАСАНОВ

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗОХОРНОЙ ТЕПЛОЕМКОСТИ РАСТВОРА ЭТИЛОВОГО СПИРТА В ВОДЕ КОНЦЕНТРАЦИИ 96% (ПО ОБЪЕМУ) В СВЕРХКРИТИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ

Для изучения свойств закритической жидкости, закритического пара и области их взаимного перехода экспериментальное определение значений функций $C_v(T, V)$, $C_v(P, T)$ и $C_v(P, V)$ является весьма удобным и чувствительным критерием. Нами исследована теплоемкость этанола-ректификата в сверхкритической области.

На рис. 1 показан температурный ход теплоемкости C_v раствора этанол-вода концентрации 96% (по объему) на изобарах при переходе из сверхкритического жидкого в сверхкритическое паровое состояние. Для построения кривых были использованы экспериментальные значения теплоемкости C_v настоящей работы, построенные на изобарах путем графической интерполяции данных в $T-V$ -координатах.

Максимум максимум изохорных теплоемкостей по изобарам приходится на критическую изобару $P = 69,9 \text{ атм}$ в критической точке ($V = 3,71 \text{ см}^3/\text{г}$, $T = 248,04^\circ\text{К}$). При удалении от критической точки по изобарам выше критической значение максимумов C_v уменьшается и переход смещается в сторону больших температур, а ширина переходной области, являющейся областью резкого изменения термодинамических свойств вещества между жидкой и газовой фазами, где коэффициент устойчивости $(\partial T/\partial S)_v$ проходит через минимум, увеличивается с ростом давления.

Как видно из кривых, отражающих поведение функции $C_v(T, V)$, подъем теплоемкости слева более крут, чем спуск справа. Следует отметить, что максимумы изохорных теплоемкостей на изобарах по мере удаления от критической точки смещаются в сторону меньших удельных объемов. Так, например, максимум изохорных теплоемкостей на изобаре $P = 80 \text{ атм}$ соответствует температуре $T = 254,54^\circ\text{С}$, а на изобаре $P = 75 \text{ атм}$, соответственно, $3,6 \text{ см}^3/\text{г}$ и $252,30^\circ\text{К}$.

При сверхкритических переходах вещества из сверхкритического жидкого состояния в сверхкритическое паровое по изобарам, близким к критической, симметрия по обе стороны от максимумов в некоторой степени сохраняется, но по мере роста давления в процессе изменения функции $C_v(T, V)$ она становится незаметной. Таким образом, сверхкритические переходы на изобарах в критической точке и вблизи нее имеют сходство с λ -образными переходами, а на изобарах немного выше критической такого сходства не наблюдается.

На рис. 2 представлены изотермы теплоемкости C_v в зависимости от удельного объема и давления. Как следует из хода функции $C_v(P, V)$, максимум максимум C_v при закритических переходах, так же как и C_v на изобарах, приходится на критическую изотерму в

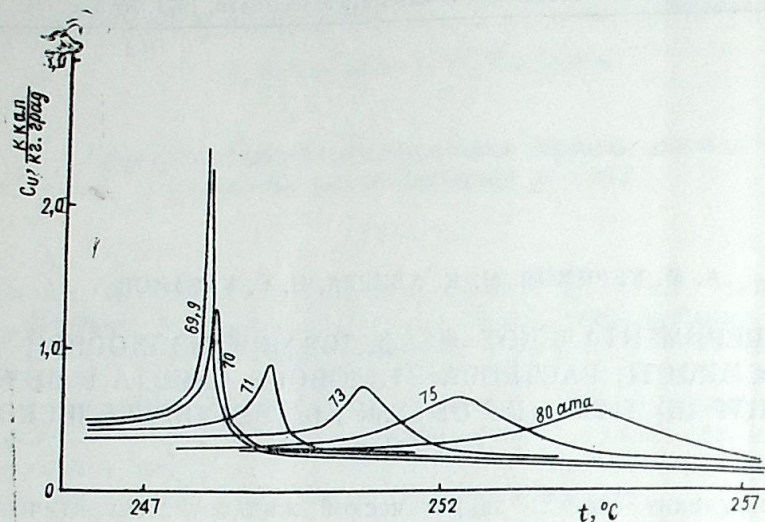


Рис. 1.

критической точке. По мере удаления от критической точки в сторону больших значений изотерм величины максимумов, падая смещаются в сторону больших удельных объемов, а ширина переходной области увеличивается.

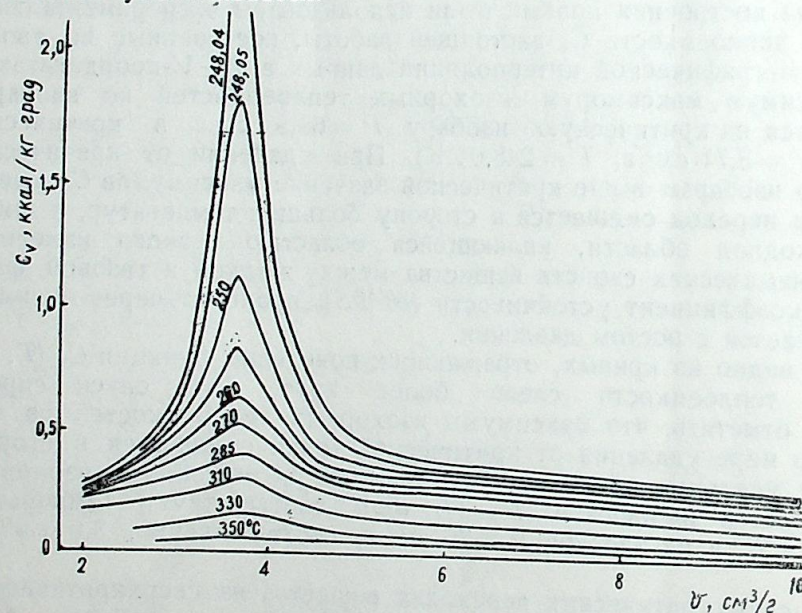


Рис. 2.

Для того, чтобы наглядно представить отклонение линии $(\partial C_v / \partial V)_T = 0$ на изотермах в сторону больших удельных объемов, следует обратить внимание на смещение точек максимумов теплоемкости C_v по всем изотермам, соответствующим удельным объемам $V = 3,4; 3,5; 3,6$ и $3,8 \text{ см}^3/\text{г}$.

Характер изменения кривых изотерм теплоемкости в зависимости от давления подобен характеру изменения теплоемкости C_v по изобарам в зависимости от температуры, а расположение линии максимумов на изотермах в зависимости от плотности и давления аналогично.

Известно, что максимумы изохорных теплоемкостей на изотермах связаны термодинамическим соотношением:

$$\left(\frac{\partial C_v}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2} \right)_V = 0.$$

Поскольку, вдоль критической изохоры $(\partial^2 P / \partial T^2)_{v_k} = 0$, то линия максимумов изохорных теплоемкостей на изотермах должна совпадать с критической изохорой. В действительности же линия максимумов теплоемкости совпадает с критической изохорой вблизи критической точки, при удалении от нее смещается в сторону больших объемов и отклонение достигает максимального значения при 270°C , а при дальнейшем росте температуры заметно приближение ее к критической изохоре.

