П-169

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН

ХӘБӘРЛӘРИ

ИЗВЕСТИЯ

АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ФИЗИКА-РИЈАЗИЈЈАТ ВӘ ТЕХНИКА ЕЛМЛӘРИ СЕРИЈАСЫ

☆

СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ И ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

5

1960

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕА НӘШРИЈЈАТЫ
ИЗДАТЕЛЬСТВО АН АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

Бакы — Баку

П 26571
ЦЕНТРАЛЬНАЯ ГОС. БИБЛИОТЕКА А. Н. Киргизской

РЕДАКСИЈА ҺЕЈ'ӘТИ: З. И. Хәлилов (редактор), Һ. Б. Абдуллајев, С. М. Гулијев (редактор мүавини), С. Ә. Әләскәров, А. Ә. Әфәндизадә, И. И. Ибраһимов, Һ. Ф. Султанов, Ә. М. Мәммәдов (мәс'ул катиб).

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ: З. И. Халилов (редактор), Г. Б. Абдуллаев, С. А. Алескеров, Ч. М. Джуварлы, И. И. Ибрагимов, С. М. Кулиев (зам. редактора), Г. Ф. Султанов, А. А. Эфендизаде, А. М. Мамедов (ответственный секретарь).

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

П. А. РАХМАНОВ

ИССЛЕДОВАНИЯ ПОПЕРЕЧНОГО УДАРА ПО ГИБКОЙ НИТИ, НАХОДЯЩЕЙСЯ В СПЛОШНОЙ СРЕДЕ (МАЛЫЕ ДЕФОРМАЦИИ)

ВВЕДЕНИЕ

В настоящей работе изложены результаты ряда исследований напряженного состояния гибкого троса, когда по нему производится поперечный удар, а трос находится в жидкости (воде) или газе (воздухе).

В случае удара со скоростью несколько десятков метров в секунду по тросу, находящемуся в воде, сопротивление последней делается существенным. Мы стремимся дать приближенное аналитическое решение задачи и качественное исследование изменения деформации (натяжение) троса. Следует заметить, что точное решение поставленной задачи может быть получено только числовыми методами на быстродействующих электронных машинах. В силу того, что указанные расчеты требуют значительного машинного времени возникла необходимость разработки приближенных расчетов. Кроме того установленные нами некоторые факты могли быть не замечены при числовых расчетах. Одним из основных фактов, установленным нами, является факт падения натяжения троса, находящегося в воде, когда по нему производится поперечный удар. Такое падение оказывается продолжается до тех пор, пока углы наклона троса сравнительно малые и касательной составляющей сопротивления можно пренебречь.

1. Вывод основных уравнений

Пусть материальная точка, движущаяся с переменной скоростью $V_0 = V_0(t)$, встречает бесконечно длинную прямолинейную нить, находящуюся в жидкости. Скорость в начале удара обозначим через V_{00}. Направление скорости предполагается постоянным и перпендикулярным к начальной форме нити. Расположим координатную ось x вдоль первоначального положения нити, ось y—перпендикулярно к ней по направлению скорости.

За независимые переменные, определяющие процесс движения нити, примем время t и начальное расстояние S_0 рассматриваемой точки от места удара (S_0—лагранжева координата частицы нити). Тогда напряжение T, координаты x, y плотность ρ—суть функции S_0 и t.

Для вывода уравнения сохранения массы обратимся к рис. 1, из которого следует, что длина dS_0 первоначальной частицы нити AB в момент времени t стала равной $CD = dS$.

Из условия сохранения массы частицы AB, имеем

$$\rho_0 F_0 dS_0 = \rho F dS.$$

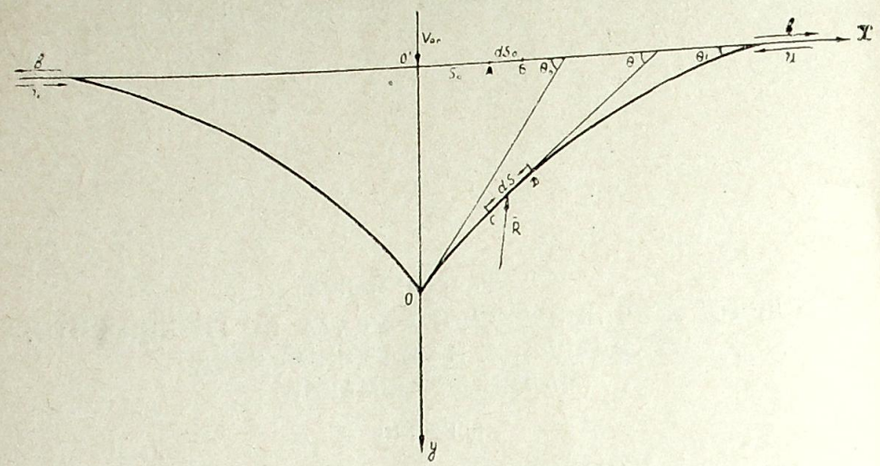


Рис. 1

Так как

$$\frac{dS}{dS_0} = 1 + \varepsilon, \qquad (1,1)$$

условие сохранения массы примет вид

$$\rho_0 F_0 = \rho F (1 + \varepsilon).$$

Здесь $\rho_0(S_0)$—начальная плотность, $F_0(S_0)$—начальная, $F(S_0, t)$—текущая площади поперечного сечения нити.

На элемент нити dS действует напряжение T и сила сопротивления $\overline{R}$, отнесенная к единице длины нити. Сила сопротивления жидкости $\overline{R}$ вычисляется по формуле

$$R = C_1 d \rho_1 \frac{V^2}{2} \qquad (1,2)$$

и направлена под некоторым углом к нити. На рис. 2 приведена картина действия сил сопротивления. Заметим, что при не очень малых углах α вектор $\overline{R}$ направлен почти нормально, т. е. $R_\tau \approx 0$. Когда угол α близок к нулю, очевидно $R_n \simeq 0$. В начале удара выполняется условие $R_\tau = 0$ и наоборот в конце удара выполняется условие $R_n = 0$. Поэтому мы в дальнейшем рассмотрим два случая движения: 1) $R_\tau = 0$ в начале удара и 2) $R = 0$ через значительное время после удара.

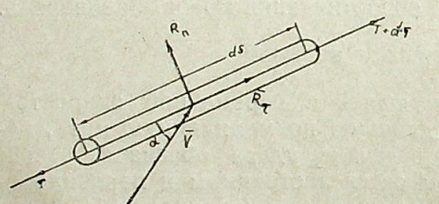


Рис. 2

В формуле (1, 2) C_1—коэффициент сопротивления; ρ_1—плотность жидкости; V—скорость движения нити в жидкости; d—диаметр нити.

Скорость движения нити V вычисляется по формуле $V = \sqrt{y_t^2 + x_t^2}$. Пренебрегая x_t^2 относительно y_t^2, для скорости V получим следующее

выражение $V = y_t$, где y_t—компонент скорости частицы нити в направлении оси y. Тогда формула (1, 2) примет вид

$$R = C_1 \rho_1 d \frac{y_t^2}{2}. \qquad (1,3)$$

Уравнения движения нити в проекциях на оси xy при отсутствии массовых сил, имеют вид

$$\rho_0 F_0 dS_0 \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -\frac{\partial (F T_0' \cos\theta)}{\partial S_0} dS_0 - R_n dS \sin\theta + R_\tau dS \cos\theta \qquad (1,4)$$

$$\rho_0 F_0 dS_0 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial (F T_0' \cos\theta)}{\partial S_0} dS_0 - R_n dS \cos\theta - R_\tau dS \sin\theta \qquad (1,5)$$

В дальнейшем будем считать $\rho_0 = \text{const}$ и $F_0 = \text{const}$, где θ—угол между осью x и касательной к элементу нити.

Напишем граничные условия, при $S = 0$

$$x = 0, \qquad y = y_0 = \int_0^t V_0 dt. \qquad (1,6)$$

На фронте сильного разрыва, при $S = S_1(t)$

$$y = 0, \qquad x = \int_0^t b dt, \qquad (1,7)$$

где b—абсолютная скорость движения точки излома. Кроме того, из работы [1] известно, что на фронте сильного разрыва из теоремы количество движения и из условия непрерывности смещения частиц имеем:

$$\frac{dS_{01}}{dt} = \frac{b + u}{1 + \varepsilon_1} = \frac{b + x_t'}{(1 + \varepsilon_1)\cos\theta_1} = \frac{y_t'}{(1 + \varepsilon_1)\sin\theta_1} = \sqrt{\frac{T_1}{\rho_0 (1 + \varepsilon_1)}}. \qquad (1,8)$$

Уравнения (1, 4), (1, 5) и (1, 8) дополним выражением для относительного удлинения

$$\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial S_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial S_0}\right)^2} - 1 \qquad (1,9)$$

и соотношениями

$$\frac{\partial x}{\partial S_0} = (1 + \varepsilon)\cos\theta \qquad \frac{\partial y}{\partial S_0} = -(1 + \varepsilon)\sin\theta \qquad (1,10)$$

Уравнение движения тела напишем в форме

$$m = \frac{dV_0}{dt} = -2 F_0 T_0 n \sin\theta_0,$$

где m—масса ударяемого тела, T_0—напряжение нити в точке O, n—число тросов.

Уравнение движения тела приведем к следующему виду:

$$A_1 \frac{dV_0}{dt} = -\frac{1}{\rho} T_0 \sin\theta, \qquad (1,11)$$

где

$$A_1 = \frac{m}{2 F_0 \rho_0 n}$$

2. Исследование движения нити в сплошной среде при ударе с постоянной скоростью, когда сила сопротивления перпендикулярна к элементу нити

Точные уравнения движения являются системой двух нелинейных уравнений с частными производными 2-го порядка. Эти уравнения гиперболического типа. Методом характеристик их можно решить численно на электронных машинах. Но для фактического интегрирования требуется значительное машинное время. Кроме того, численные решения не позволяют вести исследования зависимостей между параметрами. Мы составили задачу разработать приближенный метод решения указанных уравнений. Наш метод является продолжением метода, предложенного Х. А. Рахматулиным [2] к случаю удара по нити. Итак, мы в первом приближении задаемся ускорениями, а именно в данном случае естественно полагать $x_{tt}=0$ —ввиду незначительности смещения по оси x и $y_{tt}=\frac{dV_0}{dt}$. Тогда уравнение движения можно привести к следующему виду:

$$\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial S_0}(T\cos\theta)-Ay_t^2(1+\varepsilon)\sin\theta=0 \qquad (2,\ 1)$$

$$\frac{dV_0}{dt}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial S_0}(T\sin\theta)-Ay_t^2(1+\varepsilon)\cos\theta. \qquad (2,\ 2)$$

Так как мы рассматриваем удар по нити с постоянной скоростью тогда $\frac{dV_0}{dt}=0$, следовательно уравнения движения нити (2, 1) и (2, 2) окончательно приводятся к следующему виду:

$$\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial S_0}(T\cos\theta)+Ay_t^2(1+\varepsilon)\sin\theta=0 \qquad (2,\ 3)$$

$$\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial S_0}(T\sin\theta)+Ay_t^2(1+\varepsilon)\cos\theta=0, \qquad (2,\ 4)$$

откуда получим

$$\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial T}{\partial S_0}=0 \qquad (2,\ 5)$$

$$\frac{1}{\rho_0}T\frac{\partial\theta}{\partial S_0}=-Ay_t^2(1+\varepsilon), \qquad (2,\ 6)$$

где

$$A=\frac{C_1\rho_1 d}{2F_0\rho_0},$$

Общий интеграл уравнения (2,5) будет

$$T=T_0(t)=T_1(t). \qquad (2,\ 7)$$

Рассмотрим поставленную задачу для случая линейной зависимости T от ε, т. е. $T=F\varepsilon$ (при малых деформациях).

Скорость частиц в продольном движении нити, определяется как в работе [1], т. е.

$$u=\int_0^{\varepsilon_1}a(\varepsilon)\,d\varepsilon. \qquad (2,\ 8)$$

В упругом случае формула (2, 8) будет иметь вид

$$u=a_0\varepsilon_1. \qquad (2,\ 9)$$

Пренебрегая x_t' относительно b в упругом случае, имея ввиду (2, 9) из уравнения (1, 8) определим все величины через θ_1

$$\frac{dS_0'}{dt}=d_0(1-\cos\theta_1) \qquad (2,\ 10)$$

$$b=a_0\cos\theta_1(1-\cos\theta_1) \qquad (2,\ 11)$$

$$y_t'=a_0\sin\theta_1(1-\cos\theta_1) \qquad (2,\ 12)$$

$$\varepsilon_1=(1-\cos\theta_1). \qquad (2,\ 13)$$

Дифференцируя равенства (2, 12) и (2, 13) по t находим

$$\frac{dv_t'}{dt}=a_0(1-\cos\theta_1)(1+2\cos\theta_1)\frac{d\theta_1}{dt} \qquad (2,\ 14)$$

$$\frac{d\varepsilon_1}{dt}=2\sin\theta_1(1-\cos\theta_1)\frac{d\theta_1}{dt}. \qquad (2,\ 15)$$

С другой стороны на волне сильного разрыва имеем

$$\frac{d\theta_1}{dt}=\frac{\partial\theta_1}{\partial t}+\frac{\partial\theta_1}{\partial S_0'}\frac{dS_0'}{dt} \qquad (2,\ 16)$$

$$\frac{dy_t'}{dt}=\frac{\partial t_t'}{\partial t}+\frac{\partial t_t'}{\partial S_0'}\frac{dS_0'}{dt} \qquad (2,\ 17)$$

$$\frac{d\varepsilon_1}{dt}=\frac{\partial\varepsilon_1}{\partial t}+\frac{\partial\varepsilon_1}{\partial S_0'}\frac{dS_0'}{dt}. \qquad (2,\ 18)$$

При допущении приближения эти выражения сводятся к следующим:

$$\frac{d\theta_1}{dt}=\frac{\partial\theta_1}{\partial t}+\frac{\partial\theta_1}{\partial S_0'}\frac{dS_0'}{dt} \qquad (2,\ 19)$$

$$\frac{dy_t'}{dt}=\frac{\partial y_t'}{\partial S_0'}\frac{dS_0'}{dt}. \qquad (2,\ 20)$$

$$\frac{d\varepsilon_1}{dt}=\frac{\partial\varepsilon_1}{\partial t}. \qquad (2,\ 21)$$

Дифференцируя второе соотношение (1, 10) по t, имеем

$$\frac{\partial y_t}{\partial S_0}=-\sin\theta\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}-\cos\theta\frac{\partial\theta}{\partial t}. \qquad (2,\ 22)$$

Таким образом, (2, 16) с учетом (2, 6) приводится к следующему виду

$$\frac{d\theta_1}{dt}=-a_0A\frac{\sin^2\theta_1(1-\cos\theta_1)\cos\theta_1}{1+3\cos\theta_1} \qquad (2,\ 23)$$

Отсюда следует, что θ_1 со временем убывает, следовательно на основе (2, 15) убывает ε_1. Так как (2, 7) видно, что $\varepsilon_0=\varepsilon_1$ то и ε_0 убывает.

Этот результат неожиданный, так как со временем длина нагруженной части нити увеличивается, поэтому естественно нужно предполагать, что натяжение увеличится. Это не происходит вследствие того, что на волне сильного разрыва падает граничное натяжение, этот конец нити как бы свободный.

3. Исследование движения нити в сплошной среде при ударе с переменной скоростью, когда сила сопротивления перпендикулярна к элементу нити

Уравнения движения нити (2, 1) и (2, 2) напишем в следующем виде

$$\frac{1}{\rho_0}\cos\theta\frac{\partial T}{\partial S_0}-\frac{T}{\rho_0}\sin\theta\frac{\partial\theta}{\partial S_0}=Ay_t^2(1+\varepsilon)\sin\theta$$

$$\frac{1}{\rho_0}\sin\theta\frac{\partial T}{\partial S_0}+\frac{T}{\rho_0}\cos\theta\frac{\partial\theta}{\partial S_0}=-Ay_t^2(1+\varepsilon)\cos\theta-\frac{dV_0}{dt}$$

или в упругом случае при малых деформациях можно представить в виде

$$a_0^2\frac{\partial\varepsilon}{\partial S_0}=-\frac{dV_0}{dt}\sin\theta, \qquad (3,\ 1)$$

$$a_0^2\varepsilon\frac{\partial\theta}{\partial S_0}=-Ay_t^2-\frac{dV_0}{dt}\cos\theta. \qquad (3,\ 2)$$

Уравнение движения тела в упругом случае будет

$$A_1\frac{dV_0}{dt}=-a_0^2\varepsilon_0\sin\theta. \qquad (3,\ 3)$$

Учитывая допущенное приближение, т. е. $\frac{\partial y_t}{\partial t}=\frac{dV_0}{dt}$ и имея ввиду уравнения (3, 1), (3, 2) и (2,14), (2,15), (2,22) выражения (2,16), (2,17) и (2,18) представим следующим виде

$$\frac{d\theta_1}{dt}=\frac{\partial\theta_1}{\partial t}-\frac{a_0^2A\sin^2\theta_1(1-\cos\theta_1)^2+\frac{dV_0}{dt}\cos\theta_1}{a_0(1-\cos\theta_1)}$$

$$a_0(1-\cos\theta)(1+2\cos\theta_1)\frac{d\theta_1}{dt}=\frac{dV_0}{dt}a_0\sin\theta_1(1-\cos\theta_1)\frac{\partial\varepsilon_1}{\partial t}-$$

$$a_0\cos\theta_1(1-\cos\theta_1)\frac{\partial\theta_1}{\partial t}$$

$$2\sin\theta_1(1-\cos\theta_1)\frac{d\theta_1}{dt}=\frac{\partial\varepsilon^1}{\partial t}-\frac{1}{a_0}\sin\theta_1(1-\cos\theta_1)\frac{dV_0}{dt}$$

Исключив $\frac{\partial\varepsilon_1}{\partial t}$ и $\frac{\partial\theta_1}{\partial t}$ находим $\frac{d\theta_1}{dt}$

$$\frac{d\theta_1}{dt}=-\frac{Ay_t^2\cos\theta_1-\frac{dV_0}{dt}\sin^2\theta_1}{a_0(1-\cos\theta_1)(1+3\cos\theta_1)} \qquad (3,4)$$

Отсюда следует, что θ_1 убывает со временем , из (2, 15) видно, что ε_1, тоже убывает, что является неожиданным.

Умножая уравнение (3, 1) на $(1+\varepsilon)$, с учетом второго соотношения (1, 10) интегрируя результаты при малых деформациях получим

$$y_0\frac{dV_0}{dt}=-a_0^2(\varepsilon_1-\varepsilon_0) \qquad (3,5)$$

Полученное уравнение показывает, что $\varepsilon_0<\varepsilon_1$, для всех моментов времени и в силу того, что ε_1 убывает, то отсюда следует, что ε_0 убывает со временем. Так как при $t=0$, $y_0=0$, то из (3,5) видно, что $\varepsilon_0=\varepsilon_1$ и является максимальным значением деформации.

Таким образом расчет троса, находящегося в воде, на поперечный удар надо вести по формулам удара при отсутствии сопротивляющейся среды. Таким образом, этот случай будет первым расчетным случаем. Второй расчетный случай соответствует концу удара и его надо исследовать исходя из условия $R_n\approx 0$.

Уравнение движения (2, 2), умножив dS_0 и интегрируя, получим

$$S_0^1\frac{dV_0}{dt}=-a_0^2(\varepsilon_1\sin\theta-\varepsilon_0\sin\theta_0)AV_0^2x^1 \qquad (3,\ 6)$$

При интегрировании мы полагаем $y_t=V_0(t)$. Фактически $y_t=y_t(S_0,t)$, но с другой стороны $y_t'\leqslant y_t\leqslant V_0(t)$, если мы принимаем $y_t=V_0(t)$, тогда сила сопротивления, действующая на элемент нити, будет иметь максимальную величину.

Определив из уравнения (3, 3) $\varepsilon_0\sin\theta$, подставляя в уравнение (3, 6) получим

$$\frac{dV_0}{dt}=-\frac{a_0^2\varepsilon_1\sin\theta+AV_0^2x'}{S_0'+A_1} \qquad (3,7)$$

Подставляя полученное выражение в уравнение (3, 4) имеем

$$\frac{d\theta_1}{dt}=-\frac{A(S_0'+A_1)y_t'^2\cos\theta+a_0^2\sin^3\theta_1(1-\cos\theta_1)^2+AV_0^2x'\sin^2\theta_1}{A(S_0'+A_1)(1-\cos\theta_1)(1+3\cos\theta_1)}$$

Тогда уравнение (2, 14) примет вид

$$\frac{dy_t'}{dt}=-\frac{1+2\cos\theta_1}{1+3\cos\theta_1}\frac{A(S_0'+A_1)y^2\cos\theta_1+a_0^2\sin^3\theta_1(1-\cos\theta_1)^2+AV_0^2x'\sin^2\theta_1}{S_0'+A_1}$$

Если выразить $\cos\theta_1$ и $\sin\theta_1$ через y_t' [1], то полученное выражение принимает вид

$$\frac{dy_t'}{dt}=-\frac{3-2\sqrt[3]{\frac{y_t'^2}{2a_0^2}}}{4-3\sqrt[3]{\frac{y_t'^2}{2a_0^2}}}\times$$

$$\times\frac{\sqrt[3]{a_0^2}(S_0'+A_1)y_t'^2\left(1-\sqrt[3]{\frac{y_t'^2}{2a_a^2}}\right)+\sqrt[3]{2a_0y_t'^7}+AV_0^2\times\sqrt[3]{4y_t^2}}{(S_0'+A_1)\sqrt[3]{a_0^2}},$$

где $\sin\theta^1=\sqrt[3]{\frac{2y_t'}{a_0}}$ $\qquad\cos\theta_1=1-\sqrt[3]{\frac{y_t'^2}{2a_0^2}}$

Так как $\varepsilon_1=\sqrt[3]{\frac{y_t'^4}{4a_0^4}}$, то при малых деформациях имеем

$$\frac{dy_t'}{dt}=-\frac{3}{4}Ay_2'^2;$$

интегрируя имеем

$$-\frac{1}{y_t'}=-\frac{3}{4}At+C.$$

при $t=0$, $C=-\frac{1}{V_{00}}$

Отсюда

$$y_t'=\frac{4V_{00}}{3AV_{00}t+4}. \qquad (3,\ 8)$$

Таким образом, все величины на волне сильного разрыва определяются как функции времени t, т. е.

$$\varepsilon_1=4\sqrt[3]{\frac{V_{00}^4}{a_0^4(3AV_{00}t+4)^4}} \qquad (3,\ 9)$$

$$b=\frac{dx'}{dt}=2\sqrt[3]{\frac{a_0V_{00}^2}{(3AV_{00}t+4)^2}}\left[1-2\sqrt[3]{\frac{V_{00}^2}{a_0^2(3AV_{00}t+4)^2}}\right] \qquad (3,\ 10)$$

$$\frac{dS_0'}{dt}=2\sqrt[3]{\frac{a_0V_{00}^2}{(3AV_{00}t+4)^2}}. \qquad (3,\ 11)$$

Интегрируя (3, 10) и (3, 11) находим

$$x'=\frac{2}{A}\sqrt[3]{\frac{a_0(3AV_{00}t+4)}{V_{00}}}+\frac{4}{A}\sqrt[3]{\frac{V_{00}}{a_0(3AV_{00}t+4)}}-\frac{2}{A}\sqrt[3]{\frac{4a_0}{V_{00}}}-$$
$$-\frac{2}{A}\sqrt[3]{\frac{2\sqrt{V_{00}}}{a_0}} \qquad (3,\ 12)$$

$$S_0'=\frac{2}{A}\sqrt[3]{\frac{a_0}{V_{00}}}\left[\sqrt[3]{3AV_0t+4}-\sqrt[3]{4}\right]. \qquad (3,\ 13)$$

Для исследования поведения функции $\frac{dN_0}{dt}$ пренебрегая малыми величинами (3, 7) приводится к следующему виду:

$$\frac{dV_0}{dt}=-8V_0^2A\sqrt[3]{a_0}\times$$
$$\times\frac{5(3AV_{00}t+4)^{1/3}-4\sqrt[3]{4}}{(3AV_{00}t+4)^2\left[2\sqrt[3]{a_0}(3AV_{00}t+4)+AA_1\sqrt[3]{V_{00}}-2\sqrt[3]{4a_0}\right.} \qquad (3,\ 14)$$

Интегрируя выражение (3,14) находим

$$V_0=\frac{2}{3AV_{00}t+4}+\frac{\beta}{\sqrt[3]{(3AV_{00}t+4)^2}}-\frac{\gamma}{\sqrt[3]{3AV_{00}t+4}}-$$
$$-\delta\ln\frac{AA_1\sqrt[3]{V_{00}}-2\sqrt[3]{4a_0}+2\sqrt[3]{a_0(3AV_{00}t+4)}}{\sqrt[3]{3AV_{00}t+4}}+c, \qquad (3,15)$$

где

$$\alpha=\frac{32\sqrt[3]{4a_0}V_{00}}{3\left(AA_1\sqrt[3]{V_{00}}-2\sqrt[3]{4a_0}\right)}$$

$$\beta=\frac{4V_{00}\sqrt{a_0}\left(5AA_1\sqrt{V_{00}}-2\sqrt[3]{4a_0}\right)}{\left(AA_1\sqrt[3]{V_{00}}-2\sqrt[3]{4a_0}\right)^2}$$

$$\gamma=\frac{16V_{00}\sqrt[3]{a_0^2}\left(5AA_1\sqrt[3]{V_{00}}-2\sqrt[3]{4a_0}\right)}{\left(AA_1\sqrt[3]{V_{00}}-2\sqrt[3]{4a_0}\right)^3}$$

$$\delta=\frac{32a_0V_{00}}{\left(AA_1\sqrt[3]{V_{00}}-2\sqrt[3]{4a_0}\right)^3}$$

$$c=V_{00}\frac{\alpha}{4}-\frac{\beta}{2\sqrt[3]{2}}+\frac{\gamma}{\sqrt[3]{4}}-\delta\ln\frac{AA_1\sqrt[3]{V_{00}}}{\sqrt[3]{4}}.$$

Из граничного условия (1,6) находим y_0, т. е. $y_0=\int_0^t V_0dt$

$$y_0=\frac{\delta}{9AV_{00}}(3AV_{00}t+4)-\alpha_1\sqrt[3]{(3AV_{00}t+4)^2}+\beta_1\sqrt{3AV_{00}t+4}+$$
$$+\gamma_1(t)\ln(3AV_{00}t+4)-\delta_1(t)\ln\left[\frac{AA_1\sqrt[3]{V_{00}}-2\sqrt[3]{4a_0}}{2\sqrt[3]{a_0}}+\sqrt[3]{3AV_{00}t+4}\right]-$$
$$-\delta_2t+c_1, \qquad (3,16)$$

где

$$\alpha_1=\frac{\gamma}{2AV_{00}}+\frac{\delta\left(AA_1\sqrt[3]{V_{00}}-2\sqrt[3]{4a_0}\right)}{12AV_{00}\sqrt[3]{a_0}}$$

$$\beta_1=\frac{\beta}{AV_{00}}+\frac{\delta\left(AA_1\sqrt[3]{V_{00}}-2\sqrt[3]{4a_0}\right)^2}{12AV_{00}\sqrt[3]{a_0^2}}$$

$$\gamma_1=\frac{\alpha}{3AV_{00}}+\frac{\delta}{9AV_{00}}(3AV_{00}t+4)$$

$$\delta_1=\frac{\delta}{3AV_{00}}\left[3AV_{00}t+4-\frac{\left(AA_1\sqrt[3]{V_{00}}-2\sqrt[3]{4a_0}\right)^3}{8a_0}\right]$$

$$\delta_2=\frac{\delta}{3}+\delta\ln2\sqrt[3]{a_0}-c,$$

$$c_1=\frac{4\delta}{9AV_{00}}-\left[\frac{\gamma}{2AV_{00}}-\frac{\delta\left(AA_1\sqrt[3]{V_{00}}-2\sqrt[3]{4a_0}\right)}{12AV_{00}\sqrt[3]{a_0}}\right]2\sqrt[3]{2}+$$
$$+\left[\frac{\beta}{AV_{00}}+\frac{\delta\sqrt[3]{4}\left(AA_1\sqrt[3]{V_{00}}-2\sqrt[3]{4a_0}\right)}{12AV_{00}\sqrt[3]{a_0^2}}\right]+\left(\frac{\alpha}{3AV_{00}}+\frac{4\delta}{9AV_{00}}\right)\ln4-$$
$$-\frac{\delta}{3AV_{00}}\left[4-\frac{\left(AA_1\sqrt[3]{V_{00}}-2\sqrt[3]{4a_0}\right)^3}{8a_0}\right]\ln\frac{AA_1\sqrt[3]{V_{00}}}{2\sqrt[3]{a_0}}.$$

Таким образом теперь можно определить ε_0 как функции времени t.

Из уравнения определим ε_0

$$a_0^2\varepsilon_0 = a_0^2\varepsilon_1 + y_0\frac{dV_0}{dt}$$

или

$$\varepsilon_0 = \frac{y_0}{a_0^2}\frac{dV_0}{dt} + \varepsilon.$$

Подставляя в полученное уравнение выражения (3,14), (3,16) и (3,9) имеем

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{a_0^2}\left\{\frac{\delta}{9AV_{00}}(3AV_{00}t+4) - \alpha_1\sqrt[3]{(3AV_{00}t+4)^2} + \beta_1\sqrt[3]{3AV_{00}t+4} + \right.$$

$$+\gamma_1(t)\ln(3AV_{00}t+4) - \delta_1(t)\ln\left[\frac{AA_1\sqrt[3]{V_{00}} - 2\sqrt[3]{4a_0}}{2\sqrt[3]{a_0}} + \sqrt[3]{3AV_{00}t+4}\right] -$$

$$\left.-\delta_2 t - c_1\right\} \frac{8AV_{00}^2\sqrt[3]{a_0}\left|4\sqrt[3]{4} - 5\sqrt[3]{3AV_{00}t+4}\right|}{(3AV_{00}t+4)\left[2\sqrt[3]{a_0(3AV_{00}t+4)} + AA_1\sqrt[3]{V_{00}} - 2\sqrt[3]{4a_0}\right.} +$$

$$\left. + 4\sqrt[3]{\frac{V_{00}^4}{a_0^4(3AV_{00}t+4)^4}}\right.$$

4. Исследование движения нити в сплошной среде при ударе с постоянной скоростью, когда сила сопротивления касательна к элементу нити

Очевидно уравнения движения нити в рассматриваемом случае при первом приближении можно представить в следующем виде

$$\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial S_0}(T\cos\theta) + Ay_t^2(1+\varepsilon)\cos\theta = 0$$

$$\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial S_0}(T\sin\theta) + Ay_t^2(1+\varepsilon)\sin\theta = 0$$

или в линейной зависимости T от ε т. е. $T = E\varepsilon$, имеем

$$a_0^2\frac{\partial}{\partial S_0}(\varepsilon\cos\theta) + Ay_t^2(1+\varepsilon)\cos\theta = 0 \qquad (4,1)$$

$$a_0^2\frac{\partial}{\partial S_0}(\varepsilon\sin\theta) + Ay_t^2(1+\varepsilon)\sin\theta = 0 \qquad (4,2)$$

Эти уравнения можно представить в виде

$$a_0^2\cos\theta\frac{\partial\varepsilon}{\partial S_0} - a_0^2\varepsilon\sin\theta\frac{\partial\theta}{\partial S_0} = -Ay_t^2(1+\varepsilon)\cos\theta$$

$$a_0^2\sin\theta\frac{\partial\varepsilon}{\partial S_0} + a_0^2\varepsilon\cos\theta\frac{\partial\theta}{\partial S_0} = -Ay_t^2(1+\varepsilon)\sin\theta$$

Откуда получаем

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial S_0} = -\frac{A}{a_0^2}y_t^2(1+\varepsilon) \qquad (4,3)$$

$$a_0^2\varepsilon\frac{\partial\theta}{\partial S_0} = 0 \qquad (4,4)$$

Уравнение (4,4) показывает, что θ не зависит от S_0, т. е.

$$\theta = \theta_0(t) = \theta(t). \qquad (4,5)$$

Тогда уравнения (2,16), (2,17) и (2,18) с учетом (4,3) и (4,4) принимает следующий вид

$$2\sin\theta_1(1-\cos\theta_1)\frac{d\theta_1}{dt} = \frac{\partial\varepsilon_1}{\partial t} - \frac{A}{a_0}y_t'^2(1-\cos\theta_1)$$

$$a_0(1-\cos\theta_1)(1+2\cos\theta_1)\frac{d\theta_1}{dt} = -a_0\sin\theta_1(1-\cos\theta_1)\frac{\partial\varepsilon_1}{\partial t} -$$

$$-a_0\cos\theta_1(1-\cos\theta_1)\frac{d\theta_1}{dt}$$

Исключая $\frac{\partial\varepsilon_1}{\partial t}$ находим

$$\frac{d\theta_1}{dt} = -a_0A\frac{\sin^2\theta_1(1-\cos\theta_1)^3}{1+3\cos\theta_1} \qquad (4,6)$$

Уравнение (4,6) показывает, что θ_1 убывает для всех моментов времени, следовательно и убывает ε_1.

Принимая при первом приближении в уравнение (4,3) $y_t = V_0(t)$ и интегрируя при малых деформациях, получим

$$\varepsilon_0 = \frac{A}{a_0^2}V_0^2S_0' + \varepsilon_1$$

Дифференцируя по t имеем

$$\frac{d\varepsilon_0}{dt} = \frac{A}{a_0}V_0^2(1-\cos\theta_1) + \frac{d\varepsilon_1}{dt}$$

или

$$\frac{d\varepsilon_0}{dt} = a_0A\sqrt{\varepsilon_1}\left(\frac{V_0^2}{a_0^2} - \frac{8\varepsilon_1^2\sqrt{\varepsilon_1}}{1+3\cos\theta_1}\right). \qquad (4,7$$

Если положим $V_0 \approx y_t'$, тогда первый член в скобке уменьшается; это показывает, что если выражение в скобке положительно, то для $y_t' = V_0$ тем более будет положительно, т. е. $\frac{d\varepsilon_0}{dt} > 0$.

Учитывая вышесказанное и в уравнение (4,7) вместо V_0 подставим выражение для y_t' через ε_1, имеем

$$\frac{d\varepsilon_0}{dt} = 2a_0A\varepsilon_1^2\left(1 - \frac{4\varepsilon_1}{1+3\cos\theta_1}\right).$$

Отсюда очевидно, что $\frac{d\varepsilon_0}{dt} > 0$, следовательно ε_0 возрастает по времени, которое естественно справедливо.

Подставляя (4,6) в (2,14) имеем)

$$\frac{dy_t'}{dt} = -a_0^2A\frac{1+2\cos\theta_1}{1+3\cos\theta_1}\sin^3\theta_1(1-\cos\theta_1)^4$$

При малых деформациях полученное выражение представляется в следующем виде

$$\frac{dy_t'}{dt} = -\frac{3A}{4\sqrt[3]{2\sqrt[3]{a_0^5}}}\sqrt[3]{y_t^{11}}.$$

Интрегрируя, находим

$$y_t' = \sqrt[8]{\left(\frac{\sqrt[3]{a_0^5 V_{00}^8}}{A\sqrt[3]{4V_{00}^8 t} + \sqrt[3]{a_0^5}}\right)^3}$$

или

$$y_t' = \frac{V_{00}\sqrt[8]{a_0^5}}{\left(A\sqrt[3]{4V_{00}^8 t} + \sqrt[3]{a_0^5}\right)^3}. \qquad (4,8)$$

Таким образом, все величины определяются как функции времени, т. е.

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{\sqrt{a_0}}\sqrt[3]{\frac{V_0^4}{4}}\frac{1}{\sqrt{\left(A\sqrt[3]{4V_{00}^8 t} + \sqrt[3]{a_5^0}\right)}} \qquad (4,9)$$

$$\frac{dS_0'}{dt} = \sqrt[4]{a_0^3}\sqrt{\frac{V_{00}^2}{2}}\frac{1}{\sqrt[4]{A\sqrt[3]{4V_{00}^8 t} + \sqrt[3]{a_0^5}}} \qquad (4,10)$$

$$b = \frac{dx'}{dt} = \frac{\sqrt[4]{a_0^3}\sqrt[3]{V_{00}^2}}{\sqrt[3]{2}}\frac{1}{\sqrt[3]{A\sqrt[3]{4V_{00}^8 t} + \sqrt[3]{a_0^5}}} \times$$

$$\times\left[1 - \frac{\sqrt[3]{V_{00}^2}}{\sqrt[4]{a_0}\sqrt[3]{2}}\frac{1}{\sqrt[4]{A\sqrt[3]{4V_{00}^8 t} + \sqrt[3]{a_0^5}}}\right] \qquad (4,11)$$

Интегрируя уравнение (4,10) находим

$$S_0' = \frac{2\sqrt[4]{a_0^3}}{3AV_{00}^2}\left[\sqrt[4]{\left(A\sqrt[3]{4V_{00}^8 t} + \sqrt[3]{a_0^5}\right)^3} - \sqrt[4]{a_0^5}\right] \qquad (4,12)$$

Подставляя (4,9) и (4,12) в выражение для ε_0, т. е.

$$\varepsilon_0 = \frac{A}{a_0^2}V_{00}^2 S_0' + \varepsilon_1$$

или

$$\varepsilon_0 = \frac{\sqrt[3]{V_{00}^4}}{\sqrt[3]{4}\sqrt{a_0}}\frac{1}{\sqrt{A\sqrt[3]{4V_{00}^8 t} + \sqrt[3]{a_0^5}}} +$$

$$+ \frac{2}{3\sqrt{a_0^5}}\left[\sqrt[4]{\left(A\sqrt[3]{4V_{00}^8 t} + \sqrt[3]{a_0^5}\right)^3} - \sqrt[4]{a_0^5}\right]$$

Так как на практике длина троса ограничена, то время t также ограничено и максимальное значение ε_0 получим когда отраженная с конца волна дойдет до точки удара.

5. Исследование движения нити в сплошной среде при ударе с переменной скоростью, когда сила сопротивления касательно к элементу нити

При первом приближении пренебрегая продольным движением и полагая $\frac{\partial y_t}{\partial t} = \frac{dV_0}{dt}$, которое всегда справедливо, когда ускорение частиц монотонно изменяется. В данном случае ускорение частиц мы заменяем максимальным ускорением $\frac{dV_0}{dt}$, т. е. ускорением ударяемого тела, которое в первом приближении в рассматриваемом случае справедливо.

Учитывая выше сказанное, уравнение движения нити принимает следующий вид:

$$\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial S_0}(T\cos\theta) + Ay^2 + (1+\varepsilon)\cos\theta = 0 \qquad (5,1)$$

$$\frac{dV_0}{dt} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial S_0}(T\sin\theta) - Ay_t^2(1+\varepsilon)\sin\theta \qquad (5,2)$$

Или в упругом случае имеем

$$a_0^2\cos\theta\frac{\partial\varepsilon}{\partial S_0} - a_0^2\varepsilon\sin\theta\frac{\partial\theta}{\partial S_0} = -Ay_t^2(1+\varepsilon)\cos\theta$$

$$a_0^2\sin\theta\frac{\partial\varepsilon}{\partial S_0} + a_0^2\varepsilon\cos\theta\frac{\partial\theta}{\partial S_0} = -Ay_t^2(1+\varepsilon)\sin\theta - \frac{dV_0}{dt}$$

откуда получаем

$$a_0^2\frac{\partial\varepsilon}{\partial S_0} = -Ay_t^2(1+\varepsilon) - \frac{dV_0}{dt}\sin\theta \qquad (5,3)$$

$$a_0^2\varepsilon\frac{\partial\varepsilon}{\partial S_0} = -\frac{aV_0}{dt}\cos\theta. \qquad (5,4)$$

При этом уравнения (2,16) (2,17) и (2,18) сводятся к следующему:

$$\frac{d\theta_1}{dt} = \frac{\partial\theta_1}{\partial t} - \frac{\frac{dV_0}{dt}\cos\theta_1}{a_0(1-\cos\theta_1)}$$

$$a_0(1-\cos\theta_1)(1+2\cos\theta_1)\frac{d\theta_1}{dt} = \frac{dV_0}{dt} - a_0\sin\theta_1(1-\cos\theta_1)\frac{\partial\varepsilon_1}{\partial t} -$$

$$- a_0\cos\theta_1(1-\cos\theta_1)\frac{\partial\theta_1}{\partial t}$$

$$2\sin\theta_1(1-\cos\theta_2)\frac{d\theta_1}{dt} = \frac{\partial\varepsilon_1}{st} - \frac{1}{a_0}Ay_t^2(1-\cos\theta_1) - \frac{1}{a_0}\sin\theta(1-\cos\theta_1)\frac{dV_0}{dt},$$

исключая $\frac{\partial\varepsilon_1}{\partial t}$ и $\frac{\partial\theta_1}{\partial t}$ при малых деформациях имеем

$$\frac{d\theta_1}{dt} = -\frac{a_0^2 A\sin^3\theta_1(1-\cos\theta_1)^3 - (1+\cos\theta_1)\frac{dV_0}{dt}}{a_0(1+3\cos\theta_1)} \qquad (5,5)$$

Интегрируя уравнения (5,1) и (5,2) имеем

$$a_0^2(\varepsilon_1\cos\theta_1 - \varepsilon_0\cos\theta_0) + AV_0^2 x' = 0$$

$$S_0'\frac{dV_0}{dt} = -a_0^2(\varepsilon_1\sin\theta_1 - \varepsilon_0\sin\theta_0) - AV_0^2y_0$$

Определив из уравнения движения тела $\varepsilon_0\sin\theta_0$, подставляя во второе полученное уравнение, имеем

$$\frac{dV_0}{dt} = -\frac{a_0^2\varepsilon_1\sin\theta_1 + AV_0^2y_0}{S_0' + A_1} \qquad (5,6)$$

Подставляя в (5,5) имеем

$$\frac{d\theta_1}{dt} = -\frac{a_0^2(S_0' + A_1)A\sin^3\theta_1(1-\cos\theta_1)^3 + (1+\cos\theta_1)(a_0^2\varepsilon_1\sin\theta_1 + AV_0^2y_0)}{a_0(S_0' + A_1)(1+3\cos\theta_1)}$$

или в безразмерных величинах будет

$$\frac{d\theta_1}{dt} = -a_0\frac{A(S_0'+A_1)\sin^3\theta_1(1-\cos\theta_1)^3 + (1+\cos\theta_1)\left[\sin\theta_1(1-\cos\theta_1)^2 + A\left(\frac{V_0}{d_0}\right)^2y_0\right]}{(S_0'+A_1)(1+3\cos\theta_1)} \qquad (5,7)$$

Таким образом, мы получаем пять уравнений, т. е. уравнения (2,10), (2,11), (5,6), (5,7) и (1,6), которые после интегрирования определяются V_0, y_0 x', S_0' и θ_1, после чего можно определить ε_1, ε_0.

Для исследования поведения функции ε_0 поступим следующим образом. Интегрируя уравнение (5,3) при малых деформациях имеем:

$$a_0^2\varepsilon_0 = a_0^2\varepsilon_1 + AV_0^2S_0' + y_0\frac{dV_0}{dt} \qquad (5,8)$$

Исключая из уравнения (5,8) и (5,6) $\frac{dV_0}{dt}$ получим

$$a_0^2\varepsilon_0 = a_0^2\varepsilon_1 + \frac{AV_0^2S_0'(S_0'+A_1) - a_0^2\varepsilon_1\sin\theta_1y_0 - AV_0^2y_0^2}{S_0'+A_1}$$

или

$$a_0^2\varepsilon_0 = a_0^2\varepsilon_1 + \frac{AV_0^2(S_0'^2 - y_0^2) + AA_1V_0^2S_0' - a_0^2\varepsilon_1\sin\theta_1y_0}{S_0'+A}$$

В безразмерных величинах полученное уравнение можно представить в виде

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_1 + \frac{AV_0^2(S_0'^2 - y_0^2) + AA_1V_0^2S_0' - a_0^2\varepsilon_1y_0\sin\theta_1}{a_0^2(S_0'+A_1)}$$

Из этого уравнения видно, что $\varepsilon_0 > \varepsilon_1$, причем сравнивая с решением предыдущего параграфа, очевидно ε_0 должен расти по времени. Нами дано решение в первом приближении. Второе приближение можно получить путем определения x_{II}; y_{II}—из первого приближения и подстановки их в уравнение движения.

Заметим, что наше качественное исследование останется справедливым и для последующих приближений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рахматулин Х. А. О косом ударе по гибкой нити с большими скоростями при наличии трения. ПММ, 1845, т. IX, вып 6.

2. Рахматулин Э. А. Доклад на юбилейной сессии МГУ(200-летие). М., 1955

П. А. Рәһманов

Сәлт мүһитдә еластики телә енинә зәрбәнин арашдырылмасы

(кичик деформасијаларда)

ХҮЛАСӘ

Мәгаләдә су вә ја газ ичәрисиндә јерләшән еластики телә енинә зәрбә заманы әмәлә кәлән кәркинлик һалы арашдырылыр.

Мәгаләдә һәмчинин телин һәрәкәт тәнликләри чыхарылыр. Бу тәнликләр гејри-хәтти икинчи тәртибли, һиперболик типли хүсуси төрәмәли тәнликләр системиндән ибарәтдир. Бундан әлавә, мәсәләнин шәртинә ујғун олараг башланғыч вә сәрһәд шәртләри көстәрилир. Биринчи јахынлашмада (мүәјјән садәләшдирмә нәтичәсиндә) гојулмуш мәсәләнин һәлли ади диференсиал тәнликләр үчүн мүәјјән Коши мәсәләси һәллинә кәтирилир.

Гојулмуш мәсәлә дөрд хүсуси һалда:

1) мүһитдә һәрәкәт едән телә тә'сир едән мүгавимәт күввәти телин елементинә перпендикуљар олуб, телә зәрбә едән чисмин сабит сүр'әтли олдуғу һалда;

2) мүһитин мүгавимәт күввәси телә перпендикуљар олуб, телә зәрбә едән чисмин дәјишән сүр'әтли олдуғу һалда;

3) мүһитин телин елементинә тә'сир едән мүгавимәт күввәти елементә тохунан олуб, телә тә'сир едән чисмин сүр'әти сабит олдуғу һалда;

4) мүһитин телин елементинә тә'сир едән мүгавимәт күввәси телә зәрбә едән чисмин сүр'әти дәјишән олдуғу һалда арашдырылыр.

2 вә 4-чү һаллар ән мараглы олдуғундан мәгаләдә әтрафлы арашдырылмышдыр. 2 вә 3-чү һаллара ујғун ријази мәсәлә биринчи јахынлашмада ахыра гәдәр һәлл едилмишдир.

Апарылан тәдгигат нәтичәсиндә ашағыдакы нәтичә әлдә едилмишдир.

Мүгавимәт күввәси телин елементинә перпендикуљар олдуғу һәр ики һалда деформасијасы заман кечдикчә азалыр.

Мәгаләдә ишләдилән метод Х. А. Рахматулинин тәклиф етдији методдур.

Гејд етмәк лазымдыр ки, апарылан тәдгигат кејфијјәт чәһәтдән мәсәләнин галан јахынлашмалары үчүн дә өз күчүндә галыр.

П 26571

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-рјазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

В. С. АНЦИФЕРОВ

ОДНОМЕРНЫЕ ДВИЖЕНИЯ ГРУНТА С УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ

В настоящей работе рассматриваются одномерные движения грунта, моделируемого „пластическим газом", определение которого дано Х. А. Рахматулиным. Пластическим газом называется сплошная среда, которая сохраняет свою деформацию при разгрузке, а также при повторном нагружении, пока напряжение не достигнет своего максимального значения при предыдущих нагружениях. Такая лишенная упругих деформаций среда хорошо моделирует многие реальные виды грунтов при давлениях, больших 5—7 *кг/см*^{2} [4, 5].

Допустим, что условие предельного равновесия грунтов (V) справедливы не только в момент нарушения равновесия, но и при дальнейшем движении среды. Кроме того, считается, что закон зависимости максимального нормального напряжения σ_r от объемной деформации среды $\varepsilon = 1-\rho_a/\rho$ известен. Эта кривая динамического сжатия для многих видов грунта была получена Х. А. Рахматулиным и Н. А. Алексеевым. Экспериментально установлено, что при динамическом сжатии грунта его температура увеличивается незначительно; поэтому можно предположить, что тот же закон зависимости $\sigma_r(\varepsilon)$ имеет место и на ударной волне [6].

1. Постановка задачи такова: в начальный момент времени однородная покоящаяся среда начинает раздвигаться поршнем (плоским, цилиндрическим или сферическим), начальный радиус которого не равен нулю (взрыв с каверной). Если r—расстояние частицы от центра (оси, плоскости) симметрии; φ, θ—углы при сферической и цилиндрической симметрии; σ_r, σ_φ, σ_θ—главные напряжения на соответствующих площадках, то, считая $\sigma_r \geqslant \sigma_\varphi, \sigma_r \geqslant \sigma_\theta$ и используя условие полного предельного равновесия [1, 2], можно получить:

$$\sigma_\varphi = \sigma_\theta \qquad \sigma_r - \sigma_\varphi = \tau_0 + \mu(\sigma_r + \sigma_\varphi) \tag{1,1}$$

$$\tau_0 = 2k\cos\omega \quad \mu = \sin\omega, \tag{1,2}$$

где k—коэффициент сцепления, ω—угол внутреннего трения.

Кривая динамического сжатия среды пусть задается функцией:

$$\sigma_r - \sigma_{r_0} = \sigma_{r_0} a\varepsilon f(\varepsilon) = \sigma_{r_0} as \quad s = (\sigma_r - \sigma_{r_0})/\sigma_{r_0} a \tag{1,3}$$

причем $f(0) = 1$; σ_{r_0}—напряжение покоящейся среды.

Уравнение движения имеет вид:

$$\rho\frac{dy}{dt} + \frac{\partial\sigma_r}{\partial r} + \alpha\frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = 0, \tag{1,4}$$

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-рија зијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

В. С. АНЦИФЕРОВ

ОДНОМЕРНЫЕ ДВИЖЕНИЯ ГРУНТА С УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ

В настоящей работе рассматриваются одномерные движения грунта, моделируемого „пластическим газом", определение которого дано Х. А. Рахматулиным. Пластическим газом называется сплошная среда, которая сохраняет свою деформацию при разгрузке, а также при повторном нагружении, пока напряжение не достигнет своего максимального значения при предыдущих нагружениях. Такая лишенная упругих деформаций среда хорошо моделирует многие реальные виды грунтов при давлениях, больших 5—7 $кг/см^2$ [4, 5].

Допустим, что условие предельного равновесия грунтов (V) справедливы не только в момент нарушения равновесия, но и при дальнейшем движении среды. Кроме того, считается, что закон зависимости максимального нормального напряжения σ_r от объемной деформации среды $\varepsilon = 1-\rho_a/\rho$ известен. Эта кривая динамического сжатия для многих видов грунта была получена Х. А. Рахматулиным и Н. А. Алексеевым. Экспериментально установлено, что при динамическом сжатии грунта его температура увеличивается незначительно; поэтому можно предположить, что тот же закон зависимости $\sigma_r(\varepsilon)$ имеет место и на ударной волне [6].

1. Постановка задачи такова: в начальный момент времени однородная покоящаяся среда начинает раздвигаться поршнем (плоским, цилиндрическим или сферическим), начальный радиус которого не равен нулю (взрыв с каверной). Если r—расстояние частицы от центра (оси, плоскости) симметрии; φ, θ—углы при сферической и цилиндрической симметрии; σ_r, σ_φ, σ_θ—главные напряжения на соответствующих площадках, то, считая $\sigma_r \geqslant \sigma_\varphi, \sigma_r \geqslant \sigma_\theta$ и используя условие полного предельного равновесия [1, 2], можно получить:

$$\sigma_\varphi = \sigma_\theta \qquad \sigma_r - \sigma_\varphi = \tau_0 + \mu(\sigma_r + \sigma_\varphi) \tag{1,1}$$

$$\tau_0 = 2k\cos\omega \quad \mu = \sin\omega, \tag{1,2}$$

где k—коэффициент сцепления, ω—угол внутреннего трения.

Кривая динамического сжатия среды пусть задается функцией:

$$\sigma_r - \sigma_{r_0} = \sigma_{r_0} a\varepsilon f(\varepsilon) = \sigma_{r_0} as \quad s = (\sigma_r - \sigma_{r_0})/\sigma_{r_0} a \tag{1,3}$$

причем $f(0) = 1$; σ_{r_0}—напряжение покоящейся среды.

