П-169

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН

ХӘБӘРЛӘРИ

ИЗВЕСТИЯ

АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ФИЗИКА-РИЈАЗИЈЈАТ ВӘ ТЕХНИКА ЕЛМЛӘРИ СЕРИЈАСЫ

☆

СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ И ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

1

ЦЕНТРАЛЬНАЯ НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА АН Азербайджанской ССР

П-26571

1960

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕА НӘШРИЈЈАТЫ
ИЗДАТЕЛЬСТВО АН АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Бакы — Баку

РЕДАКСИЈА ЬЕЈ'ӘТИ: З. И. Хәлилов (редактор), *С. М. Гулијев* (редактор мүавини), *Ь. Б. Абдуллајев, Ч. М. Чуварлы, И. И. Ибраһимов, А. Ә. Әфәндизадә, Ь. Ф. Султанов.*

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри сериjасы, 1960, № 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 1

Г. М. МӘММӘДОВ (ХӘЈЈАМИ)

МӘХСУСИ ФУНКСИЈАЈА КӨРӘ БИР АСИМПТОТИК АЈРЫЛМА ҺАГГЫНДА

Әввәлчә, операторун мәхсуси функсија вә мәхсуси гиjмәтинин асимптотикасына аид бир нечә нәтичәни jазаг, оператор:

$$-LW \equiv -\left[\frac{d}{dx}\left(p(x)\frac{dW}{dx} - q(x)W\right)\right] \tag{1}$$

сәрһәд шәртләри:

$$W'(0) - hW(0) = 0$$
$$W'(\pi) + HW(\pi) = 0, \tag{2}$$

олсун.

Һәмин (2) сәрһәд шәртләри дахилиндә даһа садә операторун:

$$-L_0 W \equiv -\left[\frac{d^2W}{dx^2} - q(x)W\right], \tag{3}$$

сәрһәд мәсәләсинә бахаг.

(1), (2) сәрһәд мәсәләсини (K) мәсәләси адландыраг.

(3), (2) сәрһәд мәсәләсини дә (K_0) мәсәләси адландыраг.

(K) вә (K_0) мәсәләләринин мәхсуси гиjмәти вә мәхсуси функсијаларынын асимптотикләринә аид ашағыдакы нәтичәләри jазаг.

1. (K) мәсәләсинин мүхтәлиф λ_1 вә λ_2 мәхсуси гиjмәтләринә уjғун олан $y(x,\lambda_1)$ вә $y(x,\lambda_2)$ мәхсуси функсијалары ортогоналдырлар.

(K) мәсәләсинин мәхсуси гиjмәтләри һәгигидир.

2. $\lambda \geqslant 0$ шәрти дахилиндә (K_0) мәсәләсинә бахаг. Тутаг ки, $\lambda = S^2$ вә $h \neq \infty$, $H \neq \infty$;

Онда S-ин бөjүк гиjмәтләри үчүн ашағыдакы шәрт мөвчуддур.

$$-S\sin s\pi + K\cos s\pi + O(1) = 0 \tag{4}$$

Бурада $K = h + H$

Бурадан алыныр ки, n-ин бөjүк гиjмәтләри үчүн ашағыдакы тәнлик доғрудур.

$$S_n = n + O\left(\frac{1}{n}\right) \tag{5}$$

Бурадан

$$\lambda_n = n^2 + O(1) \tag{6}$$

Һәркаһ $q(x)$-ин төрәмәси мәһдуддурса, онда (5)-и даһа дәгиг jазмаг олар вә ашағыдакы тәнлиjи алырыг:

$$S_n = n + \frac{C}{n} + O\left(\frac{1}{n^2}\right) \tag{7}$$

Бурада

$$C = \frac{h + H + h_1}{\pi}$$

$$h_1 = \frac{1}{2}\int_0^{\pi} q(t)dt.$$

Нормаллашмыш мәхсуси функсија үчүн ашағыдакы асимптотика доғрудур.

$$v_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\left\{\cos nx + \frac{\beta_1(x)}{n}\sin nx\right\} + O\left(\frac{1}{n^2}\right) \qquad (8)$$

Бурада

$$\beta_1(x) = -cx + h + \frac{1}{2}\int_0^x q(t)dt$$

Инди исә (8) асимптотикасыны даһа да дәгигләшдирмәклә мәшғул олаг.

(8) формулуну мә'лум олдуғу кими, ашағыдакы гајда илә алырлар (1). (3) операторун тәнлији белә јазылыр:

$$W'' + S^2 W = q(x)W \qquad (9$$

Бурада

$$S^2 = \lambda$$

Сонра да бу тәнлик үчүн:

$$W(0) = 1, \quad W'(0) = h$$

башланғыч шәртләри дахилиндә Коши мәсәләси һәлл олунур.

Бу Коши мәсәләсинин һәлли ашағыдакы шәкли алыр.

$$W(x, \lambda) = \cos sx + \frac{h}{s}\sin sx + \frac{1}{s}\int_0^x \sin s(x-t)q(t)W(t,\lambda)dt \qquad (10)$$

(10)-да алдығымыз ифадә (9) тәнлији вә (2)-нин биринчи шәртини өдәјир.

(2)-нин икинчи шәртини өдәмәк үчүн (4) тәнлији өдәнилмәлидир. Ајдындыр ки, бу шәкилдә тапылмыш (K_0) мәсәләсинин һәлли үмуми олур, чүнки бу һеј'әтә (K_0) мәсәләсинин бүтүн һәлләри дахилдир.

Доғрудан да, тутаг ки:

$$W(0) = a.$$

онда (2)-нин биринчи тәнлијиндән алыныр ки:

$$W'(0) = ah$$

(9) тәнлик вә (2) сәрһәд шәрти бирчинсли олдуғундан $W(x)$ сабит вуруға гәдәр дәгигликлә мүәјјән едилир.

Үмумилијә хәләл кәтирмәдән көтүрмәк олар

$$W(0) = a = 1.$$

Беләликлә, (K_0) мәсәләсинин үмуми һәлли олан (10) алыныр, бурада S, (4) тәнлијин һәллидир.

Сонра да асанлыгла исбат олунур ки, $\lambda \geqslant 0$ олдугда

$$|W(x, \lambda)| \leqslant M$$

Бурада M—сабит (x вә λ-дан асылы олмајан) кәмијјәтдир. (10)-дан алыныр ки,

$$W(x, \lambda) = \cos sx + O\left(\frac{1}{s}\right)$$

бу ахырынчы ифадәни (10)-ун сағ тәрәфиндә $W(t, \lambda)$ јеринә јазаг.

Онда алырыг:

$$W(x, \lambda) = \cos sx + \frac{h}{s}\sin sx + \frac{1}{s}\int_0^x \sin s(x-t)q(t)\left[\cos st + O\left(\frac{1}{s}\right)\right]dt =$$

$$= \cos sx + \frac{h}{s}\sin sx + \frac{1}{s}\int_0^x \sin s(x-t)\cos stq(t)dt + O\left(\frac{1}{s^2}\right) =$$

$$= \cos sx + \frac{h}{s}\sin sx + \frac{\sin sx}{2s}\int_0^x q(t)dt + O\left(\frac{1}{s^2}\right) =$$

$$= \cos sx + \frac{\beta^*(x)}{s}\sin sx + O\left(\frac{1}{s^2}\right) \qquad (11)$$

Бурада

$$\beta^*(x) = h + \frac{1}{2}\int_0^x q(t)dt$$

(7) асимптотикасындан истифадә едәрәк Тејлор формуласына әсасән јазарыг.

$$\cos sx = \cos\left[n + \frac{c}{h} + O\left(\frac{1}{n^2}\right)\right]x = \cos nx - \left[\frac{c}{n} + O\left(\frac{1}{n^2}\right)\right]x \cdot \sin nx + \ldots = \cos nx - \frac{cx\sin nx}{n} + O\left(\frac{1}{n^2}\right)$$

һәмин јолла

$$\sin sx = \sin nx + \frac{cx\cos nx}{n} + O\left(\frac{1}{n^2}\right)$$

Сонра да

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{n + \frac{c}{n} + O\left(\frac{1}{n^2}\right)} = \frac{1}{n} + O\left(\frac{1}{n^2}\right)$$

нәтичә е'тибарилә

$$W(x, \lambda) = \cos nx + \frac{\beta_1(x)\sin nx}{n} + O\left(\frac{1}{n^2}\right),$$

Бурада

$$\beta_1(x) = n - cx + \frac{1}{2}\int_0^x q(t)dt$$

ахырынчы ифадәни нормаллашдырсаг (8) алынар.

Һәркаһ (10)-да $W(x)$-ин јеринә (11) ифадәсини јазсаг даһа дәгиг асимптотик ифадә аларыг.

Бу просеси давам етдирсәк алырыг:

Һәркаһ $q(x)$-ин μ төрәмәси варса вә $q^{\mu}(x)$ мәһдуд функсијадырса, онда

$$s_n = \sum_{l=n}^{\mu} \frac{a_l^{\mu}}{n^l} + O\left(\frac{1}{n^{\mu+1}}\right) \qquad (12)$$

$$V_n(x)=\left(\sum_{l=1}^{\mu}\frac{A_l^{\mu}(x)}{n^{l-1}}\right)\cos nx+\left(\sum_{l=1}^{\mu}\frac{B^{\mu}(x)}{n^l}\right)\sin nx+O\left(\frac{1}{n^{\mu+1}}\right) \quad (13)$$

бурада $a_l^{(\mu)}$—мүәјјән сабит кәмијјәтдир, $A_l^{(\mu)}(x)$, $B_l^{(\mu)}(x)$ — ифадәләри $q(x)$ функсијасы вә онун төрәмәләри илә мүәјјән едилән функсијалардыр[1].

(12) вә (13) формулларыны исбат едәк.

Әввәлчә (13)-*u* S-ә көрә исбат едәк. Исбат етмәк үчүн там ријази индуксија методундан истифадә едәк.

Тутаг ки, көстәрилән формула $\mu=K$ үчүн доғрудур. $\mu=K+1$ үчүн ону исбат едәк.

Бунун үчүн (10)-да интеграл алтында $W(x)$-ин јеринә онун гијмәтини јазаг:

$$W(x,\lambda)=\cos sx+\frac{h}{s}\sin sx+\frac{1}{s}\int_0^x\sin s(x-t)q(t)\left\{\left(\sum_{l=1}^{k}\frac{A_l^{(k)}(t)}{S^{l-1}}\right)\cos st+\right.$$

$$\left.+\left(\sum_{l=1}^{k}\frac{B_l^{k}(t)}{S^l}\right)\sin st+0\left(\frac{1}{S^{k+1}}\right)\right\}dt=\cos sx+\frac{h}{s}\sin sx+$$

$$+\frac{\sin sx}{2s}\int_0^x q(t)\sum_{l=1}^{k}\frac{A_l^{(k)}(t)}{S^{l-1}}dt-\frac{\cos sx}{2s}\int_0^x q(t)\sum_{l=1}^{k}\frac{B_l^{k}(t)}{S^l}dt+$$

$$+\frac{1}{2s}\int_0^x\sin s(x-2t)q(t)\sum_{l=1}^{k}\frac{A_l^{(k)}(t)}{S^{l-1}}dt+$$

$$\frac{1}{2s}\int_0^x\cos s(x-2t)q(t)\sum_{l=1}^{k}\frac{B_l^{(k)}(t)}{S^l}dt+O\left(\frac{1}{S^{k+2}}\right)=$$

$$=\left(\sum_{l=1}^{k=1}\frac{A_l^{(k+1)}(x)}{S^{l-1}}\right)\cdot\sin sx+\left(\sum_{l=1}^{k+1}\frac{B_l^{(k+1)}(x)}{S^l}\right)\cdot\cos sx+O\left(\frac{1}{S^{k+1}}\right)$$

$A_l^{(k+1)}(x)$, $B_l^{(k+1)}(x)$ функсијалары $q(x)$ вә онун төрәмәләри илә ифадә олунур.

Бундан (12) вә (13) алыныр.

Инди исә

$$b_{mn}=\int_a^b B(x)v_m(x)V_n(x)dx$$

әдәдинә бахаг.

Бурада $V_k(x)$, (K) мәсәләсинин нормаллашмыш мәхсуси функсијасыдыр.

(13)-дән истифадә едәрәк, бу әдәдин асимптотикасыны алмаг мүмкүндүр.

---

[1] Гејд етмәк лазымдыр ки, $a_l^{(\mu)}$, $A_l^{(\mu)}(x)$, $B_l^{(\mu)}(x)$ μ-дән асылы дејилләр. Асанлыг үчүн (μ) ишарәсини јазырыг.

Доғрудан да, тутаг ки, $B(x)$-ин төрәмәсинин тәртиби $\leqslant\mu$ вә төрәмәсинин $\mu-1$ тәртиби дә дахил олмагла $(0,\pi)$ парчасынын учларында сыфра чеврилир, $q(x)$-ин кәсилмәз төрәмәсинин тәртиби $\leqslant\mu$ $p(x$ төрәмәсинин тәртиби $\leqslant\mu+2$ оларса,

Онда:

$$b_{mn}=A_{mn}\alpha_{mn}+B_{mn}\beta_{mn}+C_{mn}\gamma_{mn} \quad (14)$$

олар. Бурада

$$(\alpha_{mn}),\quad(\beta_{mn}),\quad(\gamma_{mn})$$

сонсуз матрисалардыр ки, елементләри:

$$\alpha_{mn}=\frac{1}{(m+n)^{\mu}},$$

$$\beta_{mn}=\begin{cases}1 & m=n\\ \dfrac{1}{|m-n|^{\mu}}. & m\neq n\end{cases}$$

$$\gamma_{mn}=\frac{1}{m^{\mu}n^{\mu}}\text{-дир.}$$

$$A_{mn},\quad B_{mn},\quad C_{mn}$$

m вә n-нә көрә мәһдуд әдәдләрдир.

Доғрудан да (13)-ә әсасән

$$b_{mn}=\int_0^{\pi}B(x)V_m(x)V_n(x)dx=I_1+I_2+I_3+I_4+I_5+I_6+I_7+I_8+I_9$$

Бурада

$$I_1=\int_0^{\pi}B(x)\sum_{k=1}^{\mu}\frac{A_k^{(\mu)}(x)}{m^{k-1}}\sum_{l=1}^{\mu}\frac{A_l^{(\mu)}(x)}{n^{l-1}}\cos mx\cdot\cos nx\,dx,$$

$$I_2=\int_0^{\pi}B(x)\sum_{k=1}^{\mu}\frac{B_k^{(\mu)}(x)}{m^{k}}\sum_{l=1}^{\mu}\frac{B_l^{(\mu)}(x)}{n}\sin mx\cdot\sin nx\,dx,$$

$$I_3=\int_0^{\pi}B(x)\sum_{k=1}^{\mu}\frac{A_k^{(\mu)}(x)}{m^{k-1}}\sum_{l=1}^{\mu}\frac{B_e^{(\mu)}(x)}{n^{l}}\cos mx\cdot\sin nx\,dx,$$

$$I_4=\int_0^{\pi}B(x)\sum_{k=1}^{\mu}\frac{B_k^{(\mu)}(x)}{m^{k}}\sum_{l=1}^{\mu}\frac{A_l^{(\mu)}(x)}{n^{l-1}}\sin mx\cdot\cos nx\,dx,$$

$$=\int_0^{\pi}B(x)\sum_{k=1}^{\mu}\frac{A_k^{(\mu)}(x)}{m^{k-1}}\cos mx\,O\left(\frac{1}{n^{\mu+1}}\right)dx,$$

$$I_6=\int_0^{\pi}B(x)\sum_{k=1}^{\mu}\frac{B_k^{(\mu)}(x)}{m^{k}}\sin mx\,O\left(\frac{1}{n^{\mu+1}}\right)dx,$$

$$I_7=\int_0^{\pi}B(x)\sum_{l=1}^{\mu}\frac{A_l^{(\mu)}(x)}{n^{l-1}}\cos nx\,O\left(\frac{1}{m^{\mu+1}}\right)dx,$$

$$I_8 = \int_0^{\pi} B(x) \sum_{1=1}^{\mu} \frac{B_1^{(\mu)}(x)}{n^1} \sin nx\, 0\left(\frac{1}{m^{\mu+1}}\right) dx,$$

$$I_9 = \int_0^{\pi} B(x)\, 0\left(\frac{1}{m^{\mu+1}}\right) 0\left(\frac{1}{n^{\mu+1}}\right) dx.$$

Асанлыгла көстәрмәк олар ки, ашағыдакы бәрабәрликләр догрудур:

$$I_5 = O\left(\frac{1}{m^{\mu} n^{\mu+1}}\right),$$

$$I_6 = O\left(\frac{1}{m^{\mu} n^{\mu+1}}\right),$$

$$I_7 = O\left(\frac{1}{n^{\mu} m^{\mu+1}}\right),$$

$$I_8 = O\left(\frac{1}{n^{\mu} m^{\mu+1}}\right),$$

$$I_9 = O\left(\frac{1}{m^{\mu+1} n^{\mu+1}}\right),$$

$$I_1 = \alpha_{mn}^{(1)} + \beta_{mn}^{(1)},$$

$$I_2 = \alpha_{mn}^{(2)} + \beta_{mn}^{(2)},$$

$$I_3 = \alpha_{mn}^{(3)} + \beta_{mn}^{(3)},$$

$$I_4 = \alpha_{mn}^{(4)} + \beta_{mn}^{(4)},$$

бурада

$$\alpha_{mn}^{(j)} = O\left(\frac{1}{(m+n)^{\mu}}\right)$$

$$\beta_{mn}^{(j)} = \begin{cases} O(1), & m = n \\ O\left(\dfrac{1}{|m-n|^{\mu}}\right), & m \neq n \end{cases}$$

$$j = 1, 2, 3, 4.$$

Ахырынчы бәрабәрликләрдән (14) алыныр.

(14)-дән јазмаг олар

$$| b_{mn} | < A\alpha_{mn} + B\beta_{mn} + C\gamma_{mn} \qquad (15)$$

Бурада

$$| A_{mn} | < A, \quad | B_{mn} | < B, \quad | C_{mn} | < C \text{-дир.}$$

Теорем: Һаркаһ $p(x)$-ин кәсилмәз төрәмәсинин тәртиби $\leqslant \mu + 2$, $q(x)$-ин кәсилмәз төрәмәсинин тәртиби $\leqslant \mu$, $B(x)$-ин төрәмәсинин тәртиби $\leqslant \mu$ вә онун төрәмәсинин тәртиби $\leqslant \mu + 1$ олдугда $[0, \pi]$ парчасынын учларында сыфра чеврилирсә, онда јухарыда олан b_{mn} (15) гејри бәрабәрлији илә тә'мин едилир.

ӘДӘБИЈЈАТ

1. Б. М. Левитан. Мәхсуси функсијалара ајрылма, ГИТТЛ, 1950.
2. Г. М. Мәммәдов (Хәјјами). Һиперболик тәнлик үчүн гарышыг мәсәләләрин тәнлијин баш һиссәсинин мәхсуси функсијаларына көрә ајрылма методу илә һәлл едилмәси. Азәрбајчан ССР ЕА Физика вә Ријазијјат Институтунун әсәрләри, VII ч., 1955.

3. З. И. Хәлилов. Гарышыг мәсәләләрин һәллиндә бир метод һаггында, „ДАН ССР“, т. 83, № 5, 1952.
4. З. И. Хәлилов. Гарышыг мәсәләләрин һәллиндә тәнлијин баш һиссәсинин мәхсуси функсијаларына көрә ајрылма методуна аид, АДУ-нун әсәрләри, IV ч., 1954.
5. З. И. Хәлилов. Гарышыг мәсәләләрин һәллиндә тәнлијин баш һиссәсинин мәхсуси функсијаларына көрә ајрылма методуна аид, „Азәрбајчан ССР ЕА Мә'рузәләри“, X ч., № 3, 1954.

К. М. Мамедов (Хайями)

Об одном асимптотическом разложении по собственным функциям

РЕЗЮМЕ

В статье рассматривается следующая граничная задача:

$$-LW \equiv -\left[\frac{d}{dx}\left(p(x)\frac{dW}{dx}\right) - q(x)W\right].$$

при граничных условиях:

$$W'(0) - hW(0) = 0,$$

$$W'(\pi) + HW(\pi) = 0.$$

Нормальная собственная функция этой задачи $V_n(x)$ определяется в следующем виде:

$$v_n(x) = \left(\sum_{1=1}^{\mu} \frac{A_1^{(\mu)}(x)}{n^{1-\dagger}}\right) \cdot \cos nx +$$

$$+ \left(\sum_{1-1}^{\mu} \frac{B_1^{(\mu)}(x)}{n}\right) \cdot \sin nx + O\left(\frac{1}{n^{\mu+1}}\right)$$

Функции $A_1^{(\kappa+1)}(x)$, $B_1^{(\kappa+1)}(x)$ выражаются через $q(x)$ и ее производную.

Посредством собственных функций, получаем асимптотику числа b_{mn}.

В виде $|b_{mn}| < A\alpha_{mn} + B\beta_{mn} + C\gamma_{mn}$ где A, B, C ограниченные числа, (A) (α_{mn}), (β_{mn}), (γ_{mn})—бесконечные матрицы с элементами:

$$\alpha_{mn} = \frac{1}{(m+n)^{\mu}},$$

$$\beta_{mn} = \begin{cases} 1, & m = n \\ \dfrac{1}{|m-n|^{\mu}}, & m \neq n, \end{cases}$$

$$\gamma_{mn} = \frac{1}{m^{\mu} n^{\mu}}.$$

в результате получаем следующую теорему.

Теорема. *Если $p(x)$ имеет непрерывные производные порядка $\leqslant \mu+2$, $q(x)$ имеет непрерывные производные порядка $\leqslant \mu$. $B(x)$ имеет производные порядка $\leqslant \mu$ и ее производные порядка $\leqslant \mu-1$ на концах отрезка $[0, \pi]$ равны нулю, то b_{mn}, определенные выше, удовлетворяют неравенством (A).*

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 1

Ю. А. АМЕНЗАДЕ

МЕСТНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ КРУЧЕНИИ ПРИЗМАТИЧЕСКОГО БРУСА КВАДРАТНОГО СЕЧЕНИЯ С КРУГЛЫМ НЕСООСНЫМ ОТВЕРСТИЕМ

1. Допустим, что призматический брус квадратного сечения с круглым несоосным отверстием подвержен чистому кручению.

Обозначим через S область сечения бруса, ограниченную извне криволинейным квадратом L_2 со стороною $2b$, а изнутри—окружностью L_1 радиуса R; через S_1—бесконечную односвязную область), ограниченную L_2. Аффикс центра окружности назовем e (рис. 1).

Для нахождения напряженного состояния следует определить функцию $F(z)$, регулярную в области S от переменного $z = x + iy$ и удовлетворяющую граничным условиям [2].

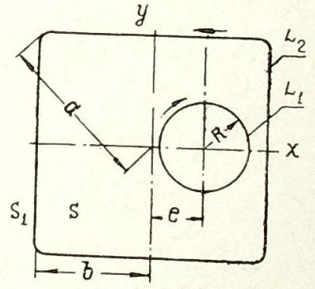


Рис. 1.

$$F(t) + \overline{F(t)} = t\bar{t} \text{ на } L_2; \qquad (1,1$$

$$F(t) + \overline{F(t)} = t\bar{t} + C \text{ на } L_1, \qquad (1,2)$$

где t—аффикс точки L_2 или L_1;

C—некоторая вещественная постоянная, подлежащая определению.

Введем на L_2 неизвестную чисто мнимую функцию $\omega(t)$ и подлежащую также определению функцию $F_0(z)$, регулярную в бесконечной односвязной области S_1, ограниченной окружностью L_1, и образующуюся в нуль на бесконечности, при помощи следующих равенств:

$$F(t) + \overline{F(t)} = F_0(t) + \overline{F_0(t)} + 2C_1; \qquad (1,3)$$

$$F(t) - \overline{F(t)} = F_0(t) - \overline{F_0(t)} + 2\omega(t), \qquad (1,4)$$

где C_1—некоторая новая вещественная постоянная.

Сложив почленно равенства (1,3) и (1,4), получим:

$$F(t) = F_0(t) + \omega(t) + C_1. \qquad (1,5)$$

На основании свойств интеграла типа Коши равенству (1,5) можно придать вид:

$$F(t) - \lim_{\substack{z\to t \\ \text{изчутри}}} \frac{1}{2\pi i}\int_{L_2}\frac{\omega(t_2)}{t_2 - z}\,dt_2 - C_1 = F_0(t) - \lim_{\substack{z\to t \\ \text{извне}}} \frac{1}{2\pi i}\int_{L_2}\frac{\omega(t_1)}{t_2 - z}\,dt_2. \qquad (1,6)$$

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 1

Ю. А. АМЕНЗАДЕ

МЕСТНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ КРУЧЕНИИ ПРИЗМАТИЧЕСКОГО БРУСА КВАДРАТНОГО СЕЧЕНИЯ С КРУГЛЫМ НЕСООСНЫМ ОТВЕРСТИЕМ

1. Допустим, что призматический брус квадратного сечения с круглым несоосным отверстием подвержен чистому кручению.

Обозначим через S область сечения бруса, ограниченную извне криволинейным квадратом L_2 со стороною $2b$, а изнутри—окружностью L_1 радиуса R; через S_1—бесконечную односвязную область), ограниченную L_2. Аффикс центра окружности назовем e (рис. 1).

Для нахождения напряженного состояния следует определить функцию $F(z)$, регулярную в области S от переменного $z = x + iy$ и удовлетворяющую граничным условиям [2].

$$F(\bar{t}) + F(t) = t\bar{t} \text{ на } L_2; \qquad (1,1$$

$$F(t) + \overline{F(t)} = t\bar{t} + C \text{ на } L_1, \qquad (1,2)$$

где t—аффикс точки L_2 или L_1;

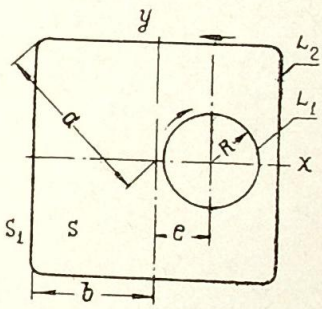


Рис. 1.

C—некоторая вещественная постоянная, подлежащая определению.

Введем на L_2 неизвестную чисто мнимую функцию $\omega(t)$ и подлежащую также определению функцию $F_0(z)$, регулярную в бесконечной односвязной области S_1, ограниченной окружностью L_1, и образующуюся в нуль на бесконечности, при помощи следующих равенств:

$$F(t) + \overline{F(t)} = F_0(t) + \overline{F_0(t)} + 2C_1; \qquad (1,3)$$

$$F(t) - \overline{F(t)} = F_0(t) - \overline{F_0(t)} + 2\omega(t), \qquad (1,4)$$

где C_1—некоторая новая вещественная постоянная.

Сложив почленно равенства (1,3) и (1,4), получим:

$$F(t) = F_0(t) + \omega(t) + C_1. \qquad (1,5)$$

На основании свойств интеграла типа Коши равенству (1,5) можно придать вид:

$$F(t) - \lim_{\substack{z \to t \\ \text{изчутри}}} \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} \frac{\omega(t_2)}{t_2 - z}\, dt_2 - C_1 = F_0(t) - \lim_{\substack{z \to t \\ \text{извне}}} \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} \frac{\omega(t_1)}{t_2 - z}\, dt_2. \qquad (1,6)$$

Введем новую регулярную в области S_1 функцию

$$F_1(z)=F_0(z)-\frac{1}{2\pi i}\int_{L_2}\frac{\omega(t_2)}{t_2-z}dt_2, \tag{1,7}$$

в силу равенства (1,6) аналитически продолжимую в область S.

Таким образом, функция $F_1(z)$ будет регулярна вне окружности L_1 и, кроме того, как ясно видно из правой части равенства (1,7), $F_1(\infty)=0$.

В результате в области S имеем:

$$F(z)=F_1(z)+\frac{1}{2\pi i}\int_{L_2}\frac{\omega(t_2)}{t_2-z}dt_2+C_1. \tag{1,8}$$

Подставив в граничное условие на L_1 (1,1) вместо функции $F(t)$ ее выражение из (1,8) получим на L_1

$$F_1(t)+\overline{F_1(t)}+\frac{1}{2\pi i}\int_{L_2}\omega(t_2)\left(\frac{dt_2}{t_2-t}+\frac{\overline{dt_2}}{\overline{t_2}-\overline{t}}\right)=t\bar{t}-2C_1+C, \tag{1,9}$$

правой части этого равенства можно придать вид

$$t\bar{t}-2C_1+C=eR\left(\frac{t-e}{R}+\frac{R}{t-e}\right)+C_0,\quad C_0=R^2+e^2-2C_1+C.$$

Для определения функции $F_1(z)$, регулярной вне L_1, включая и бесконечно удаленную точку, умножим обе части равенства (1,9) на ядро Коши $\frac{1}{2\pi i}\frac{dt}{t-z}$, где точка z расположена вне L_1, и проинтегрируем каждую из них по окружности L_1

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{L_1}(F_1(t)+\overline{F_1(t)})\frac{dt}{t-z}=-\frac{1}{2\pi i}\int_{L_2}\omega(t_2)\left\{dt_2\frac{1}{2\pi i}\int_{L_1}\frac{1}{t_2-t}\frac{dt}{t-z}+\right.$$

$$\left.+d\bar{t}_2\frac{1}{2\pi i}\int_{L_1}\frac{1}{\overline{t}_2-\overline{t}}\frac{dt}{t-z}\right\}+\frac{1}{2\pi i}\int_{L_1}\frac{eR^2}{t-e}\frac{dt}{t-z}. \tag{1,10}$$

Учитывая, что z—произвольная точка, принадлежащая области, внешней к L_1, для входящих в выражение (1,10) интегралов будем иметь:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{L_1}\frac{1}{t_2-t}\frac{dt}{t-z}=0,\quad \frac{1}{2\pi i}\int_{L_1}\overline{F_1(t)}\frac{dt}{t-z}=0,\quad \frac{1}{2\pi i}\int_{L_1}F_1(t)\frac{dt}{t-z}=F_1(z) \tag{1,11}$$

Теперь остается вычислить также входящие в (1,10) интегралы

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{L_1\swarrow}\frac{1}{\overline{t}_2-\overline{t}}\frac{dt}{t-z},\qquad \frac{1}{2\pi i}\int_{L_1\swarrow}\frac{eR^2}{t-e}\frac{dt}{t-z}.$$

имеем

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{L_1\swarrow}\frac{1}{\overline{t}_2-\overline{t}}\frac{dt}{t-z}=-\frac{1}{2\pi i}\int_{L_1\nearrow}\frac{1}{(\overline{t}_2-e)-(\overline{t}-e)}\frac{dt}{t-z}=$$

$$=-\frac{1}{\overline{t}-e}\frac{1}{2\pi i}\int_{L_1\swarrow}\frac{t-e}{t-z_1}\frac{dt}{t-z},$$

где точка

$$z_1=e+\frac{R^2}{\overline{t}_2-e}$$

лежит внутри окружности L_1, так как $|t_2-e|>R$. Отсюда найдем:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{L_1\swarrow}\frac{1}{\overline{t}_2-\overline{t}}\frac{dt}{t-z}=-\frac{1}{\overline{t}_2-e}\frac{1}{2\pi i}\int_{L_1\swarrow}\left(\frac{A}{t-z_1}+\frac{B}{t-z}\right)dt.$$

Здесь

$$A=-\frac{z_1-e}{z-z_1},\quad B=\frac{z-e}{z-z_1}.$$

Учитывая, как уже указано, что точка z лежит вне окружности L_1, а z_1—внутри L_1, окончательно будем иметь:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{L_1\swarrow}\frac{1}{\overline{t}_2-\overline{t}}\frac{dt}{t-z}=\frac{1}{\overline{t}_2-e}\frac{R^2}{(\overline{t}_2-e)(z-e)-R^2}. \tag{1,12}$$

Далее, учитывая, что функция $\frac{eR^2}{z-e}$ регулярна вне окружности L_1 и обращается в нуль на бесконечности, получим:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{L_1\swarrow}\frac{eR^2}{t-e}\frac{dt}{t-z}=\frac{R^2e}{z-e}. \tag{1,13}$$

На основании (1,11), (1,12) и (1,13) из (1,10) получим:

$$F_1(z)=-\frac{R^2}{2\pi i}\int_{L_2}\omega(t_2)\frac{d\bar{t}_2}{(\overline{t}_2-e)\{(\overline{t}_2-e)(z-e)-R^2\}}+\frac{R^2e}{z-e}. \tag{1,14}$$

Подставив значение $F_1(z)$ из (1,14) в соотношение (1,8) будем иметь:

$$F(z)=\frac{1}{2\pi i}\int_{L_2}\frac{\omega(t_2)}{t_2-z}dt_2-\frac{R^2}{2\pi i}\int_{L_2}\frac{\omega(t_2)\,\overline{dt_2}}{(\overline{t}_2-e)\{(z-e)(\overline{t}_2-e)-R^2\}}+\frac{R^2e}{z-e}+C_1. \tag{1,15}$$

2. Правильный криволинейный четырехугольник, близкий к квадрату, выбираем таким, чтобы внешность его отображалась на внешность единичной окружности γ в плоскости ζ посредством формулы:

$$z=A\left(\zeta-\frac{m}{\zeta^3}\right),\quad \left(A=\frac{a+b}{2},\ m=\frac{a-b}{a+b}=\frac{1}{9}\right) \tag{2,1}$$

из граничного условия на L_1 и условия (1,3), с учетом формулы (2,1) будем иметь:

$$F_0^*(\tau)+\overline{F_0^*(\tau)}=-A^2m\left(\tau^4+\frac{1}{\tau^4}\right)+A^2(1+m^2)-2C_1 \text{ на } \gamma. \tag{2,2}$$

Здесь положено $F_0^*(\tau)=F(t)$.

Так как левая часть равенства (2,2), будучи представлена степенными рядами, не содержит постоянной (по условию $F_0^*(\infty)=0$), то и правая часть также не содержит ее; поэтому следует положить $C_1=\frac{1}{2}A^2(1+m^2)$.

Для определения функции $F_0(z)$, умножим обе части последнего

равенства на ядро Коши $\frac{1}{2\pi i}\frac{d\tau}{\tau-\varsigma}$ и проинтегрируем его по окружности γ.

Учитывая, что здесь ς точка вне окружности γ, найдем

$$F_0(z)=F_0^*(\varsigma)=-A^2m\frac{1}{\varsigma^4}. \tag{2,4}$$

Теперь, подставив в равенство (1,2) значение функции $F(t)$ из (1,15), после некоторых преобразований для определения неизвестной функции $\omega(t)$ получим интегральное уравнение Фредгольма

$$-\omega(t)+\frac{1}{2\pi i}\int_{L_2}\omega(t_2)d\ln\frac{t_2-t}{\bar t_2-\bar t}+\frac{R^2}{2\pi i}\int_{L_2}\omega(t_2)\left[\frac{dt_2}{(t_2-e)\{(\bar t-e)(t_2-e)-R^2\}}-\right.$$
$$\left.-\frac{\overline{dt_2}}{(\bar t_2-e)\{(t-e)(\bar t_2-e)-R_2\}}\right]=F_0(t)-\overline{F_0(t)}-\left(\frac{R^2e}{t-e}-\frac{R^2e}{\bar t-e}\right). \tag{2,5}$$

3. Исходя из интегрального уравнения (2,5), можно, как сейчас будет показано, получить бесконечную систему линейных алгебраических уравнений для определения коэффициентов разложения функции $\omega(t)$ в ряд Фурье.

Учитывая очевидное разложение:

$$-\frac{R^2}{(\bar t_2-e)^2(t-e)\left(1-\frac{R^2}{(t-e)(\bar t_2-e)}\right)}=-\sum_{\kappa=1}^{\infty}\frac{R^{2\kappa}}{(t-e)^{\kappa}(\bar t_2-e)^{\kappa+1}},$$

после несложных преобразований получим:

$$-\frac{R^2}{2\pi i}\int_{L_1}\omega(t_2)\frac{\overline{dt_2}}{(t_2-e)\{(t-e)(\bar t_2-e)-R^2\}}=-\sum_{\kappa=1}^{\infty}\beta_\kappa\left(\frac{R}{t-e}\right)^{\kappa}, \tag{3,1}$$

где

$$\beta_\kappa=\frac{R^\kappa}{2\pi i}\int_{L_2}\frac{\omega(t_2)\overline{dt_2}}{(t_2-e)^{\kappa+1}}\qquad(\kappa=1,2,3,\ldots) \tag{3,2}$$

Постоянные коэффициенты β_κ условимся считать вещественными. Ниже мы убедимся в справедливости этого допущения.

Исходя из (3,1), вместо (2,5) будем иметь:

$$-\omega(t)+\frac{1}{2\pi i}\int_{L_2}\omega(t_2)d\ln\frac{t_2-t}{\bar t_2-\bar t}-\sum_{\kappa=1}^{\infty}\beta_\kappa\left\{\left(\frac{R}{t-e}\right)^{\kappa}-\left(\frac{R}{\bar t-e}\right)^{\kappa}\right\}=$$
$$=F_0(t)-\overline{F(t)}-\left(\frac{R^2e}{t-e}-\frac{R^2e}{\bar t-e}\right). \tag{3,3}$$

Учитывая легко получаемое разложение на криволинейном квадрате

$$\left(\frac{R}{t-e}\right)^{\kappa}=\left(\frac{R}{e}\right)^{\kappa}\sum_{\kappa_1=\kappa}^{\infty}(-1)^{\kappa_1-\kappa}C_{-\kappa}^{\kappa_1-\kappa}\left(\frac{e}{t}\right)^{\kappa_1},$$

и принимая во внимание формулу (2,1), после несложных преобразований получим:

$$\left(\frac{R}{t-e}\right)^{\kappa}=\left(\frac{R}{e}\right)^{\kappa}\sum_{\kappa_1=\kappa}^{\infty}(-1)^{\kappa_1-\kappa}C_{-\kappa}^{\kappa_1-\kappa}\left(\frac{e}{A}\right)^{\kappa_1}\sum_{\kappa_2=0}^{\infty}(-m)^{\kappa_2}C_{-\kappa_1}^{\kappa_2}\frac{1}{\tau^{4\kappa_2+\kappa_1}}. \tag{3,4}$$

Введя в (3,4) вместо κ_2 новый индекс $\nu=\kappa_1+4\kappa_2$, будем иметь;

$$\left(\frac{R}{t-e}\right)^{\kappa}=\left(\frac{R}{e}\right)^{\kappa}\sum_{\kappa_1=\kappa}^{\infty}(-1)^{\kappa_1-\kappa}C_{-\kappa}^{\kappa_1-\kappa}\left(\frac{e}{A}\right)^{\kappa_1}\sum_{\nu=\kappa_1}^{\infty}{}^{*}(-m)^{\frac{\nu-\kappa_1}{4}}C_{-\kappa_1}^{\frac{\nu-\kappa_1}{4}}\frac{1}{\tau^{\nu}}.$$

Последнее равенство запишем в виде:

$$\left(\frac{R}{t-e}\right)^{\kappa}=\left(\frac{R}{e}\right)^{\kappa}\sum_{\kappa_1=\kappa}^{\infty}(-1)^{\kappa_1-\kappa}C_{-\kappa}^{\kappa_1-\kappa}\left(\frac{e}{A}\right)^{\kappa_1}\times$$
$$\times\sum_{\nu=\kappa_1}^{\infty}(-m)^{\frac{\nu-\kappa_1}{4}}C_{\kappa_1}^{\frac{\nu-\kappa_1}{4}}\frac{1}{\tau^{\nu}}\varepsilon_{\nu,\,\kappa_1+4e^{(1)}}, \tag{3,5}$$

$$\varepsilon_{\nu,\kappa_1+4e^{(1)}}=\begin{cases}1 & \nu=\kappa_1+4e^{(1)}\\ 0 & \nu\neq\kappa_1+4e^{(1)}\end{cases}\qquad e^{(1)}=0,\ 1,\ldots,\infty.$$

Подставляя $\kappa_1=\kappa+e^{(2)}$ $\left(e^{(2)}=0,\ 1,\ldots,\infty\right)$ в условие $\nu=\kappa_1+4e^{(1)}$ находим $\nu=\kappa+4e^{(1)}+e^{(2)}$, отсюда ясно, что $\nu_{\min}=\kappa_1$, $\nu_{\max}=\infty$.