Изображая теплоемкость C_v на изобарах в зависимости от удельного объема, можно заметить, что ход кривых $(\partial C_v / \partial V)_T = 0$ и $(\partial C_v / \partial V)_P = 0$ подобен. Однако характер изменения изохорных теплоемкостей на изотермах более резок, чем на изобарах. Следует отметить, что в каждом отдельном из вышеуказанных случаев сверхкритические переходы совершаются при различных термодинамических условиях. Все эти приближения к реальному процессу полностью не могут вскрыть механизма совершения сверхкритических переходов при изменении всех трех параметров состояния одновременно. Все максимумы C_v , построенные на диаграммах состояния при сверхкритических переходах до температуры немного выше критической, практически совпадают с критической изохорой, а при дальнейшем повышении температуры они расходятся от критической изобары по обе стороны от нее и образуют полосу.

Вышеизложенное вынуждает отказаться от предполагаемой единой отчетливой линии границы, отделяющей сверхкритическую жидкость от сверхкритического пара, и предположить существование полосы на диаграмме состояния, исходящей из критической точки и расширяющейся по мере удаления от нее. По нашему мнению, единая линия разграничения между жидкой и газовой фазами может существовать только в том случае, если между ними выполняются условия равновесия, т. е. когда две фазы сосуществуют, как это имеет место в докритической области.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петров Е. К. Автореф. канд. дисс., МЭИ, 1966.
АзНИИ им. И. Г. Есьмана

Поступило 2. III 1971

А. М. Каримов, М. К. Элијева, Н. С. Насанов

96%-ли (нэчмли) етил спиртинин сабит нэчмдэ истилик тутумунун бөһран халындан жүксак областда тэдгиги

ХҮЛАСЭ

Етил спиртинин сабит нэчмдэ истилик тутуму бөһран халындан жүксак параметрлэрдэ тэдгиг едилмишдир. Бөһран халындан жүксак областда истилик тутумунун изобар вэ изотерм эјрилэри эјрэнилмишдир.

Бөһран нөгтэсиндэн узаглашдыгча кенишлэнэн золагын хал диаграммында варлыгы күман едилдир. Бунун да сэбэби бөһран халындан жүксак маје халынын бухар халына кечмэси илэ изаһ олуна билэр.

А. Ш. АЗИЗБЕКОВ

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДИНАМИКИ ЗАПАСОВ НА БАЗАХ СНАБЖЕНИЯ

Данная статья посвящена корреляционному и гармоническому анализу рабочих характеристик (уровня запасов различных видов продукции), представленных в виде временных рядов. При проектировании и создании автоматизированных систем управления для народнохозяйственных объектов значительную роль играют методы статистического исследования их рабочих характеристик, результаты которых позволяют вскрыть закономерности процессов, существенные с точки зрения автоматизированного управления. Под процессом функционирования изучаемого объекта (базы снабжения) мы понимаем последовательную смену состояний его рабочих характеристик (уровня запасов отдельных видов продукции) во времени.

Основой этого исследования в данном случае послужили временные ряды, описывающие месячные уровни запасов $z(t_1)$, $z(t_2)$, $z(t_n)$ за пятилетний период для четырех видов металлопродукции: крупносортовой стали, балок-швеллеров, толстолистовой стали, тонколистовой стали, характеризующихся различной степенью дефицитности. Уровень запаса крупносортовой стали намного превосходит потребности в ней (отрицательная дефицитность), тонколистовая сталь, наоборот, является остродефицитным материалом: два других вида занимают в данной классификации промежуточное положение. Объектом изучения явилась Бакинская металлобаза.

Предварительное изучение данных рядов показывает, что каждый из них колеблется более или менее регулярно около некоторого значения, которое можно рассматривать как среднюю для всего ряда. Нами была поставлена цель — выявить и исследовать природу компонентов этого колебания. Анализ временных рядов в терминах корелограммы (изучением последовательности коэффициентов автокорреляции) и спектра (гармоническим анализом) позволяет решить эту задачу.

Линейные модели авторегрессии

При изучении поведения колеблющегося ряда в терминах корелограммы первостепенное значение имеют физические факторы. При этом мы можем пользоваться отклонением коэффициента автокорреляции для лага 1 от нуля как критерием отхода ряда от случайного. Кроме того, как увидим далее, оценки констант моделей авторегрессии, представляющих в нашем случае большой интерес, выражаются через оценки первых значений коэффициентов автокорреляции.

Вычисленные значения эмпирических коэффициентов автокорреляции по формуле [6]

$$r_s = \frac{\sum_{t=1}^{n-s} z(t)z(t+s) - \left(\sum_{t=1}^{n-s} z(t)\right)\left(\sum_{t=s+1}^n z(t)\right)/(n-s)}{\sqrt{\left[\sum_{t=1}^{n-s} z^2(t) - \left(\sum_{t=1}^{n-s} z(t)\right)^2/(n-s)\right]\left[\sum_{t=s+1}^n z^2(t) - \left(\sum_{t=s+1}^n z(t)\right)^2/(n-s)\right]}} \quad (1)$$

приведены в табл. 1.

При числе степеней свободы, равных $n-1=69$, значение коэффициента автокорреляции для лага 1 с 5%-ной вероятностью ошибки может быть равным 0,178, если в исходной совокупности нет автокорреляции. Следовательно, эмпирические коэффициенты автокорреляции трех последних рядов надежны. Значения вычисленных коэффициентов автокорреляции указывают на возможность использования при анализе данных рядов линейной модели авторегрессии (авторегрессивные процессы имеют затухающие корелограммы). Это довольно общая модель, если ряды авторегрессии не ограничены и остатки некоррелированы; более сильные гипотезы, принимаемые на практике обычно предполагают, что:

$$1) \text{ ряд } z(t) = a_1 z(t-1) + a_2 z(t-2) + \dots + a_p z(t-p) + \varepsilon(t) \quad (2)$$

ограничивается несколькими (например, p) членами; 2) остатки $\varepsilon(t)$ являются независимыми.

Стохастические процессы типа (2) при $p=1$ имеют вид

$$z(t) = a z(t-1) + \varepsilon(t) \quad (3)$$

и называются также простыми процессами Маркова.

Умножая (3) на $z(t-s)$, после осреднения получим

$$\rho_s - a \rho_{s-1} = 0, \quad (s > 0) \quad (4)$$

где ρ_s — теоретический коэффициент автокорреляции для лага s . В частном случае, когда $s=0$ и следовательно $\rho_0=1$, имеем

$$\rho_1 = a, \quad (5)$$

отсюда

$$\rho_s = a^s = \rho_1^s. \quad (6)$$

Асимптотический критерий согласия ряда авторегрессии с гипотезой некоторого порядка p может быть получен в классе рядов авторегрессии некоторого более высокого порядка q , если полностью задана функция правдоподобия. Однако из-за необходимости оценки коэффициентов авторегрессии не только для модели низкого порядка p , но также и для альтернативного более высокого порядка q , практически удобно использовать другой критерий согласия, выражающийся прямо с помощью предполагаемой модели авторегрессии порядка p [5].