Уравнение движения имеет вид:

$$\rho \frac{dy}{dt} + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \alpha \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = 0, \tag{1,4}$$

где $\alpha = 0$ для плоской, $\alpha = 1$ для цилиндрической, $\alpha = 2$ для сферической симметрии. Перейдем к лагранжевым координатам t, h [7], где $h(r, t)$—масса заключенная в сфере (цилиндра, слое) радиуса r, поделенная на $\rho_0(\alpha = 0)$, $2\pi\rho_0(\alpha = 1)$, $4\pi\rho_0(\alpha = 2)$. Очевидно:

$$h = \frac{1}{\rho_0}\int_{r=0(t)}^{t(ht)} \rho(r,t) r^\alpha dr, \quad \text{откуда} \quad r^\alpha \frac{\partial r}{\partial h} = \frac{\rho_0}{\rho} = 1 - \varepsilon \tag{1,5}$$

с учетом (1,1), (1,3) и (1,5) уравнение (1,4) преобразуется к форме:

$$\frac{r}{c_0^2}\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} + r^{1+\alpha}\frac{\partial s}{\partial h} + \frac{\alpha}{1+\mu}(1-\varepsilon)(2\mu s + \nu) = 0 \tag{1,6}$$

где c_0—скорость звука в невозмущенной среде, $\nu = (2\mu\sigma_{r_0} + \tau_0)/\sigma_{r_0}a$. Если поршень движется с неотрицательным ускорением (или если среда упругая), то по (1,3) имеем, считая $f(\varepsilon) = 1 + b\varepsilon^n$

$$\frac{r}{c_0^2}\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} + r^{1+\alpha}[1 + (1+n)b\varepsilon^n]\frac{\partial \varepsilon}{\partial h} + \frac{\alpha}{1+\mu}[2\mu\varepsilon(1+b\varepsilon^n) + \nu](1-\varepsilon) = 0 \tag{1,7}$$

Система уравнений (1,7) и (1,5) решается при условиях: на поршне

$$h = 0 \quad r = R_0(t) \quad R_0(0) = r_0 \quad s = s_0(t) \tag{1,8}$$

на ударной волне $r = R(t)$ $R(0) = r_0$ $s = \varepsilon f(\varepsilon)$

$$h = H(t) = [R^{1+\alpha}(t) - r_0^{1+\alpha}]/(1+\alpha) \quad R'(t) = c_0\sqrt{f(\varepsilon)}. \tag{1,9}$$

Для $f(\varepsilon) = 1 + b\varepsilon^n$ последнее условие представляется в виде:

$$\varepsilon = \sqrt[n]{\frac{1}{b}\left(\frac{R'^2}{c_0^2} - 1\right)} = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{m^k}{k!}\ln^k\left[\frac{1}{b}\left(\frac{R'^2}{c_0^2} - 1\right)\right] \quad m = \frac{1}{n} \tag{1,10}$$

Нужно найти связь между $R(t)$ и $R_0(t)$. Решение будем искать в виде рядов по степеням параметра m:

$$\varepsilon = 1 + \sum_{k=1}^{\infty}\varepsilon_k m^k \quad r = \sum_{k=0}^{\infty}\lambda_k m^k \tag{1,11}$$

При

$$h = H(t) \quad \varepsilon_k = \frac{1}{k!}\ln^k\left[\frac{1}{b}\left(\frac{R'^2}{c_0^2} - 1\right)\right] \quad \lambda_0 = R(t) \tag{1,12}$$
$$\lambda_k = 0 \quad k > 0$$

Выбор первого члена в разложении ε равным 1 обусловлен тем, что только тогда функция $\varepsilon^n = \varepsilon^{1/m}$, входящая в (1,7), тоже является рядом по степеням m:

$$\varepsilon^n = e^{\varepsilon_1}\left\{1 + \left(\varepsilon_2 - \frac{1}{2}\varepsilon_1^2\right)m + \left(\varepsilon_3 - \varepsilon_1\varepsilon_2 + \frac{1}{3}\varepsilon_1^3 + \frac{1}{2}\varepsilon_2^2 - \frac{1}{2}\varepsilon_1^2\varepsilon_2 + \right.\right.$$
$$+ \frac{1}{8}\varepsilon_1^4\Big)m^2 + \left(\varepsilon_4 - \varepsilon_1\varepsilon_3 + \frac{1}{2}\varepsilon_2^2 + \varepsilon_1^2\varepsilon_2 - \frac{1}{4}\varepsilon_1^4 + \varepsilon_2\varepsilon_3 - \varepsilon_1\varepsilon_2^2 + \frac{5}{6}\varepsilon_1^3\varepsilon_2 + \right.$$
$$\left.\left. + \frac{1}{6}\varepsilon_2^3 - \frac{1}{9}\varepsilon_1^2\varepsilon_2^2 + \frac{1}{8}\varepsilon_1^4\varepsilon_2 - \frac{1}{2}\varepsilon_1^2\varepsilon_3 - \frac{1}{6}\varepsilon_1^5 - \frac{1}{48}\varepsilon_1^6\right)m^3 \ldots\right\}. \tag{1,13}$$

Подставляя (1,11), (1,13) в (1,5), (1,7) и используя (1,12), получаем:

$$\frac{\partial\lambda_0}{\partial h} = 0 \quad \lambda_0^\alpha\frac{\partial\lambda_1}{\partial h} + \varepsilon_1 = 0 \ldots \quad \frac{\lambda_0}{c_0^2}\frac{\partial^2\lambda_0}{\partial t^2} + \lambda_0^{1+\alpha}be^{\varepsilon_1}\frac{\partial\varepsilon_1}{\partial h} = 0 \ldots$$

откуда

$$\lambda_0 = R(t) \quad \lambda_1 = \frac{c_0^2}{R''(t)}\left\{\left(\frac{R'^2 - RR''/(1+\alpha) - r_0^{1+\alpha}R''/(1+\alpha)R^\alpha}{c_0^2} - \right.\right.$$
$$- 1 - \frac{R''h}{c_0^2R^\alpha}\Big)\ln\left[\frac{1}{be}\left(\frac{R'^2 - RR''/(1+\alpha) - r_0^{1+\alpha}R''/(1+\alpha)R^\alpha}{c_0^2} - 1 - \frac{R''h}{c_0^2R^\alpha}\right)\right] -$$
$$\left.\left. - \left(\frac{R'^2}{c_0^2} - 1\right)\ln\left[\frac{1}{be}\left(\frac{R'^2}{c_0^2} - 1\right)\right]\right\} \ldots \tag{1,14}$$

$$\varepsilon_1 = \ln\left[\frac{1}{b}\left(\frac{R'^2 + RR''/(1+\alpha) - r_0^{1+\alpha}R''/(1+\alpha)R^\alpha}{c_0^2} - 1 - \frac{R''h}{c_0^2R^\alpha}\right)\right].$$

Решение, даваемое нулевыми членами разложений $\varepsilon = 1 + \cdots$, $r = R(t) + \cdots$ физически соответствует тому, что ударная волна лежит на поршне, а плотность движущейся среды равна бесконечности, она занимает нулевой объем. Из формул (1,14) видно, что течения с постоянной скоростью ударной волны (автомодельные при $r=0$) стоят особняком. Коэффициенты ε_k, λ_k нужно при этом вычислять особо (или находить из 1,14) предельным переходом).

Получается при $R''(t) = 0$ $R = r_0 + ct$

$$\varepsilon = 1 + m\ln\left[\frac{1}{6}\left(\frac{c^2}{c_0^2} - 1\right)\right] + \ldots \tag{1,15}$$

$$r = r_0 + ct + m\left\{\left[\frac{(r_0+ct)^{1+\alpha} - r_0^{1+\alpha}}{1+\alpha} - h\right]\ln\left[\frac{1}{b}\left(\frac{c}{c_0^2} - 1\right)\right]\right\}/(r_0+ct)^\alpha + \ldots$$

На рисунках 1 и 2 приводятся результаты численного расчета по формулам (1,14) для одного и того же закона движения ударной

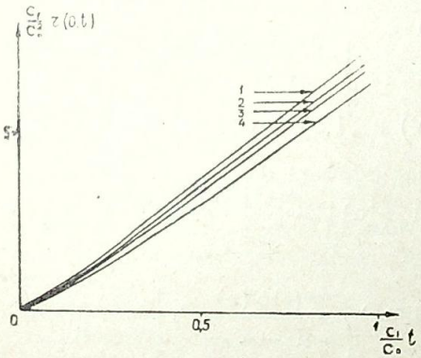


Рис. 1

1—ударная волна; *2*—($r_0=0$, $\alpha=2$); *3*—($r_0=0$, $\alpha=1$); *4*—($\alpha\to 0$)

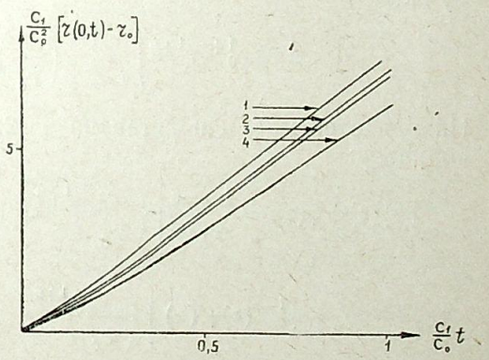


Рис. 2

1—ударная волна; *2*—($\alpha=1$, $r_0=0$); *3*—($\alpha=1$ $r_0=\frac{2c_0^2}{c_1}$; *4*—($\alpha=1$, $r_0=\frac{4c_0^2}{c_1}$)

волны и различных α, r_0. Вычислены законы движения поршня в каждом случае. Грунт брался с параметрами: $a = 235$, $b = 100$, $n = 3$, $\sigma_{r_0} = 1$ *кг/см²*, $\rho_0 = 166$ *кгсек²/м⁴*. Рисунок 3 дает общую картину движения поршня при $R = r_0 + ct$ и различных α, r_0. Видно, что при $r_0 \neq 0$, $\alpha = 1,2$ скорость поршня в начальный момент резко отличается от таковой в автомодельном случае и не зависит от α, в дальнейшем скорость поршня стремится к автомодельному значению. Други-

ми словами, влияние наличия начальной каверны с течением времени неограниченно уменьшается. Расчеты сделаны по формулам (1,15).

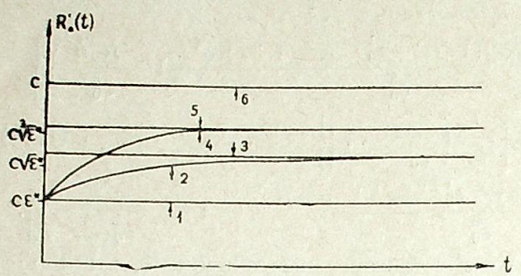


Рис. 3

1—($\alpha=0$); *2*—($\alpha=1$, $r_0\neq 0$); *3*—($\alpha=1$ $r_0=0$); *4*—($\alpha=2$, $r_0\neq 0$); *5*—($\alpha=2$, $r_0=0$); *6*—ударная волна

2. Для некоторой оценки достоверности результатов предыдущей главы полезно решить автомодельную задачу и сравнить ее результаты со следствиями формул (1,15).

Обозначим через u скорость частицы; $u=r_t$. Пусть

$$u=c_0\varphi(\varepsilon) \qquad r=c_0t\psi(\varepsilon)$$
$$R=ct, \qquad (2,1)$$

где φ, ψ—безразмерные функции одного переменного ε. Функция $f(\varepsilon)$ в (1,3) пусть имеет любой вид. Из $u=r_t$ и (1,5) получаем:

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial h}=\frac{1-\varepsilon}{c_0^{1+\alpha}t^{1+\alpha}\psi^{\alpha}(\varepsilon)\psi'(\varepsilon)}\,\varphi(\varepsilon)-\psi(\varepsilon)=t\psi'(\varepsilon)\frac{\partial\varepsilon}{\partial t} \qquad (2,2)$$

Первое соотношение дает:

$$h=H(t)+c_0^{1+\alpha}t^{1+\alpha}\int_{\varepsilon^*}^{\varepsilon}\frac{\psi^{\alpha}(\varepsilon)\psi'(\varepsilon)}{1-\varepsilon}d\varepsilon\,,$$

где ε^*—деформация за ударной волной. Используя (1,9) и (2,1), получаем:

$$h=c_0^{1+\alpha}t^{1+\alpha}\left[\frac{1}{1+\alpha}\left(\frac{c}{c_0}\right)^{1+\alpha}+\int_{\varepsilon^*}^{\varepsilon}\frac{\psi^{\alpha}(\varepsilon)\psi'(\varepsilon)}{1-\varepsilon}d\varepsilon\right]. \qquad (2,3)$$

Находя отсюда ε_t и подставляя в (2,2) и (1,6) с учетом (1,4), можно получить:

$$\psi(\varepsilon)-\varphi(\varepsilon)=\frac{1-\varepsilon}{\psi^{\alpha}(\varepsilon)}\left[\left(\frac{c}{c_0}\right)^{1+\alpha}+(1+\alpha)\int_{\varepsilon^*}^{\varepsilon}\frac{\psi^{\alpha}(\varepsilon)\psi'(\varepsilon)}{1-\varepsilon}d\varepsilon\right] \qquad (2,4)$$

$$-\psi^{1-\alpha}(\varepsilon)\varphi'(\varepsilon)\left[\left(\frac{c}{c_0}\right)^{1+\alpha}+(1+\alpha)\int_{\varepsilon^*}^{\varepsilon}\frac{\psi^{\alpha}(\varepsilon)\psi'(\varepsilon)}{1-\varepsilon}d\varepsilon\right]+$$

$$+\psi(\varepsilon)[f(\varepsilon)+\varepsilon f'(\varepsilon)]+\frac{\alpha}{1+\mu}[2\mu\varepsilon f(\varepsilon)+\nu]\psi'(\varepsilon)=0 \qquad (2,5)$$

Задавая скорость ударной волны c и, следовательно, ε^* по (1,2), можно решить систему уравнений (2,4) и (2,5), представляя $\varphi(\varepsilon)$, $\psi(\varepsilon)$ в виде рядов по степеням величины $x=\varepsilon-\varepsilon''$ и считая, что $f(\varepsilon)$ является аналитической функцией от x с достаточным радиусом сходимости

$$\varphi=\varphi_0+\sum_{\kappa=1}^{\infty}\varphi_{\kappa}x^{\kappa} \qquad \psi=\psi_0-\sum_{\kappa=1}^{\infty}\psi_{\kappa}x^{\kappa}, \qquad (2,6)$$

причем $\varphi_0=c\varepsilon^*/c_0$, $\psi_0=c/c_0$. Формула (2,3) дает зависимость x от $h/c_0^{1+\alpha}t^{1+\alpha}$. Так как на поршне $\varphi=\psi$, и при этом x является наибольшим, то достаточно ограничиться столькими членами рядов (2,6), при скольких корень уравнения $\varphi_0+\sum_{\kappa=1}^{n}\varphi_{\kappa}x^{\kappa}=\psi_0-\sum_{\kappa=1}^{n}\psi_{\kappa}x^{\kappa}$ с нужной точностью обращает в 0 правую часть (2,4).

На рис. 4 приведены результаты численного расчета автомодельной цилиндрической задачи по формулам (1,15), в которых удерживалось всего три члена (сплошная линия). Условия расчета: $\sigma_{г_0}=1$ *кг/см²*, $n=235$, $f(\varepsilon)=1+100\varepsilon^3$, $c=7c_0$, $\rho_0=166$ *кгсек³/м⁴*.

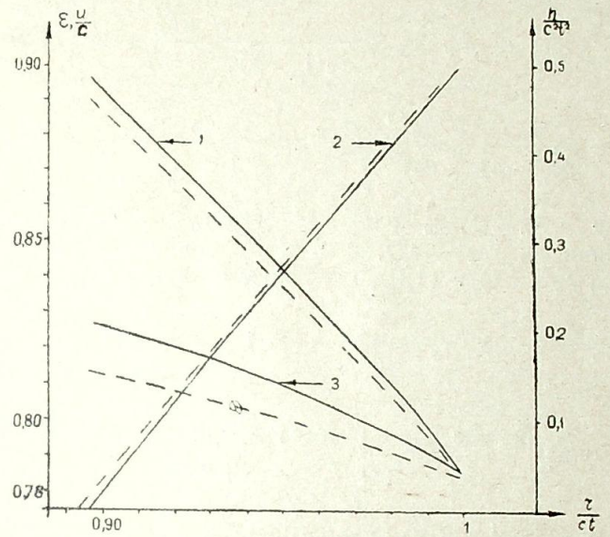


Рис. 4

$1-\frac{u}{c^0}$; $2-\frac{h}{c^2t^2}$; 3—ε

3. В том случае, когда поршень движется с замедлением, причем так, что частицы между волной и поршнем испытывают все понижающееся напряжение, задача решается проще. В силу пластичности среды частица сохраняет деформацию, полученную на ударном фронте, $\varepsilon_t=0$, $\varepsilon=\varepsilon(h)$.

Интегралы уравнений (1,5) и (1,6), удовлетворяющие условиям (1,8), записываются в форме:

$$r=\left[R_0^{1+\alpha}(t)-(1+\alpha)h-(1+\alpha)\int_0^h\varepsilon(h)dh\right]^{\frac{1}{1+\alpha}} \qquad (3,1)$$

$$r^{\frac{2\mu\alpha}{1+\mu}}s=\frac{\alpha}{c_0^2(1+\alpha)^2}\left(\frac{dR_0^{1+\alpha}}{dt}\right)^2\int_0^h r^{\kappa_1}dh-\frac{1}{c_0^2(1+\alpha)}\frac{d^2R_0^{1+\alpha}}{dt^2}\int_0^h r^{\kappa_2}dh-$$

$$-\frac{\alpha\nu}{1+\mu}\int_0^h r^{\kappa_3}[1-\varepsilon(h)]dh+R_0^{\frac{2\mu\alpha}{1+\mu}}(t)s_0 \qquad (3,2)$$

где

$$k_1=2\mu\alpha/(1+\mu)-3\alpha-1,\quad k_2=2\mu\alpha/(1+\mu)-2\alpha,\quad k_3=2\mu\alpha/(1+\mu)-\alpha-1 \qquad (3,3)$$

Теперь можно решить задачу с более сложными краевыми условиями, чем в предыдущих главах, а именно задачу о взрыве. Предполагается, что находящийся в грунте заряд радиуса r_0 мгновенно, без изменения объема превращается в газ высокого давления и в дальнейшем расширяется по закону $\sigma_r = N\sigma_{r_0}[r_0^{1+\alpha}/R_0^{1+\alpha}(t)]^{\xi}$, не смешиваясь с грунтом. Другими словами, к условиям (1,8) и (1,9) нужно добавить формулу $s_0 = [N(r_0/R_0)^{(1+\alpha)\xi} - 1]/a$. Используя (1,9), из (3,1) и (3,2) получаем:

$$d(R_0^{1+\alpha}) = \varepsilon^* d(R^{1+\alpha}) \tag{3,4}$$

$$R^{\frac{2\mu\alpha}{1+\mu}}\varepsilon^* f(\varepsilon^*) = R_0^{\frac{2\mu\alpha}{1+\mu}} s_0 + \frac{\alpha}{c_0^2(1+\alpha)^2}\left(\frac{dR_0^{1+\alpha}}{dt}\right)^2 \int_0^{H(t)} r^{K_3} dh - \frac{1}{c_0^2(1+\alpha)} \frac{d^2R_0^{1+\alpha}}{dt^2} \int_0^{H(t)} r^{K_3} dh - \frac{\nu\alpha}{1+\mu} \int_0^{H(t)} r^{K_3}[1-\varepsilon(h)]dh. \tag{3,5}$$

Обозначим $y = R_0^{1+\alpha}(t)/r_0^{1+\alpha}$, $x = R^{1+\alpha}(t)/r_0^{1+\alpha} - 1$ и будем искать y и x как функции ε^*: $y = y(\varepsilon^*)$, $x = x(\varepsilon^*)$. Очевидно, $s_0 = (Ny^{-\xi} - 1)/a$.

Комбинируя (3,4) и (1,9), получаем окончательно уравнение:

$$(1+x)_{m_1}\varepsilon^* f(\varepsilon^*) = y^{m_1}\frac{Ny^{-\xi}-1}{a} + \alpha(1+x)^{2m_2}\varepsilon^{*2} f(\varepsilon^*) \int_{\varepsilon_0^*}^{\varepsilon^*} [y(\varepsilon^*) + 1 + x(z) - y(z)]^{\frac{K_1}{1+\alpha}} \frac{dx}{dz} dz - \left[\frac{f(\varepsilon^*) + 0{,}5\varepsilon^* f'(\varepsilon^*)}{x'(\varepsilon^*)}(1+x)^{2m_2} + m_2(1+x)^{2m_2-1}\varepsilon^* f(\varepsilon^*)\right] \int_{\varepsilon_0^*}^{\varepsilon^*} [y(\varepsilon^*) + 1 + x(z) - y(z)]^{\frac{K_2}{1+\alpha}} \frac{dx}{dz} dz - m_3 \int_{\varepsilon_0^*}^{\varepsilon^*} [y(\varepsilon^*) + 1 + x(z) - y(z)]^{\frac{K_3}{1+\alpha}} (1-z)\frac{dx}{dz} dz$$

ε_0^*—деформация за ударной волной в начальный момент; она находится из уравнения $\varepsilon_0^* f(\varepsilon_0^*) = (N-1)/a$; $m_1 = 2\mu\alpha/(1+\mu)(1+\alpha)$, $m_2 = \alpha(1+\alpha)$, $m_3 = \alpha\nu/(1+\mu)$.

Систему уравнений (3,6) и преобразованного уравнения (3,4):

$$y'(\varepsilon^*) - \varepsilon^* x'(\varepsilon^*) \text{ или } y'x = \varepsilon^* \tag{3,7}$$

нужно решить при условиях: при $\varepsilon^* = \varepsilon_0^*$, $x = 0$, $y = 1$. Ищем $y(\varepsilon^*)$, $x(\varepsilon^*)$ в виде рядов по степеням ζ; $\varepsilon^* = \varepsilon_0^*(1-\zeta)$. Предполагается, что $f(\varepsilon^*)$ есть аналитическая функция ζ.

$$x = \sum_{k=1}^{\infty} x_k \zeta^k \qquad y = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} y_k \zeta^k \tag{3,8}$$

Так как в пластической среде возмущения распространяются с бесконечно большой скоростью, то в момент остановки поршня ударная волна затухает до звуковой, т. е. при $\zeta = 1$ должно получиться

$y'(\varepsilon^*) = 0$. Замечая, что $x'(t) = (1+\alpha)R^{\alpha}R'(t)/r_0^{1+\alpha} = (1+\alpha)c_0 x_{m_2}\sqrt{f(\varepsilon^*)}/r_0$, получаем:

$$\frac{c_0}{r_0}t = \frac{1}{1+\alpha}\int_{\varepsilon_0^*}^{\varepsilon^*} \frac{x'(\varepsilon^*)d\varepsilon^*}{x^{m_2}(\varepsilon^*)\sqrt{f(\varepsilon^*)}}.$$

Подстановка формул (3,8) в (3,6) и (3,7) дает:

$$x_1 = [2f(\varepsilon^*) + 1{,}5\varepsilon_0^* f'(\varepsilon_0^*)]/\xi N/a + m_1(1-\varepsilon_0^*)f(\varepsilon_0^*) - \alpha\varepsilon_0^* f(\varepsilon_0^*) + m_2 f(\varepsilon_0^*) + m_3(1-\varepsilon_0^*)/\varepsilon_0^*] = B_1/D_1 \quad y_1 = \varepsilon_0^* x_1.$$

Используя формулы (1,9) и (3,4), можно получить:

$$\frac{dR_0}{dt} = c_0\frac{R^2}{R_0^2}\sqrt{f(\varepsilon^*)}\varepsilon^* = c_0\varepsilon_0^*\sqrt{f(\varepsilon_0^*)}\left\{1 + \left[\frac{\alpha}{1+\alpha}(1-\varepsilon_0^*)x_1 - \frac{2f(\varepsilon_0^*) + \varepsilon_0^* f'(\varepsilon_0^*)}{2f(\varepsilon_0^*)}\right]\zeta + \ldots\right\} = c_0\varepsilon_0^*\sqrt{f(\varepsilon_0^*)}(1 + A_1\zeta + \ldots) \tag{3,9}$$

Изучение формул (3,8) и (3,9) обнаруживает, что в начальный момент $R_0''(t)$ может иметь любой знак. Чтобы задача имела физический смысл для пластического газа, т. е. чтобы $R_0''(t)$ было отрицательным, необходимо одновременное выполнение двух условий:

$$x_1 = y_1\varepsilon_0^* > 0, \text{ т. е. } D_1 > 0;\ A_1 < 0 \tag{3,10}$$

Это существенно отличается от результата, полученного А. Я. Сагомоняном [6] при помощи приближенного метода решения, основанного на гипотезе многослойного течения с постоянной плотностью в каждом слое. Первое из условий (3,10), напоминающее единственное условие, полученное в упомянутой работе обеспечивает ослабление ударной волны со временем; второе необходимо для совпадения знаков $R_0''(0)$ и $R''(0)$, в него существенно входит $f'(\varepsilon_0^*)$. Соотношение, справедливое в начальный момент:

$R_0'' = \alpha\varepsilon_0^*(1-\varepsilon_0^*)R'^2/r^0 + c_0\varepsilon_1^*[0{,}5\varepsilon_0^* f'(\varepsilon_0^*) + f(\varepsilon_0^*)]/\sqrt{f(\varepsilon_0^*)}$ показывает, что математически задача допускает любой знак $R_0''(0)$.

На рис. 5 приведены результаты численного расчета плоской задачи при следующих данных: $a = 235$, $f(\varepsilon) = 1 + 117\varepsilon^3$, $\sigma_{r_0} = 2\,кг/см^2$, $N = 2000$, т. е. начальное давление в каверне 4000 $кг/см^2$: $\xi = 13/3$. Такой выбор значения ξ объясняется тем, что при $f(\varepsilon) = 1 + b\varepsilon^n$, $\xi = 3 + 4/n$ и предположении, что можно пренебречь единицей по сравнению с $b\varepsilon^{*n}$ и $Ny^{-\xi}$ в уравнении (3,6), систему (3,6) и (3,7) при $\alpha = 0$ можно проинтегрировать в элементарных функциях. Упомянутое приближение, хорошо оправдывающееся в начальной стадии взрыва, физически соответствует взрыву без противодавления, поэтому поршень останавливается и ударная волна затухает при $t = \infty$. Решение, имеющее в случае вид:

$$x = \frac{n}{(n+2)\varepsilon_0^*}\left[\left(\frac{\varepsilon_0^*}{\varepsilon^*}\right)^{\frac{n+2}{2}} - 1\right] \qquad y = \left(\frac{\varepsilon_0^*}{\varepsilon^*}\right)^{\frac{n}{2}}$$

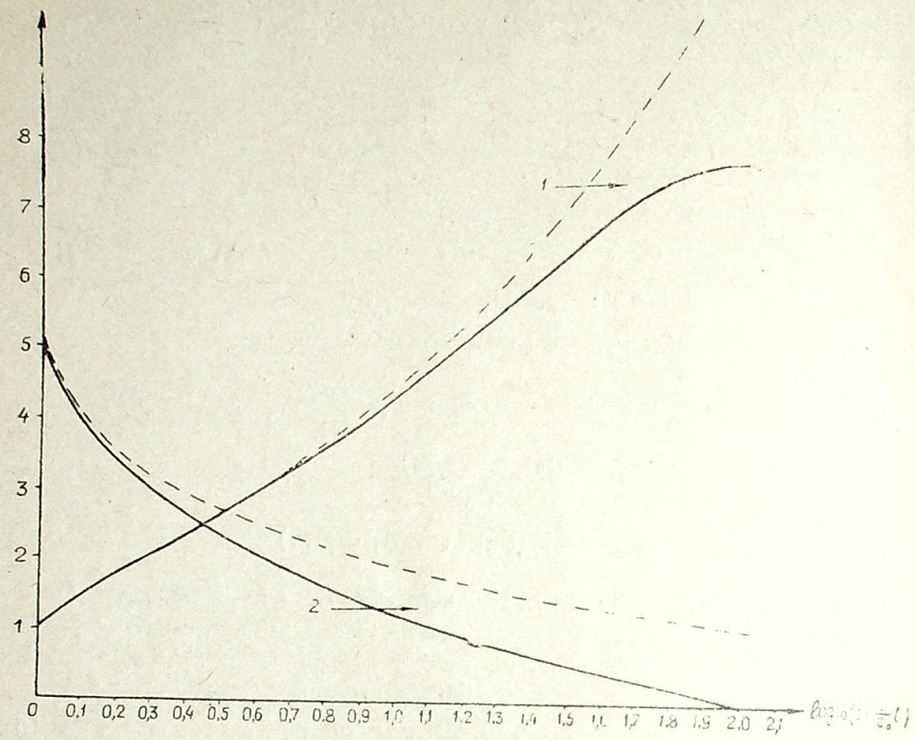


Рис. 5
1—$K_0(t)$; *2*—$\varepsilon^*(t'\ 10)$

$$\varepsilon_0^* = \sqrt[1+n]{\frac{N_*}{ab}}\,\frac{c_0}{r_0}\,t = \frac{n^{\frac{n}{*2}}\varepsilon_0^{*}}{2(n+1)\sqrt{b}}\left[\varepsilon^{*-(1+n} - \varepsilon_0^{*-1+n)}\right]$$

для выбранного $n=3$ показано пунктирной линией на рис. 4.

ЛИТЕРАТУРА

1. Березенцев В. Г. Осесимметричная задача теории предельного равновесия сыпучей среды. М., 1952.

2. Ишлинский А. Ю. Об уравнениях пространственного деформирования не вполне упругих и вязко-пластичных тел. „Изв. АН СССР", отд. технич. наук, 1945, № 3.

3. Курант Р., Фридрихс К. Сверхзвуковое течение и ударные волны, М. 1950.

4. Рахматулин Х. А., Алексеев Н. А. Экспериментальное исследование динамических свойств грунта. Отчеты кафедры газовой и волновой динамики МГУ, 1956.

5. Согомонян А. Я. Диссертация, МГУ, 1954.

6. Согомонян А. Я. Одномерные движения грунта со сферическими, цилиндрическими и плоскими волнами. ДАН СССР, вып. III, 1958, № 3.

7. Соколовский В. В. Статика сыпучей среды, М., 1954.

В. С. Антсиферов

Зәрбә далғалы бирөлчүлү грунтун һәрәкәти һаггында

ХҮЛАСӘ

Мәгаләдә бирөлчүлү зәрбә далғаларынын лимит мүвазинәт гануңуна табе олан дахили сүртүнмәјә малик мүһитләрдә јајылмасы мәсәләси тәдгиг едилмишдир.

Мәсәләдә зәрбә далғасы чәбһәсиндә вә һәм дә параметрләрин кәсилмәмәзлик областында мүһитин динамик сыхылма диаграмы мә'лум һесаб едилир.

Мүһит моделләшдирилә билир. Бурада зәрбә далғаларынын јајылмасынын мүстәви, силиндрик вә сферик һалларына бахылмышдыр. Мәсәләләрин һәлли, хүсуси чеврилмәләрдән истифадә едиләрәк, кичик параметрин сечилмәсинә кәтирилмиш вә онларын конкрет тәчрүби истифадәси үчүн әлверишли формуллар алынмышдыр.

Мәгаләнин икинчи һиссәсиндә $\sigma(\varepsilon)$ функсијасынын ихтијари аналитик ифадәси үчүн еластики вә еластики-пластик мүһитләрин автомодел һәрәкәтинә бахылмышдыр.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

А. М. ГАСАНОВ

К ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗИРОВАННОЙ НЕФТИ

Уравнения фильтрации газированной нефти можно записать [3, 4 8, 9] в виде:

$$\left.\begin{aligned} \frac{s}{\mu_н}\nabla[p\,\rho^3\nabla p]+\frac{\gamma_0}{\mu_г}\nabla[p\,(1-\rho)^2\nabla p]= \\ =\frac{f}{\kappa}\frac{\partial}{\partial t}\{p[(s-\gamma_0)\rho+\gamma_0]\}, \\ \nabla[\rho^3\nabla p]=\frac{\mu_н f}{\kappa}\frac{\partial\rho}{\partial t} \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

где $p\ (x, y, z, t)$—давление, $\rho\ (x, y, z, t)$—насыщенность (отношение объема нефти к объему пор); s, $\mu_н$, $\mu_г$, γ_0, f, κ—постоянные (обозначения обычные).

Для изучения свойств этих решений рассмотрим стационарный режим фильтрации газированной нефти, для которой уравнения (1) примут вид:

$$\left.\begin{aligned} \frac{s}{\mu_н}\nabla[p\,\rho^3\nabla p]+\frac{\gamma_0}{\mu_г}\nabla[p\,(1-\rho)^2\nabla p]=0 \\ \nabla[\rho^3\nabla p]=0 \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Система (2) приведена к эквивалентной системе [2, 7].

$$\left.\begin{aligned} p[\psi(\rho)+\alpha]=c \\ \frac{\partial^2 H}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 H}{\partial z^2}=0, \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

где $\psi(\rho)=\dfrac{F_г(\rho)}{F_н(\rho)}$; $F_г(\rho)=(1-\rho^2)$; $F_н(\rho)=\rho^3$; $H=\int\limits_0^p F_н(\rho)\,dp$;

α и c—положительные постоянные.

Предварительно докажем следующую лемму.

Лемма: *$H\ (x, y, z)$ является возрастающей функцией $p\ (x, y, z)$, а $p\ (x, y, z)$—возрастающей функцией $\rho\ (x, y, z)$* (предполагается непрерывность p и ρ в G).

Доказательство. Согласно вышеуказанным обозначениям имеем:

$$H=\int\limits_0^p F_н(\rho)\,dp, \quad (4)$$

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

А. М. ГАСАНОВ

К ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗИРОВАННОЙ НЕФТИ

Уравнения фильтрации газированной нефти можно записать [3, 4 8, 9] в виде:

$$\left.\begin{aligned} \frac{s}{\mu_н}\nabla[p\,\rho^3\nabla p]+\frac{\gamma_0}{\mu_г}\nabla[p\,(1-\rho)^2\nabla p]= \\ =\frac{f}{\kappa}\frac{\partial}{\partial t}\{p\,[(s-\gamma_0)\,\rho+\gamma_0]\}, \\ \nabla[\rho^3\nabla p]=\frac{\mu_н f}{\kappa}\frac{\partial\rho}{\partial t} \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где $p\ (x, y, z, t)$—давление, $\rho\ (x, y, z, t)$—насыщенность (отношение объема нефти к объему пор); s, $\mu_н$, $\mu_г$, γ_0, f, κ—постоянные (обозначения обычные).

Для изучения свойств этих решений рассмотрим стационарный режим фильтрации газированной нефти, для которой уравнения (1) примут вид:

$$\left.\begin{aligned} \frac{s}{\mu_н}\nabla[p\,\rho^3\nabla p]+\frac{\gamma_0}{\mu_г}\nabla[p\,(1-\rho)^2\nabla p]=0 \\ \nabla[\rho^3\nabla p]=0 \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Система (2) приведена к эквивалентной системе [2, 7].

$$\left.\begin{aligned} p\,[\psi(\rho)+\alpha]=c \\ \frac{\partial^2 H}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 H}{\partial z^2}=0, \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

где $\psi(\rho)=\dfrac{F_г(\rho)}{F_н(\rho)}$; $F_г(\rho)=(1-\rho^2)$; $F_н(\rho)=\rho^3$; $H=\int\limits_0^p F_н(\rho)\,dp$;

α и c—положительные постоянные.

Предварительно докажем следующую лемму.

Лемма: *$H(x, y, z)$ является возрастающей функцией $p(x, y, z)$, а $p\ (x, y, z)$—возрастающей функцией $\rho\ (x, y, z)$* (предполагается непрерывность p и ρ в G).

Доказательство. Согласно вышеуказанным обозначениям имеем:

$$H=\int\limits_0^p F_н(\rho)\,dp, \qquad (4)$$

где $$F_н(\rho)=\rho^3. \tag{5}$$

Дифференцируя (4) по p и учитывая (5) получим:

$$\frac{dH}{dp}=\rho^3. \tag{6}$$

По определению насыщенность ρ получает значения от 0 до 1, поэтому из (6) очевидно

$$\frac{dH}{dp}\geqslant 0, \tag{7}$$

причем, равенство может быть только в одной точке, т. е. при $\rho=0$. Тогда, на основании известной теоремы математического анализа о монотонных функциях можно утверждать, что H будет возрастающей функцией от p.

Теперь докажем, что p есть возрастающая функция от ρ. Действительно, из первого уравнения системы (3) находим:

$$p=\frac{c}{\psi(\rho)+\alpha}, \tag{8}$$

где

$$\psi(\rho)=\frac{(1-\rho)^2}{\rho^3}$$

Дифференцируя (8) по ρ имеем:

$$\frac{dp}{d\rho}=-\frac{c\,\psi'(\rho)}{[\psi(\rho)+\alpha]^2} \tag{9}$$

Очевидно, что $\psi(\rho)$ убывающая функция от ρ, на отрезке $0\leqslant\rho\leqslant 1$. Поэтому, на этом отрезке $\psi(\rho)'\leqslant 0$, причем равенство может быть лишь на конечном числе точек рассматриваемого отрезка. Следовательно, из (9) имеем:

$$\frac{dp}{d\rho}\geqslant 0, \tag{10}$$

причем равенство может быть лишь на конечном числе точек отрезка [0,1].

Таким образом, p будет возрастающей функцией от ρ на отрезке [0,1].

Лемма полностью доказана. Из этой леммы вытекает следствие. Существуют непрерывные возрастающие функции: $p=\varphi_1(H)$, определяемая из уравнения (4) и $\rho=\varphi_2(p)$, определяемая из уравнения (8).

Теперь, используя эту лемму, докажем следующие теоремы:

Теорема 1 (*теорема о максимуме и минимуме*). *Если пара функций—p и ρ, отличная от постоянной, является решением системы (2) в области G, то никакая из этих функций не может в какой-нибудь внутренней точке области G, принимать значение, равное верхней или нижней грани значений ее в G.*

Доказательство. Из второго уравнения системы (3) видно, что H является гармонической функцией в G. С другой стороны, известно [5, 6], что гармоническая функция, отличная от постоянной, не может в какой-нибудь внутренней точке области G принимать значение, равное верхней или нижней грани значений ее в G.

Согласно только что доказанной лемме, H является возрастающей функцией P и так как H не может в какой-нибудь внутренней точке области G принимать значение, равное верхней или нижней грани значений H и G, то этим свойством должна обладать и функция p.

Таким образом, давление p не может в какой-нибудь внутренней точке области G принимать значение, равное верхней или нижней грани значений p в G. По этой же причине ρ не может в какой-нибудь внутренней точке области G принимать значение, равное верхней или нижней грани значений ρ в G, так как согласно лемме ρ является возрастающей функцией p. Этим теорема 1 полностью доказана. Из этой теоремы вытекают следующие следствия.

Следствие 1. Каждая из функций p и ρ в конечной области G, непрерывные в замкнутой области G, принимает свои наибольшие и наименьшие значения только на границе области, причем экстремальные точки для p и ρ совпадут.

Следствие 2. Каждая из функций p и ρ ни в какой части области G не может быть постоянным, кроме того случая, когда оно постоянно во всей области G.

Теорема 1 дает достаточное представление о распределении давления и насыщенности в пласте.

Теперь предположим, что требуется найти решение системы (2) в конечной области G с контуром Γ при граничном условии:

$$p|_\Gamma=p_\Gamma \tag{2'}$$

или

$$\rho|_\Gamma=\rho_\Gamma \tag{2''}$$

где p_Γ, ρ_Γ—заданные непрерывные функции в Γ.

Докажем устойчивость задачи (2), (2'). Пусть p^1_Γ и p^2_Γ — граничные значения функции p, заданные условием (2'), а соответствующие им решения системы (2) обозначим p^1, ρ^1 и p^2, ρ^2.

Теорема 2. *Решение задачи (2), (2') устойчиво, т. е. для любого заданного $\varepsilon>0$ можно найти $\delta>0$ такое, что если $|p^1_\Gamma-p^2_\Gamma|<\delta$ от $|p^1-p^2|<\varepsilon$ и $|\rho^1-\rho^2|<\varepsilon$.*

Доказательство. Пусть задано $\varepsilon>0$. Докажем, что можно найти $\delta>0$ такое, что из условия

$$|p^1_\Gamma-p^2_\Gamma|<\delta \tag{11}$$

вытекают условия

$$|p^1-p^2|<\varepsilon \text{ и } |\rho^1-\rho^2|<\varepsilon. \tag{12}$$

Действительно, так как, согласно (4), H является непрерывной функцией p, то из условия (11) вытекает условие

$$|H^1_\Gamma-H^2_\Gamma|<\varepsilon_1 \tag{13}$$

Здесь $$H^i_\Gamma=\int_0^{p^i_\Gamma} F_н(\rho)\,dp \qquad (i=1,2)$$

и ε_1, достаточно мало, если только δ достаточно мало. Так как H гармоническая функция, то из условия (13) вытекает условие:

$$|H^1-H^2|<\varepsilon_1 \tag{14}$$

Согласно следствию леммы, p является непрерывной функцией H, поэтому из условия (14) вытекает условие:

$$|p^1-p^2|<\varepsilon_2, \tag{15}$$

где ε_2 мало, если ε_1 мало.

Наконец, также согласно следствию леммы, ρ является непрерывной функцией p и поэтому из условия (15) выходит условие:

$$|\rho^1-\rho^2|<\varepsilon_3, \tag{16}$$

где ε_3 мало, если ε_2 мало.

Если теперь δ выбрать так, что все ε_i ($i=1, 2, 3$) будут меньше, чем ε, то из (15) и (16) будем иметь:

$$|p^1-p^2|<\varepsilon \text{ и } |\rho^1-\rho^2|<\varepsilon.$$

Этим теорема 2 полностью доказана.

Замечание. Исследование устойчивости задачи (2), и (2″) сводится к исследованию устойчивости задачи (2), (2′). Действительно, задача (2), (2″) эквивалентна задаче (2), (2′), так как условие (2′), согласно следствию леммы, определяет непрерывную функцию p_Γ на Γ, т. е. определяется граничная функция для p (условие (2′). Так как задача (2), (2′) устойчива, то и задача (2), (2″) будет устойчива, т. е. решение будет непрерывно зависеть от граничных функций.

Доказанные теоремы будут верны и при кусочно-стационарных задачах фильтрации газированной нефти.

Настоящая работа является продолжением тех исследований, которые опубликованы нами в 1958 г. в „Известиях АН Азербайджанской ССР [1“].

ЛИТЕРАТУРА

1. Гасанов А. М. Исследование уравнений фильтрации газированной нефти. „Изв. АН Азерб. ССР,“ сер. физико-технич. и химич. наук, 1958, № 3.
2. Лапук Б. Б. Об установившемся движении газированной жидкости в пористой среде. „Нефтяная промышленность“, № 5, 1941.
3. Лейбензон А. С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде, Гостехиздат, 1947.
4. Маскет М. Физические основы технологии добычи нефти, Гостоптехиздат, 1953.
5. Олейник О. А. О свойствах решений некоторых краевых задач для уравнений эллиптического типа, математич. сб. 30 (72); 3, (1952).
6. Петровский И. Г. Лекции об уравнениях с частными производными. Гостехиздат, 1953.
7. Христианович С. А. О движении газированной жидкости в пористых породах, ПММ, т. V, вып. 2, 1941.
8. Чекалюк Э. Б. Параметры, определяющие проницаемость осадочных пород. „Нефтяное хозяйство“, № 8, 1947.
9. Щелкачев В. Н. и Лапук Б. Б. Подземная гидравлика. Гостоптехиздат, 1953.

Э. М. Һәсәнов

Газлы нефтин сүзүлмәсинә даир

ХҮЛАСӘ

Мәгаләдә газлы нефтин сүзүлмә тәнликләри—(1) системи кејфијјәт чәһәтдән тәдгиг едилир. Бунун үчүн әввәлчә газлы нефтин гәрарланмыш сүзүлмәсини идарә едән (2) системи вә ујғун Дирихле мәсәләси тәдгиг едилир.

Ашағыдакылар исбат едилмишдир:

Лемма: $H(x, y, z)$ функсијасы $p(x, y, z)$-нин, $p(x, y, z)$ исә $\rho(x, y, z)$-нун артан функсијасыдыр.

Бу леммадан, (1) тәнлијиндән тә'јин едилән $p=\varphi_1(H)$ вә (8) тәнлијиндән тә'јин олунан $\rho=\varphi_2(p)$ функсијаларының варлығы чыхыр.

Леммадан истифадә олунараг ашағыдакы теоремләр исбат олунур:

1-чи теорем (максимум-минимум теореми)

Әкәр ики функсија p вә ρ (2) системинин G областында сабитдән фәргли һәллидирсә, онда о функсијаларын һеч бири G областынын һәр һансы дахили нөгтәсиндә өзүнүн G-дәки јухары вә ашағы сәрһәд гијмәтләринә бәрабәр гијмәтләр ала билмәз.

Бу теоремдән ашағыдакы нәтичәләр чыхыр:

1. Мәһдуд гапалы $\overline{G}$ областында кәсилмәз олан p вә ρ функсијаларының һәр бири өзләринин ән бөјүк вә ән кичик гијмәтләрини анчаг G-нин сәрһәддиндә алыр вә p вә ρ үчүн екстремал нөгтәләр үстүстә дүшүр.

2. p вә ρ функсијаларындан һәр бири бүтүн G областында сабит дејилирсә, онда онлар G-нин һеч бир һиссәсиндә сабит ола билмәзләр.

1-чи теорем тәзјиг вә дојумлуғун лајда пајланмасы һаггында кифајәт гәдәр тәсәввүр верир.

Сонра (2′) шәрти дахилиндә (2) системә, јә'ни (2), (2′) сәрһәд мәсәләсинә бахылыр вә исбат едилир.

2-чи теорем: (2), (2′) *мәсәләсинин һәлли дајаныглыдыр, јә'ни* $\varepsilon>0$ *верилдикдә елә* $\delta>0$ *тапмаг олар ки,*

$$|p_\Gamma^1-p_\Gamma^2|<\varepsilon \text{ олдугда}$$
$$|p^1-p^2|<\delta \text{ вә } |\rho^1-\rho^2|<\delta \text{ олар.}$$

Јухарыдакы лемманын вә теоремләрин исбатында С. А. Христиановичин ишиндән [5] вә һармоник функсијаларын хассәләриндән [7, 8] истифадә едилмишдир.

Исбат олунмуш теоремләр газлы нефтин һиссә-һиссә гәрарлашмыш сүзүлмәсини дә әһатә едир.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-рижазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

Т. А. ЗАМАНОВ

О ВЛОЖИМОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ В ЛИНЕЙНЫЕ ПРОСТРАНСТВА

Пусть E пространство непрерывных действительных функций $\varphi(x)$, определенных на всей числовой прямой $-\infty < x < \infty$ со сходимостью в смысле равномерной сходимости на каждом конечном интервале. В этом пространстве определим динамическую систему Ω, приняв

$$S_t \varphi(x) = \varphi(x+t).$$

В работе [1] М. В. Бебутовым была доказана следующая теорема:

Всякая динамическая система, расположенная в хаусдорфовом локально компактном пространстве со второй аксиомой счетности, может быть непрерывно отображена в динамическую систему Ω и притом так, что это отображение будет топологическим на множестве всех точек, не являющихся точками покоя.

Пространство E представляет собой счетно-нормированное пространство, а оператор сдвига:

$$S_t \varphi(x) = \varphi(x+t)$$

линеен и непрерывен, следовательно ограничен. Поэтому результат Бебутова можно сформулировать так: всякая динамическая система, расположенная в хаусдорфовом локально компактном пространстве со второй аксиомой счетности гомеоморфна линейной динамической системе в счетно-нормированном пространстве.

Однако, линейные динамические системы в счетно-нормированных пространствах охватывают довольно широкий класс систем.

В связи с этим интересно выяснить, каков класс динамических систем, реализующихся в виде линейных динамических систем в банаховых пространствах[1].

Задача была предложена С. В. Фоминым, под руководством которого выполнена настоящая работа.

Определение. Пусть дана конечная трубка на множестве A временной длины $2T$, $f(A; -T, +T)$; множество $F \subset f(A; -T, +T)$ и замкнутое в нем мы назовем локальным сечение, если для каждой точки $q \in f(A; -T, +T)$ существует одно и только одно число t_q такое, что $|t_q| \leqslant 2T$ и $f(q, t_q) \in F$.

Докажем, что имеет место следующая

Теорема. *Для того, чтобы динамическая система, определенная в локально компактном хаусдорфовом пространстве была гомеоморфна линейной динамической системе*

$$y = S_t x,$$

[1] Такие системы рассматривались, например, в работе Шолоховича [3].

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

Т. А. ЗАМАНОВ

О ВЛОЖИМОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ В ЛИНЕЙНЫЕ ПРОСТРАНСТВА

Пусть E пространство непрерывных действительных функций $\varphi(x)$, определенных на всей числовой прямой $-\infty < x < \infty$ со сходимостью в смысле равномерной сходимости на каждом конечном интервале. В этом пространстве определим динамическую систему Ω, приняв

$$S_t \varphi(x) = \varphi(x + t).$$

В работе [1] М. В. Бебутовым была доказана следующая теорема: *Всякая динамическая система, расположенная в хаусдорфовом локально компактном пространстве со второй аксиомой счетности, может быть непрерывно отображена в динамическую систему Ω и притом так, что это отображение будет топологическим на множестве всех точек, не являющихся точками покоя.*

Пространство E представляет собой счетно-нормированное пространство, а оператор сдвига:

$$S_t \varphi(x) = \varphi(x + t)$$

линеен и непрерывен, следовательно ограничен. Поэтому результат Бебутова можно сформулировать так: всякая динамическая система, расположенная в хаусдорфовом локально компактном пространстве со второй аксиомой счетности гомеоморфна линейной динамической системе в счетно-нормированном пространстве.

Однако, линейные динамические системы в счетно-нормированных пространствах охватывают довольно широкий класс систем.

В связи с этим интересно выяснить, каков класс динамических систем, реализующихся в виде линейных динамических систем в банаховых пространствах[1].

Задача была предложена С. В. Фоминым, под руководством которого выполнена настоящая работа.

Определение. Пусть дана конечная трубка на множестве A временной длины $2T$, $f(A; -T, +T)$; множество $F \subset f(A; -T, +T)$ и замкнутое в нем мы назовем локальным сечение, если для каждой точки $q \in f(A; -T, +T)$ существует одно и только одно число t_q такое, что $|t_q| \leqslant 2T$ и $f(q, t_q) \in F$.

Докажем, что имеет место следующая

Теорема. *Для того, чтобы динамическая система, определенная в локально компактном хаусдорфовом пространстве была гомеоморфна линейной динамической системе*

$$y = S_t x,$$

[1] Такие системы рассматривались, например, в работе Шолоховича [3].

определенной банаховом пространстве, где S_t—ограниченная группа линейных операторов, необходимо и достаточно, чтобы данная динамическая система была устойчива в смысле Ляпунова (в обе стороны по t).

Доказательство. Необходимость очевидна. В самом деле, пусть

$$\| S_t \| \leqslant M$$

при всех t, тогда если

$$y_1 = S_t x_1,\ y_2 = S_t x_2,$$

то

$$\| y_1 - y_2 \| \leqslant M \| x_1 - x_2 \|,$$

откуда видна устойчивость.

Докажем теперь достаточность, для этого мы покажем, пользуясь конструкцией аналогичной бебутовской [1], что всякая динамическая система, удовлетворяющая условиям теоремы, может быть вложена в динамическую систему Ω_1, определенную следующим образом

$$f_0 [\varphi (x),\ t] = \varphi (x + t),$$

которая расположена в пространстве E_1 непрерывных действительных ограниченных функций $\varphi (x)$, определенных на всей числовой прямой $-\infty < x < \infty$ со сходимостью в смысле равномерной сходимости на всей прямой. Метрика в E_1 определяется следующим образом

$$\rho (\varphi, \psi) = \sup_{-\infty < x < \infty} | \varphi (x) - \psi (x) |.$$

E_1—полное метрическое пространство. Его можно превратить в банахово пространство, если ввести норму

$$\| \varphi \| = \sup_{-\infty < x < \infty} | \varphi (x) |.$$

Пусть $f (p, t)$—динамическая система, расположенная на компактном метрическом пространстве E_2, обладает одной точкой покоя и устойчива в смысле Ляпунова; обозначим эту динамическую систему через Ω_2,

Следуя доказательству Бебутова, построим систему множеств, в E_2

$$F_1,\ F_2, \ldots,\ F_n, \ldots$$

и последовательность чисел

$$\tau_1,\ \tau_2, \ldots,\ \tau_n, \ldots$$

удовлетворяющие условиям:

а) $\tau_1 \geqslant \tau_2 \geqslant \ldots \geqslant \tau_n \geqslant \ldots$

б) F_n—компактны,

в) $F_n \subset S (R_n,\ 4\ \alpha_n)$, где $\alpha_n = \dfrac{1}{25 (n+1)^2}$,

г) F_n является сечением трубки $f (F_n;\ -\tau_n,\ +\tau_n) \subset s (R_n,\ 5\ \alpha_n)$,

д) если $p \in R_n$, то $f (p, I) \cdot F_n \neq 0$, где I вся вещественная прямая,

е) $f (F_n; -\tau_n, +\tau_n) \cdot f (F_m; -\tau_m, +\tau_m) = 0$ при $m \neq n$.

Множества R_n строятся следующим образом:

$$R_1 = E_2 - s (p^*,\ 1),\ R_2 = \overline{s (p^*,\ 1) - s \left(p^*, \frac{1}{2}\right)}, \ldots,$$

$$R_n = \overline{s \left(p^*, \frac{1}{n-1}\right) - s \left(p^*, \frac{1}{n}\right)}, \ldots,$$

где p^*—точка покоя.

Обозначим

$$F_n^0 = F_n,\ F_n^k = f \left(F_n;\ 0,\ \frac{k}{k+1} \tau_n\right),\ k = 1, 2, \ldots;\ n = 1, 2, \ldots$$

Каждое из этих множеств компактно, все они попарно не пересекаются и каждое из них находится на конечном расстоянии от всех остальных [1].