Далее, при фиксированном ν из условия $\kappa_1=\nu-4e^{(2)}$ и $\kappa\geqslant\kappa$, согласно (3,5), имеем $\nu-4e^{(3)}\geqslant\kappa$,

отсюда $e^{(3)}\leqslant\frac{\nu-\kappa}{4}$ или $e^{(3)}=E\left(\frac{\nu-\kappa}{4}\right)$,

где символ E означает наибольшую целую часть, содержащуюся в $\frac{\nu-\kappa}{4}$.

Итак $(\kappa_1)_{\min}=N(\kappa,\nu)=\nu-4E\left(\frac{\nu-\kappa}{4}\right)$, $\kappa_{\max}=\nu$.

Таким образом, меняя в (3,5) порядок суммирования, будем иметь

$$\left(\frac{R}{t-e}\right)^{\kappa}=\sum_{\nu=\kappa}^{\infty}b_{\nu,\kappa}\frac{1}{\tau^{\nu}}, \tag{3,6}$$

Здесь положено

$$b_{\nu,\kappa}=\left(\frac{R}{e}\right)^{\kappa}\sum_{\kappa_1=N(\kappa,\nu)}^{\nu}{}^{*}(-1)^{\kappa_1-\kappa}\left(\frac{e}{A}\right)^{\kappa_1}C_{-\kappa}^{\kappa_1-\kappa}(-m)^{\frac{\nu-\kappa_1}{4}}C_{-\kappa_1}^{\frac{\nu-\kappa_1}{4}}. \tag{3,7}$$

Учитывая равенство (3,6), получим:

$$\sum_{\kappa=1}^{\infty}\beta_\kappa\left(\frac{R}{t-e}\right)^{\kappa}=\sum_{\kappa=1}^{\infty}\beta_\kappa\sum_{\nu=\kappa}^{\infty}b_{\nu,\kappa}\frac{1}{\tau^{\nu}}. \tag{3,8}$$

Произведя в (3,8) изменение порядка суммирования, на основании того, что ν и κ проходят без пропуска все свои значения, получим

$$\sum_{\kappa=1}^{\infty}\beta_\kappa\sum_{\nu=\kappa}^{\infty}b_{\nu,\kappa}\frac{1}{\tau^{\nu}}=\sum_{\nu=1}^{\infty}\mu_\nu\frac{1}{\tau^{\nu}}, \tag{3,9}$$

где

$$\mu_\nu=\sum_{\kappa=1}^{\nu} b_{\nu,\kappa}\beta_\kappa. \tag{3,10}$$

При помощи формулы (2,1), после преобразований, будем иметь:

$$d\ln\frac{t_2-t}{t_2-\bar{t}}=\left[\frac{1}{\tau_2}+\sum_{\kappa=1}^{\infty}(-m)^\kappa\left(\xi\alpha^{\kappa-1}+\eta\beta^{\kappa-1}\right)\right]d\tau_2, \tag{3,11}$$

где

$$\left.\begin{aligned}\xi&=\frac{\tau_2^2+2\tau_2\tau+3\tau^2}{\tau_2^4\tau^3},\quad \eta=\tau\left(3\tau_2^2+2\tau_2\tau+\tau^2\right);\\ \alpha&=\frac{\tau_2^2+\tau_2\tau+\tau^2}{\tau_2^3\tau^3},\quad \beta=\tau_2\tau\left(\tau_2^2+\tau_2\tau+\tau^2\right).\end{aligned}\right\} \tag{3,12}$$

Учитывая (3,12), формуле (3,11) придадим вид:

$$d\ln\frac{t_2-t}{t_2-\bar{t}}=\left[\frac{1}{\tau_2}+\sum_{\kappa=1}^{\infty}(-m)^\kappa\left\{\frac{\tau_2^2+2\tau_2\tau+3\tau^2}{\tau^{3\kappa}\tau_2^{\kappa+3}}\left(\sum_{\nu_1=0}^{2}\left(\frac{\tau}{\tau_2}\right)^{\nu_1}\right)^{\kappa-1}+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\left(3\tau_2^2+2\tau_2\tau+\tau^2\right)\tau^\kappa\tau_2^{3\kappa-3}\left(\sum_{\nu_2=0}^{2}\left(\frac{\tau}{\tau_2}\right)^{\nu_1}\right)^{\kappa-1}\right\}\right]d\tau_2. \tag{3,13}$$

Примем разложение

$$\left[\sum_{\nu_1=0}^{2}\left(\frac{\tau}{\tau_2}\right)^{\nu_1}\right]^{\kappa-1}=\sum_{\nu=0}^{\kappa=1}C_{\kappa-1}^{\nu}\sum_{e=\nu}^{2\nu}C_\nu^{e-\nu}\left(\frac{\tau}{\tau_2}\right)^e$$

Здесь двойное суммирование ведется по целочисленным точкам треугольника AOB (рис. 2).

Произведя на основании (рис. 2) изменение порядка суммирования, получим

$$\left(\sum_{\nu_1=0}^{2}\left(\frac{\tau}{\tau_2}\right)^{\nu_1}\right)^{\kappa-1}=\sum_{e=0}^{2(\kappa-1)}D_e^{(\kappa-1)}\left(\frac{\tau}{\tau_2}\right)^e,$$

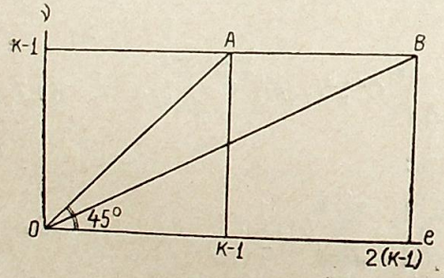


Рис. 2.

где положено

$$D_e^{(\kappa-1)}=\sum_{\nu=\frac{e+\alpha}{2}}^{M(\kappa-1,e)}C_{\kappa-1}^{\nu}C_\nu^{e-\nu}; \tag{3,14}$$

здесь

$$M(\kappa-1,e)=\begin{cases}e & (e\leqslant\kappa-1)\\ \kappa-1 & (e\geqslant\kappa);\end{cases}$$

α—наименьшее число (0,1), при котором $\frac{e+\alpha}{2}$—целое положительное число.

Подставляя последнее разложение в (3,13), будем иметь:

$$d\ln\frac{t_2-t}{t_2-\bar{t}}=\left[\frac{1}{\tau_2}+\sum_{\kappa=1}^{\infty}(-m)^\kappa\sum_{\nu_1=0}^{2\kappa-2}D_{\nu_1}^{(\kappa-1)}\left\{\left(\tau_2^2+2\tau_2\tau+3\tau^2\right)\times\right.\right.$$
$$\left.\left.\times\frac{1}{\tau^{3\kappa-\nu_1}\tau_2^{\kappa+\nu_1+3}}+\left(3\tau_2^2+2\tau_2\tau+\tau^2\right)\tau^{\kappa+\nu_1}\tau_2^{3\kappa-\nu_1-3}\right\}\right]d\tau_2. \tag{3,15}$$

На основании (3,4) при $\kappa=1$ и $\nu=\kappa_1+4\kappa$ имеем

$$\frac{R^2e}{t-e}=R^2\sum_{\kappa_1=1}^{\infty}\left(\frac{e}{A}\right)^{\kappa_1}\sum_{\nu=\kappa_1}^{\infty}{}^{*}(-m)^{\frac{\nu-\kappa_1}{4}}C_{-\kappa_1}^{\frac{\nu-\kappa_1}{4}}\frac{1}{\tau^\nu}.$$

Меняя в последнем равенстве порядок суммирования, получим:

$$\frac{R^2e}{t-e}=R^2\sum_{\nu=1}^{\infty}b_\nu\frac{1}{\tau^\nu}, \tag{3,16}$$

где

$$b_\nu=\sum_{\kappa_1=E(\nu)}^{\nu}{}^{*}\left(\frac{e}{A}\right)^{\kappa_1}(-m)^{\frac{\nu-\kappa_1}{4}}C_{-\kappa_1}^{\frac{\nu-\kappa_1}{4}}.$$

Пределы суммирования после перестановки определены из следующих рассуждений.

Подставляя $\kappa_1=1+e^{(2)}$ $\left(e^{(2)}=0,1,2,\ldots,\infty\right)$ в условие $\nu=\kappa_1+4e^{(1)}$ $\left(e^{(1)}=0,1,\ldots,\infty\right)$, находим $\nu=\kappa+4e^{(1)}+e^{(2)}$. Отсюда $\nu_{min}=1$, $\nu_{max}=\infty$.

Далее, при фиксированном ν из условия $\kappa_1=\nu-4e^{(3)}$

$$\left[e^{(3)}=0,1,\ldots,E\left(\frac{\nu}{4}\right)\right]$$

получим

$$(\kappa_1)_{min}=E(\nu)=\begin{cases}\nu-4E\left(\frac{\nu}{4}\right) & \text{когда } \nu \text{ не кратно } 4\\ 0 & \text{когда } \nu \text{ кратно } 4\end{cases}$$
$$(\kappa_1)_{max}=\nu.$$

Исходя из (2,4), (3,9), (3,15) и (3,16) уравнению Фредгольма (3,3) придадим вид:

$$-\omega^*(\tau)+\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma\omega^*(\tau_2)\frac{d\tau_2}{\tau_2}+$$
$$+\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma\omega^*(\tau_2)\sum_{\kappa=1}^{\infty}(-m)^\kappa\sum_{\nu_1=0}^{2\kappa-2}D_{\nu_1}^{(\kappa-1)}\frac{\tau_2^2+2\tau_2\tau+3\tau^2}{\tau^{3\kappa-\nu_1}\tau_2^{\kappa+\nu_1+3}}d\tau_2+$$
$$+\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma\omega^*(\tau_2)\sum_{\kappa=1}^{\infty}(-m)^\kappa\sum_{\nu_1=0}^{2\kappa-2}D_{\nu_1}^{(\kappa-1)}\tau^{\kappa+\nu_1}\tau_2^{3\kappa-\nu_1-3}\left(3\tau_2^2+2\tau_2\tau+\tau^2\right)d\ +$$
$$+\sum_{n=1}^{\infty}\mu_n\left(\tau^n-\frac{1}{\tau^n}\right)=A^2m\left(\tau^4-\frac{1}{\tau^4}\right)+R^2\sum_{n-1}^{\infty}b_n\left(\tau^n-\frac{1}{\tau^n}\right), \tag{3,17}$$

где $\omega^*(\tau)=\omega(t)$.

Разложим непрерывную на окружности γ чисто мнимую функцию $\omega^*(\tau)$ в ряд Фурье:

$$\omega^*(\tau)=a_0+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\left(\tau^n-\frac{1}{\tau^n}\right), \tag{3,18}$$

где a_0—неизвестный чисто мнимый коэффициент;

a_n—вещественные постоянные коэффициенты, подлежащие определению.

Подставив разложение функции $\omega^*(\tau)$ (3,18) в уравнение (3,17), получим некоторое равенство. Вычислим входящие в это равенство интегралы:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma\left\{a_0+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\left(\tau_2^n-\frac{1}{\tau_2^n}\right)\right\}\frac{d\tau_2}{\tau_2}=a_0,$$

$$\sum_{\nu_1=0}^{-2}D_{\nu_1}^{(\kappa-1)}\frac{1}{\tau^{3\kappa-\nu_1}}\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma\frac{\tau_2^2+2\tau_2\tau+3\tau^2}{\tau_2^{\kappa+\nu_1+3}}d\tau_2=0,\quad(\kappa\geqslant 1)$$

$$\sum_{\nu_1=0}^{2\kappa-2}D_{\nu_1}^{(\kappa-1)}\frac{1}{\tau^{3\kappa-\nu_1}}\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma-\frac{\tau_2^2+2\tau_2\tau+3\tau^2}{\tau_2^{\kappa+\nu_1+n+3}}d\tau_2=0\ (n\geqslant 1,\ \kappa\geqslant 1)$$

$$\sum_{\nu_1=0}^{2\kappa-2}D_{\nu_1}^{(\kappa-1)}\tau^{\kappa+\nu_1}\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma\tau_2^{2\kappa-\nu_1-3}(3\tau_2^2+2\tau_2\tau+\tau^2)d\tau_2=0$$

$$\sum_{\nu_1=0}^{2\kappa-2}D_{\nu_1}^{(\kappa-1)}\tau^{\kappa+\nu_1}\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma\tau_2^{3\kappa-\nu_1+n-3}(3\tau_2^2+2\tau_2\tau+\tau^2)d\tau_2=0,$$

в силу $3\kappa-\nu_1-3\geqslant 0$, так как $\nu_1\leqslant 2\kappa-2$ и $\kappa\geqslant 1$, $n\geqslant 1$

$$\sum_{\nu_1=0}^{2\kappa-3}D_{\nu}^{(\kappa-1)}\frac{1}{\tau^{3\kappa-\nu_1}}\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma\frac{d\tau_2}{\tau^{\kappa+\nu_1-n+1}}=D_{n-\kappa}^{(\kappa-1)}\frac{1}{\tau^{4\kappa-n}},$$

при $\nu_1=n-\kappa$, причем $\nu_1=n-\kappa\geqslant 0$ и $\nu_1=n-\kappa\leqslant 2\kappa-2$, поэтому

$$\kappa_{\max}=n\quad\text{и}\quad\kappa_{\min}=\frac{n+2+\alpha}{3}.$$

Таким образом,

$$\sum_{\nu_1=0}^{2\kappa-2}D_{\nu_1}^{(\kappa-1)}\frac{1}{\tau^{3\kappa-\nu_1}}\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma 2\tau\frac{d\tau_2}{\tau_2^{\kappa+\nu_1-n+2}}=2D_{n-\kappa-1}^{(\kappa-1)}\frac{1}{\tau^{4\kappa-n}},$$

$$\left(\kappa_{\max}=n-1\quad\text{и}\quad\kappa_{\min}=\frac{n+1+\alpha}{3}\right)$$

$$\sum_{\nu_1=0}^{2\kappa-2}D^{(\kappa-1)}\frac{1}{\tau^{3\kappa-\nu_1}}\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma 3\tau^2\frac{d\tau_2}{\tau_2^{\kappa+\nu_1-n+3}}=3D_{n-\kappa-2}^{(\kappa-1)}\frac{1}{\tau^{4\kappa-n}},$$

$$\left(\kappa_{\max}=n-2\quad\text{и}\quad\kappa_{\min}=\frac{n+\alpha}{3}\right)$$

$$\sum_{\nu_1=0}^{2\kappa-2}D_{\nu_1}^{(\kappa-1)}\tau^{\kappa+\nu_1}\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma-3\tau_2^{3\kappa-\nu_1-n-1}d\tau_2=-3D_{3\kappa-n}^{(\kappa-1)}\tau^{4\kappa-n},$$

при $\nu_1=3\kappa-n$, причем $\nu_1=3\kappa-n\geqslant 0$ и $\nu_1=3\kappa-n\leqslant 2\kappa-2$; поэтому $\kappa_{\max}=n-2$ и $\kappa_{\min}=\frac{n+\alpha}{3}$. Аналогично

$$\sum_{\nu_1=0}^{2\kappa-2}D_{\nu_1}^{(\kappa-1)}\tau^{\kappa+\nu_1}\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma-2\tau\tau_2^{3\kappa-\nu_1-n-2}d\tau_2=-2D_{3\kappa-n-1}^{(\kappa-1)}\tau^{4\kappa-n},$$

$$\left(\kappa_{\max}=n-1\quad\text{и}\quad\kappa_{\min}=\frac{n+1+\alpha}{3}\right)$$

$$\sum_{\nu_1=0}^{2\kappa-2}D_{\nu_1}^{(\kappa-1)}\tau^{\kappa+\nu_1}\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma-\tau^2\tau_2^{3\kappa-\nu_1-n-3}d\tau_2=-D_{3\kappa-n-2}^{(\kappa-1)}\tau^{4\kappa-n},$$

$$\left(\kappa_{\max}=n\quad\text{и}\quad\kappa_{\min}=\frac{n+2+\alpha}{3}\right).$$

Здесь α—наименьшее положительное число, при котором $\frac{n+2+\alpha}{3}$, $\frac{n+1+\alpha}{3}$ и $\frac{n+\alpha}{3}$—целые положительные числа ($\alpha=0,\ 1,\ 2$).

На основании только что выполненного вычисления, получим:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma\omega^*(\tau_2)\sum_{\kappa=1}^{\infty}(-m)^\kappa\sum_{\nu_1=0}^{2\kappa-2}D_{\nu_1}^{(\kappa-1)}\frac{\tau_2^2+2\tau_2\tau+3\tau^2}{\tau^{3\kappa+\nu_1}\tau^{\kappa+2\nu_2+3}}d\tau_1=$$

$$=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\left[\sum_{\kappa=\frac{n+2+\alpha}{3}}^{n}(-m)^\kappa D_{n-\kappa}^{(\kappa-1)}\frac{1}{\tau^{4\kappa-n}}+2\sum_{\kappa=\frac{n+1+\alpha}{3}}^{n-1}(-m)^\kappa D_{n-\kappa-1}^{(\kappa-1)}\frac{1}{\tau^{4\kappa-n}}+\right.$$

$$\left.+3\sum_{\kappa=\frac{n+\alpha}{3}}^{n-2}(-m)^\kappa D_{n-\kappa-2}^{(\kappa-1)}\frac{1}{\tau^{4\kappa-n}}\right],$$

$$\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma\omega^*(\tau_2)\sum_{\kappa=1}^{\infty}(-m)^\kappa\sum_{\nu_1=0}^{2\kappa-2}D_{\nu_1}^{(\kappa-1)}\tau^{\kappa+\nu_1}\tau_2^{3\kappa-\nu_1-3}(3\tau_2^2+2\tau_2\tau+\tau^2)d\tau_2=$$

$$=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\left[-3\sum_{\kappa=\frac{n+\alpha}{2}}^{n-2}(-m)^\kappa D_{3\kappa-n}^{(\kappa-1)}\tau^{4\kappa-n}-2\sum_{\kappa=\frac{n+1+\alpha}{3}}^{n-1}(-m)^\kappa D_{3\kappa-n-1}^{\kappa-1}\tau^{4n-\kappa}-\right.$$

$$\left.-\sum_{n=\frac{n+2+\alpha}{3}}^{n}(-m)^\kappa D_{3\kappa-n-2}^{(\kappa-1)}\tau^{4n-\kappa}\right]$$

Учитывая, что $D_{-1}^{(\kappa-1)}=D_{-2}^{(\kappa-1)}=0$, будем иметь:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \omega^*(\tau_2)\sum_{\kappa=1}^{\infty}(-m)^\kappa\sum_{\nu_1=0}^{2\kappa-2}D_{\nu_1}^{(\kappa-1)}\frac{\tau_2^2+2\tau_2\tau+3\tau^2}{\tau^{3\kappa-\nu_1}\tau_2^{\kappa+\nu_1+3}}\,d\tau_2=$$

$$=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\sum_{\kappa=\frac{n+\alpha}{3}}^{n}(-m)^\kappa\left[\varepsilon_1^{(\kappa)}D_{n-\kappa}^{(\kappa-1)}+2\varepsilon_2^{(\kappa)}D_{n-\kappa-1}^{(\kappa-1)}+3D_{n-\kappa-2}^{(\kappa-1)}\right]\tau^{\frac{1}{4\kappa-n}},$$

здесь:

$$\varepsilon_1^{(\kappa)}=\begin{cases}1 & \dfrac{n+\alpha}{3}=\dfrac{n+2+\alpha}{3}\leqslant\kappa\leqslant n\\ 0 & \kappa=\dfrac{n+\alpha}{3}<\dfrac{n+2+\alpha}{3},\end{cases}$$

$$\varepsilon_2^{(\kappa)}=\begin{cases}1 & \dfrac{n+\alpha}{3}=\dfrac{n+1+\alpha}{3}\leqslant\kappa\leqslant n\\ 0 & \kappa=\dfrac{n+\alpha}{3}<\dfrac{n+1+\alpha}{3},\end{cases}$$

Кроме того,

$$\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \omega^*(\tau_2)\sum_{\kappa=1}^{\infty}(-m)^\kappa\sum_{\nu_1=0}^{2\kappa-2}D_{\nu_1}^{(\kappa-1)}\tau^{\kappa+\nu_1}\tau_2^{3\kappa-\nu_1-3}(3\tau_2^2+2\tau_2\tau+\tau^2)d\tau_1=$$

$$=-\sum_{n=1}^{\infty}a_n\sum_{\kappa=\frac{n+\alpha}{3}}^{n}(-m)^\kappa\left[3\varepsilon_3^{(\kappa)}D_{3\kappa-n}^{(\kappa-1)}+2\varepsilon_4^{(\kappa)}D_{3\kappa-n-1}^{(\kappa-1)}+\varepsilon_5^{(\kappa-1)}D_{3\kappa-n-2}^{(\kappa-1)}\right]\tau^{4\kappa-n},$$

здесь

$$\varepsilon_3^{(\kappa)}=\begin{cases}1 & \dfrac{n+\alpha}{3}\leqslant\kappa\leqslant n-2\\ 0 & \kappa=n-1 \text{ и } \kappa=n\end{cases}$$

$$\varepsilon_4^{(\kappa)}=\begin{cases}1 & \dfrac{n+\alpha}{3}=\dfrac{n+1+\alpha}{3}\leqslant\kappa\leqslant n-1\\ 0 & \kappa=\dfrac{n+\alpha}{3}<\dfrac{n+1+\alpha}{3},\ \kappa=n\end{cases}$$

$$\varepsilon_5^{(\kappa)}=\begin{cases}1 & \dfrac{n+\alpha}{3}=\dfrac{n+2+\alpha}{3}\leqslant\kappa\leqslant n\\ 0 & \kappa=\dfrac{n+\alpha}{3}<\dfrac{n+2+\alpha}{3}\end{cases}$$

На основании формулы (3,14) нетрудно установить, что имеет место равенство

$$\varepsilon_1^{(\kappa)}D_{n-\kappa}^{(\kappa-1)}+2\varepsilon_2^{(\kappa)}D_{n-\kappa-1}^{(\kappa-1)}+3D_{n-\kappa-2}^{(\kappa-1)}=3\varepsilon_3^{(\kappa)}D_{3\kappa-3}^{(\kappa-1)}+2\varepsilon_4^{(\kappa)}D_{3\kappa-n-1}^{(\kappa-1)}+\varepsilon_5^{(\kappa-1)}D_{3\kappa-n-2}^{(\kappa-1)}$$

Таким образом, из интегрального уравнения (3,17) получим:

$$-\sum_{n=}^{\infty}a_n\left(\tau^n-\frac{1}{\tau^n}\right)-\sum_{n=1}^{\infty}a_n\sum_{\kappa=\frac{n+\alpha}{3}}^{n}(-m)^\kappa\left(\varepsilon_1^{(\kappa)}D_{n-\kappa}^{(\kappa-1)}+2\varepsilon_2^{(\kappa)}D_{n-\kappa-1}^{(\kappa-1)}+\right.$$

$$\left.+3D_{n-\kappa-2}^{(\kappa-1)}\right)\left(\tau^{4\kappa-n}-\frac{1}{\tau^{4\kappa-n}}\right)+\sum_{n=1}^{\infty}\mu_n\left(\tau^n-\frac{1}{\tau^n}\right)=A^2m\left(\tau^4-\frac{1}{\tau^4}\right)+$$

$$+R^2\sum_{n=1}^{\infty}b_n\left(\tau^n-\frac{1}{\tau^n}\right)\qquad(3,19)$$

В двойной сумме, входящей в равенство (3,19), введем вместо индекса κ новый $\nu=4\kappa-n$; тогда

$$-\sum_{n=1}^{\infty}a_n\sum_{\kappa=\frac{n+\alpha}{3}}^{n}(-m)^\kappa\left(\varepsilon_1^{(\kappa)}D_{n-\kappa}^{(\kappa-1)}+2\varepsilon_2^{(\kappa)}D_{n-\kappa-1}^{(\kappa-1)}+3D_{n-\kappa-2}^{(\kappa-1)}\right)\left(\tau^{4\kappa-n}-\frac{1}{\tau^{4\kappa-n}}\right)=$$

$$=-\sum_{n=1}^{\infty}a_n\sum_{\nu=\alpha+\frac{n+\alpha}{3}}^{3n}(-m)^{\frac{\nu+n}{4}}\left(\varepsilon_1^{\left(\frac{\nu+n}{4}\right)}D_{\frac{3n-\nu}{4}}^{\left(\frac{\nu+n}{4}-1\right)}+2\varepsilon_2^{\left(\frac{\nu+n}{4}\right)}D_{\frac{3n-\nu}{4}-1}^{\left(\frac{\nu+n}{4}-1\right)}+\right.$$

$$\left.+3D_{\frac{3n-\nu}{4}-2}^{\left(\frac{\nu+n}{4}-1\right)}\right)\left(\tau^\nu-\frac{1}{\tau^\nu}\right)\qquad(3,20)$$

Меняя в (3,20) порядок суммирования, вместо (3,19) будем иметь:

$$\sum_{\nu=1}^{\infty}(-a_\nu-D_\nu+\mu_\nu)\left(\tau^\nu-\frac{1}{\tau^\nu}\right)=R^2\sum_{\nu=1}^{\infty}b_\nu\left(\tau^\nu-\frac{1}{\tau^\nu}\right)+A^2m\left(\tau^4-\frac{1}{\tau^4}\right),\qquad(3,21)$$

где

$$D_\nu=\sum_{n=\alpha+\frac{\nu+\alpha}{3}}^{3\nu}{}^{*}(-m)^{\frac{\nu+n}{4}}\left(\varepsilon_1^{\left(\frac{\nu+n}{4}\right)}D_{\frac{3n-\nu}{4}}^{\left(\frac{\nu+n}{4}-1\right)}+2\varepsilon_2^{\left(\frac{\nu+n}{4}\right)}D_{\frac{3n-\nu}{4}-1}^{\left(\frac{\nu+n}{4}-1\right)}+3D_{\frac{3n-\nu}{4}-2}^{\left(\frac{\nu+4}{4}-1\right)}\right)a_n.$$

Пределы суммирования после перемены порядка легко получить из следующего рассуждения.

Подставив $n=1+e^{(2)}$ $\left(e^{(2)}=0,\ 1,\ldots,\infty\right)$ в $\nu=3n-4e^{(1)}$ $\left(e^{(1)}=0,1,\ldots,\frac{1}{4}\left[3n-\alpha-\frac{n+\alpha}{3}\right]\right)$, получим: $\nu=3+3e^{(2)}-4e^{(1)}$, отсюда $\nu_{\min}=0$, $\nu_{\max}=\infty$.

В силу равенства (3,21) вместо $\nu_{\min}=0$ возьмем $\nu_{\min}=1$.

При заданном ν и фиксированном α в (3,2) двойное суммирование ведется по целочисленным точкам угла AOB $\left(\operatorname{tg}\gamma=\frac{1}{3}\right.$, рис. 3$\left.\right)$, исключая из $n=1,\ 2,\ 3,\ldots,\infty$ те значения n, для которых $\frac{n-\alpha}{3}$ —нецелое число. Наименьшее значение n отвечает точке, лежащей на луче OB, наибольшее n—точке, лежащей на луче OA:

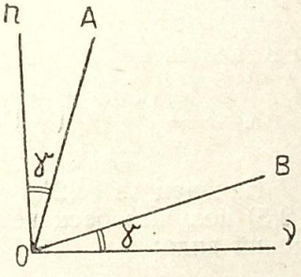


Рис. 3.

$$n_{\min}=\alpha+\frac{\nu+\alpha}{3}\ (\alpha=0,\ 1,\ 2),\quad n_{\max}=3\nu.$$

Возвращаясь к формуле (3,2), вычислим постоянные коэффициенты β_κ.

Учитывая (3,18), из формулы (3,2) после некоторых преобразований получим:

$$\beta_\kappa=\frac{R^\kappa}{2\pi i}\int_{L_2}\left\{a_0+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\left(\tau_2^n-\frac{1}{\tau_2^n}\right)\right\}\sum_{\nu_1=0}^{\infty}(-1)^{\nu_1}e^{\nu_1}C_{-\kappa-1}^{\nu_1}\frac{\overline{dt_2}}{t_2^{\nu_1+\kappa+1}}$$
$$(\kappa=1,\ldots,\infty) \qquad (3,22)$$

Принимая во внимание, что

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{L_2}\frac{\overline{dt_2}}{t_2^{\kappa+\nu_1+1}}=0,$$

на основании формулы (2,1) формуле (3,22) придадим вид:

$$\beta_\kappa=-\left(\frac{R}{e}\right)^\kappa\sum_{n=1}^{\infty}a_n\sum_{\nu=\kappa}^{\infty}(-1)^{\nu-\kappa}\left(\frac{e}{A}\right)^\nu C_{-\kappa-1}^{\nu-\kappa}\sum_{\nu_1=0}^{\infty}C_{-\nu-1}^{\nu_1}(-m)^{\nu_1}\times$$
$$\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma\left(\tau_2^n-\frac{1}{\tau_2^n}\right)\left(\tau_2^{4\nu_1+\nu-1}+3m_2\tau_2^{4\nu_1+\nu+3}\right)d\tau_2$$

Здесь интеграл отличен от нуля при $\nu_1=\frac{n-\nu}{4}$; причем $\nu=n-4e^{(1)}\geqslant\kappa$. Отсюда, $e^{(1)}=E\left(\frac{n-\kappa}{4}\right)>0$. Поэтому, для ν нижний предел

$$\nu_{\min}=E(n,\kappa)=n-4E\left(\frac{n-\kappa}{4}\right),$$

кроме того, $\nu_{\max}=n$.

Таким образом, приходим к соотношению $\left(C_{-\nu-1}^{-1}=0\right)$

$$\beta_\kappa=\left(\frac{R}{e}\right)^\kappa\sum_{n-1}^{\infty}a_n\sum_{\nu=E(n,\kappa)}^{n}{}^{*}(-1)^{\nu-\kappa}\left(\frac{e}{A}\right)^\nu C_{-\kappa-1}^{\nu-\kappa}(-m)^{\frac{n-\nu}{4}}\left(C_{-\nu-1}^{\frac{n-\nu}{4}}-3\,C_{-\nu-1}^{\frac{n-\nu-4}{4}}\right),$$

или

$$\beta_\kappa=\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_{n,\kappa}a_n, \qquad (3,23)$$

где положено

$$\gamma_{n,\kappa}=\left(\frac{R}{e}\right)^\kappa\sum_{\nu=E(n,\kappa)}^{n}{}^{*}(-1)^{\nu-\kappa}\left(\frac{e}{A}\right)^\nu C_{-\kappa-1}^{\nu-\kappa}(-m)^{\frac{n-\nu}{4}}\left(C_{-\nu-1}^{\frac{n-\nu}{4}}-3\,C_{-\nu-1}^{\frac{n-\nu}{4}-1}\right). \qquad (3,24)$$

Наконец из (3,21) вместо интегрального уравнения Фредгольма (2,5) получим бесконечную систему линейных алгебраических уравнений вида:

$$-a_\nu-D_\nu+\mu_\nu=R^2b_\nu+A^2m\varepsilon_\nu^{(4)}$$
$$\left(\varepsilon_4^{(4)}=1 \text{ и } \varepsilon_\nu^{(4)}=0,\quad \nu\neq4\right) \qquad (3,25)$$

На основании формул (3,10) и (3,23)

$$\mu_\nu=\sum_{\kappa=1}^{\nu}b_{\nu,\kappa}\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_{n,\kappa}a_n=\sum_{n=1}^{\infty}\lambda_{n,\nu}a_n, \qquad (3,26)$$

где положено

$$\lambda_{n,\nu}=\sum_{\kappa=1}^{\nu}b_{\nu,\kappa}\gamma_{n,\kappa}. \qquad (3,27)$$

Учитывая формулы (3,26) и (3,21), системе (3,25) придадим вид:

$$\sum_{n=1}^{\infty}q_{n,\nu}a_n-\sum_{n=\alpha+\frac{\nu+\alpha}{3}}^{3\nu}{}^{*}d_{n,\nu}a_n=f_\nu \quad (\nu=1,2,\ldots), \qquad (3,28)$$

где

$$q_{n,\nu}=\lambda_{n,\nu}(n\neq\nu),\quad q_{\nu,\nu}=-1+\lambda_{\nu,\nu},$$
$$d_{n,\nu}=(-m)^{\frac{n+\nu}{4}}\left(\varepsilon_1^{\left(\frac{\nu+4}{4}\right)}D_{\frac{3n-\nu}{4}}^{\left(\frac{\nu+n}{4}-1\right)}+2\varepsilon_2^{\left(\frac{\nu+n}{4}\right)}D_{\frac{3n-\nu}{4}-1}^{\left(\frac{\nu+n}{4}-1\right)}+3D_{\frac{3n-\nu}{4}-2}^{\left(\frac{\nu+n}{4}-1\right)}\right),$$
$$f_\nu=R^2b_\nu+A^2m\,\varepsilon_\nu^{(4)}$$

Ниже приводим значения величин $D_c^{(\kappa-1)}$, которые необходимы для численного приближенного решения задачи

$$D_1^{(0)}=D_2^{(0)}=D_3^{(1)}=D_4^{(1)}=D_5^{(2)}=D_6^{(2)}=0;$$
$$D_0^{(0)}=D_0^{(1)}=D_1^{(1)}=D_2^{(1)}=D_0^{(2)}=D_4^{(2)}=D_0^{(3)}=D_6^{(2)}=1,$$
$$D_1^{(2)}=D_3^{(2)}=2,\quad D_2^{(2)}=D_1^{(3)}=D_5^{(3)}=3;\quad D_2^{(3)}=D_4^{(3)}=6;$$
$$D_3^{(3)}=7;\quad D_3^{(4)}=D_5^{(4)}=16;\quad D_4^{(4)}=19.$$

Теперь системе (3,28) придадим вид $\sum_{n=1}^{\infty}q_{n,\nu}^{*}a_n=f_\nu$,

здесь $q_{n,\nu}^{*}$—коэффициенты, составленные соответствующим образом из коэффициентов $q_{n,\nu}^{*}$; $-d_{n,\nu}$

Взяв из этой системы первые десять уравнений, будем иметь:

$$\sum_{n=1}^{10}q_{n,\nu}^{*}a_n=f_\nu.$$

Во всех уравнениях последней системы, приведенной к нормальной форме, сумма модулей коэффициентов меньше единицы.

Решение этой системы найдено методом последовательных приближений (что возможно в силу сказанного), причем понадобилось найти лишь пять приближений, чтобы придти к весьма точному решению (табл. 1).

4. Подставляя выражение функции $\omega^*(\tau)$ из (3,18) в (1,15), учитывая равенство

$$\frac{1}{(\overline{t_2}-e)\{(z-e)(\overline{t_2}-e)-R^2\}}=\frac{1}{R^2(\overline{t_2}-e)}+\frac{1}{R^2\left(\overline{t_2}-e-\frac{R^2}{z-e}\right)}$$

и что точка z лежит в области S, получим:

$$\varphi(z)=I_0a_0+\sum_{n=1}^{\infty}a_n(I_n^{(1)}+I_n^{(2)}+I_n^{(3)}+I_n^{(4)})+\frac{R^2e}{z-e}+C_1, \qquad (4,1)$$

где положено

$$I_0=-\frac{1}{2\pi i}\int_{L_2}\frac{\overline{dt_1}}{\overline{t_1}-(e+z^*)},\qquad I_n^{(1)}=\frac{1}{2\pi i}\int_{L_2}\frac{\tau_2^n}{t_2-z}dt_2,\quad I_n^{(2)}=\frac{-1}{2\pi i}\int_{L_2}\frac{\tau_2^{-n}}{\overline{t}-e}\overline{dt}_2.$$

$$I_n^{(3)}=\frac{1}{2\pi i}\int_{L_2}\frac{\tau_2^n}{t_2-(e+z^*)}dt_2,\quad I_n^{(4)}=\frac{1}{2\pi i}\int_{L_2}\frac{\frac{1}{\tau_2^n}}{t_2-(e+z^*)}dt_2.$$

$$\left(z^*=\frac{R^2}{z-e}\right)$$

Когда точка z лежит в области S, точка z^*+e будет лежать внутри окружности L_1 радиуса R, поэтому

$$I_0=1,\quad I_n^{(3)}=0$$

На основании ранее нами полученного соотношения

$$\tau_2^n=\left(\frac{t_2}{A}\right)^n\sum_{k=0}^{\infty}a_k^{(n)}\left(\frac{A}{t_2}\right)^{4k},\qquad(4,2)$$

где

$$a_0^{(n)}=b_1^n=1,\quad a_k^{(n)}=\frac{1}{k\beta_0}\sum_{k_1=1}^{k}\{k_1(n+1)-k\}b_{k_1}a_{k-k_1}^{(n)}\quad(k\geqslant 1)$$

($b_1=m$, $b_2=-3m^2$, $b_3=15m^3$, $b_4=-91m^4$, $b_5=612m^5$, $b_6=-4389m^6$ и т. д.)