В случае процесса (3) он имеет вид

$$R_s = r_s - 2r_1 r_{s-1} + r_1^2 r_{s-2} \quad (7)$$

при $s=2, 3, 4, \dots$

Для достаточно больших выборок $R_2, R_3, \dots$ асимптотически нормально и независимо распределены с арифметической средней, равной нулю, и дисперсией

$$D_s = \frac{\sigma^4(\varepsilon)}{\sigma^4(z) \cdot (n-s)} \quad (s=2, 3, 4, \dots). \quad (8)$$

Виды продукции	r_s				
	$s = 1$	$s = 2$	$s = 3$	$s = 4$	$s = 5$
Крупносортовая сталь	0,005	0,003	0,0017		
Балки-швеллера	0,206	0,071	-0,038	-0,087	-0,028
Толстолистовая сталь	0,306	0,202	0,102	0,038	0,029
Тонколистовая сталь	0,449	0,390	0,286	0,268	0,167

Виды продукции	$s = 2$		$s = 3$		$s = 4$	
	R_2	χ^2	R_3	χ^2	R_4	χ^2
Балки-швеллера	0,108	0,014	0,008	0,005	0,029	0,067
Толстолистовая сталь	0,1213	1,24	0,011	0,052	0,014	0,12
Тонколистовая сталь	0,187	3,61	0,03	0,07	0,09	0,81

Нашими функциями проверки являются величины

$$R_s^2/D_s, \quad (9)$$

которые распределены, как и χ^2 , с одной степенью свободы.

Значения функций проверки для наших рядов приведены в табл. 2.

С одной степенью свободы χ^2 может с вероятностью ошибки в 5% принять значение 3,84. Ни одно из наших эмпирических значений не превышает этой величины. Для дальнейших проверок вычисляем

$$\chi_k^2 = R_2^2/D_2 + R_3^2/D_3 \dots + R_{k+1}^2/D_{k+1}. \quad (10)$$

Эти величины, как и χ^2 , распределены с $k = 8$ степенями свободы и поэтому могли бы принять с вероятностью ошибки в 5% значение 15,5. Полученные нами эмпирические значения ненадежны. Таким образом, на основе статистических проверок заключаем, что у нас нет причины отклонить гипотезу: наши ряды приблизительно соответствуют простым стохастическим процессам Маркова.

При помощи изучения наших рядов в терминах коррелограмма построены линейные модели авторегрессии, учитывающие некоторую часть систематического движения их. Члены ряда, характеризующие уровни запасов крупносортовой стали, независимы друг от друга, что, по-видимому, объясняется значительным превосходством запаса данного вида продукции над спросом. Принадлежность временных рядов к авторегрессивным процессам или так называемым процессам Маркова, описываемым стохастическими разностными уравнениями первого порядка с постоянными коэффициентами, позволяет проверить статистически корреляцию между ними, скорректировать квадратические ошибки коэффициентов корреляции.

Для проверки коэффициента корреляции R вычисляют

$$t_R = \frac{R\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-R^2}}. \quad (11)$$

Эта величина имеет распределение t Стьюдента с $n - 2$ степенями свободы. Однако, если ряды автокоррелированы, то проверку коэффициента корреляции между ними классическими методами осуществить не так просто.

Истинное распределение коэффициента корреляции неизвестно, но мы можем применить такой метод, который основан на предположении,

Таблица 1

$s = 6$	$s = 7$	$s = 8$	$s = 9$	$s = 10$	$s = 11$	$s = 12$
0,0167 0,067 0,141	-0,159 0,077 0,075	-0,149 0,122 0,025	-0,073 -0,039 -0,031	-0,023 -0,007 -0,029	-0,0122 0,001 -0,017	0,0275 -0,042 0,049

Таблица 2

$s = 5$		$s = 6$		$s = 7$		$s = 8$		$s = 9$		χ_8
R_5	χ^2	R_6	χ^2	R_7	χ^2	R_8	χ^2			
0,004 0,007 0,013	0,011 0,01 0,02	0,012 0,012 0,04	0,01 0,09 0,17	0,053 0,015 0,02	0,02 0,009 0,08	0,039 0,01 0,004	0,01 0,05 0,08			0,317 1,541 4,786

что в известном смысле автокоррелированные ряды эквиваленты неавтокоррелированным с меньшим числом степеней свободы, чем число наблюдений. Пусть $\rho_1, \rho_2, \dots$ будут коэффициентами автокорреляции первого ряда и $\rho'_1, \rho'_2, \dots$ — коэффициентами автокорреляции второго ряда. При этом поправочный коэффициент имеет вид [4]

$$l = 1 + 2\rho_1 \rho'_1 + 2\rho_2 \rho'_2 + \dots \quad (12)$$

При предположении, что оба ряда соответствуют простым процессам Маркова, получим

$$l = \frac{1 + \rho_1 \rho'_1}{1 - \rho_1 \rho_1}. \quad (13)$$

Тогда числом степеней свободы для проверки коэффициента корреляции будет

$$n' = \frac{n}{l}. \quad (14)$$

В случае, когда члены одного из рядов друг от друга независимы, поправочный коэффициент определяется нами из выражения

$$l = 1 + \frac{2\rho_1 \rho'_1}{1 - \rho_1}. \quad (15)$$

Гармонический анализ рабочих характеристик объекта

Существует несколько вариантов для решения данной задачи. Например, способ „бега фазы“, метод скользящего сглаживания, построения периодограмм. Определение скрытых периодических колебаний в наших рядах осуществлялось построением периодограмм по вычисленным для каждого пробного периода модуля вектора v или v^2 ;

$$v^2 = \frac{A^2 - B^2}{I^2}, \quad (16)$$

где величины A и B вычисляются как суммы:

$$A_T = \sum_{t=1}^n z(t_i) \sin \frac{2\pi t_i}{T} \Delta t_i, \quad (17)$$

$$B_T = \sum_{t=1}^n z(t_i) \cos \frac{2\pi t_i}{T} \Delta t_i. \quad (18)$$

При этом можно доказать, что если наши ряды содержат хотя бы одну периодическую составляющую с периодом T_k , то при приближении пробного периода $T_{\text{вар}}$ к T_k эти суммы возрастут по величине, что и позволит обнаружить известный период.

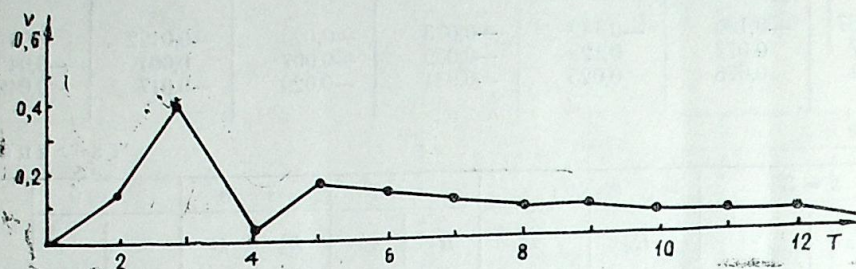


Рис. 1. Периодограмма для крупносортовой стали.