Как в работе [1], на множествах F_n определяем функции $\Phi_n^k (p)$ так, что ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} \Phi_n^k (p)$$

сходится абсолютно и равномерно и определяет функцию $\Phi_n (p)$, непрерывную E_2. $\Phi_n^k (p)$ подбираются так, что $| \Phi_n | \leqslant \frac{1}{2^n}$, следовательно, ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n (p)$$

сходится абсолютно и равномерно к функции $\Phi (p)$, непрерывной в E_2. Рассмотрим значения этой функции в $\overline{s \left(p^*, \frac{1}{n}\right)}$.

1. Если $p \in \overline{s \left(p^*, \frac{1}{n}\right)}$ и $n = 2m - 1$, то из соотношения $\Phi (p) = \frac{1}{2^{n+1}}$ следует, что $p \in F_{n+1}$.

2. Если $p \in \overline{S \left(p^*, \frac{1}{n}\right)}$ и $n = 2m$, то из соотношения $\Phi (p) = -\frac{1}{2^{n+1}}$ следует, что $p \in F_{n+1}$.

3. Если $p \in \overline{S \left(p^*, \frac{1}{n}\right)}$ и $k \leqslant n - 2$, то

$$| \Phi (p) | \leqslant \max_q | \Phi_n (q) | = \frac{1}{2^n}.$$

Определим отображение

$$\Psi (E_2) \subset E_1,$$

приняв для $p \in E_2$

$$\Psi (p) = \Phi [f (p, x)] = \varphi_p (x).$$

Это отображение взаимно однозначное. Так как E_2—компактное пространство, то для доказательства взаимной непрерывности Ψ достаточно показать его непрерывность.

Пусть дано $\varepsilon > 0$ и точка $p \in E_2$, в силу непрерывности $\Phi (p)$ на компактном метрическим пространстве E_2 существует $\Phi > 0$ такое, что при

$$\rho (q_1, q_2) < \alpha$$

имеем

$$| \Phi (q_1) - \Phi (q_2) | < \varepsilon.$$

Далее, так как система $f(p,t)$ по предположению устойчива в смысле Ляпунова (в обе стороны по t), тогда найдется такое $\delta > 0$, что если

$$\rho(p,q) < \delta,$$

то

$$\rho[f(p,t), f(q,t)] < \varepsilon.$$

то для всех t, $-\infty < t < \infty$.

Но тогда

$$\rho(p,q) < \delta,$$

то при всех x, $-\infty < x < \infty$ имеем:

$$|\varphi_p(x) - \varphi_q(x)| = |\Phi[f(p,x)] - \Phi[f(q,x)]| < \varepsilon,$$

откуда следует, что

$$\rho[\Psi(p), \Psi(q)] < \varepsilon.$$

В заключение заметим, что

$$\Psi[f(p,t)] = \Phi[f\{f(p,t),x\}] = \Phi[f(p,t+x)] = \varphi_p(t+x) = f_0(\varphi_p, t)$$

т. е. Ψ отображает динамическую систему Ω_2 в динамическую систему Ω_1.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бебутов М. В. О динамических системах в пространстве непрерывных функций. Бюллетень МГУ (математика) т. 2, вып. 5, 1941.
2. Немыцкий В. В. и Степанов В. В. Качественная теория дифференциальных уравнений, М., 1949.
3. Шолохович Ф. А. Линейные динамические системы. Изв. высших учебных заведений (математика) 1957, № 1.

Т. А. Заманов

Динамик системләрин хәтти фәзалара јерләшдирилмәси

ХҮЛАСӘ

В. М. Бебутов [1] исбат етмишдир ки, икинчи һесабилик аксиому өдәнилән локал компакт Хаусдорф фәзасында јерләшән һәр бир динамик систем һесаби нормалы фәзада верилмиш хәтти динамик системә һомеоморфдур.

Мәгаләдә исбат олунур ки, локал компакт Хаусдорф фәзасында јерләшән динамик системин Банах фәзасында тә'јин олунмуш хәтти динамик системә $y = S_t x$ (S_t—мәһдуд хәтти операторлар групудур) һомеоморф олмасы үчүн верилмиш динамик системин Љанунов мә'насында дајаныглы олмасы зәрури вә кафидир.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

А. А. НОВРУЗОВ

О НЕКОТОРЫХ КАЧЕСТВЕННЫХ ТЕОРЕМАХ ДЛЯ ЛИНЕЙНОГО ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Рассмотрим на плоскости xy уравнение

$$A(x,y)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2B(x,y)\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y} + C(x,y)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + D(x,y)\frac{\partial u}{\partial x} + E(x,y)\frac{\partial u}{\partial y} + F(x,y)u = 0, \tag{1}$$

относительно коэффициентов которого предполагается, что в той области, где это уравнение рассматривается, выполняются следующие условия:

$$A\xi^2 + 2B\xi\eta + C\eta^2 + D\xi t + E\eta t + Ft^2 > \alpha(\xi^2 + \eta^2 + t^2), \tag{2}$$

для произвольных действительных ξ, η и t, $\xi^2 + \eta^2 + t^2 \neq 0$

$$F(x,y) > 0, \tag{3}$$

Кроме того, на коэффициенты уравнения (1) накладываются некоторые условия гладкости: $A(x,y)$, $B(x,y)$, $C(x,y)$, дифференцируемы и их первые производные удовлетворяют условию Липшица, а $D(x,y)$ и $E(x,y)$ также удовлетворяют условию Липшица. Далее, в рассматриваемой области все коэффициенты ограничены. Назовем это условие (a). Через Q_R обозначим открытый круг на плоскости xy радиуса R с центром в начале координат O, а через $\mu_2 E$ двумерную меру Лебега множества E, лежащего на плоскости xy.

Через Ω_R обозначим открытый шар в пространстве xyz радиуса R с центром в начале координат O, а через $\mu_3 E$ трехмерную меру Лебега множества E, лежащего в пространстве xyz.

Лемма. *Пусть в* Q_R ($R<1$) *расположена область* G, *содержащая центр круга и имеющая предельные точки на границе круга. Пусть* Γ—*та часть границы области* G, *которая лежит строго внутри круга* Q_R. *Пусть в* G *определено уравнение* (*1*). *Существует константа* M, *зависящая только от константы* α *неравенства* (*2*), *такая, что если*

$$\mu_2 G < \frac{R^2}{M}, \tag{4}$$

то для любого положительного решения $U(x,y)$ *уравнения* (*1*) *в* G

непрерывного в $\overline{G}$ и в обращающегося в нуль на Γ, выполняется неравенство

$$U(0) < \frac{1}{2} \max_{p \in \overline{G}} U(p).$$

Эта лемма в работе [2] доказывается для случая, когда в рассматриваемой области G имеет место обычный принцип максимума для уравнения (1). Кроме того, относительно коэффициентов в G предполагается выполнение следующих условий:

1. $A\xi^2 + 2B\xi\eta + C\eta^2 > \alpha(\xi^2 + \eta^2)$

для произвольных действительных ξ, U, η, $\xi^2 + \eta^2 \neq 0$

2. A, B и C удовлетворяют условию Липшица, D и E ограничены.

Ввиду условия (3) для уравнения (1) в области G принцип максимума отсутствует. Докажем, что при выполнении условий (2), (3) и (a) лемма верна.

Доказательство. Обозначим через H цилиндр в пространстве $x\,y\,z$: $(x, y) \in G$, z произвольно. Пусть $H^* = H \cdot \Omega_R$ ($R < 1$). Пусть h — та часть границы цилиндра H^*, которая лежит строго внутри Ω_R.

Рассмотрим в H^* уравнение

$$A(x,y)\frac{\partial^2 V(x,y,z)}{\partial x^2} + 2B(x,y)\frac{\partial^2 V(x,y,z)}{\partial x\,\partial y} + C(x,y)\frac{\partial^2 V(x,y,z)}{\partial y^2} + D(x,y)\frac{\partial^2 V(x,y,z)}{\partial y\,\partial z} + E(x,y)\frac{\partial^2 V(x,y,z)}{\partial y\,\partial z} + F(x,y)\frac{\partial^2 V(x,y,z)}{\partial z^2} = 0, \tag{5}$$

где коэффициенты A, B, C, D, E и F есть те же самые функции, что и в уравнении (1).

Пусть на h заданная функция $V(x, y, z)$ обращается в нуль, удовлетворяет уравнению (5) и непрерывна в $\overline{H}^*$.

Легко показать, что в силу условия (4)

$$\mu_3 H^* < \frac{R^3}{N}, \text{ где } N = \frac{M}{2}.$$

На основании работы [1] для любого положительного числа ε_0 найдется такое N, что для любого положительного решения $V(x, y, z)$ уравнения (5), удовлетворяющего указанным всем условиям, выполняется неравенство

$$V(0) < \varepsilon_0 \max_{Q \in \overline{H}^*} V(Q), \tag{6}$$

Теперь сделаем следующую замену

$$V(x, y, z) = e^{-z} \cdot U(x, y), \quad -R \leqslant z \leqslant R,$$

где $U(x, y)$ есть решение уравнения (1), удовлетворяющее всем требованиям леммы. При этом уравнение (5) переходит в уравнение (1).

Далее

$$\max_{Q \in \overline{H}^*} V(Q) < e \max_{p \in G} U(p)$$

В силу (6) имеем

$$U(0) < e\,\varepsilon_0 \max_{p \in \overline{G}} U(p)$$

Если положить $\varepsilon_0 = \frac{1}{2e}$, то

$$U(0) < \frac{1}{2} \max_{p \in \overline{G}} U(p),$$

что и требовалось доказать.

Из этой леммы вытекают следующие теоремы.

Теорема 1. *Пусть область G лежит внутри круга Q_R ($R < 1$), содержит начало координат 0 и имеет предельные точки на границе круга Q_R. Пусть в G определено решение $U(x, y)$ уравнения (1), обращающееся в нуль на той части границы области G, которая расположена строго внутри Q_R.*

Пусть σ — площадь области G и пусть выполняется неравенство

$$\sigma < \frac{R^2}{16M}, \tag{7}$$

Пусть $U(0) > 0$. Тогда

$$\sup U(p) > U(0)\, l^{\frac{R^2}{M_1 \sigma}},$$

где M_1 — подходящим образом выбранная константа, зависящая только от α неравенства (2), существование которой следует из неравенства (7).

Теорема 2. *Пусть G — неограниченная область. Пусть в G задано уравнение (1). Пусть $R_0 < 1$ — некоторое положительное число. Пусть σ — некоторое другое положительное число, удовлетворяющее неравенству*

$$\sigma < \frac{R_0^2}{16M}. \tag{8}$$

Пусть область G обладает тем свойством, для любого круга Q с радиусом, равным R_0, имеет место неравенство $\mu_2(G \cdot Q) < \sigma$. Пусть область G содержит начало координат 0. Пусть в области G определено решение ($U(x_1 y) > 0$ уравнения (1), обращающееся в нуль на границе области.

Положим $M(r) = \max_{x^2+y^2=r^2} N(x_1 y)$. Тогда для всех $r > 2R_0$ выполняется неравенство

$$M(r) > U(0)\, l^{\frac{R_0 r}{M_2 \delta}},$$

где M_2 — константа, зависящая только от константы α неравенства (2), существование которой следует из леммы.

Используя доказанную лемму, все вышесформулированные теоремы доказываются точно так же, как в работе [2].

Замечание 1. Все полученные результаты легко переносятся на n-мерный случай.

Замечание 2. Лемма неверна при произвольном R.

Автор выражает глубокую благодарность Е. М. Ландису за помощь и руководство.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландис Е. М. О некоторых свойствах решений эллиптических уравнений. ДАН СССР, 107. (1956) № 4.

2. Ландис Е. М. Некоторые вопросы качественной теории эллиптических и параболических уравнений, УМН, т. XIV, вып. 1 (85), 1959.

Ə. Ə. Новрузов

Икинчи тәртибли хәтти еллиптик тәнлик үчүн бә'зи кејфијјәт теоремләри һаггында

ХҮЛАСӘ

Мәгаләдә xy мүстәвисиндә

$$A\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+2B\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y}+C\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+D\frac{\partial u}{\partial x}+E\frac{\partial u}{\partial y}+Fu=0$$

хәтти еллиптик тәнлијинин мүсбәт һәлләринин бә'зи хассәләри өјрәнилир. (1) тәнлијинин әмсаллары мүәјјән G областында ашағыдакы шәртләри өдәјир.

1. Ихтијари һәгиги ξ, η вә t әдәдләри үчүн

$$A\xi^2+2B\xi\eta+C\eta^2+D\xi t+E\eta t+Ft^2>\alpha(\xi^2+\eta^2+t^2)$$
$$\xi^2+\eta^2+t^2\neq 0$$

2. $F(x, y)>0$.

3. A, B вә C диференсиалланан функсијалардыр вә онларын биринчи тәртиб төрәмәләри Липшитс шәртини өдәјир, еләчә дә D вә E функсијалары Липшитс шәртини өдәјир. (1) тәнлијинин бүтүн әмсаллары мәһдуд функсијалардыр.

Лемма. Тутаг ки, вањид радиуслу вә мәркәзи координат башланғычында олан Q_R даирәсиндә јерләшән G областына һәмин даирәнин мәркәзи дахилдир вә G областының лимит нөгтәләриндән бә'зиләри даирәнин сәрһәддинә дахилдир.

Тутаг ки, Γ верилән тәнлијин тә'јин олдуғу G области сәрһәддинин елә һиссәсидир ки, о тамамы илә Q_R-ин дахилиндә јерләшир. Јалныз Γ бәрабәрсизлијин α сабитиндән асылы олан елә бир M сабити вардыр ки, әкәр

$$M_2G>\frac{R^2}{M} \qquad (2)$$

онда (1) тәнлијинин Γ үзәриндә сыфра чеврилән, $\overline{G}$-дә кәсилмәз вә G-дә мүсбәт олан истәнилән $u(x, y)$ һәлли үчүн ашағыдакы бәрабәрсизлик доғрудур:

$$U(0)<\frac{1}{2}\max_{p\in\overline{G}}U(p).$$

Бу лемманын васитәси илә ашағыдакы теоремләр исбат едилир.

1-чи теорем. *Тутаг ки, G области координат башланғычыны өз дахилиндә сахламагла $Q_R(R>1)$ даирәсинин дахилиндә јерләшир. Тутаг ки, G-нин лимит нөгтәләриндән бә'зиләри Q_R-ин сәрһәддинә дахилдир вә G-дә (1) тәнлијинин Γ үзәриндә сыфра чеврилән мүсбәт $u(x, y)$ һәлли тә'јин олунуб.*

Тутаг ки, σ—G-нин саһәсидир вә ашағыдакы бәрабәрсизликләр өдәнилир:

$$\sigma<\frac{R^2}{16M} \qquad (3)$$

вә $U(0)>0$, онда

$$\sup_{\Gamma}U(p)>U(0)e^{\frac{R^2}{M_1\sigma}}$$

Бурада M_1—јалныз (2) бәрабәрсизлијинин α сабитиндән асылы олан вә хүсуси гајда илә сечилмиш сабитдир. M_1-нин варлығы (3) бәрабәрсизлијиндән чыхыр.

2-чи теорем. *Тутаг ки, гејри-мәһдуд G областында (1) тәнлији верилмишдир. Тутаг ки, $R_0<1$ мүәјјән мүсбәт әдәд вә σ исә ашағыдакы бәрабәрсизлији өдәјән башга бир мүсбәт әдәддир:*

$$\sigma<\frac{R_0^2}{16M} \qquad (4)$$

Тутаг ки, G области елә бир хассәјә маликдир ки, радиусу R_0 олан истәнилән даирә үчүн $\mu_2(G, Q)<\sigma$ олур.

Тутаг ки, координат башланғычыны өзүндә сахлајан вә сәрһәддиндә (1) тәнлији һәллинин сыфра чеврилдији G областында һәмин тәнлијин мүсбәт һәлли тә'јин олмушдур.

Тутаг ки, $M(r)=\max_{x^2+y^2\leq r^2}U(x, y)$ онда истәнилән $r>2R_0$ үчүн ашағыдакы бәрабәрсизлик өдәнилир:

$$M(r)<U_0e^{\frac{R_0r}{M_2\sigma}}$$

Бурада M_2—јалныз (1) бәрабәрсизлијинин α сабитиндән асылы олан сабитдир. M_2-нин варлығы леммадан чыхыр.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

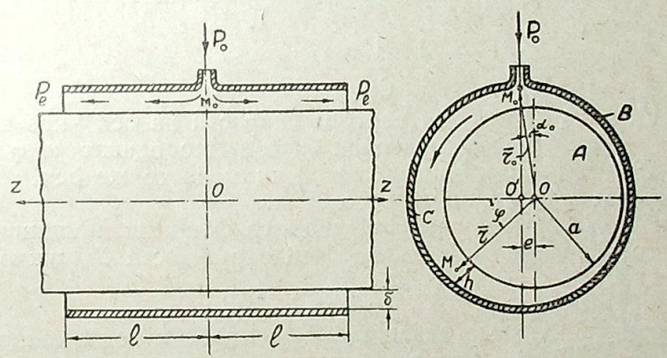
Н. В. КАДИРОВ

К ВОПРОСУ О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ДАВЛЕНИЙ В СЛОЕ МАСЛА, ПРОТЕКАЮЩЕГО ЧЕРЕЗ ПОДШИПНИКИ СКОЛЬЖЕНИЯ

Вопрос о распределении давлений и скоростей после масла, протекающего через зазор между цапфой вала и вкладышем подшипника скольжения, имеет большое теоретическое и практическое значение. Решение этого вопроса необходимо для определения момента трения и нагрузочной способности этих подшипников. По последним параметрам производится расчет и конструирование указанных подшипников.

В настоящей работе дается приближенное решение пространственной задачи о распределении давлений в слое масла, протекающего через подшипники скольжения машин.

Пусть цапфа вала A радиуса a вращается с постоянной угловой скоростью ω в масляном слое, протекающем через зазор между цапфой и вкладышем подшипника B длиной $2l$ (рисунок).



Масло подводится к подшипнику в средней его точке M_0, радиус-вектор $\overline{r_0}$ которой образует с вертикальной осью, направленной вверх, угол α_0.

Частицы масла, поступающие в зазор между цапфой вала и внутренней поверхностью вкладыша подшипника, увлекаясь вращающейся цапфой, одновременно движутся в осевом направлении к обоим торцам подшипника, совершая при этом винтовое движение, как это показано стрелками на рисунке.

Обозначим через e смещение центра O цапфы от центра O' под-

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-рижазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

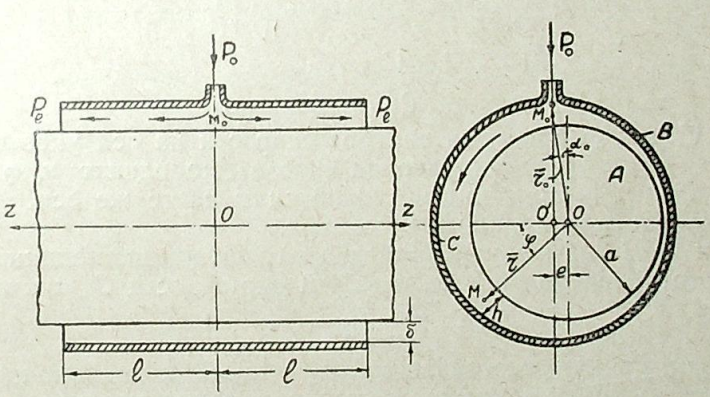
Н. В. КАДИРОВ

К ВОПРОСУ О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ДАВЛЕНИЙ В СЛОЕ МАСЛА, ПРОТЕКАЮЩЕГО ЧЕРЕЗ ПОДШИПНИКИ СКОЛЬЖЕНИЯ

Вопрос о распределении давлений и скоростей после масла, протекающего через зазор между цапфой вала и вкладышем подшипника скольжения, имеет большое теоретическое и практическое значение. Решение этого вопроса необходимо для определения момента трения и нагрузочной способности этих подшипников. По последним параметрам производится расчет и конструирование указанных подшипников.

В настоящей работе дается приближенное решение пространственной задачи о распределении давлений в слое масла, протекающего через подшипники скольжения машин.

Пусть цапфа вала A радиуса a вращается с постоянной угловой скоростью ω в масляном слое, протекающем через зазор между цапфой и вкладышем подшипника B длиной $2l$ (рисунок).



Масло подводится к подшипнику в средней его точке M_0, радиус-вектор $\bar{r}_0$ которой образует с вертикальной осью, направленной вверх, угол α_0.

Частицы масла, поступающие в зазор между цапфой вала и внутренней поверхностью вкладыша подшипника, увлекаясь вращающейся цапфой, одновременно движутся в осевом направлении к обоим торцам подшипника, совершая при этом винтовое движение, как это показано стрелками на рисунке.

Обозначим через e смещение центра O цапфы от центра O' под-

шипника, что является необходимым условием для обеспечения нагрузочной способности подшипника при работе машины.

Примем точку O за начало цилиндрической системы координат r, φ и z, ось z которой направим по оси подшипника, а угол φ будем отсчитывать от прямой OO' в направлении, обратном вращению часовой стрелки.

Для решения задачи о распределении давлений в масляном слое между цапфой и подшипником, воспользуемся основными уравнениями движения вязкой несжимаемой жидкости (каковой является смазочное масло), которые в векторно-тензорной форме имеют вид:

$$\frac{d\overline{V}}{dt} = \overline{F} - \frac{1}{\rho}\operatorname{grad} P + \nu\Delta\overline{V} \tag{1}$$

где $\overline{V}$—вектор скорости, $\overline{F}$—массовая сила, P—давление, ρ—плотность и ν—кинематическая вязкость смазочного масла.

Проектируя уравнения (1) на выбранные оси цилиндрической системы координат, получим:

$$\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r}\cdot\frac{\partial V_r}{\partial\varphi} + V_z\frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{V_\varphi^2}{r} = F_r - \frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial r} + \nu\left(\frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2 V_r}{\partial\varphi^2} + \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial V_\varphi}{\partial\varphi} - \frac{V_r}{r^2}\right) \tag{2}$$

$$\frac{\partial V_\varphi}{\partial t} + V_r\frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r}\cdot\frac{\partial V_\varphi}{\partial\varphi} + V_z\frac{\partial V_\varphi}{\partial z} + \frac{V_r V_\varphi}{r} = F_\varphi - \frac{1}{\rho r}\frac{\partial p}{\partial\varphi} + \nu\left(\frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial\varphi^2} + \frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial z^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial V_r}{\partial\varphi} - \frac{V_\varphi}{r^2}\right) \tag{3}$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_z\frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r}\frac{\partial V_z}{\partial\varphi} + V_z\frac{\partial V_z}{\partial z} = F_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu\left(\frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V_z}{\partial\varphi^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_z}{\partial r}\right) \tag{4}$$

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_\varphi}{\partial\varphi} + \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{V_r}{r} = 0, \tag{5}$$

где V_r, V_φ и V_z—проекции вектора скорости на оси указанной выше цилиндрической системы координат r, φ и z,

F_r, F_φ и F_z—проекции массовой силы на те же оси.

Сформулируем граничные условия.

Если обозначим внутренний диаметр вкладыша подшипника через $2(a+\delta)$, то уравнение его внутренней окружности C можно написать в виде

$$r = a + h \tag{6}$$

где h—радиальное расстояние между цапфой и подшипником.

С достаточной для практики степенью точности можно принять, что

$$h = \delta + e\cos\varphi \tag{7}$$

Обозначив далее через P_0 и P_e давления масла при входе и выходе из подшипника, а окружную скорость точек цапфы через $U = a\omega$, можем написать следующие граничные условия:

$$\left.\begin{array}{l} \text{при } r = a \quad V_r = 0, \quad V_\varphi = u \text{ и } V_z = 0 \\ \text{при } r = a+h \quad V_r = 0, \quad V_\varphi = 0 \text{ и } V_z = 0 \\ \text{при } r = a+h, \quad \varphi = \varphi_0 \text{ и } z = 0 \quad P = P_0 \\ \text{при } z = l \quad P = P_1 \end{array}\right| \tag{8}$$

где φ_0—угол, образуемый радиусом—вектором точки M_0 с осью OO'.

Таким образом, решение поставленной задачи сводится к общему решению системы дифференциальных уравнений (2), (3), (4) и (5), согласованному с граничными условиями (8).

Ввиду сложности такого общего решения, мы дадим приближенное решение задачи, пренебрегая при этом членами малости второго порядка указанных выше уравнений по сравнению с другими их членами, что вполне допустимо для практики.

Замечая, что величина h весьма мала по сравнению с радиусом цапфы a, проекция траектории частиц (линии тока) масла на плоскость, перпендикулярную к оси подшипника, будет представлять собой эллипс, мало отличающийся от окружности, вследствие чего проекция скорости $\overline{V}$ на ось r (V_r) будет весьма малой величиной по сравнению с другими ее проекциями V_φ и V_z.

В соответствии с этим будем пренебрегать членами, содержащими проекцию скорости V_r и ее производные, в уравнениях (2), (3), (4) и (5).

При этом условии движение масла в радиальном направлении будет отсутствовать, благодаря чему давление масла в указанном направлении останется постоянным, т. е.

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0, \tag{9}$$

Далее замечаем, что так как проходное сечение зазора между цапфой и вкладышем подшипника в направлении его оси не меняется, то скорость масла в направлении оси подшипника будет оставаться постоянной. Из этого условия получаем:

$$\frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \tag{10}$$

Пренебрегаем, наконец, локальными производными $\frac{\partial V_\varphi}{\partial t}$ и $\frac{\partial V_z}{\partial t}$ ввиду установившегося движения смазочного масла через зазор в подшипнике и массовой силой $\overline{F}$, весьма малой по сравнению с силами трения между частицами масла.

При этих условиях из уравнений (3), (4), (5) находим:

$$\frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_\varphi}{\partial r} - \frac{V_\varphi}{r} = \frac{1}{\mu r}\frac{\partial P}{\partial\varphi} + V_z\frac{\partial V_\varphi}{\partial z}, \tag{11}$$

[1]

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \rho\nu\left(\frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V_z}{\partial\varphi^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_z}{\partial r}\right) - \frac{\rho}{r}V_\varphi\frac{\partial V_z}{\partial\varphi} \tag{12}$$

Полученные уравнения (11) и (12) будем решать методом последовательных приближений.

Пренебрегая в первом приближении вторым членом правой части уравнения (11) ввиду его малости по сравнению с другими его членами, будем иметь:

$$\frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_\varphi}{\partial r} - \frac{V_\varphi}{r^2} = \frac{1}{\mu r}\frac{\partial P}{\partial\varphi} \tag{13}$$

[1] Входящая в уравнение (11) величина $\mu = \rho\nu$, представляет собой коэффициент динамической вязкости смазочного масла.

Правая часть этого уравнения согласно равенству (9) не зависит от r, которое можно считать постоянным, равным a.

Принимая $r \approx a$ и обозначив $\frac{1}{a}=m$, $\frac{1}{\mu a}\cdot\frac{\partial P}{\partial \varphi}=q$, уравнение (13) приводим к виду:

$$\frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial r^2}+m\frac{\partial V_\varphi}{\partial r}-mV_\varphi=q \qquad (14)$$

Интегрируя это дифференциальное уравнение по r, получим:

$$V_\varphi=C_1e^{Amr}+C_2e^{-Bmr}-\frac{q}{m^2} \qquad (15)$$

где

$$A=\frac{\sqrt{5}-1}{2}, \qquad B=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

Пользуясь граничными условиями (8), из уравнения (15) находим постоянные интегрирования:

$$C_1=\frac{\frac{q}{m^2}\left(1-e^{-Bmh}\right)-ue^{-Bmh}}{e^{Ama}\left(e^{Amh}-e^{-Bmh}\right)}; \quad C_2=\frac{\frac{q}{m^2}\left(e^{Amh}-1\right)+Ue^{Amh}}{e^{-Bma}\left(e^{Amh}-e^{-Bmh}\right)} \qquad (16)$$

Подставляя эти найденные значения C_1 и C_2, а также q в уравнение (15), получим в первом приближении окончательное выражение проекции скорости V_φ.

Найдем теперь величину $\frac{\partial P}{\partial \varphi}$, входящую в выражение (15).

Так как через всякое сечение между цапфой и подшипником протекает одно и то же количество жидкости, то расход смазочного масла, протекающего через указанное сечение в направлении координатной линии φ, отнесенный к единице длины подшипника, составит:

$$Q_\varphi=\int_a^{a+h}V_\varphi dr=\int_a^{a+h}\left(C_1e^{Amr}+C_2e^{-Bmr}-\frac{q}{m^2}\right)dr=$$

$$=\frac{C_1}{Am}\left(e^{Am(a+h)}-e^{Ama}\right)-\frac{C_2}{Bm}\left(e^{-Bm(a+h)}-e^{-Bma}\right)-\frac{qh}{m^2}$$

Подставляя значения постоянных C_1 и C_2 из (16) в это выражение и принимая во внимание, что $q=\frac{m}{\mu}\cdot\frac{\partial p}{\partial \varphi}$, находим величину:

$$\frac{\partial p}{\partial \varphi}=-m\mu\cdot\frac{Q_\varphi ABm\left(e^{Amh}-e^{-Bmh}\right)+ue^{Amh}\cdot e^{-Bmh}(A+B)-}{\left(e^{Amh}-1\right)\left(e^{-B\frac{m}{h}}-1\right)(A+B)+ABmh\left(e^{Amh}-e^{-Bmh}\right)}$$
$$\underline{-u\left(Ae^{Amh}+Be^{-Bmh}\right)}$$

Разложив величины e^{Amh} и e^{-Bmh}, входящие в это выражение, в ряд по степеням (Amh) и (—Bmh), после ряда алгебраических преобразований и упрощений с учетом конкретных значений постоянных A, B и m получим в первом приближении:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \varphi}_{z=0}\right)=\frac{2au\mu}{h^2}\cdot\frac{(3a-2h)}{(a-h)}-\frac{6a\mu Q_\varphi(2a-h)}{h^3(a-h)} \qquad (17)$$

Подставляя значение $h=\delta+e\cos\varphi$ в это выражение, после его интегрирования в пределах изменения угла φ от 0 до φ будем иметь:

$$\int_0^\varphi\left(\frac{\partial p}{\partial \varphi}\right)_{z=0}d\varphi=\left(2u\mu-\frac{6\mu Q_\varphi}{a}\right)\frac{2}{\sqrt{\delta^2-e^2}}\operatorname{arctg}\frac{\delta-e}{\sqrt{\delta^2-e^2}}\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}+$$

$$+(6au\mu-6\mu Q_\varphi)\left[\frac{e\sin\varphi}{(e^2-\delta^2)(\delta+e\cos\varphi)}-\right.$$

$$\left.-\frac{2\delta}{(e^2-\delta^2)\sqrt{\delta^2-e^2}}\operatorname{arctg}\frac{\delta-e}{\sqrt{\delta^2-e^2}}\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}\right]+$$

$$+\left(2u\mu-\frac{6\mu Q_\varphi}{a}\right)\frac{2}{\sqrt{(a-\delta)^2-e^2}}\operatorname{arctg}\frac{a-\delta+e}{\sqrt{(a-\delta)^2-e^2}}\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}+$$

$$+6a\mu Q_\varphi\frac{(\delta^2-e^2)e\sin\varphi+2\delta e\sin\varphi(\delta+e\cos\varphi)}{(\delta^2-e^2)^2(\delta+e\cos\varphi)^2}-$$

$$-12a\mu Q_\varphi\left[\frac{2\delta^2+e^2}{(\delta^2-e^2)^{5/2}}\operatorname{arctg}\frac{\delta-e}{\sqrt{\delta^2-e^2}}\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}-\frac{\delta e\sin\varphi}{2(\delta^2-e^2)^2(\delta+e\cos\varphi)}\right] \qquad (18)$$

По формуле (18) можно определить распределение давлений масла в плоскости, перпендикулярной к оси подшипника, в первом приближении, когда отсутствует движение масла в направлении его оси.

Указанная формула остается справедливой также для распределения давлений по окружности во входном сечении потока масла (при $z=0$), протекающего через подшипник скольжения конечной длины. В соответствии с этим при записи величины $\frac{\partial P}{\partial \varphi}$ в выражениях (17) и (18) подставляем $z=0$.

Как видно из формулы (18), давление P является непрерывной периодической функцией угла φ. Поэтому должно иметь место условие

$$\int_0^{2\pi}\left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0}d\varphi=0$$

Согласно этому условию, из формулы (18) получаем:

$$\int_0^{2\pi}\left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0}d\varphi=\left(2u\mu-\frac{6\mu Q_\varphi}{a}\right)\frac{2\pi}{\sqrt{\delta^2-e^2}}+$$

$$+(6au\mu-6\mu Q_\varphi)\frac{2\pi\delta}{(\delta^2-e^2)\sqrt{\delta^2-e^2}}+$$

$$+\left(2u\mu-\frac{6\mu Q_\varphi}{a}\right)\frac{2\pi}{\sqrt{(a-\delta)^2-e^2}}-$$

$$-12a\mu Q_\varphi\pi\cdot\frac{2\delta^2+e^2}{(\delta^2-e^2)^{5/2}} \qquad (19)$$

Из этого выражения находим величину

$$Q_\varphi=\frac{au}{3}\cdot 0 \qquad (20)$$

где

$$\theta = \frac{1+\frac{3a\delta}{\delta^2-e^2}+\sqrt{\frac{\delta^2-e^2}{(a-\delta)^2-e^2}}}{1+\frac{a\delta}{\delta^2-e^2}+\sqrt{\frac{\delta^2-e^2}{(a-\delta)^2-e^2}+\frac{a^2(2\delta^2+e^2)}{(\delta^2-e^2)^2}}}$$

Найдем теперь распределение давлений во всем слое масла, протекающего через подшипник, а именно функцию $P=P(\varphi, z)$.

Полный дифференциал указанной функции составит:

$$dP = \frac{\partial P}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial P}{\partial z} dz \tag{21}$$

Согласно выражению (9) давление P должно зависеть от φ и z. Так как по условию (10) V_z не зависит от z^2, то правая часть уравнения (12) не должна зависеть от z и, следовательно, и левая его часть не может зависеть от z.

Отсюда следует, что величина $\frac{\partial P}{\partial z}$ в первом приближении должна зависеть только от φ.

Таким образом, если обозначить давление в точке M лежащей в плоскости, перпендикулярной к оси подшипника и проходящей через точку M_0 подвода масла к нему, через $P_{z=0}$, то согласно граничным условиям (8) можем написать (см. рисунок);

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{P_l - P_{z=0}}{l} \tag{22}$$

Пользуясь формулой (18), а также граничными условиями (8), величину $P_{z=0}$ можно определить из выражения

$$P_{z=0} = P_0 + \int_{\varphi_0}^{\varphi} \left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0} d\varphi \tag{23}$$

Это есть уравнение распределения давлений по окружности во входном сечении потока масла, перпендикулярном к оси подшипника.

Подставляя значение $P_{z=0}$ из уравнения (23) в выражение (22), найдем проекцию градиента давления на ось z в первом приближении:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{P_l - P_0}{l} - \frac{1}{l}\int_{\varphi_0}^{\varphi} \left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0} d\varphi \tag{24}$$

Подставляя, наконец, это значение величины $\frac{\partial P}{\partial z}$ в уравнение (21), будем иметь:

$$dP = \left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0} d\varphi + \frac{P_l - P_0}{l} dz - \frac{1}{l}\int_{\varphi_0}^{\varphi} \left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0} d\varphi \cdot dz$$

Интегрируя это дифференциальное уравнение в пределах от φ_0 до φ и от 0 до z, получим в первом приближении уравнение распределения давлений в слое масла, протекающего через подшипник:

$$P = P_0 + \frac{P_l - P_0}{l} z + \frac{l-z}{l}\int_{\varphi_0}^{\varphi} \left(\frac{\partial p}{\partial \varphi}\right)_{z=0} d\varphi \tag{25}$$

[2] От z не зависит также величина V_φ, определенная в первом приближении из выражения (15).

Это уравнение показывает, что распределение давлений вдоль оси подшипника происходит по прямой линии.

Дифференцируя уравнение (25) по φ, найдем во втором приближении величину

$$\frac{\partial P}{\partial \varphi} = \frac{l-z}{l}\left(\frac{\partial p}{\partial \varphi}\right)_{z=0} \tag{26}$$

Подставляя значения величин $\frac{\partial P}{\partial z}$ из выражения (24), а также V_φ из выражения (15), найденных в первом приближении, в уравнение (12), после его решения можно получить зависимость V_z от φ и r, т. е. найти функцию $V_z = F_3(\varphi, r)$ в первом приближении.

Подставляя, наконец, это значение V_z, а также значения V_φ и $\frac{\partial P}{\partial \varphi}$ из им соответствующих выражений (15) и (26) в уравнение (11), в результате его решения находим величину V_φ во втором приближении в следующей форме:

$$V_\varphi = F_1(\varphi, r) + F_2(\varphi, r)\frac{\partial P}{\partial \varphi} + F_4(\varphi, r) \tag{27}$$

где

$$F_1(\varphi, r) = U \cdot \frac{e^{Amh}\cdot e^{-Bm(r-a)} - e^{-Bmh}\cdot e^{Am(r-a)}}{e^{Amh} - e^{-Bmh}},$$

$$F_2(\varphi, r) = \frac{a}{\mu}\cdot \frac{(1-e^{-Bmh})e^{Am(r-a)} + (e^{Amh}-1)e^{-Bm(r-a)} - (e^{Amh}-e^{-Bmh})}{e^{Amh} - e^{-Bmh}},$$

а функция $F_4(\varphi, r)$ представляет собой частное решение уравнения (11), которую будем считать неизвестной.

Замечая, что $\frac{\partial P}{\partial z}$ не зависит от r, уравнение (12) должно удовлетвориться также при усредненных значениях величин V_φ и $\frac{\partial V_z}{\partial \varphi}$ по r.

Подставляя, следовательно, усредненные по r значения величин V_φ и $\frac{\partial V_z}{\partial \varphi}$ в уравнение (12), найдем из него с учетом (26) во втором приближении величину

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{P_l - P_0}{l} - \frac{1}{l}\int_{\varphi_0}^{\varphi} \left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0} d\varphi + \frac{\rho}{a} f_2(\varphi) f_3(\varphi) \left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0} \cdot \frac{z}{l} - \frac{\rho}{a} f_3(\varphi)\cdot f_4(\varphi). \tag{28}$$

где

$$f_2(\varphi) = \frac{1}{h}\int_a^{a+h} F_2(\varphi, r)dr,$$

$$f_3(\varphi) = \frac{1}{h}\int_a^{a+h} \frac{\partial F_3(\varphi, r)}{\partial \varphi} dr; \quad f_4(\varphi) = \frac{1}{h}\int_a^{a+h} F_4(\varphi, r)dr \tag{29}$$

Подставляя найденные во втором приближении значения величин $\frac{\partial P}{\partial \varphi}$ и $\frac{\partial P}{\partial z}$ из им соответствующих выражений (26) и (28) в дифференциальное уравнение (21), после интегрирования которого с учетом граничных условий (8) получаем уравнение распределения давлений во втором приближении:

$$P = P_0 + \frac{P_1 - P_0}{l} z + \frac{l-z}{l} \int_{\varphi_0}^{\varphi} \left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0} d\varphi - \frac{\rho}{a} f_2(\varphi) f_3(\varphi) \left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0} \frac{l-z}{2l} z \qquad (30)$$

Дифференцируя далее это уравнение по φ находим в третьем приближении величину

$$\frac{\partial P}{\partial \varphi} = \frac{l-z}{l} \left(\frac{\partial p}{\partial \varphi}\right)_{z=0} - \frac{\rho}{a} \cdot \frac{l-z}{2l} z \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[f_2(\varphi) f_3(\varphi) \left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0} \right] \qquad (31)$$

Подставляя это значение $\frac{\partial P}{\partial \varphi}$, а также значения величин V_φ из выражения (27) и V_z, найденные во втором приближении, в уравнение (11), после его решения найдем величину V_φ в третьем приближении в следующей форме:

$$V_\varphi = F_1(\varphi, r) + F_2(\varphi, r) \frac{\partial P}{\partial \varphi} + F_5(\varphi, r) + F_6(\varphi, r) \frac{l-2z}{2l}, \qquad (32)$$

где $F_5(\varphi, r) + F_6(\varphi, r) \frac{l-2z}{2l}$ представляет собой частное решение уравнения (11) во втором приближении.

Подставляя далее усредненные по r значения величин V_φ из выражения (32), а также $\frac{\partial V_z}{\partial \varphi}$, найденные в третьем приближении с учетом выражения (31), в уравнение (12), находим из него в третьем приближении величину

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{P_1 - P_0}{l} - \frac{1}{l} \int_{\varphi_0}^{\varphi} \left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0} d\varphi + \frac{\rho}{a} f_2(\varphi) f_3(\varphi) \left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0} \cdot \frac{z}{l} + \frac{\rho^2}{a^2} f_2(\varphi) f_3(\varphi) \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[f_2(\varphi) f_3(\varphi) \left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0} \right] \frac{l-z}{2l} z - f_5(\varphi) + f_6(\varphi) \frac{l-2z}{2l} \qquad (33)$$

где $f_5(\varphi)$ и $f_6(\varphi)$—некоторые неизвестные функции.

Подставляя, наконец, найденные в третьем приближении значения величин $\frac{\partial P}{\partial \varphi}$ и $\frac{\partial P}{\partial z}$ из им соответствующих выражений (31) и (33) в уравнение (21), после его решения с учетом граничных условий (8) получим уравнение распределения давлений в третьем приближении

$$P = P_0 + \frac{P_1 - P_0}{l} z + \frac{l-z}{l} \int_{\varphi_0}^{\varphi} \left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0} d\varphi - \frac{\rho}{a} f_2(\varphi) f_3(\varphi) \left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0} \frac{l-z}{2l} z + \frac{\rho^2}{a^2} f_2(\varphi) f_3(\varphi) \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[f_2(\varphi) f_3(\varphi) \left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0} \right] \frac{(l-z)(2z-l)}{12l} z + f_6(\varphi) \frac{l-z}{2l} z \qquad (34)$$

Мы остановимся на этом приближении, считая уравнение (34) достаточно точным для практических расчетов, так как дальнейшее увеличение числа приближений с целью повышения точности полученного результата, связанное с сильным усложнением решения поставленной задачи, представляется нецелесообразным.

Замечая, что функция давления P должна быть непрерывной и симметричной относительно координатной плоскости $z=0$, она должна удовлетворять условию

$$\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)_{z=0} = 0$$

Из этого условия находим неизвестную функцию.

$$f_6(\varphi) = \frac{\rho}{a} f_2(\varphi) f_3(\varphi) \left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0} + \frac{\rho^2}{a^2} f_2(\varphi) f_3(\varphi) \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[f_2(\varphi) f_3(\varphi) \left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0} \right] \frac{l}{6} - 2 \left[\frac{P_1 - P_0}{l} - \frac{1}{l} \int_{\varphi_0}^{\varphi} \left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0} d\varphi \right]$$

Подставляя это значение в выражение (34), получим окончательное уравнение распределения давлений в слое масла, протекающего через подшипник машины:

$$P = P_0 + \frac{P_1 - P_0}{l^2} z^2 + \frac{l^2 - z^2}{l^2} \int_{\varphi_0}^{\varphi} \left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0} d\varphi + \frac{\rho^2}{a^2} f_2(\varphi) f_3(\varphi) \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[f_2(\varphi) f_3(\varphi) \left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0} \right] \frac{l-z}{6l} z^2 \qquad (35)$$

Это уравнение, вывод которого согласован с основными уравнениями (11) и (12), описывающими движение масла в зазоре между цапфой вала и его подшипником, полностью удовлетворяет граничным условиям (8) поставленной задачи.

Опыт показывает, что закон распределения давлений в слое масла, протекающего через подшипник, вдоль его оси следует по параболе с показателем равным (2,2÷2,7) [2].

Как видно из уравнения (35), если пренебречь третьим членом в правой части этого уравнения ввиду его малости по сравнению с остальными его членами, то мы получим распределение давлений вдоль оси z по квадратичной параболе. Указанный член вносит поправку в смысле приближения квадратичной параболы к истинной кривой распределения давлений.

Следует отметить, что согласно уравнению (35) должно происходить изменение закона распределения давлений по окружности подшипника в направлении его оси z, что убедительно показывает несостоятельность допущения о подобии закона распределения давлений в подшипниках конечной и бесконечной длин, как это делается рядом исследователей при решении задачи о гидродинамической теории смазки [4].

Следует далее отметить, что входящая в правую часть уравнения (35) функция $f_2(\varphi)$ на основании формулы (29) может быть определена из следующего выражения:

$$f_2(\varphi) = \frac{a}{\mu} \cdot \frac{(A+B)}{ABmh} \left[\frac{(1 - e^{-Bmh})(e^{Amh} - 1)}{e^{Amh} - e^{-Bmh}} \right] - \frac{a}{\mu} \qquad (36)$$

Что касается функции $f_3(\varphi)$, представляющей собой усредненное по радиусу-вектору r значение частной производной $\frac{\partial V_z}{\partial \varphi}$, постоянное в направлении оси z, то она должна быть найдена в результате совместного решения уравнений (11) и (12).

При практических расчетах вместо функции $f_3(\varphi)$ в уравнение (35) можно подставить его приближенное значение, которое будем определять следующим образом. Пренебрегая вторым и четвертым членами в правой части уравнения (12) в виду их малости по сравнению с остальными его членами, получим:

$$\frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_z}{\partial r} = \frac{1}{\rho\nu}\cdot\frac{\partial P}{\partial z} \tag{37}$$

Правая часть этого уравнения не зависит от r. Интегрируя, следовательно, уравнение (37) по r, с учетом граничных условий (8) находим следующее его решение:

$$V_z = \frac{r^2 - a^2}{4\mu}\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{h(2a+h)}{4\mu \ln\frac{a+h}{a}}\cdot \ln\frac{a}{r}\cdot\frac{\partial P}{\partial z} \tag{38}$$

Подставляя в это уравнение значение $\frac{\partial P}{\partial z}$ из выражения (24), находим из него искомую функцию:

$$f_3(\varphi) = \frac{1}{h}\int_a^{a+h}\frac{\partial V_z}{\partial \varphi}dr = \frac{h^2}{24\mu l}\left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0} + \frac{e\,h\sin\varphi}{8\mu}\left[\frac{P_1 - P_0}{l} - \frac{1}{l}\int_{\varphi_0}^{\varphi}\left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0}d\varphi\right] \tag{39}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Кочин Н. Е., Кибель И. А. и Розе Н. Б. Теоретическая гидромеханика, ч. I и II. ОГИЗ, Гостехиздат, 1948.
2. Зайцев А. К. Основы учения о трении, износе и смазке машин, ч. 1 и II, Машгиз, 1947.
3. Смирнов В. И. Курс высшей математики, т. 1 и II, Госиздат, 1951.
4. Трение и износ в машинах. Сб. XIII, Изд-во АН СССР, 1959.

Н. Б. Гәдиров

Сүрүшмә јастыгларындан ахыб кечән јағ тәбәгәсиндә тәзјигләрин пајланмасы мәсәләсинә даир

ХҮЛАСӘ

Сүрүшмә јастыгларындан ахыб кечән јағ тәбәгәсиндә тәзјиг вә сүр'әтләрин пајланмасы мәсәләси һәм нәзәри, һәм дә тәчрүби әһәмиҗҗәтә маликдир. Көстәрилән мәсәләнин һәлли сүрүшмә јастыгларынын сүртүнмә моменти вә јүкләнмә габилиҗҗәтинин тапылмасы үчүн лазымдыр ки, бу да һәмин јастыгларын дүзкүн һесабланмасы вә гурашдырылмасына имкан верир. Һәмин ишдә сүрүшмә јастыгларындан ахыб кечән јағ тәбәгәсиндә тәзјигләрин пајланмасынын фәза мәсәләсинин тәгриби һәлли верилир.

Көстәрилән мәсәләнин һәллинә әсасән сүрүшмә јастыгларындан ахыб кечән јағ тәбәгәсиндә тәзјигләрин пајланмасы гануну ашағыдакы тәнликлә тәсвир едилир:

$$P = P_0 + \frac{P_1 - P_0}{l^2}z^2 + \frac{l^2 - z^2}{l^2}\int_{\varphi_0}^{\varphi}\left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0}d\varphi + \frac{\rho^2}{a^2}f_2(\varphi)f_3(\varphi)\frac{\partial}{\partial \varphi}\left[f_2(\varphi)f_3(\varphi)\left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0}\right]\frac{l-z}{6l}z^2$$

Бурада

P_0—јастығын орта M_0 нөгтәсиндә дахил олан јағын тәзјиги,

P_1—јастығын учларындан чыхан јағын тәзјиги,

l—јастығын узунлуғунун јарысы;

φ вә z— шәкилдә көстәрилмиш силиндрик координатлар;

φ_0— M_0 нөгтәсинә ујғун олан бучагдыр.

Јухарыда гејд едилмиш (35) тәнлијинә дахил олан функсијалар ашағыдакы ифадәләрдән тапылыр:

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi}\left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0}d\varphi = \left(2a\mu - \frac{6\mu Q_\varphi}{a}\right)\frac{2}{\sqrt{\delta^2 - e^2}}\operatorname{arctg}\frac{\delta - e}{\sqrt{\delta^2 - e^2}}\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} + (6a\mu - 6\mu Q_\varphi)\left[\frac{e\sin\varphi}{(e^2-\delta^2)(\delta + e\cos\varphi)} - \frac{2\delta}{(e^2-\delta^2)\sqrt{\delta^2-e^2}}\operatorname{arctg}\frac{\delta - e}{\sqrt{\delta^2-e^2}}\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}\right] + \left(a\mu - \frac{3\mu Q_\varphi}{a}\right)\frac{4}{\sqrt{(a-\delta)^2 - e^2}}\operatorname{arctg}\frac{a - \delta + e}{\sqrt{(a-\delta)^2-e^2}}\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} + 6a\mu Q_\varphi\cdot\frac{(\delta^2 - e^2)e\sin\varphi + 2\delta e\sin\varphi(\delta + e\cos\varphi)}{(\delta^2-e^2)^2\cdot(\delta + e\cos\varphi)^2} - 12a\mu Q_\varphi\left[\frac{2\delta^2 + e^2}{(\delta^2-e^2)^{3/2}}\operatorname{arctg}\frac{\delta - e}{\sqrt{\delta^2-e^2}}\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} - \frac{\delta e\sin\varphi}{2(\delta^2-e^2)^2(\delta + e\cos\varphi)}\right] \tag{18}$$

$$f_2(\varphi) = \frac{a}{\mu}\cdot\frac{A+B}{ABmh}\left[\frac{(1 - e^{-Bmh})(e^{Amh} - 1)}{e^{Amh} - e^{-Bmh}}\right] - \frac{a}{\mu}, \tag{36}$$

$$f_3(\varphi) = \frac{h^2}{24\mu l}\left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0} + \frac{eh\sin\varphi}{8\mu}\left[\frac{P_1 - P_0}{l} - \frac{1}{l}\int_{\varphi_0}^{\varphi}\left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0}d\varphi\right] \tag{39}$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right)_{z=0} = \frac{2a\mu}{h^2}\cdot\frac{3a - 2h}{a - h} - \frac{6a\mu Q_\varphi}{h^3}\cdot\frac{2a - h}{a - h}, \tag{17}$$

Көстәрилән (18), (36), (39) вә (17) ифадәләринә дахил олан кәмиҗҗәтләр:

$$A = \frac{\sqrt{5} - 1}{2};\quad B = \frac{\sqrt{5} + 1}{2};\quad h = \delta + e\cos\varphi$$

a—валын сапфасынын радиусу;

u—сапфанын чеврәви сүр'әти;

μ—јастыгдан ахыб кечән јағын динамик өзлүлүк әмсалы;

δ—валын сапфасы илә јастыг арасында галан радиал бошлуғун өлчүсү;

e—машын ишләјәркән валын сапфасынын мәркәзи илә јастығын мәркәзи арасында олан мәсафәдир;

Q_φ кәмијјәти исә ашағыдакы формулдан тапыла биләр.

$$Q_\varphi = \frac{au}{2} \cdot \frac{1 + \frac{3a\delta}{\delta^2 - e^2} + \sqrt{\frac{\delta^2 - e^2}{(a-\delta)^2 - e^2}}}{1 + \frac{a\delta}{\delta^2 - e^2} + \sqrt{\frac{\delta^2 - e^2}{(a-\delta)^2 - e^2}} + \frac{a^2(2\delta^2 + e^2)}{(\delta^2 - e^2)^2}}$$

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

Г. М. МӘММӘДОВ (ХӘЈЈАМИ)

l_1 ФӘЗАСЫНДА МӘһДУД БИР НЕЧӘ МАТРИСА һАГГЫНДА

Мүәллиф бир мәгаләдә [2] операторун баш һиссәсинин хүсуси функсијаларына көрә тәфриг үсулу илә гарышыг мәсәләни һәлл етдикдә, l_1 фәзасында бә'зи матрисаларын мәһдуд олмасындан истифадә етмишдир. Һәмин матрисаларын мәһдудлуғунун исбаты бу мәгаләдә верилир.

Һәгиги әдәдләр ардычыллыглары чохлуғу:

$$\{(\xi_1, \xi_2, \ldots)\}$$

Әкәр

$$\sum_{i=1}^{\infty} |\xi_i|^p < +\infty$$

шәртини өдәјәрсә, адәтән, ону $l_p, p \geqslant 1$ фәзасы адландырырлар.