Учитывая (4,2) получим:

$$I_n^{(1)}=\sum_{k=0}^{E\left(\frac{n}{4}\right)}a_k^{(n)}\left(\frac{z}{A}\right)^{n-4k},\qquad I_n^{(2)}=\sum_{k=0}^{E\left(\frac{n}{4}\right)}a_k^{(n)}\left(\frac{e}{A}\right)^{n-4k};$$

$$I_n^{(4)}=-\sum_{k=0}^{E\left(\frac{n}{4}\right)}a_k^{(n)}\left(\frac{z^*+e}{A}\right)^{n-4k},$$

где $E\left(\frac{n}{4}\right)$—наибольшее целое число, содержащееся в $\frac{n}{4}$, т. е.

$$E\left(\frac{n}{4}\right)=\frac{n-\beta}{4}\quad(\beta=0,1,2,3).$$

Введя вместо k индекс $\nu=n-4k$, будем иметь:

$$I_n^{(1)}=\sum_{\nu=n-4E\left(\frac{n}{4}\right)}^{n}{}^{*}a_{\frac{n-\nu}{4}}^{(n)}\left(\frac{z}{A}\right)^{\nu},\qquad I_n^{(2)}=\sum_{\nu=n-4E\left(\frac{n}{4}\right)}^{n}{}^{*}a_{\frac{n-\nu}{4}}^{(n)}\left(\frac{e}{A}\right)^{\nu},$$

$$I_n^{(4)}=-\sum_{\nu=n-4E\left(\frac{n}{4}\right)}^{n}{}^{*}a_{\frac{n-\nu}{4}}^{(n)}\left(\frac{z^*+e}{A}\right)^{\nu}$$

Подставив вычисленные интегралы в (4,1), получим:

$$\varphi(z)=a_0+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\sum_{\nu=n-4E\left(\frac{n}{4}\right)}^{n}{}^{*}a_{\frac{n-\nu}{4}}^{(n)}\left\{\left(\frac{z}{A}\right)^{\nu}-\left(\frac{z^*+e}{A}\right)^{\nu}+\left(\frac{e}{A}\right)^{\nu}\right\}+\frac{R^2e}{z-e}+C_1.\quad(4,3)$$

Таблица 1

n	$-\frac{1}{A^2}a_n^{(0)}$	$-\frac{1}{A^2}a_n^{(1)}$	$-\frac{1}{A^2}a_n^{(2)}$	$-\frac{1}{A^2}a_n^{(3)}$	$-\frac{1}{A^2}a_n^{(4)}$	$-\frac{1}{A^2}a_n$
1	$0,340244\cdot10^{-1}$	$0,957474\cdot10^{-2}$	$0,125024\cdot10^{-2}$	$0,774037\cdot10^{-4}$	$0,488516\cdot10^{-5}$	$0,449317\cdot10^{-1}$
2	$0,203081\cdot10^{-1}$	$0,363143\cdot10^{-2}$	$0,156348\cdot10^{-3}$	$0,101369\cdot10^{-4}$	$0,643880\cdot10^{-6}$	$0,241067\cdot10^{-1}$
3	$0,110078\cdot10^{-1}$	$0,238406\cdot10^{-2}$	$0,158134\cdot10^{-3}$	$0,990764\cdot10^{-5}$	$-0,620928\cdot10^{-6}$	$0,135605\cdot10^{-1}$
4	$0,107135$	$0,278323\cdot10^{-3}$	$0,157895\cdot10^{-4}$	$0,107896\cdot10^{-5}$	$0,694272\cdot10^{-7}$	$0,107430$
5	$0,580377\cdot10^{-2}$	$0,265669\cdot10^{-3}$	$0,169490\cdot10^{-4}$	$0,119171\cdot10^{-5}$		$0,608758\cdot10^{-2}$
6	$0,481132\cdot10^{-2}$	$0\ 152179\cdot10^{-3}$	$0,135314\cdot10^{-4}$	$0,878991\cdot10^{-6}$		$0,497790\cdot10^{-2}$
7	$0,33992\cdot10^{-2}$	$0,116275\cdot10^{-3}$	$0,963459\cdot10^{-5}$	$0,615965\cdot10^{-6}$		$0,352570\cdot10^{-2}$
8	$0,261486\cdot10^{-2}$	$0,704178\cdot10^{-4}$	$0,577154\cdot10^{-5}$	$0,370820\cdot10^{-6}$		$0,269142\cdot10^{-2}$
9	$0,168427\cdot10^{-2}$	$0,540601\cdot10^{-4}$	$0,472129\cdot10^{-5}$	$0,298760\cdot10^{-6}$		$0,174335\cdot10^{-2}$
10	$0,135587\cdot10^{-2}$	$0,382449\cdot10^{-4}$	$0,357240\cdot10^{-5}$	$0,223547\cdot10^{-6}$		$0,139791\cdot10^{-2}$

Таблица 2

ν	$-\frac{H\nu}{A^2}$
0	$0,4787965\cdot10^{-1}$
1	$0,485074\cdot10^{-1}$
2	$0,276841\cdot10^{-1}$
3	$0,163027\cdot10^{-1}$
4	$0,109823$
5	$0,7833093\cdot10^{-2}$
6	$0,653114\cdot10^{-2}$
7	$0,352570\cdot10^{-2}$
8	$0,269142\cdot10^{-2}$
9	$0,174335\cdot10^{-2}$
10	$0,139791\cdot10^{-2}$

Таблица 3

z	$\frac{b^3}{y_z\ \mathcal{M}}$	$y_z^{(0)}\frac{b^3}{\mathcal{M}}$	$y_z\,/\,y_z^0$
b	0,9432	0,6006	1,57
$\frac{b+e+R}{2}$	0,9027	0,5400	1,67
$e+R$	0,9990	0,4848	2,06
$e-R$	0,4278	0,1201	3,58
0	0,1078	0	—
$-b$	—0,6475	—0,6006	1,08

Меняя порядок суммирования в (4,3)

$$\varphi(z)=a_0+\sum_{\nu=0}^{\infty}H_\nu\left\{\left(\frac{z}{A}\right)^\nu-\left(\frac{z^*+e}{A}\right)^\nu+\left(\frac{e}{A}\right)^\nu\right\}+\frac{R^2e}{z-e}+C_1, \quad (4,4)$$

где положено

$$H_\nu=\sum_{n=E(\nu)}^{\infty}{}^{*}\, a_n a_{\frac{n-\nu}{4}}^{(n)} \quad (E(\nu)=\nu,\ \nu\neq 0,\ E(\nu)=4,\ \nu=0),$$

пределы суммы (4,5) при фиксированном ν и $n\neq 0$ легко устанавливаются из соотношения:

$$n=\nu+4e^{(1)} \qquad (e^{(1)}=0,\ 1,\ 2,\ldots,\infty).$$

Для разбираемого примера значения коэффициентов H_ν приведены в табл. 2.

Учитывая выражение $F(z)$ легко убедиться, что эта функция точно удовлетворяет граничному условию (1,2), если положить

$$C=2\sum_{\nu=0}^{\infty}H_\nu\left(\frac{e}{A}\right)^\nu-A^2(1+m^2)-(e^2+R^2) \quad (4,5)$$

Значения величин $\Delta\%$, $\left(\Delta\%=\dfrac{F(t)+\overline{F(t)}-t\bar{t}}{t\bar{t}}100\%\right)$ характеризующих степень точности, с которой найденная функция $F(z)$ удовлетворяет граничному условию в точках $t=b$, $t=ib$ и $t=-b$ квадрата L_2, соответственно равны

$$\Delta_1=1{,}0\%,\quad \Delta_2=0{,}10\%,\quad \Delta_3=0{,}16\%.$$

Последние показывают, что в точках L_2 граничное условие удовлетворяется удовлетворительно.

5. Жесткость при кручении определится по формуле:

$$D=\mu(I+D_0), \quad (5,1)$$

где μ—модуль упругости при сдвиге;

I—полярный момент инерции площади поперечного сечения бруса

$$I=-\frac{1}{8i}\int_{L_1+L_2}(t^2-\bar{t}^2)(tdt+\bar{t}d\bar{t})=\left\{2{,}3902-\pi\left[0{,}5\left(\frac{R}{b}\right)^4+\left(\frac{e}{b}\right)^2\left(\frac{R}{b}\right)^2\right]\right\}b^4 \quad (5,2)$$

$$D_0=-\frac{i}{4}\sum_{k=1}^{2}\int_{L_k}(F(t)-\overline{F(t)})dt\bar{t}. \quad (5,3)$$

На основании (4,4) формуле (5,3) придадим вид:

$$D_0=\frac{\pi}{2}\sum_{k=1}^{2}\frac{1}{2\pi i}\int_{L_k}\left\{\sum_{\nu=1}^{\infty}H_\nu\left[\left(\frac{t}{A}\right)^\nu-\left(\frac{\bar{t}}{A}\right)^\nu+\left(\frac{\bar{t}^*+e}{A}\right)^\nu-\left(\frac{t^*+e}{A}\right)^\nu\right]+\frac{R^2e}{t-e}-\frac{R^2e}{\bar{t}-e}\right\}dt\bar{t}. \quad (5,4)$$

Учитывая формулу (2,1), на L_2 будем иметь следующие разложения

$$\left(\frac{t}{A}\right)^\nu=\sum_{\nu_1=0}^{\nu}(-m)^{\nu_1}C_\nu^{\nu_1}\frac{1}{\tau^{4\nu_1-\nu}},$$

$$\frac{R^2e}{t-e}=R^2\sum_{\nu_1=0}^{\infty}\left(\frac{e}{A}\right)^{\nu_1+1}\sum_{\nu_2=0}^{\infty}(-m)^{\nu_2}C_{-\nu_1-1}^{\nu_2}\frac{1}{\tau^{4\nu_2+\nu_1+1}}$$

$$\left(\frac{t^*+e}{A}\right)^\nu=\left(\frac{e}{A}\right)^\nu\sum_{\nu_1=0}^{\infty}\left(\frac{R}{e}\right)^{\nu_1}C_\nu^{\nu_1}\left(\frac{R}{t-e}\right)^{\nu_1}=$$

$$=\left(\frac{e}{A}\right)^\nu\sum_{\nu_1=0}^{\nu}\left(\frac{R^2}{Ae}\right)^{\nu_1}C_\nu^{\nu_1}\sum_{\nu_2=0}^{\infty}(-1)^{\nu_2}\left(\frac{e}{A}\right)^{\nu_2}C_{-\nu_1}^{\nu_2}\sum_{\nu_3=0}^{\infty}(-m)^{\nu_1}C_{-(\nu_1+\nu_2)}^{\nu_3}\frac{1}{\tau^{\nu_1+\nu_2+4\nu_3}}$$

Далее на L_1 имеем следующие разложения:

$$\left(\frac{t}{A}\right)^\nu=\left(\frac{e+t_0}{A}\right)^\nu=\left(\frac{e}{A}\right)^\nu\sum_{\nu_1=0}^{\nu}C_\nu^{\nu_1}\left(\frac{t_0}{e}\right)^{\nu_1},$$

$$\left(\frac{t^*+e}{A}\right)^\nu=\left(\frac{\dfrac{R^2}{t-e}+e}{A}\right)^\nu=\left(\frac{e}{A}\right)^\nu\sum_{\nu_1=0}^{\nu}\left(\frac{R}{e}\right)^{\nu_1}C_\nu^{\nu_1}\left(\frac{R}{t_0}\right)^{\nu_1},$$

где t_0—аффикс точки окружности L_1 относительно ее центра.

Учитывая указанные разложения в формуле (5,4), введем следующие обозначения:

$$I_1=C_\nu^{\nu_1}\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma\frac{\tau^3-\frac{1}{\tau^5}}{\tau^{4\nu_1-\nu}}d\tau,\qquad I_2=C_{-(\nu_1+\nu_2)}^{\nu_3}\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma\frac{\tau^3-\frac{1}{\tau^5}}{\tau^{\nu_1+\nu_2+4\nu_3}}d\tau,$$

$$I_3=C_{-\nu_1-1}^{\nu_2}\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma\frac{\tau^3-\frac{1}{\tau^5}}{\tau^{4\nu_2+\nu_1+1}}d\tau,\qquad I_4=C_\nu^{\nu_1}\frac{1}{2\pi i}\int_{L_1\swarrow}\left(\frac{t_0}{e}\right)^{\nu_1}d(t_0+\bar{t}_0),$$

$$I_5=C_\nu^{\nu_1}\frac{1}{2\pi i}\int_{L_1\swarrow}\left(\frac{R}{t_0}\right)^{\nu_1}d(t_0+\bar{t}_0),\qquad I_6=\frac{1}{2\pi i}\int_{L_1\swarrow}\frac{1}{t_0}d(t_0+\bar{t}_0)$$

Подставляя в (5,4) значения этих интегралов, получим:

$$D_0=-4\pi m\left(\frac{R}{A}\right)^2e^4+\pi\sum_{\nu=1}^{\infty}H_\nu\left(d_\nu+d_\nu^{(1)}+2\nu R^2\left(\frac{e}{A}\right)^\nu\right)-\pi R^2e^2, \quad (5,5)$$

где положено

$$d_\nu=4(-m)^{\frac{\nu}{2}}\left(m^2C_\nu^{\frac{\nu}{4}+1}-C_\nu^{\frac{\nu}{4}-1}\right)A^2,\quad (\nu=4,\ 8,\ 12,\ldots,\infty)$$

$$d_\nu^{(1)}=4\left(\frac{e}{A}\right)^\nu mA^2\sum_{\nu_1=1}^{4}\left(\frac{-R^2}{Ae}\right)^{\nu_1}C_\nu^{\nu_1}C_{-\nu_1}^{4-\nu_1}\left(\frac{e}{A}\right)^{4-\nu_1}\quad (\nu=1,\ 2,\ 3,\ldots,\infty)$$

На основании (5,2) и (5,5) формуле (5,1) придадим вид:

$$D=\left(2{,}3902-\pi\left[0{,}5\left(\frac{R}{b}\right)^4+\left(\frac{e}{b}\right)^2\left(\frac{R}{b}\right)^2\right]\right)\left(\frac{b}{A}\right)^4-4\pi m\left(\frac{R}{A}\right)^2\left(\frac{e}{A}\right)^4+$$

$$+\pi\sum_{\nu=1}^{\infty}H_\nu\left(d_\nu+d_\nu^{(1)}+2\nu R^2\left(\frac{e}{A}\right)^\nu\right)\frac{1}{A^4}-\pi\left(\frac{R}{A}\right)^2\left(\frac{e}{A}\right)^6\Bigg\}\mu A^4$$

Для рассматриваемого примера $D=1{,}22772\mu A^4$.

Вычисленные значения напряжений в точках, расположенных на оси x, приведены в табл. 3. Там же приведены значения напряжений $y_z^{(0)}$, когда сечение представляет собою криволинейный квадрат без ослабления [3].

Как видно из табл 3, в правой и левой вершинах окружности напряжения соответственно в 2,06 и 3,56 раз больше напряжений $y_z^{(0)}$ в тех же точках.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аменз аде Ю. А. „Изв. АН СССР, ОТН“. 1959, № 5.
2. Мусхелишвили Н. И. Основные задачи математической теории упругости. М., 1954.
3. Шерман Д. И., Народецкий М. З. „Инж. сборник“, VI, 1950.

Ј. Ә. Әмәнзадә

Охлары бир-биринин үзәринә дүшмәјән даирәви бошлуглу, квадрат енкәсикли призматик брусун бурулмасында јерли кәркинликләр

ХҮЛАСӘ

Мәгаләдә квадрат енкәсикли, охлары бир-биринин үзәринә дүшмәјән, даирәви бошлуғу олан призматик брусун саф бурулмасына бахылмышдыр.

Кәркинлик һалыны характеризә едән, S областында регулјар олан $z=x+iy$ дәјишәниндән асылы (1,1), (1,2) шәртләрини өдәјән $F(z)$ функсијасы тапылмышдыр.

Бу мәсәлә әввәлчә, Фредһолм типли интеграл тәнлијә, сонра исә сонсуз чәбри хәтти тәнликләр системинә кәтирилмишдир. Бу системдән биринчи он тәнлик сахланыларағ онун һәлли; $\frac{l}{b}=0{,}5$; $\frac{R}{b}=0{,}5$ (R—даирәнин радиусу, b—квадратын тәрәфинин јарысы, e—даирәнин мәркәзиндән квадратын мәркәзинә гәдәр кичик ох бојунча мәсафәдир) нисбәтиндә олан өлчүләр үчүн ардычыл јахынлашма үсулу илә тапылмышдыр (бу мүмкүндүр, чүнки нормал шәклә кәтирилән системин бүтүн әмсалларынын мүтләг гијмәтләринин чәми вањиддән кичикдир).

$F(z)$ функсијасынын ифадәсини ((4,4) формуласыны) нәзәрә аларағ асанлыгла тапмаг олар ки, бу функсија C сабити (4,5) формуласы илә тә'јин олундуғу һалда (1,2) сәрһәд шәртини тәмамилә өдәјир.

Тапылмыш $F(z)$ функсијасынын сәрһәд шәртини L_2 квадратынын $t=b$, $t=ib$ вә $t=-b$ нөгтәләриндә өдәмәсинин дәгиглик дәрәчәсини характеризә едән $\Delta\%$ кәмијјәтләринин гијмәтләри үјғун олараг $\Delta_1=1\%$, $\Delta_2=0{,}1\%$ вә $\Delta_3=0{,}16\%$-дир.

Сонра кәсијин характер нөгтәләриндәки кәркинликләр һесабланмышдыр.

3-чү чәдвәлдән ајдын көрүнүр ки, даирәнин сағ вә сол тәпәләриндәки кәркинлик даирәви бошлуғу олмајан квадратын көтүрүлән нөгтәләриндәки кәркинликдән үјғун олараг 2,06 вә 3,56 дәфә чохдур.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-рија зијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 1

М. А. ГУЛИЕВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ ВОДЫ ЧЕРЕЗ ЗЕМЛЯНУЮ ПЛОТИНУ НА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Как известно, вопросы определения отдельных параметров гидротехнических сооружений, как скорости выхода, линии равных токов и т. д., представляют практический интерес. В данной работе рассматриваются вопросы нахождения скоростей фильтрационной воды на выходе недренированной земляной плотины трапецеидального профиля на проницаемом основании и определения положения кривой депрессии в теле плотины. Обычно материал тела плотины всегда в той или иной мере проницаем для воды. Поэтому в плотинах, как правило, наблюдается фильтрация воды из области верхнего бьефа в нижний, при которой тело плотины насыщается водой до известной высоты. В зоне насыщения грунт подвергается действию фильтрационных сил (гидродинамическое давление), стремящийся сдвинуть частицы грунта к низовому откосу [1]. Поэтому, как известно, для проектирования и строительства земляной плотины необходимо знать наивысшее и наинизшее положение линии насыщения тела плотины водой (кривой депрессии) для суждения об устойчивости сооружения.

Для плотины трапецеидального профиля на проницаемом основании расчет расходов был проведен А. М. Мхитаряном [2]. При этом он использовал метод фрагментов, разбив плотину двумя вертикалями на три части.

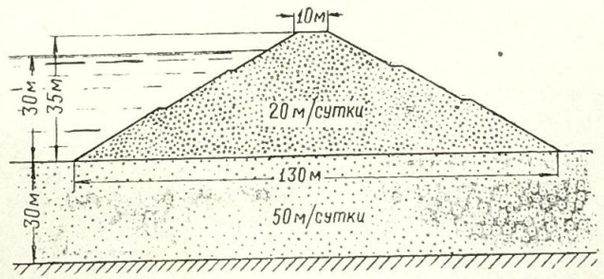


Рис. 1.

Задача подобного типа (рис. 1) решалась на центральной зоне электронной сеточной модели ЭМ-8 Вычислительного центра Академии наук Азербайджанской ССР.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-рижазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 1

М. А. ГУЛИЕВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ ВОДЫ ЧЕРЕЗ ЗЕМЛЯНУЮ ПЛОТИНУ НА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Как известно, вопросы определения отдельных параметров гидротехнических сооружений, как скорости выхода, линии равных токов и т. д., представляют практический интерес. В данной работе рассматриваются вопросы нахождения скоростей фильтрационной воды на выходе недренированной земляной плотины трапецеидального профиля на проницаемом основании и определения положения кривой депрессии в теле плотины. Обычно материал тела плотины всегда в той или иной мере проницаем для воды. Поэтому в плотинах, как правило, наблюдается фильтрация воды из области верхнего бьефа в нижний, при которой тело плотины насыщается водой до известной высоты. В зоне насыщения грунт подвергается действию фильтрационных сил (гидродинамическое давление), стремящийся сдвинуть частицы грунта к низовому откосу [1]. Поэтому, как известно, для проектирования и строительства земляной плотины необходимо знать наивысшее и наинизшее положение линии насыщения тела плотины водой (кривой депрессии) для суждения об устойчивости сооружения.

Для плотины трапецеидального профиля на проницаемом основании расчет расходов был проведен А. М. Мхитаряном [2]. При этом он использовал метод фрагментов, разбив плотину двумя вертикалями на три части.

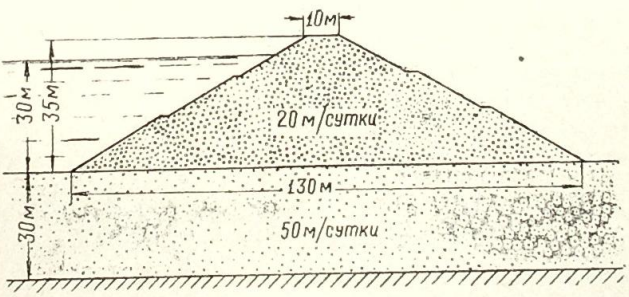


Рис. 1.

Задача подобного типа (рис. 1) решалась на центральной зоне электронной сеточной модели ЭМ-8 Вычислительного центра Академии наук Азербайджанской ССР.

Для набора задачи на сетке модели была произведена апроксимация контура плотины. Выбранный масштаб был 5 *м* на каждую клетку. Значения напоров воды на передней части плотины подавались на сетку модели от делителя граничный условий, представляющего собой индуктивный делитель напряжения. На границе водонепроницаемого слоя было принято, что приток отсутствует. Измерения на модели потенциалов в различных точках области производились компенсационным методом при помощи электронного фазочувствительного индикаторного устройства с использованием потенциометра переменного тока [4].

Гидродинамические сопротивления первой и второй зон области были моделированы электрическими сопротивлениями, равными соответственно 1000 и 400 *ом*.

Скорости выхода были найдены по следующей формуле:

$$v_N = \frac{k}{\mu \cdot m^*} \cdot \frac{C_p}{M\sqrt{2}} \cdot \Delta U_N,$$

где k—проницаемость пористой среды;

μ—вязкость;

$m^* = m \cdot c$; m—коэффициент пористости;

c—коэффициент насыщения;

C_p—коэффициент пропорциональности;

ΔU_N—напряжения на диагоналях сетки модели;

M—масштаб.

Выражая скорость v_N через коэффициент $K_ф$,

имеем: $$v_N = \frac{1000 \cdot K_ф}{\gamma \cdot m} \cdot \frac{C_p \cdot \Delta U_N}{M\sqrt{2}} \ (м/сут),$$

где γ—удельный вес ($кг/дм^3$).

Коэффициент пропорциональности $C_p = \frac{\Delta P}{\Delta U_0} = 0{,}0099$; ΔU_0—падение напряжения, соответствующее перепаду давления ΔP на контуре сооружения.

Обозначая $\frac{K_ф}{\gamma \cdot m} \cdot \frac{C_p \cdot 1000}{M\sqrt{2}} = C_1$, будем иметь:

$$v_N = C_1 \cdot \Delta U_N;$$

Принимая $m = 0{,}3$ и $\gamma = 1$ $кг/дм^3$, имеем:

$$C_1 = \frac{1000 \cdot K_ф \cdot C_p}{\gamma \cdot m \cdot M\sqrt{2}} = 2{,}32.$$

ΔU_N находится графическим способом:

$$\Delta \overline{U}_N = \Delta \overline{U}_1 + \Delta \overline{U}_2;$$

$\Delta \overline{U}_1$ и $\Delta \overline{U}_2$—напряжения на диагоналях сетки модели.

Значения скоростей на выходе были следующими:

ΔU_N	C_1	U_N
30,0	2,32	69,6
20,7	—	48,0
13,8	—	32,0
9,5	—	22,0
6,0	—	14,0
4,3	—	10,0

Одновременно был построен график их зависимости от длины выхода, представленный на рис. 2.

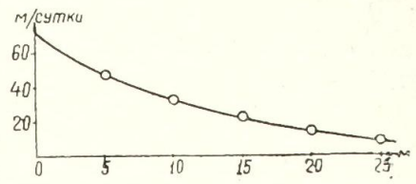


Рис. 2.

Для построения линий равных давлений были произведены замеры напряжений в узловых точках интересующих нас областей.

После определения давлений вышеуказанным способом путем линейной интерполяции были построены линии равных давлений (рис. 3). Кривая депрессии определилась проведением ортогональной линии к линиям равных давлений [3].

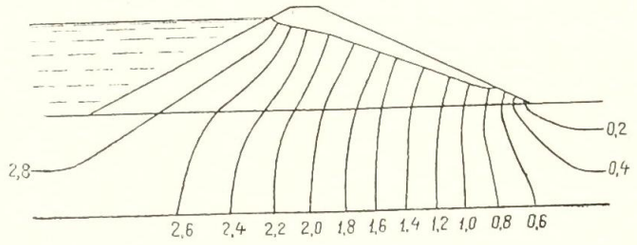


Рис. 3.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гришин М. М. Гидротехнические сооружения, ч. 1, 1954.
2. Мхитарян А. М. К расчету фильтрации через земляные плотины. „Инженерный сборник", т. 14, 1953.
3. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. М., 1952.
4. Руководство по электронной модели ЭМ-8. Изд. лаборатории электромоделирования АН СССР, 1953.

М. А. Гулиjев

Електрик модели васитәсилә торпаг бәнддән су јун сүзүлмәсинин тәдгиги

ХҮЛАСӘ

Мә'лумдур ки, һидротехники гурғуларда чыхыш сүр'әтләринин тапылмасы, сујун сүзүлмә әјрисинин гурулмасы вә башга параметрләрин мүәјјән олунмасы практики әһәмиjjәт кәсб едир. Бу мәгаләдә трапесоидал профилли бирчинс олмајан торпаг бәнддә депрессиja әјрисинин гурулмасындан вә бәндин чыхышында суjун сүзүлмә сүр'әтинин тапылмасындан бәһс едилир. Трапесоидал профилли бирчинс торпаг бәнд үчүн бу типли мәсәлә А. М. Мхитарjан тәрәфиндән һәлл едилмишдир.

1-чи шәкилдә көстәрилмиш мәсәлә ЕМ-8 типли електрик моделинин мәркәзи зонасында һәлл едилмишдир. Областын 1-чи вә 2-чи зоналарынын һидродинамик мүгавиматләри мүвафиг олараг 1000 вә 400 омлуг електрик мүгавимәтләрилә моделләшдирилмишләр.

Чыхыш сүр'әтләри ашағыдакы дүстур васитәсилә тапылмышдыр

$$v_N = \frac{1000 \cdot K_ф}{\gamma \cdot m} \cdot \frac{C_р \cdot \Delta U_N}{M\sqrt{2}} \ [м/сутка].$$

$K_ф$—сүзүлмә әмсалы;
γ—хүсуси чәки;
m—мәсамәлилик әмсалы;
M—мигјас;
$C_р$—мүтәнасиблик әмсалы;
ΔU_N—моделин торунун диагоналларында өлчүлән кәркинликдир.

Бәрабәр тәзјигләр хәтләрини гурмаг үчүн торун дүјүн нөгтәләриндәки потенсиаллар фәрги өлчүлмүшдүр. Депрессија әјрисинин вәзијјәти бәрабәр тәзјигләр хәтләринә ендирилән перпендикулјарын вәзијјәтилә мүәјјән олунмушдур.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 1

А. Х. ХАЛИЛОВ, Г. А. СУЛТАНОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИХРОИЗМА ПОГЛОЩЕНИЯ ТОНКИХ СЛОЕВ С ИСКУССТВЕННО ОРИЕНТИРОВАННЫМИ МОЛЕКУЛАМИ

Известно, что ключом для объяснения различных физических свойств молекул является природа и относительное расположение их энергетических уровней, о которых можно получить наиболее достоверные сведения из электронно-колебательных спектров, в частности из электронных спектров поглощения молекул. В молекулах с изолированными и сопряженными π-связями поглощение света обусловлено переходами электронов (π-электронов) между их основными и возбужденными состояниями, которые характеризуются свойствами симметрии, размерами и формой цепей сопряженных связей и их ориентацией в молекуле. Установление связи электронных переходов с колебаниями ядер, определение вероятности и направленности электронных переходов в молекуле позволяют выяснить действительную картину строения молекул, движения и взаимодействия π-электронов различных атомных групп в сложной молекуле.

Определение анизотропии элементарных актов поглощения в молекуле дает ценные сведения для характеристики строения и свойств таких сложных молекул.

С этой целью в последнее время находит полезное применение метод изучения поляризационных спектров поглощения молекул. В работах [1–2] рассматривалась связь дихроизма ориентированного слоя и собственного дихроизма молекул.

В настоящей работе с целью установления связи между анизотропией поглощения (дихроизмом) молекул в различных спектральных областях и строением молекул и системой сопряженных связей в молекуле экспериментально изучен дихроизм в электронных спектрах поглощения молекул, перечисленных в табл. 1.

Образцы тонких ориентированных слоев различных молекул были получены следующей методикой. Учитывая, что полимеры достаточно прозрачны в видимой и ближней ультрафиолетовой областях, в которых расположены полосы поглощения нами исследуемых молекул, мы выбрали подложкой для получения тонких слоев полимер полистирол. Растворы исследуемых молекул смешивались с раствором полистирола в дихлорэтане и затем поливочным методом были изготовлены тонкие пленки, которые были подвергнуты различным растяжениям (1—3 раза). Пленки растягивались из эластичного состояния. Поляризационные спектры поглощения были получены на спектрофотометре СФ-4. Для поляризации излучения в указанном приборе мы применяли поляризаторы для ультрафиолетовой и видимой области,

которые были установлены после выходной щели СФ-4. Тонкие пленки были расположены после поляроида перед фотоэлементами СФ-4. Для учета влияния подложек каждый раз для каждого образца одновременно и при одинаковых условиях опыта были приготовлены полистироловые пленки без исследуемых молекул и во всех случаях поглощение исследованных тонких слоев молекул с подложкой было измерено относительно чистой пленки полистирола для двух различных ориентаций электрического вектора световой волны ($E_\parallel$ и $E_\perp$), затем по формуле

$$d = \frac{D_\parallel - D_\perp}{D_\parallel + D_\perp}$$

был вычислен дихроизм поглощения (в этой формуле $D_\parallel$ и $D_\perp$ — значения оптических плотностей для двух различных ориентаций электрического вектора: $E_\parallel$ и $E_\perp$). Молекулярный дихроизм вычислялся пересчетным путем, исходя из данных о размерах пленок до и после растяжения и концентрации растворов молекул.

Результаты измерений приведены в табл. 1.

Таблица 1

Вещество	λ_{max}	$d = \frac{D_\parallel - D_\perp}{D_\parallel + D_\perp}$	$d_s = \frac{K_\parallel - K_\perp}{K_\parallel + K_\perp}$
Кристаллическое фиолетовое	307	0,0104	0,14
	550	0	0,1
	600	0	0,1
Малахитовое зеленое	320	0,0107	0,17
	430	—0,00502	—0,17
	620	0,0144	0,25
Аурамин	275	0,05085	0,22
	315	0,02732	0,17
	370	0.00881	0.17
	425	—0,00308	—0,17
Кетон Михлера	348	0,01358	1,3

Как показали наши измерения величина дихроизма для всех исследованных молекул возрастает в ряду 1—3 кратнорастянутых пленок. Это обусловлено тем, что с ростом степени растяжения пленок увеличивается количество молекул с параллельной ориентацией своих вытянутых осей молекул.

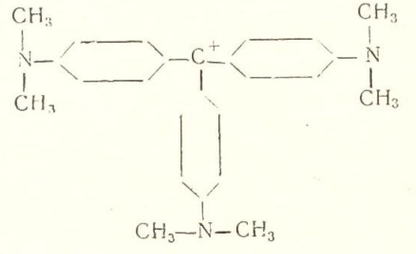
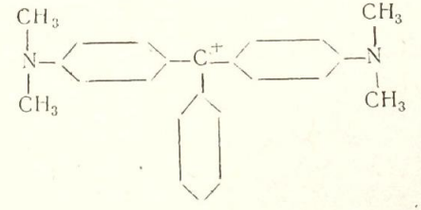
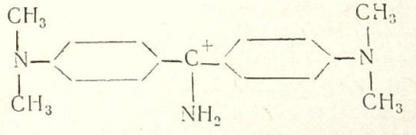
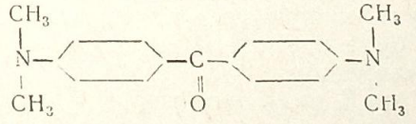
В табл. 1 приведены значения дихроизма для 3-кратнорастянутых пленок. Как видно из данных табл. 1, величина дихроизма для коротковолновых и длинноволновых π-электронных полос поглощения молекул мало отличаются. Во всех исследованных нами соединениях искусственной ориентации подвергаются оси молекул, проходящие вдоль цепи сопряженных π-связей, и как видно из данных табл. 1, чем больше пространственная конфигурация молекулы приближается к сильно вытянутому эллипсоиду, тем больше величина дихроизма для таких молекул, что свидетельствует о соответствии анизотропии тонких слоев искусственно-ориентированных молекул и анизотропии

отдельных молекул. Как видно из структурных формул соединений, приведенных в табл. 2, электронные оболочки их молекул лишены шаровой симметрии. По этой причине под действием электрического поля световой волны с определенным направлением поляризации π-электроны указанных молекул неодинаково смещаются вдоль длинной и короткой оси системы сопряженных π-связей.

Поэтому интенсивность π-электронных полос поглощения, длины волн максимумов которых приведены в табл. 1, для световой волны с электрическим вектором, параллельным длинной оси системы сопряженных π-связей, т. е. в направлении растяжения тонкого слоя, будет больше, чем для случая, когда электрический вектор световой волны перпендикулярен этой оси.

На основании изложенного можно объяснить причину расхождения оптических плотностей $D_\parallel$ и $D_\perp$ у отдельных исследованных нами молекул и увеличение этого расхождения с ростом нарушения шаровой симметрии электронных оболочек в ряду исследованных молекул кристаллического фиолетового, малахитового зеленого, аурамина и кетона Михлера.

Таблица 2

Наименование соединений	Структурная формула
Кристаллическое фиолетовое	
Малахитовое зеленое	
Аурамин	
Кетон Михлера	

Различный знак дихроизма двух различных полос одной и той же молекулы, приведенной в табл. I, свидетельствует о том, что электронные осцилляторы, соответствующие этим полосам поглощения расположены взаимно перпендикулярно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Смирнов Л. В. „ДАН СССР", 82, 237, 1952; ЖЭТФ, 23, 68, 1952.
2. Смирнов Л. В. Оптика и спектроскопия, т. III, вып. 2, 1957.

Ə. Х. Хəлилов, Һ. Ə. Султанов

Молекуллары сүн'и истигамətлəнмиш назик тəбəгəлəрдə удманын дихроизминин тəдгиги

ХҮЛАСə

Молекулларын мүхтəлиф физики хассəлəрини изаһ етмək үчүн һəмин молекулларын енеркетик сəвиjjəлəринин тəбиəти вə нисби jерлəшмəсинин өjрəнилмəси бөjүк əһəмиjjəтə маликдир. Бу барəдə исə этрафлы мə'лумат молекулларын електрон-рəгси спектрлəринин, хүсуси һалда исə електрон удма спектрлəринин өjрəнилмəси илə əлдə етмək олар. Изолə олунмуш вə гошалашмыш π рабитəси олан молекулларда ишыгын удулмасы π електронларын əсас вə һəjəчанланмыш сəвиjjəлəри арасындакы кечидлə əлагədардыр.

Молекулларда електрон кечидлəринин нүвəлəрин рəгси илə əлагəсинин тапылмасы, молекулда електрон кечидлəринин еһтималы вə истигамətинин тə'jин едилмəси мүрəккəб молекулларда мүхтəлиф атом груплары π електронларынын һəрəкəти вə гаршылыглы тə'сирини ajдынлашдырмаға имкан верир.

Елементар удма актында анизотроплуғун тə'jини белə мүрəккəб молекулларын гурулуш вə хассəлəрини характеризə етмək үчүн гиjмətли мə'лумат верир.

Бу ишдə мүхтəлиф спектрал областларда молекулларын удмасындакы анизотроплугла молекулларын гурулушу вə онлардакы гошалашмыш кимjəви əлагəлəр системи арасындакы əлагəни тапмаг мəгсədилə молекулларын електрон удма спектрлəриндə дихроизм тəчрүби олараг өjрəнилмишдир. Полимерлəрин спектрин көрүнəн вə jахын ултрабəнөвшəjи һиссəсиндə кафи гədəр шəффаф олдуғуну нəзəрə алараг, молекулларын назик тəбəгəлəрини алмаг үчүн алтлыг олараг полистирол көтүрүлмүшдүр.

Тəдгиг олунан маддəлəрин мəһлуллары полистиролун дихлоретанда мəһлулуна гарышдырылыр вə мүстəви шүшə лөвһə үзəринə төкүлəрək гурудулур. 3—4 μ галынлыглы назик тəбəгə еластики һала чатдыгда, сүн'и олараг 2—3 гат дартыларағ молекулларын дартылма истигамətиндə дүзүлмəси əлдə едилир.

Полjаризəлəнмиш шүанын удулма спектрлəри СФ-4 спектрофотометриндə алынмышдыр.

Полjаризəлəнмиш шүа алмаг үчүн спектрин көрүнəн вə ултрабəнөвшəjи һиссəлəри үчүн полjаризатор тətбиг етмишик.

Алтлыгын тə'сирини нəзəрə алмаг үчүн ejни шəраитдə үзəриндə молекула олмаjан полистирол тəбəгəси һазырланмыш вə бүтүн нүмунəлəр буна нисбətən өлчүлмүшдүр. Өлчүнүн нəтичəлəри 1-чи чədвəлдə верилмишдир.

2 вə 3 дəфə дартыларағ узадылмыш нүмунəлəрин өjрəнилмəси көстərди ки, дартылма дəрəчəси артдыгча дихроизм дə артыр.

Чədвəлдəн көрүндүjү кими, молекулун фəза конфигурасиjасы (дүзүлүшү) үзунсов еллипсоидə jахынлашдыгда, jə'ни молекулун өз анизотроплуғу чохалдыгча һəмин молекулларын сүн'и истигамətлəнмиш назик мономолекулjар тəбəгəлəринин удулмасындакы дихроизм артыр.

Бу нəтичəдəн истифадə едəрəк, полимерлəрин кристаллашма дəрəчəсини онларын удмасындакы дихроизми өлчмəклə кəмиjjətчə тə'jин етмək олар.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 1

Н. А. АЛИЕВ, Ф. Г. МАГЕРРАМОВА

ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ОПРАВ ПРОШИВНОГО СТАНА В ПРОЦЕССЕ РАБОТЫ

Для увеличения срока службы прокатных инструментов, в частности оправ прошивного стана, применяемых при прокатке труб, они охлаждаются проточной водой. При этом для равномерного и быстрого охлаждения оправа должна обладать хорошей теплопроводностью. Учитывая это обстоятельство, при изготовлении оправ выбираются специальные сорта стали. Несмотря на это в процессе работы в оправах прошивного стана в зависимости от числа проходов происходит многократная закалка, отпуск и наклеп. В результате эти процессы, безусловно, должны влиять на теплопроводность оправы. Поэтому определение теплопроводности этих оправ представляет определенный интерес.

Как известно, теплопроводность определяется в стационарном и нестационарном тепловом поле.

Широкое практическое применение имеют методы определения теплопроводности в стационарном тепловом поле. Эти методы обоснованы законом Био-Фурье. Уравнение теплопроводности Фурье имеет сравнительно простое решение для образцов формы пластины, цилиндра и шара. Решение этой задачи для куба более сложно. Поэтому и методы определения теплопроводности делятся на методы для плоской стенки, цилиндра и шара. Наиболее выгодным является плоский и цилиндрический методы. Все эти методы имеют основные погрешности в виде боковых потерь тепла.

В сконструированном Х. И. Амирхановым приборе [2, 3] эти боковые потери устраняются применением полупроводникового охранного кольца.