На рис. 1—4 представлены периодограммы, выявляющие периодическую составляющую колебательного движения наших рядов с

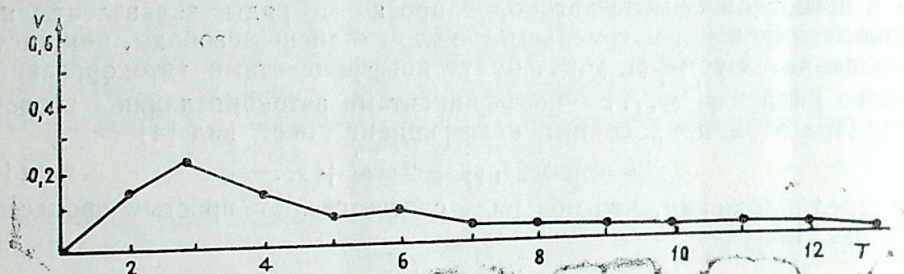


Рис. 2. Периодограмма для балок-швеллеров.

периодом, приблизительно равным 2—3 месяцам, что обусловливается действующей в настоящее время квартальной формой занарядки металлопродукции.

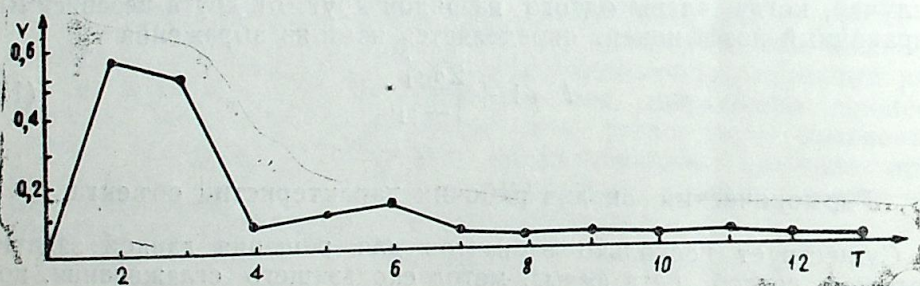


Рис. 3. Периодограмма для толстолистовой стали.

На основании вышеизложенного можно утверждать, что изучение структуры рабочих характеристик изучаемого объекта в терминах спектра позволяет выявить периодическую составляющую колебательного движения данных процессов. Величины периода и амплитуды данных колебаний, как видно из построенных периодограмм, зависят от вида рассматриваемых материалов (чем дефицитнее мате-

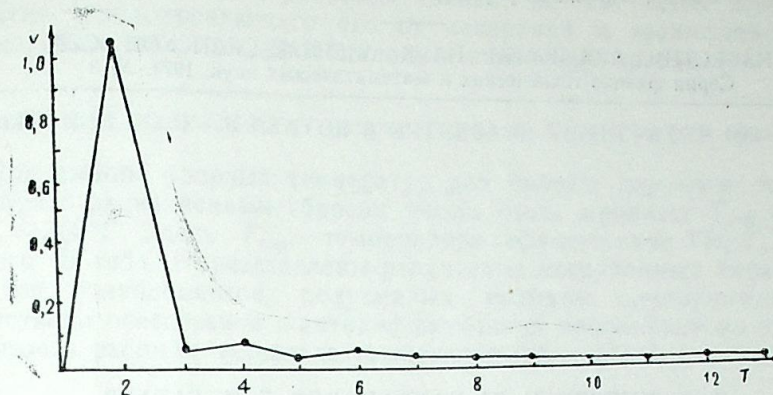


Рис. 4. Периодограмма для тонколистной стали.

риал, тем больше амплитуда и тем меньше период). Авторегрессивная схема же учитывает, по крайней мере приблизительно, некоторую часть систематического движения, выраженную через параметр постоянной этой схемы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бартлетт М. Введение в теорию случайных процессов. 1958.
2. Тимофеев В. А. Основы теории автоматического регулирования, 1962.
3. Хеннан Э. Анализ временных рядов. 1964.
4. Bartlett M. On the theoretical specifications and sampling properties of autocorrelated time series, „J. Roy. Stat. Soc. Suppl. 8, 27 (1946).
5. Auenouille M. A large sample test for the goodness of fit for autoregressive schemes. „J. Roy. Stat. Soc. 110, 123 (1947).
6. Tintner A. Econometris.

Институт кибернетики АН Азерб. ССР

Поступило 30. IV 1971

А. Ш. Эзизбейов

Тәһһизат вә еһтијат базаларынын динамикасынын статистик тәһһили

ХҮЛАСӘ

Мәгаләдә Бақы метал базасы тимсалында тәһһизат базасы функцијалары просесинин ријазии моделләшмәси гурулушу мәсәләләриндән бәһс олунмушдур.

Тәдгиг етдијимиз объектин ишчи характеристикасынын (мүхтәлиф мәһсул нөвләринин еһтијат сәвијјәси) авторегрессив просесләрә вә ја Марков просесләринә мәхсуслуғу, онун даими әмсаллы стахостик фәргли биринчи дәрәчәли тәнликләрлә тәсвири, онлар арасында мүғәјисәни статистик үсулла јохламаға вә мүғәјисә әмсалларынын квадрат сәһвләринә дүзәлиш етмәјә имкан верир.

Ишчи хассәләринин гурулушунун спектр терминләриндә өјрәнилмәси һәмин просесләрин еһтијаз һәрәкәтләринин дөври тәртибатчысыны ашкар етмәјә имкан верир.

Гурулмуш дөври диаграмлардан көрүндүјү киими, дөврүн өлчү вә амплитуду бахылан материалларын нөвүндән асылдыр.

А. З. КУЛИЕВ, К. Ш. КАХРАМАНОВ, Г. М. БАБАЕВ

КОММУТАЦИЯ ПОЛУЭЛЕМЕНТОВ И ТЕРМОЭЛЕМЕНТОВ НА ОСНОВЕ СЕРНИСТОГО СВИНЦА

В результате выполненных нами ранее исследований [1] показано, что средняя эффективность ($\varepsilon_{\text{ср.}}$) сульфида свинца n -типа для интервала температур 300—600°C достигает $0,7 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1}$. Нами была поставлена задача по изучению совместности коммутационных материалов (Co, Fe, NiSb) с сульфидом свинца при рабочих температурах горячего спая термоэлемент (ТЭ) 600, 670 и 700°C с целью разработки термоэлементов для указанных интервалов температур.

Полуэлементы и термоэлементы готовились методом порошковой металлургии. На рис. 1 представлен график распределения сопротивления вдоль длины полуэлемента PbS с подслоем Co (а) и Fe (б).