$(\xi_1, \xi_2, \ldots)$ ардычыллығыны l_p фәзасынын вектору адландырыб белә ишарә едәчәјик

$$\vec{\xi} = (\xi_1, \xi_2, \ldots) = (\xi_i)$$

Ашағыда верилмиш сонсуз матрисаларын l_1-дә мәһдудлуғуну исбат едәк:

$$(\alpha'_{mn}) = \left(\frac{m^k}{n^l}\ \alpha_{mn}\right) \tag{1}$$

$$(\beta'_{mn}) = \left(\frac{m^k}{n^l}\ \beta_{mn}\right) \tag{2}$$

$$(\gamma'_{mn}) = \left(\frac{m^k}{n^l}\ \gamma_{mn}\right); \tag{3}$$

Бурада

$$\alpha_{mn} = \frac{1}{(m+n)},$$

$$\beta_{mn} = \begin{cases} 1, & m = n, \\ \dfrac{1}{|m-n|^p} & m \neq n, \end{cases}$$

$$\gamma_{mn} = \frac{1}{m^\mu n^\mu}.$$

Ашағыдакы теоремләри исбат едәк.

1-чи теорем: *Әкәр* $\kappa \leqslant r-2$, $l \geqslant 0$, $r \geqslant 2$ *оларса, онда* (1) *матрисасы* l_1*-дә мәһдуд олар.*

Исбаты: Доғрудан да, тутаг ки, $\vec{\xi}=(\xi_i)$ вектору l_1 фәзасынын истәнилән векторудур.

$(\alpha'_{mn})(\xi_i)$ елементинин нормасына бахаг:

$$\|(\alpha'_{mn})(\xi_i)\| = \sum_{m=1}^{\infty}\left|\sum_{n=1}^{\infty}\frac{m^k}{n^l}\frac{1}{(m+n)^r}\xi_n\right| \leqslant$$

$$\leqslant \sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m^{r-k}}\sum_{n=1}^{\infty}|\xi_n| \leqslant \varsigma(2)\cdot\|\vec{\xi}\|;$$

Бурада $\varsigma(2)$ васитәси илә Риманын дзета функсијасы көстәрилир.

2-чи теорем. *Әкәр*

$$\kappa \leqslant \rho-2, \qquad \kappa < l, \qquad \rho \geqslant 2$$

оларса, онда (2) *матрисасы* l_1*-да мәһдуддур.*

Исбаты: Тутаг ки, (ξ_n) вектору l_1-дән ихтијари вектордур. Онда

$$\|(\beta'_{mn})(\xi_i)\| = \sum_{m=1}^{\infty}\left|\sum_{n=1}^{\infty}\frac{m^k}{n^l}\beta_{mn}\xi_n\right| \leqslant$$

$$\leqslant \sum_{n=1}^{\infty}|\xi_n|\sum_{m=1}^{\infty}\frac{m^k}{n^l}\beta_{mn} =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty}|\xi_n|\left[\sum_{m=1}^{n-1}\frac{m^k}{n^l}\frac{1}{\varsigma(n-m)^\rho}+\frac{1}{n^{l-k}}+\right.$$

$$\left.+\sum_{m=n+1}^{\infty}\frac{m^k}{n^l}\frac{1}{(m-n)^\rho}\right] \leqslant \sum_{n=1}^{\infty}|\xi_n|\left[\sum_{m=1}^{n-1}\frac{(n-m)^k}{n^l m^\rho}+\frac{1}{n^{l-k}}+\right.$$

$$\left.+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(m+n)^k}{n^l}\frac{1}{m^\rho}\right] \leqslant \sum_{n=1}^{\infty}|\xi_n|\left[1+2^{k+1}\varsigma(2)\right].$$

Бунунла да теорем исбат олунур.

3-чү теорем. *Әкәр* $\mu \geqslant 2+\kappa$, $\mu+l \geqslant 0$, *оларса, онда* (3) *матрисасы* l_1*-да мәһдуд олар.*

Исбаты: Тутаг ки, $\vec{\xi}$ вектору l_1-дән ихтијари вектордур. Онда

$$\|(\gamma'_{mn})\vec{\xi}\| = \sum_{m=1}^{\infty}\left|\sum_{n=1}^{\infty}\frac{m^k}{n^l}\gamma_{mn}\xi_n\right| \leqslant$$

$$\leqslant \sum_{n=1}^{\infty}|\xi_n|\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m^{\mu-k}n^{\mu+l}} \leqslant \varsigma(2)\|\vec{\xi}\|.$$

Бунунла да дедијимиз тәсдиг олунур.

ӘДӘБИЈЈАТ

1. З. И. Хәлилов. Гарышыг мәсәләләрин һәллиндә тәнлијин баш һиссәсинин хүсуси функсијаларына көрә ајрылма методуна аид АДУ-нун „Әсәрләри" IV чилд, Бакы, 1954.

2. Г. М. Мәммәдов (Хәјјами). Һиперболик тәнлик үчүн гарышыг мәсәләләрин тәнлијин баш һиссәсинин хүсуси функсијаларына көрә ајрылма методу илә һәлл едилмәси. Азәрбајчан ССР ЕА Физика вә Ријазијјат Институтунун „Әсәрләри" VII чилд, Бакы, 1955.

К. М. Мамедов (Хайями)

О некоторых ограниченных матрицах в l_1

РЕЗЮМЕ

Доказывается ограниченность бесконечных матриц следующих видов:

$$(\alpha'_{mn}) = \left(\frac{m^k}{n^l}\alpha_{mn}\right) \tag{1}$$

$$(\beta'_{mn}) = \left(\frac{m^k}{n^l}\beta_{mn}\right) \tag{2}$$

$$(\gamma'_{mn}) = \left(\frac{m^k}{n^l}\gamma_{mn}\right), \tag{3}$$

где

$$\alpha_{mn} = \frac{1}{(m+n)^r},$$

$$\beta_{mn} = \begin{cases} 1, & m=n \\ \dfrac{1}{|m-n|^\rho}, & m \neq n \end{cases}$$

$$\gamma_{mn} = \frac{1}{m^\mu n^\mu}.$$

Доказываются следующие 3 теоремы:

Теорема I. *Если* $\kappa \leqslant r-2$, $l \geqslant 0$, $r \geqslant 2$, *то матрица* (1) *ограничена в* l_1.

Теорема II. *Если* $\kappa \leqslant \rho-2$, $\kappa < l$ *и* $\rho \geqslant 2$, *то матрица* (2) *ограничена в* l_1.

Теорема III. *Если* $\mu \geqslant 2+\kappa$, $\mu+l \geqslant 0$, *то матрица* (3) *ограничена в* l_1.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-рија зијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

С. Г. ГУРБАНОВ, Г. Т. ГАСАНОВ

ОБ ИЗМЕНЕНИИ ДАВЛЕНИЯ НА СТЕНКИ СКВАЖИНЫ

Исследование нестационарного движения вязких и вязко-пластичных жидкостей представляет интерес для нефтедобычи и бурения нефтяных скважин. Так, например, решение нестационарных задач о движении вязких и вязко-пластичных жидкостей представляет интерес для определения пускового давления компрессорных скважин и установления целесообразности применения того или иного способа его уменьшения (имеется ввиду качественное сравнение), для определения пускового давления насоса при бурении на воде и на глинистом растворе.

Представляет интерес определение изменения давления в отдельных узлах единой гидродинамической системы в бурении (насос—скважина—очистные устройства), в нефтедобыче (пласт—скважина—наземное оборудование) и выбора путей уменьшения или увеличения изменения давления.

При бурении нефтяных скважин надо допускать минимальное изменение давления на стенки скважины во избежание гидравлического разрыва пласта, являющегося одной из основных причин осложнений. При проведении процесса гидравлического разрыва пластов в некоторых случаях надо допускать возможно максимальное изменение давления.

В статье приводится решение одной частной задачи о нестационарном движении вязкой и вязко-пластичной жидкости при различных граничных условиях в соосной системе: горизонтальная круглая цилиндрическая труба кольцевое пространство, причем внешняя труба также представляет собою круглую цилиндрическую трубу[1]. Решение этой задачи представляет некоторый интерес для бурения нефтяных скважин.

1. Вывод приближенных дифференциальных уравнений нестационарного движения вязко-пластичной жидкости

Приближенные дифференциальные уравнения движения сжимаемой жидкости в трубах с учетом гидравлических сопротивлений составлены и для некоторых случаев проинтегрированы И. А. Чарным [5].

[1] В виду того, что мы пользуемся средними по сечению значениями скоростей и давлений условие о круглых поперечных сечениях внутренней и внешней труб является необязательным.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-рјазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

С. Г. ГУРБАНОВ, Г. Т. ГАСАНОВ

ОБ ИЗМЕНЕНИИ ДАВЛЕНИЯ НА СТЕНКИ СКВАЖИНЫ

Исследование нестационарного движения вязких и вязко-пластичных жидкостей представляет интерес для нефтедобычи и бурения нефтяных скважин. Так, например, решение нестационарных задач о движении вязких и вязко-пластичных жидкостей представляет интерес для определения пускового давления компрессорных скважин и установления целесообразности применения того или иного способа его уменьшения (имеется ввиду качественное сравнение), для определения пускового давления насоса при бурении на воде и на глинистом растворе.

Представляет интерес определение изменения давления в отдельных узлах единой гидродинамической системы в бурении (насос—скважина—очистные устройства), в нефтедобыче (пласт—скважина—наземное оборудование) и выбора путей уменьшения или увеличения изменения давления.

При бурении нефтяных скважин надо допускать минимальное изменение давления на стенки скважины во избежание гидравлического разрыва пласта, являющегося одной из основных причин осложнений. При проведении процесса гидравлического разрыва пластов в некоторых случаях надо допускать возможно максимальное изменение давления.

В статье приводится решение одной частной задачи о нестационарном движении вязкой и вязко-пластичной жидкости при различных граничных условиях в соосной системе: горизонтальная круглая цилиндрическая труба кольцевое пространство, причем внешняя труба также представляет собою круглую цилиндрическую трубу[1]. Решение этой задачи представляет некоторый интерес для бурения нефтяных скважин.

1. Вывод приближенных дифференциальных уравнений нестационарного движения вязко-пластичной жидкости

Приближенные дифференциальные уравнения движения сжимаемой жидкости в трубах с учетом гидравлических сопротивлений составлены и для некоторых случаев проинтегрированы И. А. Чарным [5].

[1] В виду того, что мы пользуемся средними по сечению значениями скоростей и давлений условие о круглых поперечных сечениях внутренней и внешней труб является необязательным.

Приближенные дифференциальные уравнения имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\partial P}{\partial x} &= \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\lambda\rho}{8\delta} w^2 \\ -\frac{\partial P}{\partial t} &= c^2 \frac{\partial(\rho w)}{\partial x}, \end{aligned}\right\} \qquad (1,1)$$

где P—давление; ρ—плотность жидкости; δ—гидравлический радиус поперечного сечения; λ—коэффициент гидравлических сопротивлений; w—средне-объемная скорость движения жидкости; c—скорость звука в жидкости.

Как известно приближенная формула Букингама и формула Дарси—Вейсбаха имеют следующий вид:

$$w = \frac{R^2}{8L\eta}\left(\Delta p - \frac{4}{3}\Delta P_0\right), \qquad \Delta P_0 = \frac{4L\tau_0}{d} \qquad (1,2)$$

$$\Delta P = \lambda \frac{L}{d} \cdot \frac{w^2}{2} \cdot \rho \qquad (1,3)$$

где $d=2R$ диаметр трубы; τ_0—предельное напряжение сдвига; L—длина трубы.

Из (1,2) получим:

$$\Delta P = \frac{8L\eta}{R^2} w + \frac{4}{3}\Delta P_0. \qquad (1,4)$$

Приравнивая правые части (1,3) и (1,4) получим

$$\frac{\lambda\rho}{8\delta} w^2 = \frac{8\eta}{R^2} w + \frac{16}{3} \cdot \frac{\eta\tau_0}{d}$$

Вводя обозначение:

$$2a_0 = \frac{32\eta}{d^2}, \qquad b_0 = \frac{16}{3} \cdot \frac{\tau_0}{d}.$$

Получим:

$$\frac{\lambda\rho}{8\delta} w^2 = 2a_0 w + b_0 \qquad (1,5)$$

Подставляя (1,5) в (1,1) получим систему приближенных дифференциальных уравнений нестационарного движения вязко-пластичной жидкости:

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\partial P}{\partial x} &= \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + 2a_0 w + b_0 \\ -\frac{\partial P}{\partial t} &= c^2 \frac{\partial(\rho w)}{\partial x} \end{aligned}\right\} \qquad (1,6)$$

В случае ρ=const (1,6) примут вид:

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\partial P}{\partial x} &= \rho\left(\frac{\partial w}{\partial t} + 2a\, w + b\right) \\ -\frac{\partial P}{\partial t} &= \rho c^2 \frac{\partial w}{\partial x}, \end{aligned}\right\} \qquad (1,7)$$

где

$$2a = \frac{32\eta}{\rho d^2}, \qquad b = \frac{16}{3}\frac{\tau_0}{\rho d}.$$

Следует отметить, что при турбулентном режиме движения нелинейный член $\frac{\lambda}{8\delta} w^2$ линеаризуется по [5].

2. Решение задачи о нестационарном движении вязкой и вязко-пластичной жидкости в системе труба—кольцевое пространство

В этом случае системы дифференциальных уравнений гиперболического типа имеют следующий вид:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial P_1}{\partial x} &= \rho\left(\frac{\partial w_1}{\partial t} + 2a_1 w_1 + b_1\right) \\ \frac{\partial P_1}{\partial t} &= \rho c^2 \frac{\partial w_1}{\partial x} \end{aligned}\right\} \qquad (2,1)$$

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\partial P_2}{\partial x} &= \rho\left(\frac{\partial w_2}{\partial t} + 2a_2 w_2 + b_2\right) \\ -\frac{\partial P_2}{\partial t} &= \rho c^2 \frac{\partial w_2}{x}, \end{aligned}\right\} \qquad (2,2)$$

где P_1—давление во внутренней трубе; P_2—давление в кольцевом пространстве; w_1, w_2—соответственно среднеобъемные скорости в трубе и в кольцевом пространстве; a_1, a_2—коэффициенты сопротивления соответственно для внутренней трубы и кольцевого пространства.

Принимая, что жидкость в начальный момент неподвижна задавая на выходе жидкости из кольцевого пространства давление равным нулю и задавая на входе в трубы расход постоянным, начальные и граничные условия запишем в виде:

$$\left.\begin{aligned} &w_1(x,0) = w_2(x,0) = 0; \quad P_1(x,0) = P_2(x,0) = 0, \\ &w_1(L,t) = w_0 = \frac{Q}{S_1} = \text{const}, \quad P_2(L,t) = 0, \\ &S_1 W_1(0,t) = S_2 W_2(0,t), \quad P_1(0,t) = P_2(0,t), \end{aligned}\right\} \qquad (2,3)$$

где S_1, S_2—соответственно площади поперечного сечения трубы и кольцевого пространства; w_0—средне-объемная скорость на входе в трубу; Q—производительность насоса.

Введя безразмерные переменные:

$$\bar{w} = \frac{w}{w_0}, \quad \bar{x} = \frac{x}{L}, \quad \bar{t} = 2a_1 t, \quad \bar{P} = \frac{P}{2a_1 \rho L w_0},$$

и исключая $\bar{P}$ из (2,1) и (2,2) получим систему линейных дифференциальных уравнений гиперболического типа

$$\left.\begin{aligned} \frac{c^2}{4a_1^2 L^2} \cdot \frac{\partial^2 \overline{w_1}}{\partial \bar{x}^2} &= \frac{\partial^2 w_1}{\partial \bar{t}^2} + \frac{\partial \overline{w_1}}{\partial \bar{t}} \\ \frac{c^2}{4a_1^2 L^2} \cdot \frac{\partial^2 \overline{w_2}}{\partial \bar{x}^2} &= \frac{\partial^2 \overline{w^2}}{\partial \bar{t}^2} + \frac{a^2}{a_1}\frac{\partial w_2}{\partial \bar{t}} \end{aligned}\right\} \qquad (2,4)$$

В безразмерных переменах начальные и граничные условия примут вид:

$$\left.\begin{aligned} &\overline{w_1}(\bar{x},0) = \overline{w_2}(\bar{x},0) = 0, \\ &\frac{\partial \overline{w_1}}{\partial \bar{t}}(\bar{x},0) = \frac{\partial \overline{w_2}}{\partial \bar{t}}(\bar{x},0) = 0, \end{aligned}\right\} \qquad (2,5)$$

$$\left.\begin{aligned} &\overline{w_1}(1,\bar{t})=1, \qquad \frac{\partial\overline{w_2}}{\partial\bar{x}}(1,\bar{t})=0,\\ &\overline{w_1}(0,\bar{t})=\alpha\overline{w_2}(0,\bar{t}), \qquad \frac{\partial\overline{w_1}}{\partial\bar{x}}(0,\bar{t})=-\frac{\partial\overline{w_2}}{\partial\bar{x}}(0,\bar{t}), \end{aligned}\right\} \tag{2,5}$$

где: $\alpha=\dfrac{R_2^2}{R_1^2}-1,$

R_2, R_1 — соответственно радиусы внешней и внутренней труб.

Для решения задачи применим операционный метод. Воспользовавшись односторонним преобразованием Лапласа получим:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d^2\overline{w_1^*}}{d\bar{x}^2}=D^2(S^2+S)\,\overline{w_1^*}\\ &\frac{d_2\overline{w_2^*}}{d\bar{x}^2}=D^2(S^2+ES)\,\overline{w_2^*}. \end{aligned}\right\} \tag{2,6}$$

Граничные условия для изображений имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} &\overline{w_1^*}(1,s)=\frac{1}{s}, \qquad \frac{d\overline{w_2^*}}{d\bar{x}}(1,s)=0\\ &\overline{w_1^*}(0,s)=\alpha\,\overline{w_2^*}(0,s), \qquad \frac{d\overline{w_1^*}}{d\bar{x}}(0,s)=-\frac{d\overline{w_2^*}}{d\bar{x}}(0,s). \end{aligned}\right\} \tag{2,7}$$

Решениями (2,6) при условиях (2,7) будут:

$$\overline{w_1^*}(\bar{x},s)=\frac{\alpha\,\mathrm{cth}D\sqrt{S^2+ES}\cdot\mathrm{ch}D\sqrt{S^2+S}\bar{x}+\sqrt{\dfrac{S+E}{S+1}}\mathrm{sh}D\sqrt{S^2+S}\bar{x}}{s\left(\alpha\,\mathrm{cth}D\sqrt{S^2+ES}\cdot\mathrm{ch}D\sqrt{S^2+S}+\sqrt{\dfrac{S+E}{S+1}}\mathrm{sh}D\sqrt{S^2+S}\right)} \tag{2,8}$$

$$\overline{w_2^*}(\bar{x},s)=\frac{\mathrm{cth}D\sqrt{S^2+ES}\cdot\mathrm{ch}D\sqrt{S^2+ES}\bar{x}-\mathrm{sh}D\sqrt{S^2+ES}\,\bar{x}}{s\left(\alpha\,\mathrm{cth}D\sqrt{S^2+ES}\cdot\mathrm{ch}D\sqrt{S^2+ES}+\sqrt{\dfrac{S+E}{S+2}}\mathrm{sh}D\sqrt{S^2+ES}\right)}$$

Можно показать, что выражения для $\overline{w_1^*}(\bar{x},s)$ и $\overline{w_2^*}(\bar{x},s)$ есть отношение двух обобщенных полиномов относительно S. Так, как $\overline{w_1^*}[\bar{x},s)$ являются мероморфными функциями, т. е. не имеют в конечной части плоскости, кроме полюсов других особых точек, то можем применить теорему разложения для перехода от изображений к оригиналам. Примем $a_1=a_2$, что соответствует равенству гидравлических потерь в бурильных трубах и кольцевом пространстве, а следовательно и наиболее выгодному соотношению диаметров [4]. Учитывая наличие сопряженных комплексных корней получим:

$$\overline{w_1}(\bar{x},\bar{t})=1+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(\alpha\,\mathrm{cth}D\sqrt{s_n^2+s_n}\cdot\mathrm{ch}D\sqrt{s_n^2+s_n}\,\bar{x}+\mathrm{sh}D\sqrt{s_n^2+s_n}\,\bar{x})e^{s_n\bar{t}}}{D\,s_n\dfrac{2s_n+1}{\sqrt{s_n^2+s_n}}(\alpha+1)\,\mathrm{ch}D\sqrt{s_n^2+s_n}}$$

$$\overline{w_2}(\bar{x},\bar{t})=\frac{1}{\alpha}+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(\mathrm{cth}D\sqrt{s_n^2+s_n}\cdot\mathrm{ch}D\sqrt{s_n^2+s_n}\,\bar{x}-\mathrm{sh}D\sqrt{s_n^2+s_n}\,\bar{x})e^{s_n\bar{t}}}{Ds_n\dfrac{2s_n+1}{\sqrt{s_n^2+s_n}}\cdot(\alpha+1)\mathrm{ch}D\sqrt{s_n^2+s_n}}$$

Подставляя найденные значения $\overline{w_1}(\bar{x},\bar{t})$ и $\overline{w_2}(\bar{x},\bar{t})$ в уравнения систем (2,1) и (2,2) получим выражения для $\overline{P_1}(1,\bar{t})$ и $\overline{P_2}(0,\bar{t})$:

$$\overline{P_1}(1,\bar{t})=\frac{1+\alpha}{\alpha}+\frac{b_1+b_2}{2a_1w_0}+\frac{2e^{-\frac{1}{2}\bar{t}}}{D^2}\sum_{n=0}^{\infty}\left[-\frac{2\cos B_n\bar{t}}{4B_n^2+1}+\frac{2B_n^2-0{,}5}{B_n(4B_n^2+1)}\cdot\sin B_n\bar{t}\right]$$

$$\overline{P_2}(0,\bar{t})=\frac{1}{\alpha}+\frac{b_2}{2a_1w_0}+\frac{2e^{-\frac{1}{2}\bar{t}}}{(1+\alpha)D^2}\sum_{n=0}^{\infty}\left[-\frac{2\cos B_n\bar{t}}{4B_n^2+1}+\frac{2B_n^2-0{,}5}{B_n(4B_n^2+1)}\sin B_n\bar{t}\right]\frac{1}{\cos D\tau_n}$$

где: $D=\dfrac{2aL}{c}$, $\quad B_n=\pm\sqrt{\tau_n^2-\dfrac{1}{4}}$.

$$\tau_n^2=\frac{1}{D^2}(\mathrm{arctg}\sqrt{\alpha}+n\pi)^3.$$

Здесь и в последующем численные расчеты для вязко-пластичной жидкости выполнены при[2]:

$d_1=110$ *мм*², $\quad d_2=173{,}56$ *мм*, $\quad L=2000$ *м*,

$\tau_0=0{,}02\ \dfrac{г}{см^2}$, $\quad Q=50$ *л/сек*, $\quad \eta=0{,}03$.

Толщина стенки бурильных труб принята равной 10 *мм*.

Результаты расчетов приведены в табл. 1[3].

Таблица 1

t сек	0	0,003	0,030	0,30	3,001	15,004	30,007	∞
P_1 атм	17,46	7,52	0	0	27,49	77,80	70,82	71,55
P_2 атм	0	0	0	0	0,68	29,98	26,14	26,49
$\Delta P=P_1-P_2$	17,46	7,42	0	0	26,81	47,82	44,68	45,06

Следует отметить, что для рассматриваемых случаев в трубах и кольцевом пространстве имеет место турбулентный режим движения.

Для выявления влияния инерционного члена на изменение давления предположим, что труба бесконечно длинна и поэтому инерционный член по сравнению с силой трения очень мал.

Учитывая это, систему дифференциальных уравнений запишем ввиде:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial P_1}{\partial x}=\rho(2a_1w_1+b_1)\\ &\frac{\partial P_1}{\partial t}=\rho c^2\frac{\partial w_1}{\partial x} \end{aligned}\right\} \quad (2,9) \qquad \left.\begin{aligned} &-\frac{\partial P_2}{\partial x}=\rho(2a_2w_2+b_2)\\ &-\frac{\partial_2 P}{\partial t}=\rho c^2\frac{\partial w_2}{\partial x} \end{aligned}\right\} \tag{2,10}$$

[2] В этом и последующих расчетах диаметры скважин и бурильных труб удовлетворяют условию $a_1=a_2$.

[3] Для большей наглядности результаты расчетов здесь и в последующих расчетах приводятся в размерных переменных.

В (2, 9) и (2, 10) приняты обозначения предыдущих параграфов. Начальными и граничными условиями будут (2, 3). Для решения задачи применим операционный метод. Решения (2, 9) и (2, 10) при условиях (2, 3), записанные в безразмерном виде имеют вид:

$$\overline{P}_1(1,\overline{t}) = \frac{1+\alpha}{\alpha} + \frac{b_1+b_2}{2a_1 w_0} - \frac{1}{D^2}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\frac{1}{D^2}(\operatorname{arctg}\sqrt{\alpha}+n\pi)^2\cdot\overline{t}}}{\frac{1}{D^2}(\operatorname{arctg}\sqrt{\alpha}+n\pi)^2}$$

$$\overline{P}_2(0,\overline{t}) = \frac{1}{\alpha} + \frac{b_2}{2a_1 w_0} - \frac{1}{D^2(1+\alpha)}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\frac{1}{D_2}(\operatorname{arstg}\sqrt{\alpha}+n\pi)^2\cdot\overline{t}}}{\frac{1}{D^2}(\operatorname{arctg}\sqrt{\alpha}+n\pi)^2\cdot\cos D\tau_n}$$

Результаты численных расчетов приведены в табл. 2.

Таблица 2

t сек	0	0,003	0,030	0,030	3,001	15,004	30,007	∞
P_1 атм	17,57	18,83	22,91	38,49	63,07	71,55	71,55	71,55
P_2 атм	0	0	0	6,64	41,40	26,49	26 49	26,49
$\Delta P = P_1 - P_2$	17,57	18,83	22,91	31,85	41,67	41,67	41,67	41,67

В частном случае, если $\tau_0 = 0$ получаем выражения для вязкой жидкости. В этом случае $b_1 = b_2 = 0$ и выражение для $\overline{P}_1(1,\overline{t})$, $\overline{P}_2(0,\overline{t})$ имеют следующий вид:

$$\overline{P}_1(1,\overline{t}) = \frac{1+\alpha}{\alpha} + \frac{2e^{-\frac{1}{2}\overline{t}}}{D^2}\sum_{n=0}^{\infty}\left[-\frac{2\cos B_n\overline{t}}{2B_n^2+1} + \frac{2B_n^2-0{,}5}{B_n(4B_n^2+1)}\cdot\sin B_n\overline{t}\right]$$

$$\overline{P}_2(0,\overline{t}) = \frac{1}{\alpha} + \frac{2e^{-\frac{1}{2}\overline{t}}}{D^2(1+\alpha)}\sum_{n=0}^{\infty}\left[-\frac{2\cos B_n\overline{t}}{4B_n^2+1} + \right.$$

$$\left. + \frac{2B_n^2-0{,}5}{B_n(4B_n^2+1)}\cdot\sin B_n\overline{t}\right]\cdot\frac{1}{\cos D\tau_n}.$$

Результаты численных расчетов для воды ($\nu = 0{,}01$ *стокс*, $\rho = 1$ *г/см*^{3} приведены в табл. 3.

Таблица 3

t сек	0	0,004	0,042	0,419	4,198	20,988	41,977	∞
P_1	9,41	23,59	57,06	61,62	83,48	53,80	48,13	47,91
P_2	0	0	0	6,95	34,08	21,99	17,25	16,97
$\Delta P = P_1 - P_2$	9,41	23,59	57,06	54,67	49,40	31,81	30,87	30,94

И в этом частном случае рассмотрим влияние инерационного члена на изменение давления. Отбрасывая соответствующие члены получим выражения для $\overline{P}_1$ и $\overline{P}_2$ в следующем виде:

$$\overline{P}_1(1,\overline{t}) = \frac{1+\alpha}{\alpha} + \frac{1}{D^2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{\frac{1}{D^2}(\operatorname{arctg}\sqrt{\alpha}+n\pi)^2\cdot\overline{t}}}{-\frac{1}{D^2}(\operatorname{arctg}\sqrt{\alpha}+n\pi)^2},$$

$$\overline{P}_2(0,\overline{t}) = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{D^2(1+\alpha)}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\frac{1}{D^2}(\operatorname{arctg}\sqrt{\alpha}+n\pi)^2\cdot\overline{t}}}{-\frac{1}{D^2}(\operatorname{arctg}\sqrt{\alpha}+n\pi)^2}.$$

Результаты численных расчетов приведены в табл. 4.

Таблица 4

t сек	0	0,04	0,042	4,19	20,98	41,97	∞
P_1 атм	8,66	15,37	33,28	47,91	47,91	47,91	
P_2 атм	—	—	8,19	16,97	16,97	16,97	16,97
$\Delta P = P_1 - P_2$	8,66	15,37	25,09	30,94	30,94	30,94	30,94

Для случая если на входе в трубу задан расход в виде

$$w_1(L,\overline{t}) = w_0\left(1 - e^{-k\overline{t}}\right)$$

(k некоторый постоянный коэффициент) получим:

$$\overline{w}_1^*(\overline{x},s) = \frac{\overline{\kappa}\left(\alpha\operatorname{cth}D\sqrt{s^2+Es}\cdot\operatorname{ch}D\sqrt{s^2+s}\,\overline{x} + \sqrt{\frac{s+E}{s+1}}\operatorname{sh}D\sqrt{s^2+s}\,\overline{x}\right)}{s(s+\overline{\kappa})\left(\alpha\operatorname{cth}D\sqrt{s^2+Es}\operatorname{ch}D\sqrt{s^2+s} + \sqrt{\frac{s+E}{s+1}}\cdot\operatorname{sh}D\sqrt{s^2+s}\right)}$$

$$\overline{w}_2^*(\overline{x},s) = \frac{\overline{\kappa}\left(\operatorname{cth}D\sqrt{s^2+Es}\cdot\operatorname{ch}D\sqrt{s^2+Es}\,\overline{x} - \operatorname{sh}D\sqrt{s^2+Es}\,\overline{x}\right)}{s(s+\overline{\kappa})\left(\alpha\operatorname{cth}D\sqrt{s^2+Es}\cdot\operatorname{ch}D\sqrt{s^2+s} + \sqrt{\frac{s+E}{s+1}}\cdot\operatorname{sh}D\sqrt{s^2+s}\right)}.$$

Так как $\overline{w}_1^*(\overline{x},s)$ и $\overline{w}_2^*(\overline{x},s)$ как и раньше представляет собою отношение двух обобщенных полиномов, то применяя теорему разложения получим:

$$\overline{w}_1(\overline{x},\overline{t}) = 1 - \frac{(\alpha\operatorname{cth}D\sqrt{\overline{\kappa}^2-\overline{\kappa}}\cdot\operatorname{ch}D(\sqrt{\overline{\kappa}^2-\overline{\kappa}}\,\overline{x} + \operatorname{sh}D\sqrt{\overline{\kappa}^2-\overline{\kappa}}\,\overline{x})e^{-\overline{kt}}}{(\alpha\operatorname{cth}D\sqrt{\overline{\kappa}^2-\overline{\kappa}}\cdot\operatorname{ch}D\sqrt{\overline{\kappa}^2-\overline{\kappa}} + \overline{\kappa} + \operatorname{sh}D\sqrt{\overline{\kappa}^2-\overline{\kappa}})} +$$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty}\frac{\overline{\kappa}(\alpha\operatorname{cth}D\sqrt{s_n^2+s_n}\cdot\operatorname{ch}D\sqrt{s_n^2+s_n}\,\overline{x} + \operatorname{sh}D\sqrt{s_n^2+s_n}\,\overline{x})e^{s_n\overline{t}}}{Ds_n\frac{2s_n+1}{\sqrt{s_n^2+s_n}}(s_n+\overline{\kappa})(\alpha+1)\operatorname{ch}D\sqrt{s_n^2+s_n}};$$

$$\overline{w}_2(\overline{x},\overline{t}) = \frac{1}{\alpha} - \frac{(\operatorname{cth}D\sqrt{\overline{\kappa}^2-\overline{\kappa}}\cdot\operatorname{ch}D\sqrt{\overline{\kappa}^2-\overline{\kappa}}\,\overline{x} - \operatorname{sh}D\sqrt{\overline{\kappa}^2-\overline{\kappa}}\,\overline{x})e^{-\overline{kt}}}{(\alpha\operatorname{cth}D\sqrt{\overline{\kappa}^2-\overline{\kappa}}\cdot\operatorname{ch}D\sqrt{\overline{\kappa}^2-\overline{\kappa}} + \operatorname{sh}D\sqrt{\overline{\kappa}^2-\overline{\kappa}})} +$$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty}\frac{\overline{\kappa}(\operatorname{cth}D\sqrt{s_n^2+s_n}\cdot\operatorname{ch}D\sqrt{s_n^2+s_n}\,\overline{x} - \operatorname{sh}D\sqrt{s_n^2+s_n}\,\overline{x})e^{s_n\overline{t}}}{Ds_n\frac{2s_n+1}{\sqrt{s_n^2+s_n}}\cdot(s_n+\overline{\kappa})(\alpha+1)\cdot\operatorname{ch}D\sqrt{s_n^2+s_n}}.$$

Подставляя $\overline{w}_1(\overline{x},\overline{t})$ и $\overline{w}_2(\overline{x},\overline{t})$ в первые уравнения систем (2, 1) и (2, 2) получим следующие выражения для

$$\overline{P}_1(1,\overline{t}) \text{ и } \overline{P}_2(0,\overline{t})$$

$$\overline{P}_1(1,\overline{t}) = \frac{1+\alpha}{\alpha} + \frac{b_1+b_2}{2a_1 w_0} +$$

$$- \frac{(\overline{\kappa}-1)(\alpha+1)\operatorname{ch}D\sqrt{\overline{\kappa}^2-\overline{\kappa}}\,e^{-\overline{kt}}}{D\sqrt{\overline{\kappa}^2-\overline{\kappa}}(\alpha\operatorname{cth}D\sqrt{\overline{\kappa}^2-\overline{\kappa}}\cdot\operatorname{ch}D\sqrt{\overline{\kappa}^2-\overline{\kappa}} + \operatorname{sh}D\sqrt{\overline{\kappa}^2-\overline{\kappa}})}$$

$$-\frac{2\bar{\kappa}}{D^2}e^{-\frac{1}{2}\bar{t}}\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{2B_n^2-0{,}5}{4B_n^4+B_n^2}\cos B_n\bar{t}+\frac{2B_n}{4B_n^4+B_n^2}\sin B_n\bar{t}\right],$$

$$\bar{P}_2(0,\bar{t})=\frac{1}{\alpha}+\frac{b^2}{2a_1w_0}+$$

$$+\frac{(\bar{\kappa}-1)e^{\bar{\kappa}\bar{t}}}{D\sqrt{\bar{\kappa}^2-\bar{\kappa}}(\alpha\,\mathrm{cth}D\sqrt{\bar{\kappa}^2-\bar{\kappa}}\,\mathrm{ch}D\sqrt{\bar{\kappa}^2-\bar{\kappa}}+\mathrm{sh}D\sqrt{\bar{\kappa}^2-\bar{\kappa}})}-$$

$$-\frac{2\bar{\kappa}\cdot e^{-\frac{1}{2}\bar{t}}}{D^2(1+\alpha)}\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{2B_n^2-0{,}5}{4B_n^4+B_n^2}\cos B_n\cdot\bar{t}+\frac{2B_n}{4B_n^4+B_n^2}\sin B_n\bar{t}\right]\cdot\frac{1}{\cos D\tau_n}$$

Результаты численных расчетов для вязко-пластичной жидкости при $Q=50$ *л/сек* и $\bar{\kappa}=0{,}5$ приведены в табл. 5.

Таблица 5

t сек	0	0,003	0,030	0,30	3,0 1	15,004	30,007	∞
P_1 атм	11,01	10,99	11.09	13,62	49,84	70.73	71,14	71,55
P_2 атм	0,4	0,4	0,43	0,51	17,68	26,93	26,3	26,49
$\Delta P=P_1-P_2$ атм	10,57	10,56	10,66	13,11	32,16	43,90	44,82	45,06

В целью определения влияния инерционного члена на изменение давления расчеты проведены и для случая не учета сил инерции. Вычисления для $\bar{P}_1(1,\bar{t})$ и $\bar{P}_2(0,\bar{t})$ дают следующие выражения:

$$\bar{P}_1(1,\bar{t})=\frac{1+\alpha}{\alpha}+\frac{b_1+b_2}{2a_1w_0}-$$

$$-\frac{(1+\alpha)\cos D\sqrt{\bar{\kappa}}e^{\bar{\kappa}\bar{t}}}{D\sqrt{\bar{\kappa}}(\alpha\,\mathrm{cth}D\sqrt{\bar{\kappa}}\cdot\cos D\sqrt{\bar{\kappa}}-\sin D\sqrt{\bar{\kappa}}}+$$

$$+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\bar{\kappa}e^{-\frac{1}{2}(a\,\mathrm{ctg}\sqrt{\alpha}+n\pi)^2\cdot\bar{t}}}{-\frac{1}{D^2}(\mathrm{arctg}\sqrt{\alpha}+n\pi^2)\left[-\frac{1}{D^2}(\mathrm{arctg}\sqrt{\alpha}+n\pi)^2+\kappa\right]D^2},$$

$$\bar{P}_2(0,\bar{t})=\frac{1}{\alpha}+\frac{b_2}{2a_1w_0}-\frac{e^{\bar{\kappa}\bar{t}}}{D\bar{\kappa}(\alpha\,\mathrm{ctg}D\sqrt{\bar{\kappa}}\cos D\sqrt{\bar{\kappa}}-\sin D\sqrt{\bar{\kappa}})}+$$

$$+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\bar{\kappa}e^{-\frac{1}{D^2}(\mathrm{arctg}\sqrt{\alpha}+n\pi)^2\bar{t}}}{-\frac{1}{D^2}(\mathrm{arctg}\sqrt{\alpha}+n\pi)^2\left[-\frac{1}{D^2}(\mathrm{arctg}\sqrt{\alpha}+n\pi)^2+\kappa\right]\cos D\tau_n}.$$

Результаты расчетов приведены в табл. 6.

Таблица 6

t сек	0	0,003	0,030	0,300	3,001	15,004	30,007	∞
P_1 тм	12,55	12,5	12,64	13,47	31,77	66.15	7 ,11	71,55
P_2 атм	7,12	7,1	6,99	6,91	12,36	24,58	26,34	26,49
$\Delta P=P_1-P_2$ атм	5,43	5,43	5,35	6,56	19,41	41,57	44,77	45,06

В случае вязкой жидкости т. е. если $\tau_0=0$ получаем для $\bar{P}_1$ и $\bar{P}_2$ следующие выражения:

$$\bar{P}_1(1,\bar{t})=\frac{1+\alpha}{\alpha}+\frac{(\bar{\kappa}-1)(\alpha+1)\,\mathrm{ch}\,D\sqrt{\bar{\kappa}^2-\bar{\kappa}}\cdot e^{\bar{\kappa}\bar{t}}}{D\sqrt{\bar{\kappa}^2-\bar{\kappa}}(\alpha\,\mathrm{cth}D\sqrt{\bar{\kappa}-\bar{\kappa}}\cdot\mathrm{ch}D\sqrt{\bar{\kappa}^2-\bar{\kappa}}+\mathrm{sh}D\sqrt{\bar{\kappa}^2-\bar{\kappa}})}-$$

$$-\frac{2\bar{\kappa}}{D^2}e^{-\frac{1}{2}\bar{t}}\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{2B_n^2-0{,}5}{4B_n^4+B_n^2}\cos B_n\cdot\bar{t}+\frac{2B_n}{4B_n^4+B_n^2}\sin B_n\bar{t}\right],$$

$$\bar{P}_2(0,\bar{t})=\frac{1}{\alpha}+\frac{(\bar{\kappa}-1)e^{\bar{\kappa}\bar{t}}}{D\sqrt{\bar{\kappa}^2-\bar{\kappa}}(\alpha\,\mathrm{cth}D\sqrt{\bar{\kappa}^2-\bar{\kappa}}\cdot\mathrm{ch}D\sqrt{\bar{\kappa}^2-\bar{\kappa}}+\mathrm{sh}D\sqrt{\bar{\kappa}^2-\bar{\kappa}})}-$$

$$-\frac{2\kappa e^{-\frac{1}{2}\bar{t}}}{D^2(\alpha+1)}\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{2B_n^2-0{,}5}{4B_n^4+B_n^2}\cos B_n\bar{t}-\frac{2B_n}{4B_n^4+B_n^2}\sin B_n\bar{t}\right]\cdot\frac{1}{\cos D\tau_n}.$$

Результаты численных расчетов для воды представлены в табл. 7.

Таблица 7

t сек	0	0,004	0,04	0,419	4,19	20,98	41,97	∞
P_1 атм	5,40	5,42	5,47	7,83	41,58	45,26	47,86	47,91
P_2 атм	—	—	—	—	17,47	16,24	16,98	16,97
$\Delta P=P-P$ атм	5,40	5,42	5,47	7,83	24,11	29,02	30,86	30,94

Для определения влияния инерционного члена на изменение давления, как и раньше произведены вычисления без учета сил инерции. В этом случае выражения для $\bar{P}_1$ и $\bar{P}_2$ имеют следующий вид:

$$\bar{P}_1(1,\bar{t})=\frac{1+\alpha}{\alpha}-\frac{(1+\alpha)\cos D\sqrt{\bar{\kappa}}e^{-\bar{\kappa}\bar{t}}}{D\sqrt{\bar{\kappa}}(\alpha\,\mathrm{ctg}D\sqrt{\bar{\kappa}}\cdot\cos D\sqrt{\bar{\kappa}}-\sin D\sqrt{\bar{\kappa}})}+$$

$$+\frac{1}{D^2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\bar{\kappa}\,e^{-\frac{1}{D^2}(\mathrm{arctg}\sqrt{\alpha}+n\pi)^2\cdot\bar{t}}}{-\frac{1}{D^2}(\mathrm{arctg}\sqrt{\alpha}+n\pi)^2\cdot\left[-\frac{1}{D^2}(\mathrm{arctg}\sqrt{\alpha}+n\pi)^2+\bar{\kappa}\right]\cdot D^2},$$

$$\bar{P}_2(0,\bar{t})=\frac{1}{\alpha}-\frac{e^{\bar{\kappa}\bar{t}}}{D\sqrt{\bar{\kappa}}(\alpha\,\mathrm{ctg}\sqrt{\bar{\kappa}}\cos D\sqrt{\bar{\kappa}}-\sin D\sqrt{\bar{\kappa}})}+$$

$$+\frac{1}{D^2(1+)}\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\bar{\kappa}\,e^{-\frac{1}{D^2}(\mathrm{arctg}\sqrt{\alpha}+n\pi)^2\cdot\bar{t}}}{-\frac{1}{D^2}(\mathrm{arctg}\sqrt{\alpha}+n\pi)^2\left[-\frac{1}{D^2}(\mathrm{arctg}\sqrt{\alpha}+n\pi)^2+\bar{\kappa}\right]\cos D\tau_n}.$$

Результаты вычисленных расчетов для воды приведены в табл. 8.

Следует особо отметить, что значения $\bar{P}_1(1,0)$ определенные из предельного соотношения не совпадают с рассчитанными значениями. Указанное имеет место и для других задач, решение которых приведено в [1, 3]. Объяснение неудовлетворения решений начальным значениям и предельному соотношению имеется в [6].

Таблица 8

t сек	0	0,042	0,419	4,19	20,98	41,97	∞
P_1 атм	0,17	0,16	2,83	18,51	43,93	47,58	47,91
P_2 атм	0,72	0,63	0,82	6,27	16,63	16,85	16,97
$\Delta P = P - P$ атм	0,55	0,47	2,01	12,24	28,40	30,73	30,94

Приведенные расчеты показали, что нельзя отбрасывать инерционный член при малых значениях времени, а при больших значениях времени влияние инерционного члена на изменение давления очень мал. Это объясняется тем, что с увеличением времени после определенного предела силы инерции уменьшаются, а силы сопротивления увеличиваются.

Из табл. 1 видно, что с течением времени значения P_1, P_2 и ΔP уменьшаются, а потом увеличиваются до определенного значения времени и снова уменьшаются доходя до их значения при стационнарном движении. Из табл. 3 видно, что с течением времени значения P_1, P_2 и ΔP, начиная с определенного значения времени увеличиваются, а потом уменьшаются до стационарного значения.

Увеличение ΔP с течением времени можно объяснить тем, что уменьшение сил инерции меньше увеличения сил сопротивления.

Расчеты, произведенные для случая $a_1 = a_2 = 0$ на учет сил сопротивления, показали, что ΔP с течением времени сначала увеличивается до определенного значения времени, затем уменьшается и после чего носит колебательный характер.

ЛИТЕРАТУРА

1. Конторович М. И. Операционное исчисление и нестационарные явления в электрических цепях. М., 1949.
2. Лаврентьев М. А. Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М., 1958. Гос. Изд. физ-мат. лит ры, М., 1958.
3. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М, 1952.
4. Шумилов П. П. Теоретические основы турбинного бурения. Гостоптехиздат, 1943.
5. Чарный И. А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах Гос. изд. технич. теоретич. лит. М.—Л., 1951.
6. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа Гос. изд, физ-мат. лит-ры М., 1958.

С. Һ. Гурбанов, Г. Т. Һәсәнов

Гуjу диварына һидродинамик тәзиjигн дәjишмәсинә даир

ХҮЛАСӘ

Өзлү вә өзлү-пластик маjеләрин гәрарлашмамыш һәрәкәтинә даир мәсәләләрин һәлли нәзәри әһәмиjjәтдән башга, тәчрүби әһәмиjjәтә дә маликдир. Мәсәлән, компрессор гуjуларынын бурахылыш тәзjигинин тә'jининдә, газыма просесиндә, һидродинамики тәзjигин тә'jин едилмәсиндә, килли мәһлулун реоложи хассәләринин тә'jининдә вә с.

Газыма заманы чәтинликләр төрәдән әсас сәбәбләрдән бири дә гуjу диварына тә'сир едән һидродинамики тәзjигин дәjишмәсидир. Бу чәтинликләрин баш вермәмәси үчүн гуjу диварына тәзjигин дәjишмәсини минимума кәтирмәк лазымдыр.

Мәгаләдә өзлү вә өзлү-пластик маjеләрин гәрарлашмамыш һәрәкәтинә даир бир хүсуси мәсәләнин мүхтәлиф сәрһәд шәртләри дахилиндә һәллинә бахылыр.

Букингам вә Дарси-Вejсбахын тәгриби дүстурларындан истифадә едәрәк, өзлү-пластик маjеләрин гәрарлашмамыш һәрәкәтинин диференсиал тәнлиjи чыхарылыр. Һоризонтал даирәви силиндрик бору-һәлгәви фәза системи үчүн тәнликләр ашагыдакы шәкилдә олур:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial P_1}{\partial x} &= \rho\left(\frac{\partial w_1}{\partial t} + 2a_1 w_1 + b_1\right) \\ \frac{\partial P_1}{\partial t} &= \rho c^2 \frac{\partial w_1}{\partial x} \end{aligned}\right| \qquad \left.\begin{aligned} -\frac{\partial P_2}{\partial x} &= \rho\left(\frac{\partial w_2}{\partial t} + 2a_2 w_2 + b_2\right) \\ -\frac{\partial P_2}{\partial t} &= \rho c^2 \frac{\partial w_2}{\partial x} \end{aligned}\right|$$

Бурада P_1—дахили борудакы тәзjиг;

P_2—һәлгәви фәзадакы тәзjиг;

w_1, w_2—уjгун олараг бору вә һәлгәви фәзадакы орта сүр'әтләр;

a_1, a_2—уjгун олараг бору вә һәлгәви фәзадакы сүртүнмә әмсаллары дыр.

Көстәрилән тәнликләр системинин ашагыдакы шәртләр дахилиндә һәллиндән гуjу диварына тә'сир едән һидродинамик тәзjиг гиjмәтинин тә'jин едилмәси үчүн аналитик ифадәләр алынмышдыр:

1-чи һал: $w_1(x,0) = w_2(x,0) = 0$; $\quad P_1(x,0) = P_2(x,0) = 0$

$w_1(L,t) = w_0 = \text{const}$; $\quad P_2(L,t) = 0$

$S_1 w_1(0,t) = S_2 w_2(0,t)$; $\quad P_1(0,t) = P_2(0,t)$

2-чи һал: маjенин боруjа дахил олдуғу jердә сәрф

$$W_1(L,t) = W_0\left(1 - e^{-kt}\right)$$

шәклиндә верилмишдир.

Һәр ики һал үчүн көстәрилән мәсәлә әталәти ифадә едән һәдди нәзәрә алмаг вә алмамагла һәлл едилмишдир.

Алынмыш аналитик ифадәләр үзрә, дәjишәнләрин ашагыдакы конкрет гиjмәтләри үчүн апарылмыш әдәди һесабламаларын нәтичәләри уjгун чәдвәлләрдә көстәрилмишдир:

$$d_1 = 110\ мм; \quad d_2 = 173{,}56\ мм, \quad L = 2000\ м$$
$$Q = 50\ л/сан; \quad \eta = 0{,}03\ \text{пуаз}; \quad \tau_0 = 0{,}02\ г/см^2$$

Апарылан һесабламалар көстәрир ки, заманын кичик гиjмәтләриндә әталәти ифадә едән һәдди нәзәрә алмамаг, нәзәрә чарпачаг дәрәчәдә хәта jа сәбәб олур. Заманын бөjүк гиjмәтләриндә исә һәмин һәдди нәзәрә алмаг олур.

1-чи чәдвәлдән көрүнүр ки, P_1, P_2 вә ΔP әввәлчә азалыр, сонра заманын мүәjjән гиjмәтинәдәк артыр вә jенидән азалараг, стасионар һалдакы гиjмәтә jахынлашыр.

3-чү чәдвәлдән көрүнүр ки, заман кечдикчә P_1, P_2 вә ΔP гиjмәтләри заманын мүәjjән гиjмәтиндән башлаjараг артыр, сонра стасионар һалдакы гиjмәтинәдәк азалыр.

ΔP гиjмәтинин артмасы онунла изаһ олунур ки, әталәт гүввәләринин азалмасы, мүгавимәт гүввәләринин артмасындан аздыр.

$a_1 = a_2 = 0$ һалы үчүн (jә'ни мүгавимәт гүввәләрини нәзәрә алмадыгда) апарылмыш һесаблама көстәрир ки, әввәлчә заманын мүәjjән һәддинә гәдәр ΔP артыр, сонра азалараг, заманын мүәjjән һәддиндән сонра рәгси характер алыр.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-рижазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

А. Х. ХАЛИЛОВ, А. П. МАМЕДОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОВЫСВЕЧИВАНИЯ НЕКОТОРЫХ NaCl-ФОСФОРОВ, ВОЗБУЖДЕННЫХ РЕНТГЕНОВСКИМИ ЛУЧАМИ

Вопрос о центрах захвата в щелочно-галоидных кристаллофосфорах имеет существенное значение для выяснения физической сущности полупроводниковых и оптических процессов, происходящих в ионных кристаллах.

В настоящее время существует целый ряд объективных методов исследования свойств центров захвата, среди которых оптические методы исследования дают наиболее плодотворные результаты.

В настоящей работе рассматриваются результаты экспериментального исследования центров захвата в некоторых NaCl-фосфорах методом изучения термовысвечивания указанных кристаллов. Этот метод является наиболее чувствительным среди оптических методов исследования.

Метод термического высвечивания использован И. А. Парфиановичем для получения данных о центрах захвата в кристаллах, активированных ионами Cu, Ag и Ni [2—7]. В указанных работах приводятся данные, полученные со скоростью нагрева 2 *град/сек*.

Ч. Б. Лущик [1], применяя гораздо меньшую скорость нагрева (0,15 *град/сек*), получил несколько большее разрешение в спектре локальных уровней захвата в NaCl-кристаллофосфорах с активаторами Cu, Ag и Tl. Кроме получения богатого экспериментального материала, в указанной работе Ч. Б. Лущик развил теорию термовысвечивания щелочно-галоидных кристаллофосфоров и показал, что разрешающая способность указанного метода сильно растет с понижением скорости нагрева. Поэтому исследования по методу термовысвечивания необходимо вести при достаточно малых скоростях нагрева. Но при таких скоростях сильно падает яркость свечения фосфора, для измерения которого необходимо применение усилителей с большим коэффициентом усиления и очень небольшим ползанием „места нуля“.

Саморегистрирующая фотоэлектрическая установка, собранная и налаженная нами, имеет коэффициент усиления по току до 10^8 и очень небольшое „ползание нуля“ (2—3 *мм* за 2,5 часа записи одной кривой термовысвечивания). Такая установка позволяет вести запись спектров термовысвечивания со скоростью нагрева 0,02 *град/сек* у порошкообразных кристаллофосфоров с очень слабым свечением.

Нами были изучены кривые термовысвечивания в интервале от 20 до 200°C монокристаллических кристаллофосфоров NaCl; NaCl+$CuCl_2$; NaCl+AgCl; NaCl+TlCl; NaCl+AgCl+$CuCl_2$; NaCl+AgCl+TlCl (рис. 1—6).