Для определения коэффициентов теплопроводности нами собран аналогичный прибор с небольшими изменениями в конструкции, которые легко можно обнаружить из сравнения принципиальных схем приборов, приведенных на рис. 1 данной работы и на рис. 5 в работе [2].

Для контроля точности собранной установки в качестве эталона были выбраны образцы как из хороших, так и плохих теплопроводящих материалов, а именно из Zn, Al, Cu, Bi, дуба. В результате измерения коэффициента теплопроводности для цинка получили $\lambda = 0{,}27$ *кал/см. сек. град*, для алюминия $\lambda = 0{,}495$, для меди — $\lambda = 0{,}92$, для висмута $\lambda = 0{,}0176$, для дуба $\lambda = 0{,}00062$.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-рижазиҹҹат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 1

Н. А. АЛИЕВ, Ф. Г. МАГЕРРАМОВА

ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ОПРАВ ПРОШИВНОГО СТАНА В ПРОЦЕССЕ РАБОТЫ

Для увеличения срока службы прокатных инструментов, в частности оправ прошивного стана, применяемых при прокатке труб, они охлаждаются проточной водой. При этом для равномерного и быстрого охлаждения оправа должна обладать хорошей теплопроводностью. Учитывая это обстоятельство, при изготовлении оправ выбираются специальные сорта стали. Несмотря на это в процессе работы в оправах прошивного стана в зависимости от числа проходов происходит многократная закалка, отпуск и наклеп. В результате эти процессы, безусловно, должны влиять на теплопроводность оправы. Поэтому определение теплопроводности этих оправ представляет определенный интерес.

Как известно, теплопроводность определяется в стационарном и нестационарном тепловом поле.

Широкое практическое применение имеют методы определения теплопроводности в стационарном тепловом поле. Эти методы обоснованы законом Био-Фурье. Уравнение теплопроводности Фурье имеет сравнительно простое решение для образцов формы пластины, цилиндра и шара. Решение этой задачи для куба более сложно. Поэтому и методы определения теплопроводности делятся на методы для плоской стенки, цилиндра и шара. Наиболее выгодным является плоский и цилиндрический методы. Все эти методы имеют основные погрешности в виде боковых потерь тепла.

В сконструированном Х. И. Амирхановым приборе [2, 3] эти боковые потери устраняются применением полупроводникового охранного кольца.

Для определения коэффициентов теплопроводности нами собран аналогичный прибор с небольшими изменениями в конструкции, которые легко можно обнаружить из сравнения принципиальных схем приборов, приведенных на рис. 1 данной работы и на рис. 5 в работе [2].

Для контроля точности собранной установки в качестве эталона были выбраны образцы как из хороших, так и плохих теплопроводящих материалов, а именно из Zn, Al, Cu, Bi, дуба. В результате измерения коэффициента теплопроводности для цинка получили $\lambda = 0{,}27$ *кал/см. сек. град*, для алюминия $\lambda = 0{,}495$, для меди — $\lambda = 0{,}92$, для висмута $\lambda = 0{,}0176$, для дуба $\lambda = 0{,}00062$.

Сравнение значений коэффициентов теплопроводности, полученных для вышеуказанных веществ, с данными [4, 5, 6] показывает достаточную точность работы установки.

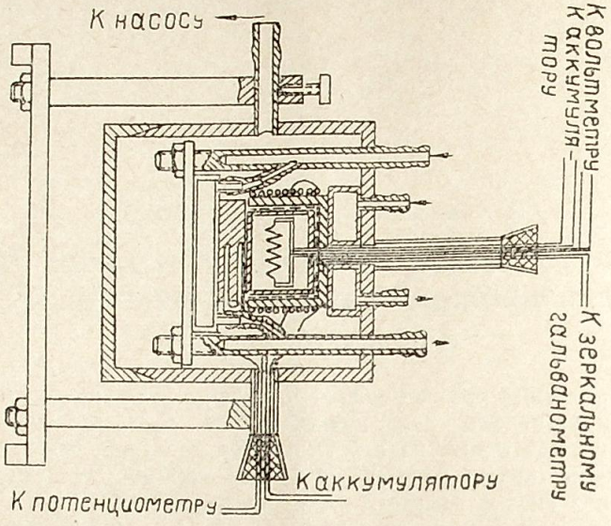


Рис. 1.

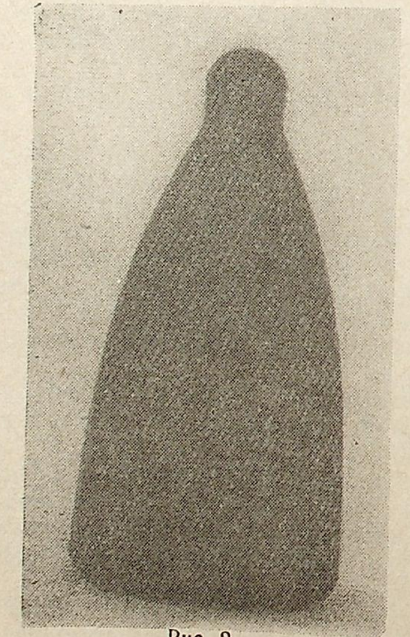


Рис. 2.

В настоящей работе определялись коэффициенты теплопроводности оправ прошивного стана, изготовленных из стали марки 12ХН—ЗА, после 2, 13, 14, 18, 82, и 156 проходов, которые применялись при прокатке труб из малоуглеродистой стали марки „10“ и многоуглеродистой стали марки „Д“. Оправы имеют вид, представленный на рис. 2.

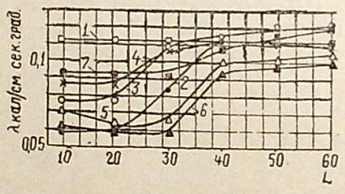


Рис. 3.
1—0 прохода; *2*—2 прохода; *3*—13 проходов, *4*—14 прох дов, *5*—18—проходов; *6*—82 прохода; *7*—156 прох дов

Для определения теплопроводности оправ из них на токарном станке вырезалось 7 полос одинаковой ширины. Из этих полос фрезой вырезались образцы для измерений. Для придания образцам плоской формы они тщательно шлифовались и полировались с обеих сторон, а затем на их поверхностях протачивались углубления для спай термопары. Для выявления изменения теплопроводности оправ в процессе работы определялась теплопроводность также не участвовавшей в прокатке оправы. Результаты измерений приведены на рис. 3.

Как видно из рис. 3 коэффициенты теплопроводности различных полос оправы, не участвовавшей в прокате, почти одинаковы. Однако в случае оправ, участвовавших различное число раз в прокате труб, наблюдается отклонение от прямолинейности, причем это отклонение особенно заметно в начальной части кривых, что соответствует I, II и III полосам.

Результаты рентгенографического исследования этих же оправ [1] показывают образование в них остаточных напряжений II рода. Максимальное значение этих напряжений также соответствует I, II и III полосам.

Видимо, этим и объясняется заметное отклонение начала кривых теплопроводности от прямолинейности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алиев Н. А. Магеррамова Ф. Г. „Изв. АН Азерб. ССР“, 1959, № 6.
2. Амирханов Х. И. „Изв. АН Азерб. ССР“, 1946, № 4.
3. Амирханов Х. И. „Изв. АН Азерб. ССР“, 1949, № 4.
4. Сборник физических констант. Под ред. проф. Я. Г. Дорфмана и проф. С. Э. Фриша. ОНТИ, 1937.
5. Справочник химика, т. 1. Госхимиздат, 1951.
6. Landolt-Börnstein. Physikalich-chemische tabellem. Berlin. Verlag von Julius Springer, 1905.

Н. Ә. Әлијев, Ф. Г. Мәһәррәмова

Дәликачан стан башлыгл рынын истиликкечирмә әмсалларынын иш просесиндә дәјишмәсинин тәдгиги

ХҮЛАСӘ

Бору прокаты заманы истифадә олунан прокат аләтләринин, хүсуси һалда дәликачан стан башлыгларынын ишләмә мүддәтини артырмаг мәгсәдилә онлар ахар су илә сојудулур. Бу заман башлығын тез вә мүнтәзәм сојумасы үчүн о, јахшы истиликкечирмә әмсалына малик олмалыдыр. Буну нәзәрә аларағ башлыглар хүсуси нөв поладдан һазырланыр. Буна бахмајарағ иш заманы башлыгларда кедән суварма, бәркимә вә с. просесләр онларын истиликкечирмәсинә, шүбһәсиз, тә'сир едәчәкдир. Буна көрә дә бу башлыгларын истиликкечирмәсинин тә'јини мараглыдыр. 12ХН-3А маркалы поладдан һазырланмыш башлыгларын 2,13,14,18, 82 вә 156 кечиддән сонра истиликкечирмә әмсаллары мәгаләдә көсгәрилән үсулла өлчүлмүшдүр. Истиликкечирмәнин јухарыда көстәрилән просесләр нәтичәсиндә дәјишмәсини мүәјјән етмәк үчүн ишләнмәмиш башлығын да истиликкечирмә әмсалы тә'јин едилмишдир. Алынан нәтичәләр график шәкилдә верилмишдир. Шәкилдән көрүндүју кими, ишләнмәмиш башлығын мүхтәлиф золагларынын истиликкечирмә әмсалларынын гијмәтинә әсасән гурулмуш

график дүз хәтт верир. Мүхтәлиф сајда кечидләрдә иштирак етмиш башлыглар һалында исә дүз хәтдән кәнара чыхмалар мүшаһидә олунур ва бу кәнара чыхмалар әјринин I, II вә III золаға тәвафүг едән башланғыч һиссәсиндә даһа чохдур. Бу башлыгларын рентгенографик тәдгиги онларда II нөв галыг кәркинлијин јарандығыны вә максимум кәркинлијин I, II вә III золаға тәвафүг етдијини көстәрир. Иш просесиндә һәмин золагларын истиликкечирмә әмсалларының даһа чох дәјишмәсини, көрүнүр, бунунла изаһ етмәк олар.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 1

Д. Х. АМИРХАНОВА

ТЕРМО- И ГАЛЬВАНОМАГНИТНЫЕ ЭФФЕКТЫ В АНТИМОНИДЕ ИНДИЯ

В статье сообщаются результаты исследования продольного и поперечного эффекта Нериста – Эттингсгаузена (Н.—Э.) и гальваномагнитных эффектов в *p*- и *n*-JnSb в области 77°—400° К в магнитных полях до 26000 *Э*.

Зависимости термомагнитных эффектов от напряженности магнитного поля в примесном районе для p-JnSb объясняются на основе двухдырочной модели. Обнаружено влияние фононного увеличения на термомагнитные эффекты в районе 77°К. На основе теории термомагнитных эффектов в случае $\frac{uH}{c} \gg 1$ объясняются полученные зависимости поля Н.—Э. от температуры как в области примесной, так и собственной проводимости. Показано, что во всем исследованном интервале температур носителя тока в JnSb рассеиваются преимущественно на акустических колебаниях кристаллической решетки.

Антимонид индия в последнее время изучается весьма интенсивно. Интерес, который проявляют к этому соединению исследователи, связан с его особыми электрическими свойствами.

Подвижность электронов в JnSb достигает рекордно больших значений, $65 \cdot 10^3$ $\frac{см^2}{в.сек}$ при комнатной температуре и нескольких сотен тысяч при температуре жидкого азота. Это соединение сравнительно легко очищается зонной перекристаллизацией и при вытягивании из расплава удается получить довольно крупные и однородные монокристаллы. Эффективная масса электронов мала и составляет 0,015 m_0 [11]. Ширина запрещенной зоны равна 0,23 *эв* при $T=0°К$. С ростом температуры она уменьшается.

Большой интерес представляет исследование антимонида индия электронного типа при низких температурах. Вследствие незначительной эффективной массы и высокой подвижности электронов при температурах ниже азотных в магнитных полях в несколько тысяч эрстед создаются условия для квантования энергетического спектра носителей. Согласно классической теории $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}$ поперечное при больших $\frac{uH}{C}$ не зависит от магнитного поля. Как следует из настоящей и других работ [10] для *n*—JnSb это условие не сохраняется. По-видимому, отсутствие насыщения кривых $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}(H)$ обусловлено квантовыми эффектами. Следствием квантования является также осцилляция кон-

станты Холла в зависимости от магнитного поля, которое наблюдали авторы [10] уже при 77°К.

Термомагнитные свойства JnSb изучены недостаточно [8, 12, 13]. В. П. Жузе и И. М. Цидильковский [4] экспериментально проверили на JnSb теорию поперечного эффекта Н.—Э. для сильных магнитных полей в случае смешанной проводимости. Они также установили, что в исследованных ими образцах до 100°К носители преимущественно рассеиваются на фононах. Однако авторы [4] имели дело с поликристаллическими образцами невысокой чистоты. Родо [13] исследовал чистые монокристаллы JnSb. Но он не изучал зависимости эффектов от магнитного поля. Кроме того, выводы Родо относительно механизма рассеяния носителей противоречат результатам работы [4].

На V Всесоюзном совещании по низким температурам [1] были доложены основные результаты нашего исследования термомагнитных эффектов в n—JnSb в районе 20°—77°К. В настоящей работе приводятся результаты исследования поперечного и продольного эффектов *n*-и *p*-JnSb в районе 77—400°К. Излагаются также результаты исследований эффекта Холла, электропроводности и поперечного магнитосопротивления.

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Соединение JnSb было получено синтезом исходных компонент, взятых в стехиометрическом соотношении. Синтез проводился в кварцевой ампуле в атмосфере чистого гелия или водорода при T~550° С.

Полученное вещество очищалось зонной перекристаллизацией сначала широкой зоной со скоростью перемещения зоны $v=0{,}1$ *см/мин*, а затем узкой зоной с $v=0{,}06$ *см/мин* вдоль слитка. После такой очистки начальная часть слитка обладала проводимостью *p*-типа, а конечная *n*-типа. Наиболее чистые участки, согласно измерениям Холл-эффекта, располагались, примерно, в середине слитка.

Измерения электропроводности вдоль слитка, проведенные при комнатной температуре, и температуре соответствующей кипению жидкого азота, показали, что значительный участок электронной части, граничащей с дырочной частью имеет аномально низкую электропроводность при низких температурах. Это обстоятельство связано с очень невысокой подвижностью электронов такого участка при низких температурах.

По мере удаления от границы дырочная проводимость—электронная проводимость эта аномалия исчезала. Образцы для измерений готовились в форме прямоугольных брусков размером 15×3×2 *мм*^{3}. По измерениям электропроводности и эффекта Холла образцы по длине проверялись на однородность. Потенциальными зондами служили 4 платиновых провода диаметром 0,03 *мм*, приваренных разрядом конденсаторной батареи к образцу.

Причем, провода для измерения продольной разности потенциалов располагались от торцов на расстояниях, превышающих ширину образца. Выбранный нами способ крепления потенциальных зондов исключал выпрямление на границе металл—образец и мало искажал продольное электрическое поле. Последнее особенно важно для полупроводника с высокими подвижностями носителей, такого как JnSb.

Ток к образцу подводился через медные ветви термопар медь—константан, припаянные тонким слоем олова к торцам. При измерениях термомагнитных эффектов и термоэдс перепад температуры вдоль образца создавался с помощью печки и холодильника, которые припаивались к образцу. Термопары были проградуированы по реперным точкам. Установка для измерений, которой мы пользовались, аналогична описанной в работе [1]. Измерения эдс проводились компенсационным методом на постоянном токе при помощи низкоомного потенциометра ППТН—1 и гальванометра типа М 21/4. Магнитное поле создавалось электромагнитом конструкции, описанной в работе [5].

РЕЗУЛЬТАТЫ

1. JnSb p-тип

Было исследовано 3 образца антимонида индия дырочного типа. Полученные результаты приводятся для одного образца, поскольку данные для других образцов сходны. Из зависимости коэффициента Холла и электропроводности от температуры следует, что район примесной проводимости расположен ниже 200°К (рис. 1).

В этом районе наблюдается зависимость коэффициента Холла (R_x) от напряженности магнитного поля Н (рис. 2). С изменением магнитного поля от 300 до 5000 *э* при 77°К R_x падает примерно вдвое и при дальнейшем росте H, вплоть до 26 *кэ*, остается постоянной. Такой результат соответствует данным по циклотронному резонансу [9]

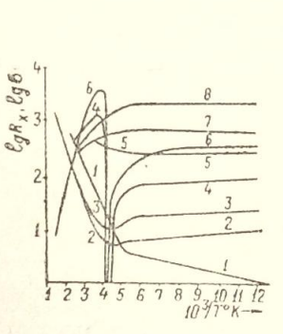


Рис. 1.
Температурная зависимость σ и R_x для *p* и *n*—JnSb
1 и *8*—II—2*n* (*a* и *b*); *2* и *6*—1—2 *p*; *3* и *4*—II 2 *p*; *5* и *7*—3 *n*.

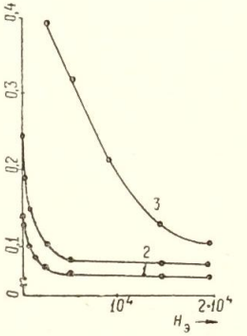


Рис. 2 Зависимость $\frac{\Delta\rho}{\rho_0 H^2}$(*3*), Q (*2*) и R_x (1) для *p*—JnSb от магнитного поля

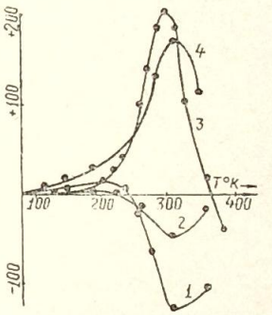


Рис. 3 Температурная зависимость ε_y 10^2 (*1* — при H= = 20000 *э*; *2*—при H = 2700 *э*); $\varepsilon_x \cdot 10^2$ (*3* — при H=20 *кэ*; $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}$—*4* (H=20 *кэ*) для *p*—JnSb

Зависимость R_x от H указывает на существование в валентной зоне двух типов дырок, с различными эффективными массами. Это также подтверждается зависимостью $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}$ (H) (рис. 2). Предсказываемая классической теорией зависимость поперечного магнитосопротивления от $H\left(\frac{\Delta\rho}{\rho} \sim [uH]^2\right)$ наблюдается лишь при небольших значениях H. При 77°К такая зависимость имеет место до 4—5 *кэ*. Наблюдаемые при более высоких полях отклонения от этой зависимости не могут быть

связаны с сильными магнитными полями, так как при 5 кэ $\left(\frac{uH}{c}\right)^2$ составляет ~0,01.

Температурная зависимость $\frac{\Delta\rho}{\rho}$ для дырочных образцов является типичной (рис. 3). При приближении к области смешанной проводимости $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}$ резко возрастает и достигает максимальной величины при 310°К что соответствует наиболее высокой подвижности электронов.

Эффект Нернста—Эттингсгаузена

На рис. 3 представлена зависимость безразмерного поля Н.—Э. от температуры для двух полей. Будем считать знак эффекта Н.—Э. положительным, если поле эффекта в правой системе координат направлено вдоль оси oy, когда магнитное поле ориентировано по оси oz, а градиент температуры $\frac{\partial T}{\partial x}$ по оси ox. Тогда в области примесной проводимости, согласно нашим измерениям, ε_y положительно, а в области смешанной и собственной—отрицательно и имеет минимум при $T \sim 310$°К. Отрицательный знак и минимум ε_y объясняются, если учитывать смешанную проводимость при условии, что для электронов имеет место случай сильных магнитных полей.

Для примесной области при малых $\frac{uH}{c}$ поле эффекта Н.—Э. ε_y дается выражением:

$$\varepsilon_y = \frac{1-n}{2}\, a_n \quad \frac{uH}{c}, \qquad (1)$$

где u—подвижность,
H—магнитное поле,
c—ско; ость света,
a_n—коэффициент, близкий к единице,
n—характеризует тип рассеяния носителей и определяется выражением $l = l_0(T)v^n$, здесь l—длина свободного пробега, v—скорость носителей.

Из формулы (1) следует, что ε_y положительно только для $n<1$. Теория предопределяет в этом случае значение $n = 0$. Это означает, что носители рассеиваются на колебаниях акустических фононов. Здесь мы можем говорить лишь о преобладающем механизме рассеяния. В настоящее время установлено, что эффект Н.—Э. весьма чувствителен к целому ряду процессов. В частности, в области 77°К в p—JnSb на ε_y может начинать сказываться фононное увлечение. При доминировании фононного увлечения, которое ожидается при температуре ниже 77°К, ε_y должна изменить знак на отрицательный. Подвижности, рассчитанные по формуле (1), в несколько раз ниже холловских. Причем, это расхождение увеличивается с уменьшением температуры и достигает при Т=83°К $u_x/u_{нэ} \approx 5$. Обнаруженное расхождение между $u_{нэ}$ и u_x может быть обусловлено влиянием фононного увлечения.

На рис. 2 представлена зависимость константы эффекта Н.—Э. Q от магнитного поля. Теория, исходящая из изотропной модели п. п. с одним типом носителей тока при $\frac{uH}{c}<1$ приводит к зависимости Q от H.

$$Q = \frac{\varepsilon_y}{H} \cdot \frac{\kappa}{e}. \qquad (2)$$

Как видно из рис. 2, при слабых полях была обнаружена сильная зависимость Q от H. С ростом поля от 300 до 6000 э Q уменьшалось более чем в 2,3 раза. При переходе к сильным магнитным полям, начиная примерно с $\frac{uH}{c} = 1$, $Q \sim H^{-2}$. В нашем случае Q зависит от H до $\frac{uH}{c} = 0{,}1$. Это указывает на недостаточность одногрупповой модели, которая предполагается при выводе формулы (1). В работе [7] развита теория термомагнитных эффектов для двухдырочной модели, из которой следует, что константа поперечного и продольного эффекта Н.—Э. может зависеть от H при слабых полях, что и наблюдается нами. Полученная зависимость Q от H может быть объяснена в предположении, что валентная зона JnSb содержит два типа дырок, легких и тяжелых. Легкие дырки определяют эффект Н.—Э. при слабых полях, тяжелые—при сильных. По-видимому, при температуре 77°К $\nu = \frac{n_1}{n_2} < 1$ (где n_1—концентрация тяжелых дырок, n_2—легких) и с ростом температуры это отношение продолжает убывать. Это предложение может объяснить тот факт, что с ростом температуры в примесной области зависимость Q и R_x от H ощутимо ослабляется. В области смешанной проводимости, вследствие появления электронов в зоне проводимости, зависимость Q и R_x от H снова усиливается.

Продольный эффект Н.—Э.

Изменение термоэдс в магнитном поле $\Delta\alpha = (\alpha_н) - (\alpha_0)$ или как его еще называют продольный эффект Нернста—Эттингсгаузена (Н.—Э.) $\varepsilon_к = \frac{\Delta\alpha}{\kappa/e}$ также представляет возможность судить о преобладающем механизме рассеяния носителей. Для слабых полей в примесной области.

$$\Delta\alpha = \frac{1-n}{2}\, a_n^1 \left(\frac{uH}{c}\right)^2 \cdot \frac{\kappa}{e} \qquad (3)$$

На рис. 3 представлена зависимость $\Delta\alpha$ от температуры: $\Delta\alpha$ уменьшается в примесном районе, оставаясь положительным. Уменьшение $\Delta\alpha$ нельзя объяснить поведением подвижности носителей, так как величина $R_x\sigma$ не только не уменьшается, но даже слегка возрастает при понижении температуры от 200 до 100°К. Хотя из формулы (3) и из экспериментальной кривой мы можем заключить, что носители преимущественно рассеиваются на фононах, количественное расхождение между экспериментальной кривой $\varepsilon_x(T)$ и формулой (3) при использовании для определения u произведения $R_x\sigma$ указывает на возрастающее влияние иного механизма, чем тот, который лежит в основе соотношения (3). Наиболее вероятным является влияние фононного увлечения.

Таким образом, на основании анализа результатов измерения термомагнитных эффектов Нернста—Эттингсгаузена и гальваномагнитных эффектов можно сделать следующие выводы.

Валентная зона p-JnSb содержит два типа дырок с различной подвижностью. С понижением температуры на термомагнитные эффекты начинает сказываться фононное увлечение.

II. InSb n-тип

Гальваномагнитные свойства

Было исследовано три образца электронного типа. Два из них JnSb II – 2n (a и b) были вырезаны из участка с аномально низкой электропроводностью, третий образец JnSb II—3n—из нормального участка. На рис. 1 приведены значения электропроводности (σ) и эффекта Холла (R_x) для всех трех образцов в зависимости от температуры. Из рис. 1 видно, что электропроводность образцов II—2 n (a и b) при низких температурах аномально мала, что приводит к значениям подвижностей в 20 раз более низким по сравнению с нормальными образцами соответствующей чистоты. Можно полагать, что примеси в этих образцах очень сильно компенсированы. Такое аномальное изменение подвижностей электронов с температурой, а именно в примесной области порядка $3000\frac{см^2}{в.сек}$ при $H=5000$ $э$, и порядка $35000\frac{см^2}{в.сек}$ для собственной области обусловливает и соответствующие изменения поперечного магнитосопротивления от температуры. Графики поперечного магнитосопротивления $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}$ от температуры приведены для одного из аномальных образцов II—2 n (a) и для образца II—3 n на рис. 4. Данные для образца II—2 n (b) для всех эффектов мало отличны от результатов для образца JnSb II—2 n (a), поэтому мы приводим здесь лишь соответствующие графики для JnSb II—2 n (a).

Кривая $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}(T)$ для Jn Sb II—2n (a) очень напоминает соответствующую кривую для образцов p-типа. Возрастание $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}$ с повышением температуры и максимум кривой $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}(T)$ при 200°К соответствует росту подвижности электронов для этого образца и ее максимальному значению при 200°К. Подвижности, подсчитанные по $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}=\alpha\left(\frac{uH}{c}\right)^2$ для 77°К и 200°К и из $R_x\sigma$, приводят к одинаковым результатам, если положить что в примесной области рассеяние происходит на ионизированных примесях и брать соответствующие значения для коэффициента α.

Магнитосопротивление для JnSb II—2 n (a) при 77°К (рис. 5) в пределах исследованных магнитных полей пропорционально $(uH)^2$, как и следует из теории слабых магнитных полей.

Необъяснимые аномалии наблюдаются в II—2 n для $R_x(H)$ и $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}(H)$

при 200°К. Так, при 200°К $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}$ достигает~17, а R_x в примесной области зависит от напряженности магнитного поля (рис. 5). Этот экспериментально обнаруженный факт для JnSb II— 2 n (a—b) не может быть объяснен удовлетворительно. Можно было бы, например, предположить, что при 77°К на R_x сказывается смешанная проводимость. Но сравнивая наши образцы с более чистыми образцами Д. Н. Наследова и др. [4], имеющими такие же аномалии в R_x и $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}$, можно убедиться, что это предположение не обосновано.

Образец JnSb II—3 n, как было сказано выше, вырезан из участка обладающего нормальной электропроводностью. Подвижность в этом образце с понижением температуры возрастает, достигая при 77°К $10^5\frac{см^2}{в.сек}$. Кривые $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}(T)$ (рис. 4) имеют характерный для n—JnSb вид, с повышением температуры $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}$ по величине слегка убывает, а затем при $T>200$°К начинает быстро спадать. Можно подсчитать подвижность электронов по значениям $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}$ и сопоставить полученные величины со значениями $R_x\sigma$. Для слабых полей можно пользоваться формулой:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_0}=\alpha u^2H^2, \qquad (4)$$

где $\alpha=0{,}38\cdot10^{-16}$ для рассеяния на фононах. Такой подсчет для $H=100$ $э$ дает $u_{\Delta\rho}=1{,}1\cdot10^5$ $\frac{см^2}{в.сек}$, для $H=290$ $э$ $u_{\Delta\rho}=1.10^5\frac{см^2}{в.сек}$. Брать поля выше 300 $э$ нельзя, так как в этом случае нарушаются условия слабых полей. Магнитное поле 300 $э$ соответствует $\left(\frac{uH}{c}\right)=0{,}3$. Анализируя кривую $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}(H)$, для образца JnSb в II—3n (рис. 5) можно отметить следующие особенности. Насыщение кривой $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}(H)$ начинается при $H>5000$ $э$, это соответствует значению $\frac{uH}{c}=5$. Однако при $H>10^4$ $э$ $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}$ начинает возрастать более круто и повышается с ростом магнитного поля по закону $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}\sim H$. Отсутствие насыщения кривой $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}$ при столь больших магнитных полях $\left(\frac{uH}{c}>10\right)$ является следствием проявления квантовых эффектов. Влияние квантования энергетического спектра носителей на явления переноса становится существенным, если выполняются следующие условия:

$$1)\quad \frac{uH}{c}\gg1 \quad 2)\ \hbar\omega_0>kT,$$

где h—постоянная Планка,

$\omega_0 = \frac{eH}{m^* c}$ —циклотронная частота,

K—постоянная Вольцмана,

m^*—эффективная масса носителя.

Для нашего случая при $T=77°K$ $H>10^4$ имеем $\frac{uH}{c} \simeq 10$ $h\omega_0 > 2\cdot 10^{-14}$ *эрг*, $KT = 1{\cdot}05{\cdot}10^{-14}$ *эрг*. Таким образом, как следует из расчета, условия для квантования электронных орбит начинают осуществляться при полях $H>10000$ *э*.

Поперечное магнитосопротивление в квантовом пределе должно возрастать как $\frac{\Delta\rho}{\rho_0} \sim H$, что и наблюдается для образца JnSb II—3 n при $H>10^4$ *э*.

Константа Холла для JnSb II—3 n (рис. 5), в отличие от образца II—2 n (a и b) в примесной области не зависит от поля вплоть до до 26 *кэ*.

Следовательно, в зоне проводимости n·JnSb имеется только один тип носителей, с $m^*=0{,}015\ m_0$. Что касается зависимости R_x (H) для „аномального" образца II—2 n (a и b), то она не вызвана ни наличием двух типов носителей, ни переходом от слабых полей к сильным при наличии примесно-ионного рассеяния, а, по-видимому, является следствием несовершенства образца.

Термомагнитные эффекты

Если исходить из предположения, что подвижности электронов в n—JnSb в примесной области, велики (достигают порядка 100 000 *см²/в·сек*), то уже в магнитных полях $H>1000$ *э* надлежит пользоваться формулами для сильных магнитных полей. Теория сильных магнитных полей для термомагнитных эффектов дает следующие соотношения [2]:

$$\varepsilon_y = \frac{1-n}{2}\, a_n \left(\frac{uH}{c}\right)^{-1}, \qquad (3)$$

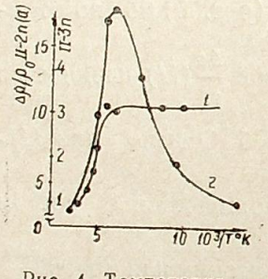


Рис. 4. Температурная зависимость $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}$ для n—JnSb
1—JnSb, II—3n, 2—JnSb II—2 n (a)

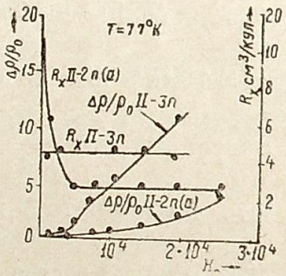


Рис. 5. Зависимость $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}$ и R_x от магнитного поля для n—JnSb

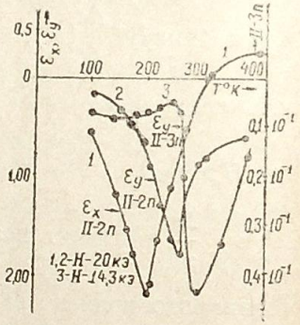


Рис. 6. Зависимость эффектов Н.—Э. от температуры для образцов n—JnSb

$$\varepsilon_x = \frac{1-n}{2}, \qquad (4)$$

здесь

$$a_n' = \frac{16}{9\pi}\Gamma\left(3-\frac{n}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n}{2}+2\right);$$

Γ—гамма-функция

Эти формулы, введенные для случая $\left(\frac{uH}{c}\right) \gg 1$, применимы для образца JnSb II 3 n, у которого подвижность электронов в примесной области достигает 100000 $\frac{см^2}{в\cdot сек}$. Что же касается образца II—2 n (a) и другого аналогичного образца II—2 n (b), то здесь следует пользоваться соотношениями (1) и (2), так как подвижности электронов в этих образцах аномально низки.

Поле Н.—Э. во всех исследованных нами электронных образцах имеет отрицательный знак в примесной и смешанной областях (рис 6). Это указывает на то, что в примесной области $n>1$. Отрицательный же знак в смешанной области, как и для дырочных образцов, связан с двумя типами носителей: электронами и дырками. Минимумы кривой ε_y (T) в JnSb II—2 n (a) появляется по двум причинам. Подвижность электронов с ростом температуры возрастает и при $T>150°$К в полях $H>4000$ *э* условие $\frac{uH}{c}<1$ нарушается. С другой стороны, примерно в этом же районе наступает смешанная проводимость. Таким образом, начиная с $T>150°$К кривые следует интерпретировать исходя из соотношения (5), которое дается в работе [5]:

$$\varepsilon_y = \frac{\left\{a_n \frac{1-n}{2} + b_n \nu \left[\frac{7+3n}{2} + \frac{\Delta E}{kT}\right]\right\} \frac{u+H}{c} - \nu b \left[\frac{9+n}{2} + \frac{\Delta E}{vT}\right]}{1+2a_n\nu+\nu^2 b^2 \left(\frac{u-H}{c}\right)^{-2}}$$

$$\frac{\left(\frac{u-H}{c}\right)^{-1} + a_n' \frac{1-n}{2} \nu^2 b^2 \left(\frac{u-H}{c}\right)^{-3}}{1+2a_n\nu+\nu^2 b^2 \left(\frac{u-H}{c}\right)^{-2}}, \qquad (5)$$

где $b = \frac{u^-}{u^+}$; $\nu = \frac{n^-}{n^+}$; b_n—коэффициент порядка единицы; ΔE—ширина запрещенной зоны.

Из анализа выражения (5) следует, что для n—JnSb из-за $\frac{uH}{c}<1$ определяющим в (5) является второе слагаемое, которое с ростом температуры в смешанной области, вследствие уменьшения ν, резко возрастает, что ведет к росту ε_y. Знак ε_y так же определяется этим членом. При переходе к собственной области убывание ν замедляется, а в собственной—прекращается. Поэтому вследствие убывания подвижности с ростом температуры второе слагаемое быстро уменьшается по абсолютному значению, что ведет к убыванию ε_y.

Таким образом, наблюдаемый минимум ε_y и отрицательный знак поля Н.—Э. в смешанной и собственной областях для всех образцов JnSb как p=так и n—типа польностью объясняются на основе формулы (5). Для количественного расчета по формуле (5) необходимо точно знать величину ν и ее температурную зависимость. Минимумы кривых $\varepsilon_x(T)$ также объясняются при учете двух типов носителей тока.

В примесном районе в II—2n (a) ε_x, так же как ε_y, отрицательно (см. рис. 6). Из формул (1) и (2) видно, что это может быть только если $n>1$. Вероятными механизмами рассеяния в этом температурном участке являются рассеяние на ионах примесей и на акустических колебаниях решетки. В первом случае $n=4$, во втором $n=0$. Наличие двух механизмов рассеяния может привести к некоторому среднему значению $n>1$, в этом случае поле Н.—Э., будет иметь отрицательный знак.

Для JnSb II—3n, как было сказано выше эффект Н.—Э. полностью объясняется на основе формулы (5) в смешанной и собственной областях.

В примесной области для этого образца при магнитных полях $H>100$ э применимы формулы (3) и (4), справедливые для случая $\frac{uH}{c}\gg 1$. Из этих формул следует, что в сильных магнитных полях, так же как и в слабых, знак эффекта Н.—Э. определяется значением n, т. е. характером рассеяния носителей. Если $n=0$, то ε_y положительно, носители рассеиваются на акустических колебаниях решетки. При $n=4$, ε_y отрицательно, носители рассеиваются на ионизированных примесях.

В первом случае множитель $\frac{1-n}{2}a_n'$ в формуле (3) равен $+0{,}566$, во втором случае, т. е. при $n=4$, множитель $\frac{1-n}{2}a_n'=-5{,}099$.

Можно оценить этот множитель для образца II—3 n. Это даст возможность качественно судить о механизме рассеяния. Из (3) $\frac{1-n}{2}a_n'=\varepsilon_y\left(\frac{uH}{c}\right)$; подставляя значения ε_y и u при $T=100°$ К при $H=14300$ э, получаем:

$$\frac{1-n}{2}a_n'=-1{,}0.$$

Отсюда видно, что носители рассеиваются как на фононах, так и на примесях. Однако влияние этих механизмов рассеяния на поле Н.—Э. не одинаково. Для отрицательного значения поля Н.—Э. не обязательно, чтобы рассеяние на ионах примесей было преобладающим, так как множители для $n=0$ и $n=4$ численно не одинаковы. Даже при преобладающем рассеянии носителей на акустических колебаниях поле Н.—Э. может быть отрицательным, если множитель $\frac{1-n}{2}a_n'<0$, что может быть при наличии незначительной доли резерфордовского механизма.

Продольный эффект Н.—Э. для случая сильных магнитных полей $\varepsilon_x=\frac{1}{2}$, если имеет место чисто фононное рассеяние носителей. При резерфордовском механизме $\varepsilon_x=-\frac{3}{4}$.

Здесь, так же, как и в случае поперечного эффекта, ε_x может быть отрицательным и при преобладании рассеяния на акустических колебаниях решетки, если носители частично рассеиваются на ионах примеси.

Таким образом, отрицательный знак кривых $\varepsilon_y(T)$ и $\varepsilon_x(T)$ в примесной области для образца JnSb II—3n свидетельствует о наличии, наряду с фононным механизмом, также резерфордовского механизма рассеяния.

Зависимость поперечного и продольного эффектов Н.—Э. от напряженности магнитного поля представлена на рис 7. После ε_x при $H>5000$ э как при 88° K так и при 133° К стремится к насыщению. Причем по абсолютной величине ε_x мала, что, по-видимому, связано с одновременным действием двух вышеуказанных механизмов рассеяния. Интересна зависимость константы Нернста Q от H. Согласна классической теории сильных H, $Q\sim H^{-2}$.

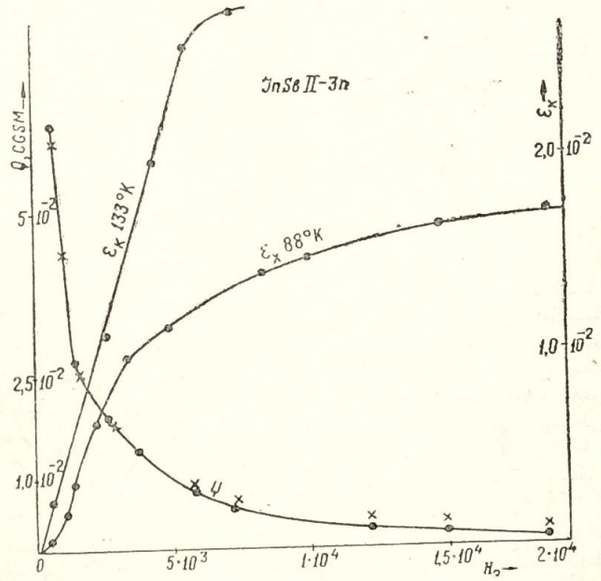


Рис. 7. Зависимость Q и ε_x от магнитного поля для JnSb II—3 n.