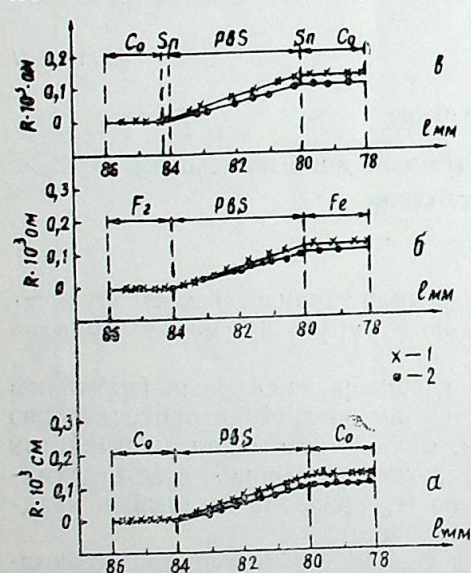


Рис. 1. Зависимость сопротивления
вдоль длины полуэлемента;
а—Co—PbS—Co;
б—Fe—PbS—Fe;
в—CoSn—PbS—SnCo скоммутированный
пайкой оловом;
1—до отжига; 2—после отжига,

Из этого графика видно, что на контактах между кобальтом и сульфидом свинца практически нет переходных сопротивлений. Для нанесения коммутационного подслоя Co на сульфид свинца, помимо метода одновременного и совместного прессования, последний предварительно покрывался с помощью электролитического метода тонким слоем кобальта толщиной 15 мкм. Полуэлементы сульфида свинца с кобальтовыми коммутационными пластинами залуживались оловом, затем осуществлялась сборка полуэлемента (т. е. припайвание кобальтовой пластины). Вся операция производилась таким образом, чтобы можно было удалить излишний припой с контактных поверхностей. Полуэлементы из PbS, изготовленные по данной технологии, имели низкое внутреннее сопротивление и высокие термоэлектрические показатели (рис. 1, в).

Циклом экспериментов в условиях, близких к эксплуатационным,

явились исследования вольтамперных характеристик и срока службы ТЭ. Исследование сернистого свинца, не имевшего защитного покрытия, предохраняющего его от испарения и взаимодействия с окружающим воздухом, проводилось в атмосфере аргона.

ИСПЫТАНИЯ ПОЛУЭЛЕМЕНТОВ В ИНТЕРВАЛЕ ТЕМПЕРАТУР 600—300°C

При выборе опорных температур для работы плоского термогенератора с радиационным сбросом тепла были приняты $T_{\text{гор.}} = 600^\circ\text{C}$ и $T_{\text{хол.}} = 300^\circ\text{C}$. Здесь $T_{\text{гор.}}$ —температура горячего спая ТЭ, $T_{\text{хол.}}$ —холодного. В табл. 1 представлены результаты нагрузочных характеристик для полуэлементов, полученных методом одновременного и совместного прессования с антидиффузионной прослойкой из кобальта и железа в рабочем интервале температур 600—300°C.

Таблица 1

Колич. раб. часов	$T_{\text{гор.}}, ^\circ\text{C}$	$T_{\text{хол.}}, ^\circ\text{C}$	$E, \text{ мВ}$	$R \cdot 10^{-3}, \text{ Ом}$	$q_{\text{max}}, \text{ Вт/см}^2$	$\Delta T, ^\circ\text{C}$	Коммут. материал
12 210	601 600	302 302	45,1 46,1	0,31 0,31	1,1 1,1	299 298	Co
10 205	603 602	303 303	43,2 43,9	0,32 0,37	1,0 0,9	300 299	Fe

Примечание: E —э. д. с. R —сопротивление элемента, q_{max} —мощность с 1 см^2
 $\Delta T = T_{\text{гор.}} - T_{\text{хол.}}$

Как видно из таблицы, несколько лучшие результаты получаются для элементов с коммутационной пластинкой из кобальта. После 250-часовой работы полуэлементов сернистого свинца с антидиффузионной прослойкой из железа $R_{\text{вн}}$ несколько возрастала, а мощность падала с 1 до 0,9 Вт/см². Поэтому дальнейшие исследования проводились на полуэлементах из PbS с кобальтовым коммутационным материалом. Результаты ресурсных испытаний для одного из таких полуэлементов приведены в табл. 2.

Таблица 2

Колич. раб. часов	$T, ^\circ\text{C}$	$T_{\text{хол.}}, ^\circ\text{C}$	$\Delta T, ^\circ\text{C}$	$E, \text{ мВ}$	$\sigma, \text{ мкВ/град}$	$\sigma, \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$	$R \cdot 10^{-3}, \text{ Ом}$	$q_{\text{max}}, \text{ Вт/см}^2$
3	600	298	302	43,1	—153	900	0,27	1,1
141	600	303	297	46,6	—153	800	0,31	1,1
250	600	301	299	46,2	—156	800	0,31	1,1

E —термо-э.д.с., σ —электропроводность.

Исследования нагрузочных характеристик полуэлемента сульфида свинца с коммутационной пластиной из кобальта показали (табл. 2), что в интервале 600—300°C с 1 см^2 может быть получено более 1 Вт электроэнергии. После 250-часовой работы полуэлемент был снят с испытаний на срок службы с целью выполнения структурных исследований.

Исследования в области температур 700—400°C

Требования к термоэлектродгенераторам (ТЭГ), применяемым в различных областях, различны как по их конструкции, так и по величине отдаваемой мощности. Для генераторов катодной защиты ограничения в температурном интервале не существует. Однако чем выше температура горячего спае ТЭГ, тем более простые условия сброса тепла с холодных спаев (меньшие площади излучателя).

Высокая температура плавления сернистого свинца ($\sim 1124 \pm 5^\circ\text{C}$) позволяла выбрать для исследования температурный интервал 700—400°C. Коммутационными материалами служили Co, Fe, NiSb + 2% Pb.

Методы коммутации сульфида свинца

1. Метод одновременного и совместного прессования с последующей пайкой оловом коммутационных пластин (кобальта).
2. Гальванический метод, также с последующей пайкой оловом пластин кобальта.
3. Метод диффузионного сращивания (сульфида свинца с коммутационной пластиной из NiSb + 2% Pb).

Результаты испытаний полуэлементов вышеуказанными методами приведены в табл. 3. Для всех трех методов полученная полная мощность практически одна и та же и равна 1,1 Вт при перепаде в 250—240°C.

Таблица 3

№ п.п	Способ коммутации	Коммут. материал	Раб. темп., °C	$R \cdot 10^{-3}$	α мкВ/град	σ Ом ⁻¹ × см ⁻¹	W, Вт
1.	Совместное прессование с последующей пайкой	Кольбат	675—424	0,43	180	540	1,1
2.	Гальванический метод с последующей пайкой пластиноловом	Кобальт	675—425	0,42	178,5	550	1,1
		Железо	674—423	0,42	178	560	1,1
3	Диффузионное сращивание	NiSb + 2% Pb	675—430	0,5	190	560	1,0

После испытаний изменения переходных сопротивлений не наблюдалось, хотя при температурах $\sim 675^\circ\text{C}$ происходит взаимодействие (п. 1, табл. 3) сульфида свинца и кобальта с образованием новой фазы; при этом выделяется свинец. Рентгеноструктурный анализ показал, что этим соединением является Co_2S_3 . Данные табл. 3 относятся к элементам, проработавшим ~ 20 часов. При этом отчетливо выявились преимущества гальванического метода — α для элементов, полученных методом одновременного прессования порошков, упало с 1,1 до 0,9 Вт (при этом происходило выделение свинца и взаимодействие Co с PbS).