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-рижазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

А. Х. ХАЛИЛОВ, А. П. МАМЕДОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОВЫСВЕЧИВАНИЯ НЕКОТОРЫХ NaCl-ФОСФОРОВ, ВОЗБУЖДЕННЫХ РЕНТГЕНОВСКИМИ ЛУЧАМИ

Вопрос о центрах захвата в щелочно-галоидных кристаллофосфорах имеет существенное значение для выяснения физической сущности полупроводниковых и оптических процессов, происходящих в ионных кристаллах.

В настоящее время существует целый ряд объективных методов исследования свойств центров захвата, среди которых оптические методы исследования дают наиболее плодотворные результаты.

В настоящей работе рассматриваются результаты экспериментального исследования центров захвата в некоторых NaCl-фосфорах методом изучения термовысвечивания указанных кристаллов. Этот метод является наиболее чувствительным среди оптических методов исследования.

Метод термического высвечивания использован И. А. Парфиановичем для получения данных о центрах захвата в кристаллах, активированных ионами Cu, Ag и Ni [2—7]. В указанных работах приводятся данные, полученные со скоростью нагрева 2 *град/сек*.

Ч. Б. Лущик [1], применяя гораздо меньшую скорость нагрева (0,15 *град/сек*), получил несколько большее разрешение в спектре локальных уровней захвата в NaCl-кристаллофосфорах с активаторами Cu, Ag и Tl. Кроме получения богатого экспериментального материала, в указанной работе Ч. Б. Лущик развил теорию термовысвечивания щелочно-галоидных кристаллофосфоров и показал, что разрешающая способность указанного метода сильно растет с понижением скорости нагрева. Поэтому исследования по методу термовысвечивания необходимо вести при достаточно малых скоростях нагрева. Но при таких скоростях сильно падает яркость свечения фосфора, для измерения которого необходимо применение усилителей с большим коэффициентом усиления и очень небольшим ползанием „места нуля“.

Саморегистрирующая фотоэлектрическая установка, собранная и налаженная нами, имеет коэффициент усиления по току до 10^8 и очень небольшое „ползание нуля“ (2—3 *мм* за 2,5 часа записи одной кривой термовысвечивания). Такая установка позволяет вести запись спектров термовысвечивания со скоростью нагрева 0,02 *град/сек* у порошкообразных кристаллофосфоров с очень слабым свечением.

Нами были изучены кривые термовысвечивания в интервале от 20 до 200°С монокристаллических кристаллофосфоров NaCl; NaCl+$CuCl_2$; NaCl+AgCl; NaCl+TlCl; NaCl+AgCl+$CuCl_2$; NaCl+AgCl+TlCl (рис. 1—6).

Эти монокристаллы были выращены из расплава методом Киропулоса. Условия выращивания, охлаждения, рентгенизации и измерения кривых термовысвечивания были одинаковыми для всех кристаллофосфоров. Концентрации активаторов в расплаве приведены в таблице. Там же приводятся T_m полос термовысвечивания, т. е. температуры соответствующие максимуму полос термовысвечивания.

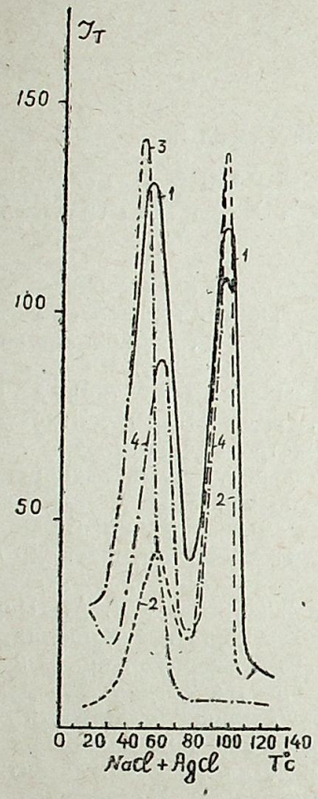


Рис. 1

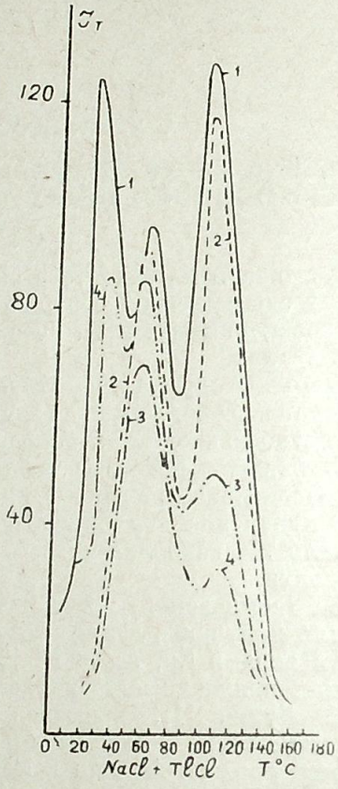


Рис. 2

Фосфоры	Концентрация активатора, мол %	Полосы термовысвечивания			
		I	II	III	IV
		T_m	T_m	T_m	T_m
NaCl+AgCl	0,5		55	95	
NaCl + TlCl	1,0	25	70	100	
NaCl+AgCl+TlCl	0,5; 1	50	95		
NaCl+$CuCl_2$+AgCl	1; 0,5	46	68		
NaCl+$CuCl_2$	1,0	42	75	105	125
NaCl		52		152	

Образцы размерами 20×12×1 *мм* выкаливались из монокристаллов для исследования.

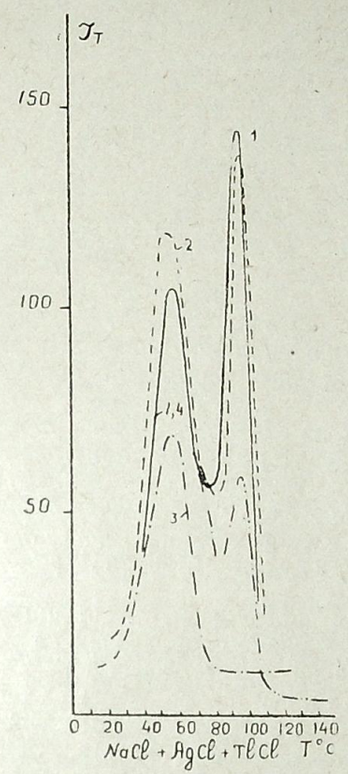


Рис. 3

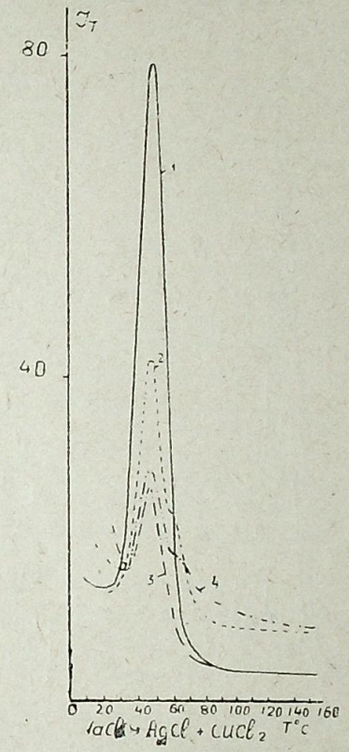


Рис. 4

Рентгенизация всех кристаллов производилась вольфрамовой трубкой (ток 15 *ма*, напряжение 40 *KV*) в течение 45 *мин*.

На рисунках 1—6 на оси абсцисс отложена температура, а на оси ординат отношение интегральной интенсивности свечения фосфоров к интегральной интенсивности свечения эталонного вещества NaCl. На этих рисунках цифрой *1* обозначены кривые термовысвечивания, записанные спустя 20 *мин* после рентгенизации монокристаллов; цифрой *2* —то же после рентгенизации и после 20 минутного облучения в полосе поглощения *F*-центров; *3,4*-кривые термовысвечивания, записанные фильтрами УФС-2 и ЖС-4 перед фотоумножителем ФЭ-18 спустя 20 *мин* после рентгенизации. Указанные фильтры служат для выделения ультрафиолетовой (УФС-2) и видимой (ЖС-4) частей свечения фосфоров. Масштаб кривых *3—4* на рис. 1—5 увеличен 20 раз по сравнению с масштабом кривых *1—2*.

Сравнение кривых термовысвечивания активированных кристаллов NaCl (рис. 1—5) с таковой у чистых кристаллов NaCl (рис. 6) показывает, что при наличии в решетке NaCl активаторов наблюдаются новые термопики и смещение и изменение положения и интенсивности термопиков, соответствующих чистым кристаллам NaCl. Сравнение кривых термовысвечивания, записанных до и после *F*-облучения монокристаллов (ср. кривые *1* и *2* на рис. 1—5) показывает, что после

F-облучения у монокристаллов NaCl+TlCl и NaCl+AgCl+TlCl ослабляются наиболее высокотемпературные термопивки, что указывает на принадлежность этих термопиков к F-центрам захвата. При этом у монокристалла NaCl+AgCl+TlCl усиливается термопик с $T_m = 50°C$. Если учесть, что при F-облучении из F-центров освобождаются электроны, то полученный результат указывает на принадлежность термопика с $T_m = 50°C$ к другим менее глубоким или термически менее устойчивым электронным M-центрам захвата. Однако у монокристаллов NaCl+AgCl и NaCl+$CuCl_2$ после F-облучения в отличие от низкотемпературных термопиков и от вышеуказанных монокристаллов наиболее высокотемпературные термопики усиливаются.

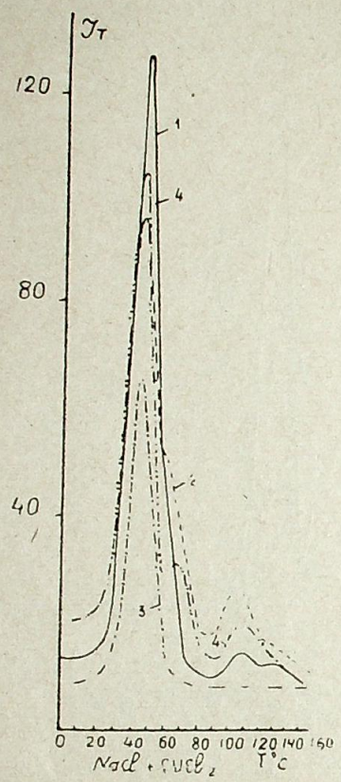


Рис. 5

Как видно, из сравнения указанных кривых за счет ослабления F-термопиков у некоторых монокристаллов усиливаются наиболее низкотемпературные термопики, что обусловлено термоионизацией электронов, повторно локализованных на менее глубоких уровнях захвата.

Если пренебречь экситонными или ионными процессами, возникающими при нагревании кристаллофосфора от 20 до 140°C, то за счет энергии тепловых квантов электроны, локализованные на локальных уровнях захвата, переходят в пустую зону и оттуда или повторно локализуются на центрах захвата или рекомбинируют с дырками, сидящими на локальных уровнях, расположенных ближе к верхнему краю заполненной зоны. Такие рекомбинации сопровождаются свечением, достигающим максимальной интенсивности только при определенных значениях T_m соответствующих термической устойчивости центров захвата монокристаллов.

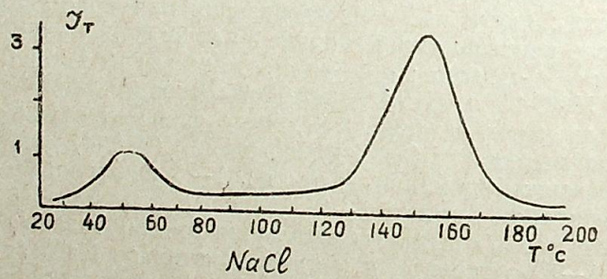


Рис 6

В соответствии с этим по температуре максимума и по полуширине отдельных пиков кривых термовысвечивания можно определить энергию тепловой ионизации центров захвата [1].

Как видно из данных таблицы и из сравнения кривых термовысвечивания рис. 1—5 с рис. 6, у всех кристаллофосфоров наиболее высокотемпературные термопики смещены в сторону меньших температур по сравнению с наиболее высокотемпературным F-термопиком чистых кристаллов NaCl. Это свидетельствует о влиянии активирующих примесей на термическую устойчивость F-центров решетки чистого NaCl. Исследование влияния активаторов на скорость образования и оптического распада F-центров в решетках KCl и NaCl, показали [8—11], что при наличии в решетке NaCl активаторов Cu, Ag и Tl скорость распада F-центров при их оптическом разрушении значительно больше, чем у чистых монокристаллов NaCl. Этот факт показывает, что под влиянием активаторов Cu, Ag и Tl снижается не только термическая устойчивость F-центров, но и их оптическая устойчивость.

Далее, сравнение кривых *3* и *4* на рис. 1—5 с кривыми *1* на тех же рисунках позволяет установить спектральный состав свечения (ультрафиолетовое или видимое) отдельных пиков термовысвечивания. Как видно из такого сравнения, у всех исследованных NaCl-фосфоров свечение, соответствующее отдельным термопикам, содержит ультрафиолетовые лучи. Однако у кристаллофосфоров NaCl+TlCl пик с $T_m = 25°C$ и у фосфора NaCl+AgCl пик с $T_m = 95°C$ содержит только видимое свечение, а у фосфора NaCl+AgCl пик с $T_m = 55°C$ содержит только ультрафиолетовое свечение. Следует заметить, что знание отдельных пиков термовысвечивания полиактивированных кристаллофосфоров крайне необходимо для выяснения механизма рекомбинационного свечения кристаллофосфоров.

Сравнение кривых термовысвечивания двухактиваторных фосфоров соответствующими одноактиваторными фосфорами указывает на отсутствие аддитивности влияния активаторов на спектры термовысвечивания фосфоров (изготовленных и изученных при совершенно одинаковых условиях).

Наконец, рассматривая кривые на рисунков 1—6 для разных фосфоров, мы замечаем, что наибольшие интенсивности—величины, пропорциональные числу электронов на данном уровне захвата-наблюдается у NaCl фосфоров, содержащих активаторы Ag, Cu и Tl. При отсутствии активаторов J_m-незначительны. Следовательно, активаторы влияют не только на глуби у уровней захвата, но и на емкость накопления и распределения электронов по уровням захвата.

Последнее утверждение требует известной осторожности по той причине, что только в случае, когда вероятность повторных захватов на центрах захвата ($A_з$) меньше вероятности их рекомбинации ($A_р$) кривые термовысвечивания могут быть рассмотрены как суперпозиция ряда пиков термовысвечивания, соотьетствующих уровням захвата разной глубины.

Но так как опыты Ч. Б. Лущика и наши опыты установили, что для вышеуказанных кристаллов $A_з < A_р$, то по площади пиков термовысвечивания или по интенсивности в их максимуме (J_m) можно судить о числе электронов, локализованных на данных уровнях захвата.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лущик Ч. Б. Диссертаци, ЛГУ, 1954.
2. Парфианович И. А. „Изв. АН. СССР", 1949, 13, 161.
3. Парфианович И. А. ЖЭТФ, 1949, 19, 605.
4. Парфианович И. А. ЖЭТФ, 1951, 21, 314.
5. Парфианович И. А. ЖЭТФ, 1951, 21, 1389.
6. Парфианович И. А. ЖЭТФ, 1953, 24, 117.

7. Парфианович И. А. ЖЭТФ, 1953, 25, 614
8. Халилов А. Х. Мамедов, А. П. „Изв. АН Азерб. ССР", 1959, № 1.
9. Халилов А. Х. Салаев Э. Ю., „Изв. АН Азерб. ССР", 1958. № 6.
10. Халилов А. Х. Салаев Э. Ю., „Изв. АН Азерб. ССР", 1959, № 4.
11. Халилов А. Х., Салаев Э. Ю., Мамедов А. П. Материалы VII совещания по физике.
12. Халилов А. Х., Салаев Э. Ю., „ДАН Азерб. ССР", 1959, № 1.

Э. Х. Хәлилов, Э. П. Мәммәдов

Рентген шүалары илә һәјәчанландырылмыш бә'зи NaCl-фосфорларын термошүаланмасынын тәдгиги

ХҮЛАСӘ

Гәләви-һалокен кристаллофосфорларда електронтутма мәркәзләринин тәдгигинин оптик вә јарымкечиричи просесләрин тәбиәтинин өјрәнилмәсиндә бөјүк әһәмиҗјәти вардыр. Әдәбиҗјатда активләшдиричиләр вурулмуш гәләви-һалокен кристаллофосфорларда електронтутма мәркәзләри термошүаланма спектрләрини тәдгиг етмәк јолу илә өјрәнилмишдир.

Һазырқы ишдә термошүаланма спектрләрини өјрәнмәк үчүн истифадә етдиҗимиз сабит чәрәҗан күчләндиричисинин күчләндирмә әмсалынын бөјүк олмасы, сыфыр нөгтәсинин сабит галмасы, кристалларын гызма сүр'әтини чох кичик көтүрмәјә имкан вермишдир. Бу да термошүаланманын өјрәнмә методунун һәлледичи габилиҗјәтини хејли артырмышдыр.

Мәгаләдә NaCl, NaCl+$CuCl_2$, NaCl+AgCl, NaCl+TlCl, NaCl++AgCl+$CuCl_2$, NaCl+AgCl+TlCl монокристалларынын термошүаланмасынын, интеграл интенсивлиҗинин, онун спектрал тәркибинин вә һәмчинин һәмин хассәләрә *F*-ишығын тә'сиринин өјрәнилмә нәтичәләри шәрһ едилмишдир:

1. Активатор вурулмуш кристалларда активләшдиричинин тәбиәтиндән асылы олараг термошүаланма золагларынын һәзиҗјәти вә интенсивлиҗи NaCl-ун термошүаланма золагларындан чох фәргләнир.

2. Маддәләрин термошүаланма әјриләриндәки золагларын бә'зиләринин анчаг көрүнән шүалардан, галанларынын исә анчаг ултрабәнөвшәји шүалардан ибарәт олмасы мүшаһидә едилмишдир.

3. Ag вә Tl вурулмуш кристаллардакы термозолагларын нисби интенсивлиҗи ән бөјүкдүр. Бу көстәрир ки, Ag вә Tl активләшдиричисинин тә'сири илә NaCl фосфорларынын ишыг тутуму чох бөјүк гиҗмәт алыр.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-риҗазиҗјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

Г. Б. АБДУЛЛАЕВ., Р. Б. ГАСЫМОВ., М. Я. БАКИРОВ, Я. Н. НАСИРОВ

ТЕРМОУСТОЙЧИВЫЕ СЕЛЕНОВЫЕ ФОТОЭЛЕМЕНТЫ

В селеновых фотоэлементах с верхним электродом из кадмия возникновение вентильного фотоэффекта обусловлено наличием в них *p—n* перехода.

При нанесении кадмиевого электрода на селеновой слой кадмий, вступая в химическую реакцию с селеном, образует электронный полупроводник селенид кадмия, что подтверждается электронографическим исследованием [1, 2, 5], и на границе с дырочным селеном дает *p—n* переход.

Установлено, что первоначальная толщина селенида кадмия, образовавшаяся на границе соприкосновения кадмия с селеном, составляет 0,1÷1 μ [7], а в дальнейшем при электрической и термической формовке толщина его растет [2, 5].

Наши ранние исследования [3,4] показали, что изменение толщины селенида кадмия при термической и электрической формовках приводит к изменению характеристики фотоэлементов. При этом установлено, что если толщина кадмиевого электрода очень мала, то после продолжительной формовки, ввиду образования селенида кадмия, верхний электрод истощается и элементы приходят в негодность. Во избежание этого фотоэлементы покрывались дополнительным электродом из благородных металлов.

При этом фотоэлектрические характеристики элементов улучшаются.

В настоящей работе сообщаются результаты исследований селеновых фотоэлементов, входящих в систему Al+Se+CdSe+CdO+Al, которые в широком интервале температуры довольно стабильны и термоустойчивы.

Исследованные нами фотоэлементы изготовлены следующим образом: на алюминиевую подкладку обработанную пескоструйным методом и покрытую тонким слоем висмута испарением в вакууме порядка 10^{-5} *мм* рт. ст. наносился селеновый слой толщиной ~50 μ и подвергался термической обработке при температуре 130°С в течение двух часов, а затем при температуре 218°С в течение 40 часов.

На кристаллизованный селен наносился тонкий слой кадмия и элемент, полученный таким образом, обрабатывался в потоке атмосферы кислорода при температуре 120°С в течение 0,5 часа с целью получения на поверхности достаточной толщины CdO. Далее, элемент

покрывался алюминиевым электродом испарением в вакууме порядка 10^{-5} *мм* рт. ст.

Полученные фотоэлементы подвергались термической формовке при температуре 100°С в течение 12 часов, после чего они становились температуроустойчивыми и обладали высокими фотоэлектрическими параметрами.

Известно, что спектральная характеристика фотоэлементов зависит от материала и толщины верхнего электрода, материала и толщины промежуточного слоя и примесей введенных в полупроводники.

Как показали опыты максимум спектральной чувствительности селеновых фотоэлементов с верхним электродом из кадмия соответствовал 0,56 μ. Если те же элементы подвергнуть окислению при температуре 120°С и покрыть алюминевым электродом, максимум их спектральной чувствительности соответствует 0,52 μ (рис. 1).

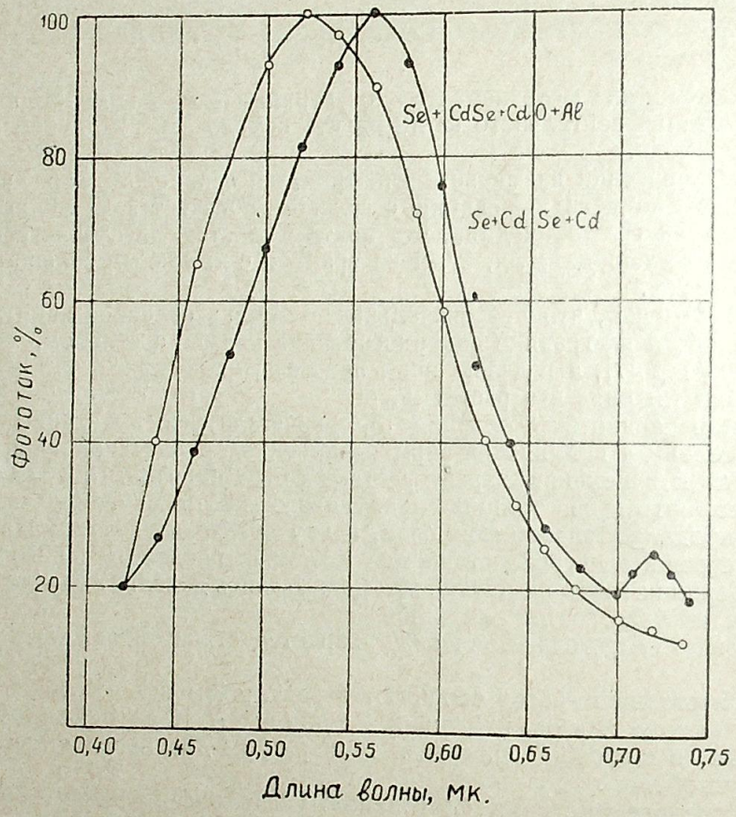


Рис. 1

Спектральная чувствительность обоих систем лежит в видимой области спектра, что присуще селеновым фотоэлементам.

Перемещение максимума спектральной чувствительности в сторону коротких глин волн видимо связано с верхним электродом из алюминия.

На рис. 2 показаны люксамперные и люксвольтные характеристики в широком интервале освещенности.

Как видно из графиков зависимость фототока от освещенности в исследуемом интервале линейная. Зависимость фотоэдс при слабых освещенностях линейная, а при сильных линейность нарушается, наступает насыщение.

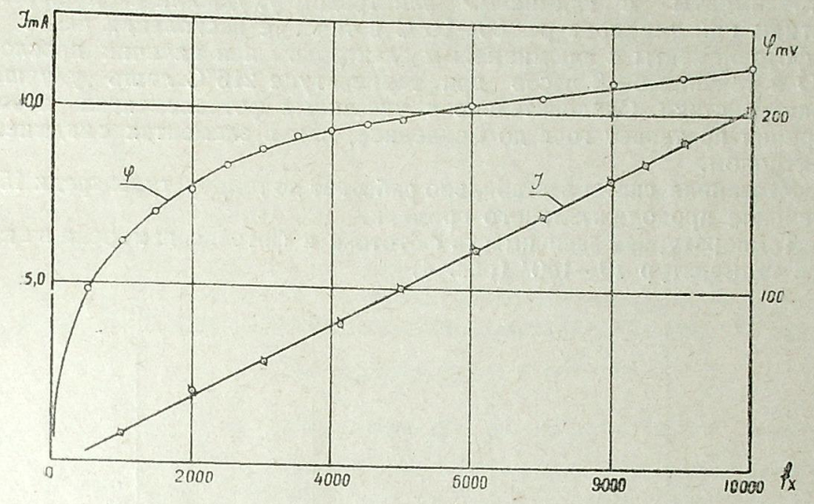


Рис. 2

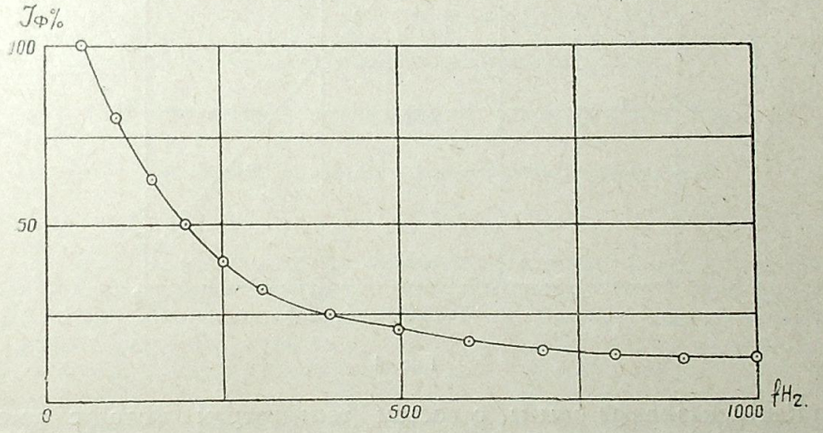


Рис. 3

Частотная характеристика исследованных нами фотоэлементов не линейная (рис. 3), что имело место в обычных селеновых фотоэлементах. С целью исследования влияния термической формовки на характеристики данной системы, фотоэлементы подвергались термической формовке при температуре 180, 200 и 216°С. Проведение формовки при низких температурах не представляло интереса; заметное изменение фототока и фотоэдс в элементе наблюдалось лишь при температурах более 150—160°С.

Максимум фототока и фотоэдс наступает в одно время, что имело место в [4]. С увеличением температуры формовки максимум фототока и фотоэдс перемещается в сторону меньшего времени.

Данные фотоэлементы в отличие от селеновых фотоэлементов с верхним электродом из кадмия довольно температуроустойчивые. Если фотоэлементы с кадмиевым электродом ухудшили свои характеристики при температуре 80—90°С в течение нескольких часов [4], то фотоэлементы с алюминиевым электродом при наличии прослойки CdO в течение 6—8 часов при температуре 216°С лишь улучшают характеристики. Следовательно в указанных фотоэлементах процесс старения протекает гораздо медленнее, чем в элементах с кадмиевым электродом.

Указанная система стабильно работает до температуры среди 150°С в течение продолжительного времени.

Температурная зависимость фототока и фотоэдс измерена в интервале температур 10—150° (рис. 4)

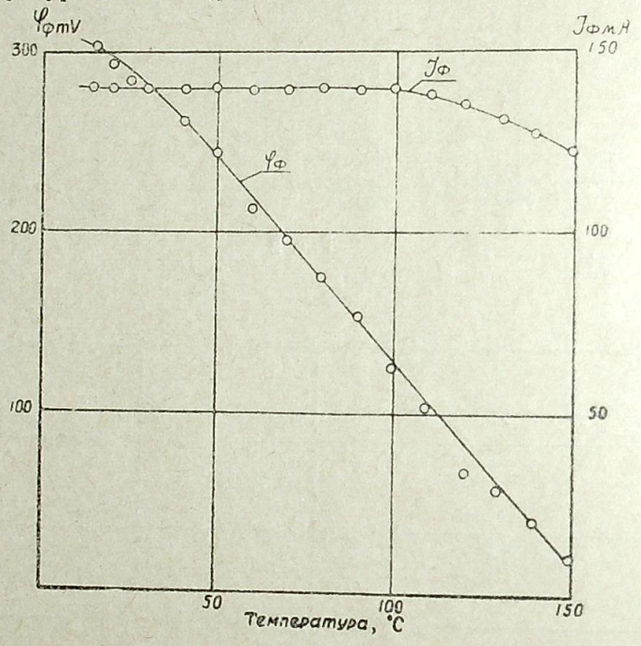


Рис. 4

Как показывают опыты, с ростом температуры фотоэдс уменьшается линейно, тогда как фототок в интервале температур 10—100°С практически постоянен и при дальнейшем увеличении температуры падает незначительно.

Из прямолинейного участка зависимости фотоэдс от температуры получаем, что $\frac{\Delta v_{\Phi}}{\Delta t} = -0{,}0026$ *в/град.*

Температурную зависимость фототока можно объяснить изменением времени жизни носителей тока, которое согласно [6] выражается форм ло

$$\tau = \frac{1}{vns},$$

где v — тепловая скорость свободных носителей;

s и n — соответственно сечение захвата и концентрация захватывающего центра.

С изменением температуры изменяются сечения захвата, что приводит к изменению τ, а, следовательно, изменению фототока.

Изменение фотоэдс от температуры обусловлено температурной зависимостью сопротивления $p—n$ перехода и сопротивления самого селена. С повышением температуры внутреннее сопротивление элемента падает, в результате чего фотоэдс уменьшается.

ВЫВОДЫ

1. Максимум распределения спектральной чувствительности в системе Se+CdSe+CdO+Al соответствует 0,52μ длины волны.

2. Фотоэлементы с верхним электродом из алюминия с промежуточным слоем CdSe+CdO в широком интервале температур термоустойчивые; фотоэлементы, находясь продолжительное время при температуре 160°С, не изменяют фотоэлектрическую характеристику.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абдуллаев Г. Б. Полупроводниковые выпрямители, Изд. АН. Азерб. ССР, 1956.
2. Абдуллаев Г. Б., Бакиров М. Я., Гасымов Р. Б. и Насиров Я. Н. „Изв. АН Азерб. ССР", 1960, № 4.
3. Бакиров М. Я., Талиби М. А., Абдуллаев Г. Б. „Изв. АН. Азерб. ССР", 1958, № 6.
4. Бакиров М. Я., Абдуллаев Г. Б., Насиров Н. Я. Талиби М. А. „Изв. АН. Азерб. ССР, 1959, № 5.
5. Дорин В. Л. и Наследов Д. Н. ЖТФ, 26. 1956, № 2.
6. Роуз. Полупроводниковые преобразователи энергии излучений, ИЛ, 1959.
7. Хениш И. Полупроводниковые выпрямители, ИЛ, 1951.

Һ. Б. Абдуллајев, Р. Б. Гасымов, М. Ј. Бәкиров, Ј. Н. Нәсиров

Истилијә давамлы селен фотоелементләри

ХҮЛАСӘ

Тәдгигатлар көстәрир ки, кадмиум електродлу селен фотоелементләриндә фотоеффектин әмәлә кәлмәси онларда $p—n$ кечидин јарамасы илә әлагәдардыр. Селен тәбәгәси үзәринә кадмиум чәкдикдә кимјәви бирләшмә нәтичәсиндә електрон кечиричилијинә малик олан назик CdSe тәбәгәси јараныр. Бу тәбәгә селенлә сәрһәддә $p—n$ кечид әмәлә кәтирир.

Кечмиш мүшаһидәләримиз көстәрир ки, термик вә електрик ишләмәләри нәтичәсиндә CdSe-нин галынлығынын дәјишмәси илә фотоелементләрин характеристикалары кәскин дәјишир.

Тәчрүбә көстәрир ки, селенин үзәринә назик CdSe вә CdO чәкдикдә фотоелементләрин характеристикалары бөјүк температур интервалында белә сабит галыр.

Бу ишдә Al+Se+CdSe+CdO+Al системиндән ибарәт фотоелементләрин бә'зи характеристикалары верилир. Верилмиш систем үчүн спектрал һәссаслығын максимуму 0,52 μ далға узунлуғуна тәфавүт едир.

Ишыг характеристикаларындан көрүнүр ки, фоточәрәјан тәдгиг етдијимиз интервалда ишыглашмадан хәтти асылыдыр. Фото-еһг исә

зәиф ишыглашмада хәтти артараг, гүввәтли ишыглашмада сабит дојма һалына чатыр.

Тәдгиг етдијимиз системин тезлик характеристикасы ади селен фотоелементләринин характеристикалары кими гејри-хәттидир. Системин вердији фото-еһг температур артдыгча хәтти азалыр. Дүз хәтти һиссә үчүн $\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = -0{,}0026 \frac{в}{дәрәчә}$ -дир. Фоточәрәјан исә 10÷100°C температур интервалында тәчрүби олараг сабит азалыр, 100°C-дән јухары исә чүз'и азалыр. Фоточәрәјанын азалмасы температурла, рекомбинасијаедичи мәркәзләрин ефективлик кәсијинин бөјүмәси илә фото-еһг-нин азалмасы исә дахили мүгавимәтин азалмасы илә изаһ едилир.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

Б. Д. АЛИЕВ, Г. М. АЛИЕВ

О ВЛИЯНИИ ПРИМЕСИ КАДМИЯ НА ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ И ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ СЕЛЕНА

В последнее время благодаря огромному значению селена в науке и технике, он стал одним из основных объектов исследования. Физическим свойствам селена посвящено много работ, которые показывают, что физические свойства селена в сильной степени зависят от примесей и разные примеси влияют на физические свойства селена по-разному.

Разрешение нестабильности и малой к. п. д. селеновых приборов (выпрямителей, фотоэлементов и т. д.) требует от исследователей умения управлять физическими свойствами селена. Этот вопрос частично может решаться путем введения различных примесей в селене.

В настоящей работе излагаются результаты исследования влияния малых примесей кадмия на теплопроводность и электропроводность селена, что представляет как научный, так и технический интерес.

При изготовлении селеновых фотоэлементов и выпрямителей в качестве верхнего электрода наносится кадмий. В процессе электрической и термической формовок и при дальнейшей работе этих приборов вследствие диффузии образуются селениды, дающие в ряде случаев в контакте с селеном $p—n$ переход с большим электросопротивлением в запирающем направлении.

При прохождении электрического тока вследствие возникновения высокого прианодного сопротивления, приложенное к выпрямителю напряжение почти полностью падает на $p—n$ переход. Это создает градиент температуры вдоль полупроводника. Теплорассеяние и, следовательно, нагрев выпрямителя существенным образом определяется теплопроводностью селена и имеет важное значение для определения температурных коэффициентов фотоэлементов и выпрямителей. Изучение влияния различных примесей на тепловые и электрические свойства селена дают возможность выяснить ряд вопросов по электроформовке, термоформовке, нестабильности селеновых выпрямителей и фотоэлементов.

В данной работе теплопроводность и электропроводность изучались на образцах как чистого селена, так и селена с примесью кадмия, содержащего 0,01; 0,065; 0,125; 0,25; 0,5 и 1% (весовых) кадмия. Образцы имели цилиндрическую форму диаметром основания 10÷12 *мм*, высотой 8÷10 *мм* и были изготовлены следующим образом.

Механическая смесь порошкообразных селена и кадмия заполнялась в ампулу, из которой затем был откачан воздух до 10^{-4} *мм*. рт. ст. После этого при температуре 400°C смесь растворяли, тщательно

перемешивая. Остывшая смесь подвергалась кристаллизации при температуре 215° около 8 часов, в результате чего были получены образцы, которые затем отшлифовывались с обеих сторон.

Теплопроводность этих образцов была измерена стационарным методом с помощью плоского цилиндрического прибора, имеющего чувствительное полупроводниковое охранное кольцо, устраняющее боковые потери тепла [1—2].

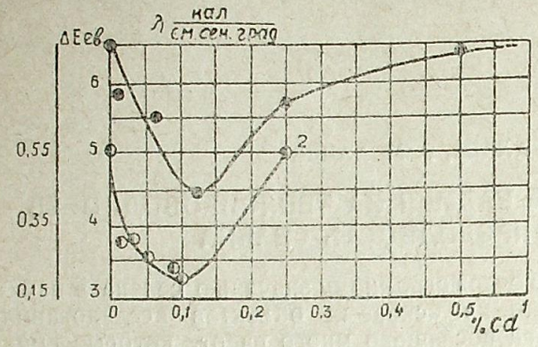


Рис. 1

На рис. 1 приведены кривые, показывающие изменение коэффициента теплопроводности селена (кривая 1), и энергии активации при самодиффузии селена (кривая 2) в зависимости от содержания кадмия, откуда видно, что в обоих случаях как коэффициент теплопроводности, так и энергия активации при самодиффузии селена уменьшается с увеличением содержания кадмия до 0,125%, достигают минимума, а затем начинают возрастать. Данные об энергии активации при самодиффузии селена были взяты из работы [6].

Диффузионные исследования были произведены методом радиоизотопов, применяя для этой цели радиоактивный изотоп Se-75.

Такое изменение коэффициента теплопроводности и коэффициента самодиффузии селена в зависимости от содержания брома было показано в работе [3].

Между тепловым сопротивлением кристаллической решетки и теплового расширения существует связь, т. е.

$$\frac{1}{\lambda} \sim r^3 V \overline{\alpha(M_1 + M_2)}\, T\delta^2 \qquad (1)$$

где M_1 и M_2—массы частиц, составляющих решетку, r—равновесное расстояние между частицами, α—коэффициент квазиупругой силы, T—абсолютная температура, δ—коэффициент теплового расширения [8, 9].

В работе [14] была установлена связь между энергией активации при диффузии Q и коэффициентом теплового расширения δ:

$$\frac{Q}{RT} = \frac{A}{\delta T}, \qquad (2)$$

где R—универсальная газовая постоянная, A—константа.

Сравнивая (1) и (2), можно заметить, что между скоростью диффузии и теплопроводностью кристаллической решетки существует корреляция, т. е. чем больше энергия активации при диффузии, тем больше должен быть коэффициент теплопроводности, что было подтверждено в наших опытах.

Такое изменение коэффициента теплопроводности и энергии активации при самодиффузии, по-видимому, объясняется тем, что при малых концентрациях кадмия, последний распределяется в виде атомов, создает дополнительные центры рассеяния фононов, что ведет к уменьшению теплопроводности, и с другой стороны, разрыхляя решетку, уменьшает энергию активации самодиффузии. С увеличением

же концентрации кадмия после 0,125% происходит образование молекулы CdSe. Это ведет к уменьшению числа рассеивающих центров фононов в решетке. Поэтому теплопроводность и энергия активации при самодиффузии увеличиваются.

Коэффициент теплопроводности селена с примесью кадмия был измерен в интервале температур 20—100°С.

На рис. 2 представлена температурная зависимость коэффициента теплопроводности селена с различным содержанием примеси кадмия. Как видно, теплопроводность как чистого селена, так и селена с примесью кадмия уменьшается с повышением температуры по прямолинейному закону.

Уменьшение теплопроводности с ростом температуры, по-видимому, связано с условиями рассеяния фононов. Повышение температуры приводит к усилению рассеяния фононов на фононах, что в свою очередь приводит к увеличению теплового сопротивления, т. е. к уменьшению коэффициента теплопроводности.

Электрическим свойствам селена посвящено большое количество работ, но его характерные свойства еще не выяснены.

Галлоидные примеси увеличивают электропроводность селена до определенного содержания, а при дальнейшем повышении ее электропроводность уменьшается [4, 5, 7].

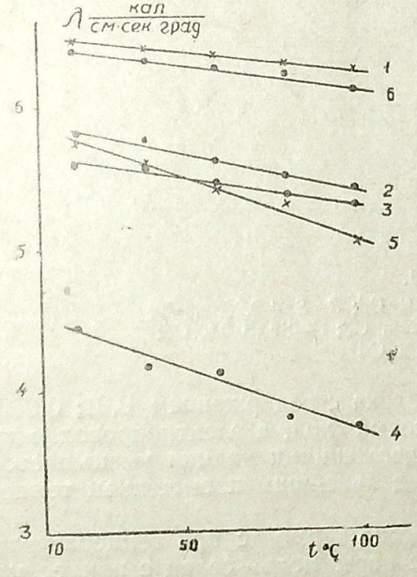


Рис. 2.
1—Se+0,000% Cd; 2—Se+0,01% Cd;
3—Se+0,065% Cd; 4—Se+0,125 Cd;
5—Se+0,25% Cd; 6—Se+0,5% Cd;

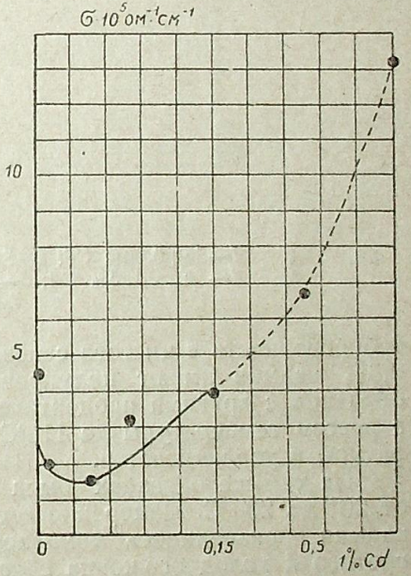


Рис. 3.

Металлические примеси по-разному влияют на электрические свойства селена [10—13, 15]. Некоторые металлические примеси увеличивают электропроводность селена, а некоторые ее уменьшают. Электропроводность измерялась на тех же образцах, на которых измеряли теплопроводность.

Электропроводность измерялась зондовым методом. Расстояние между зондами было 4÷6 *мм*.

Зависимость электропроводности от процентного содержания кадмия приведена на рис. 3, из которого видно, что с увеличением ко-

личества примеси кадмия электропроводность сначала падает, а затем растет. Примеси 1% кадмия изменяют электропроводность селена почти на один порядок, т. е. для чистого селена $\sigma = 4{,}5 \cdot 10^{-5} ом^{-1} см^{-1}$, а для селена с примесью 1% Cd $\sigma = 1{,}32 \cdot 10^{-4}\ ом^{-1} см^{-1}$.

На рис. 4 представлены кривые, показывающие зависимости $\lg\sigma$ от $\frac{1}{T}$ при различных содержаниях кадмия. Откуда видно, что элек-

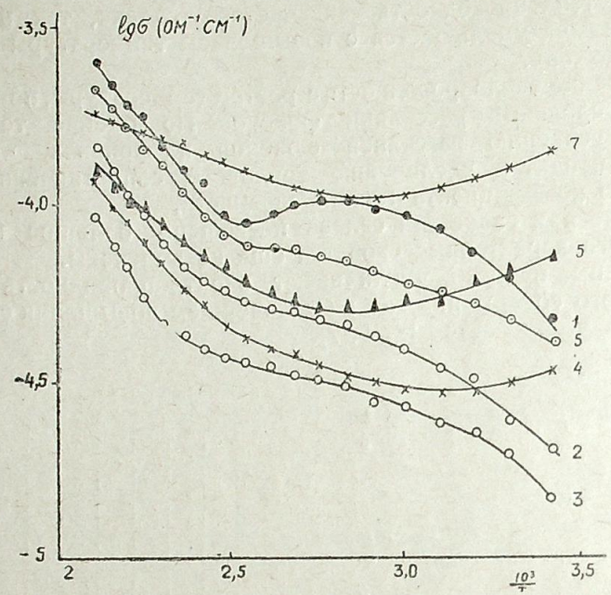


Рис. 4.
1—Se+0,00% Cd; *2*—Se+0,01% Cd; *3*—Se+0,065% Cd; *4*—Se+0,125% Cd; *5*—Se+0,25% Cd; *6*—Se+0,5% Cd; *7*—Se+1% Cd

тропроводность σ чистого селена и селена с содержанием 0,01; 0,065; 0,5% кадмия имеют полупроводниковый ход, а электропроводность образцов с другими процентными содержаниями кадмия уменьшается с ростом температуры до 110°С, а с дальнейшим повышением температуры σ увеличивается.

На тех же образцах была измерена термоэдс при температурах от 20° до 200°С. Измерение термоэдс пары медь—селен с примесями кадмия производилось компенсационным методом. Температура нагретого и холодного конца образца измерялась двумя медно-константовыми термопарами.

На рис. 5 показана зависимость термоэдс от температуры как для чистого, так и для примесных образцов. Из графика видно, что с повышением температуры до 150°С α растет, а затем уменьшается с температурой.

Концентрация n ($см^{-3}$) носителей тока, т. е. дырок для каждой температуры вычислялась по температурной зависимости термоэдс по формуле Писаренко. Эта формула проверена Плесснером и Хенкельсом. Определяя концентрацию дырок по эффекту Холла и по термоэдс, они получили качественно одинаковые результаты.

Эффективную подвижность носителей тока вычислили по формуле $\sigma = nue$.

При температуре 20°С для чистого селена $n = 5{,}4 \cdot 10^{15}\ см^{-3}$, $u = 0{,}052\ см^2/в \cdot сек$, а для образцов которые имеют 0,5%Cd — $n = 3{,}24 \cdot 10^{16} см^{-3}$, $u = 0{,}001\ см^2/в.сек$.

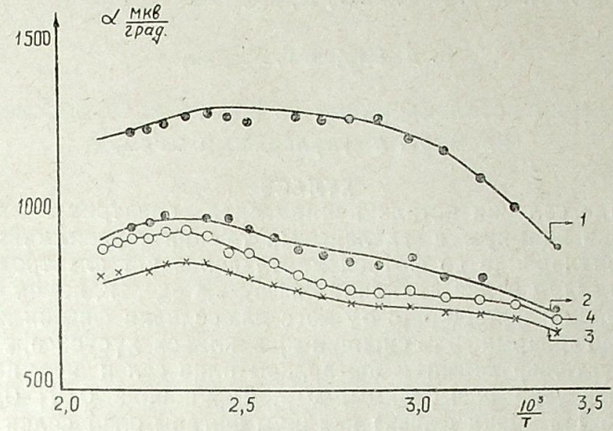


Рис. 5
1—Se+0,00%; Cd *2*—Se+0,065% Cd; *3*—Se+0,5 % Cd; *4*—Se+1 % Cd

Из вышеприведенных данных видно, что примеси 0,5% уменьшают подвижность селена почти в 5 раз, а концентрация же увеличивается почти в 10 раз.

Обычно для полупроводников концентрация растет, а подвижность уменьшается с температурой. В селене наблюдается обратное явление. При температуре 150°С для тех же образцов соответственно получаем

$$n = 1{,}45 \cdot 10^{14}\ см^{-3}, \qquad u = 8{,}5\ см^2/в \cdot сек.,$$
$$n = 6{,}27 \cdot 10^{15}\ см^{-3}, \qquad u = 0{,}077\ см^2/в \cdot сек.$$

Подобные же изменения температурной зависимости как концентрации носителей, так и подвижностей от примеси брома, хлора и иода в селене изучены в работах [4, 5, 7]. Такое аномальное поведение концентрации и подвижности носителей тока в селене объясняется лишь самой структурой селена, являющегося полимером.

Авторы выражают благодарность руководителю лаборатории теплофизики И. Г. Керимову за помощь в проведении экспериментов и обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Амирханов Х. И. „Изв. АН Азерб. ССР", 1949, № 4.
2. Алиев Г. М. „Изв. АН Азерб. ССР", 1957, № 9.
3. Алиев М. И., Абдуллаев Г. Б. ФТТ, т. 1, вып. 8, 1959.
4. Алиев Г. М., Абдуллаев Г. Б. „Изв. АН Азерб. ССР", сер. физ. технич. и химич. наук, 1958, №4.
5. Алиев М. И. Тр. Ин-та физики и математики АН Азерб. ССР, т. 8, 1954.
6. Алиярова З. А., Абдуллаев Г. Б. „Изв. АН Азерб. ССР", сер. физ.-технич. и химич. наук, 1958, № 5.
7. Башшалиев А. А. Абдуллаев Г. Б. „Изв. АН Азерб. ССР", сер. физ.-технич. и химич. наук, 1957, №2.
8. Жузе В. П. и Конторова Т. А. ЖТФ, XXVIII, 1958, № 8.

9. Жузе В. П. „ДАН СССР", XIX, 1954, №5.
10. Козловский И и Наследов Д. ЖТФ, 13, 627, 1943.
11. Наследов Д. и Малышев Е. ЖТФ, т 15, 1945, № 4—5.
12. Резников М. Я. Автореферат. Минск, 1955.
13. Сидякин В. Г., Алтайский Ю. М. Изв. высших учебных заведений физика, 1959. № 1.
14. Gruneisen E. Hand. d. Phys., 10, 48, 1926.
15. Henkels H. W. J. Appl. Phys., 22, 921, 1951.

Б. Д. Әлијев, Г. М. Әлијев

Селенин истиликкечирмә вә електриккечирмәсинә кадмиум ашгарларынын тә'сири

ХҮЛАСӘ

Бу ишдә селенин истиликкечирмәсинә, електриккечирмәсинә вә термо-еһг-нә кадмиум ашгарларынын тә'сири өјрәнилмишдир. Селен дүзләндиричиләриндә вә фотоелементләриндә үст електрод кими ишләдилән кадмиум селен дахилинә диффузија едәрәк, һәмин чиһазларын параметрләрини дәјишдирир. Бу мәгсәдлә селенин физики хассәләринә кадмиум ашгарларынын тә'сиринин өјрәнилмәси хүсуси әһәмијјәтә маликдир. Мүхтәлиф кадмиум ашгарлары олан селен нүмунәләри ашағыдакы гајда үзрә һазырланмышдыр. Тәркибиндә 0,01; 0,065; 0,125; 0,25; 0,5 вә 1% (чәки фаизи) кадмиум ашгары олан селен шүшә ампулаларын ичәрисинә јығылмыш вә ампулаларын һавасы сорулмушдур (10^{-3}—10^{-4} *мм* Hg). Гарышыг әридилдикдән сонра 400° С температурда 2—3 саат мүддәтиндә сахланылмышдыр. Кадмиумун селендә бәрабәр паланылмасы үчүн әримә мүддәтиндә маје гатышыг јахшы гарышдырылмышдыр. Бундан сонра нүмунәләр 215° С температурда 8 саат мүддәтиндә кристаллашдырылмышдыр. Кристаллашдырылмыш нүмунәләрин һәр ики тәрәфи бир-бириnә паралел олараг чилаланмышдыр.

Нүмунәләрин истиликкечирмәси 20—100° С температур интервалында јарымкечирчи мүһафизә һалгасы олан чиһаз васитәси илә стасионар үсулла өлчүлмүшдүр. Селендә кадмиум ашгарларынын мигдарыны 0,125%-ә гәдәр артырдыгча селенин истиликкечирмәси азалыр, һәмин фаиздән башлајараг кадмиумун мигдары артдыгча истилик кечирмә дә артыр. Истиликкечирмә әмсалы температурдан асылы олараг хәтти ганунла азалыр.

Һәмин нүмунәләрин електриккечирмәси ади зонд үсулу илә өлчүлмүшдүр. Зонд олараг араларындакы мәсафә 6÷4 *мм* назик никел нагилдән истифадә едилмишдир. Мүәјјән едилмишдир ки, кадмиум ашгарлары селенин електриккечирмәсини чох аз артырыр. Тәркибиндә 1% Cd ашгары олан селенин електриккечирмәси тәмиз селенин електриккечирмәсиндән (20° С температурда) јалныз бир тәртиб (10 дәфә чох) фәрглидир. Електриккечирмә 20—200° С температур интервалында өлчүлмүшдүр. Һәмин нүмунәләрин термо-еһг-си өлчүлмүш вә мүәјјән едилмишдир ки, кадмиум ашгарлары селенин термо-еһг-ни азалдыр. Термо-еһг-нин гијмәтинә әсасән Писаренко дүстурундан чәрәјан дашыјычыларын сыхлығы вә $\sigma = nue$ дүстуруна әсасән онларын ефектив јүрүклүјү һесабланмышдыр. Һесаблама көстәрир ки, кадмиум ашгарлары селендә чәрәјан дашыјычыларын сыхлығыны артырыр, ефектив јүрүклүјүнү исә азалдыр.

Температурун артмасы илә (150° С-ә гәдәр) һәм тәмиз селендә, һәм дә ашгарлы селендә чәрәјан дашыјычыларын сыхлығы азалыр, ефектив јүрүклүјү исә артыр.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

Г. А. ЭФЕНДИЕВ, М. М. КАЗИНЕЦ

ЭЛЕКТРОНОГРАФИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ФАЗООБРАЗОВАНИЯ В СИСТЕМЕ Cu—Se.

В работе приводятся результаты электронографических исследований сплавов системы Cu—Se, полученных одновременным осаждением компонентов по методу С. А. Векшинского, а также путем последовательных осаждений одного слоя на другой (медь на селене, селен на меди). Установлены фазы, образующиеся в указанных условиях, рассмотрены фазовые переходы и роль реактивной диффузии в процессах фазообразования.

Система Cu—Se исследована многими авторами. Установлено наличие в этой системе следующих фаз: $Cu_{2-x}Se$, Cu_3Se_2 и CuSe. Эти фазы в природе существуют в виде отдельных минералов (берцелианит, умангит, клокманит—соответственно).

P. Rahlfs [8] указывает, что $Cu_{2-x}Se$ имеет гранецентрированную кубическую решетку и ее параметр меняется в зависимости от содержания меди. Он показывает, что для Cu_2Se при 110° $a = 5{,}84$ Å, а для $Cu_{1.8}Se$ при комнатной температуре $a = 5{,}72$ Å. Почти такие же результаты дает W. Borchert [5]. В элементарной ячейке число атомов меди не постоянно и распределено статистически.