Для образца JnSb II—3n строго выполняется зависимость $Q\sim H^{-1}$.

Пока что нет каких-либо теорий термомагнитных эффектов в квантовом пределе. Поэтому трудно утверждать, что наблюдаемая зависимость связана с квантованием электронных орбит. Тем не менее такой возможности объяснения наблюдаемой зависимости Q от H нельзя не учитывать.

Пользуюсь случаем выразить благодарность профессору Г. Б. Абдуллаеву и Р. И. Баширову за помощь в работе и обсуждении результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Амирханов Х. И., Амирханова Д. Х., Баширов Р. И. УФН, т. 67. вып. 4, 1959.
2. Басс Ф. Г., Баширов Р. И., Цидильковский И. М. „Изв. АН Азерб. ССР", 1956, № 40.
3. Волокобинская Н. И., Галаванов В. В. и Наследов Д. Н. ФТТ, 1, 748 (1959).
4. Жузе В. А. и Цидилковский И. М. ЖТФ, 28, 2358 (1958).
5. Капица А. П. Приборы и техника эксперимента. 2, 97 (1958).
6. Клингер М. М. ЖЭФ, 31, 1055 (1956).
7. Моган И. В., Образцов Ю. Н. и Крылова Т. В. ЖТФ, 27, 221 (1957).
8. Beer A. C., Willardson R. K. Bull. Am. Phys. Soc., ser. II, 1,54 (1956).
9. Dresselhaus, Kip, Kittel and Wagoner. Phys. Rev., 98, 556 (1935).
10. Frederikse H. P, R., Hosler W. R. Phys. Rew, 108, 1136 (1957).
11. Hrostowski, Morin, Gebolle and Wheatle. Phys. Rew., 100, 1672 (1955).
12. Rigaux C., Thullier M. J. M. Comp. rend., 242, 1145 (1956).
13. Rodot S. M. Comp. rend., 245, 1051 (1954).

Ч. Х. Әмирханова

InSb бирләшмәсиндә термо- вә галваномагнит ефектләр

ХҮЛАСӘ

Мәгаләдә, әсас е'тибарилә, 77°—400° К температур интервалында 26000 ерстед магнит саһәсиндә *p*-вә *n*-тип InSb бирләшмәси үчүн енинә һәм дә узунуна Нернст-Етингсгаузен (Н.—Е.) вә галваномагнит ефектләринин тәчрүби арашдырылмасының нәтичәләри верилмишдир.

Һазырда InSb бирләшмәси бир сыра јарымкечиричи гурғуларда керманиум елементини әвәз едир. Бу бирләшмәдән истифадә едәрәк магнит саһәсинин кәркинлијини дәгиг өлчмәк олур. Инфрагырмызы шүалар областында бу бирләшмәдән филтр кими истифадә елирләр. Маје азот температурунда електронларын јүрүклүјү бу бирләшмәдә $4 \cdot 10^4$ *см²/в·сан*, отаг температурунда исә $65 \cdot 10^3$ *см²/в·сан* гәдәр чата билир. Електронларын ефектив күтләси вә гадаған олунмуш зонанын ени чох кичик олуб үјгун олараг 0,015 *м* вә 0,23 *ев* гәдәрдир. Бу чәһәтдән InSb бирләшмәсини һәртәрәфли өјрәнмәк даһа мараглыдыр.

Електрик кечирмәнин вә Һолл ефектинин температурдан асылылығы көстәрир ки, 200° К-дән ашағы температурларда *p*-тип нүмунәләрин кечиричилији ашгар кечиричиликдир. Ашгар кечиричилик областында Һолл әмсалы (R_x) магнит саһәсинин кәркинлијиндән асылы олуб, кәркинлијин артмасы илә азалыр, магнит саһәсинин даһа бөјүк гијмәтләриндә исә сабит галыр. Мәхсуси кечиричилик областына јахын температурларда $\Delta\rho/\rho$ кәскин артыр вә 310° К-дә максимум гијмәт алыр.

Термомагнит ефекти олан Нернст-Етингсгаузен ефекти вә галваномагнит ефектләрин нәтичәси көстәрир ки, *p*-тип InSb бирләшмәсинин валент зонасында јүрүклүкләри мүхтәлиф олан 2 нөв дешикләр вардыр.

Јохланылан нүмунәләрдә Нернст-Етингсгаузен ефектинин ишарәси мәнфидир. Бу исә ону көстәрир ки, истәрсә *p*-тип вә истәрсә *n*-тип нүмунәләрдә мәхсуси кечиричилик областында електрон вә дешикләрдән ибарәт 2 нөв чәрәјан дашыјычылары иштирак едир.

Тәчрүбә нәтичәсиндә мүәјјән едилмишдир ки, InSb бирләшмәсиндә чәрәјан дашыјычылар кристал гәфәсин акустик рәгсләриндә сәпилирләр.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 1

Д. Б. БАЯСАНОВ

ГРАФО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ СХЕМЫ ТЕЛЕИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ДАТЧИКА ДАВЛЕНИЯ И РАСХОДА ГАЗА

В связи с проблемой автоматизации и диспетчеризации систем газоснабжения городов возник вопрос проектирования и производства новой телеизмерительной аппаратуры для дистанционного контроля. Одним из основных требований, предъявляемых практикой к проектируемым приборам подобного рода, является получение линейной зависимости отклонения указателя (стрелки) прибора относительно главного измерительного рычага и, соответственно, хода измерителя, обусловленного изменением контролируемого параметра.

При наличии в кинематической системе прибора ряда звеньев между первичным измерительным органом и узлом регистрации или непосредственной оценки это требование, при неправильном подходе к решению задачи, трудно выполнимо. Настоящая статья и посвящена графо-аналитическому расчету этих связей с учетом вышеуказанного требования на конкретном примере датчика РТД [1, 2], тем более, что этот вопрос в такой постановке в литературе не освещен.

При создании конструкции датчиков РТД в связи с малой мощностью чувствительных органов измерителей и необходимостью силового воспроизведения контролируемой величины на кулачковом задающем коммутаторе в этих приборах использована следящая схема [1]. Здесь применен принцип следящей системы как с электрическим приводом, получившим широкое распространение в этой области, так и с газовым приводом, являющимся новым предложением в телеизмерительной практике. Расчет кинематической системы, представляющий наибольший интерес, и излагается ниже.

Исходная расчетная система прибора представлена на рис. 1а. Здесь

$$CF=a;\ AC=a_1;\ BC=a_2;\ OD=a_3;\ OE=a_4.$$

Для удобства и простоты конструирования профиля кулачков задающего коммутаторного механизма весьма важно получить зависимость между изменением контролируемого параметра и углом поворота коммутатора, практически близкую к линейной. Очевидно, чем больше длина плеч OD и AC при заданных максимальных перемещениях измерителя и сервомотора, иначе говоря, чем меньше

максимальные углы поворота этих рычагов. Поскольку максимальный ход измерителя в 12,5 раз меньше хода сервомотора (расчет измерителей и сервомоторов из-за ограниченного объема статьи не приводится), необходимый размер плеча AC будет заметно меньше длины рычага OD. Следовательно, габариты прибора будут определяться плечом OD. На основании этих соображений определяем размеры элементов рычажной системы прибора.

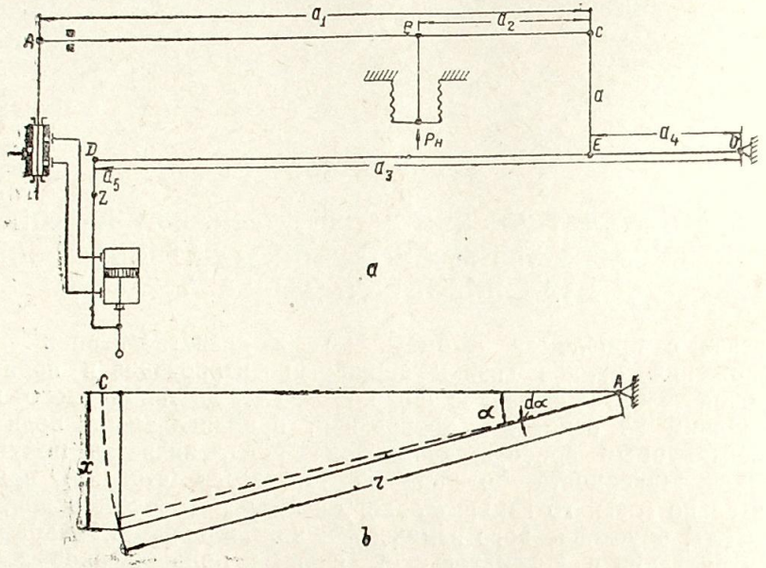


Рис. 1.

При расчете кинематической системы считаем в первом приближении точку A неподвижной, т. е. полагаем, что рычаг AC имеет одну степень свободы (см. рис. 1а). Точки B при максимальном отклонении первичного измерительного органа прибора перемещается на 4 *мм* от начального положения (расчет ведется исходя из измерителя низкого давления, дающего наименьший ход первичного органа по сравнению с другими). Это перемещение точки B, очевидно, должно соответствовать полному отклонению точки D, связанной со штоком сервомотора. Величина полного отклонения точки D равна $\sigma_{max}=50$ *мм*, что соответствует повороту задающего кулачкового механизма на 360°. Существуют определенные пределы угла отклонения звеньев систем подобного рода от средних положений, при которых допустимо принимать условие пропорциональности между угловыми приращениями и линейными перемещениями конечных, не закрепленных точек. Этот максимально допустимый угол определяется на основании следующих соображений. Положим, имеющийся рычаг AC совершает под воздействием определенного усилия вращательное движение в плоскости чертежа. Элементарное угловое приращение обозначим через $d\alpha$ (рис. 1 b), элементарное линейное перемещение точки C—через dx. Зависимость ошибки нелинейности поступательного и вращательного перемещения системы от угла поворота определяется из следующей аналитической зависимости:

$$\frac{\left|\frac{dx}{d\alpha}\right|_{max}-\left|\frac{dx}{d\alpha}\right|}{\left|\frac{dx}{d\alpha}\right|_{max}}=1-\cos\alpha$$

В пределах α от 0 до 6° нелинейность не превышает 0,5%, что допустимо. С увеличением угла α свыше 6° нелинейность резко увеличивается. В практике принято считать, что в пределах отклонения звена системы на 5° незакрепленный конец его перемещается пропорционально углу отклонения. Основываясь на этом положении, полагаем, что отношение перемещения точки C к величине рычага AC не должно превышать tg 5°, т. е. примерно 0,1%.

Отсюда вытекает условие:

$$\frac{4}{a_1-a_2}\leqslant 0,1, \qquad (1)$$

где 4 *мм*—максимальный ход измерителя, т. е. точки B. Конструктивно плечо a_2 должно быть не менее 12—15 *мм*. При меньших размерах отрицательное влияние зазоров на перемещение золотника сильно возрастает. Исходя из этих соображений и учитывая соотношение (1), принимаем следующие размеры для $a_1=150$ *мм*, $a_2=15$ *мм*.

Наибольшее отклонение зависимости между перемещением измерителя и задающего кулачкового коммутатора от линейной не должно превышать 0,2%. При этом максимальная погрешность отработки контролируемого параметра на коммутаторном механизме составит не более 1%.

Величину рычага OD определим следующим образом. Считая максимальное перемещение точки C (рис 1,a) прямолинейным, обозначим его через h_{max}. При этом отклонение точки E будет происходить по дуге окружности радиуса a_4, а точки D соответственно—по дуге окружности радиуса a_3. Очевидно, точка L будет иметь прямолинейное перемещение, величина которого равна σ_{max}. Обозначив угол отклонения плеча $OД$ через γ, установим при каком соотношении величин рычагов между Δh и $\Delta\sigma$ будет существовать зависимость, практически близкая к линейной. Для большей наглядности представим процесс перемещения элементов кинематической системы датчика в увеличенном масштабе (рис. 2 a, b.)

Здесь при $h\approx 0$

$$\frac{\Delta\gamma}{\Delta h}=\frac{1}{a_4} \text{ и } \Delta\sigma=\Delta h\frac{a_3}{a_4}.$$

При максимальном отклонении измерителя прибора от среднего положения величина h, учитывая соотношение плеч a_1 и a_2, составляет 2,23 *мм*. При этом точка C переместится по линии CC_1 (см. рис. 2а) в точку C_1, а точка E по дуге окружности радиуса a_4 в точку E_1.

Исходя из $\Delta\, OE_1\, E$ и $\Delta\, C_1\, EE_1$

$$a^2=4\cdot a^2\cdot\sin\frac{2\gamma}{2}+(a+h)^2-2a_4\cdot(a+h)\cdot\sin\gamma.$$

Продифференцировав это равенство, получим.

$$a_4\cdot[(a+h)\cdot\cos\gamma-a_4\cdot\sin\gamma]\cdot\Delta\gamma=(a+h-a_4\cdot\sin\gamma)\cdot\Delta h,$$

откуда

$$\frac{\Delta\gamma}{\Delta h}=\frac{a+h-a_4\cdot\sin\gamma}{a_4\,[(a+h)\cdot\cos\gamma-a_4\cdot\sin\gamma]}, \qquad (2)$$

Рассмотрим теперь зависимость между $\Delta\sigma$ и $\Delta\gamma$. Как видно из рис. 2 b, точка Z переместится по линии DZ в точку Z_1, а точка D—по дуге окружности радиуса a_3 в точку D_1.

Здесь $OD_1=OD=a_3$; $ZZ_1=\sigma$; $ZD=Z_1D_1=a_5$

и будет справедливо равенство

$$a_5^2=(a_5-\sigma)^2+4\,a_3^2\cdot\sin\frac{2\gamma}{2}+2a_3\cdot(a_5-\sigma)\cdot\sin\gamma.$$

Продифференцировав это соотношение, получим

$$a_3\cdot[a_3\cdot\sin\gamma+(a_5-\sigma)\cdot\cos\gamma]\cdot\Delta\gamma=(a_5-\sigma+a_3\cdot\sin\gamma)\cdot\Delta\sigma,$$

отсюда

$$\frac{\Delta\sigma}{\Delta\gamma}=\frac{a_3\,[a_3\cdot\sin\gamma+(a_5-\sigma)\cdot\cos\gamma]}{a_5-\sigma+a_3\cdot\sin\gamma}. \qquad (3)$$

Перемножив соответственно правые и левые части уравнений (2) и (3), получим:

$$\frac{\Delta\sigma}{\Delta h}=\frac{a_3(a+h-a_4\cdot\sin\gamma)\cdot[a_3\cdot\sin\gamma+(a_5-\sigma)\cdot\cos\gamma]}{a_4\cdot(a_5-\sigma+a_3\cdot\sin\gamma)\cdot[(a+h)\cdot\cos\gamma-a_4\cdot\sin\gamma]}, \qquad (4)$$

где

$$K=\frac{(a+h-a_4\cdot\sin\gamma)\cdot[a_3\cdot\sin\gamma+(a_5-\sigma)\cdot\cos\gamma]}{(a_5-\sigma+a_3\sin\gamma)\cdot[(a+h)\cdot\cos\gamma-a_4\cdot\sin\gamma]}, \qquad (5)$$

K=1,002—коэффициент нелинейности,

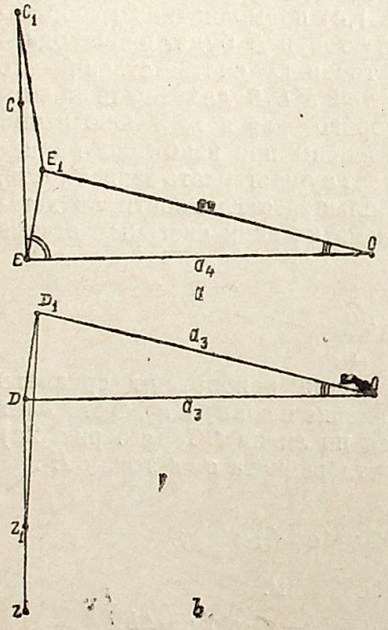


Рис. 2.

$$\frac{a_3}{a_4}=\frac{\sigma}{h}=\frac{25}{2{,}23}\approx 11{,}21.$$

Величина звеньев, связующих a и a_5, принята из конструктивных соображений соответственно: a=150 *мм*, a_5= 50 *мм*, γ=5° (исходя из условия сохранения практически линейной зависимости между угловыми и линейными перемещениями рычагов системы).

Подставив значения постоянных в уравнение (5) и решая его относительно a_3, получим следующее квадратное уравнение:

$$a_3^2+18530\;a_3-4715000=0$$

Отсюда величина a_3=250 *мм* и соответственно a_4=22,3 *мм*. Первичный измерительный орган датчика связан специальной системой передачи с указателем органа регистрации. Полная кинематическая система прибора, учитывающая эту связь, показана на рис. 3. Рычаг QK является главным (измерительным) плечом кинематической системы прибора.

Расчет всех плеч мы вели с учетом привязки первичного измерителя низкого давления к точке D. Чтобы не нарушить это исходное положение, необходимо обусловливать в каждом конкретном случае положение опоры O, при котором максимальное отклонение точки D всегда составит 4 *мм* (независимо от типа измерителя). Если в системе прибора используется измеритель низкого давления, то $a_3=a_4'$.

Исходя из габаритов измерителя и удобства крепления колонны опоры O, принимаем следующие размеры плеч:

$$a_3=a_4'=35\ мм.$$

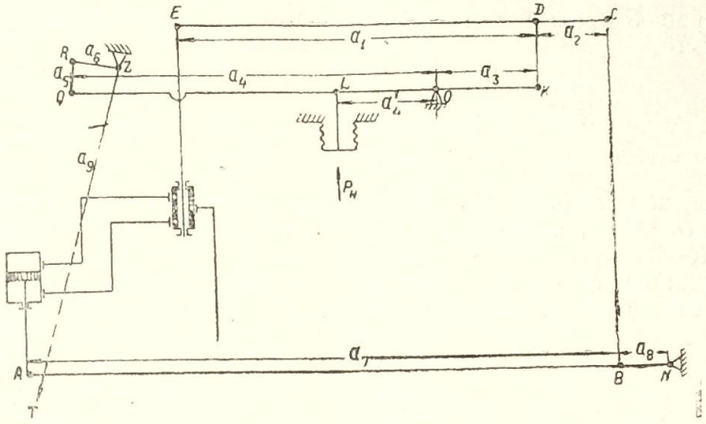


Рис. 3.

В связи с малым ходом измерителя для конструктивного решения узла регистрации прибора величину плеча a_4 принимаем в 4 раза большей, чем a_4', т. е. a_4=140 *мм*. При этом максимальному значению контролируемого параметра будет соответствовать отклонение точки Q на 16 *мм*. Для получения полного отклонения указателя прибора при максимальном значении контролируемого параметра передача RZ должна быть выбрана в соответствии с размерами остальных плеч. Здесь необходимо удовлетворить условие пропорциональности между углами отклонений указателя прибора и главного рычага кинематической системы. Длина указателя (стрелки) прибора равна 240 *мм*, что позволяет применять картограммы регистрирующих приборов непосредственной оценки, выпускаемые отечественной промышленностью.

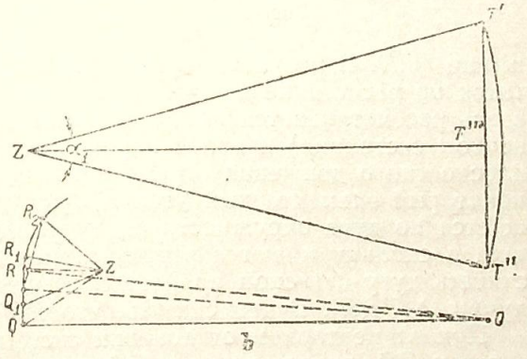


Рис. 4.

Хорда полного отклонения конца стрелки прибора составляет 110 *мм* (рис. 4). Угол α_1 треугольника $ZT'T'''$ составит

$$\sin\frac{\alpha_1}{2}=\frac{T'T'''}{ZT'}.$$

Подставляя значение левой части равенства и логарифмируя, получим:

$$\lg \sin \frac{\alpha_1}{2} = \lg 55 - \lg 240 = \bar{1},36015,$$

отсюда

$$\alpha_1 = 26°28'12''.$$

На рис. 5 представлена расчетная схема узла регистрации прибора. Здесь

$$QR = Q_1R_1 = RR_2 = l; \qquad QQ_1 = \bar{x}_1;$$
$$R_2Z = RZ = R_1Z = r_1; \qquad \angle QRZ = 90°;$$
$$\angle R_2ZR = \angle T'ZT'' = \alpha_1.$$

Отрезок QR (см. рис. 4 *b*) совершает плоскостное движение в плоскости QR_2Z, причем точка Q перемещается по прямой QR, а точка R—по дуге окружности радиусом Z_1. При бесконечно малом приращении угла $\alpha_1 - d\alpha_1$ точка Q переместится по прямой QR_1 на dx_1. В этом случае, так как $d\alpha_1 \approx \sin d\alpha_1$, по лучим $dx_1 = rd\alpha_1$.

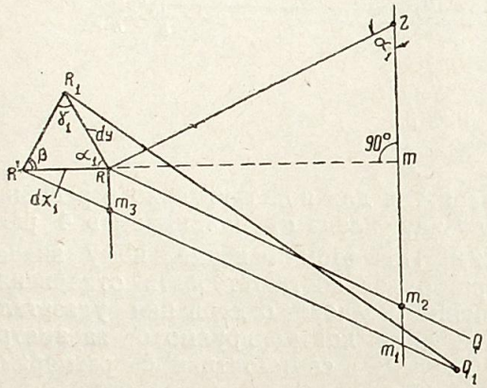


Рис. 5.

Величину отрезка l определим на основе следующего рассуждения. Рассмотрим плоскостное движение, которое совершает отрезок QR, как состоящее из двух частей. Первая часть этого движения будет представлять бесконечно малое перемещение отрезка QR параллельно его первоначальному положению. Вторая часть—поворот этого отрезка вокруг точки Q_1.

Допустим, что (для ясности на рис. 5 это плоское движение представлено в увеличенном виде) отрезок занимал первоначально положение QR. В результате поступательного движения он переместится на расстояние $QQ_1 = dx_1$ и займет положение QR. В общем здесь рассматривается промежуточное положение системы (в отклоненном состоянии) и малое перемещение от него. Далее, по условию плоскостного движения отрезка он повернется вокруг точки Q_1 на некоторый элементарный угол $R'Q_1R_1$. При этом точка R' перемещается по дуге окружности радиуса $QR' = QR$. В первом приближении, поскольку имеются в виду элементарные перемещения, можно считать дугу отрезком прямой. В результате этого перемещения получим $\triangle R'RR_1$. Будем считать, что $RR' = dx_1$ и $RR_1 = dy$.

При элементарном отклонении системы радиус $RZ \perp RR_1$, так как отрезок RR_1 представляет собой элементарный отрезок дуги окружности, по которой перемещается точка R. Следовательно $\angle ZRR_1 = 90°$; $\angle mRZ = 90° - \alpha_1$ и $\angle R'RR_1 = \angle RZm = \alpha_1$.

Обозначив $\angle RR'R_1 = \beta$ и $\angle RR'R' = \gamma$, приходим к следующему выводу: $\angle R'm_1Z = Rm_2Z$, так они соответственны. Кроме того, $\angle R'm_2R = \angle RR'R' = \beta$ и равен, в свою очередь, $\angle R'm_1Z$ и $\angle Rm_2Z$. Отсюда заключаем, что $\angle m_2RZ = \angle R'R_1R = \gamma_1$.

Необходимым условием зависимости поворота плеча RZ от угла поворота рычага OQ, близкой к линейной, является равенство $dx_1 = dy$. При этом равенстве $\triangle R'RR_1$ и подобный ему $\triangle RZm_2$ должны быть равнобедренными. Это условие будет возможно при максимальном отклонении системы (см. рис. 5), если точка Q совместится с точкой R. Следовательно, оптимальная величина $l = 16$ *мм*, что будет соответствовать полному отклонению точки Q при максимальном значении контролируемого параметра. При этом

$$\frac{dy}{dx_1} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma_1}; \qquad \angle \gamma_1 = \angle \beta = \frac{180 - \alpha_1}{2} = 76°45'54''.$$

Принимая, таким образом, значение l, можно легко определить и размер плеча RZ. Делим отрезок RR_2 (см. рис. 4, *b*) пополам. Получим прямоугольный треугольник, из которого

$$r_1 = \frac{RR_2}{2 \sin \frac{\alpha_1}{2}}.$$

Подставив значения числителя и знаменателя правой части равенства и прологарифмировав это соотношение, получим:

$$\lg r_1 = \lg 8 - \lg \sin 13°14'6'' = 1,54337,$$

отсюда $r_1 = 34,9$ *мм*.

Нелинейность отклонения указателя прибора относительно главного измерительного рычага достигает максимум 1,5%. На рис. 6 *a* представлена в увеличенном масштабе графическая схема проверки величины этой нелинейности. Отсюда, относительная ошибка (нелинейность отклонения указателя) составляет

$$\delta \approx \frac{0,5 \cdot 100}{35} = 1,43\%.$$

Проверим эти данные аналитически. При исследовании графической схемы было обнаружено, что максимальная нелинейность наблюдается при перемещении точки Q рычага QZ в точку Q_1, причем

$$QQ_1 = \frac{QR}{2}.$$

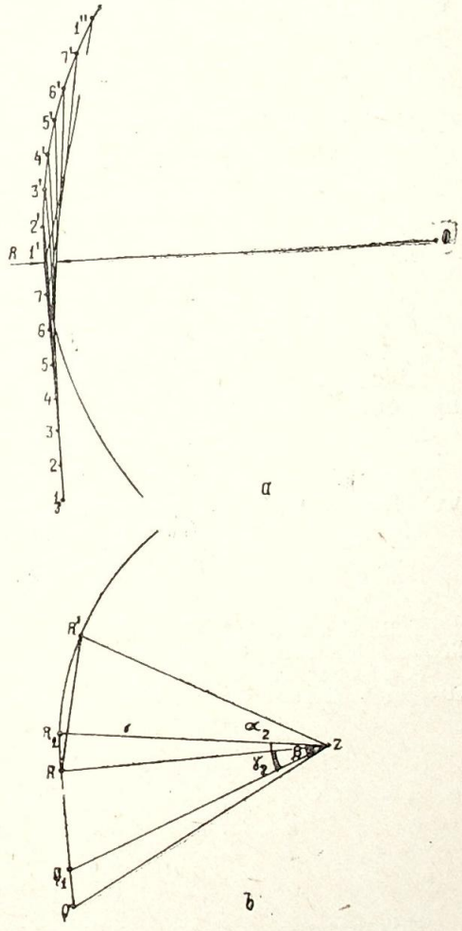


Рис. 6.

Обозначим (рис. 6 *b*)

$$QR = Q_1R_1 = l = 16 \text{ мм}; \qquad RZ = R_1Z = r_1 = 34,9 \text{ мм};$$
$$\angle R_1ZQ_1 = \beta_1; \qquad \angle R_1ZR = \alpha_2; \qquad \angle RZQ = \gamma_2.$$

Полупериметр треугольника Q_1R_1Z

$$p=\frac{l+r_1+\sqrt{(l-x_1)^2+r_1^2}}{2},$$

где $x_1=QQ_1$

В общем случае по формуле половинного угла полного треугольника

$$\sin\frac{\beta_1}{2}=\sqrt{\frac{(p-r_1)\cdot(p-c)}{r_1\cdot c}}=\sqrt{\frac{(p-r_1)\cdot[p-\sqrt{(l-x_1)^2+r_1^2}}{r_1\sqrt{(l-x_1)^2+r_1^2}}}$$

$$c=\sqrt{(l-x_1)^2+r_1^2}, \qquad \operatorname{tg}\gamma_2=\frac{l-x_1}{r_1}.$$

Подставляя в эти выражения значения для критического случая, т. е. при $x_1=8$ *мм*, получим $\operatorname{tg}\gamma_2=0{,}2292$, $p=43{,}3525$ *мм*, $c=35{,}805$,

$$\sin\frac{\beta}{2}=\sqrt{\frac{8{,}4525\cdot 7{,}5475}{34{,}9\cdot 35{,}805}}.$$

Для точного вычисления прологарифмируем последнее равенство

$$\lg\sin\frac{\beta_1}{2}=\frac{1}{2}(\lg 8{,}4525+\lg 7{,}5475-\lg 34{,}9-\lg 35{,}805)=\bar{1}{,}354,$$

отсюда $\beta_1=28°6'6''$.

Далее

$$\lg\operatorname{tg}\gamma_2=\lg 0{,}2292; \quad \gamma_2=13°14'55''.$$

Следовательно,

$$\alpha_2=\beta_1-\gamma_2=26°6'6''-13°14'55''=12°51'11'',$$

Очевидно, относительное значение нелинейности, выраженное в процентах, составит:

$$\delta=\frac{(13°3'3''-12°51'11'')\cdot 100}{26°6'6''}\approx 0{,}8\%.$$

что вполне удовлетворительно.

На графике рис. 6 *а* эта нелинейность соответствует отрезку *RK*.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баясанов Д. Б. Нові прилади дистанційного в міських газовых системах Журн. „Вісник АН УРСР", № 2, 1957.

2. Баясанов Д. Б. Система автоматизации и диспетчеризации городских газовых сетей. Журн. „Новости нефтяной техники," серия нефтепереработка, № 7, 1957.

Д. Б. Бајасанов

Газын сәрф вә тәзјигини теле өлчән веричинин кинематик схеминин графоаналитик һесабы

ХҮЛАСӘ

Шәһәрләрин газ тәчһизаты системләрини автоматлашдырмаг вә диспечер мәнтәгәләриндән идарә етмәк проблеми илә әлагәдар олараг јени теле өлчү апаратларынын јарадылмасына бөјүк еһтијач һисс олунур. Белә апаратлар сәнајемиз тәрәфиндән күтләви сурәтдә истеһсал едилмир.

Мәгалә РТД [1, 2] типли теле өлчү веричисинин кинематик схеминин һесабына һәср едилмишдир.

Чиһазын аналитик һесабындан мәгсәд әсас өлчү линкинә нәзәрән вә нәзарәт параметринин дәјишмәси илә әлагәдар өлчүнүн һәрәкәтинә мүвафиг веричидә көстәричинин инһирафы үчүн хәтти асылылыға јахын асылылыг алмагдыр.

Һесабат системинин ајры-ајры елементләринин ирәлиләмә вә фырланма һәрәкәтинин α-нын $0\div 6$ гијмәтиндә гејри хәтлилик хәтасынын 0,5%-дән артыг олмамасы шәртиндә апарылыр.

α бучағыны 6°-дән јухары артырдыгча гејри хәттилик кәскин сурәтдә артыр. Буна әсасән гејри хәттилик әмсалы үчүн ашағыдакы ифадә чыхарылмышдыр (3-чү вә 4-чү шәклә бах).

$$K=\frac{(a+h-a_1\sin\gamma)\,[a_3\sin\gamma+(a_5-\sigma)\cdot\cos\gamma]}{(a_5-\sigma+a_3\cdot\sin\gamma)\,[(a+h)\cdot\cos\gamma-a_4\sin\gamma]}$$

Сонра веричинин кинематик системиндә олан әлагәләри нәзәрә алараг бүтүн схем һесабланыр (5-чи шәклә бах).

Бурада чиһаз көстәричисинин бучаг инһирафилә әсас линкин кинематик системи арасындакы пропорсионаллыг шәрти өдәнилир. Аналитик һесабат нәтичәсиндә исбат едилир ки, чиһаз көстәричисини әсас өлчү линкинә нисбәтән инһирафынын гејри хәттилији максимум 1,5% олур. Аналитик һесабын нәтичәси графики олараг јохланылмышдыр (9-чу шәкил).

Нисби хәта (көстәричинин инһирафынын гејри хәттилији)

$$\delta=\frac{0{,}5\cdot 100}{35}=1{,}43\% \qquad \text{олур.}$$

Сонра бу кәмијјәтләрин аналитик јохланышы верилмишдир. Верилмиш тәнликләрин дәјишдирилмәси вә логарифмаланмасы нәтичәсиндә нисби гејри хәттилијин гијмәти %-ләрлә

$$\delta=\frac{(13°3'3''-12°51'11'')\cdot 100}{26°6'6''}\approx 0{,}8\% \qquad \text{олур.}$$

Бу, гијмәтдә тәләб олунан шәртләри тамамилә тә'мин едир. 9-чу шәкилдә бу гејри хәттилик *RK* парчасына ујғун кәлир.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-рјазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960. № 1

Дж. МАМЕДОВ

К ВОПРОСУ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО РЕЖИМА ПОТОКА НА ВОДОСЛИВНЫХ ПЛОТИНАХ

Как установлено опытами, в водосливных плотинах рекомендуется профиль, построенных по способу Кригера—Офицерова. Однако переливающий слой воды через водослив происходит в определенных геометрических условиях узла сооружений. Особенно выделяются водосливы, работающие в условиях необычайно высокого напора над гребнем и узких отверстий между быками. Эти условия, включая и подходной участок потока, по существу определяют режим и характер сливающего потока на водосливе.

В режим сливающего потока включаются распределения скоростей и давлений по продольному профилю и по живому сечению потока и связанная с этим кинематическая картина потока. С целью выявления указанных факторов было решено произвести исследования, беря за основу конкретный объект—водосбросное сооружение проектируемой Акстафинской ГЭС на Куре.

Проект водосбросного сооружения Акстафинской ГЭС в стадии проектного задания был разработан Бакгидэпом.

Водосбросное сооружение Акстафинской ГЭС на Куре представляет сложную конструкцию по схеме комбинированного использования донного водосброса строительного периода при последующем сбросе расчетного паводка во время эксплуатации водохранилища через гребень водослива.

С целью экономии и избежания возможного появления вакуума на гребне водослива, гребень последнего выдвинут на 9,5 *м* в сторону верхнего бьефа, ввиде консоли (рис. 1).

Размеры переливающего слоя воды—14 *м*, в паводок с расходом в 2400 $м^3/сек$. Чрезвычайно суженный фронт, разбитый на пролеты (три пролета по 7 *м*), выдвигает необходимость лабораторных исследований в следующих направлениях.

1. Изучить в лабораторных условиях на модели действительные условия движения потока по профилю водослива.

2. Так как фронт водосброса разбит на отдельные пролеты, которые определяют различную обстановку подхода воды к пролетам, при наличии бокового сжатия, лабораторно следует также установить характер подхода воды к водосливу в условиях исполненной модели.

3. Картина подходных токов к водосливу будет определять ту или иную обойность течения и неравномерное распределение расхода по отдельным пролетам. Освещение этих вопросов, также должно явиться предметом лабораторных исследований.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960. № 1

Дж. МАМЕДОВ

К ВОПРОСУ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО РЕЖИМА ПОТОКА НА ВОДОСЛИВНЫХ ПЛОТИНАХ

Как установлено опытами, в водосливных плотинах рекомендуется профиль, построенных по способу Кригера—Офицерова. Однако переливающий слой воды через водослив происходит в определенных геометрических условиях узла сооружений. Особенно выделяются водосливы, работающие в условиях необычайно высокого напора над гребнем и узких отверстий между быками. Эти условия, включая и подходной участок потока, по существу определяют режим и характер сливающего потока на водосливе.

В режим сливающего потока включаются распределения скоростей и давлений по продольному профилю и по живому сечению потока и связанная с этим кинематическая картина потока. С целью выявления указанных факторов было решено произвести исследования, беря за основу конкретный объект—водосбросное сооружение проектируемой Акстафинской ГЭС на Куре.

Проект водосбросного сооружения Акстафинской ГЭС в стадии проектного задания был разработан Бакгидэпом.

Водосбросное сооружение Акстафинской ГЭС на Куре представляет сложную конструкцию по схеме комбинированного использования донного водосброса строительного периода при последующем сбросе расчетного паводка во время эксплуатации водохранилища через гребень водослива.

С целью экономии и избежания возможного появления вакуума на гребне водослива, гребень последнего выдвинут на 9,5 *м* в сторону верхнего бьефа, ввиде консоли (рис. 1).

Размеры переливающего слоя воды—14 *м*, в паводок с расходом в 2400 $м^3/сек$. Чрезвычайно суженный фронт, разбитый на пролеты (три пролета по 7 *м*), выдвигает необходимость лабораторных исследований в следующих направлениях.

1. Изучить в лабораторных условиях на модели действительные условия движения потока по профилю водослива.

2. Так как фронт водосброса разбит на отдельные пролеты, которые определяют различную обстановку подхода воды к пролетам, при наличии бокового сжатия, лабораторно следует также установить характер подхода воды к водосливу в условиях исполненной модели.

3. Картина подходных токов к водосливу будет определять ту или иную обойность течения и неравномерное распределение расхода по отдельным пролетам. Освещение этих вопросов, также должно явиться предметом лабораторных исследований.

4. Завершением лабораторных исследований будет являться определение коэффициента пропускной способности водослива на модельной установке и рекомендации по улучшению в целом режима подхода потока к водосливу и движению его по криволинейной поверхности водослива.

Исследования проводились в гидравлической лаборатории Энергетического института Академии наук Азербайджанской ССР под руководством М. Ю. Вагабова.

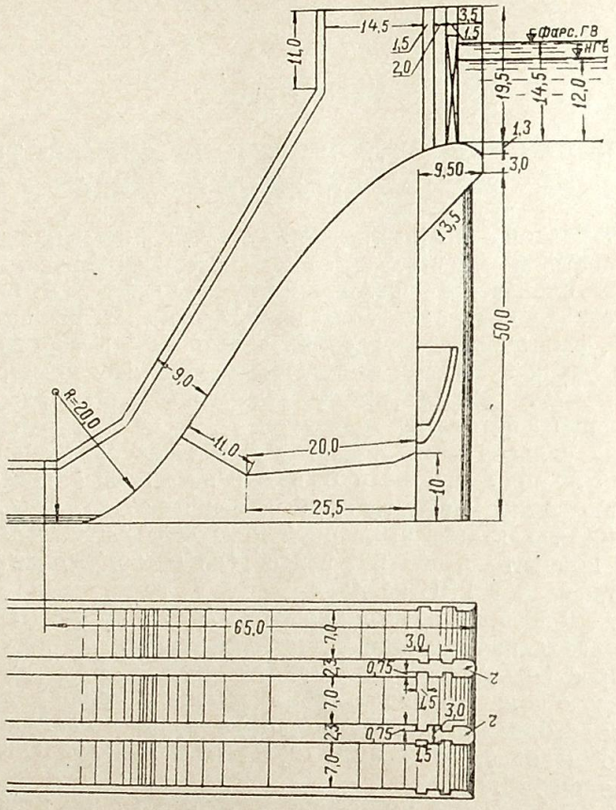


Рис. 1.

При проведении методических опытов было установлено наличие:

а) перекоса и отжима поверхности потока как в пределах отдельных отверстий гребня водослива, так и потока по криволинейной поверхности водослива; эти отжимы и перекосы при наличии резких пульсаций носили весьма устойчивый характер;

б) асимметричного подхода потока перед входной частью водосбросного сооружения.

Этими двумя явлениями и определилось проведение дальнейших исследований.

Исследования верхнего бьефа водосливной плотины

Несмотря на принятые меры в подходной части потока путем установок решеток и других вспомогательных направляющих щитов, достигнуть симметричности подхода к водосливу не удалось.