Для достижения стабильности термоэлектрических характеристик термоэлементов в рабочих условиях (675—430°C) необходимо иметь такой коммутационный материал, который не вступал бы во взаимодействие с сернистым свинцом и обладал бы по отношению к нему

малой скоростью диффузии. В качестве такого материала нами был выбран сплав NiSb + 2% Pb, а в качестве способа коммутации — метод диффузионного сращивания.

Таблица 4

Колич. раб. часов	$T_{\text{гор}}, ^\circ\text{C}$	$T_{\text{хол}}, ^\circ\text{C}$	$\Delta T, ^\circ\text{C}$	$E, \text{мВ}$	α мкВ/град	σ Ом ⁻¹ · см ⁻¹	$R \cdot 10^{-3}$ Ом	W, Вт
90	700	452	248	50	-202	400	0,60	1,1
142	700	445	255	51,8	-202	400	0,6	1,1

Для пары сульфид свинца—N за рабочую температуру принимали 700°C, система испытывалась в течение 140 часов. Результаты экспериментов по исследованию нагрузочных характеристик элементов из сернистого свинца с пластиной из антимонида никеля приведены в табл. 4. Полуэлемент испытывался в интервале 700—450°C. В течение 140 часов параметры (α , σ , W) элемента не менялись. Максимальная мощность $W = 1 \text{ Вт}$. Взаимодействия NiSb с PbS не наблюдалось.

Результаты исследований ТЭ на основе синтезированного и естественного PbS (n-ветвь) и Fe (p-ветвь)

Результаты испытаний полуэлементов из синтезированного PbS с коммутационными материалами Co, Fe и NiSb в различных интервалах температур позволили провести исследования и на естественном сернистом свинце.

Термоэлектрические характеристики галенита в интервале 600—300°C мало отличаются от синтезированного PbS [2]. Как было показано, величина эффективности для образцов естественного PbS ($n = 8,1 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$) при 600—300°C равна $0,7 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1}$. Это позволило нам испытать полуэлементы из галенита с антидиффузионной прослойкой из Co и NiSb.

Таблица 5

Колич. раб. часов	Весь ТЭ			Положит. ветвь			Отрицат. ветвь		
	$E, \text{мВ}$	$R \cdot 10^{-3}$	$q_{\text{тах}}, \text{Вт/см}^2$	$R \cdot 10^{-3}$	α мкВ/град	σ Ом ⁻¹ · см ⁻¹	$R \cdot 10^3$ Ом	α мкВ/град	σ Ом ⁻¹ · см ⁻¹
5	60	0,40	1,1	0,15	18	15000	0,31	155	900
150	60	0,40	1,1	0,16	18	15000	0,31	154	800
450	59	0,41	1,0	0,16	17	15000	0,31	155	800
600	59	0,4	1,1	0,16	18	15000	0,3	156	800

В результате испытания элементов (Co—галенит—Co) и (NiSb—галенит—NiSb) в течение 600 часов при $T_{\text{гор}} = 600^\circ\text{C}$ и $T_{\text{хол}} = 300^\circ\text{C}$ переходные сопротивления практически не изменялись.

Исходя из экспериментов, проведенных нами по коммутации ТЭ на основе PbS p-типа (подслой NiSb + Ag) и PbS n-типа (подслой Co) методом одновременного и совместного прессования, было решено отказаться от использования дырочного сульфида свинца в качестве материала для положительной ветви ТЭ по той причине, что сернистый свинец p-типа обладает чувствительностью к кислороду, под действием которого его термоэлектрические характеристики резко ухудшаются. PbS p-типа имеет низкую механическую прочность, благодаря

чему в нем легко образуются трещины под влиянием незначительных механических или термических нагрузок. Очевидно, для получения лучших свойств на дырочном сернистом свинце необходимы дальнейшие исследования.

Исходя из дешевизны материала для всего термоэлемента, для положительной ветви ТЭ (отрицательная ветвь—PbS) нами было выбрано железо, которое хотя и обладает низкой термо-э.д.с. (+18 мкВ/град), но является достаточно дешевым и технологичным сырьем.

В табл. 5 даны характеристики ТЭ (синтезированного PbS, *n*-ветвь и Fe, *p*-ветвь), полученного методом совместного прессования порошков. Исследования нагрузочных характеристик ТЭ (PbS—Fe) с коммутационной пластинкой из Co в интервале 600—300°C дают 1,8 Вт электроэнергии.

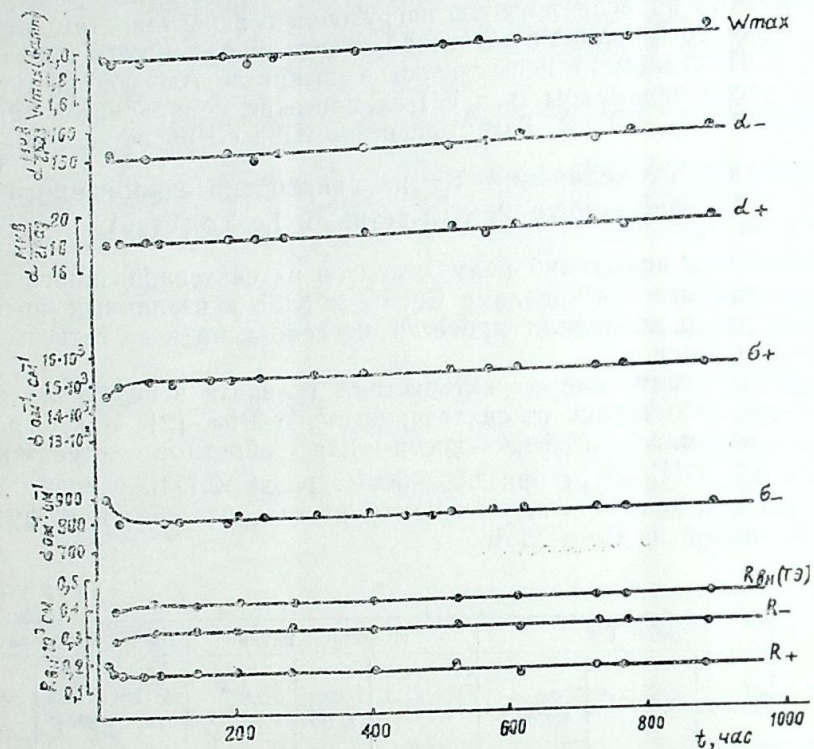


Рис. 2. Зависимость термоэлектрических характеристик $W_{\max}$; α_+ ; α_- ; α_+ ; α_- ; R_{bu} ; R_- ; R_+ ; термоэлемента из сернистого свинца (*n*-ветвь) и железа (*p*-ветвь), полученного методом одновременного и совместного прессования порошков, от продолжительности его работы в течение 900 часов при $T_{\text{гор}}=600^\circ\text{C}$ и $T_{\text{хол}}=300^\circ\text{C}$.