Cu_3Se_2 имеет ромбическую решетку с параметрами: $a = 4{,}27$; $b = 6{,}39$; $c = 12{,}44$ Å [7].

CuSe имеет гексагональную решетку с параметрами $a = 3{,}938$ и $c = 17{,}25$ Å [4].

A. Boettcher, G. Haas и H. Treupel [6] электронографически исследовали фазовые превращения при переменном отжиге и обнаружили ряд новых решеток, появляющихся в результате термообработки объекта.

В. И. Архаров с сотрудниками [1,2], исследовав структуру окалины, полученной при взаимодействии паров селена с медью установили образование Cu_2Se в результате реактивной диффузии.

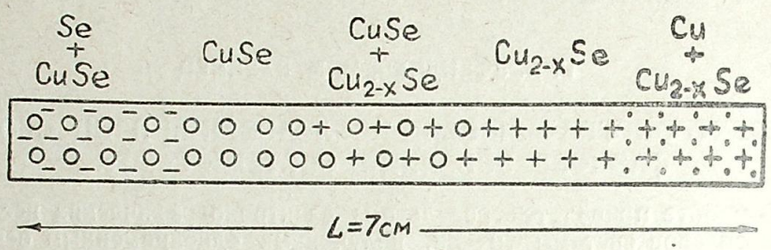
Как видно из этого краткого обзора, процессы фазообразования в системе Cu—Se исследованы недостаточно. Применение быстрых электронов к тонким слоям, полученным по методу С. А. Векшинского [3], а также к двойным слоям дало нам возможность выяснить условия образования фаз и роль реактивной диффузии в процессах фазообразования.

Ниже кратко изложены полученные результаты.

Одновременное испарение компонентов из двух источников

Испарение производилось из двух вольфрамовых корзиночек на целлулоидную пленку при следующих условиях: $L = 7\,см$, $h = 5\,см$, $P_{Cu} = 2{,}5\,мг$, $P_{Se} = 5\,мг$, и $t \sim 20°$ С.

Учитывая неполную конденсацию селена и его частичное испарение при отжиге, селена заранее было взято несколько больше меди. Электронографический анализ образцов по всей длине концентрации дает следующую картину расположения фаз (рис. 1).



Фис. 1. Расположение фаз на подложке

Как видно, в области преимущественного содержания селена сразу образовалась фаза CuSe, причем область образования этой фазы простирается приблизительно до середины плоскости конденсации. Электронограмма, полученная от точки, непосредственно находившейся под источником испарения Se, кроме CuSe, показывает наличие Se, не вошедшего в реакцию, о чем свидетельствуют диффузные ореолы. В области преимущественного содержания Cu образовалась фаза $Cu_{2-x}Se$ с переменным параметром. Параметр a возрастает от 5,69 до 5,75 Å с увеличением содержания меди. В точках наиболее близко расположенных к источнику меди, кроме $Cu_{2-x}Se$ наблюдались излишки меди.

Таблица 1

Расчет электронограммы CuSe

$2\,L\lambda = 69{,}3$

№ линии	Интенсивность	2 r	d	CuSe $d_{табл.}$
1	сильная	20,7	3,35	3,35
2	оч. сильная	21,9	3,17	3,18
3	средняя	24,0	2,88	2,88
4	оч. слабая	26,1	2,66	2,68
5	оч. слабая	28,5	2,43	2,44
6	оч. слабая	31,4	2,21	2,20
7	оч. сильная	35,0	1,980	1,975
8	оч. слабая	37,1	1,870	1,863
9	средняя	38,1	1,820	1,817
10	ср. слабая	40,6	1,705	1,705
11	ср. слабая	41,0	1,692	1,697
12	ср. сильная	42,3	1,640	1,638
13	слабая	43,5	1,594	1,590
14	ср. слабая	51,9	1,338	1,333
15	средняя	53,8	1,290	1,292
16	средняя	60,2	1,155	1,158
17	ср. слабая	62,6	1,108	1,104
18	ср. слабая	73,1	0,949	0,948

В средней части плоскости конденсации наблюдается смесь обеих фаз: $Cu_{2-x}Se$ и CuSe.

Вторая серия опытов была произведена с этими же объектами спустя 7 дней.

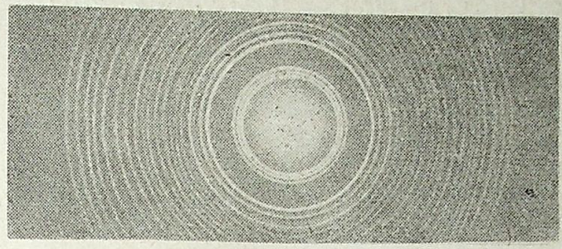


Рис. 2. Электронограмма CuSe

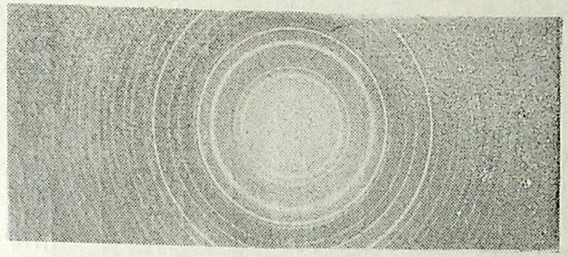


Рис. 3. Электрограмма Cu_{2-x} Se

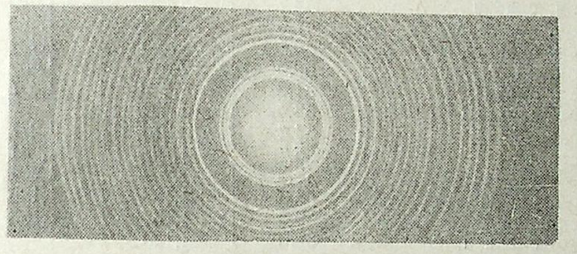


Рис. 4. Электрограма смешанных фаз (Cu_{2-x} Se и Cu_3 Se_2)

Таблица 2

Расчет электронограммы $Cu_{2-x}Se$

$2L\lambda = 69{,}3$

№ линии	Интенсивность	2 r	d	$Cu_{2-x}Se$ $d_{табл.}$ (a=5,728)
1	сильная	21,0	3,30	3,32
2	средняя	24,2	2,86	2,87
3	оч. сильная	34,4	2,015	2,02
4	сильная	40,3	1,720	1,726
5	средняя	42,1	1,647	1,653
6	ср. сильная	48,6	1 427	1,431
7	ср. сильная	52,9	1,310	1,314
8	слабая	54,2	1,280	—
9	сильная	59,4	1,168	1,169
10	ср. сильная	63,0	1,100	1,103

Расчеты электронограмм, полученных от объектов, в которых раньше наблюдалась фаза CuSe показали присутствие как фазы CuSe (рис. 2, табл. 1), так и фазы $Cu_{2-x}Se$ (рис. 3, табл. 2). Кроме того, наблюдалась смесь фаз Cu_3Se_2 и $Cu_{2-x}Se$ (рис. 4, табл. 3). Причем все эти фазы образовались в близлежащих точках.

Таблица 3

Расчет электронограммы смешанных фаз
$2L\lambda = 68{,}3$

№ линии	Интенсивность	$2r$	d	Cu_3Se_2 $d_{табл.}$	$Cu_{2-x}Se$ $d_{табл.}$ ($a=5{,}728$)
1	слабая	19,5	3,56	3,57	
2	сильная	21,0	3,30		3,32
3	ср. слабая	21,8	3,18	3,20	
4	ср. слабая	22,4	3,10	3,10	
5	средняя	24,2	2,86	2,86	2,87
6	ср. слабая	26,1	2,66	2,56	
7	слабая	29,3	2,36	2,37	
8	ср. слабая	30,8	2,25	2,26	
9	оч. слабая	32,6	2,12	2,13	
10	оч. сильная	34,5	2,01	2,01	2,02
11	ср. слабая	36,2	1,915	1,905	
12	средняя	38,0	1,821	1,819	
13	ср. слабая	39,2	1,770	1,776	
14	сильная	40,3	1,720		1,726
15	средняя	42,2	1,644		1,653
16	оч. слабая	44,7	1,551	1,554	
17	оч. оч. слабая	47,5	1,460	1,465	
18	ср. сильная	48,7	1,425	1,421	1,431
19	оч. оч. слабая	50,0	1,387	1,389	
20	ср. слабая	51,3	1,352	1,357	
21	ср. сильная	53,0	1,309		1,314
22	слабая	54,4	1,276	1,277	
23	слабая	56,7	1,222	1,231	
24	ср. слабая	57,8	1,200	1,201	
25	оч. слабая	58,5	1,183	1,186	
26	сильная	59,5	1,167	1,163	1,169
27	ср. сильная	63,0	1,100		1,103

Интересно отметить, что фаза Cu_3Se_2 отдельно не появляется, она всегда находится вместе с $Cu_{2-x}Se$, причем $Cu_{2-x}Se$ в этом случае имеет параметр $a = 5{,}71$ Å.

Далее эти объекты подвергались получасовому обжигу при $t \sim 100°$ С, но фазовых изменений наблюдать не удалось.

Медь на селене и наоборот

В этом случае испарение производилось не одновременно, а последовательно—слой на слой.

Испарение производилось из двух источников, находящихся на расстоянии 8 *см* друг от друга, на целлулоидную пленку и на NaCl при комнатной температуре. Сначала из одной корзиночки испарялся селен (медь), а затем на этот слой селена (меди) из другого источнока осаждалась медь (селен).

Мы имели намерение, таким образом изготовить двойной слой переменного состава.

Электронографический анализ образцов, осажденных на целлулоидную пленку, показал отсутствие двойного слоя. Были наблюдены рассмотренные нами выше фазы, те же фазы, которые образовались при совместном испарении.

Отжиг (100° С) не изменил фазовый состав пленок, но линии на электронограммах стали резче, что свидетельствует о рекристаллизации образцов.

Анализ двойных слоев (Cu на Se), осажденных на NaCl при комнатной температуре, показывает тот же порядок фазообразования, который наблюдался в двух предыдущих случаях. Но в этот раз объекты были частично ориентированы. Фаза $Cu_{2-x}Se$ ориентируется плоскостью (111) ‖ (001) NaCl (рис. 5), а фаза—CuSe ориентируется плоскостью базиса (0001) ‖ (001) NaCl, а по азимуту—фиксированы.

Кроме того, в одной из точек области преимущественного содержания Se, была обнаружена смесь фаз $Cu_3Se_2 + Cu_{2-x}Se + Se$. В процессе отжига фаза $Cu_{2-x}Se$ усиливается, а Cu_3Se_2 исчезает.

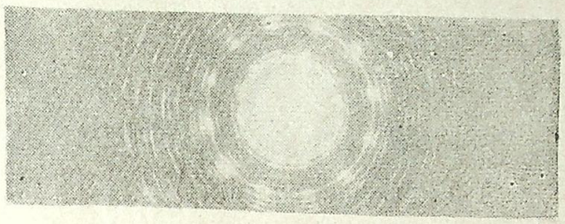


Рис. 5. Электрограмма от ориентированной $Cu_{2-x}Se$

Одна партия образцов прямо на соли была подвергнута часовому отжигу при $t \sim 100°$ С. В этом случае на всем протяжении плоскости конденсации наблюдалась только одна фаза $Cu_{2-x}Se$ с разным параметром от $a = 5{,}65$ Å до $a = 5{,}74$ Å.

При обратном порядке осаждения слоя, т. е. при осаждении слоя селена на слой меди переменной толщины, образовываются те же фазы, которые были наблюдены раньше, при прежних опытах, но без ориентации. Все фазы образовались в виде поликристаллов.

Образование фаз в двойных слоях без отжига в таком же порядке как при совместном испарении, по-видимому, можно объяснить реактивной диффузией между медью и селеном. Медь в этой системе, обладая большим коэффициентом диффузии, во всех рассмотренных случаях создает концентрацию, необходимую для существования данной фазы.

Фазовые переходы в селенидах меди

Наряду с процессами фазообразования были рассмотрены и фазовые переходы. С целью выяснения возможных фазовых переходов в системе Cu—Se были проведены следующие эксперименты.

Было искусственно синтезировано соединение $Cu_{2-x}Se$. Расчет его порошкограмм подтвердил правильность синтеза и для параметра решетки было получено $a = 5{,}73$ Å.

Это вещество было испарено на свежий скол NaCl при $t \sim 200°$ С. Для очистки поверхности соль предварительно отжигалась в течение 20 минут при $t \sim 250°$ С.

Электронограммы от пленок, изготовленных описанным способом показали наличие монокристаллов $Cu_{2-x}Se$, ориентированных плоскостью (100) ‖ (100) NaCl.

В некоторых точках наблюдалась смесь двух ориентаций:

(100) $Cu_{2-x}Se$ ‖ (100) NaCl; (111) $Cu_{2-x}Se$ ‖ (100) NaCl (рис. 6)

На монокристальную пленку $Cu_{2-x}Se$ ориентированную плоскостью (001) ‖ (001) NaCl был испарен Se и сейчас же от этого объекта была получена электронограмма.

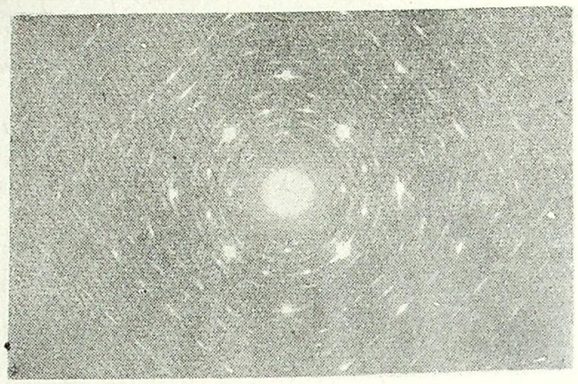


Рис. 6. Электрограмма $Cu_{2-x}Se$

На электронограмме видны точечные рефлексы, соответствующие монокристаллу $Cu_{2-x}Se$, диффузные ореолы, принадлежащие селену, и 2 близких слабых колечка, принадлежащих фазе CuSe, что свидетельствует о начале ее образования. 5-минутный отжиг при $t \sim 105°$ С резко изменил картину. Фаза CuSe заметно усилилась, а $Cu_{2-x}Se$ ослабла. Фаза CuSe не ориентирована, она поликристаллична.

При 25-минутном отжиге при $t \sim 130°$ С фаза CuSe совершенно исчезает, а остается лишь фаза $Cu_{2-x}Se$ с ориентировкой (111) ‖ (100) NaCl.

При осаждении Se на $Cu_{2-x}Se$ со смешанной ориентацией после 5-минутного отжига при $t \sim 105°$ С фаза $Cu_{2-x}Se$ полностью переходит в CuSe, ориентированную плоскостью базиса (0001) ‖ (001) NaCl (рис. 7).

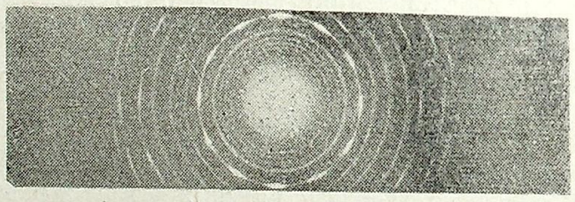


Рис 7. лектрограмма от ориентированчой Cu Se

По-видимому, ориентация Cu^{2-x}.Se плоскостью (111) ‖ (001) NaCl $Cu_{2-x}Se$ (111) ‖ (001) для фазового перехода в CuSe более подходящая, чем ее другая ориентация. При дальнейшем отжиге наряду с CuSe образуется и $Cu_{2-x}Se$ и в конечном итоге вся фаза переходит в $Cu_{2-x}Se$.

Весь процесс фазовых переходов схематически можно показать следующим образом:

$$Cu_{2-x}Se + Se$$
$$\downarrow 5 \text{ мин } 105° C$$
$$CuSe$$
$$\downarrow 5 \text{ мин } 130° C$$
$$CuSe + Cu_{2-x}Se$$
$$\downarrow 15 \text{ мин } 130° C$$
$$Cu_{2-x}Se$$

Вероятно, начальный переход $Cu_{2-x}Se$ в CuSe объясняется диффузией компонентов, а дальнейший переход в $Cu_{2-x}Se$—испарением селена при отжиге.

ВЫВОДЫ

1. При одновременном осаждении меди и селена из двух источников при комнатной температуре образуется, соответственно концентрации, фазы CuSe и $Cu_{2-x}Se$, и фаза Cu_3Se_2 не наблюдается.

2. Фаза CuSe образуется постепенно, в течение нескольких дней при комнатной температуре. Она всегда появляется совместно с $Cu_{2-x}Se$ и менее устойчива. При дальнейшем отжиге она исчезает, а фаза $Cu_{2-x}Se$ усиливается.

3. При осаждении на слой меди (селена) переменной толщины слоя селена (меди), при комнатной температуре также сразу образуются фазы CuSe и $Cu_{2-x}Se$. Отжиг не меняет фазовый состав этих пленок. Благодаря небольшому отжигу происходит только рекристаллизация образцов.

4. Фазы, полученные от двойных слоев меди на селене, осажденных на NaCl, частично ориентируются. Фаза $Cu_{2-x}Se$ ориентируется плоскостью (111) ‖ (001) NaCl, фаза CuSe ориентируется плоскостью базиса (0001) ‖ (001) NaCl; по азимуту они фиксированы.

При обратном порядке осаждения нет ориентировки.

5. Параметр решетки фазы $Cu_{2-x}Se$, полученной путем осаждения компонентов, в зависимости от содержания меди, при комнатной температуре меняется в интервале от $a = 5{,}65$ Å до $a = 5{,}75$ Å.

6. Наблюдены фазовые переходы $Cu_{2-x}Se$ в CuSe и обратно CuSe в $Cu_{2-x}Se$.

Авторы выражают благодарность проф. З. Г. Пинекеру за постоянный интерес к работе и практические советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Архаров и С. Мардашев. Физика металлов и металловедение. (281—285), 1955.
2. В. И. Архаров и В. П. Есин. Физика металлов и металловедение, V (246—250), 1957.
3. С. А. Векшинский. Новый метод металлографического исследования сплавов, 1944.
4. Berry Z. C. Am. Min. 39, (504—509), 1954
5. Borchert W. Z. Miner. Kristall. Petrografie A. 106, 5, 1945.
6. Boettcher A., Haas G. und Treupel H. Z. angew Physik 7, (478—487) 1955.
7. Earley J. W Am. Min. 35 (337—364), 1950
8. Rahlfs P. Z. Physik Chemic (B) 31, 157, 1936.

Һ. Ә. Әфәндијев, М. М. Казинетс

Cu-Se системиндә фаза әмәләкәлмә просесләринин електронографик тәдгиги

ХҮЛАСӘ

Бу ишдә Cu—Se системи әринтиләринин електронографик тәдгигинин нәтичәләри верилмишдир. Әринтиләр С. А. Векшинскинин үсулу илә ејни заманда ики мәнбәдән бухарланыб чөкдүрмә јолу илә вә һәм дә бир тәбәгәни о бири тәбәгәнин үстүнә, (миси селенин вә ја селени мисин үстүнә) чөкдүрмә јолу илә һазырланмышдыр. Һәр ики һалда CuSe вә $Cu_{2-x}Se$ фазаларынын әмәлә кәлдији мүшаһидә олунмушдур. Cu_3Se_2 фазасынын дәмдән сонра әмәлә кәлдији вә һәм дә даҗаныглы фаза олмадығы көстәрилмишдир.

Компонентләри бир вахтда бухарландырманын вә тәбәгәни тәбәгәнин үстүнә чөкдүрмәнин нәтичәсиндә, ејни фәзаларын алынмасы әсасында, мис вә селен арасында күчлү реактив диффузија олдуғу фикри сөјләнилмишдир.

Бухарландырылыб чөкдүрмә јолу илә алынмыш $Cu_{2-x}Se$ фазасынын гәфәс сабитинин бөјүк интервалында дәјишдији көстәрилмишдир.

$Cu_{2-x}Se$ фазасынын чеврилмәси вә бу чеврилмәнин шәртләри ајдынлашдырылмышдыр. NaCl дузу үзәриндә алынмыш фазаларын поликристаллик олмајыб мүәјјән оријентасијаја малик олдуглары көстәрилмишдир. $Cu_{2-x}Se$ фазасынын (III) мүстәвиси NaCl-ун (001) мүстәвисинә паралел вә CuSe фазасынын (0001) базис мүстәвиси дузун (001) мүстәвисинә паралел оријентасија алыр, азимут үзрә исә фиксә едилмиш олурлар.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-риjазиjjат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

М. Ю. ВАГАБОВ

ВЫПАДЕНИЕ СМЕСИ ЕСТЕСТВЕННЫХ НАНОСОВ В СТОЯЧЕЙ ВОДЕ

При расчете отстойников как для гидроэлектростанции, так и ирригационных гидравлическая крупность является одним из важнейших параметров. При этом ввиду отсутствия каких-либо данных о гидравлической крупности смеси наносов пользуются гидравлической крупностью, установленной для отдельных частиц с последующим осреднением для всей смеси.

Безусловно, такое определение вносит большую погрешность не только за счет осреднения сколько за то, что характер, а следовательно скорость осаждения, намного отличаются от скорости выпадения отдельных фракций. Несмотря на такую большую условность, исследованиям выпадения смеси наносов в спокойной воде посвящено очень мало работ.

Необходимо отметить, что вообще в реальных условиях мы имеем дело не с отдельными частицами и не со взвесью, состоящей из однородных частиц, а со смесью частиц различной крупности. В этой естественной взвеси при наличии мельчайших частиц наносы сорбируются и образуют новую смесь с большей крупностью частиц и большей скоростью их падения.

Из изложенного видно, что изучение поведения отдельных частиц такой реальной взвеси не дает еще практических результатов, характеризующих ее как целое.

Настоящая работа посвящается изучению выпадению смеси естественных наносов в стоячей речной воде.

Методы установления гидравлической крупности

Вследствие затрудительности определения частиц наносов, к тому же часто далеких от шарообразной формы, последние удобнее характеризовать непосредственно скоростью их выпадения (при определенной температуре, в вязкой среде, под влиянием силы тяжести). Такая скорость выпадения частиц при определенной температуре, выраженная в *мм/сек*, носит название гидравлической величины частиц или гидравлической крупности частиц.

При использовании принципа разделения частиц по скорости падения в вязкой среде суспензия грунта обычно помещается в цилиндрический сосуд.

Определение весового количества частиц, прошедших за заданный промежуток времени T, столб жидкости высотой L, может быть

произведено различными методами, из которых наиболее употребительные следующие.

1. Метод отмучивания в спокойной воде (проф. А. Н. Сабанин, акад. В. Р. Вильямс и др.). По этому методу производится повторное сливании слоя жидкости высотой L через промежутки Т до полного осветления сливаемой части суспензии. Последующее выпаривание слитой части позволяет определить вес частиц мельче определенного размера.

2. Метод взятия пипеткой (Г. Ф. Нефедов, В. Г. Глушков, Робинзон и др.). По этому методу с глубины L спустя промежуток времени T после первоначального взбалтывания суспензии берут пробу пипеткой объемом Q, и определяют количество твердого вещества во взятой пробе. Затем производят перерасчет остатка на полный объем суспензии Q.

Этот метод позволяет определить содержание в суспензии взвешенных частиц мельче любого размера (в пределах применимости формулы Стокса) при взятии проб через соответствующие промежутки времени.

Сравнительные данные определения гидравлической крупности методом отмучивания и без него

Как известно целым рядом исследователей были произведены опыты для сравнения этих двух методов.

Наиболее тщательные опыты с соблюдением изотермических условий в использовании оптики, по установлению недостатков в определении гидравлической крупности методов с отмучиванием и без него, были произведены Архангельским.

В результате произведенных сравнительных опытов автор пришел к правильному выводу о неприемлимости метода отмучивания для установления гидравлической крупности частиц; наиболее лучшим методом является метод отстаивания. К сожалению автор не выявил физической сущности, влияющей на эти отклонения.

Значительный вклад в деле оценки методов определения гидравлической крупности наносов сделано сотрудником Среднеазиатского научно-исследовательского института ирригации А. В. Ефремовым. Однако и в этих исследованиях автором четко не выявлена физическая сущность и соответственно этому правильная рекомендация для установления гидравлической крупности.

Основной недостаток метода отмучивания заключается в том, что процесс выпадения частиц в опытах при данном методе за каждый последующий отрезок времени происходит в среде с иной концентрацией суспензии. А потому они не могли и никогда не дадут какие-либо удовлетворительные сравнительные данные.

Проф. С. В. Астапов путем непосредственных измерений под микроскопом скоростей падения элементарных частиц и микроагрегатов задался целью установить поправочный коэффициент к формуле Стокса.

В результате проведенных исследований С. В. Астапов пришел к следующим выводам:

а) формула Стокса, теоретически выведенная для определения скорости падения шарообрзных тел, объемный вес (плотность) которых равен удельному весу этого тела, может с достаточным основанием применяться лишь при определении скоростей падения элементарных частиц (обемный вес которых равен удельному весу). Поправка к формуле Стокса в этом случае может иметь место только за счет формы частицы, отличающейся от шарообразной;

б) совершенно по-иному стоит вопрос, когда пользуются той же формулой для определения скоростей падения микроагрегатов.

Микроагрегат представляет комплекс элементарных частиц. Объемный вес его (в зависимости от величины агрегата и типов почвы) будет отличаться от удельного веса элементарных частиц одного и того же диаметра. Поэтому рассчитывать скорость падения микроагрегатов по формуле Стокса безоговорочно нельзя. Здесь нужно экспериментальным путем найти зависимость между диаметром микроагрегатов и скоростью падения;

в) причины расхождения данных разных авторов по установлению поправочных коэффициентов к формуле Стокса обусловливается тем, что одновременно могут присутствовать (в зависимости от подготовки почвы к анализу) частицы одного и того же диаметра элементарные и микроагрегаты.

Иногда в почвах с прочно сцементированными агрегатами преобладают микроагрегаты.

Измеряя скорость падения микроагрегатов, вполне естественно было ожидать падения скорости значительно меньших, чем скорости падения элементарных частиц того же диаметра.

Усредненный коэффициент в формуле Стокса для микроагрегатов по С. В. Астапову определился равным 0,13.

Как видно из изложенного из всех известных нам литературных источников, наиболее четкую формулировку в расхождении поправочных коэффициентов к формуле Стокса дал С. В. Астапов, именно им наиболее четко выражено положение о том, что во взвеси, наряду с элементарными частицами присутствуют микроагрегаты, при этом иногда их может быть больше чем элементарных частиц.

Именно наличие элементарных и агрегатных частиц вносит изменения в характер осаждения наносов.

Зависимость изменения скорости падения в воде элементарных частиц и микроагрегатов от их диаметров по данным проф. С. В. Астапова дана на рис. 1.

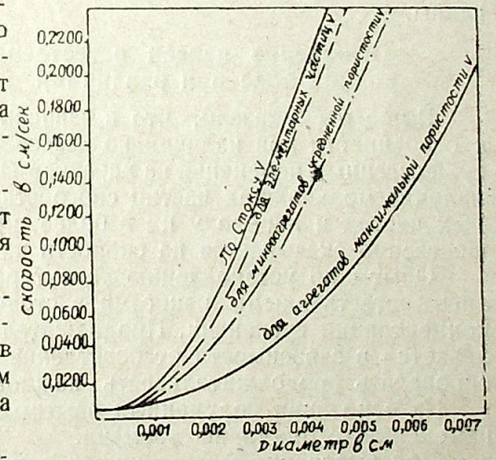


Рис. 1. Зависимость скорости падения в воде элементарных частиц и микроагрегатов от их диаметров.

Таким образом, в зависимости от метода подготовки образцов к анализу можно получить различный механический состав одного и того же образца.

На это указывает также классический анализ кубанского чернозема, произведенный акад. Гейдройцем.

Гейдройц, производя механический анализ чернозема (по Вильямсу), определил в нем количество частиц диаметром от 0,01 до 0,005 *мм*, 15,6%, а обработав тот же чернозем химическим способом, получил тех же частиц 5,6%, остальные перешли в более мелкие фрак-

ции. То же самое получилось для частиц диаметром от 0,001 *мм* до 0,002 *мм*. Следовательно, в первом случае эти фракции были представлены микроагрегатами, во втором—элементарными частицами.

Сравнительные данные механического анализ методом отмучивания и без него по результатам наших опытов

Рядом исследователей довольно убедительно было доказано, что в результате фракционирования одного и того же состава наносов методом отмучивания и методом оседания получаются несравнимые результаты.

Целью наших исследований явилось выявление изменения этих расхождений при наличии или отсутствии в составе насосов мельчайщих частиц.

С этой целью были произведены опыты без предварительного отмучивания, с предварительным отмучиванием частиц менее 0,01 *мм* и, наконец, с предварительным отмучиванием частиц менее 0,05 *мм*.

Проведенные опыты позволили сделать следующие выводы.

Различие результатов по этим двум методам заключается в присутствии в анализируемых образцах пылеватых частиц, наличие которых в смеси вносит количественные изменения в скорости падения их. Последнее связано с тем, что при наличии этих мельчайших частиц идет агрегирование частиц и попадание их в более крупные частицы.

Происхождение такого явления хорошо было иллюстрировано классическими опытами акад В. Р. Вильямса. В стакан с водой к которой была взмучена коллоидная глина (частица <0,1 μ), насыпался тщательно промытый и прокаленный мелкий песок. При этом частица песка при падении окружалась оболочкой из коллоидных частиц глины.

Осаждение взвеси естественных наносов в стоячей речной воде при различной концентрации суспензии

Выше мы указали, что в зависимости от неоднородности частиц в особенности при наличии во взвеси пылеватых частиц, они вносят существенные изменения на характер выпадения этих частиц. А именно наличие мельчайших частиц способствуют агрегированию элементарных частиц и переходу их в более крупные частицы. И все это существенно сказывается на скорость их выпадения.

Опыты по установлению характера осаждения взвеси производились естественными наносами в стоячей речной воде с различной концентраций суспензии. Продолжительность каждого опыта устанавливается в зависимости от осветления воды до 80—90%. Точно фиксировались продолжительность каждого опыта и время взятия проб.

На основании полученных опытных данных определялась динамика изменения мутности во времени.

Для выяснения фракционного состава производился механический анализ проб воды по методу Робинзона. Результаты этих опытов графически изображены на рис. 2, где по оси абцисс отложены время осаждения, а по оси ординат—процент оставления взвеси.

Из этих материалов видно, что степень выпадения взвеси по времени возрастает с увеличением содержания взвеси т. е. с увеличением концентрации суспензии.

Подобное явление имеет место и при другом фракционном составе (рис. 2).

Из этих сравнительных данных видно, что с уменьшением разнородности состава наносов степень осаждения в зависимости от концентрации

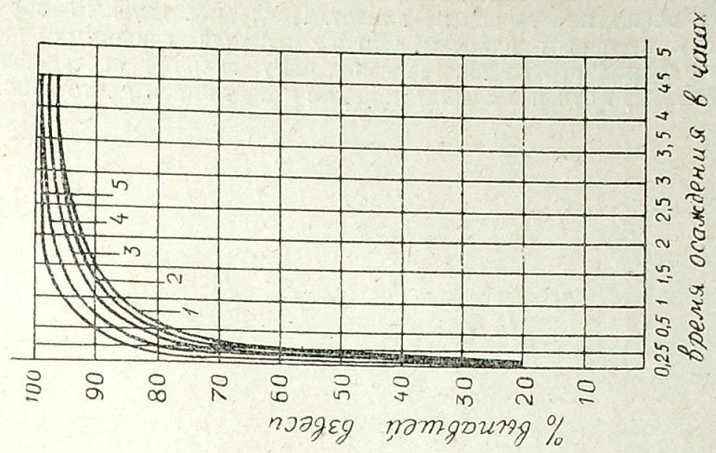


Рис. 3
Кривые выпадения взвеси

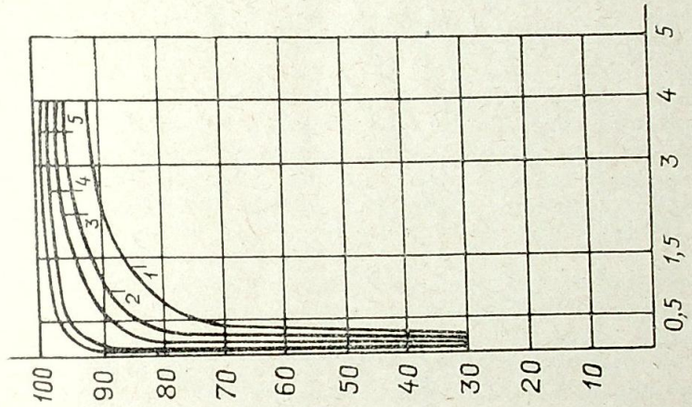


Рис. 2.
Кривые выпадения взвеси

ослабевает. Для однородного состава наносов влияние концентрации на степень осаждения взвеси не влияет. Последнее главным образом относится к песчаным наносам. Что же касается глинистых частиц даже для однородного состава взвеси в силу наличия агрегирования частиц явление, хотя и в слабом виде, но может иметь место (рис. 3).

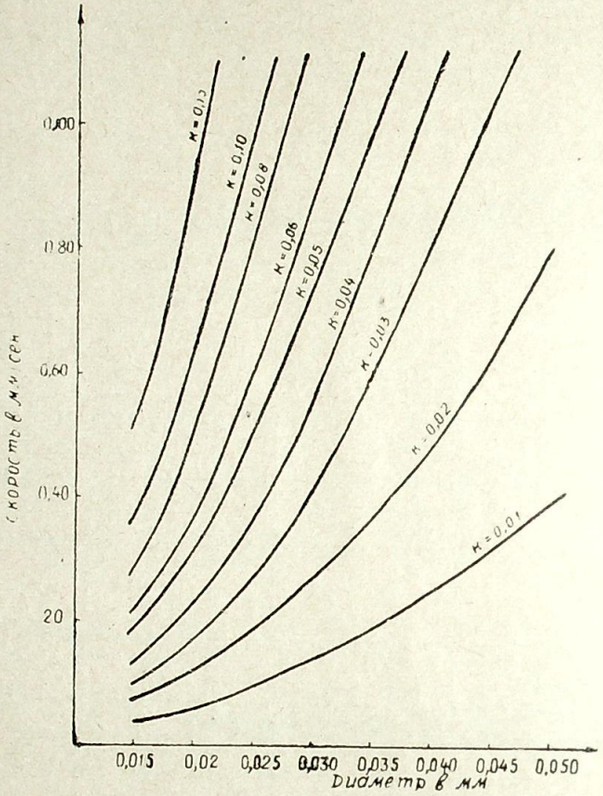


Рис. 4. Зависимость скорости падения в воде элементарных частиц, микроагрегатов и взвеси от их диаметров

Была сделана попытка теоретическим расчетом определить поправочный коэффициент к скорости падения частиц в формуле Стокса, удовлетворяющей кривой степени осветления для различной концентрации. Из этих расчетов было установлено, что поправочный коэффициент скорости к формуле Стокса, удовлетворяющий характер осветления взвеси в зависимости от насыщенности изменяется в широких пределах от $K=0{,}02$ до $K=0{,}15$. Результаты расчетов иллюстрируются на рис. 4.

О величине поправочного коэффициента скорости к формуле Стокса

Выше было указано, что впервые С. В. Астапов, используя более точные оптически методы, установил конкретные значения поправочного коэффициента скорости к формуле Стокса как для элементарных, так и для агрегатных частиц наносов.

В результате произведенных им опытов получены следующие значения поправочного коэффициента скорости к формуле Стокса.

1. Для агрегатных частиц

а) минимальные значения $K_r = 0{,}052$ или $K_d = 0{,}013$
б) максимальные значения $K_r = 0{,}145$ или $K_d = 0{,}039$
среднее значение принято $K_r = 0{,}13$ или $K_d = 0{,}032$

2. Для элементарных частиц

а) минимальные значения $K_r = 0{,}163$ или $K_d = 0{,}041$
б) максимальные значения $K_r = 0{,}212$ или $K_d = 0{,}53$
среднее значение принято $K_r = 0{,}20$ или $K_d = 0{,}050$

Как видно из изложенного и С. В. Астапов (идя по традиции, принятой всеми предыдущими исследованиями) пришел к выводу о принятии постоянного значения для поправочного коэффициента скорости к формуле Стокса и как среднее принял указанные выше величины.

В отличие от других авторов С. В. Астапов установил поправочный коэффициент скорости к формуле Стокса раздельно, а именно для элементарных частиц и для агрегатных.

Мы считаем, что скорости падения частиц, рассчитанные по формуле Стокса, с поправочным коэффициентом даже для состава наносов, коим располагал С. В. Астапов, не отвечают скорости падения смеси наносов. Последнее еще в большей степени относится к коэффициентам, полученным для различных мехсоставов наносов. Поправочный коэффициент к формуле Стокса не есть постоянная величина, а колеблется в широких пределах; по данным С. В. Астапова — порядка четырех раз; а по нашим опытным данным переменное значение поправочного коэффициента к скорости к формуле Стокса имеет еще большую амплитуду, а именно он меняется от $K_d = 0{,}02$ до $K_d = 0{,}15$, т. е. 7,5 раза и более.

С. В. Астаповым подмечено еще очень важное явление в характере осаждения наносов и не использованные ими в выводах.

Автор утверждает, что одной и той же скоростью падения обладают агрегаты разного диаметра. Усиливая подмеченное им это явление на основе наших наблюдений делаем вывод, что при определенном механическом составе наносов в воде одного и того же диаметра смеси наносов будем иметь различную скорость падения частиц.

А из этого вывода делаем заключение, что при равных скоростях падения частиц их диаметры могут быть различны и как следствие из этого нельзя по гидравлической крупности для естественных насосов определять их диаметр.

ВЫВОДЫ

1. На основании полученных выше опытных материалов можно сделать вывод, что при определенной насыщенности потока выпадает не только вполне определенная фракция наносов, находящаяся в данной взвеси, а что вместе с ней выпадают также и фракции, которые по расчету не должны выпадать, т. е. при осаждении наносов происходит выпадение не только отдельных фракций как бы изолированных одна от другой, но вместе с ними происходит выпадение суммы фракции (взвеси). Выпадение этой суммы фракции (взвеси) меняется при одинаковом в процентном отношении содержания гранулометрического состава в зависимости от насыщенности потока. Поэтому более

правильно определять скорость падения взвеси, а не отдельных фракций взвеси, как это рекомендуется существующими формулами.

2. На характер и степень осветления (выпадения) взвеси резко оказывается наличие пылеватых и глинистых частиц диаметром до 0,05 *мм*. Поэтому фракционирование с предварительным отмучиванием и без него, как методически отличные, дают несравнимые результаты.

3. Среди многочисленных исследований особо выделяются работы С. В. Астапова, который впервые различил и установил поправочный коэффициент к формуле Стокса раздельно как для элементарных, так и для групповых (агрегатных частиц).

4. Поправочный коэффициент к скорости падения частиц наносов к формуле Стокса для различного механического состава наносов колеблется в широких пределах, а потому нельзя все это многообразие осреднить и рекомендовать как постоянную величину.

Поправочный коэффициент к скорости падения частиц наносов к формуле Стокса как для элементарных частиц, и в особенности для смеси, наносов есть величина переменная.

5. При расчете отстойников нельзя пользоваться гидравлической крупностью элементарных частиц, тем более как нечто средним, а применять гидравлическую крупность смеси наносов.

Для последнего также следует принимать усредненную величину, необходимо установить для конкретного объекта, в зависимости от поставленных задач и исходя из характера повторяемости и изменения насыщенности потока, расчетную величину гидравлической крупности наносов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Архангельский Б. В., Мартанов П. Ф. Методы определения механического состава взвешенных наносов. Изв. научно-исследовательского ин-та гидротехники т. XII, 1934.

2. Астапов С. В. Скорость падения элементарных частиц и микроагрегатов почвы. М. 1954.

3. Ефремов А. В. Новые методы определения мутности и гранулометрического состава взвешенных наносов. Тр. совещания по вопросами методики и аппаратуры секции по научной разработке проблем водного хозяйства Академии наук СССР, 1956.

4. Зегжда А. П. Падение зерен песка и гравия в стоячей воде. Изв. научно-исследовательского ин-та гидротехники, т. XII, 1934.

М. Ј. Вањабов

Сакит чај сујунда гатышыг тәбии лилләрин чөкмәси

ХҮЛАСӘ

Су дурулдуҹуларын һесабында һидравлик ирилик әсас параметрләрдән биридир. Бу заман чөкүнтү гатышығының һидравлик ирилији һагда мә'лумат олмадыгда, бүтүн гатышыг үчүн а,ры-ајры һиссәчикләрин мә'лум һидравлик ирилијинин орта гијмәти гәбул олунур.

Сөзсүз ки, бу чүр мә'лумат орта гијмәт анлајышына бөјүк хәта көстәрдији кими ајры-ајры һиссәчикләрин характери вә чөкмә сүр'әтиндән фәргләнир. Бу һадисәнин белә бөјүк шәрти олмасына бахмајараг, сакит суда лил гатышыгларының чөкмәсинин тәдгигинә чох аз әсәр һәср едилмишдир.

Сакит чај сујунда тәбии лилләрин чөкмәсинә һәср едилмиш тәдгигат ишләриндән ашағыдакы нәтичәни чыхармаг олар:

1. Ахым дахилиндә дојмуш гатышыглыгдан мүәјјән өлчүјә малик лилләрлә бәрабәр, һесаба көрә һәлә чөкмәсинин вахты чатмајан лилләр дә чөкүр. Даһа доғрусу, бир-бириндән тәкләнмиш лилләрлә бәрабәр асылылыгдан чөкән лил күтләси ахымын дојумлулуғундан, еләчә дә лилләрин гранулометрик тәркибиндән ејни фаизлә асылы олараг дәјишир. Она көрә мә'лум дүстурларын көстәрдији ајры-ајры һиссәчикләрин чөкмә сүр'әтини дејил, бүтүн асылылығын чөкмә сүр'әтини тә'јин етмәк даһа дүзкүн оларды.

2. Ахым дахилиндә диаметри 0,05 *мм*-ә гәдәр олан кил вә тозвары һиссәчикләрин олмасы асылылығын характеринә вә чөкмә дәрәчәсинә тә'сир едир. Буна көрә габагчадан буландырма васитәси илә фраксијалара ајырмаг (вә ја ајырмамаг) үсулу методики фәргли олдугларына көрә мүгајисә олунмаз нәтичәләр верир.

3. Бир чох тәдгигатлар ичәрисиндә проф. С. В. Астаповун иши хүсуси илә фәргләнир. О, биринчи дәфә олараг тәк-тәк вә топланмыш һиссәчикләр (агрегат һиссәчикләр) һадисәсини ајырмыш вә стоксон дүстуруна дүзәлдичи әмсал әлавә етмишдир.

4. Мүхтәлиф механики тәркибли лилләр үчүн Стокуон дүстуруна әлавә олунмуш лилләрин чөкмә сүр'әтини көстәрән әмсал бөјүк сәрһәдләрдә дәјишдијиндән бу мүхтәлифлији һәлл едиб сабит бир кәмијјәт кими тәклиф етмәк олмаз.

Стоксун дүстуруна әлавә едилмиш лилләрин чөкмә сүр'әтини дүзләшдирән әмсал елементар һиссәчикләр үчүн олдуғу кими, лил гатышығы үчүн дә дәјишән кәмијјәтдир.

5. Су дурулдуҹуларын һесабы заманы елементар һиссәчикләрин һидравлик ирилијиндән (хүсуси илә орта бир кәмијјәт кими) истифадә етмәк олмаз. Бу заман бүтүн лил гатышығының һидравлик ирилијиндән истифадә етмәк лазымдыр. Бу ахырынчыны да орта кәмијјәт кими дејил, гоҹулмуш мәсәләләр дахилиндә конкрет објект үчүн ахымын дојумлулуг вә тәкрарлыг характериндән асылы олараг һидравлик ирилијин һесабат кәмијјәти кими тә'јин етмәк лазымдыр.

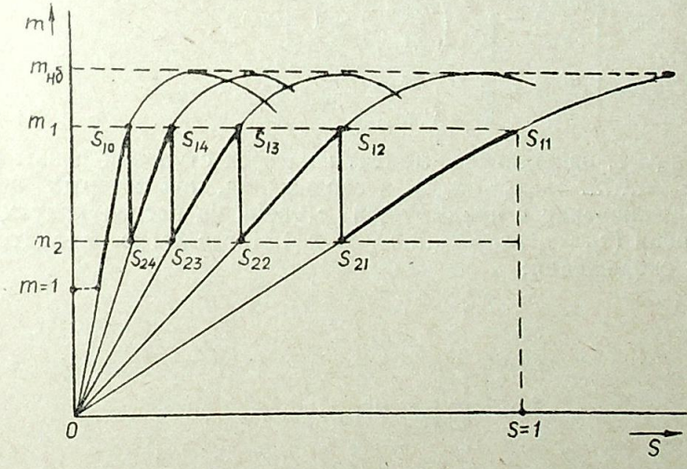
АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-рија зијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

И. И. ГЮЛЬМАМЕДОВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ И СТУПЕНЕЙ ПУСКОВОГО РЕОСТАТА АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ ПРИ АВТОМАТИЧЕСКОМ УПРАВЛЕНИИ

При автоматическом управлении пуском асинхронного двигателя с фазным исполнением ротора и при правильно выбранных сопротивлениях пускового реостата, необходимо бывает точно определить время переключения ступеней сопротивлений. Использование релейно-контакторной аппаратуры приводит к тому, что развиваемый двигателем момент имеет ступенчатый характер, ограниченный с одной стороны так называемым пиковым моментом, а с другой—значением момента переключения. При этом экономически целесообразно более полно использовать перегрузочную способность двигателя. Если отсутствуют специальные условия по регулированию прецессом пуска, то рационально рассчитывать так ступени пускового реостата и момент переключения, чтобы иметь равные относительные изменения скорости на каждой ступени.



На рисунке представлена кривая изменения вращающего момента асинхронного двигателя в процессе пуска при ступенчатом регулировании. При производстве расчетов значение пикового момента определяется перегрузочной способностью данного двигателя и ограничивается ди-

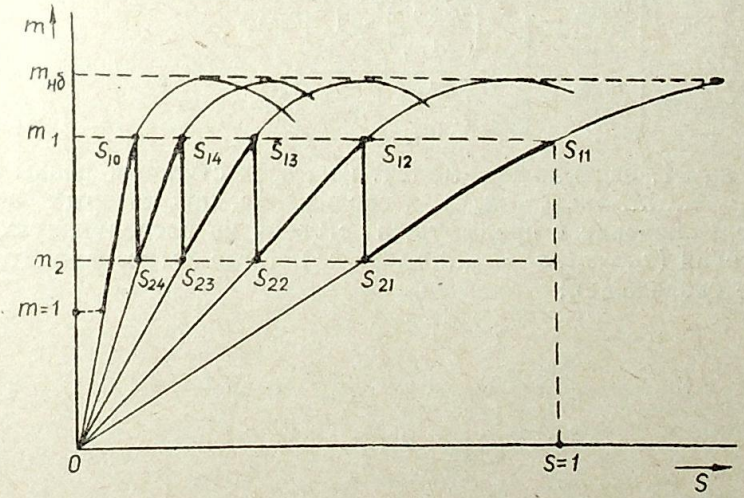
АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

И. И. ГЮЛЬМАМЕДОВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ И СТУПЕНЕЙ ПУСКОВОГО РЕОСТАТА АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ ПРИ АВТОМАТИЧЕСКОМ УПРАВЛЕНИИ

При автоматическом управлении пуском асинхронного двигателя с фазным исполнением ротора и при правильно выбранных сопротивлениях пускового реостата, необходимо бывает точно определить время переключения ступеней сопротивлений. Использование релейно-контакторной аппаратуры приводит к тому, что развиваемый двигателем момент имеет ступенчатый характер, ограниченный с одной стороны так называемым пиковым моментом, а с другой—значением момента переключения. При этом экономически целесообразно более полно использовать перегрузочную способность двигателя. Если отсутствуют специальные условия по регулированию прецессом пуска, то рационально рассчитывать так ступени пускового реостата и момент переключения, чтобы иметь равные относительные изменения скорости на каждой ступени.



На рисунке представлена кривая изменения вращающего момента асинхронного двигателя в процессе пуска при ступенчатом регулировании. При производстве расчетов значение пикового момента определяется перегрузочной способностью данного двигателя и ограничивается ди-

намическими усилиями в обмотках, а также перегревом от пусковых токов, если при этом питающая сеть достаточно мощная и не налагает дополнительных условий. Обычно значение пикового момента принимают в пределах от 0,85 до 0,9 от наибольшего момента двигателя [1, 2], что соответствует достаточно полному использованию его перегрузочной способности.

Скольжение асинхронного двигателя, пользуясь упрощенным выражением механической характеристики (формула Клосса) находится так:

$$s=\left(\frac{m_{нб}}{m}-\sqrt{\left(\frac{m_{нб}}{m}\right)^2-1}\right)s_{кр}, \qquad (1)$$

Здесь m, $m_{нб}$—момент и наибольший момент двигателя;
$s_{кр}$—критическое скольжение.

В соответствии с рисунком для фиксированных скольжений каждой ступени сопротивления имеем:

$$\begin{aligned}
s_{11}&=\left[\frac{m_{нб1}}{m_1}-\sqrt{\left(\frac{m_{нб1}}{m_1}\right)^2-1}\right]s_{кр_1}\\
s_{21}&=\left[\frac{m_{нб1}}{m_2}-\sqrt{\left(\frac{m_{нб1}}{m_2}\right)^2-1}\right]s_{кр_1}\\
s_{12}&=\left[\frac{m_{нб2}}{m_1}-\sqrt{\left(\frac{m_{нб2}}{m_1}\right)^2-1}\right]s_{кр2}\\
s_{22}&=\left[\frac{m_{нб2}}{m_1}-\sqrt{\left(\frac{m_{нб2}}{m_2}\right)^2-1}\right]s_{кр2}\\
s_{13}&=\left[\frac{m_{нб3}}{m_1}-\sqrt{\left(\frac{m_{нб3}}{m_1}\right)^2-1}\right]s_{кр3} \qquad (2)\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
s_{2n}&=\left[\frac{m_{нбn}}{m_2}-\sqrt{\left(\frac{m_{нбn}}{m_2}\right)^2-1}\right]s_{крn}\\
s_{1e}&=\left[\frac{m_{нбe}}{m_1}-\sqrt{\left(\frac{m_{нбe}}{m_1}\right)^2-1}\right]s_{кре}
\end{aligned}$$

Так как $s_{11}=1$, наибольшие моменты на всех ступенях равны ($m_{нб1}=m_{нб2}=m_{нб3}=\ldots\ldots=m_{нбn}=m_{нбe}$), и скольжения, при которых производится переключение с предыдущей ступени на последующую, равны между собой ($s_{21}=s_{12}$, $s_{22}=s_{13}\ldots\ldots s_{2n}=s_{1e}$), тогда легко находятся критические скольжения:

$$\begin{aligned}
s_{кр_1}&=\frac{1}{\alpha}\\
s_{кр_2}&=\frac{1}{\alpha}\sqrt[n]{\alpha s_{кре}}\\
s_{кр_3}&=\frac{1}{\alpha}\sqrt[n]{(\alpha s_{кре})^2} \qquad (3)\\
&\cdots\cdots\cdots\\
s_{крn}&=\frac{1}{\alpha}\sqrt{(\alpha s_{кре})^{n-1}},
\end{aligned}$$

где n—число ступеней пускового реостата,

$$\alpha=\frac{m_{нбe}}{m_1}-\sqrt{\left(\frac{m_{нбe}}{m_1}\right)^2-1}. \qquad (4)$$

Пользуясь приведенными выше выражениями выводится формула для расчета момента переключения.

$$m_2=\frac{2m_{нбe}\alpha\sqrt[n]{\alpha s_{кре}}}{\alpha^2\sqrt[n]{(\alpha s_{кре})^2+1}} \qquad (5)$$

Величина момента m_2 должна быть во всех случаях больше момента сопротивления на валу двигателя. По этой же величине страивают уставку реле, которые управляет контактором ускорения. Критические скольжения искусственных характеристик ($s_{кр_1}$, $s_{кр_2}$, $s_{кр_3}\ldots\ldots s_{крn}$) различных ступеней позволяют рассчитать добавочные сопротивления, включаемые в цепь ротора, исходя из условия, что

$$s_{кр}=\frac{R_2'}{x+x_2'}, \qquad (6)$$

где $R_2'=r_2'+r_b'$,
r_2', r_b'—приведенные сопротивления роторной обмотки и дополнительно пускового реостата.

Пример. Требуется определить момент переключения и величины сопротивлений на каждой ступени пускового реостата двигателя, имеющего $P=60$ *квт*, при ПВ=25%, $n=577$ *об/мин*, $m_{нб}=2{,}9$, $x_1=0{,}160$ *ом*, $x_2=0{,}0704$, $r_2=0{,}332$, $x_2'=0{,}142$ *ом*, $r_2'=0{,}067$ *ом*, коэффициент трансформации напряжения $\kappa_e=1{,}42$.