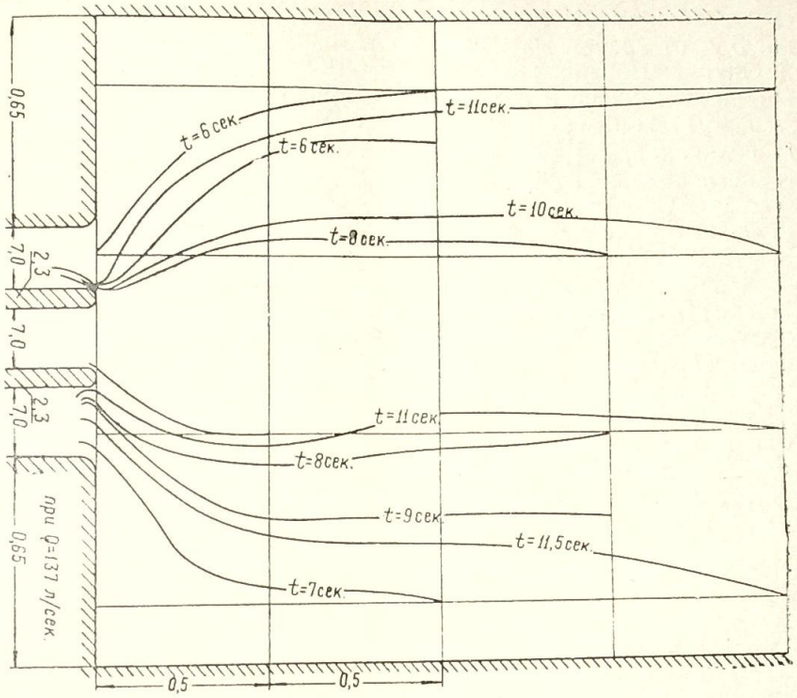


Рис. 2.

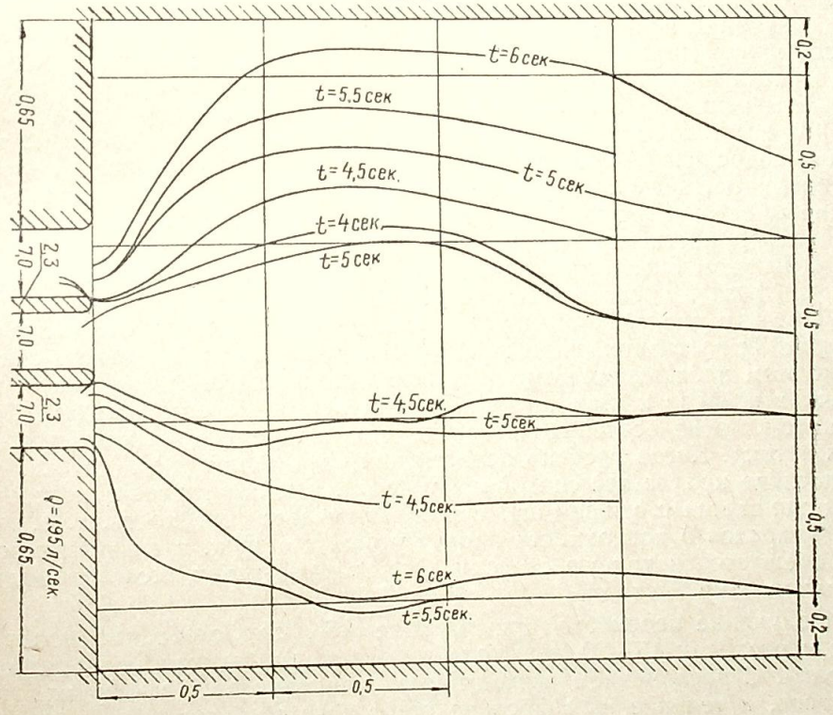


Рис. 3.

Изучение характера движения потока в верхнем бьефе, на протяжении 3 *м* от гребня водослива производилось при помощи поплавков. Опущенные поплавки, описывая кривую линию, попадали в большинстве случаев в крайние два отверстия. Перед средним отверстием получалась мертвая зона, причем эта часть, начиная от плоскости водослива, к верхнему бьефу становится шире (рис. 2 и 3).

Такое положение, надо полагать, объясняется не только наличием резкого сжатия потока при входе на водослив и разделением его бычками на пролеты, но также большой глубиной потока на гребне водослива (14 *м*) по отношению к пролету между бычками (7 *м*), а также наличием раскрылок перед водосливом.

Следует отметить, что и при исследовании в лабораторных условиях сбросной плотины Мингечаурской ГЭС ВНИИГОМ, отличающейся от сбросного сооружения Акстафинской ГЭС числом пролетов (четыре), было отмечено наличие асимметричного подхода и неравномерность толщины слоя воды по ширине водослива. Исходя из проведенных нами серий опытов были определены коэффициенты расхода воды, полагая, что наличие неравномерности перелива через гребень при проектном варианте будет также иметь и в натуре, возможно, с той или иной интенсивностью.

Исследования поверхностного режима потока на профиле водосливной плотины

Придавая важное значение полученному явлению (перекосы и отжимы) с точки зрения возможного в последующем благоприятного разрешения, мы решили подвергнуть подробному изучению полученное явление в данных условиях модели.

Изучение поверхностного режима потока на водосливе проводилось при разных горизонтах и расходах, а также при работе одного отверстия и всех отверстий водопропускного сооружения.

Измерение высоты перекосов проводилось в нижней части водослива в 1,2 *м* от гребня. Общий вид свободной поверхности по ширине водослива имеет следующий вид: по краям поверхности резко приподняты, несколько дальше от краев имеется понижение, в середине имеет вогнутую форму. Кроме этих основных извилистых форм, вся поверхность изрезана мелкими бороздами.

В каждом опыте для характерных случаев измерения проводились по три раза в нескольких точках.

Поток в пределах бычков водослива перетерпевает отжим. Этот отжим бывает двух видов: а) устойчивый отжим; б) отжим-волна. При этом наблюдаются косые волны, отходящие от верховой грани бычков и пазов и взаимно пересекающихся ниже по течению. Гребень такого пересечения в зависимости от времени отклоняется от оси потока. Когда гребень пересечения совпадает с осью потока, на водосливе получается спокойное течение, а когда гребень пересечения смещается с оси потока, тут же получается сбойность, т. е. волна, ударяясь о поверхности промежуточных стенок, в виде перекосов перемещается в другую сторону. Это явление изменяется прямопропорционально расходу.

Получение перекосов при расходе 15 *л/сек* слабо наблюдается, а при расходах 17—20 *л/сек* слабые перекосы бывают минимальной высоты. С увеличением расхода воды увеличивается и глубина перекосов, и течение на водосливе становится сбойным.

При максимальных расходах (220 *л/сек* и выше) от поверхности потока отделяются брызги, которые, падая в нижний бьеф, вызывают шум.

Когда проходит через водослив 17—20 *л/сек*, как было указано выше, то высота перекосов $h=3-4$ *мм*, и при расходе $Q=220$ *л/сек* и выше, высота продольных перекосов $h=11-13$ *см* (рис. 4).

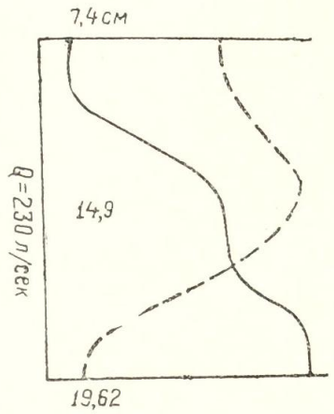


Рис. 4.
Границы колебаний свободной поверхности потока.

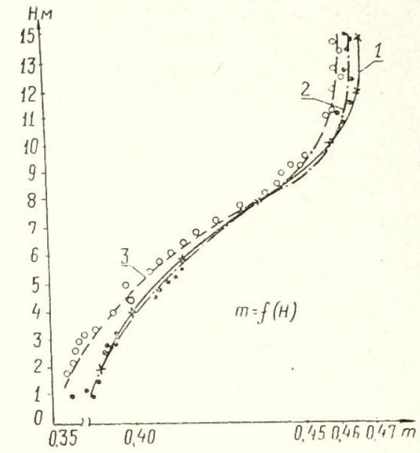


Рис. 5.
1—проектная; *2*—опытная для одного отверстия; *3*—тоже—для трех.

При всех расходах, пропускаемых через гребень водослива, отрыва потока от поверхности водослива на модели не наблюдается, что говорит о правильном подборе расчетных данных, обеспечивающих достаточно плавное сопряжение переходных участков профиля водослива.

Определение пропускной способности водосливной плотины

Определение пропускной способности водослива при наличии фактического расхода на модели проводились для двух случаев.

В первом случае вода пропускалась через все три отверстия водосливной плотины.

Во втором случае закрывались два крайние отверстия и вода пропускалась только через одно—среднее. При каждом опыте для определенного напора определялся коэффициент расхода как среднее значение из пяти повторных опытов.

В результате опытов полученные коэффициенты расхода для различных расходов приведены на рисунке 5.

Выводы

Из проведенных как предварительных, так и основных опытов можно сделать следующие выводы.

1. Поток в подходной части к водосливу имеет асимметричный характер. Такое положение, надо полагать, объясняется не только резким сужением потока при входе на водослив, усиленным наличием бычков, разделивших водозаборный фронт на отдельные пролеты, а также затопленными откосами перед водосливом. Наличие асимметричного подхода потока перед водосливом отмечена также при исследовании в лабораторных условиях сбросной плотины Мингечаур-

ской ГЭС, произведенном ВНИИГОМ в 1954 г. Надо полагать, что подобное явление будет иметь местов и натурных условиях с той или иной интенсивностью.

2. Наряду с этим было установлено, что свободная поверхность потока по ширине водослива на всем протяжении резко неравномерна и пульсирует. На водосливе максимальная глубина от минимальной (в одном и том же сечении) отличается почти в два раза, а отклонения максимальной глубины от средней составляет почти в 1,5 раза.

3. Коэффициент расхода водосбросного сооружения, равен 0,46. Улучшенное условия подхода не только может повысить пропускную способность водослива, а, главным образом, уменьшить вибрацию сооружения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Агроскин И. И. [и др.] Гидравлика, М., 1954.
2. Лабораторные исследования водосброса Мингечаурского гидроузла. М., 1953.
3. Офицеров А. С. Гидравлика водосливов. М., 1938.
4. Офицеров А. С. Профиль водосливных плотин. М., 1939.
5. Шаумян В. А. Научные основы орошения в оросительных сооружениях. М., 1948.

Ч. Мәммәдов

Суашыранлар үзәриндә ахымын һидравлик режим мәсәләсинә даир

ХҮЛАСӘ

Һидротехники тәчрүбәдән көрүнүр ки, суашыран бәндләрин гурулмасы үчүн Крикер-Офитсеровун координат чәдвәлиндән истифадә олунур. Лакин бундан асылы олмајараг суашырандан ахан су тәбәгәси һидротехники гурғунун һәндәси шәртләриндән дә асылыдыр. Хүсусилә јүксәк басгылы суашыранларда аралыг диварлар арасында олан мәсафә илә суашыран гашындакы басгы нисбәти суашыранын иш режиминә тә'сир едир.

Бу көстәриләнләрлә јанашы ахымын суашырана јахынлашма һиссәси дә суашыран үзәриндә ахымын һидравлик режимини характеризә едән шәртләрдәндир.

Лабораторијада апарылмыш тәдгигат көстәрир ки, ахымын суашырана јахынлашмасы ассиметрик характер дашыјыр вә суашыран гашында ахан су лүләсинин формасы сабит галмајыб вахтдан, су сәрфијјатындан асылы олараг дәјишир.

Белә ки, аралыг диварлардан ајрылан далғаларын суашыран үзәриндә көрүшмәси заманы ахым ја сакит вә ја дөјүнтү ахым шәклинә дүшүр. Суашыран үзәриндә ахан мајенин сәвијјәләринин дәјишмәси илә алынан дөјүнтү ахым шәраити бүтүн һидротехники дүјүмүн иш режиминә мәнфи тә'сир көстәрә биләр. Тәдгигат заманы суашыранын сәрф әмсалы 0,46 мүәјјән едилмишдир.

Тәдгиг едилән суашыранын модели Азәрбајчан ССР Елмләр Академијасынын Енеркетика Институтунун һидравлика лабораторијасында гојулмушдур.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 1

Ф. Һ. ҺҮСЕЈНОВ

АСИНХРОН МҮһӘРРИКЛӘРИН ИШЧИ ХАРАКТЕРИСТИКАЛАРЫНЫН ГУРУЛМАСЫ МӘСӘЛӘСИНӘ ДАИР

Садә вә е'тибарлы олдугларына көрә асинхрон мүһәррикләр халг тәсәррүфатынын бүтүн саһәләриндә чох кениш јајылмышдыр. Бу сәбәбдән мүәссисәләрин електрик јүкүнүн техники-игтисади көстәричиләри—електрик енержисинин хүсуси сәрфи, күч әмсалы, шәбәкәдәки итгиләр вә с. әсас е'тибарилә асинхрон мүһәррикләрин дүзкүн сечилмәсиндән вә истисмарындан асылыдыр. Истеһсалат шәраитиндә асинхрон мүһәррикинин иш режиминин нә дәрәчәдә мәгсәдә ујғун олмасыны тә'јин етмәк үчүн адәтән онун ишчи характеристикаларындан истифадә олунур. Ишчи характеристикалар мүһәррикин әсас кәмијјәтләриниң јүкләнмә әмсалындан асылылығыны көстәрән әјриләрә дејилир.

Техники-игтисади мәсәләләрин һәллиндә ән чох лазым олан мүһәррикин күч вә фајдалы иш әмсалының јүкләнмә әмсалындан асылылығыны көстәрән характеристикалардыр. Бу характеристикалары ја аналитик, ја даирәви диаграм гурмагла вә ја билаваситә тәчрүбәви үсулла гурмаг олар.

Аналитик вә даирәви диаграм гурмаг үсулларында мүһәррикин паспорт кәмијјәтләри, јүксүз ишләмә вә гыса гапанма тәчрүбәләриниң нәтичәләри вә статор долағының омик мүгавимәти верилмәлидир.

Бу үсулларын мәнфи чәһәтләри: 1) јүксүз ишләмә вә гыса гапанма тәчрүбәләриниң апарылмасының хејли зәһмәт вә вахт тәләб етмәси; 2) мүһәррикин магнит системинин дојма дәрәчәсинин вә ротор долағында чәрәјанын сәтһә сыхылма дәрәчәсинин нормал иш режиминдә олдуғундан чох фәргләнмәси вә бир чох каталог кәмијјәтләриниң дәгиг верилмәмәси нәтичәсиндә гурулмуш характеристикаларын һәгиги иш режиминә ујғун кәлмәмәсидир.

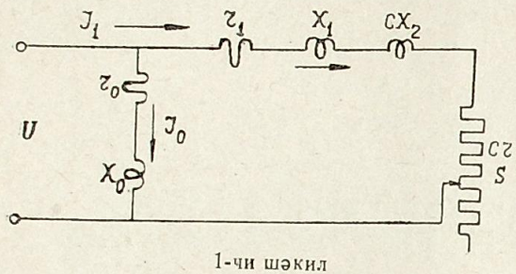
Тәчрүбәви үсулла бу характеристикаларын гурулмасының мәнфи чәһәти, мүһәррикин јүкүнүн бөјүк сәрһәддә тәнзим етмәјин чох һалларда мүмкүн олмамасы вә фајдалы иш әмсалының чох чәтин тапылмасыдыр.

Бүтүн бунлары нәзәрә алараг $\cos\varphi=f(k)$ вә $\eta=f_1(k)$ характеристикаларыны тәчрүбә шәраитиндә асан вә кифајәт гәдәр дәгиг гурмаг үчүн тәклиф олуна билән һәр һансы бир үсулун бөјүк практики әһәмијјәти вардыр. Белә үсул алараг ашағыда тәклиф едилмиш ики јүк шәраитиндә апарылмыш өлчүләрә әсасланан үсул гәбул олуна биләр.

1. Әсас асылылыглар

Асинхрон мүһәррикин бүтүн асылылыглары 1-чи шәкилдә көстәрилмиш схемдән тапыла биләр.

Бурада U—статорун фаз кәркинлији; $r_1 \cdot x_1$ вә $r_2 \cdot x_2$—статорун вә чевирилмиш роторун актив вә индуктив мүгавимәтләри; r_0; x_0—статорун актив вә индуктив магнитләшмә мүгавимәтләри; $c \approx 1 + \frac{x_1}{x_0}$ — мүһәррик үчүн сабит әмсалдыр вә гиjмәтчә тәхминән 1,03 олур. J_0; J_2 вә J_1—магнитләшмә чәрәјаны, роторун чевирилмиш чәрәјаны вә статорун үмуми чәрәјаныдыр; s—сүрүшмәдир.



1-чи шәкил

Тәчрүбәдә адәтән асинхрон мүһәррикин $\cos\varphi = f(k)$ вә $\eta = f_1(k)$ характеристикалары фајдалы күчүн сыфырла нормал гиjмәтләр арасында дәjишмәси һалларыны үчүн лазым олур. Бу интерәалда асинхрон мүһәррикин сүрүшмәси 0÷5 % арасында дәjишир.

Әвәз схеминдән роторун чевирилмиш чәрәјаны

$$J_2 = \frac{u}{\sqrt{\left(r_1 + \frac{cr_2}{s}\right)^2 + (x_1 + cx_2)^2}}. \qquad (1)$$

Сүрүшмә 0÷0,05 арада дәjишдикдә $\frac{cr_2}{s} \gg r_1$ олур; буну нәзәрә алараг вә $x_1 + cx_2 = x_к$ гоjсаг (1) ифадәсини белә jаза биләрик:

$$J_2 = \frac{U}{\sqrt{\left(\frac{cr_2}{s}\right)^2 + x_к^2}} = \frac{U}{x_к \sqrt{1 + \left(\frac{s_к}{s}\right)^2}}, \qquad (2)$$

бурада $x_к$ —мүһәррикин гыса гапанма индуктив мүгавимәти, $s_к \approx \frac{cr_2}{x_к}$ — критик сүрүшмәдир.

J_2 чәрәјанынын фазасы

$$\operatorname{tg}\psi_2 = \frac{x_к}{r_1 + \frac{cr_2}{s}} \approx \frac{s}{s_к} \quad \text{вә ја} \quad \sin\psi_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{s_к}{s}\right)^2}}.$$

$$\cos\psi_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{s}{s_к}\right)^2}} \qquad (3)$$

ифадәләриндән тапылыр.

Роторун актив чәрәјаны:

$$J_{2a} = J_2 \cos\psi_2 \approx \frac{u}{x_к \left(\frac{s}{s_к} + \frac{s_к}{s}\right)};$$

$s = 0 \div 0{,}05$ оланда $\frac{s_к}{s} \gg \frac{s}{s_к}$ олдуғуну нәзәрә алсаг

$$J_{2a} = \frac{Us}{x_к s_к} \qquad (4)$$

олар.

Доғрудан да орта гиjмәтләр оларағ мүһәррик үчүн

$s_н = 0{,}03$ $x_к = 0{,}2$ $\cos\varphi_н = 0{,}88$ гәбул етсәк:

$$r_2 \approx s_н \cos\varphi_н = 0{,}0264$$

$$s_к = \frac{cr_2}{x_к} = 0{,}135$$

$$\frac{s_к}{s_н} = 4{,}5 \qquad \frac{s_н}{s_к} = 0{,}222$$

алыныр вә $\frac{s_н}{s_к}$-ны нәзәрдән атмагла J_{2a} чәрәјаныны 4,5 % артырмыш олуруг. Сүрүшмә $s_н$-дән аз олдугда, jә'ни номинал күчдән кичик jүкләрдә нөгсан даһа кичик алыныр. Роторун реактив чәрәјаны:

$$J_{2p} = J_2 \sin\psi_2 = \frac{U}{x_к \left[1 + \frac{s_к}{s}\right]^2}$$

вә ја $\left(\frac{s_к}{s}\right)^2 \gg 1$ олдуғуну нәзәрә алсаг

$$J_{2p} = \frac{Us^2}{x_к s_к^2} \qquad (5)$$

олар.

Статорун актив, реактив вә үмуми чәрәјанлары:

$$\begin{aligned} J_{1a} &= J_{2a} + J_{0a} \\ J_{1p} &= J_{2p} + J_{0p} \\ J_1 &= \sqrt{J_{1a}^2 + J_{1p}^2}, \end{aligned} \qquad (6)$$

бурада J_{0a} J_{0p}—jүксүз ишләмә чәрәјанынын актив вә реактив мүрәккәбәләридир.

Мүһәррикин күч әмсалы

$$\cos\varphi = \frac{J_{1a}}{J_1}.$$

Мүһәррикин jүкү нормал күчүн 0,6÷1 һиссәсиндән аз олмадығы һалларда jүксүз ишләмә чәрәјанынын актив һиссәсини нәзәрдән атмаг олар; бу һалда

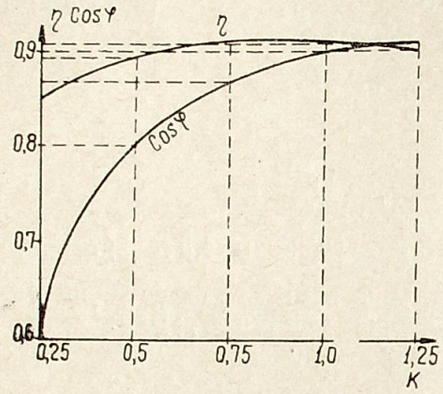
$$J_{1a} = J_{2a}.$$
$$J_{1p} = J_{2p} + J_0.$$

Jухарыда jазылан ифадәләрдән көрүнүр ки:

а) роторун актив чәрәјаны кәркинлијин вә сүрүшмәнин биринчи дәрәчәсилә дүз пропорсионалдыр;

б) роторун реактив чәрәјаны кәркинлијин биринчи дәрәчәсилә вә сүрүшмәнин квадратилә дүз пропорсионалдыр.

Чох вахт иш шәраитиндә кәркинлик мүһәррикин нормал кәркинлијиндән фәргли олур. Адәтән бу фәрг ±10 %-дән чох олмур. Белә һалларда мүһәррикин дөврәдән көтүрдүју чәрәјан вә күчләри кәркинлијин нормал гијмәтинә ашағыдакы гајда илә чевирмәк олар. Нормал кәркинлијә ујғун олан гијмәтләри $н$ индексилә көстәрәк вә $\frac{U}{U_н}=k_ц$ гәбул едәк.



2-чи шәкил.

1. Кәркинлик нормал гијмәтдән ±10 %-дән чох фәргләнмәдији һалларда јүксүз ишләмә характеристикасынын бу парчасы дүз хәтт гәбул едилиб

$$\frac{J_о}{J_{он}}=\frac{5}{3}k_ц-\frac{2}{3} \qquad (7)$$

тәнлији илә ифадә олуна биләр.

2. Иткиләрин дәјишмәсини нәзәрә алмасаг, мүһәррикин актив күчү јалныз механики јүкдән асылы олар вә кәркинлик дәјишдикдә сабит галар, јә'ни

$$J_{2а}U=J_{2ан}U_н$$

вә

$$J_{2ан}=k_ц J_{2а} \qquad (8)$$

олар.

3. (4) ифадәсинә әсасән

$$U^2s=U_ц^2s_н,$$

бурадан

$$s_н=sk_ц^2 \qquad (9)$$

олар.

4. (5) вә (9) ифадәләринә әсасән роторун реактив чәрәјаны

$$J_{2рн}=k_ц^3J_{2р} \qquad (10)$$

олар.

5. Кәркинлијин нормал гијмәтинә ујғун актив вә реактив чәрәјанлары биләрәк, күч әмсалынын гијмәти тапылыр.

2. Тәклиф олунан үсулун маһијјәти

$\cos\varphi=f(k)$ вә $\eta=f_1(k)$ характеристикаларыны гурмаг үчүн ики мүхтәлиф јүк шәраитиндә мүһәррикин дөврәдән алдығы чәрәјан вә күчләр өлчүлүр. Бу өлчүләрә көрә:

1. Актив, реактив чәрәјанлар вә $\cos\varphi$-ләр тапылыр.
2. Реактив чәрәјанын мүрәккәбләри тапылыр;

$$J_{1рI}=J_0+J_{2рI}$$
$$J_{1рII}=J_0+J_{2рII},$$

бурадан (11)

$$J_{1рII}-J_{1рI}=J_{2рI}\left(\frac{J_{2рII}}{J_{2рI}}-1\right). \qquad (12)$$

(5) ифадәсинә әсасән:

$$\frac{J_{2рII}}{J_{2рI}}=\left(\frac{s_2}{s_1}\right)^2. \qquad (13)$$

(4) ифадәсинә әсасән:

$$\left(\frac{s_2}{s_1}\right)^2=\left(\frac{J_{1аII}}{J_{1аI}}\right)^2. \qquad (14)$$

(13) вә (14) ифадәләрини нәзәрә алараг (12) ифадәсиндән

$$J_{2рI}=\frac{J_{1рII}-J_{1рI}}{\left(\frac{J_{1аII}}{J_{1аI}}\right)^2-1} \qquad (15)$$

тапылыр вә сонра (11) ифадәсиндән

$$J_о=J_{1рI}-J_{2рI}$$
$$J_{2рII}=J_{1рII}-J_о$$

алыныр.

Беләликлә, роторун реактив чәрәјанлары $J_{2рI}$; $J_{2рII}$ вә јүксүз ишләмә чәрәјаны J_0 тапылыр.

3. Әкәр U кәркинлији мүһәррикин номинал кәркинлијиндән фәргләнәрсә, биринчи өлчүләрин кәмијјәтләри јухарыда көстәрилдији гајда үзрә номинал кәркинлијә кәтирилир.

Бунунла да номинал кәркинлик шәраитиндә мүһәррикин ики јүкү үчүн кәмијјәтләрини билмиш олуруг:

а) p_{1I} јүкү үчүн вә

б) номинал јүкү $p_{1н}$ үчүн.

4. Номинал јүк үчүн роторун чевирилмиш чәрәјаныны тапырыг:

$$J_{2н}=\sqrt{(J_{1н}\cos\varphi_н)^2+(J_{1н}\sin\varphi_н-J_0)^2}.$$

5. Биләрәк ки:

$$p_{1н}=p_{2н}+p_0+p_{мн}$$
$$p_{1I}=p_{2I}+p_0+p_{мI}$$

аларыг:

$$p_{1н}-p_{1I}=p_{2н}(1-k)+p_{мн}\left(1-\frac{p_{мI}}{p_{мн}}\right),$$

бурада:

$p_{мн}$; $p_{мI}$—номинал вә I јүкләр шәраитиндә мүһәррикин мис иткиләри;

$k=\frac{p_{2I}}{p_{2н}}\approx\frac{p_{1I}}{p_{1н}}$—мүһәррикин јүкләнмә әмсалыдыр. Мис иткиләри ротор чәрәјанынын квадраты илә дүз пропорсионалдыр:

$$\frac{p_{мI}}{p_{мн}}=\left(\frac{J_{2I}}{J_{2н}}\right)^2=k_1^2,$$

онда

$$p_{мн}=\frac{p_{1н}-p_{1I}-p_{2н}(1-k)}{1-k_1^2}$$

вә (16)

$$p_0=p_{1н}-p_{2н}-p_{мн}$$

аларыг.

Беләликлә, ики өлчү әсасында мүһәррикин номинал күч вә кәркинлијинә ујғун J_0; p_0; $p_{мн}$ тапылыр вә бунлара әсасән $\cos\varphi=f(k)$ $\eta=f_1(k)$ характеристикалары гурулур.

$\cos\varphi=f(k)$ вә $\eta=f_1(k)$ характеристикаларынын гурулмасы.

1. p_0; I_0; $U_н$ гијмәтләринә әсасән јүксүз ишләмә чәрәјанынын актив вә реактив мүрәккәбләри тапылыр;

$$J_{0a}=\frac{p_0}{\sqrt{3}U};\qquad J_{0p}=\sqrt{J_0^2-J_{0a}^2}.$$

2. Номинал ротор чәрәјанынын актив вә реактив мүрәккәбләри тапылыр:

$$J_{2на}=J_{1н}\cos\varphi_н-J_{0a}\quad J_{2нр}=J_{1н}\sin\varphi_н-J_{0p}$$

3. (4) вә (5) ифадәләриндән

$$\frac{J_{2a}}{J_{2на}}=\frac{s}{s_н}=\frac{p_2}{p_{2н}}=\kappa;\ J_{2a}=\kappa J_{2на}$$

$$\frac{J_{2p}}{J_{2нр}}=\left(\frac{s}{s_н}\right)^2=\kappa^2\ J_{2p}=\kappa^2\ J_{2нр}.$$

$$J_2=\sqrt{J_{2a}^2+J_{2p}^2}=\kappa\sqrt{J_{2на}^2+(\kappa J_{2нр})^2}\quad \kappa_1=\frac{J_2}{J_{2н}}=\frac{\kappa\sqrt{J_{2на}^2+(\kappa J_{2нр})^2}}{J_{2н}}$$

олдуғуну биләрәк, јүкләнмә әмсалы k-нын 0,25, 0,5, 0,75, 1, 1,25 гијмәтләри үчүн J_{2a}; J_{2p} вә κ_1 тапылыр.

4. Мүхтәлиф κ-лар үчүн статор чәрәјанлары, онларын актив реактив мүрәккәбләри вә $\cos\varphi$-ләр тапылыр.

$$J_{1a}=J_{0a}+J_{2a}\quad J_{1p}=J_{0p}+J_{2p}\quad J_1=\sqrt{J_{1a}^2+J_{1p}^2}\quad \cos\varphi=\frac{J_{1a}}{J_1}.$$

5.

$$\eta_1\parallel\frac{\kappa p_{2н}}{p_0+\kappa p_{2н}+\kappa_1^2 p_{мн}}$$

ифадәсиндән k-нын мүхтәлиф гијмәтләри үчүн фајдалы иш әмсалынын ујғун гијмәтләри тапылыр.

Мәсәлән, типи А-82-4, күчү 55 *квт*, кәркинлији 220/380 *в*, чәрәјаны 176,5/102 *А*, дәгигәдәки дөврләр сајы 1460, күч әмсалы 0,9 вә фајдалы иш әмсалы 0,91 олан асинхрон мүһәррикин ики өлчү үсулу илә $\cos\varphi=f(\kappa)$ вә $\eta=f_1(\kappa)$ характеристикаларыны гурмалы.

Өлчүләрин нәтичәләри:

U_1=396 *в*, J_{1I}=66,25 *а*, p_{1I}=36,6 *квт*.

U_2=396 *в*, $J_{1\,II}$=78,5, $p_{1\,II}$=45,4.

Бунлара әсасән тапырыг:

$\cos\varphi_1$=0,807 $\sin\varphi_1$=0,588 $J_{1p\,I}$=39 *а*. $J_{1a\,I}$=53,5 *а*.

$\cos\varphi_2$=0,845 $\sin\varphi_2$=0,53 $J_{1p\,II}$=41,6 $J_{1a\,II}$=66,3 *а*.

$$J_{2p\,I}=\frac{J_{1p\,II}-J_{1p\,I}}{\left(\frac{J_{1a\,II}}{J_{1a\,I}}\right)^2-1}=4{,}81$$

$$J_0=J_{1p\,I}-J_{2p\,I}=34{,}19$$

$$J_{2p\,II}=J_{1p\,II}-J_0=7{,}41$$

J_0 $J_{1a\,I}$ $J_{2p\,I}$ вә $J_{1p\,I}$ чәрәјанларыны мүһәррикин нормал кәркинлијинә—380 *в*-а кәтиририк.

$$\kappa_н=\frac{U_1}{U_н}=1{,}04.$$

(7) тәнлијиндән: $J_{0н}=32$.

(8) тәнлијиндән

$$J_{1a\,Iн}=\kappa_н\ J_{1a\,I}=55{,}6.$$

(10) тәнлијиндән

$$J_{2p\,Iн}=\kappa_н^3\ J_{2p\,I}=5{,}44.$$

Роторун умуми чәрәјаны

$$J_{2Iн}=\sqrt{J_{2a\,Iн}^2+J_{2p\,Iн}^2}=56.$$

Мүһәррикин номинал биринчи күчү

$$p_{1н}=\frac{p_{2н}}{\eta_н}=60{,}55.$$

јүкләнмә әмсаллары

$$\kappa=\frac{p_{1\,I}}{p_{1н}}=0{,}603$$

$$\kappa_1=\frac{J_{2\,Iн}}{J_{2н}}=0{,}615$$

$$J_{2н}=\sqrt{(J_{1н}\cos\varphi_н)^2+(J_{1н}\sin\varphi_н-J_0)^2}=91.$$

(16) ифадәсиндән номинал мис вә јүксүз ишләмә итгиләри:

$$p_{мн}=\frac{p_{1н}-p_{1\,I}-p_{2н}\ (1-\kappa)}{1-\kappa_1^2}=3{,}3\ квт.$$

$$p_0=p_{1н}-p_{2н}-p_{мн}=2{,}25\ квт.$$

К=	0,25	0,5	0,75	1	1,25
$J_{2a}=\kappa J_{2aп}$	22,1	44,2	66,3	88,38	110,5
$J_{2p}=\kappa^2 J_{2pн}$	0,8	3,17	7,13	12,7	19,9
$J_2=\sqrt{J_{2a}^2+J_{2p}^2}$	22,1	44,3	66,6	89,2	112,5
$\kappa_1=J_2:J_{2н}$	0,248	0,497	0,746	1	1,26
$J_{1a}=J_{0a}+J_{2a}$	25,52	47,62	69,72	91,8	113,92
$J_{1p}=J_{0p}+J_{2p}$	32,6	34,97	38,93	44,5	51,7
J_1	41,4	59,2	80	102	125
$\cos\varphi$	0,615	0,804	0,871	0,9	0,908
η_1	0,847	0,898	0,911	0,91	0,902

Чәдвәлә әсасән гурулмуш $\cos\varphi=f(\kappa)$ вә $\eta=f_1(\kappa)$ характеристикалары II шәкилдә көстәрилмишдир.

Јүксүз ишләмә чәрәјанынын актив вә реактив мүрәккәбләри:

$$J_{0a}=\frac{p_0}{\sqrt{3}\,U_н}=3{,}42\qquad J_{0p}=\sqrt{J_0^2-J_{0a}^2}=31{,}8$$

Номинал ротор чәрәјанынын актив вә реактив мүрәккәбләри:

$$J_{2\,на}=J_{1н}\cos\varphi_н-J_{0a}=88{,}38$$

$$J_{2\,нр}=J_{1н}\sin\varphi_н-J_{0p}=12{,}7.$$

Икинчи јахынлашма оларағ роторун номинал чәрәјаны

$$J_{2н}=\sqrt{J_{2\,на}^2+J_{2\,нр}^2}=89{,}2.$$

Бу тапылмыш кәмиjjәтләрдән истифадә едәрәк $\cos\varphi=f(\kappa)$ вә $\eta=f_1(\kappa)$ характеристикалары асан гурула билир. Һесабламаларын нәтичәси чәдвәлдә верилмишдир.

Нәтичә

1. Нормал күчүн 60%-индән аз олмајан ики мүхтәлиф јүк шәраитиндә апарылмыш өлчүләрә әсасән асинхрон мүһәррикин бүтүн ишчи характеристикалары гурула биләр.

2. Характеристикаларын гурулмасы үчүн лазым олан өлчүләрин асан апарылмасы, мүһәррикин магнит системинин дојма дәрәчәсинин вә долагларда чәрәјанын сәтһә сыхылма һадисәсинин дүзкүн нәзәрә алынмасы тәклиф олунан үсулун мүсбәт чәһәтләри олуб, гурулмуш характеристикаларын кифајәт гәдәр дәгиг олмасыны тә'мин едир.

Ф. Г. Гусейнов

К вопросу построения рабочих характеристик асинхронных двигателей

РЕЗЮМЕ

Благодаря своим положительным особенностям асинхронные двигатели находят широкое применение в народном хозяйстве. Поэтому технико-экономические показатели электрической нагрузки в значительной степени зависят от правильного выбора и эксплуатации асинхронных двигателей.

В условиях эксплуатации целесообразность режима работы асинхронного двигателя определяется его рабочими характеристиками, основными из которых являются $\cos\varphi=f(\kappa)$ и $\eta=f_1(\kappa)$.

Для построения рабочих характеристик асинхронных двигателей существует несколько методов, основанных на проведении опытов холостого хода и короткого замыкания двигателя и на знании его каталожных данных. Сравнительная трудность проведения этих опытов, неточный учет насыщения магнитной системы и вытеснения токов в обмотках двигателя являются недостатками этих методов.

В данной статье рассматривается новый метод построения рабочих характеристик по результатам измерения двух нагрузочных величин двигателя при мощностях не менее 60% от номинальной. В производственных условиях проведение этих замеров не представляет особых неудобств. Если напряжение на зажимах двигателя равно его паспортному напряжению, можно ограничиться даже одним измерением при нагрузке, отличной от номинальной мощности, и в качестве второго замера принимать номинальные величины двигателя.

Сущность предложенного метода заключается в следующем.

1. По данным двух измерений определяются приведенный реактивный ток ротора при одной нагрузке (J_{2pI}) и ток холостого хода (J_0)

$$J_{2pI}=\frac{J_{1pII}-J_{1pI}}{\left(\frac{J_{1aII}}{J_{1aI}}\right)^2-1},$$

$$J_0=J_{1pI}-J_{2pI},$$

где J_{1aI}; J_{1pI}; J_{1aII}; и J_{1pII}—активные и реактивные токи статора при малой и большой нагрузках.

2. Если напряжение на зажимах двигателя при производстве измерений отличается от номинального напряжения двигателя, то все величины первого нагрузочного режима приводится к номинальному напряжению по выражениям:

$$\frac{J_0}{J_{0н}}=\frac{5}{3}\kappa_u-\frac{2}{3},$$

$$J_{1aн}=\kappa_u J_{1aI},$$

$$J_{1pн}=\kappa_u^3 J_{1pI},$$

где

$$\kappa_u=\frac{U}{U_н}.$$

3. Из сравнения первого режима, соответствующих номинальному напряжению с номинальными величинами двигателя находятся номинальные потери в меди ($p_{мн}$) и холостого хода (p_0) двигателя:

$$p_{мн}=\frac{p_{1н}-p_{II}-p_{2н}(1-\kappa)}{1-\kappa_1^2},$$

$$p_0=p_{1н}-p_{2н}-p_{мн},$$

где

$$\kappa=\frac{p_{II}}{p_{1н}},\quad \kappa_1=\frac{J_{2I}}{J_{1н}}.$$

4. Задаваясь значениями коэффициента нагрузки $\kappa=0{,}25$; 0,5; 0,75; 1,0; 1,25, находятся токи, потери мощности, $\cos\varphi$ и к. п. д. и строятся рабочие характеристики двигателя.

В качестве примера построены рабочие характеристики двигателя А-82-4: 55 *квт*, 220/380 *в*, 176, 5/102 *А*, 1460 *об/мин.*, $\cos\varphi_н=0{,}9$, $\eta_н=0{,}91$ по данным измерения при двух нагрузках.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-рижазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 1

В. Д. ЮСУФОВА

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕПЛООТДАЧИ ПРИ КОНДЕНСАЦИИ БЕНЗОЛА НА НАРУЖНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО И НАКЛОННОГО КОНДЕНСАТОРА

Проведенные исследования по конденсации бензола на наружной поверхности горизонтального и наклонного конденсатора являются продолжением предыдущих работ, посвященных вопросу конденсации во внутренней поверхности трубок.