Полученные ТЭ (галенит—железо) обладали удовлетворительными термоэлектрическими показателями. Они испытывались в интервале 600—300°C в течение 900 часов. Термоэлектрические характеристики α , σ , R , $W_{\max}$ таких ТЭ, полученных методом одновременного и совместного прессования порошков, в течение 900 часов работы не изменились (рис. 2). Максимальная мощность, развиваемая ТЭ (галенит—железо) при 600—300°C, в течение 900 часов остается постоянной и равной 1,8 Вт. Данные ТЭ были испытаны на термоудар в режиме 100 град/мин, при этом они не ухудшали своих характеристик после быстрого нагрева и охлаждения (W оставалась постоянной). При исследовании этих ТЭ в качестве дополнительной прослойки между PbS и Fe был успешно использован NiSb.

Таким образом, ТЭ с отрицательной ветвью из синтезированного и естественного PbS и положительной из железа с антидиффузионной прослойкой NiSb + 2% Pb между PbS и Fe в интервале 600—300°C оказались эффективными ($W=1,1 \text{ Вт/см}^2$) и стабильными.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абдуллаев Г. Б., Кулиев А. З., Кахраманов К. Ш. Авт. свид. № 39162, 1966.
2. Абдуллаев Г. Б., Кулиев А. З., Кахраманов К. Ш., Абдуллаев Э. А. Бабаев Г. М. Изв. АН Азерб. ССР, 1970, № 5.

Институт физики
АН Азерб. ССР

Поступило 18. XII 1970

ДЕПОНИРОВАННЫЕ СТАТЬИ

УДК. 621. 372. 018. 782. 3

АННОТАЦИЯ

К статье „Применение теории импульсных систем к расчету переходных процессов в трехфазных линейных электрических цепях с распределенными параметрами“*

Я. Б. КАДЫМОВ, З. Я. КУЛИЕВ, Г. А. МАМЕДОВ

Сущность предлагаемого метода сводится к приведению процессов, происходящих в непрерывной линейной трехфазной системе с распределенными параметрами, к процессам в замкнутой линейной системе и последующему применению теории импульсных систем. Преимущества изложенного метода заключаются в том, что в отличие от линейных непрерывных систем линейные импульсные системы допускают возможность точного и относительно простого способа построения процессов.

Предлагаемый метод рассмотрен на примере расчета амплитуд перенапряжений, вызванных неодновременностью включения фаз включателя. Рассмотрению подлежат случаи включения одной фазы, одновременного включения двух фаз, а также случай одновременного включения трех фаз. Полученные рекуррентные соотношения, которые сводятся к выполнению арифметических операций—сложению и умножению, легко реализуются на современных ЭЦВМ.

Поступило 16. IV 1971

ДЕПОНИРОВАННЫЕ СТАТЬИ

УДК 66.635+531.756:53.09

АННОТАЦИЯ

К статье „Исследование плотности соленых вод“*

В. Д. ЮСУФОВА, Р. И. ПЕПИНОВ, В. А. НИКОЛАЕВ

В статье приводятся результаты экспериментального исследования плотности соленых вод при различной концентрации растворимых солей в пределах $S = 10000 \div 70000$ мг/л. Исследования проведены методом переменного объема с относительной погрешностью $\approx 0,35\%$ в интервале температур $t = 20 \div 160^\circ\text{C}$ и давлений $P = 0 \div 150$ кг/см². Полученные экспериментальные данные сравниваются с ранее изученными нами солеными водами других солевых концентраций. Все исследованные пробы соленых вод были получены в водоподготовительном цехе ГРЭС „Северная“. Результаты исследований представлены в виде таблиц и графиков.

Поступило 16. IV 1971

* Статья депонирована во ВИНТИ (Москва, А—219, ул. Балтийская, 14, отдел справочной информации ВИНТИ),

* Статья депонирована во ВИНТИ (Москва, А—219, ул. Балтийская, 14, отдел справочной информации ВИНТИ), № 3461—71 от 24.IX 1971 г.

Б. А. Әзімов, Ш. М. Рәһимов, А. А. Гасымханлы. Гејри-изо- термик ахын шәрантиндә мәјәләрин сүзүлмәси вахты Чолу-Томпсон еффеқтинин нәзәрә алынмасы	120
Ј. Б. Гәднмов, Н. Л. Нүсәјнов. Јарымкечиричи дүзләндиричиләрлә ишләјән ардычыл тәсирләнмәли синхрон мүнәррик	127
Ә. М. Кәримов, Л. М. Мирзәјев. Електрик гөвслү гыздырычы- да јаранан ахымда пиролиз реаксиясынын тәдгиги	134
А. М. Кәримов, М. К. Әлијева, Н. С. Нәсәнов. 96%-ли һә- чимли) этил спиртинин сабит һәчмдә истилик тутумунун бөһран һалындан јүксәк обласда тәдгиги	141
А. Ш. Әзизбәјов. Тәһнизат вә еһтијат Јазаларынын динамикасынын статистик тәһлили	144
А. З. Гулијев, К. Ш. Гәһрәманов, Г. М. Бабајев. Күкүрдлү гурғушун әсасында јарымелементләрин вә термоелементләрин комму- тасиясы	150
Сифариш көзләјән мәгаләләр	156