Пиковый момент $m_1=0{,}9m_{нб}=2{,}61$

Критические скольжения на естественной характеристике

$$s_{кре}=\frac{0{,}067}{0{,}160+0{,}142}=0{,}222$$

Коэффициент $\alpha=\frac{2{,}9}{2{,}61}-\sqrt{\left(\frac{2{,}9}{2{,}61}\right)^2-1}=0{,}627.$

Момент переключения

$$m_2=\frac{2\cdot2{,}9\cdot0{,}627\sqrt[4]{0{,}627\cdot0{,}222}}{0{,}627^2\sqrt[4]{(0{,}627\cdot0{,}222)^2+1}}=1{,}94.$$

Критические скольжения на искусственных характеристиках:

$$s_{кр_1}=\frac{1}{0{,}627}=1{,}595, \qquad s_{кр_2}=\frac{1}{0{,}627}\sqrt[4]{0{,}627\cdot0{,}222}=0{,}973$$

$$s_{кр_3}=\frac{1}{0{,}627}\sqrt[4]{(0{,}627\cdot0{,}222)^2}=0{,}595, \quad s_{крn}=\frac{1}{0{,}627}\sqrt[4]{(0{,}627\cdot0{,}222)^3}=0{,}362.$$

Откуда, пользуясь выражением (6) и имея в виду, что $r_в'=r_e\kappa_e^2$, получаем

$r_{в_1}=0{,}05$ *ом*, $r_{в2}=0{,}113$ *ом*, $r_{в3}=0{,}056$ *ом*, $r_{в_4}=0{,}0209$ *ом*.

ЛИТЕРАТУРА

1. Илюхин А. И. Момент переключения асинхронного двигателя при контакторном управлении. „Электричество", № 6, 1956.
2. Вешневский С. Н. Расчет характеристик и сопротивлений для электродвигателей. 1956.

И. И. Күлмәммәдов

Автоматик идарәетмә заманы асинхрон мүһәррикин ишәсалма реостаты пилләләринин вә чевиркәч моментинин тә'јини

ХҮЛАСӘ

Ротору фазалы идарәетмәли олан асинхрон мүһәррики ишәсалма илә автоматик идарә едәндә вә ишәсалма реостатының дүзкүн сечилмиш мүгавимәтләрдә пилләләринин чевиркәч вахтыны дәгиг тапмаг зәрури олур.

Реле контактлы апаратурадан истифадә етмәк мүһәррики елә бир һала кәтирир ки, мүһәррикин артырдығы момент, бир тәрәфдән, нечә дејәрләр, зирвә моментинә, дикәр тәрәфдән исә чевиркәч моментинин гијмәти илә мәһдуд едилән пилләли характерә малик олур.

Әкәр ишәсалма просесини тәнзим етмәк үчүн хүсуси шәртләр јохдурса, онда бурахма реостатының пилләләрини елә һесабламаг лазымдыр ки, һәр пилләдә сүр'әтин бәрабәр нисби дәјишмәсинә малик олаг.

Адәтән, зирвә моментинин гијмәтини 0,85—0,9 һәдләриндә, јә'ни мүһәррикин ифрат јүкләнмә габилијјәтиндән там истифадә етмәјә үјғун кәлән јүксәк моментдән көтүрүрләр. $s=1$ олдуғу үчүн бүтүн пилләләрдә даһа бөјүк моментләр бәрабәрдир. Бөһран сүрүшмә асанлыгла (3) ифадәдән тапылыр. (3) вә (4) ифадәләриндән истифадә едәрәк чевиркәч моментини һесабламаг үчүн формула (5) чыхарылыр. Мүхтәлиф пилләләрин сүн'и характеристикаларының бөһран сүрүшмәси ротор дөврәсинә бағланан әлавә мүгавимәтләри һесабламаг үчүн имкан верир.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

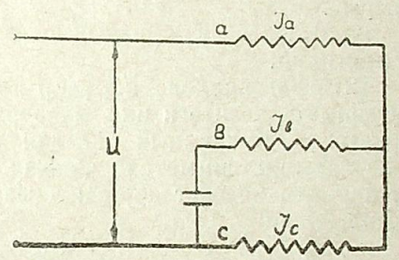
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

һ. Ч. ИСМАЈЫЛОВ

ҮЧФАЗЛЫ АСИНХРОН МҮһӘРРИКИНИН КОНДЕНСАТОР МҮһӘРРИКИ РЕЖИМИНДӘ ИШЛӘМӘСИ

Бә'зи һалларда, тәчрүбәдә үчфазлы асинхрон мүһәррики бирфазлы схемдә ишләмәли олур. Белә иш режими бирфазлы шәбәкәдә истисмар, үчфаалы шәбәкәдә исә гәза режими ола биләр. Бу режим кәнд тәсәррүфатының електрикләшмәсиндә електрик енержисинин економик нәјланма схеми олан гатышыг—үч бир фазлы схемин тәтбиги илә әлагәдар олараг даһа бөјүк әһәмијјәт кәсб едир.

Үчфазлы асинхрон мүһәррик бирфазлы шәбәкәдә мүхтәлиф, схемләр үзрә ишләнә биләр ки, бунларын да ән мараглысы асинхрон мүһәррикин конденсатор мүһәррики режиминдә ишләмәсидир. Конденсатор батарејасының улдуз бирләшдирилмиш асинхрон мүһәррикинин ики фазасының учлары арасына бирләшдирилдији вә мүһәррикин бирфазлы шәбәкәдән доjлурулдуғу схем охшар схемләрдән садә вә јарарлысы һесаб олуна биләр.



1-чи шәкил.

Үчфазлы асинхрон мүһәррик конденсатор мүһәррики режиминдә ишләдикдә онун фаз чәрәјанлары вә кәркинликләри гејри-симметрик олур. Јаранмыш гејри-симметрик режим мүһәррикин үчфазлы симметрик иш режиминдә нә гәдәр јахын олса схемдән бир о гәдәр јахшы истифадә олунар.

Белә иш шәраити конденсаторун мүвафиг сүрәтдә сечилмәси илә әлдә едилир. Конденсаторун сечилмәси гаршыдакы мәгсәддән асылы олараг нормал иш режимини, ишәбурахманы вә ја һәр ики режими мүәјјән дәрәчәдә өдәмәк үчүн апарыла биләр. Бу саһәдә бә'зи әдәбијјатын олмасына бахмајараг, ајры-ајры схемләр үзрә мүһәррикин конденсатор режиминдә ишләмәси нисбәтән гаранлыгдыр. Белә ки, истәнилән режими тә'мин етмәк үчүн конденсаторун сечилмәси, јаранын гејри-симметриклик, дүз вә әкссыралы чәрәјанларын, бунларын араларындакы бучағын вә с. һаггында ајдын тәсәввүр олдуғуну көјләмәк олмаз. Буна көрә дә мәгаләдә 1-чи шәкилдәки схем үзрә ишләјән үчфазлы асинхрон мүһәррикин иш режиминин нәзәрдән кечирилмәси бир мәгсәд олараг гаршыја гојулмушдур.

Иш тә рүбәләринин көстәричиләри: Δ/Y 220/380 *в*, 17,5/10,1 *а*; 4,5 *квт*; 950 *дөвр/дәгигә*; ф. и. ә.=84,5% олан АО-52-6 типли гыса гапанмыш роторлу асинхрон мүһәррики үзәриндә апарылмышдыр.

Нормал иш режими. Симметрик мүрәккәбәләр методуну тәтбиг едәрәк, мүһәррикин гејри-симметрик чәрәјан вә кәркинликләрини симметрик мүрәккәбәләр системинә ајырмаг олар. Бу схемдә мүһәррикин долаглары улдуз бирләшдирилдијиндән вә нејтрал мәфтил олмадығындан чәрәјанын симметрик мүрәккәбәләринин тәркибиндә сыфыр сырадан чәрәјанын симметрик мүрәккәбәләринин тәркибиндә сыфыр сырадан чәрәјанын симметрик мүрәккәбәләринин тәркибиндә сыфыр сырадан чәрәјанын симметрик мүрәккәбәләрини ашағыдакы тәнликләрлә ифадә олунур:

$$I_1 = \frac{U[3Z_2 - jx_c(1-a^2)]}{3[3Z_1Z_2 - jx_c(Z_1+Z_2)]}$$
$$I_2 = \frac{U[3Z_1 - jx_c(1-a)]}{3[3_1Z_1Z_2 - jx_c(Z_1+Z_2)]} \qquad (1)$$

Бурада Z_1 вә Z_2 ујғун олараг мүһәррикин дүз вә әкссыралы чәрәјанлара көстәрдији мүгавимәтләр x_c конденсаторун тутум мүгавимәти a фаз вурғусудур.

Мүһәррикин сабит јүкләнмә шәраитиндә чәрәјанын дүз вә әкссыралы симметрик мүрәккәбәләри конденсаторун тутум мүгавимәтиндән асылыдыр.

$I_2=0$ олан һалда мүһәррикин чәрәјаны симметрик чәрәјан системиндән ибарәт олачагдыр. Һәмин шәртдән $-jx_c=z'$ гәбул едәрәк:

$$z' = \sqrt{3}\, z_1 e^{j(30+\varphi_1)} \qquad (2)$$

алырыг.

Бурада: z_1—дүз сыралы мүгавимәтин модул гијмәти, φ_1 исә онун аргументидир.

(2) ифадәсиндән көрүнүр ки, $\varphi_1=60°$ олан һалда јалныз тутум мүгавимәти васитәси илә мүһәррикдә симметрик чәрәјанлар системи јараныр. φ_1 бучағынын 60°-дән фәргли гијмәтләриндә мүһәррикин долагларында симметрик чәрәјан системи јаратмаг үчүн тәкчә тутум мүгавимәти кифајәт дејилдир. Чәрәјанын гејри-симметриклик әмсалы ифадәсиндән

$$K_i = \frac{I_2}{I_1} = \frac{3Z_1 - jx_c(1-a)}{Z3_2 - jx_c(1-a^2)}$$

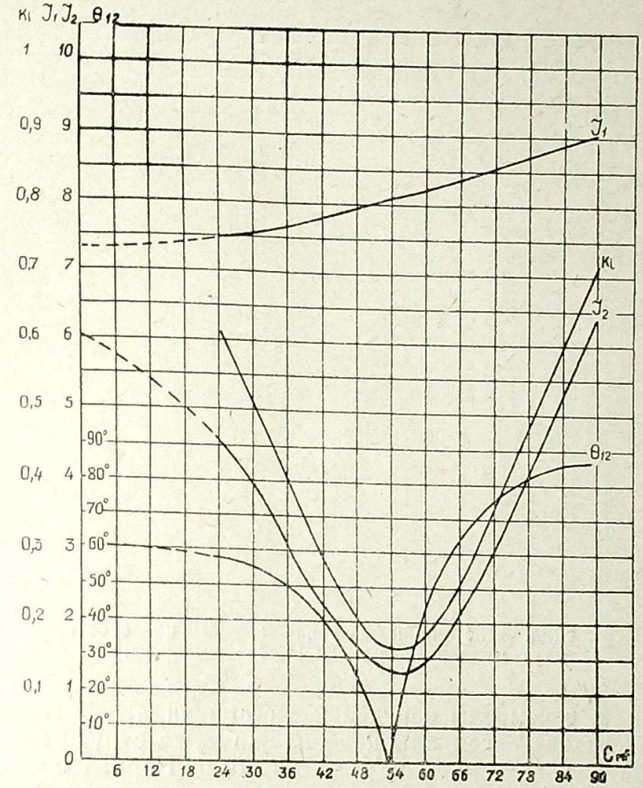
схемин гејри-симметриклик дәрәчәсинин конденсаторун тутум мүгавимәтиндән вә мүһәррикин јүкләнмә дәрәчәсиндән асылы олдуғу көрүнүр. Демәли, сабит тутум шәраитиндә әлверишли иш режимини мүһәррикин јүкүнүн мүәјјән дәјишмәз гијмәтиндә әлдә етмәк олар.

2-чи шәкилдә дүз вә әкссыралы чәрәјанларын a фазында һәмин чәрәјанлар арасындакы бучағын (θ_{12}) вә чәрәјанын гејри-симметриклик әмсалынын модул гијмәтинин тутумдан асылылыг әјриләри верилмишдир. Көрүндүјү кими $I_2(c)$, $\theta_{12}(c)$ вә $K_i(c)$ әјриләринин минимум гијмәтләри вардыр.

Ајдындыр ки, һәр үч кәмијјәтин минимум гијмәтини тә'мин едән тутум мүгавимәти шәраитиндә ән әлверишли режим јараныр. Гејд етмәк лазымдыр ки, $I_2(c)$, $\theta_{12}(c)$ вә $K_i(c)$ әјриләринин минимум гијмәтләри тутум мүгавимәтинин азачыг да олса фәргли гијмәтләриндә јараныр. Буна көрә дә тәкчә чәрәјанын гејри-симметриклик әмсалынын модул гијмәтинин минимумлуг шәртиндән тә'јин едилән [3] тутум мүгавимәтини ән әлверишли режим јарадан мүгавимәт һесаб етмәк о гәдәр дә дүзкүн дејилдир. Дикәр тәрәфдән конденсаторун тутум мүгавимәтинин, чәрәјанын гејри-симметриклик әмсалынын модул гијмәтинин минимумлуг шәртиндән тә'јин олунан ифадәси мүрәккәбдир.

Тәчрүбәдә конденсаторун тутум мүгавимәтини $K_i=0$ шәртиндән тә'јин едилән

$$x_c = \sqrt{3}\, z_1 \qquad (3)$$



2-чи шәкил. U=455 *в* олдугда

тәхмини ифадәсилә һесабламаг олар. x_c-нин бу ифадәдән тә'јин олунан гијмәти онун гејри-симметриклик әмсалынын модул гијмәтинин минимумлуг шәртиндән тә'јин едилән гијмәтиндән чохү 5% фәргләнир.

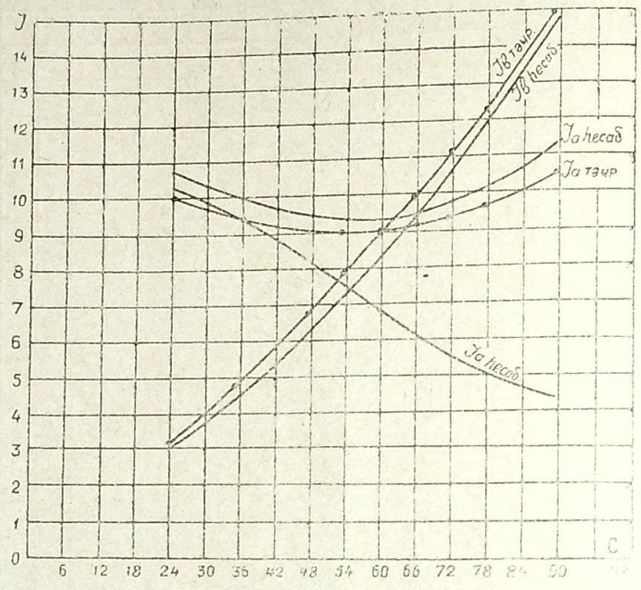
3-чү шәкилдә (1) ифадәләри вә тәчрүбә гијмәтләри әсасында мүһәррикин фаза чәрәјанларынын конденсаторун тутумундан асылылығы верилмишдир.

Чәрәјанларын һесабы вә тәчрүби гијмәтләри фәргли максимум 6—7% тәшкил едир ки, бу да мүһәррикин параметрләринин дәгиг тә'јин олуна билинмәмәси илә изаһ олунур.

Мүһәррикин фазларында гејри-симметрик чәрәјан ахдыгда онун иш режимини дүз вә әкссыралы симметрик чәрәјан системләринин ајрылыгда јаратдығы тә'сири мүәјјән етмәклә тә'јин етмәк олар [1]. Бу чәрәјанлар мүһәррикин һава мәсафәсиндә бир-биринин әксинә фырланан магнит саһәләри јарадыр. Гејри-симметрик иш режиминдә фајдалы момент дүз вә әкссыралы моментләрин фәргинә, мүһәррикин тәләб етдији күч исә дүз вә әкссыралы күчләрин чәминә бәрабәр олдуғундан,

мүһәррикин ф. и. ә. онун симметрик шәраитиндәки ф. и. ә.-дән кичик олур.

Мүһәррикин дүзсыралы кәркинлик системинин јаратдығы фырланма моментини ади момент ифадәсиндә дүзсыралы кәркинлијин U_1 вә



3-чү шәкил. Мүһәррикин фаз чәрәјанларынын конденсатору тутумундан асылылығы U=455 в олдугда.

сүрүшмәнин s, әкссыралы кәркинлик системинин јаратдығы моменти исә һәмин ифадәдә әкссыралы кәркинлијин U_2 вә сүрүшмәнин $(2-s)$ гијмәтләрини нәзәрә алмагла тә'јин етмәк олар. Нормал иш режиминдә s-ин гијмәти $(2-s)$-дән U_2 исә U_1-дән чох-чох кичик олдуғундан мүһәррикин фајдалы моментинин әкссыралы кәркинлик системиндән кичилмәсини нәзәрә алмамаг олар. Бу кичилмә конденсатору тутумуну (3) ифадәсинә вә ја чәрәјанын гејри-симметриклик әмсалынын модул гијмәтинин минимумлуг шәртинә көрә тә'јин олунан гијмәтләриндә дүзсыралы моментин ән чоху бир фаизини тәшкил едир. Буна көрә дә тәчрүби һесабламаларда фајдалы моментин вә ја күчүн әкссыралы кәркинлик вә ја чәрәјан системиндән азалмасыны нәзәрә алмамаг олар. Лакин дүзсыралы чәрәјан системинин јаратдығы иткиләрә әкссыралы чәрәјан системинин јаратдығы иткиләр әлавә едилдијиндән вә үмуми иткиләр мүһәррикин бурахыла билән гызма дәрәчәсини тә'јин едән иткиләрдән хејли бөјүк олдуғундан, узун мүддәтли иш шәраитиндә долағын бурахыла билән дәрәчәдән артыг гызмамасы үчүн мүһәррик ујғун сурәтдә аз јүкләнмәлидир.

Бә'зи һалларда мүһәррики ишә бурахмаг үчүн конденсатордан истифадә олунур. Ишә бурахмада $s=1$ вә $Z=Z_1=Z_ə$ олдуғундан чәрәјанын дүз вә әкссыралы симметрик мүрәккәбләриниң ифадәләри ашағыдакы шәкли алыр:

$$I_{1ə}=\frac{U[3Z_ə-jx_c(1-a^2)]}{3Z_ə(3Z_ə-j2x_c)}$$

$$I_{2ə}=\frac{U[3Z_ə-jx_c(1-a)]}{3Z_ə(3Z-j2x_c)}$$

Гејд етмәк лазымдыр ки, ишәбурахма моментинин максимум гијмәтини вә ишәбурахма гејри-симметриклик әмсалынын модул гијмәтинин минимумлуғуну тә'мин едән конденсаторун тутум мүгавимәтинин гијмәтләри аз да олса бир-бириндән фәргләнир.

Ишәбурахма гејри-симметриклик әмсалынын модул гијмәтинин минимумлуг шәртиндән

$$x_c=\sqrt{3}Z_ə \qquad (4)$$

олур.

Бурада $Z_ə$—ишәбурахма мүгавимәтинин мүтләг гијмәтидир; $M_{1ə}=|U_1|^2$ вә $M_{2ə}=|U_2|^2$ олдуғундан ән бөјүк ишәбурахма моментини тә'мин едән конденсаторун тутум мүгавимәтини ашағыдакы шәртдән тә'јин етмәк олар:

$$\frac{d(|U_1|^2-|U_2|^2)}{dx_c}=0$$

бурадан:

$$x_c=1{,}5Z_ə \qquad (5)$$

алыныр.

НӘТИЧӘ

1. Үчфазлы асинхрон мүһәррикин көстәрилән схем үзрә бирфазлы конденсатор мүһәррики режиминдә ишләтдикдә гаршыја гојулан мәгсәддән асылы олараг, конденсаторун тутум мүгавимәтини нормал иш режимини, ишәбурахманы вә ја һәр ики режими мүәјјән гәдәр өдәмәк үчүн сечмәк лазымдыр.

2. Тәчрүби һесабламаларда нормал режим үчүн конденсаторун тутум мүгавимәтини /3/ ифадәсинә көрә тә'јин етмәк әлверишлидир.

3. Ишәбурахма режими үчүн конденсаторун тутум мүгавимәти, ән бөјүк ишә бурахма моменти тә'мин едән (5) ифадәсинә көрә сечилмәлидир.

ӘДӘБИЈЈАТ

1. Даль О. Электрические цепи, Госэнергоиздат. 1953.
2. Дмитриев В. М., Шустов В. А. Электропередачи с использованием однопроводных переносных линий. Журн. „Электричество", 1950, № 11.
3. Салихов С. С. Теория преобразования числа фаз (диссертация), Ташкент. 1952.

И. Д. Исмаилов

Работа трехфазного асинхронного двигателя в режиме конденсаторного

РЕЗЮМЕ

В статье анализируются работы трехфазного асинхронного двигателя от однофазной сети с помощью конденсаторов как в нормальном, так и пусковом режиме. Приводится выражение для выбора емкостного сопротивления конденсатора. Емкостные сопротивления, обеспечивающие максимальный пусковой момент и наименьшую асимметрию, отличаются друг от друга. Приводятся кривые изменения токов прямой и обратный последовательности, угла между ними, коэффициента асимметрии от емкости конденсатора, характеризующий режим работы двигателя.

АЗӘРБАЈЧАН ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-рижазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

О. Д. АЛЕКПЕРОВ

К ВОПРОСУ ПРИМЕНЕНИЯ СИФОНА В КАЧЕСТВЕ НАНОСОУДАЛИТЕЛЯ

Изучение гидротехнической литературы показывает, что автором использования сифонов в качестве наносоудаляющего устройства является инженер S. Foglieni [6], который использовал сифон для удаления шлама из напорного бассейна одной из гидроэлектростанции.

Удаление шлама происходило удовлетворительно. S. Foglieni рекомендует восходящей ветви сифона придавать вертикальное положение.

В сообщении [6] не приводится данных для производства расчета таких сифонов. Автором этого сообщения не производилось глубокое изучение явления и дело ограничилось исключительно практическим применением сифона.

Применяя сифон в качестве наносоудалителя, автор [6] имел в виду следующие его преимущества:

1. Полное отсутствие подвижных частей.
2. Автоматичность включения и выключения сифона при помощи самой воды.
3. Возможность управления с работой сифонов соответствующей установкой уровня в бассейне.

Примерно в 1932 г. инженер Gregotti [5], также предложил сифон весьма простой конструкции для уделения отложений из гидротехнических сооружений. Gregotti не дал каких-либо опубликованных подробных исследований.

В 1951 г. проф. G. Evangelisti проведены по небольшой программе исследования [2] на сифоне. Сифон имел высоту восходящей вертикальной ветви, равную 2 *м*, живое сечение $0{,}15 \times 0{,}15$ *м*. В опытах исследуемые наносы не подавались регулярно, а предварительно насыпались на дно бака верхнего бьефа, откуда они удовлетворительно удалялись сифоном.

Эти опыты не дают необходимый экспериментальный материал для расчетов сифонов.

На основании этих опытов можно судить только о том, что удаление наносов сифоном может производится весьма эффективно.

В этой же статье приводится два типа водозахватных сооружений, в которых предусмотрено удаление наносов сифонами. В первом типе сифоны устанавливаются фронтально, во втором типе—в боковых устоях.

АЗӘРБАЈЧАН ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

О. Д. АЛЕКПЕРОВ

К ВОПРОСУ ПРИМЕНЕНИЯ СИФОНА В КАЧЕСТВЕ НАНОСОУДАЛИТЕЛЯ

Изучение гидротехнической литературы показывает, что автором использования сифонов в качестве наносоудаляющего устройства является инженер S. Foglieni [6], который использовал сифон для удаления шлама из напорного бассейна одной из гидроэлектростанции. Удаление шлама происходило удовлетворительно. S. Foglieni рекомендует восходящей ветви сифона придавать вертикальное положение.

В сообщении [6] не приводится данных для производства расчета таких сифонов. Автором этого сообщения не производилось глубокое изучение явления и дело ограничилось исключительно практическим применением сифона.

Применяя сифон в качестве наносоудалителя, автор [6] имел в виду следующие его преимущества:

1. Полное отсутствие подвижных частей.
2. Автоматичность включения и выключения сифона при помощи самой воды.
3. Возможность управления с работой сифонов соответствующей установкой уровня в бассейне.

Примерно в 1932 г. инженер Gregotti [5], также предложил сифон весьма простой конструкции для уделения отложений из гидротехнических сооружений. Gregotti не дал каких-либо опубликованных подробных исследований.

В 1951 г. проф. G. Evangelisti проведены по небольшой программе исследования [2] на сифоне. Сифон имел высоту восходящей вертикальной ветви, равную 2 *м*, живое сечение $0{,}15 \times 0{,}15$ *м*. В опытах исследуемые наносы не подавались регулярно, а предварительно насыпались на дно бака верхнего бьефа, откуда они удовлетворительно удалялись сифоном.

Эти опыты не дают необходимый экспериментальный материал для расчетов сифонов.

На основании этих опытов можно судить только о том, что удаление наносов сифоном может производится весьма эффективно.

В этой же статье приводится два типа водозахватных сооружений, в которых предусмотрено удаление наносов сифонами. В первом типе сифоны устанавливаются фронтально, во втором типе—в боковых устоях.

Относительно первого типа, на оснований исследований, проведенных Энергетическим институтом совместно с Азгипроводхозом, можно сделать вывод, что этот тип сооружения неудачен, так как в галерею чистой воды проникает до 85% всех поданных наносов. Столь большое завлечение наносов в галерею чистой воды происходит вследствие того, что в в приемной галерее возникает вихрь, сносящий наносы от сифонов и переносящий их вместе с водой в галерею чистой воды.

Относительно второго типа, предлагаемого G. Evangelisti можно сказать то же, что и о первом типе.

Указанные недостатки легко устранимы и не находятся в связи с самой идеей подобного использования сифонов. G. Evangelisti указывает на следующие преимущества подобных водозахватных сооружений:

1. Полное отсутствие подвижных частей.

2. Полная автоматичность удаления наносов без перерывов водоподачи в деривацию.

3. Управление работой сифонов можно производить закрытием щита у входа в деризацию.

4. Предлагаемые типы сооружений являются горными решетчатыми водозаборами с автоматическим удалением наносов.

5. Расходы воды на удаление наносов являются умеренными.

6. Существующие решетчатые водозаборы легко переконструируются на установки с сифонами, посредством которых производится удаление наносов.

Если окажется, что такая переделка не оправдывает себя, для восстановления первоначального состояния достаточно закрыть входные сечения сифонов.

7. В условиях горных рек легко получить напоры для эффективного действия сифонного наносоудаления.

В заключение автор статьи указывает, что приведенные им опыты являют собой базу для проведения дальнейших более конкретных исследований.

Целью последующих исследований G. Evangelisti считает изучение следующих вопросов:

1. Степень проникновения наносов в галерею чистой воды.
2. Работы сооружения в паводок и управление работой сифонов.
3. Изучения области действия сифонов и получение критерия для их расположения.
4. Зависимость между размерами просветов решетки и способностью сифона удалять наносы, т. е. влияние крупности частиц на работу сифона G. Evangelisti предполагал провести эти исследования на экспериментальном сооружении, в условиях которого было бы возможно получить результаты, недоступные для лабораторной модели.

Однако до сего времени каких-либо сообщений по поводу указанных исследований в литературе не имеется.

Исследованиями в рассматриваемой области занимался также проф. E. Indri. В статье описываются опыты, проведенные на малых моделях водозахватных сооружений, в которых удаление наносов осуществлялось сифонами.

Эксперименты на этой модели проводились с гравием крупностью 3 и 6 *мм*. Гравий вручную ссыпался в водоприемную воронку. В некоторых опытах гравий подавался постепенно в течении опыта, в других—водоприемная воронка заполнялась гравием в начале опыта. В обоих случаях опыт протекал благоприятно. Сифоны всякий раз, вследствие частичной забивки отверстия, через которое вода поступает в отстойник, включались в работу и удаляли гравий. Проф. E. Indri считает, что относительно эффективности сифона, как наносоудалителя не может возникнуть сомнений. Объемная концентрация пыльцы в опытах E. Indri доходила до 1/4, т. е. 1—расход наносов, 4—расход воды.

В качестве практического приложения проведенных опытов автором дается типовое решение для водозахватного сооружения с сифонным удалением наносов. Таким образом, в этой работе большое внимание уделялось конструктивному расположению сифона в составе сооружения.

Опыты же по выяснению работы сифонов проф. E. Indri проведены в недостаточном количестве и в условиях несовершенной методики.

Экспериментальные исследования A. Fabris и A. Giancotti, изложенные в статье [3] касаются явления удаления отдельных крупных наносов при помощи сифона из отстойника одной из ГЭС. Исходя из проведенных опытов авторы заключают, что удаление достаточных крупных наносов также может быть осуществлено при соответствующих конструктивных размерах сифона, отстойника и наносопроводящей галереи. Исследования ими проводились на реальном сооружении с максимальным забираемым расходом 7 $м^3/сек$.

В отстойнике, запроектированном по типу Drioli предусмотрено удаление отложений посредством плоского щита с подъемником или посредством сифона.

Наносы из отстойника через отверстия попадают в промывную галерею, из которой в дальнейшем они удаляются сифоном. Размеры сифона следующие: входное сечение 0,75×0,80 *м*, выходное сечение—0,75×0,80 *м*, высота восходящей ветви—4,15 *м*.

Авторов интересовала прежде всего возможность удаления сифоном крупных частиц, специально с этой целью внесенных в отстойник.

В рамках имеющихся возможностей, представляемых условиями реального сооружения, были проведены опыты с гравийными частицами примерно сферической формы, крупностью 0,10 *м* и 0,07 *м*.

Удельный вес частиц—порядка 2500—2600 $кг/м^3$.

Эксперименты производились следующим образом.

Опорожнялся отстойник, булыжники ставились у отверстий промывной галереи, вода вновь подавалась в отстойник и заполнив его переливалась через сифон, вследствие чего сифон заряжался.

Работы сифона продолжалась 5 *мин*. В конце эксперимента производилась проверка сбросного канала с целью установления количества и крупности частиц, сброшенных через сифон, где булыжники задерживались перед водосливной стенкой.

Лишь несколько булыжников не подошло к сифону, застрянув в отложениях ила.

В конце опыта было установлено, что через сифон была сброшена большая часть булыжников, установленных перед отверстием донной галереи отстойника. Некоторые из частиц весом 0,65 *кг* прошли расстояние, примерно, равное 35 *м* до входа в сифон.

Таким образом, в этих опытах, произведенных на реальном сооружении, изучалось явление переноса отдельных крупных частиц гравия весом 0,35—0,65 *кг* от входа в донную галерею отстойника до сброса через сифон.

Установленный ими факт сброса через сифон крупных частиц весом до 0,65 *кг* при скорости движения воды к нем, равной $V=3,5$ *м/сек* не подлежит сомнению. В наших опытах с сифоном частицы весом до 1,3 *кг* транспортировались при скорости воды $V=1,10$ *м/сек*. Аналогичное подтверждение вытекает из работ S. Foglieni и G. Evangelisti.

Экспериментальные исследования Ф. С. Салахова, изложенные в статье [6], проведенные как в лаборатории АзНИИГиМа, так и в естественных условиях, привели к следующим практическим выводам.

Для наносов фракции $d=0,1-0,05$ *мм* при $V=15-2$ *м/сек* весовое содержание наносов в потоке можно довести до $p=30\%$, для фракции $d=0,5-0,1$ *мм* при $V=2,0-2,5$ *м/сек*, $p=25\%$.

Автор считает, что потери напора при движении пульпы, содержащей указанные фракции, следует учитывать коэффициентом $K=\frac{\gamma_п}{\gamma_0}$, где $\gamma_п$ и γ_0 — удельные веса пульпы и воды, т. е. потеря напора при движении пульпы увеличивается в меру увеличения $\gamma_п$.

Такой прием расчета давно известен. Этот прием основывается на численном совпадении данных, полученных из опытов, с данными, полученными с учетом $K=\frac{\gamma_п}{\gamma_0}$

Новых результатов и выводов в статье [6] в отношении гидравлики протекания пульпы в сифоне не имеется.

Однако эта работа представляет исключительный интерес в отношении практического использования сифонов для очистки отстойников.

ВЫВОДЫ

К настоящему времени исследованиями указанных авторов установлено, что использование сифона в целях удаления наносов из различных гидротехнических сооружений обещает быть весьма эффективным.

Прежде всего при этом достигается автоматичность сброса наносов, вследствие чего отпадает необходимость в постоянном присутствии обслуживающего персонала. Сама автоматичность достигается без использования каких-либо дополнительных механических приспособлений; включение и выключение сифона производится самой водой, автоматичность достигается весьма простым способом, являющимся также и самым надежным.

В приведенных исследованиях изучался вопрос компановки сифонов. В этом отношении достигнуты различные решения; некоторые из них не вызывают принципиальных возражений. Одно из решений [3], не оправдалось при опытной проверке в нашей лаборатории. Поэтому вопрос компановки сифона наносоудалителя в составе сооружений требует дополнительной экспериментальной разработки.

Исследование самого сифона в качестве наносоудалителя в указанных недостаточна.

Во всех этих исследованиях не имеется какой-либо систематической методики и программы исследований.

Условия проведения исследований несовершенны и не удовлетворяют необходимым требованиям: во всех случаях не производилась равномерная непрерывная подача исследуемых наносов, не производилось измерение давления и вакуума в различных сечениях сифона при протекании в них смеси воды и наносов; не производилось наблюдение за характером движение твердых частиц по отдельным элементам сифона, а также определения действительной концентрации смеси движущейся по сифону, которая отличается от расходной концентрации.

Поэтому до сего времени отсутствуют надежные, экспериментально обоснованные методы расчета сифонов, работающих в качестве наносоудалителей.

Пользуясь общими положениями приведенных работ нами проведены лабораторные исследования над сифонами с различными поперечными сечениями и высотными размерами при пропуске наносов крупностью 2,5—5 *мм*, 5—10 *мм*, 10—20 *мм*, 20—70 *мм* при различной концентрации пульпы.

В наших опытах изучались как гидромеханические характеристики движения пульпы, так и изменения параметров пульпы относительно чистой воды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Салахов Ф. С. Отстойники с гидромеханической очисткой посредством передвижного сифона, „Гидротехника и мелиорация", 1959, №9.
2. Evangelisti. Sul problema delle prese sussidiarie per utilizzazioni gidroeleettrice —„L' Energia Elettrica". №5, 1951.
3. Fabris A. Giancotti A. Ricerche sperimentale sullo sghiaiamento a mezze di sefone automatice—„L' Energia Elettrica" №5, 1959.
4. Indri. Ricerche su modello per un'opera di presa a funzionamento automaticoi. „L' Energia Elettrica" №8, 1953.
5. Schoklitsch. Wasserbau. Band II,1930.
6. Scotti, C. Foglieni: Sifone autolivellatore scaricatore di porta solida —„L'Energia Elettrica" giungno, 1928

О. Д. Әләкбәров

Чөкүнтүтәмизләјән сифонларын тәтбиги мәсәләсинә даир

ХҮЛАСӘ

Мәгаләдә 1928-чи илдән бу вахта гәдәр чөкүнтүтәмизләјән сифонлар һаггында апарылан тәчрүбә тәдгигатларындан бәһс едилир. Мәгаләдә көстәрилән тәдгигат материалларынын методик чәһәтдән бирсыра нөгсанлары вә чатышмајан чәһәтләри көстәрилир. Мәсәлән, модел мигјасларынын кичик олмасы, јохланылан чөкүнтүләрин мүнтәзәм вә арасы кәсилмәдән моделә верилмәмәси, сифон боју мүхтәлиф характер кәсикләрдә тәзјигләрин өлчүлмәмәси вә с. Бунларла јанашы, мәгаләдә сифонун ефективлик чөкүнтү тәмизләјән олдуғу да тәсдиг едилир.

Мүәллифин апардығы тәчрүбә тәдгигатларында јухарыда көстәрилән нөгсанлар нәзәрә алыныр вә бу вахта гәдәр өјрәнилмәјән бә'зи һидромеханики параметрләр мәсәлән, һәгиги вә сәрф хүсуси чәкиләри арасындакы асылылыглар вә с. өјрәнилиб нәшр едиләчәкдир.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-рија зијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

Б. И. СУЛТАНОВ

О ФИЛЬТРАЦИИ ВЯЗКО-ПЛАСТИЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Как известно, нефти многих месторождений Советского Союза, в том числе некоторых пластов залежей Азербайджана, содержат парафин. В зависимости от процента содержания парафина и пластовой температуры, нефти обладают структурно-механическими (структурная вязкость, предельное напряжение сдвига) свойствами и ведут себя как вязко-пластичные жидкости, движение которых в пористой среде отличается от движения ньютоновских жидкостей.

Изучение фильтрации вязко-пластичных жидкостей в пористой среде необходимо для определения коэффициента нефтеотдачи пластов, установления закономерностей поступления нефти к забою скважин и проведения ряда других гидродинамических расчетов.

Многими авторами изучалось течение в трубах различных вязкопластичных суспензий и смазок. Гейман М. А., Фридман Р. А. [1] экспериментально исследовали вытеснение парафинистой (ромашкинской) нефти из несцементированных песков при низких температурах и проницаемости пористой среды равной 20 *дарси*. В литературе, насколько нам известно, не было указано на какие-либо другие исследования, посвященные вопросу течения вязко-пластичных жидкостей в пористой среде. Между тем вопрос этот представляет определенный интерес. По этой причине нами проведен ряд экспериментальных исследований в лаборатории физики пласта и нефтеотдачи АзНИИ ДН. Некоторые результаты этих исследований приводятся в настоящей статье.

Для выбора вязко-пластичной жидкости предварительно исследовался ряд масел, структурно-механические свойства которых определялись специальным прибором и ротационным вискозиметром.

Характеристика этих масел при температуре 30°С приводится в табл. 1.

Из табл. 1 следует, что только масло ВАПОР обладает как статическим, так и динамическим напряжением сдвига и структурной вязкостью.

Как видно из табл. 1 динамическое напряжение сдвига и структурная вязкость ВАПОРа высокие. Поскольку для проведения серии опытов необходимо было иметь разные значения динамического напряжения сдвига и структурной вязкости подопытного масла, то к маслу ВАПОР добавлялось масло брайтсток в различных весовых соотношениях и определялись структурно-механические свойства полученных смесей. Согласно этим значениям динамического напряжения

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-рија зијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

Б. И. СУЛТАНОВ

О ФИЛЬТРАЦИИ ВЯЗКО-ПЛАСТИЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Как известно, нефти многих месторождений Советского Союза, в том числе некоторых пластов залежей Азербайджана, содержат парафин. В зависимости от процента содержания парафина и пластовой температуры, нефти обладают структурно-механическими (структурная вязкость, предельное напряжение сдвига) свойствами и ведут себя как вязко-пластичные жидкости, движение которых в пористой среде отличается от движения ньютоновских жидкостей.

Изучение фильтрации вязко-пластичных жидкостей в пористой среде необходимо для определения коэффициента нефтеотдачи пластов, установления закономерностей поступления нефти к забою скважин и проведения ряда других гидродинамических расчетов.

Многими авторами изучалось течение в трубах различных вязкопластичных суспензий и смазок. Гейман М. А., Фридман Р. А. [1] экспериментально исследовали вытеснение парафинистой (ромашкинской) нефти из несцементированных песков при низких температурах и проницаемости пористой среды равной 20 *дарси*. В литературе, насколько нам известно, не было указано на какие-либо другие исследования, посвященные вопросу течения вязко-пластичных жидкостей в пористой среде. Между тем вопрос этот представляет определенный интерес. По этой причине нами проведен ряд экспериментальных исследований в лаборатории физики пласта и нефтеотдачи АзНИИ ДН. Некоторые результаты этих исследований приводятся в настоящей статье.

Для выбора вязко-пластичной жидкости предварительно исследовался ряд масел, структурно-механические свойства которых определялись специальным прибором и ротационным вискозиметром.

Характеристика этих масел при температуре 30°С приводится в табл. 1.

Из табл. 1 следует, что только масло ВАПОР обладает как статическим, так и динамическим напряжением сдвига и структурной вязкостью.

Как видно из табл. 1 динамическое напряжение сдвига и структурная вязкость ВАПОРа высокие. Поскольку для проведения серии опытов необходимо было иметь разные значения динамического напряжения сдвига и структурной вязкости подопытного масла, то к маслу ВАПОР добавлялось масло брайтсток в различных весовых соотношениях и определялись структурно-механические свойства полученных смесей. Согласно этим значениям динамического напряжения

Таблица 1

Наименование масел	Удельный вес, *гр/см³*	Напряжение сдвига, *дина/см²*		Структурная вязкость, *сантипуазы*
		статическое	динамическое	
МК-22	0,89	0	0	0
Брайтсток	0,900	0	0	0
ВАПОР	0,905	59	—1600	2530

сдвига, для опытов были подготовлены смеси масел при следующих весовых соотношениях:

I серия ВАПОР—90%, брайтсток 10%;
II серия ВАПОР—75%, брайтсток 25%;
III серия ВАПОР—65%, брайтсток 35%.

Структурно-механические свойства выбранных смесей масел для каждой серии опытов, приводятся в табл. 2.

Таблица 2

Наименование и состав сети	Напряжение сдвига, *дина/см²*		Структурная вязкость, *сантипуазы*
	статическое	динамическое	
ВАПОР —90% Брайтсток—10%	49,5	1416	2359
ВАПОР —75% Брайтсток—25%	36,2	1251	2041
ВАПОР —65% Брайтсток—35%	8,5	1151	1570

Для создания пористой среды использовался рыхлый таманский кварцевый песок. Песок предварительно просеивался, промывался, сначала водным раствором соляной кислоты, а затем дистилированной водой. После этого он просушивался в термостате при ~100°С и определялись его механический состав и удельный вес. Перед использованием в опытах песок предварительно просеивался в целях разрушения возможно образовавшихся агрегатов при просушивании.

Гранулометрический состав песка после его обработки дается в табл. 3.

Таблица 3

Наименование песка	Механический состав				Удельный вес, *гр/см³*
	⩾0,25 *мм*	0,25÷0,1 *мм*	0,1÷0,01 *мм*	<0,1 *мм*	
Кварцевый—таманский	10,7	84,1	3,8	1,4	2,66

Из указанного песка отделялась фракция менее 0,2 *мм*, которая затем в различных пропорциях перемешивалась исходным песком (табл. 4) для получения необходимых проницаемостей пористой среды.

Внутренняя поверхность экспериментальной колонки была покрыта крупнозернистым песком при помощи клея БФ, что исключало прорыв жидкости вдоль стенок.

На рис. 1 приводится схема экспериментальной установки, сконструированной с целью изучения фильтрации вязко-пластичного масла в пористой среде.

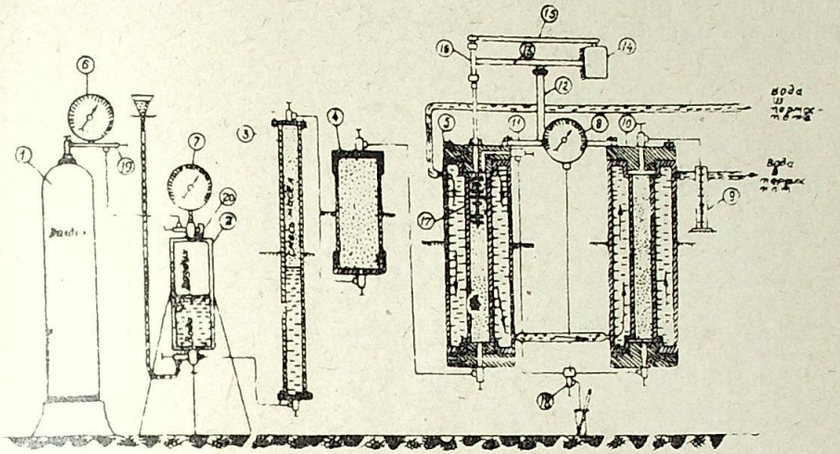


Рис. 1.
Схема экспериментальной установки для изучения фильтрации вязкопластичного масла в пористой среде

Установка состоит: из баллона (1) с воздухом высокого давления (150 *атм*), контейнера (2) для воды, колонок для выбранного масла (3, 4 и 5), трех образцовых манометров (6, 7 и 8) мерного цилиндра (9) и экспериментальной колонки (10). Установка снабжена приспособлением для разрушения структуры масла в процессе фильтрации (оно прикреплено к фланцу колонок (5 и 10) при помощи болтов). Это приспособление состоит из плиты (11), стойки (12), поперечного стержня (13), электромотора (14), ремня (15), системы подшипников (16) и вала с лопастями (17).

Пористая среда, заключенная в экспериментальной колонке (10) не содержала остаточную воду.

Заполнение колонок (3, 4, 5) маслом производилось при одиовременном их вакуумировании. Пористая среда (10) перед насыщением маслом вакуумировалась в течение 30 *мин*, затем насыщалась под давлением.

Опыты проводились при температуре масла, равной 30°С. Постоянная температура масла в колонах (5, 10) подерживалась при помощи циркулирующейся воды, подогретой в термостате. Температура масла в процессе опыта контролировалась у входа (через вентиль 18) и на выходе экспериментальной колонки.

В течение опыта необходимое давление у входа экспериментальной колонки поддерживалось по показаниям образцового манометра (8) путем регулировки его при помощи вентиля (19) и выпускного краника контейнера (20).

Как было сказано выше, проводились три серии опытов.

Зависимости расхода Q от перепада давления ΔP указанных серий построены на рис. 2, 3 и 4.

Величины отрезка ΔP_0, отсекаемого прямой на оси абсцисс зависит от динамического напряжения сдвига $\tau_д$, воздухопроницаемости пористой среды κ и от длины экспериментальной колонки l. Тогда физическое уравнение примет вид: $\Delta P_0 = \Delta P_0(\tau_д, \kappa, l)$ (1)

В (1) безусловно не учтены все факторы, влияющие на величину ΔP_0, в частности не учтена структура пористой среды. Полагаем, что при прочих равных условиях величина ΔP_0 изменится прямо пропорционально изменению l.

$$\text{При этом } \frac{\Delta P_0}{l} = f(\tau_д, \kappa) \qquad (2)$$

На основание n теоремы число безразмерных параметров равно 1.

$$\text{Следовательно } \frac{\Delta P_0 \cdot \sqrt{\kappa}}{\tau_д \cdot l} = \alpha = \text{const} \qquad (3)$$

Значение α и ΔP_0 по сериям опытов приводится в табл. 4

Таблица 4

№ серии опытов	Наименование и состав смеси	Номер колонки	Воздухопроницаемость, *дарси*	Значение ΔP_0, *атм*	Значение коэффициента α, безразмерная
1	ВАПОР —90% Брайтсток—10%	2	6,81	5,3	162 10^{-4}
		4	9,38	4,75	170 10^{-4}
2	ВАПОР —75% Брайтсток—25%	1	5,575	5,5	172 10^{-4}
		2	8,97	4,22	168 10^{-4}
		4	12,5	3,55	167 10^{-4}
3	ВАПОР —65% Брайтсток—35%	3	5,582	4,65	162 10^{-4}
		6	8,97	3,75	166 10^{-4}
		8	12,44	3,3	172 10^{-4}

На основании вышеизложенного, а также принимая во внимание полученную прямолинейную зависимость $Q = Q(\Delta P)$, закон Дарси для вязкопластичной жидкости запишем в виде:

$$V = \frac{\kappa_1}{\mu} \frac{\Delta P - \Delta P_0}{l} = \frac{\kappa_1 \Delta P}{\mu l} - \frac{\alpha \kappa \tau_д}{\sqrt{\kappa}\,\mu}, \qquad (4)$$

где κ_1—проницаемость пористой среды при фильтрации вязко-пластичной жидкости.

Рассмотрение рисунков 2, 3 и 4 приводит к следующим выводам:

1. Величина давления, выраженная отрезком прямой зависимости $Q = Q(\Delta P)$ на оси абсцисс, расходуется на преодоление сопротивления,

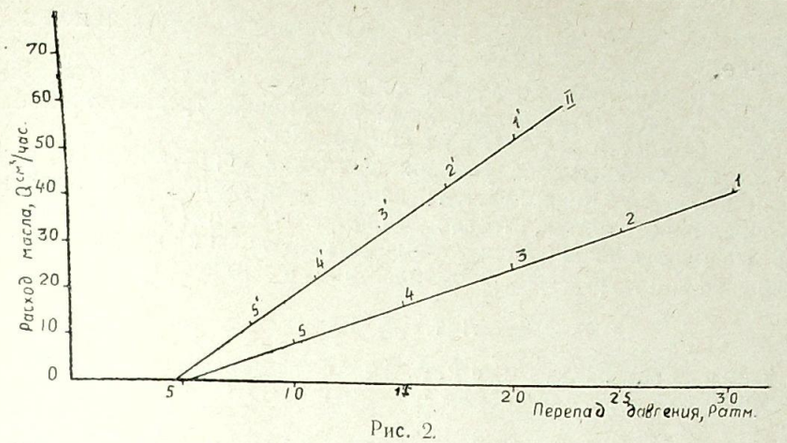


Рис. 2.

Зависимость расхода масел ВАПОР—90% и Брайтсток 10% от перепада давления. Воздухопроницаемость пористой среды опыта I—6,81 и II—9,38 *дарси*

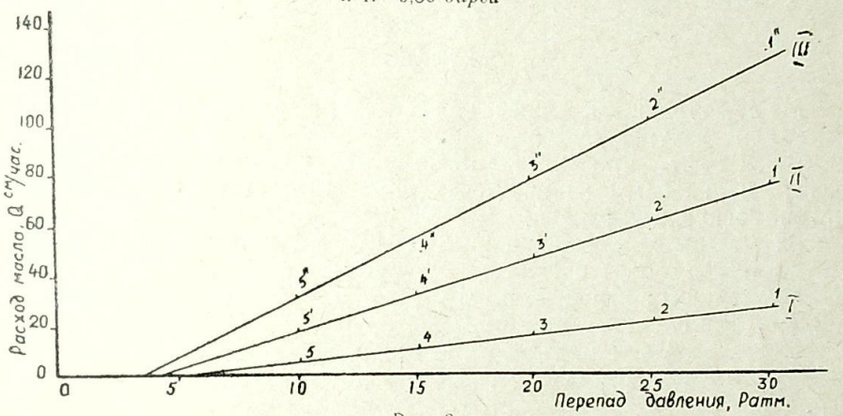


Рис. 3.

Зависимость расхода масел ВАПОР—75% и Брайтсток 25% от перепада давления. Воздухопроницаемость пористой среды опыта I—5,575; II—8,97 и III—12,5 *дарси*

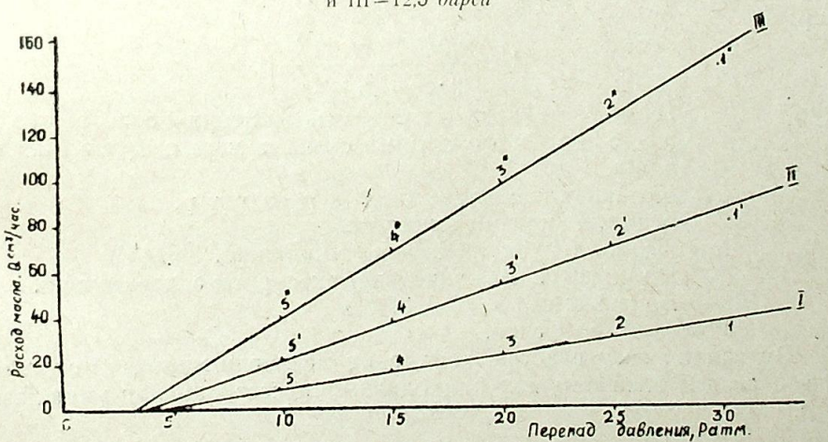


Рис. 4.

Зависимость расхода масел ВАПОР—65% и Брайтсток 35% от перепада давления. Воздухопроницаемость пористой среды опыта I—5,582; II—8,97 и III—12,44 *дарси*

вызываемого динамическим напряжением сдвига масла в данной пористой среде.

2. С уменьшением воздухопроницаемости пористой среды, при неизменном составе масла, увеличивается величина отрезка, отсекаемого прямой зависимости $Q=Q(\Delta P)$ на оси абсцисс.

3. При одинаковых воздухопроницаемостях пористой среды, с увеличением значения динамического напряжения сдвига масла, увеличивается величина отрезка, отсекаемого прямой $Q=Q(\Delta P)$ на оси абсцисс.

4. На основании экспериментальных исследований получен изменений вид закона Дарси для вязко-пластичный жидкостей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гейман М. А., Фридман Р. А. Вытеснение ромашкинской нефти из несцементированных песков при низких температурах. Труды Ин-та нефти АН СССР, т. XI.

Б. И. Султанов

Өзлүлү-пластик маjеләрин мәсамәли мүһитдә сүзүлмәси һаггында

ХҮЛАСӘ

Мә'лумдур ки, өзлү-пластик вә өзлү маjеләрин мәсамәли мүһитдә сүзүлмә ганунлары фәргләнир.

Бә'зи нефт jатагларында нефтин лаj шәраитиндә өзлү-пластик хассәjә малик олмасы онун мәсамәли мүһитдә сүзүлмә ганунларының өjрәнилмәсини зәрури едир.

Бу мәгсәдлә Азәрбаjчан Елми-Тәдгигат Нефтчыхарма Институтуну лаj физикасы лабораториjасында тәчрүбәләр апарылмышдыр.

Мүхтәлиф кечиричили галыг суjу олмаjан мәсамәли мүһит кварс гумларындан һазырланмышдыр.

Өзлүлү маjенин мүхтәлиф динамики сүрүшмә кәркинлиjи ВАПОР вә Брajтсток jағларыны мүхтәлиф фаиздә гатышдырмагла алынмышдыр.