Настоящее исследование было проведено при атмосферном давлении конденсации паров бензола на наружной очищенной латунной поверхности с заделкой термопар внутри стенки опытной трубки диаметром 12/14 *мм*, длиною 1 *м*.

Цель данной работы заключалась в том, чтобы:

1) исследовать процесс конденсации углеводородов (бензола) на наружной поверхности конденсатора, сопоставить полученные данные с имеющимися в литературе материалами по водяному пару и уточнить существующие закономерности при конденсации углеводородов в сравнении с законом Нуссельта;

2) исследовать влияние угла наклона конденсатора на процесс теплоотдачи;

3) наблюдать за образованием и течением конденсатной пленки в зависимости от тепловой нагрузки и разности температур между входом и выходом охлаждающей воды;

4) дать графический и эмпирический материал для практического применения, а также для разработки методики исследования теплообмена сложных нефтепродуктов.

Исходя из вышеизложенного, исследуемый конденсатор экспериментальной установки был изготовлен с учетом использования его для наружной конденсации пара (рис. 1).

Наличие стеклянного кожуха в экспериментальном конденсаторе позволило произвести наблюдение за стеканием конденсатной пленки во всех проведенных опытах. Опыты проводились при удельных тепловых нагрузках от 7000 до 25000 *ккал/м²·час*. При этом разность температур конденсирующего пара и тепловоспринимающей поверхности были в пределах от 2° до 14° С. Охлаждающая вода нагревалась, в зависимости от удельной тепловой нагрузки, в пределах 30°—60° С.

При проведении опытов на горизонтальной трубке было замечено, что при малых тепловых нагрузках (до 10000 *ккал/м²·час* и разности температур пар—стенки примерно 3,5° С) пленка стекает совершенно спокойно. Отполированная наружная поверхность внутренней экспери-

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 1

В. Д. ЮСУФОВА

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕПЛООТДАЧИ ПРИ КОНДЕНСАЦИИ БЕНЗОЛА НА НАРУЖНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО И НАКЛОННОГО КОНДЕНСАТОРА

Проведенные исследования по конденсации бензола на наружной поверхности горизонтального и наклонного конденсатора являются продолжением предыдущих работ, посвященных вопросу конденсации во внутренней поверхности трубок.

Настоящее исследование было проведено при атмосферном давлении конденсации паров бензола на наружной очищенной латунной поверхности с заделкой термопар внутри стенки опытной трубки диаметром 12/14 *мм*, длиною 1 *м*.

Цель данной работы заключалась в том, чтобы:

1) исследовать процесс конденсации углеводородов (бензола) на наружной поверхности конденсатора, сопоставить полученные данные с имеющимися в литературе материалами по водяному пару и уточнить существующие закономерности при конденсации углеводородов в сравнении с законом Нуссельта;

2) исследовать влияние угла наклона конденсатора на процесс теплоотдачи;

3) наблюдать за образованием и течением конденсатной пленки в зависимости от тепловой нагрузки и разности температур между входом и выходом охлаждающей воды;

4) дать графический и эмпирический материал для практического применения, а также для разработки методики исследования теплообмена сложных нефтепродуктов.

Исходя из вышеизложенного, исследуемый конденсатор экспериментальной установки был изготовлен с учетом использования его для наружной конденсации пара (рис. 1).

Наличие стеклянного кожуха в экспериментальном конденсаторе позволило произвести наблюдение за стеканием конденсатной пленки во всех проведенных опытах. Опыты проводились при удельных тепловых нагрузках от 7000 до 25000 *ккал/м²·час*. При этом разность температур конденсирующего пара и тепловоспринимающей поверхности были в пределах от 2° до 14° С. Охлаждающая вода нагревалась, в зависимости от удельной тепловой нагрузки, в пределах 30°—60° С.

При проведении опытов на горизонтальной трубке было замечено, что при малых тепловых нагрузках (до 10000 *ккал/м²·час* и разности температур пар—стенки примерно 3,5° С) пленка стекает совершенно спокойно. Отполированная наружная поверхность внутренней экспери-

ментальной трубки при этом равномерно смачивалась конденсатом. Только крупные капли конденсата видны были на нижней образующей поверхности, причем со стороны входа пара и выхода охлаждающей воды скорость падения капель оказывалась значительно меньше, чем со стороны выхода пара и входа охлаждающей воды, что является причиной увеличения толщины конденсатной пленки на конечном участке трубки.

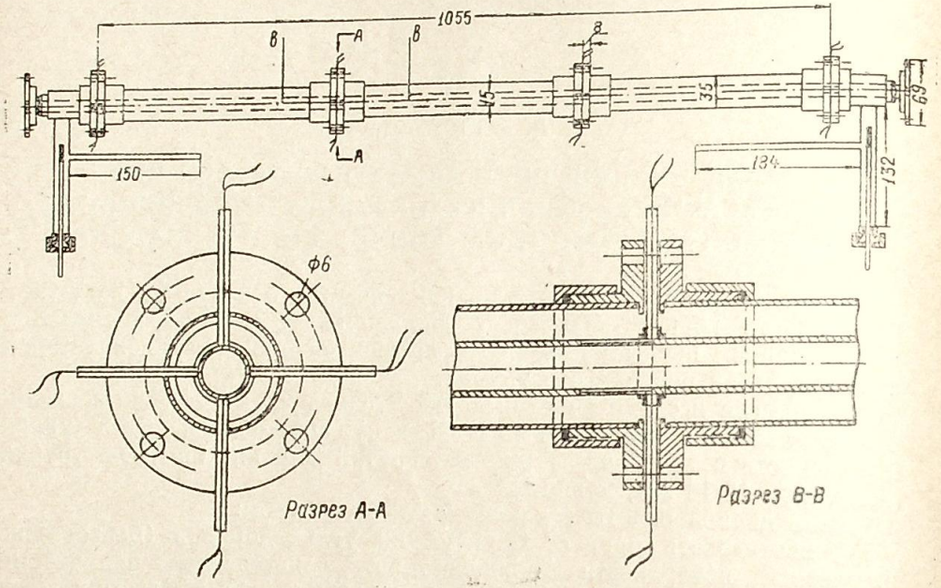


Рис. 1.
Стеклянный конденсатор.

С повышением тепловой нагрузки более 10 000 *ккал/м²·час* характер стекания пленки изменялся, т. е. на ее поверхности появлялись небольшие перемещающиеся волны. Волнистость на поверхности пленки наблюдается в нижней части трубки. Затем при тепловых нагрузках выше 15 000 *ккал/м²·час* в средней части конденсатора наблюдалось образование скопления жидкости в виде двухслойной движущейся пленки с явно выраженной поверхностью.

Двухслойная пленка объясняется заметной разностью температур в нижнем и верхнем слое конденсатной пленки. С увеличением тепловой нагрузки выше 15 000 *ккал/м²·час* волнообразование конденсатной пленки передвигается по направлению ее течения и ликвидирует расслаивание пленки. Вблизи к выходу из конденсатора в последний 3 секции конденсат течет полным сечением стеклянного кожуха, что и служит причиной падения температуры стенки в последней секции конденсатора.

После визуального наблюдения (без снятия показаний измерительных приборов) образования и течения конденсатной пленки при разных тепловых нагрузках, конденсатор был покрыт теплоизоляцией с оставлением 3 смотровых окон. Затем проводили опыты в указанных выше тепловых нагрузках и снимали показания измерительных приборов в 32 точках. Опыты проводились при атмосферном давлении и 6 разных тепловых нагрузках.

Регулируя количество охлаждающей воды, при постоянных нагрузках получали разность температур между входом и выходом конденсирующего пара порядка 0,5°—1°С и, таким образом, работали почти без переохлаждения.

Замеры снимали 3—4 раза при каждой постоянной нагрузке через 10 *мин*.

После первичной обработки данных опыта были построены в зависимости от удельной тепловой нагрузки при разных углах наклона конденсатора коэффициента теплоотдачи и разности температуры.

На рис. 2 изображена зависимость $\alpha = f(q)$ при конденсации чистого бензола на наружной поверхности наклонного конденсатора.

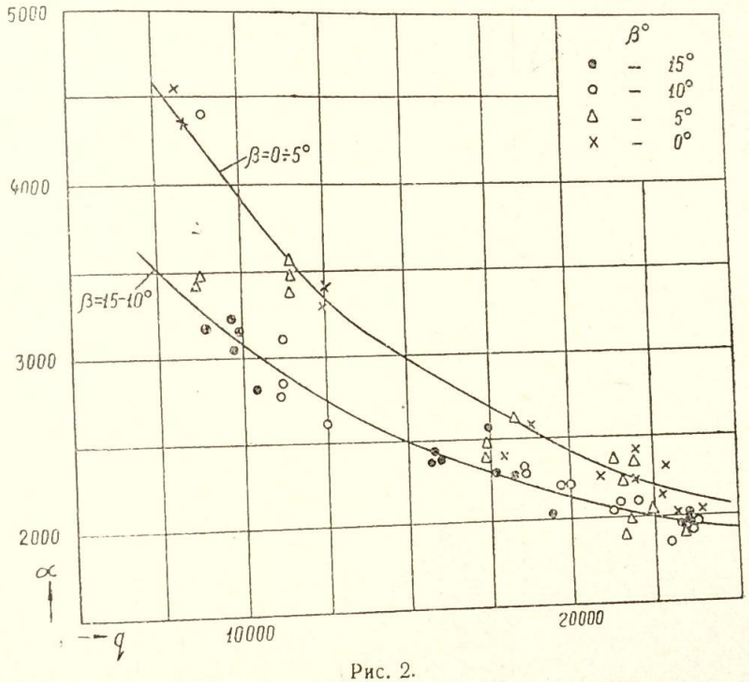


Рис. 2.
Зависимость коэффициента теплоотдачи (α) при конденсации сухого насыщенного пара чистого бензола от удельной тепловой нагрузки на наружной поверхности наклонного конденсатора для давления пара P=1 *ата*, угла наклона 0÷15°

Характер полученной кривой аналогичен существующим в литературе кривым по конденсации водяного пара и ряда хладоагентов, как фреон-12, аммиак и др. [3]. Из рис. 2 видно, что с повышением удельной тепловой нагрузки уменьшается коэффициент теплоотдачи от пара к стенке. Это объясняется тем, что при повышении тепловой нагрузки увеличивается количество конденсата. И так как сечение трубы для удаления конденсата не меняется, то, следовательно, и увеличивается толщина конденсатной пленки, а также накопления конденсата в конце конденсатора (по ходу поступления пара). Известно, что теплопроводность жидкостной пленки намного меньше, чем пара, и так как тепло конденсирующего пара передается к поверхности подопытной трубки через конденсатную пленку, то с увеличением толщины последней ухудшается процесс теплоотдачи.

На рис. 3 изображена зависимость коэффициента теплоотдачи от разности температур пар—стенка, а также дано количественное сопоставление результатов опыта с расчетом по формуле Нуссельта. При постоянной температуре сухого насыщенного пара с уменьшением температуры стенки увеличивается Δt и так как $\alpha = \frac{q}{\Delta t}$, следовательно, уменьшается α.

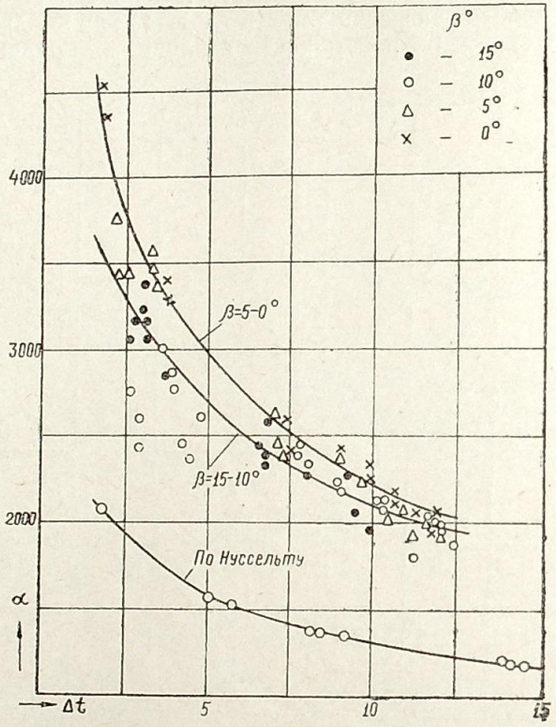


Рис. 3.
Зависимость $\alpha = f(\Delta t)$ при P=1 *ата* и угле наклона конденсатора $\beta = 0 \div 15°$

На рис. 4 показана зависимость удельной тепловой нагрузки от разности температур. Как видно из рис. 4, с увеличением тепловой нагрузки увеличивается Δt. Последнее можно легко объяснить увеличением толщины пленки, которая является причиной уменьшения температуры стенки, а также и увеличения разности температур

$$\Delta t = (t_s - t_{ст}).$$

Опыты, проведенные с наклонными конденсаторами под углом 5°, 10°, 15°, как с внутренним, так и с наружным, явлением конденсации доказывают ухудшение процесса теплоотдачи в сравнении с горизонтальными конденсаторами. Ввиду того, что опытный конденсатор был изготовлен со стеклянным кожухом, то легко можно было видеть, как с повышением угла наклона при одинаковых тепловых нагрузках наблюдается скопление конденсата и образование течения его в виде сплошного потока жидкости. Известно, что теплоотдача от жидкого

потока к стенке должна быть меньше, чем от пара через тонкую пленку. Для более детального исследования процесса теплоотдачи на поверхности наклонного конденсатора угол наклона надо увеличивать вплоть до 90°, т. е. до перехода в вертикальное положение.

На рис. 5 даны падения средней температуры стенки по длине конденсатора при разности температур между входом и выходом пара порядка 0,5° С (пар конденсируется почти без переохлаждения) для постоянных нагрузок и угла наклона конденсатора от 0 до 15°.

Рис. 5 показывает при постоянных нагрузках влияние угла наклона на распределение температур по длине конденсатора, а также, что с увеличением угла наклона, при одинаковых условиях работы конденсатора, вследствие подтапливания конденсатом, уменьшается температура стенки трубки как по длине, так и по сечению.

В результате указанного выше явления заметно ухудшается процесс теплоотдачи при конденсации бензола в наклонных конденсаторах в сравнение с горизонтальным конденсатором.

Большая величина разности температур пар—стенка объясняется малым значением коэффициента теплопроводности жидкого бензола

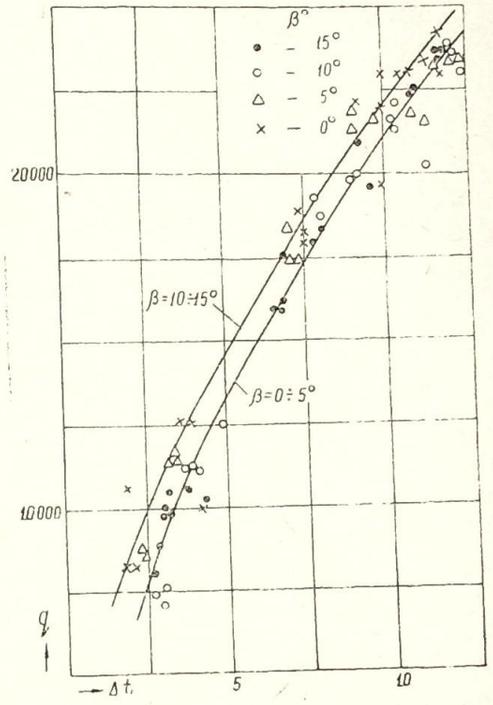


Рис. 4.
Зависимость удельной тепловой нагрузки от разности температур пар—стенка при P=1 *ата* $q = f(\Delta t)$; $\beta = 0 \div 15°$

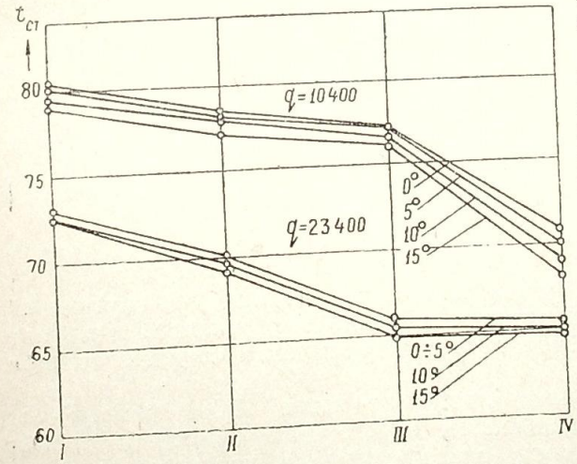


Рис. 5.

На рис. 6 дано сравнение зависимости $\alpha = f(q)$ при конденсации на наружной и внутренней поверхностях при горизонтальной латунной трубке диаметром 11/14 *мм* при одинаковых условиях их работы.

Кривые рис. 6 показывают, что несмотря на то, что с увеличением тепловой нагрузки при наличии наружной конденсации α уменьшается, а при внутренней увеличивается, однако примерно до

17 000 *ккал/м²·час* тепловой нагрузки величина коэффициента теплоотдачи при конденсации на наружной поверхности больше, чем на внутренней. С увеличением тепловой нагрузки вышеуказанное значение α во внутренней поверхности продолжает расти, а на наружной — понижаться.

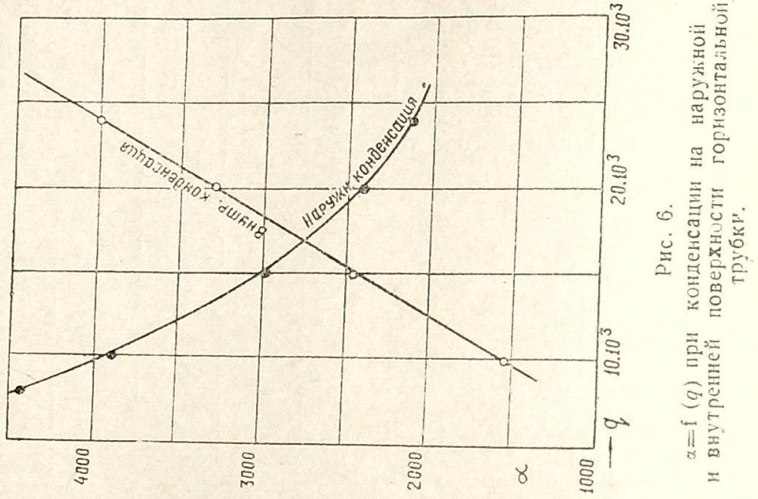


Рис. 6. $\alpha=f(q)$ при конденсации на наружной и внутренней поверхности горизонтальной трубки.

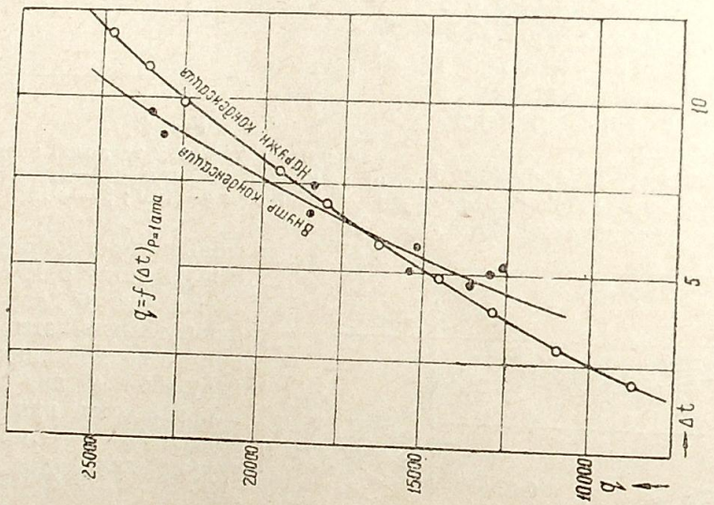


Рис. 7.

Из рис. 7 видно, что независимо от конденсации на внутренней или на наружной поверхностях с увеличением тепловой нагрузки увеличивается разность температур между паром и средней стенкой конденсатора.

Увеличение Δt при тепловой нагрузке выше 17 000 *ккал/м²·час* в сравнении с внутренним явлением может быть объяснено ростом толщины конденсатной пленки, следовательно, и увеличением средней расходной скорости потока в процессе наружной конденсации.

Выводы

1. Конденсирующимся парам бензола на гладкой поверхности соответствует волнообразный пленочный вид конденсации.

2. Зависимость коэффициента теплоотдачи от разности температур ($\Delta t_{ст}$) пар—стенка при конденсации паров бензола при ламинарном стекании конденсатной пленки на наружной поверхности конденсатора соответствует теории пленочной конденсации, т. е. с увеличением $\Delta t_{ст}$ уменьшается α (см. рис. 3).

3. С увеличением угла наклона конденсатора уменьшается коэффициент теплоотдачи от конденсирующихся паров бензола к наружной стенке конденсатора.

4. С увеличением тепловой нагрузки до 1700 *ккал/м²·час* при горизонтальном положении конденсатора величина коэффициента теплоотдачи α при конденсации бензола на наружной поверхности больше, чем на внутренней. Свыше $q=17\,000$ *ккал/м²·час* значение α при конденсации на наружной поверхности получается значительно меньшим, чем на внутренней.

5. Разность температур Δt увеличивается с ростом тепловой нагрузки, независимо от расположения поверхности конденсации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Берман Л. Д. Теплообмен в поверхностных конденсаторах. М., 1953.
2. Кутателадзе С. С. Теплопередачи при конденсации и кипении. М., 1952.
3. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. М., 1957.
4. Мазюкевич И. В. Исследование теплообмена при конденсации паров некоторых холодильных агентов. 1953.
5. Михеев М. А. Основы теплопередачи. М., 1956.
6. Юсуфова В. Д. „Изв. АН Азерб. ССР", 1953, № 2 и 1954, № 3.
7. Юсуфова В. Д. Отчеты по конденсации индивидуальных углеводородов. 1956—1957 гг.

В. Д. Јусифова

Үфиги вә маили конденсаторларын харичи сәтһи үзәриндә бензол бухарынын конденсләшмә заманы истилик вермә просесинин тәдгиги

ХҮЛАСӘ

Һәмин тәдгигат бир атмосфер тәзјигиндә бензол бухарынын тәмизләнмиш латун борунун харичи сәтһи үзәриндә конденсләшмәси просесинә һәср едилмишдир. Борунун диаметри 12/14 *мм*, узунлуғу 1 *м*-дир.

Тәдгигатдан әсас мәгсәд ашағыдакылардыр:

1. Карбоһидрокен бухарларынын конденсләшмә просесини тәдгиг едиб алынан нәтичәләри әдәбијјатда мөвчуд олан башга маддәләрә аид мә'луматларла мүгајисә едәрәк, онун Нусселт ганунларына нечә ујғун кәлмәсини мүәјјәнләшдирмәк.

2. Борунун маиллик дәрәчәсинин истиликвермә коефисентинә тә'сирини тәдгиг етмәк.

3. Истилик јүкүндән асылы олараг конденсат пәрдәсинин әмәлә кәлмәси вә ахмасынын мүшаһидә едилмәси.

4. Мүрәккәб тәркибли карбоһидрокенләрин истиликвермә просесинин тәдгиги үчүн мүәјјән методун һазырланмасы вә тәчрүбәви ишләрдә лазыми емпирик формулларын верилмәси.

Јухарыда гејд едилənлəри нəзəрə алараг тəчрүби конденсаторун үст борусу истилијə давам едən шүшədən hазырланмышдыр. Бу hал бухарын мајеləшмəси вə ахмасы просесинин ајдын мүшаhидəсини тə'мин едир.

Тəчрүбə ишləри 7000-дən 25000 *ккал./м. кв саат* хүсуси истилик јүкүндə вə 2÷14°С температур фəргиндə апарылмышдыр.

Нəзəри вə тəчрүби тədгигат ишləри ашағыдакы нəтичələри верир:

1. hамвар сəth үзəриндə мајеləшən бензол бухары далғави мајe пəрдəси шəклиндə əмələ кəлир.

2. Истиликвермə коефисентинин температур фəргиндən асылылығы пəрдəви конденсləшмə нəзəриjjəсинə үjғун кəлир, jə'ни Δt артдыгча α азалыр.

3. Борунун маиллик дəрəчəси артдыгча α азалыр.

4. Температур фəрги Δt конденсləшмə сəthинин вəзиjjətиндən асылы олмајараг, истилик јүкү чохалдыгча артыр.

АЗƏРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛƏР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХƏБƏРЛƏРИ
Физика-ријазиjjат вə техника елмləри серијасы, 1960, № 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 1

А. И. АГАЕВ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕФТЯНЫХ ОТХОДОВ В КАЧЕСТВЕ ПРОТИВОФИЛЬТРАЦИОННОГО МАТЕРИАЛА

В гидротехническом строительстве широкое применение имеют земляные сооружения. Наряду с рядом преимуществ, земляные сооружения обладают одним из серьезных недостатков—фильтрацией через них воды.

Фильтрация через земляные сооружения снижает устойчивость их, вызывает большие потери полезной воды как из каналов, так и из водохранилищ. В результате фильтрации возникает засоление орошаемых земель в степной зоне, где в разной степени минерализованы грунтовые воды, и заболачивание земель в зонах избыточного увлажнения.

В условиях Азербайджана потеря оросительной воды в каналах в среднем составляет 30—35% от водозабора, как например, по Ленин-Шаумяновской оросительной системе—58 %, по Геокчайской системе—33 %, по Самур-Дивичинскому каналу—25 % и т. д. Иногда потеря воды на фильтрацию доходит до 70—75 % от подаваемого ее количества в канал. Однако до сих пор для борьбы с этим вредным фактором эффективных мер не проводится.

Ряд применяемых в земляных сооружениях противофильтрационных мероприятий как в Советском Союзе, так и за границей сводится к устройству водонепроницаемого экрана или одежды из дорогостоящего дефицитного материала, армобетона, асфальтобетона, из каменной кладки, глиняная, силикатная одежда, кольматация, глинистыми частицами, механическое уплотнение грунтов.

В гидротехнических сооружениях широкое применение имеет бетонная или армобетонная облицовка откосов, дна каналов и напорных откосов, земляных плотин. Стоимость одного квадратного метра армобетонной облицовки толщиной 10—12 *см*, по данным Кура-Араксводстроя, составляет 21—25 руб. и требует большого количества завозных материалов.

В последнее время, по рекомендации АзНИИГиМ проводится механическое уплотнение дна и откосов каналов, состоящих из связных грунтов (глинистых и суглинистых), а сыпучие грунты вообще не подлежат уплотнению.

Так как гидротехнические сооружения находятся в воде и дисперсные грунты способны при увлажнении набухать, то тело земляных сооружений с течением времени будет восстанавливать свои прежние фильтрационные свойства. Следовательно, механическое уплотнение должно производиться систематически, на что потребуются госу-

дарственные затраты, выражающиеся в десятках миллионов рублей (стоимость 1 $м^2$ уплотняемой поверхности 1 руб.). Кроме этого, механическое уплотнение имеет ряд недостатков, связанных с производством работ в условиях эксплуатации ирригационной системы.

В связи с развитием молекулярной химии, в частности химии полимеров, в последние годы для упрочнения оползневых грунтов и уменьшения фильтрационной способности грунтов применяются кремнеорганические акрилевые соединения. Действие этих соединений в грунте сложнее простого заполнения пустот или поглощения частицами грунта, а связано с явлением ионообмена и полимеризации самого грунта.

Учитывая большое народнохозяйственное значение разработки мероприятий по борьбе с фильтрацией в земляных сооружениях, особенно в условиях Азербайджана, нами поставлена задача изыскать наиболее эффективные мероприятия с применением для этой цели дешевых местных материалов.

Наша нефтеперерабатывающая промышленность имеет большое количество нефтяных отходов, состоящих из органических соединений, которые не только никем не используются, но эти отходы сильно загрязняют заводские территории.

В Азербайджане эти отходы по предложению Д. М. Гусейнова используются в качестве ростового вещества для различных растений. Им обнаружено, что при внесении в почву больших доз концентрации органического вещества, полученного из нефтяных отходов, нарушается структура почвы, т. е. уменьшается водопроницаемость почвогрунтов.

В 1959 г. в лабораторных условиях проведена серия опытов по изучению противофильтрационного влияния в земляных сооружениях органических соединений, полученных из нефтяных отходов,

Для этой цели взяты грунты с высокими фильтрационными показателями: апшеронский пылеватый супесчаный грунт и апшеронский песок, имеющие следующую физико-механическую характеристику (табл. 1).

Таблица 1

	Гигроскопическая влага, на 100 г	Уд. вес	Объемный вес, в г/см³	Порозность, %	Фракции (мм), %, 0—0,25	0,25—0,05	0,05—0,01	0,01—0,005	0,005—0,001	< 0,001	Сумма < 0,01
Апшеронский песок № 1	0,57	2,74	1,75/1,55	36,3/42,1	49,13	33,27	10,40	1,92	0,88	4,40	7,20
Апшеронская супесь № 2	1,50	2,76	1,55/1,48	43,9/46,3	13,39	14,93	46,16	1,04	10,0	14,48	25,52

Как видно из табл. 1, грунты, на которых изучается противофильтрационное влияние органических соединений, вполне удовлетворяют необходимым условиям опыта.

Следует отметить, что наличие карбоната кальция в грунтах апшеронского массива характерно почти для всех зон Азербайджана, за исключением Ленкоранской субтропической зоны и горных районов.

Проведенными сериями лабораторных опытов (с 15 по 24 апреля 1959 г.) по выяснению эффективной дозы концентрации органических соединений раствора, вносимого в грунт, получены результаты, приведенные в табл. 2, при этом качественная оценка дается по размерам фильтрационных расходов через толщу грунта и скорости фильтрации.

Таблица 2

Варианты, %	Расход фильтр., *л/сут*	Скорость фильтр., *м/сут*
Контроль	5,5—6,1	0,65—0,72
0,01 орг. вещест.	7,2	0,88
0,05 „ „	9,66	1,15
0,10 „ „	7,27	0,86
0,25 „ „	0,181	0,022
0,50 „ „	0,0295	0 0035
1,0 „ „	0,0252	0,0029
2,5 „ „	0,0375	0,0043

Из приведенной на рис. 1 кривой видно, что эффективные дозы концентрации раствора находятся в пределах 0,25—1,0 % концентрации органических соединений. Исходя из этого, в дальнейшем опыты проводились с растворами, концентрация которых составляет 0,25—1,0 %. С целью ускорения реакции, т. е. усиления водонепроницаемости грунта, к раствору органических соединений добавлен 10% хлористый кальций. Контроль q=6,73 *см³/мин*; 8,25 *л/сут*; v=0,91 *м/сут*; 2,5 % орг. вещ.=0,066 *см³/мин*; 0,095 *л/сут*; v=0,0115 *м/сут*.

Полученные данные показывают, что при добавке хлористого кальция фильтрация через слой грунта усиливается, по-видимому, кальциевые соединения нейтрализуют влияние органических соединений.

Для выяснения характера процесса впитывания водного раствора в грунт и водопроницаемости грунта в зависимости от концентрации раствора, в табл. 3 приводятся данные наблюдения.

Таблица 3

Варианты	Слой грунта, *см*	Впитывание раствора в грунт, *мин*	Фильтрация началась через	Фильтрация происходила за время, *мин*
Контроль	6,8—7,4	9—10	—	40—41
0,25% раствор	6,6—6,7	40—43	4,7 час	840
0,5% раствор	6,7—6,7	168	29,7 час	10 сут
1,0% раствор	7,0- 7,2	8000(5,5 сут.)	5,5 сут	2 месяца

В грунт внесено по 250 *см³* водного раствора органического вещества и после завершения процесса впитывания добавлено водопроводной воды по 200 и 250 *см³*, первоначальный напор воды над поверхностью грунта составлял 25—42 *мм* (по вариантам).

Во время фильтрации через толщу грунта обнаруживается заметное влияние величин концентрации органических соединений в раст-

воре на сработку слоя воды над поверхностью грунта. Так, например, в контрольных сосудах слой воды в 25 *мм* срабатывался за 40—41 *мин*; причем объем фильтрации составлял 90—95 % от поданной воды при концентрации 0,25 %—за 840 *мин*; объем фильтрации 85—90 % при 0,5 % концентрации раствора, слой воды 33—35 *мм* срабатывался за 10 *сут* и объем фильтрации составлял 45—55 %, при 1 % концентрации раствора слой воды 40—42 *мм* в течение двух месяцев полностью не сработался и объем фильтрации составлял около 35—40 % от поданного количества воды, остальная часть объема поданной воды испарилась.

Для установления величин коэффициента фильтрации при внесении в грунт раствора органических соединений из нефтяных отходов продолжались лабораторные опыты (с 19 мая по 20 июля) в бездонных цилиндрах $d=10-10{,}2$ *см*, высотой 11,5—11,83 *см*, напор воды над поверхностью грунта 30 *мм*.

Результаты опытов приводятся в табл. 4 и на рис. 2.

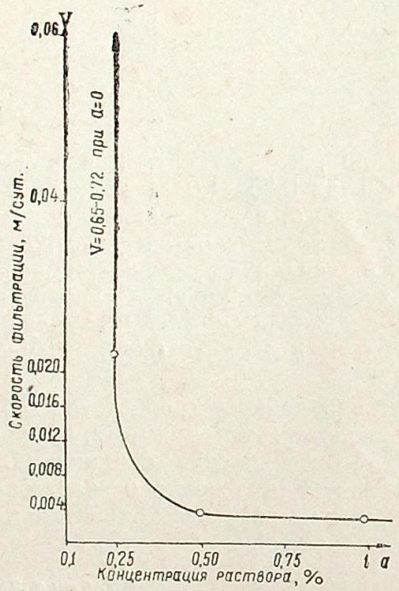


Рис. 1.

Кривая зависимости скорости фильтрации от концентраций раствора органических соединений (эксперименты с 15 по 24 апреля 1959 г.)

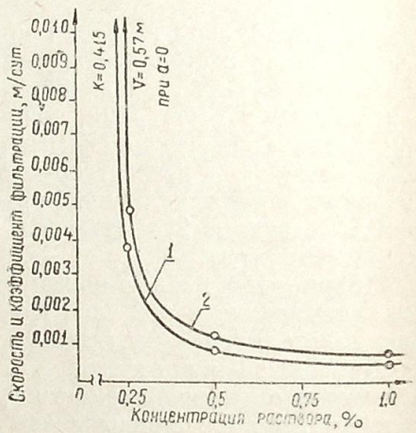


Рис. 2.

Кривые зависимости коэффициента (*1*) и скорости фильтрации грунта (*2*) от концентрации раствора органических соединений (эксперименты с 19 мая по 20 июля 1959 года).

При рассмотрении приведенных данных и кривых видно, что с повышением концентрации раствора органических соединений от 0,25 до 1,0 % коэффициент фильтрации резко снижается. Повышением концентрации раствора выше 0,25 % увеличивается предельная влажность грунта, на 20—25 % снижается водоотдача грунта (см. рис. 3 и 4).

Кривая зависимости коэффициента и скорости фильтрации от концентрации раствора органических соединений имеет асимптотичный характер, так как при концентрации раствора 0,25 % коэффициент фильтрации уменьшается более чем в сто раз, а при последующих повышениях концентрации до 0,5 % и 1,0 % соответственно коэффициент фильтрации по сравнению с контрольным уменьшается в 461 и в 830 раз снижается водопроницаемость грунта.

Таблица 4

Результаты лабораторных опытов с 19 мая по 20 июля

Варианты	Влажность грунта, %		1 опыт (с 19 мая по 4 июня)				III опыт (с 1 по 20 июля)				Среднее с 19 мая по 20 июля				Разность по вариантам
	до опыта	после опыта	расход фильтрации, *л/сут*	скорость фильтрации, *м/сут*	коэффициент фильтрации, *м/сут*		расход фильтрации, *л/сут*	скорость фильтрации, *м/сут*	коэффициент фильтрации, *м/сут*		расход фильтрации, *л/сут*	скорость фильтрации, *м/сут*	коэффициент фильтрации, *м/сут*		
Контроль	1,79	23,75	6,84	0,844	0,62		0,245	0,302	0,21		3,54	0,57	0,415		1
	1,79	23,70	0,050	0,0064	0,0042		0,026	0,0032	0,0022		0,038	0,0048	0,0032		—130
0,25% орг. вещ.	1,79	26,5	0,0144	0,0018	0,0012		0,0066	0,080	0,0006		0,0105	0,0013	0,0009		—461
0,5% орг. вещ.	1,79	29,2	0,0063	0,008	0,0005		0,0053	0,00072	0,0005		0,0058	0,00076	0,0005		—830
1,0% орг. вещ.															

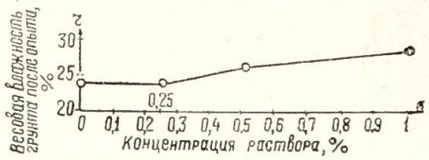


Рис. 3.

Кривая зависимости влажности грунта от концентрации раствора.

Лабораторные опыты проводились при комнатной температуре (от 22 до 30°), а температура воды была на 1°—1,5° меньше температуры воздуха.

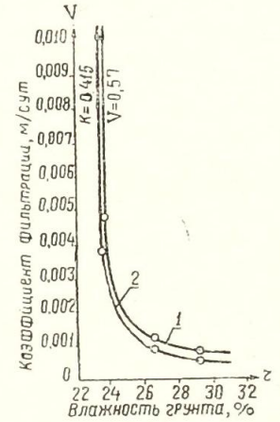


Рис. 4.

Кривая зависимости коэффициента фильтрации от влажности грунта после опыта; $p=43{,}9\%$; $d<0{,}01$—$25{,}5\%$.

1—скорость фильтрации; *2*—коэффициент фильтрации

Влияние температурного фактора на режим фильтрации через толщу грунта, в которую внесен раствор нефтяных отходов, не выявлен в связи с невозможностью проведения опытов при постоянном напоре.

С целью учета влияния напора и температурного фактора на режим фильтрации через грунт, последующие серии лабораторных опытов необходимо провести при постоянном напоре.

Параллельно с лабораторными опытами желательно изучать противофильтрационное влияние раствора органических соединений нефтяных отходов непосредственно в полевых условиях на каналах и земляных плотинах. В этом направлении исследования по данной теме продолжаются.

А. И. Ағајев

Нефт туллантыларындан су сызылмасынын гаршысыны алан бир материал кими истифадә едилмәси

ХҮЛАСӘ

Торпаг һидротехники тикинтиләрдән су сызмасы тикинтинин мөһкәмлијинә пис тә'сир етмәклә чохлу су иткисинә сәбәб олур.

Азәрбајчан шәраитиндә суварма каналларында су иткиси торпагларын 30—50 вә бә'зән 70—75 %-ә гәдәринин шорлашмасына сәбәб олур. Амма бу вахта кими торпаг тикинтиләриндән су сызмасынын гаршысыны алмаг үчүн әсасән армобетон ләвһәләр тәтбиг едилир ки, бу да баһа баша кәлмәклә чохлу сәнаје материалы тәләб едир.

Тәклиф олунан каналларын механики бәркидилмәси дә анчаг килли торпагларда апарылыр вә чохлу хәрч тәләб етмәклә онун мүтәмади тәкрар олунмасы лазымдыр.