МҮНДӘРИЧАТ

Ч. М. Чуварлы Е. М. Чәфәров. Электромагнит далға просесләринин тәдгигиндә електрик өтүрүлмәсиндә мәфтилләрин дахили мугавимәтләринин дә- гигләшмиш һесабы	3
М. А. Бағыров, В. П. Малин, Ј. Н. Газарјан. Електрик бошалмаларынын тәсири илә полимер диелектрикләрин дағылмасы һағында	9
В. П. Малин, М. Ә. Бағыров, Ј. Н. Газарјан, Ј. Б. Васи- левски, А. Ч. Чәлилов. һавада електрик бошалмаларынын полиамид глонкасынын диелектрик иткиләринә вә гурулушуна тәсири	15
К. А. Вәлијева, Ә. Г. Галустова. Азәрбајчан дилиндә сөзүн синтезинин алгоритминин «ВЕСМ-2М» машынында програмлашдырылмасы	19
И. И. Муллајева. Мүәјјән кодлар синфи үчүн чәкиләрин пәјланмасы формулунын чыхарылышы	24
Б. С. Мәмәдова. Бир синиф квази-хәтти параболик тәһликләр үчүн сонлу областа бирөлчүлү гарышыг мәсәләнин зәиф үмумиләшмиш һәллинин тәдгиги	28
О. М. Фәрзәлијева. Газ-конденсат системинин сүзүлмәсинин бир гә- рарлашмамыш мәсәләсинин әдәди һәлли	36
Ч. Ә. Бабајева, Е. М. Гарајева. Бору шәбәкәләринин оптимал- лашдырылмасы алгоритми	42
Е. М. Мәмәдов. Корланмыш элементләрин периодик бәрпа едилмә- синдә мажоритар принципдә ишләјән изафи һесаб блокунун етибарлылығынын анализи	48
Ј. А. Маһмудов, Т. А. Бәдәлов. Сүр'әтләрин мүәјјәнләшдирилмиш нәзәријәсинин дәринлик нефт насосларынын ишинин техники диагностикасына тәتبиги	53
Ч. Н. Әлизадә. Транзисторларын ахын иш режими һағында	58
А. И. Луковскаја, М. Б. Грановски, А. М. Рәсулов, В. М. Мејзел. Мүхтәлиф импульслу јүкләнмәдә резинин кордла әләгәси за- маны статик вә динамик мөһкәмлик характеристикалары арасындакы әләгә	33
В. Д. Јусуфова, Р. И. Пеппинов, Н. В. Лобкова. Темпера- турдан асылы олараг минераллашмыш суларын өzlүлүјүнүн тәчрүби тәдгиги	69
Р. С. Минасјан, И. И. Мустафајева. Бирчинс призматик брусун гүввәсиндән алынған чәп әјри	73
Т. И. Низамов, В. А. Прозоров. Тиристорлу чевиричиләрдән бәс- ләнән сабит чәрәјән машынларынын истифадеолунма әмсаллары	80
С. А. Никитин. Өзлү газын даирәви боруда диварлардан сүзүлмәсини нәзәрә алмагла ахмасы мәсәләсинин хусуси һәлли	85
А. Ә. Әфәндизадә, С. М. Бағыров, Ш. Ш. Авшалумов. Енинә импульс модулясиялы тезлик чевиричи гита мәнбәјиндән бәсләнән асинхрон мүнәррикдән баш верән электрометаники кечид һалынын һесабы	91
И. Ә. Ибраһимов. Ферромагнит элементләринин диференсиал вә инверс- диференсиал индуктивликләринин тәјини вә онларын дәјишән параметр шәклиндә ифадә едилмәси һағында	97
Р. Ј. Кәримов. Зәифләдилмиш цилиндрик өртүјүн еластик-пластик кәркин- лик вәзијјәти	106
Т. С. Ахундов, К. М. Абдуллајев, Ф. И. Мәмәдов. Хәзәр дә- низинин јумшалдылмыш сујунун концентратларынын 325°C температур вә 300 бар тәзјигә гәдәр параметрләрдә термики хассәләри (137 г/л концентрасиясы)	112
Ј. Б. Гәдимов, Н. Л. Нүсәјнов. Ардычыл тәсирләнмәли синхрон мүнәррикин ән бөјүк артыг јүкләнмә моменти	115

СОДЕРЖАНИЕ

Ч. М. Джуварлы, Э. М. Джафаров. Уточненный расчет внутреннего сопротивления проводов ЛЭП при исследовании волновых электромагнитных процессов	3
М. А. Багиров, В. П. Малин, Ю. Н. Газарян. О нарушении полимерных диэлектриков под действием электрических разрядов в результате термоокислительной деструкции их макромолекул	9
В. П. Малин, М. А. Багиров, Ю. Н. Газарян, Е. Б. Василевский, А. Я. Джалилов. Влияние электрических разрядов в воздухе на диэлектрические потери и структуру полиамидной пленки	15
К. А. Велиева, Э. Г. Калустова. Программирование алгоритма синтеза азербайджанского слова на машине БЭСМ-2М	19
И. И. Муллаева. Весовое распределение и вывод формулы кодового расстояния для некоторого класса кодов	24
Б. С. Мамедова. Исследование слабо обобщенного решения одномерной смешанной задачи в конечной области одного класса квазилинейных параболических уравнений	28
О. М. Фарзалиева. Численное решение одной нестационарной задачи фильтрации газоконденсатных систем	36
Д. А. Бабаев, Э. М. Караева. Алгоритм оптимизации трубопроводных сетей	42
Э. М. Мамедли. Анализ надежности избыточного вычислительного блока, работающего по мажоритарному принципу, при периодическом восстановлении отказавших элементов	48
Ю. А. Махмудов, Т. А. Бадалов. Применение теории распознавания образов к технической диагностике работы глубинного нефтяного насоса	53
Д. Г. Али-Заде. О лавинном режиме работы транзистора	58
А. И. Лукомская, М. Б. Грановский, А. М. Расулов, В. Л. Майзель. Соотношение между статическими и динамическими характеристиками прочности связи резины с кордом при разных формах импульса нагружения	63
В. Д. Юсуфова, Р. И. Пепинов, Н. В. Лобкова. Экспериментальное исследование вязкости минерализованных вод в зависимости от температуры	69
Р. С. Минасян, И. И. Мустафаева. Косой изгиб силой однородного призматического бруса сравнительно малой жесткости	73
Т. И. Низамов, В. А. Прозоров. О коэффициенте использования электродвигателей постоянного тока при питании от тиристорных преобразователей	80
С. А. Никитин. Частное решение задачи о течении вязкого газа в круглой трубе с просачиванием сквозь стенки	85
А. А. Эфендизаде, С. М. Багиров, Ш. Ш. Авшалумов. Расчет электрохимического переходного процесса асинхронного двигателя при питании от инвертора с синусоидальной широтно-импульсной модуляцией	91
И. Э. Ибрагимов. К вопросу определения дифференциальной и инверсионно-дифференциальной индуктивности ферромагнитных элементов и представления их в виде переменных параметров	97
Р. Ю. Керимов. Упруго-пластическое напряженное состояние цилиндрических оболочек с отверстием	106
Т. С. Ахундов, К. М. Абдуллаев, Ф. И. Мамедов. Термические свойства концентратов умягченной воды Каспийского моря при температурах до 325°C и давлениях до 300 бар, концентрация 137 г/л	112
Я. Б. Кадымов, Н. Л. Гусейнов. О наибольшем перегрузочном моменте синхронного двигателя последовательного возбуждения	115

Б. А. Азимов, Ш. М. Рагимов, А. Х. Касумханлы. Учет эффекта Джоуля—Томсона при фильтрации жидкостей в неизотермических условиях течения	120
Я. Б. Кадымов, Н. Л. Гусейнов. Синхронный двигатель последовательного возбуждения с полупроводниковыми выпрямителями	127
А. М. Керимов, Л. М. Мирзоева. Исследование реакции пиролиза в струе электродугового подогревателя	134
А. М. Керимов, М. К. Алиева, Н. С. Гасанов. Экспериментальное исследование изохроной теплоемкости раствора этилового спирта в воде концентрации 96% (по объему) в сверхкритической области	141
А. Ш. Азизбеков. Статистический анализ динамики запасов на базах снабжения	144
А. З. Кулиев, К. Ш. Кахраманов, Г. М. Бабаев. Коммутация полупроводниковых элементов и термоэлементов на основе серпнистого свинца	150

ДЕПОНИРОВАННЫЕ СТАТЬИ

АННОТАЦИЯ

Я. Б. Кадымов, З. Я. Кулиев, Г. А. Мамедов.	156
К статье «Применение теории импульсных систем к расчету переходных процессов в трехфазных линейных электрических цепях с распределенными параметрами»	
В. Д. Юсуфова, Р. И. Пепинов, В. А. Николаев	157
К статье «Исследование плотности солевых вод»	