30° температурда апарылан тәчрүбәләр нәтиҹәсиндә өзлү-пластик маjенин мәсамәли мүһитдә сүзүлмәсинин Дарси тәнлиjиндән бир гәдәр фәргли олараг ашағыдакы тәнликлә ифадә олундуғу jәгин едилмишдир:

$$V=\frac{\kappa_1 \Delta P}{\mu \cdot l}-\frac{a\kappa_1 \tau_д}{\sqrt{\kappa}\cdot\mu}$$

Бурада V—мәсамәли мүһитдә өзлү-пластик маjенин һәрәкәт сүр'әти.
κ_1—мәсамәли мүһитдә өзлү-пластик маjенин сүзүлмә кечиричилиjи.
μ—өзлү-пластик маjенин структур өзлүлүjү.
l—мәсамәли мүһитин узунлуғу.
κ—мәсамәли мүһитин һава кечиричилиjи.
$\tau_д$—өзлү-пластик маjенин динамик сүрүшмә кәркинлиjи.
a—өлчүсүз әмсал $a=0{,}0167$
ΔP—тәзjигләр фәрги.

Бу тәнлик өзлү-пластик нефтләрин мәсамәли мүһитдә сүзүлмәси илә әлагәдар олан бир чох һидродинамики һесабламалар үчүн лазымдыр.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-риjазиjjат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

А. Ф. КАСИМОВ, В. М. МЕХТИЕВ

ОБ ОДНОМ СЛУЧАЕ РАЗДЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ДВУХ ВЯЗКИХ ЖИДКОСТЕЙ В ВЕРТИКАЛЬНОЙ КОЛОННЕ КРУГЛЫХ ТРУБ

Новые месторождения вступают в эксплуатацию обычно при условии, когда забойное давление превышает давления насыщение нефти газом ($P_{нас}$). При этом, когда в продукции скважины имеется кроме нефти и вода, то в нижней части скважины до сечения, где P $P_{нас}$ имеет место движение жидкости без свободного газа. Примерно такое же, движение имеет место в насосных скважинах, работающих с ничтожным газовым фактором.

Таким образом, представляет интерес рассмотрение задачи движения двухкомпонентной вязкой жидкости в вертикальной колонне труб (рис. 1) Такое движение возможно при применении „спиральных“ труб, а также специального устройства в нижней части подъемника. Решение этой задачи связано с „подливом“ в скважину менее вязкой жидкости (например, воды) в случае добычи высоковязкой нефти с целью увеличения пропускной способности подъемника, точнее уменьшения потери напора на трение одного из компонентов в скважине (например, нефти) при известной расходной концентрации его, а также вычислить средний удельный вес двухкомпонентной смеси, что связано с определением забойного давления скважины и т. д.

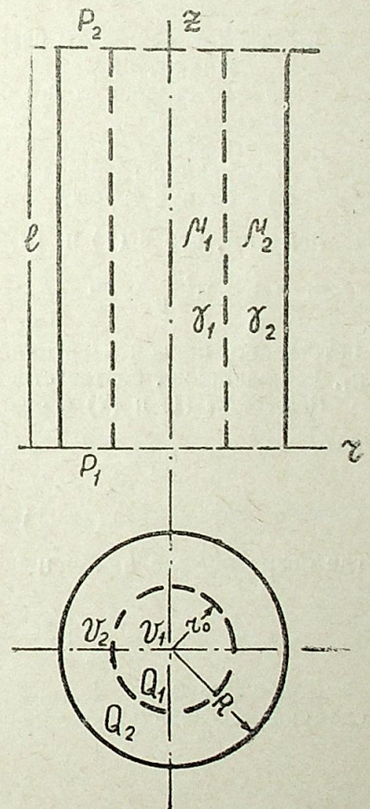


Рис. 1.

При решении указанной задачи предполагается отсутствие перемешивания жидкостей и образование эмульсий; например при нефтедобыче эмульсии как типа нефть—вода, так и типа вода—нефть.

Следует отметить, что раздельному равномерному движению двух вязких жидкостей в открытых каналах и горизонтальных трубопроводах посвящен ряд работ [1, 3, 5, 6 и др]. Заметим, что о применении „спирального" турбопровода, как указывается в [6], встречаются в ряде курсов по гидравлике [2, 4 и др.].

Рассматриваемая задача о параллельном движении двухкомпонентной жидкости решается гидродинамически приближенно, так как считается, что обе жидкости движутся без вращения: влияние концевых эффектов пренебрегается. Кроме того давления на концах труб принимаются постоянными и рассматривается случай, когда обе жидкости движутся ламинарно.

Дифференциальные уравнения установившегося движения вязкой жидкости в цилиндрических координатах в вертикальной круглой трубе для каждого компонента в отдельности имеют вид (рис. 1):

$$\mu_1\left(\frac{d^2v_1}{dr^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{dv_1}{dr}\right)=\frac{dp}{dz}\quad 0\leqslant r\leqslant r_0 \tag{1}$$

$$\mu_2\left(\frac{d^2v_2}{dr^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{dv_2}{dr}\right)=\frac{dp}{dz}\quad r_0\leqslant r\leqslant R, \tag{2}$$

где v_1, v_2 — скорости движения, соответственно, первой и второй жидкости;

μ_1, μ_2 — коэффициенты вязкости, соответственно, первой и второй жидкости;

r — расстояние точки от оси трубы;

p — давление;

z — расстояние точки от начала трубопровода;

r_0 — радиус границы раздела двух жидкостей;

R — радиус трубы.

Заметим, что в (1) и (2) значение $\frac{dp}{dz}$ соответственно равно: $-\frac{p_1-p_2-\gamma_1 l}{l}$ и $-\frac{p_1-p_2-\gamma_2 l}{l}$ (здесь γ_1, γ_2 — удельный вес, соответственно, первой и второй жидкости; l — длина колонны труб; p_1, p_2 — давление, соответственно, в начале и в конце колонны труб).

Решением (1) и (2) в безвременных величинах будет:

$$w_1=-\frac{i-\varphi}{\beta}x^2+C_1\ln x+C_2\quad 0\leqslant x\leqslant x_0 \tag{3}$$

$$w_2=-(i-1)x^2+C_3\ln x+C_4\quad x_0\leqslant x\leqslant 1, \tag{4}$$

где безразмерные величины $w=\frac{4\mu_2}{R^2\gamma_2}v$; $i=\frac{p_1-p_2}{\gamma_2 l}$;

$$\varphi=\frac{\gamma_1}{\gamma_2};\ \beta=\frac{\mu_1}{\mu_2};\quad x=\frac{r}{R};\quad x_0=\frac{r_0}{R}.$$

Для определения интегральных постоянных C_1, C_2, C_3 и C_4 имеем следующие граничные условия:

$$w_1(0)\neq\infty \tag{5}$$

$$w_2(1)=0 \tag{6}$$

$$\beta\frac{dw_1(x_0)}{dx}=\frac{dw_2(x_0)}{dx} \tag{7}$$

$$w_1(x_0)=w(x_0) \tag{8}$$

Условие (5) дает $C_1=0$; на основе условия (6) имеем $C_4=i-1$. Далее условие (7) приводит к следующему выражению:

$$-2(i-\varphi)x_0=-2(i-1)x_0+\frac{C_3}{x_0},$$

откуда

$$C_3=-2(1-\varphi)x_0^2.$$

Зная C_1, C_3 и C_4, на основе (8) имеем:

$$-\frac{i-\varphi}{\beta}x_0^2+C_2=-(i-1)x_0^2-2(1-\varphi)x_0^2\ln x_0+i-1,$$

откуда

$$C_2=i-1-\left((i-1-\frac{i-\varphi}{\beta}\right)x_0^2-2(1-\varphi)x_0^2\ln x_0.$$

Подставляя значения интегральных постоянных в (3) и (4), получим:

$$w_1=\frac{i-\varphi}{\beta}(x_0^2-x^2)+(i-1)(1-x_0^2)-2(1-\varphi)x_0^2\ln x_0\quad 0\leqslant x\leqslant x_0 \tag{9}$$

$$w_2=(i-1)(1-x^2)-2(1-\varphi)x_0^2\ln x\quad x_0\leqslant x\leqslant 1. \tag{10}$$

Расходы первой (Q_1) и второй (Q_2) жидкостей определяются на основе (9) и (10) следующим образом:

$$q_1=2\int_0^{x_0}w_1x\,dx$$

$$q_2=2\int_{x_0}^{1}w_2x\,dx,$$

где безразмерный расход $q=\frac{4\mu_2}{\pi R^4\gamma_2}Q$.

Интегрирование последних выражений дают:

$$q_1=\frac{i-\varphi}{2\beta}x_0^4+(i-1)(1-x_0^2)x_0^2-2(1-\varphi)x_0^4\ln x_0 \tag{11}$$

$$q_2=\frac{i-1}{2}(1-x_0^2)^2+(1-\varphi)[x_0^2-(1-2\ln x_0)x_0^4] \tag{12}$$

При заданной расходной концентрации компонентов $C_0=\frac{q_1}{q_2}$ радиус границы раздела x_0 может быть найден из (11) и (12):

$$C_0=\frac{q_1}{q_2}=\frac{1}{\beta}\cdot\frac{(i-\varphi)x_0^4+2\beta(i-1)(1-x_0^2)x_0^2-4\beta(1-\varphi)x_0^4\ln x_0}{(i-1)(1-x_0^2)^2+2(1-\varphi)[x_0^2-(1-2\ln x_0)x_0^4]} \tag{13}$$

или

$$\left[2+C_0-\frac{1}{\beta}\cdot\frac{i-\varphi}{i-1}-C_0 2\frac{1-\varphi}{i-1}+4\cdot\frac{(C_0+1)(1-\varphi)}{i-1}\ln x_0\right]x_0^4-2\left(C_0+1-C_0\frac{1-\varphi}{i-1}\right)x_0^2+C_0=0 \tag{14}$$

Заметим, что при эксплуатации нефтяных скважин C_0 представляет собою отношение суточной добычи нефти к суточной добыче воды.

При $\varphi=1$, т. е. $\gamma_1=\gamma_2$, трансцендентное уравнение (14) превращается в выражение для определения x_0, полученное В. И. Черникиным [6].

В качестве иллюстрации применения полученных нами выражений покажем на конкретном примере изменения объемной концентрации нефти в скважине. Под объемной концентрацией подразумевается отношение объемов жидкостей в элементарном объеме трубы и определяется следующим образом:

$$C_z=\frac{x_0^2}{1-x_0^2}. \qquad (15)$$

Из (14) и (15) следует, что объемная концентрация зависит, как от расходной концентрации, так и от физико-механических свойств лифтируемых жидкостей, гидравлического уклона, размера труб и др. В качестве примера на рис. 2 и 3 представлены результаты расчетов по определению C_z в зависимости от C_0 и i для нефтей месторождений

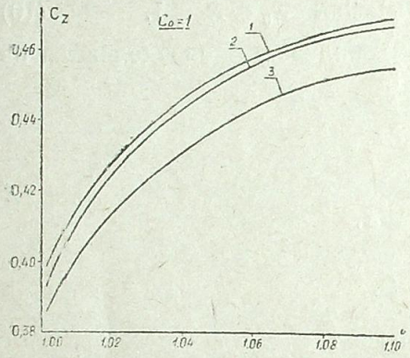


Рис. 2.

1—месторождение Кюровдаг; *2*—месторождение Нефтечала; *3*—месторождение Нефтяные Камни

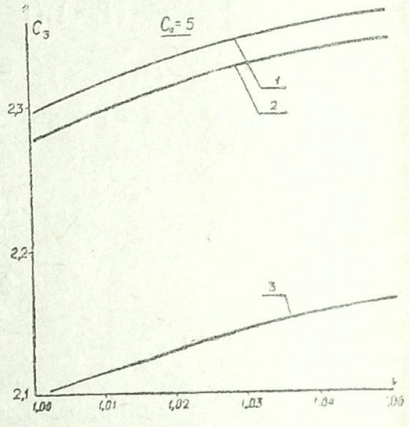


Рис. 3.

1—месторождение Нефтечала; *2*—месторождение Кюровдаг; *3*—месторождение Нефтяные Камни

Нефтяные Камни, Кюровдаг и Нефтечала для случая совместного движения их с водою. Значение β и φ для этих нефтей таковы:

Нефть месторождения Нефтяные Камни $\beta=11{,}2$; $\varphi=0{,}8977$;
" " Кюровдаг $\beta=41{,}0$; $\varphi=0{,}9182$;.
" " Нефтечала $\beta=60{,}96$; $\varphi=0{,}9048$.

Как видно из рисунков значение C_z резко отличается от C_0. При том с увеличением i оно увеличивается, но до определенного предела.

При решении конкретных примеров, определив C_0 следует выяснить режимы течения каждого компонента в отдельности. Ибо, на практике компоненты могут двигаться при различных режимах, например, вода при леминарном, а нефть—турбулентном режиме движения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мирзаджанзаде А. Х. Вопросы гидродинамики вязкопластичных и вязких жидкостей в нефтедобыче. Азернефтнешр, 1959.
2. Притула А. Ф., Притула В. А. Транспорт нефти, нефтяных продуктов и газа, ч. II, М-Л, 1937.
3. Телетов С. Г. „ДАН СССР", т. 1, 1956, № 3.
4. Форхгеймер Ф. Гидравлика М-Л, 1935.
5. Чарный И. А. Инженерный сборник, т. IX, 1951.
6. Черникин В. И. Тр. МНИ им. акад. И. М. Губкина, вып. 9, Гостоптехиздат, 1949.

Ə. Ф. Гасымов, В. М. Мећдијев

Ики өзлү мајенин шагули даирәви бору кәмәриндә јанашы ћәрәкәтинә даир

ХҮЛАСӘ

Јени нефт јатаглары истисмара, адәтән, фантан үсулу илә башланыр вә гујудиби тәзјиг газын нефтдә там ћәллолма тәзјигиндән јүксәк олур. Бу ћалда гујунун дибинә тәрәф ћиссәсиндә газсыз мајенин ћәрәкәтинә раст кәлинир. Әкәр гујү нефтлә бәрабәр су да верирсә, демәли, икикомпонентли маје ахымы мејдана чыхыр. Бу чүр ахыма чүз'и газы олан дәринлик насосу гујуларында да раст кәлинир. Буна көрә икикомпонентли өзлү мајенин шагули боруда ћәрәкәтинин тәдгиги тәкчә нәзәри дејил, ћәм дә әмәли әћәмијјәтә маликдир.

Мәгаләдә ламинар режимли ахымын тәдгигиндән бәћс едилмишдир. Ћәр ики мајенин ћәрәкәти үчүн ајрыча јазылмыш диференсиал тәнлијин ћәлли, компонентләрдән ћәр ћансы бириниn сәрфи гатылылығы (C_0) мә'лум олдугда, онун ћәчми гатылылығыны (C_z) тапмаға, ћәмчинин маје гарышығының орта хүсуси чәкисини тә'јин етмәјә имкан верир. Бу исә мәсәлән, гујудиби тәзјигин тапылмасы илә әлагәдардыр.

Мәсәләнин ћәллинә әсасән ахымдакы мајеләрин ћәр биринин сәрфи үчүн мүвафиг (11) вә (12) ифадәләри алынмышдыр. Мајеләрин сәрфи гатылылығы мә'лум оларса, ћәр ики мајенин ајрылма сәрћәддинин радиусуну тапмаға имкан верир. Бунун үчүн (14) трансендент ифадәсини C_z-ә нәзәрән ћәлл етмәк лазым кәлир. Бу исә ћәчми гатылылығы (15) ифадәсинә әсасән тапмаға имкан верир.

Мәсәләнин ћәллинин әмәли тәтбигини көстәрмәк мәгсәди илә Нефтдашлары, Кировдаг вә Нефтчала јатагларында раст кәлән нефтләрә даир ћесаблама апарылмышдыр. Ћесабламанын нәтичәси көстәрир ки, ћәчми гатылылыг сәрфи гатылылыгдан хејли фәргләнир,—аз олур, вә мүәјјән гәдәдә дәјишир.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-рјазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

Р. Э. ГУСЕЙНОВ

ХРОМОСФЕРНАЯ ВСПЫШКА 29 МАРТА 1960 г. И О ЕЕ СВЯЗИ С ГРУППОЙ СОЛНЕЧНЫХ ПЯТЕН

29 марта 1960 г. в интервале времени с $06^h52^m UT$ по $09^h40^m UT$ на хромосферной трубе хромосферно-фотосферного телескопа Шемахинской астрофизической обсерватории АН Азербайджанской ССР наблюдалась яркая вспышка бала 2^+ (рис. 1). Наблюдение проводилось в линии H_α с помощью интерференционного-поляризационного фильтра с шириною полосы пропускания в 0,5 Å.

Хотя обычно хромосферные вспышки появляются в зоне пятен или факельных площадок, наблюденная нами вспышка интересна тем, что она появилась над очень активной группой солнечных пятен и обнаружила довольно явную связь с этой активной группой вообще и ее отдельными пятнами в частности (на это обстоятельство мы обратили особое внимание после сообщения М. Н. Гневышева на расширенном пленуме КИСО в Киеве об указанной группе солнечных пятен).

Первое пятно будущей большой группы появилось на фотогелиограмме, полученной нами 27 марта. Из фотогелиограммы за 26 марта можно было ожидать появление большой группы пятен, так как в будущем районе группы в тот день был очень заметен аномально яркий факельный очаг [1]. На рис. 2 даны фотогелиограммы, полученные нами 27. III, 29. III. 30. III, 31. III и 1, IV—1960 г.

Хотя из-за непогоды нельзя было получить фотогелиограммы за 28. III и после 1. IV, из хода развития и структуры группы видно, что эта группа должна проходить через все восемь классов, введенных Вальдмайером классификацией [1]. Из рис. 2 видно, что группа пятен имеет удивительный темп развития.

Некоторые данные об этой группе представлены в табл. 1. На рис. 3 изображено изменение площадей отдельных пятен и всей группы, выраженных в миллионных долях солнечного диска. На рисунке по оси абсцисс отложено время (UT) получения фотогелиограмм в долях суток, по оси ординат площадь в миллионных долях солнечного диска.

Обозначения I, II, III, IV относятся к отдельным пятнам группы, ломанная без обозначения относится к изменению площади всей группы со временем. Из рисунка видно, с какой большой скоростью изменяется площадь группы. Хотя фотогелиограмма после 1/IV не получена, однако из рис. 3 видно, что между двумя последними днями площадь начинает спадать.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 5

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 5

Р. Э. ГУСЕЙНОВ

ХРОМОСФЕРНАЯ ВСПЫШКА 29 МАРТА 1960 г. И О ЕЕ СВЯЗИ С ГРУППОЙ СОЛНЕЧНЫХ ПЯТЕН

29 марта 1960 г. в интервале времени с $06^h52^m UT$ по $09^h40^m UT$ на хромосферной трубе хромосферно-фотосферного телескопа Шемахинской астрофизической обсерватории АН Азербайджанской ССР наблюдалась яркая вспышка бала 2^+ (рис. 1). Наблюдение проводилось в линии H_α с помощью интерференционного-поляризационного фильтра с шириною полосы пропускания в 0,5 $\mathring{A}$.

Хотя обычно хромосферные вспышки появляются в зоне пятен или факельных площадок, наблюденная нами вспышка интересна тем, что она появилась над очень активной группой солнечных пятен и обнаружила довольно явную связь с этой активной группой вообще и ее отдельными пятнами в частности (на это обстоятельство мы обратили особое внимание после сообщения М. Н. Гневышева на расширенном пленуме КИСО в Киеве об указанной группе солнечных пятен).

Первое пятно будущей большой группы появилось на фотогелиограмме, полученной нами 27 марта. Из фотогелиограммы за 26 марта можно было ожидать появление большой группы пятен, так как в будущем районе группы в тот день был очень заметен аномально яркий факельный очаг [1]. На рис. 2 даны фотогелиограммы, полученные нами 27. III, 29. III. 30. III, 31. III и 1, IV—1960 г.

Хотя из-за непогоды нельзя было получить фотогелиограммы за 28. III и после 1. IV, из хода развития и структуры группы видно, что эта группа должна проходить через все восемь классов, введенных Вальдмайером классификацией [1]. Из рис. 2 видно, что группа пятен имеет удивительный темп развития.

Некоторые данные об этой группе представлены в табл. 1. На рис. 3 изображено изменение площадей отдельных пятен и всей группы, выраженных в миллионных долях солнечного диска. На рисунке по оси абсцисс отложено время (UT) получения фотогелиограмм в долях суток, по оси ординат площадь в миллионных долях солнечного диска.

Обозначения I, II, III, IV относятся к отдельным пятнам группы, ломанная без обозначения относится к изменению площади всей группы со временем. Из рисунка видно, с какой большой скоростью изменяется площадь группы. Хотя фотогелиограмма после 1/IV не получена, однако из рис. 3 видно, что между двумя последними днями площадь начинает спадать.

Кинематографирование вспышки велось на стандартной 35 *мм* панхроматической фотопленке высокой чувствительности (1200 единиц по ГОСТ).

Скорости съемки были различные—2 и 4 кадра в минуту. Для стандартизации впечатывался семиступенчатый ослабитель, с плотностями от 0 до 1,0,

Измерение интенсивности отдельных узлов вспышки производилось на микрофотометре МФ-2. Фотометрические измерения дали ход изменения интенсивности узлов вспышки со временем.

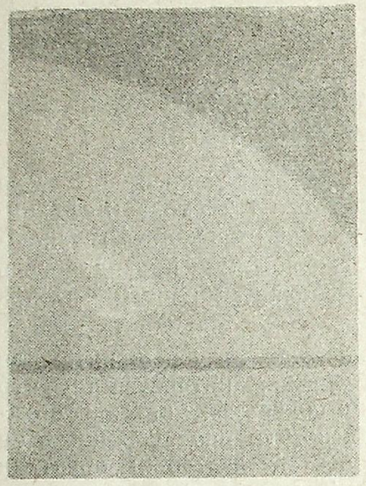


Рис. 1

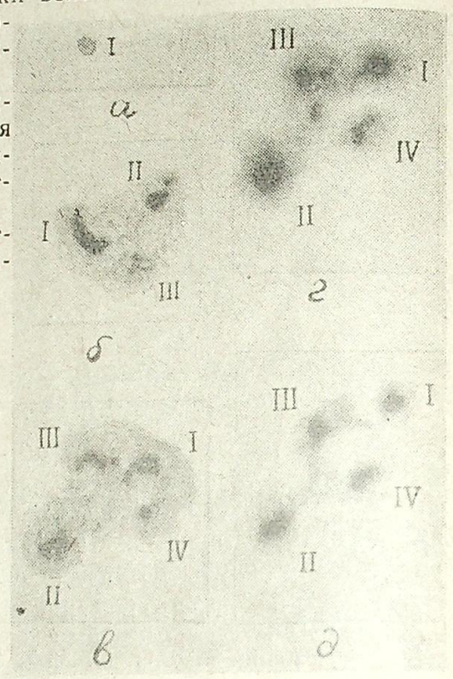


Рис. 2.
а—27/III. $06^h\,55^m$; *б*—28/III. $05^h\,26^m$;
в—30/III. $06^h\,20^m$; *г*—31/III. $05^h\,20^m$;
д—1/IV. $08^h\,26^m$

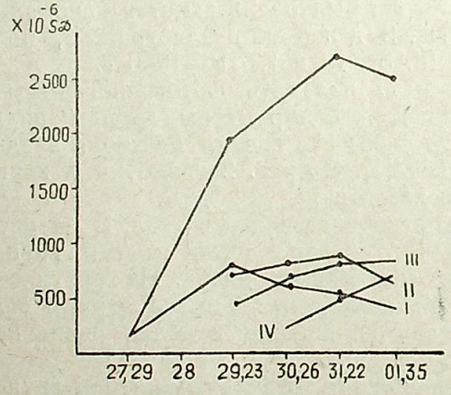


Рис. 3.

Частота фотометрических измерений была выбрана в соответствии с характером развития узлов и качеством изображений.

Площади узлов, выраженные в единицах $0{,}5\cdot10^{-6}\,SD$ (площади солнечного диска) измерялись на тех кадрах, на которых производились измерения интенсивностей этих же узлов.

Измерялись два узла вспышки.

Ход развития узлов вспышки по интенсивности и площади изображен на рисунках 4 и 5, где по оси абсцисс отложено время, общее для обеих кривых, по оси ординат шкала интенсивностей узла вспышки (отношение интенсивности вспышки к интенсивности невозмущенной хромосферы на том же расстоянии от

центра диска и в той же полосе пропускания фильтра, центрированной на линии H_α)—слева, а шкала площадей этого же узла—справа.

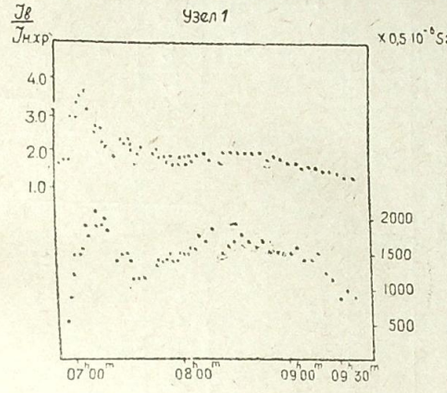


Рис. 4

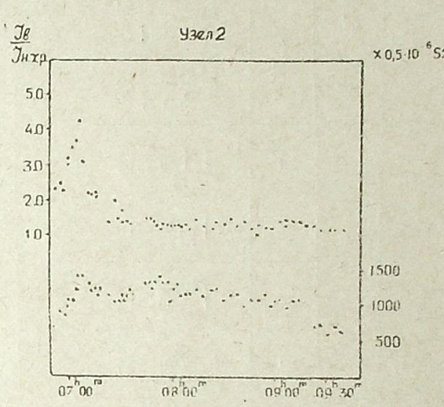


Рис. 5.

Для каждого узла кривая (ход) интенсивности дается над кривой (ходом) площадей.

Из рисунков 4 и 5 видно, что для обоих узлов моменты максимума яркости совпадают (07^h07^m, т. е. через 15^m после появления вспышки); в максимуме яркости для первого узла $\frac{J_в}{J_{н.хр.}} = 3{,}6$, а для второго 4,3; но первый узел более протяжен, чем второй.

Из хода изменений яркости второго узла видно, что вспышка появилась почти внезапно $\left(\text{в момент появления вспышки } \frac{J_в}{J_{н.хр.}} = 2{,}3\right)$. После максимума яркости начался отлогий спад интенсивностей обоих узлов с наложением значительных флюктуаций яркости на ветвь спада, что характерно для развития вспышек. Из рисунков 4 и 5 можно видеть хорошее согласие ходов изменения интенсивностей и площадей, что также характерно для развития вспышек.

Нужно отметить, что кроме указанных двух узлов вспыхивали один за другим отдельные участки вспышки.

Теперь несколько слов о связи этой вспышки с группой пятен. С этой целью в табл. 2 даны координаты обоих узлов и центра вспышки, измеренные в момент максимума яркости. Рассмотрение таблиц 1 и 2 и сравнение координат узлов центра вспышки с координатами пятен группы показывает, что вспышка появилась над районом этой группы. Причем из сравнения координат центра вспышки с координатами третьего по нумерации пятна, видно их хорошее согласие. Имеется также хорошее согласие координат второго узла вспышки и второго пятна группы.

С другой стороны из табл. 1 и рис. 3 видно характерное изменение площади пятен II и III.

Из этой таблицы и графика видим, что в момент появления вспышки оба пятна находятся на стадии развития.

Известно, что частота F появления хромосферных вспышек на одну группу пятен зависит от хода развития этой группы пятен следующим образом [2]:

Таблица 1

Дата наблюдения	Время получения фотогелиограмм	S_d				ΣS_d	φ				λ				L				φ	λ	L
		I	II	III	IV		I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV	Центра группы		
27.III.60	06^h55^m	133	—	—	—	133	+12°	—	—	—	−60°	—	—	—	126°	—	—	—	+12°	−69°	186°
29.III.60	05 26	796	707	442	—	1945	+12	+10°	+13°	—	−33	−28°	−31°	—	127	131°	129°	—	+12	−31	160
30.III.60	06 20	619	796	663	221	2299	+12	+10	+13	+09°	−20	−13	−17	−18°	127	129	130	134°	+12	−17	147
31.III.60	05 20	530	884	796	486	2696	+12	+10	+13	+09	−07	00	−04	−05	127	129	130	134	+12	−04	134
01.IV.60	08 26	398	619	812	663	2492	+12	+09	+13	+09	+08	+16	+12	+11	127	130	131	135	+11	+12	119

Таблица 2

Узел 1				Узел 2				Центр вспышки			
φ	λ	L		φ	λ	L		φ	λ	L	
+13°	−33°	126°		+11°	−27°	132°		+13°	−31°	127°	

Таблица 3

Время наблюдения		Момент максимума	Узел 1			Узел 2			Узел 3		
начало	конец		φ	λ	L	φ	λ	L	φ	λ	L
07^h15^m	08^h26^m	07^h31^m	+11°	−02°	131°	+12°	−04°	129°	+09°	°09	133°

$F = A \cdot f\left(\frac{dA}{dt}\right)$, где A—площадь пятна. Отношение F/A достигает минимума, когда площадь пятна стационарна, и имеет наибольшее значение, когда площадь растет наиболее быстро.

Исходя из связи наблюденной нами вспышки с третьим пятном группы и узла со вторым пятном можно полагать, что аналогичная закономерность имеет место и в случае появления одной вспышки в районе группы пятна. А именно, вспышка появляется над теми пятнами данной группы, которые находятся на стадии развития.

Далее известно, что почти на одном и том же месте близ пятна появляется ряд последовательных хромосферных вспышек [2]. Повторные появления хромосферных вспышек в одной и той же группе пятен подтверждаются нижеприводимыми данными табл. 3 о хромосферной вспышке балла 1^+, наблюденной 31 марта 1960 г.

Здесь обращает на себя внимание третье и четвертое пятна, которые 31 марта находились на стадии развития.

В заключение выражаю благодарность А. Г. Гасанализаде, Г. О. Меликову, Л. М. Аваковой и К. И Гусейнову за участие в наблюдениях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вальдмайер М. Результаты и проблемы исследования солнца. ИЛ, 1950.
2. Солнце. Под ред. Дж. Койпера. ИЛ, 1957.

Р. Ə. Hүсејнов

29 март 1960-чы ил хромосфер алышмасы вə бу алышманын Күнəш ləкələри групу илə əлагəси һаггында

ХҮЛАСƏ

Мəгаləдə Шамахы Астрофизика Рəсədханасында мүшаһидə олунан мараглы хромосфер алышмасы вə бу алышма илə Күнəш ləкələри групу вə бу групун ајры-ајры ləкələри арасындакы əлагədən бəһс олунур. Мүшаһидə материаллары хромосфер—фотосфер телескопу васитəсилə əлдə едилмишдир,

Хромосфер алышмасының ики дүјүнүүн инкишаф əјриləри алынмышдыр. Мүəјјəн едилмишдир ки, хромосфер алышмасы вə онун ајры-ајры дүјүнləри ləкələр групунун елə ləкələри илə əлагədардыр ки, онлар алышма баш верən заман инкишаф дөврүнү кечирирлəр. Бундан башга, ејни бир ləкə групу рајонунда тəкрар хромосфер алышмалары јаранмасы һаггында мə'лум мүддəанын доғру олдуғу да мүəјјəн едилмишдир.

Мəгаləдə хромосфер алышмасы олан рајонун спектрогелиограмы, ləкələр групу олан рајонун фотогелиограмлары, үч чədвəл вə үч график верилмишдир.

МҮНДӘРИЧАТ

П. А. Рәһманов. Сәлт мүһитдә еластики телә енинә зәрбәнин арашдырылмасы 3
В. С. Антсиферов. Зәрбә далғалы бирөлчүлү грунтун һәрәкәти һаггында 19
Ә. М. Һәсәнов. Газлы нефтин сүзүлмәсинә даир 29
Т. А. Заманов. Динамик системләрин хәтти фәзалара јерләшдирилмәси . 35
Ә. Ә. Новрузов. Икинчи тәртибли хәтти еллиптик тәнлик үчүн бә'зи кејфијјәт теоремләри һаггында 39
Н. Б. Гәдиров. Сүрүшмә јастыгларындан ахыб кечән јағ тәбәгәсиндә тәзјигләрин пајланмасы мәсәләсинә даир 45
Г. М. Мәммәдов (Хәјјами). l_1 Фәзасында мәһдуд бир нечә матриса һаггында 57
С. Һ. Гурбанов, Г. Т. Һәсәнов. Гују диварына һидродинамик тәзјигин дәјишмәсинә даир 61
Ә. Х. Хәлилов, Ә. П. Мәммәдов. Ренткен шүалары илә һәјәчанландырылмыш бә'зи NaCl-фосфорларын термошүаланмасының тәдгиги 73
Һ. Б. Абдуллајев, Р. Б. Гасымов, М. Ј. Бәкиров, Ј. Н. Нәсиров. Истилијә давамлы селен фотоелементләри 79
Б. Д. Әлијев, Г. М. Әлијев. Селенин истиликкечирмә вә електриккечирмәсинә кадмиум ашгарларынын тә'сири 85
Һ. Ә. Әфәндијев, М. М. Казинетс. Системиндә фаза әмәләкәлмә просесләринин електронографик тәдгиги Cu-Se 91
М. Ј. Ваһабов. Сакит чај сујунда гатышыг тәбии лилләрин чөкмәси . . . 99
И. И. Күлмәммәдов. Автоматик идарәетмә заманы асинхрон мүһәррикин ишәсалма реостаты пилләләринин вә чевиркәч моментинин тә'јини 109
Һ. Ч. Исмајылов. Үчфазлы асинхрон мүһәррикинин конденсатор мүһәррики режиминдә ишләмәси 113
О. Д. Әләкбәров. Чөкүнтүтәмизләјән сифонларын тәтбиги мәсәләсинә даир 119
Б. И. Султанов. Өзлүлү-пластик мајеләрин мәсамәли мүһитдә сүзүлмәси һаггында 125
Ә. Ф. Гасымов, В. М. Меһдијев. Икиөзлү мајенин шагули даирәви бору кәмәриндә јанашы һәрәкәтинә даир 131
Р. Ә. Һүсејнов. 29 март 1960-чы ил. хромосфер алышмасы вә бу алышманын Күнәш ләкәләри групу илә әлагәси һаггында 137

СОДЕРЖАНИЕ

П. А. Рахманов. Исследования поперечного удара по гибкой нити, находящейся в сплошной среде 3
В. С. Анциферов. Одномерные движения грунта с ударными волнами 19
А. М. Гасанов. К теории фильтрации газированной нефти 29
Т. А. Заманов. О вложимости динамических систем в линейные пространства 35
А. А. Новрузов. О некоторых качественных теоремах для линейного эллиптического уравнения второго порядка 39
Н. В. Кадиров. К вопросу о распределении давлений в слое масла, протекающего через подшипники скольжения 45
К. М. Мамедов (Хайями). О некоторых органических матрицах в l_1 . . . 57
С. Г. Гурбанов, Г. Т. Гасанов. Об изменении давления на стенки скважины 61
А. Х. Халилов, А. П. Мамедов. Исследование термовысвечивания некоторых NaCl-фосфоров, возбужденных рентгеновскими лучами 73
Г. Б. Абдуллаев, Р. Б. Гасымов, М. Я. Бакиров, Я. Н. Насиров. Термоустойчивые селеновые фотоэлементы 79
Б. Д. Алиев, Г. М. Алиев. О влиянии примеси кадмия на теплопроводность и электропроводность селена 85
Г. А. Эфендиев, М. М. Казинец. Электронографическое исследование процессов фазообразования в системе Cu-Se 91
М. Ю. Вагабов. Выпадение смеси естественных наносов в стоячей воде 99
И. И. Гюльмамедов. Определение момента переключения ступеней пускового реостата асинхронного двигателя при автоматическом управлении . . 109
И. Д. Исмайлов. Работа трехфазного асинхронного двигателя в режиме конденсаторного 113
О. Д. Алекперов. К вопросу применения сифона в качестве наносоудалителя 119
Б. И. Султанов. О фильтрации вязко-пластичных жидкостей в пористой среде 125
А. Ф. Касимов, В. М. Мехтиев. Об одном случае раздельного движения двух вязких жидкостей в вертикальной колонне круглых труб . . . 131
Р. Э. Гусейнов. Хромосферная вспышка 29 марта 1960 г. и о ее связи с группой солнечных пятен 137

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫ НӘШРИЈЈАТЫ 1960-чы ИЛДӘ АШАҒЫДАКЫ КИТАБЛАРЫ ЧАП ЕДИБ САТЫША БУРАХМЫШДЫР

ИЧТИМАИ ЕЛМЛӘР ҮЗРӘ

Азәрбајчан тарихи (үч чилддә), II чилд. Рус дилиндә. 956 сәһ. Гијмәти 19 м. 10 г. Тиражы 20.000. Чилдли.

Азәрбајчан әдәбијјаты тарихи (үч чилддә), I чилд. Азәрб. дилиндә, 592 сәһ. Гијмәти 19 м. 55 г. Тиражы 20.000. Чилдли.

Азәрбајчан әдәбијјаты тарихи, (үч чилддә), II чилд. Азәрб. дилиндә. 908 сәһ. Гијмәти 26 м. 50 г. Тиражы 20.000. Чилдли.

Сәмәд Вурғун—Әсәрләри (алты чилддә), I чилд. Азәрб. дилиндә. 330 сәһ. Гијмәти 10 м. 35 г. Тиражы 20.000. Чилдли.

Сәмәд Вурғун—Әсәрләри, II чилд, Азәрб. дилиндә. 374 сәһ. Гијмәти 9 м. 40 г. Тиражы 20.000. Чилдли.

Һ. Бајрамов—Мүасир Азәрбајчан дилиндә табесиз мүрәккәб чүмләләр. Азәрб. дилиндә. 122 сәһ. Гијмәти 4 м. Тиражы 1000. Чилдли.

Дилчилик мәчмуәси (Низами адына Әдәбијјат вә дил институтунун Әсәрләри. XIV чилд). Азәрб. вә рус дилләриндә. 168 сәһ. Гијмәти 8 м. 25 г. Тиражы 1000. Чилдли.

Т. Э. Рәсулов—XIX әсрин 90-чы илләриндә В. И. Ленин тәрәфиндән позитивист сосиолокијанын тәнгиди. Рус дилиндә, 175 сәһ. Гијмәти 7 м. 75 г. Тиражы 1000. Чилдли.

Зијәддин Көјүшов—Азәрбајчан маарифчиләринин етик көрүшләри. Азәрб. дилиндә. 212 сәһ. Гијмәти 10 м. 50 г. Тиражы 1000. Чилдли.

Э. К. Әләкбәров—Азәрбајчан археолокијасы вә етнографијасына даир тәдгигатлар. Рус дилиндә. 250 сәһ. Гијмәти 11 м. 45 г. Тиражы 5000. Чилдли.

М. Э. Исмајылов—XX әсрин әввәлләриндә Азәрбајчанын кәнд тәсәррүфаты. Азәрб. дилиндә. 240 сәһ. Гијмәти 12 м. Тиражы 1000. Чилдли.

Р. Һүсејнов—Сурија мәнбәләри Азәрбајчан һаггында. Рус дилиндә. 181 сәһ. Гијмәти 8 м. 90 г. Тиражы 1000. Чилдли.

П. Э. Әзизбәјова—1920—1923-чү илләрдә Азәрбајчанда сосиализм гуручулуғуна В. И. Ленинин рәһбәрлији. Рус дилиндә. 267 сәһ. Гијмәти 11 м. Тиражы 2000. Чилдли.

Азәрбајчан ССР-ин 40 иллији (мәгаләләр мәчмуәси). Азәрб. вә рус дилләриндә. 392 сәһ. Гијмәти 23 м. 70 г. Тиражы 2000. Чилдли.

Тариҳ институтунун Әсәрләри, XIV чилд. Азәрб. вә рус дилләриндә. 161 сәһ. Гијмәти 8 м. 70 г. Тиражы 500. Чилдли.

Фәлсәфә бөлмәсинин Әсәрләри, II чилд. Азәрб. вә рус дилләриндә. 119 сәһ. Гијмәти 8 м. 70 г. Тиражы 500. Чилдли.

Ч. Т. Әһмәдли—Азадлыг вә зәрурәт. Рус дилиндә. 166 сәһ. Гијмәти 8 м. 60 г. Тиражы 1000. Чилдли.

Әли Әждәр Сәидзадә—Хачатур Абовјан вә XIX әсрдә Азәрбајчанын габагчыл нүмајәндәләри илә онун әлагәләри. Рус дилиндә. 100 сәһ. Гијмәти 3 м. 30 г. Тиражы 1000. Чилдли.

Б. С. Гурбанов—Бакы фәһләләринин Азәрбајчан кәндинә һамилик көмәји. Азәрб. дилиндә. 176 сәһ. Гијмәти 9 м. 15 г. Тиражы 3000. Чилдли.

Э. Рәһмани—Тарих-и аләм арај-и Аббаси Азәрбајчан тарих мәнбәи кими. Рус дилиндә. 192 сәһ. Гијмәти 9 м. 65 г. Тиражы 500. Чилдли.

Азәрбајчан тарихинә даир материаллар (Азәрбајчан тарихи Музејинин Әсәрләри, III чилд). Азәрб. вә рус дилләриндә. 174 сәһ. Гијмәти 8 м. Тиражы 500. Чилдли.

Г. Мусабәјов—Сечилмиш мәгаләләр вә нитгләри (ики чилддә, I чилд). Рус дилиндә. 198 сәһ. Гијмәти 5 ман. Тиражы 1500. Чилдли.

БИОЛОКИЈА ВӘ КӘНД ТӘСӘРРҮФАТЫ ЕЛМЛӘРИ ҮЗРӘ

Мир Әли Ахундов—Фактлар милјонери Чарлз Дарвин. Азәрб. дилиндә, 115 сәһ. Гијмәти 1 м. 8 г. Тиражы 1000. Чилдли.

В. Х. Тутајук—Чохчичәкли чичәкләрин гурулушу. Рус дилиндә. 227 сәһ. Гијмәти 12 м. 20 г. Тиражы 500. Чилдли.

Б. З. Һүсејнов—Абшеронун ағач чинсләринин гураглыға давамлылығы. Азәрб. дилиндә. 220 сәһ. Гијмәти 15 м. 65 г. Тиражы 500. Чилдли.

В. И. Уљанишшев—Азәрбајчанын микофлорасы, III чилд. Рус дилиндә. 253 сәһ. Гијмәти 15 м. 60 г. Тиражы 500. Чилдли.

А. И. Гарајев—Фагоситозун физиолокијасы. Азәрб. дилиндә. 147 сәһ. Гијмәти 7 м. 60 г. Тиражы 500. Чилдли.

С. Р. Асланов—Иннаб. Азәрб. дилиндә. 45 сәһ. Гијмәти 70 г. Тиражы 850.

Ботаника институтунун Әсәрләри. XXII чилд. Азәрб. вә рус дилләриндә. 132 сәһ. Гијмәти 9 м. 10 г. Тиражы 500. Чилдли.

Физиолокија мәсәләләри (физиолокија бөлмәсинин Әсәрләри, III чилд). Азәрб. вә рус дилләриндә. 118 сәһ. Гијмәти 8 м. 90 г. Тиражы 500. Чилдли.

Зоолокија институтунун Әсәрләри, XXI чилд. Азәрб. вә рус дилләриндә, 110 сәһ. Гијмәти 8 м. 50 г. Тиражы 500. Чилдли.

Һ. Г. Сејидова, Л. А. Сулакова — Азәрбајчан ССР-ин дағлыг рајонларынын еросијаја уғрамыш торпагларында дәнли биткиләрин мәһсулдарлығына күбрәләрин тә'сири. Азәрб. дилиндә. 37 сәһ. Гијмәти 50 г. Тиражы 1000.

Р. Әлијев—Азәрбајчан флорасы бә'зи биткиләринин ган кәсичи препаратлары. Рус дилиндә. 192 сәһ. Гијмәти 12 м. 20 г. Тиражы 500. Чилдли.

И. М. Ахундзадә—Азәрбајчанда субтропик биткиләрин тәбиәтләшдирилмәси вә иглимләшдирилмәси. Рус дилиндә. 126 сәһ. Гијмәти 6 м. 25 г. Тиражы 600. Чилдли.

Азәрбајчан ССР-дә агрокимја тәдгигатлары (Торпагшүнаслыг вә Агрокимја институтунун Әсәрләри, IX чилд). Азәрб. вә рус дилләриндә. Гијмәти 10 м. 40 г. Тиражы 500. Чилдли.

КЕОЛОКИЈА-ЧОҒРАФИЈА ВӘ КИМЈА ЕЛМЛӘРИ ҮЗРӘ

Ә. Ч. Султанов—Бөјүк Гафгазын чәнуб-шәрг јамачларынын тәбашир чөкүнтүләринин литолокијасы. Рус дилиндә. 242 сәһ. Гијмәти 16 ман. Тиражы 500. Чилдли.

М. Ә. Гашгај—Шуша рајонунун кеоложи-петрографик характеристикасы, минерал булаглары вә фајдалы газынтылары. Рус дилиндә. 200 сәһ. Гијмәти 9 м. 35 г. Тиражы 500. Чилдли.

Азәрбајчан ССР-ин изаһлы чоғрафи адлар лүғәти. Азәрб. дилиндә. 268 сәһ. Гијмәти 4 ман. 65 г. Тиражы 2000. Чилдли.

Чоғрафија институтунун Әсәрләри, IX чилд. 120 сәһ. Гијмәти 9 м. Тиражы 500. Чилдли.

Х. С. Мәммәдов—Калсиум силикатлары вә һидросиликатларынын кристаллокимјасы. 128 сәһ. Гијмәти 6 м. 75 г. Тиражы 500. Чилдли.

ИЗДАТЕЛЬСТВОМ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР В 1960 ГОДУ ВЫПУЩЕНЫ И ПОСТУПИЛИ В ПРОДАЖУ СЛЕДУЮЩИЕ КНИГИ

ПО ОБЩЕСТВЕННЫМ НАУКАМ

История Азербайджана (в трех томах), том II, на русск. яз. 956 стр. Цена 19 р. 10 к. Тираж 20 000 экз. В переплете.

История азербайджанской литературы (в трех томах), том I. На азерб. яз. 592 стр. Цена 19 руб. 55 коп. Тираж 20 000 экз. В переплете.

История азербайджанской литературы, том II. На азерб. яз. 908 стр. Цена 26 р. 50 к. Тираж 20 000 экз. В переплете.

Самед Вургун — Собрание сочинений (в 6 томах), том I. На азерб. яз. 329 стр. Цена 10 руб. 35 коп. Тираж 20 000 экз. В переплете.

Самед Вургун — Собрание сочинений, том II. На азерб. яз. 373 стр. Цена 9 р. 40 к. Тираж 20 000 экз. В переплете.

Г. Байрамов — Сложносочиненные предложения в современном азербайджанском языке. На азерб. яз. 122 стр. Цена 4 р. Тираж 1000 экз. В переплете.

Языковедческий сборник (Труды института литературы и языка им. Низами, том XIV). На азерб. и русск. яз. 168 стр. Цена 8 р. 25 коп. Тираж 1000 экз. В переплете.

Т. А. Расулов — Критика В. И. Лениным позитивистской социологии в 90-е годы XIX в. На русск. яз. 175 стр. Цена 7 р. 75 к. Тираж 1000 экз. В переплете.

З. Геюшев — Этические воззрения азербайджанских просветителей. На азерб. яз. 212 стр. Цена 10 р. 50 к. Тираж 1000 экз. В переплете.

А. К. Алекперов — Исследования по археологии и этнографии Азербайджана. На русс. яз. 250 стр. Цена 11 р. 45 к. Тираж 500 экз. В переплете.

М. А. Исмайлов — Сельское хозяйство Азербайджана в начале XX века. На азерб. яз. 240 стр. Цена 12 р. Тираж 1000 экз. В переплете.

Р. Гусейнов — Сирийские источники об Азербайджане. На русск. яз. 181 стр. Цена 8 р. 90 к. Тираж 1000 экз. В переплете.

П. А. Азизбекова — Руководство В. И. Ленина социалистическим строительством в Азербайджане. На русск. яз. 267 стр. Цена 11 р. Тираж 2000 экз. В переплете.

40-летие Азербайджанской ССР (сборник статей). На азерб. и русск. яз. 392 стр. Цена 23 р. 70 к. Тираж 2000 экз. В переплете.

Труды Института истории, том XIV. На азерб. и русск. яз. 161 стр. Цена 8 р. 70 к. Тираж 500 экз. В переплете.

Труды сектора философии, том II. На азерб. и русск. яз. 119 стр. Цена 8 р. 70 к. Тираж 500 экз. В переплете.

Д. Т. Ахмедли — Свобода и необходимость. На русск. яз. 166 стр. Цена 8 р. 60 к. Тираж 1000 экз. В переплете.

Али-Аждар Сеид-задэ — Хачатур Абовян и его связи с передовыми представителями Азербайджана XIX века. На русск. яз. 100 стр. Цена 3 р. 30 к. Тираж 1000 экз. В переплете.

Б. С. Курбанов — Шефская помощь бакинских рабочих азербайджанской деревне. На азерб. яз. 176 стр. Цена 9 р. 15 к. Тираж 3000 экз. В переплете.

А. А. Рахмани — Тарих-и алам арай-и Аббаси как источник по истории Азербайджана. На русск. яз. 192 стр. Цена 9 р. 65 коп. Тираж 500 экз. В переплете.

Г. Мусабеков — Избранные статьи и речи (в двух томах), том I. На русск. яз. 198 стр. Цена 5 руб. Тираж 1500 экз. В переплете.

ПО БИОЛОГИЧЕСКИМ И СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫМ НАУКАМ

Мир-Али Ахундов — Миллионер фактов Чарльз Дарвин. На азерб. яз. 115 стр. Цена 1 р. 08 к. Тираж 1000 экз. В переплете.

В. Х. Тутаюк — Строение махровых цветков. На русск. яз. 227 стр. Цена 12 р. 20 к. Тираж 500 экз. В переплете.

Б. З. Гусейнов — Физиология засухоустойчивости древесных пород Апшерона, том 1. На азерб. яз. 220 стр. Цена 15 руб. 65 коп. Тираж 500 экз. В переплете.

В. И. Ульянищев — Микофлора Азербайджана. III часть, на русск. яз., 253 стр., Цена 15 р. 60 к. Тираж 500 экз. В переплете.

А. И. Караев — Физиология фагоцитоза. На азерб. яз. 147 стр. Цена 7 р. 60 к. Тираж 500 экз. В переплете.

С. Р. Асланов — Унаби. На азерб. яз. 45 стр. Цена 70 к. Тираж 850 экз.

Труды института ботаники, том XXII. На азерб. и русск. яз. 132 стр. Цена 9 р. 10 к. Тираж 500 экз. В переплете.

Вопросы физиологии (Труды сектора физиологии, том III). На азерб. и русск. яз. 118 стр. Цена 8 р. 90 к. Тираж 500 экз. В переплете.

Труды института зоологии, том XXI. На азерб. и русск. яз., 110 стр. Цена 8 р. 50 к. Тираж 500 экз. В переплете.

Х. Г. Сеидова, Л. А. Сулакова — Применение удобрений под зерновые культуры в горных районах Азербайджанской ССР. На азерб. яз. 37 стр. Цена 50 к. Тираж 1000 экз.

Р. Алиев — Кровеостанавливающие препараты из некоторых растений флоры Азербайджана. На русск. яз. 192 стр. Цена 12 р. 20 к. Тираж 500 экз. В переплете.

И. М. Ахундзаде — Итоги интродукции и перспективы развития субтропических растений в Азербайджане На русск. яз. 126 стр. Цена 6 р. 25 к. Тираж 600 экз. В переплете.

Агрохимическое исследование в Азербайджанской ССР (Труды института почвоведении и агрохимии, том IX). На азерб. и русск. яз. 158 стр. Цена 10 р. 40 к. Тираж 500 экз. В переплете.

ПО ГЕОЛОГО-ГЕОГРАФИЧЕСКИМ И ХИМИЧЕСКИМ НАУКАМ

А. Д. Султанов — Литология меловых отложений юго-восточной части Большого Кавказа. На русск. яз. 212 стр. Цена 16 р. Тираж 500 экз. В переплете.

М.-А. Кашкай — Геолого-петрографическая характеристика, минеральные источники и полезные ископаемые Шушинского района. На русск. яз. 200 стр. Цена 9 р. 25 к. Тираж 500 экз. В переплете

Толковый словарь географических названий Азербайджанской ССР. На азерб. яз. 268 стр. Цена 4 р. 65 к. Тираж 2000 экз. В переплете.

Труды Института географии. том IX. На азерб. и русск. яз. 120 стр. Цена 9 р. Тираж 500 экз. В переплете.

Х. С. Мамедов — Кристаллохимия силикатов и гидросиликатов кальция. На азерб. яз. 128 стр. Цена 6 р. 75 к. Тираж 500 экз. В переплете.

Чапа имзаланмыш 12/XII 1960-чы ил. Кағыз форматы 70×108 1/16. Кағыз вәрәги 4,63. Чап вәрәги 12,67. Нәс.-нәшриjjат вәрәги 11,29. ФГ 12777. Сифариш 450. Тираж 680.

Азәрбаjчан ССР Мәдәниjjәт Назирлиjинин «Гызыл Шәрг» мәтбәәси.
Бакы, Һәзи Асланов күчәси, 80.