Сон вахтлар полимерләр кимјасынын инкишафы ахан торпагларын бәркидилмәсини вә су сыздырманы азалтмаг мәгсәдилә силисиум үзви акрел бирләшмәләрдән истифадә етмәјә даир бә'зи тәчрүбәләр апарылыр.

Азәрбајчанда күлли мигдарда вә учуз нефт туллантыларындан торпаг тикинтиләрдә су сыздырмасынын гаршысыны алмаг үчүн истифадә етмәк мәгсәдилә енеркетика институтунда лабораторија тәчрүбәләри апарылмыш вә нәзәрә чарпан мүсбәт нәтичәләр алынмышдыр.

Механики тәркиби 0,01 *мм*-дән јухары һиссәчикләрин мигдары 75 % олан Абшерон килличә торпагларында апарылан тәчрүбәләрдән ајдын олур ки, тәркибиндә 0,5-дән 1 %-ә гәдәр нефт туллантылары олан мәһлул торпаға верилдикдә торпағын филтрасија әмсалы „К" ади торпағын филтрасија әмсалына нисбәтән 460-дан 830 дәфәјә гәдәр азалыр јахуд 0,415-дән 0,0005 *м/сутка*-ја гәдәр азалыр.

Мүшаһидәләр көстәрир ки, нефт туллантыларындан һазырланан 0,5 вә бир фаизли мәһлул верилмиш торпаг гурудулдугдан сонра да өз хассәсини итирмир вә су сыздырма тәкрар су бурахдыгда чох зәиф олур.

Лабораторија тәчрүбәләри отаг температуру 22°-дән 30°-ә гәдәр вә сујун температуру исә 1—1,5° отаг температурундан алчаг олан шәраитдә апарылмышдыр. Торпаг сәтһиндә даими су гаты јаратмаг мүмкүн олмадығындан, температурун сызма режиминә тә'сирини мүәјјән етмәк мүмкүн олмамышдыр.

Бу саһәдә тәдгигат ишләри истәр лабораторија, истәрсә дә чөл шәраитиндә давам етдирилир.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 1

А. М. ӨМӘРОВА

ГАЗЫМА БОРУЛАРЫНЫН АВТОМАТИК ЕНМӘ ӘМӘЛИЈЈАТЫНЫН ТӘНЗИМИ СИСТЕМИНДӘ КЕЧИД ПРОСЕСЛӘРИНИН ТӘДГИГИ

Бу вахта гәдәр апарылан тәдгигатларда газыма боруларынын енмә әмәлијјатынын сүр'әт тәнзими арашдырылыркән тәнзим објектинин тоһа параметрли олдуғу нәзәрдә тутулмушду вә бу шәраитдә кечид просесләри тәдгиг едилмишдир [1, 2].

Тәнзим објектинин (тормоз машыны—синхрон кенератор) вә онунла әлагәдар олан газыма боруларынын пајланмыш параметрли олдуғуну гәбул едәрәк, системдәки кечид просесләрини нәзәрдән кечирәк.

Пајланмыш параметрли елементләри олан електрик интигалы вә үмумијјәтлә автомагик тәнзим системләри үчүн бир сыра мәсәләләр арашдырылыркән көстәрилмишдир ки, импулс дөврәләринин нәзәри әсасында гурулмуш Лаплас дискрет чевирмәси тәтбиг едилә биләр вә бу шәраитдә мәсәләнин аналитик тәдгигаты садәләшә биләр [3, 4].

Системин кечид просесини гурмаг үчүн әввәлчә пајланмыш параметрли тәнзим објектинин тәнлијини мүәјјән едәк.

Тормоз машынынын механики характеристикасыны хәтти тәнликлә ифадә етмәк олар, ја'ни

$$M_{\text{т}} = a - b\bar{\omega}, \tag{1}$$

о һалда електрик интигалынын һәрәкәт тәнлијини оператор шәклиндә белә јазмаг мүмкүндүр

$$(Jp + b)\bar{\omega} = a + Jp\omega_{\text{н}} - M_{\text{г}}, \tag{2}$$

бурада: J—чевирилмиш инерсија моменти,
a, b—механики характеристиканын параметрләри,
$\omega_{\text{н}}$—бучаг сүр'әтинин башланғыч гиjмәти вә
$M_{\text{г}}$—статик јүк моментидир.

Јүк узунуна јајылан пајланмыш параметрли бору колонундан ибарәтдир. Әкәр бору колону бојунча һәрәкәт едән далға $t = 2\tau$ фасиләр

вә јахуд

$$\bar{\omega}_1 = \frac{a + Jp\bar{\omega}_н}{Jp + b + \dfrac{1}{z_c}}, \qquad (4)$$

бу ифадәләрдә z_c бору колонунун далға характеристикасыны әкс етдирән кәмиҗҗәтдир.

$$M_g = \frac{1}{z_c}\bar{\omega}.$$

$4\tau > t > 2\tau$ фасиләсиндә системин гапанмасыны нәзәрдә тутараг онун тәнлиҗини ашағыдакы шәкилдә ифадә етмәк олар. Биз бурада биринчи даһғанын ајрылмасыны фәрз едирик.

$$\bar{\omega}_\Delta = \frac{a + Jp\omega_н}{\left(Jp + b + \dfrac{1}{z_c}\right)^2} + \frac{\Delta M_g}{Jp + b + \dfrac{1}{z_c}}. \qquad (5)$$

Алынан ифадәләри импулс дөврәсинин тәнликләринә чевирәк, бундан башга, мә'лум олдуғу кими, ΔM_g үчүн мүһәррикин јүксүз ишләҗән һалына мүвафиг ифадәсиндән истифадә едирик (3). Бунлары нәзәрә аларағ $\Delta\omega$ үчүн дискрет формада ашағыдакы ифадәни җазмаг олар:

$$\Delta\omega(q, \varepsilon) = \frac{az_c}{bz_c + 1}\left[1 - \frac{e^q - 1}{e^q - e^{-\alpha}}e^{-\alpha\varepsilon}\right]\frac{e^q}{e^q - 1} +$$

$$+ \frac{2az_c\{(e^q - e^{-\alpha})^2 - e^{-\alpha\varepsilon}(e^q - 1)[(e^q - e^{-\alpha})(1 + \alpha\varepsilon) + \alpha e^{-\alpha}]\}}{(bz_c + 1)(e^q - e^{-\alpha})[(bz_c + 1)(e^q + 1)(e^q - e^{-\alpha}) - 2e^q(1 - e^{-\alpha})]}\frac{e^q}{e^q - 1} +$$

$$+ \frac{Jz_c\alpha\omega_н}{\lambda(bz_c + 1)}e^{-\alpha\varepsilon}\frac{e^q}{e^q - e^{-\alpha}} +$$

$$+ \frac{2Jz_c\omega_н e^q\{\alpha^2 e^{-\alpha\varepsilon}[\varepsilon(e^q - e^{-\alpha}) + e^{-\alpha}]\}}{\lambda(bz_c + 1)(e^q - e^{-\alpha})[(bz_c + 1)(e^q + 1)(e^q - e^{-\alpha}) - 2e^q(1 - e^{-\alpha})]} \qquad (6)$$

бурада: $\alpha = \dfrac{\lambda}{T_1}$

λ—асылы олмаҗан дәҗишән кәмиҗҗәтин дискрет гиҗмәтләри арасындакы фасилә,

$$T_1 = \frac{Jz_c}{bz_c + 1};\ a = k_0\Delta J_b:$$

Лапласын дискрет чевирмәсинин чәмләнмә теоремини тәдгиг едәрәк [5] бучаг сүр'әти $\Delta\omega = f[n]$ тә'јин едирик.

$$[t = \lambda(n + \varepsilon)]$$

$$\Delta\omega^*[n.\varepsilon] = \frac{az_c}{(bz_c + 1)}[1 - e^{-\alpha(n+\varepsilon)}] + \omega_н e^{-\alpha(n+\varepsilon)} + \frac{a}{(bz_c + 1)b} -$$

$$- \frac{2az_c\{(\delta_1 - e^{-\alpha})^2 - e^{-\alpha\varepsilon}(\delta_1 - 1)[(\delta_1 - e^{-\alpha})(1 + \alpha\varepsilon) + \alpha e^{-\alpha}]\}}{(bz_c + 1)(1 - \delta_1)(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - e^{-\alpha})}(\delta_1)^n -$$

$$- \frac{2az_c\{(\delta_2 - e^{-\alpha})^2 - e^{-\alpha\varepsilon}(\delta_2 - 1)[(\delta_2 - e^{-\alpha})(1 + \alpha\varepsilon) + \alpha e^{-\alpha}]\}}{(bz_c + 1)^2(1 - \delta_2)(\delta_2 - \delta_1)(\delta_2 - e^{-\alpha})}(\delta_2)^n -$$

$$- \frac{2az_c\alpha e^{-\alpha\varepsilon}e^{-\alpha}}{(bz_c + 1)^2(e^{-\alpha} - \delta_1)(e^{-\alpha} - \delta_2)}(e^{-\alpha})^n +$$

$$+ \frac{2Jz_c\omega_н}{\lambda(bz_c + 1)^2}\alpha^2 e^{-\alpha\varepsilon}\left\{\frac{\varepsilon(\delta_1 - e^{-\alpha})}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - e^{-\alpha})}(\delta_1)^n + \frac{\varepsilon(\delta_2 - e^{-\alpha}) + e^{-\alpha}}{(\delta_2 - \delta_1)(\delta_2 - e^{-\alpha})}(\delta_2)^n - \right.$$

$$\left. + \frac{e^{-\alpha}}{(e^{-\alpha} - \delta_1)(e^{-\alpha} - \delta_2)}(e^{-\alpha})^n \right. \qquad (7)$$

бурада δ_1; δ_2 ашағыдакы

$$(bz_c + 1)(e^q + 1)(e^q - e^{-\alpha}) - 2e^q(1 - e^{-\alpha}) = 0$$

тәнлиҗинин көкләридир.

Објектин тәнлиҗи тапылдыгдан сонра үмуми тәнзим системиндәки кечид просесләринин гурулмасына кечәк.

Мә'лум олдуғу кими, тәнзим системиндәки сүр'әт үзрә олан сәрт әксрабитәнин гејри-хәтти характеристикасы онун ишини тә'јин едир.

Системин иш просесини ики периода ајыра биләрик: Биринчи үчүн јүкүн енмә сүр'әти ω әввәлдән мүәјјән едилмиш ω_0 сүр'әтиндән бөјүк олур. Бу һалда системин киришинә $\Delta i'_y = \omega - \omega_0$ бәрабәр сигнал верилир, башга сөзлә систем гапалы сајылмалыдыр. Икинчи период үчүн исә $\omega < \omega_0$ олур вә бу һал үчүн $\Delta i'_y = 0$ гәбул едилмәлидир вә систем ачыгдыр.

Беләликлә, системдәки кечид просесләрини тә'јин етмәк үчүн, системин һәр ики һаллары үчүн, јә'ни гапалы вә ачыг системә мүвафиг кечид просесләрини гурмаг лазымдыр.

Тәнзим објектинин тәнлиҗи јухарыда көстәрдиҗимиз кими белә ифадә олунур:

$$\Delta\omega^*(q, \varepsilon) = -F_1^*(q, \varepsilon)\Delta J_b^*. \qquad (8)$$

Системин галан елементләри арасындакы әлагә исә оператор шәклиндә җазыла биләр

$$\Delta\bar{J}_b = \frac{k_2k_3k_4}{(T_2p + 1)(T_3p + 1)(T_4p + 1)}\Delta i'_{y_1} + k_2k_3k_4 i'_{n_0}\frac{p}{(T_2p + 1)(T_3p + 1)(T_4p + 1)} +$$

$$+ k_3T_3 i_{b_0}\frac{p}{(T_2p + 1)(T_3p + 1)} + T_2J_{b_0}\frac{p}{T_2p + 1}, \qquad (9)$$

ашағыдакы башланғыч шәртләриля гәбул едирик:

$t = 0$ олдугда

$$\frac{d\Delta\omega}{dt} = g_1;\ \frac{d^2\Delta\omega}{dt^2} = 0\ \ \frac{d^3\Delta\omega}{dt^3} = 0;\ \ \frac{d^4\Delta\omega}{dt^4} = 0.$$

g—јүкүн енмә тә'чилидир.

Кечид просесләринин кәләчәк һесабланмалары үчүн ашағыдакы башланғыч шәртләри, јә'ни

$$\frac{d\Delta\omega}{dt} = g_1 \text{ илә } J_{b_0},\ i'_{b_0},\ i'_{u_0}$$

арасындакы әлагәни ики системин тәнликләри үчүн җазылмыш әмсалларын мүгаҗисәси җолу илә тә'јин едирик.

$$(a_0p^4 + a_1p^3 + a_2p^2 + a_3p + a_4)\Delta\bar{\omega} = (a_0p^3 + a_1p^2 + a_2p)g_1$$

$$(T_1p + 1)\Delta\omega = -k_1\Delta J_b$$

$$(T_2p + 1)\Delta J_b = k_2\Delta i_{eb} + T_2pJ_{b_0}$$

$$(T_3p+1)\Delta i_{eb} = k_3\Delta i'_н + T_3 p i_{b_0}$$
$$(T_4p+1)\Delta i'_н = k_4\Delta i'_{y_1} + T_4 p i'_{н_0} \quad (10)$$
$$\Delta i'_{y_1} = k_5 k_6 \Delta\omega,$$

бурада

$$J_{b_0} = -\frac{T_1}{k_1}\frac{d\Delta\omega(0)}{dt} \quad (11)$$

$$i'_{b_0} = -\frac{T_1+T_2}{k_1k_2}\frac{d\Delta\omega(0)}{dt} \quad (12)$$

$$i'_{н_0} = -\frac{T_1+T_2+T_3}{k_1k_2k_3}\frac{d\Delta\omega(0)}{dt}. \quad (13)$$

(9), (11) вә (13) тәнликләриндә башланғыч шәртләри тәтбиг едиб вә $p=\frac{q}{T}$ илә әвәз етмәклә һәмин тәнликләри дискрет шәклә чевириб, јазмаг олар:

$$\Delta J^*_b = F^*_2(q)\Delta i'^*_y + F^*_{баш}(q),$$

јахуд

$$\Delta J^*_b = \left[1+\frac{\beta_3\beta_4}{(\beta_2-\beta_3)(\beta_4-\beta_2)}\frac{e^q-1}{e^q-e^{-\beta_2}}+\frac{\beta_2\beta_4}{(\beta_3-\beta_2)(\beta_4-\beta_3)}\frac{e^q-1}{e^q-e^{-\beta_3}}+\right.$$
$$\left.+\frac{\beta_2\beta_3}{(\beta_4-\beta_2)(\beta_3-\beta_4)}\frac{e^q-1}{e^q-e^{-\beta_4}}\right]k_2k_3k_4\Delta i'_{y_1}+$$
$$+\frac{\lambda g_1}{k_1\beta_1}\left\{\frac{\beta_2\beta_3+\beta_1\beta_3+\beta_1\beta_2}{(\beta_2-\beta_3)(\beta_4-\beta_2)}\frac{e^q-1}{e^q-e^{-\beta_2}}+\frac{\beta_2\beta_3+\beta_1\beta_3+\beta_1\beta_2}{(\beta_3-\beta_2)(\beta_4-\beta_3)}\frac{e^q-1}{e^q-e^{-\beta_3}}+\right.$$
$$\left.+\frac{\beta_1+\beta_2}{\beta_3-\beta_2}\frac{e^q-1}{e^q-e^{-\beta_3}}\right\}-\frac{\lambda g_1}{k_1\beta_1}\frac{e^q-1}{e^q-e^{-\beta_2}}, \quad (14)$$

бурада: $\beta_1=\frac{\lambda}{T_1}$; $\beta_2=\frac{\lambda}{T_2}$; $\beta_3=\frac{\lambda}{T_3}$; $\beta_4=\frac{\lambda}{T_4}$.

Јухарыдакы (8) вә (14) тәнликләрини биркә һәлл едәрәк, аларыг:

$$\Delta\omega^*(q) = -F^*_1(q)F^*_2(q)\Delta i'^*_y - F^*_{баш}F_1(q), \quad (15)$$

бу тәнликдәки ифадәләр бәрабәрдир:

$$F^*_1(q) = \frac{k_1bz_ce^q\{(1-e^{-\alpha})(bz_c+1)(e^q-\delta_1)(e^q-\delta_2)+}{(bz_c+1)^2(e^q-1)(e^q-e^{-\alpha})}$$
$$\frac{+2[e^q(1-e^{-\alpha}-\alpha e^{-\alpha})-e^{-\alpha}(1-e^{-\alpha}-\alpha)]\}}{(e^q-\delta_1)(e^q-\delta_2)} \quad (16)$$

$$F^*_2(q) = k\left\{1+\frac{\beta_3\beta_4}{(\beta_2-\beta_3)(\beta_4-\beta_2)}\frac{e^q-1}{e^q-e^{-\beta_2}}+\frac{\beta_2\beta_4}{(\beta_3-\beta_2)(\beta_4-\beta_3)}\frac{e^q-1}{e^q-e^{-\beta_3}}+\right.$$
$$\left.+\frac{\beta_2\beta_3}{(\beta_4-\beta_2)(\beta_3-\beta_4)}\frac{e^q-1}{e^q-e^{-\beta_4}}\right\} \quad (17)$$

$$F^*_{баш}(q) = \frac{\lambda g_1}{k_1\beta_1}\left\{\frac{\beta_2\beta_3+\beta_1\beta_3+\beta_1\beta_2}{(\beta_2-\beta_3)(\beta_4-\beta_2)}\frac{e^q-1}{e^q-e^{-\beta_2}}+\right.$$
$$+\frac{\beta_2\beta_3+\beta_1\beta_3+\beta_1\beta_2}{(\beta_3-\beta_2)(\beta_4-\beta_3)}\frac{e^q-1}{e^q-1^{-\beta_3}}+\frac{\beta_2\beta_3+\beta_1\beta_3+\beta_1\beta_2}{(\beta_4-\beta_2)(\beta_3-\beta_4)}\frac{e^q-1}{e^q-e^{-\beta_4}}+$$
$$\left.+\frac{\beta_1+\beta_2}{\beta_2-\beta_3}\frac{e^q-1}{e^q-e^{-\beta_2}}+\frac{\beta_1+\beta_2}{\beta_3-\beta_2}\frac{e^q-1}{e^q-e^{-\beta_3}}-\frac{e^q-1}{e^q-e^{-\beta_2}}\right\}. \quad (18)$$

Ачыг систем үчүн $i_y=0$-дыр, буна мүвафиг (15) тәнлијиндән ашағыдакы ифадәни алырыг

$$\Delta\omega^*(q) = F^*_1(q)F^*_{баш}(q) \quad (19)$$

Верилмиш (16) вә (18) тәнликләриндә $F^*_1(q)$ вә $F^*_{баш}(q)$ функсијаларыны вә системин ашағыдакы параметрләрини, јә'ни:

$\beta_1=0{,}8$ $\beta_2=1{,}82$ $\beta_3=10$ $\beta_4=6{,}67$ $\lambda=2$ *сан*

$\delta_1=-0{,}939$; $\delta_2=0{,}624$; $z_c=1{,}59\frac{1}{кг\,м\,сан}$; $b=78{,}5$ *кг м сан.*

$$g_1=\frac{1}{сан}10$$

(19) тәнликдә әвәз етсәк вә сонра Лапласын әкс дискрет чевирилшиндән истифадә етмәк јолилә ω замандан асылы олараг дәјишмәси үчүн ифадә јаза биләрик

$$\Delta\omega[n]=0{,}086g_1\{17{,}82(0{,}419)^n-54{,}3(0{,}447)^n-0{,}0674(-0{,}935)^n+$$
$$+54{,}5(0{,}162)^n+12{,}02(0{,}000045)^n-29{,}8(0{,}00127)^n\}. \quad (20)$$

Системдә јүкүн өз чәкисинин әмәлә кәтирдији вә һәмишә тә'сир едән јеканә гүввә мөвчуддур ки, һәмин гүввәнин тә'сири алтында јүк $x=gt$ сүр'әти илә енмәјә чалышыр. Она көрә кечид просеси $\Delta\omega[n]-x[n]$ әјриләринин фәрги кими тә'јин олунур.

Објектин вә системин хәтти һиссәсинин тәнликләрини биркә һәлл етмәк јолу илә гапалы системин дискрет шәкилдә тәнлијини тапырыг.

$$\Delta\omega^*(q) = -\frac{F^*_1(q)\cdot F^*_{баш}(q)}{1+F^*_1(q)\cdot F^*_2(q)} \quad (21)$$

(16), (17) вә (18) тәнликләриндән $F^*_1(q)$; $F^*_2(q)$; $F^3_{баш}(q)$ функсијаларынын гијмәтләрини вә систем параметрләринин гијмәтләрини (21) тәнлијиндә әвәз етсәк, аларыг:

$$\Delta\omega^*(q)=-0{,}171g_1\frac{e^q(-7{,}77e^{5q}+2{,}265e^{4q}+7{,}82e^{3q}-1{,}82e^{-2q}-0{,}49e^q-}{e^{7q}-1{,}094e^{6q}+4{,}94e^{5q}+4{,}69^{4q}-1{,}97e^{3q}-0{,}287e^{-2q}-}$$
$$\frac{-0{,}00397)}{-0{,}00028e^q+0{,}00000016} \quad (22)$$

22 функсијасынын оржиналыны тапмаг үчүн чевирмә дүстурундан истифадә едирик. Системин гапалы һалы үчүн $\Delta\omega$ ифадәсини бу шәкилдә аларыг

$$\Delta\omega[n,\ 0] = -0{,}17g_1\{1{,}43(0{,}00000573)^n+0{,}329(-0{,}000992)^n-$$
$$-0{,}565(-0{,}115)^n-0{,}0028(0{,}4)^n+0{,}0165(-0{,}942)^n+$$
$$+(41{,}5+j166)(-1{,}4+j0{,}7)^n+(+41{,}5-j166)(-1{,}4-j0{,}7)^n\} \quad (23)$$

Тапылмыш (20) вә (23) тәнликләри әсасында гурулмуш әјриләрин бир-биринин ардынча тикилмәси үмуми системдәки кечид просеслә-нин характерини тә'јин едир.

Гејд етмәк лазымдыр ки, гурулан әјринин експериментал әјри илә мүгајисәси көстәрир ки, алына билән сәһв 10 фаиздән аргыг олмур.

Пајланмыш параметрли елементләри олан автоматик тәнзим системиндә кечид просесләринин тәдгиги үчүн Лапласын дискрет системиндән истифадә етмәк апарылан һесабламалары хејли садәләшдирир.

ӘДӘБИЈЈАТ

1. Кадымов Я. Б. Некоторые вопросы электропривода, включающего звенья с распределенными параметрами. „Изв. АН СССР", 1959, № 5.
2. Кадымов Я. Б. Некоторые вопросы электропривода, включающего звенья с распределенными параметрами. Доклады Всесоюзного объединенного совещания по автоматизации производственных процессов в машиностроении и автоматизированному электроприводу в промышленности, 1959.
3. Омарова А. М. Автоматизация спуска инструмента при бурении нефтяных скважин. „Энергетический бюллетень", 1958, № 5.
4. Омарова А. М. Исследование периодических режимов в системе автоматического регулирования спуска бурильного инструмента. „Нефть и газ", 1959, № 6.
5. Цыпкин Я. З. Переходные и установившиеся процессы в импульсных цепях. Госэнергоиздат, 1951.

А. М. Омарова

Исследование переходных процессов в системе автоматического регулирования спуска бурильного инструмента

РЕЗЮМЕ

Ряд вопросов исследования привода может быть упрощен, если для системы электропривода и автоматического регулирования, имеющих звенья с распределенными параметрами, применить дискретное преобразование Лапласа, вместо того, чтобы решать систему, применяя теорему разложения или свертки к операторным уравнениям.

В системе регулирования, приведенной в работах [3, 4], объектом регулирования является тормозная машина (синхронный генератор) и колонна бурильных труб, представляющая собой звено с распределенными параметрами.

Уравнение движения привода, если принять механическую характеристику тормозной машины прямолинейной, можно представить в следующем виде:

$$(Jp + b)\,\omega = a + Jp\omega_н - M_g. \tag{1}$$

Нагрузочный момент с учетом распределенности параметров представляем, используя уравнение, приведенное в работе [1]. Тогда, приведя выражение (1) к уравнению импульсной цепи, получим уравнение объекта в дискретной форме:

$$\Delta\omega^*(q_1\varepsilon) = \frac{k_0\Delta J_b z_c}{bz_c+1}\left[1 - \frac{e^q-1}{e^q-e^{-\alpha}}e^{-\alpha\varepsilon}\right]\frac{e^q}{e^q-1} +$$

$$+ \frac{2k_0\Delta J_c e_c\{(e^q-e^{\alpha})^2 - e^{-\alpha\varepsilon}(e^q-1)[(e^q-e^{\alpha})(1+\alpha\varepsilon)+\alpha e^{-\alpha}]\}}{(bz_c+1)(e^q-e^{-\alpha})[(bz_c+1)(e^q+1)(e^q-e^{-\alpha}) - 2e^q(1-e^{-\alpha})} +$$

$$+ \frac{Jz_c\alpha\omega_н}{\lambda(bz_c+1)}e^{-\alpha\varepsilon}\frac{e^q}{e^q-e^{-\alpha}} +$$

$$+ \frac{2Jz_c\omega_н e^q\{\alpha^2 e^{-\alpha\varepsilon}[\varepsilon(e^q-e^{-\alpha})+e^{-\alpha}]\}}{\lambda(bz_c+1)(e-e^{-\alpha})[(bz_c+1)(e^q+1)(e^q-e^{-\alpha}) - 2e^q(1-e^{-\alpha})]}$$

$$\text{или}\quad \Delta\omega^*(q,\varepsilon) = -F_1^*(q,\,0)\Delta J_b^* \tag{2}$$

Уравнение остальных звеньев системы представляется в следующем виде:

$$\Delta J_b^* = F_2^*(q)\Delta\omega^* + F_{нач}(q) \tag{3}$$

Для построения переходного процесса исследуемой нелинейной системы пользовались методом припасовывания, для чего нелинейная зависимость аппроксимируется прямолинейными участками, соответствующими замкнутому и разомкнутому состоянию системы.

Припасовывая кривые переходного процесса на этих участках получим переходный процесс системы.

Из совместного решения уравнений, определяющих связи между линейными звеньями системы и уравнением объекта, получим следующее выражение для $\Delta\omega$ в дискретной форме:

$$\Delta\omega^* = -F_1^*(q)F_2(q)\Delta i_y - F_{нач}^*F_1^*(q), \tag{4}$$

где

$$F_1^*(q) = \frac{k_1 bz_c e^q\{(1-e^{-\alpha})(bz_c+1)(e^q-\delta_1)(e^q-\delta_2)+}{(bz_c+1)^2(e^q-1)(e^q-e^{-\alpha})(e^q-\delta_1((e^q-\delta_2)}$$

$$\frac{+\,2[e^q(1-e^{-\alpha}-\alpha e^{-\alpha}) - e^{-\alpha}(1-e^{-\alpha}\alpha)]\}}{(bz_c+1)^2(e^q-1)(e^q-e^{-\alpha})(e^q-\delta_1)(e^q-\delta_2)} \tag{5}$$

$$F_2^*(q) = k\left\{1 + \frac{\beta_3\beta_4}{(\beta_2-\beta_3)(\beta_4-\beta_2)}\frac{e^q-1}{e^q-e_2^{-\beta}} + \frac{\beta_2\beta_4}{(\beta_3-\beta_2)(\beta_4-\rho_3)}\frac{e^q-1}{e^q-e^{-\beta,}} + \right.$$

$$\left. + \frac{\beta_2\beta_3}{(\beta_4-\beta_2)(\beta_3-\beta_4)}\frac{e^q-1}{e^q-e^{-\beta_4}}\right\} \tag{6}$$

$$F_{нач}^*(q) = \frac{\lambda g_1}{k_1\beta_1}\left\{\frac{\beta_2\beta_3+\beta_1\beta_3+\beta_1\beta_2}{(\beta_2-\beta_3)(\beta_4-\beta_2)}\frac{e^q-1}{e^q-e^{-\beta_2}} + \right.$$

$$+ \frac{\beta_2\beta_3+\beta_1\beta_3+\beta_1\beta_2}{(\beta_3-\beta_2)(\beta_4-\beta_3)}\frac{e^q-1}{e^q-e^{-\beta_2}} + \frac{\beta_2\beta_3+\beta_1\beta_3+\beta_1\beta_2}{(\beta_4-\beta_2)(\beta_3-\beta_4)}\frac{e^q-1}{e^q-e^{-\beta_4}} +$$

$$\left. + \frac{\beta_1+\beta_2}{\beta_2-\beta_3}\frac{e^q-1}{e^q-e^{-\beta_2}} + \frac{\beta_1+\beta_2}{\beta_3-\beta_2}\frac{e^q-1}{e^q-e^{-\beta_3}} - \frac{e^q-1}{e^q-e^{-\beta_2}}\right\} \tag{7}$$

Учитывая, что для разомкнутой системы $\Delta i_{y_1} = 0$ получим уравнение разомнутой системы в дискретной форме:

$$\Delta_*^{\omega}(q) = F_1^*(q)\,F_{нач}^*(q)$$

Подставляя значение параметров $\beta_1 = 0{,}8, \sim\beta_2 = 1{,}82$, $\beta_3 = 10$, $\beta_4 = 6{,}67$, $z_c = 0{,}159\ \frac{1}{кг\cdot м\cdot сек}$, $b = 78{,}5$ *кг.м.сек*, $\lambda = 2$ *сек*, $\delta_1 = -0{,}939$, $\delta_2 = 0447$, $g = 10\ \frac{1}{сек^2}$, $e^{-\alpha} = 0{,}419$, $k = k_2k_3k_4k_5k_6 = 140$, и применяя обратное дискретное преобразование Лапласа, получим выражение, определяющее значение $\Delta\omega$ в функции времени

$$\Delta\omega[n] = 0.086g_1\{17{,}82(0{,}419)^n - 54{,}3(0{,}447)^n - 0{,}0674(-0{,}935)^n + \quad ($$

$$= 54{,}5(0{,}162)^n + 12{,}02(0{,}000045)^n + 29{,}8(0{,}00127)^n$$

Однако в системе имеется постоянно действующая возмущающая сила создаваемая собственным весом груза, под действием которого груз падает с нарастающей скоростью $x_1 = g_1t$.

Таким образом, скорость спуска определяется двумя факторами действующими независимо друг от друга, поэтому кривая переходного процесса определяется как разность кривой $\Delta\omega[n] - x_1[n]$.

Решая совместно уравнения объекта (2) и уравнения линейной части

звеньев (3), получим уравнение замкнутой системы в дискретной форме:

$$\Delta\omega^* = -\frac{F_1^*(q)\,F_{\text{нач}}^*(q)}{1+F_1^*(q)\cdot F_2(q)} \qquad (9)$$

Подставляя значение функций уравнений (5), (6), (7) и параметров системы в уравнение (9) и применяя формулу обращения из работы [1], получим следующее выражение, определяющее переходный процесс замкнутой ситемы:

$$\Delta\omega[n,0] = -017g_1\{1{,}43(0{,}00000573)^n + 0{,}329(-0{,}000992)^n - -0{,}565(0{,}115)^n - 0{,}0028(0{,}4)^n + 0{,}0165(-0{,}942)^n + +(41{,}5+j166)(-1{,}4+j0{,}7)^n + (41{,}5-j166)(-1{,}4-j0{,}7)^n\} \qquad (11)$$

Припасовывая кривые переходного процесса, соответствующие замкнутому и разомкнутому состоянию системы, определяем переходный процесс в системе.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-рижазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 1

Т. Д. ДАДАШЕВА

АВТОМОДЕЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ О НЕСТАЦИОНАРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ И ГАЗА В НЕОДНОРОДНЫХ ПО ПРОНИЦАЕМОСТИ ПЛАСТАХ

Проницаемость нефтеносных и газоносных пластов является переменной как по мощности, так и вдоль их простирания и падения.

Одной из важных задач подземной гидромеханики является установление возможности пользования средними величинами (например, средней проницаемостью), что позволит в частности, выяснить условия, при которых различные пласты могут быть заменены идеализированными.

В данной статье приводятся автомодельные решения некоторых одномерных задач фильтрации жидкости и газа в неоднородных по проницаемости пластах.

Автомодельные решения в последнее время получили большое применение в подземной гидромеханике, благодаря работам П. Я. Полубариновой-Кочиной, Г. И. Баренблатта, М. Д. Розенберга, Н. Н. Веригина [1, 2, 4, 5, 9, 10 и др.].

Решение рассматриваемых задач представляет самостоятельный интерес и, кроме того, позволит установить приемлемость различных приближенных методов, в частности, метода последовательной смены стационарных состояний для решения задач о фильтрации жидкости и газа в неоднородных по проницаемости пластах. Это необходимо для установления условий, при которых возможно пользоваться средними проницаемостями, так как в решаемых задачах для полубесконечного пласта понятие средней проницаемости не имеет значения ввиду принятия степенного закона изменения проницаемости.

§ 1. Рассмотрим приток упругой жидкости к прямолинейной галерее, расположенной в полубесконечном пласте с переменной проницаемостью.

При этом дифференциальное уравнение примет вид:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{1}{\mu_{\text{ж}}(m\beta_{\text{ж}}+\beta_{\text{п}})}\frac{\partial}{\partial x}\left[K(x)\,\frac{\partial P}{\partial x}\right] \qquad 0\leqslant x\leqslant\infty$$

где $\mu_{\text{ж}}$—вязкость фильтрующейся жидкости;

m—пористость пласта;

$\beta_{\text{ж}}$ и $\beta_{\text{п}}$—коэффициент сжимаемости жидкости и упругой среды.

Закон изменения проницаемости по пласту принят степенным:

$$K(x) = K_0 K_1(x) = K_0 \left(\frac{x}{h}\right)^b,$$

где

K_0—коэффициент проницаемости пласта при $x = h$;

h—мощность пласта.

Обозначим коэффициент пьезопроводности на прямой $x = h$ через a_1^2, т. е.

$$a_1^2 = \frac{K_0}{\mu_ж(m\beta_ж + \beta_п)}$$

Тогда

$$\frac{\partial P}{\partial t} = a_1^2 \left[K_1(x) \frac{\partial^2 P}{\partial x} + \frac{dK_1(x)}{dx} \frac{\partial P}{\partial x} \right]. \quad (1,1)$$

Граничным и начальным условиями будут:

$$\lim_{x \to 0} F \frac{K_0}{\mu_ж} K_1(x) \frac{\partial P(x,t)}{\partial x} = At^\alpha \quad (1,2)$$

$$P(x, 0) = P_к, \quad (1,3)$$

где

$$\alpha = \frac{b-1}{2-b}.$$

Нетрудно убедиться, что при $b < 2$ решение автомодельно и имеет вид:

$$\frac{P}{P_к} = f(\xi, B, b), \quad (1,4)$$

где:

$$\xi = \frac{x}{Dt^{\frac{1}{2-b}}}; \quad D = \frac{(a_1^2)^{\frac{1}{2-b}}}{h^{\frac{b}{2-b}}};$$

$$B = \frac{FK_0P_к(a_1^2)^{\frac{b-1}{2-b}}}{A\mu_ж h^{\frac{b}{2-b}}}.$$

Функция f удовлетворяет обыкновенному дифференциальному уравнению.

$$\frac{d^2f}{d\xi^2} + \left(\frac{b}{\xi} + \frac{1}{2-b}\xi^{1-b}\right)\frac{df}{d\xi} = 0. \quad (1,5)$$

Граничные условия для f имеют вид:

$$\lim_{\xi \to 0} B\xi^b \frac{df}{d\xi} = 1 \quad (1,6)$$

$$f(\infty) = 1 \quad (1,7)$$

Проинтегрировав уравнение (1,5) с учетом граничных условий (1,6) и (17,), для распределения давления получим:

$$\frac{P}{P_к} = 1 - \frac{1}{B} \int_\xi^\infty \frac{e^{-\frac{1}{(2-b)^2}\xi^{2-b}}}{\xi^b} d\xi \quad (1,8)$$

При $b < 1$ забойное давление, соответствующее $\xi = 0$, определяется из выражения[1]:

$$\frac{P_с}{P_к} = 1 - \frac{1}{(2-b)B} q^{-p} \Gamma(p)$$

где: $\Gamma(p)$—гамма-функция;

$$q = \frac{1}{(2-b)^2}, \quad P = 1 - \frac{1}{2-b}.$$

Результаты численных расчетов приведены в таблице.

Для определения распределения давления при $b > 1$, вводя новое независимое переменное $U = \xi^{1-b}$, уравнение (1,5), приводится к виду:

$$\frac{d^2f}{dU^2} = \frac{1}{(b-1)(2-b)} \frac{1}{U^{\frac{1}{b-1}}} \frac{dt}{dU} \quad (1,9)$$

b	$\frac{P_с}{P_к}$ по точным методам	$\frac{P_с}{P_к}$ по способу послед. смен. стац. состояния	$\frac{P_с}{P_к}$ по способу осреднения	$\frac{P_с}{P_к}$ по способу Швеца
0,1	$1 - \frac{1,8074}{B}$	$1 - \frac{2,02}{B}$	$1 - \frac{1,7791}{B}$	$1 - \frac{1,3851}{B}$
0,2	$1 - \frac{1,8434}{B}$	$1 - \frac{2,11}{B}$	$1 - \frac{1,8508}{B}$	$1 - \frac{1,4599}{B}$
0,3	$1 - \frac{1,9608}{B}$	$1 - \frac{2,22}{B}$	$1 - \frac{1,9726}{B}$	$1 - \frac{1,5674}{B}$
0,4	$1 - \frac{2,1059}{B}$	$1 - \frac{2,38}{B}$	$1 - \frac{2,1205}{B}$	$1 - \frac{1,7242}{B}$
0,5	$1 - \frac{2,3442}{B}$	$1 - \frac{2,62}{B}$	$1 - \frac{2,3712}{B}$	$1 - \frac{1,9635}{B}$
0,6	$1 - \frac{2,7226}{B}$	$1 - \frac{3,03}{B}$	$1 - \frac{2,7805}{B}$	$1 - \frac{2,3587}{B}$
0,7	$1 - \frac{3,4269}{B}$	$1 - \frac{3,73}{B}$	$1 - \frac{3,5081}{B}$	$1 - \frac{3,0604}{B}$
0,8	$1 - \frac{4,9136}{B}$	$1 - \frac{5,313}{B}$	$1 - \frac{5,0487}{B}$	$1 - \frac{4,5515}{B}$
0,9	$1 - \frac{9,7174}{B}$	$1 - \frac{10,17}{B}$	$1 - \frac{9,8954}{B}$	$1 - \frac{9,3774}{B}$

[1] При $b < 1$ ввиду конечности интеграла $\int_0^x \frac{dx}{K(x)}$ при заданном дебите получается конечное значение забойного давления.

Граничные условия примут вид:

$$\lim_{U\to\infty} B\frac{df}{du}(1-b)=1.$$

$$f(0)=1.$$

При $U=1$, задавая значение $\frac{df(1)}{dU}$ и $f(1)$, решается задача Коши для уравнения (1,9) методом Рунга-Кутте.

Определяется $\left.\frac{df}{du}\right|_{u=\infty}$ и затем B.

После этого снова перейдя к ξ, находится пластовое давление и строится кривая распределения давления (рис. 1).

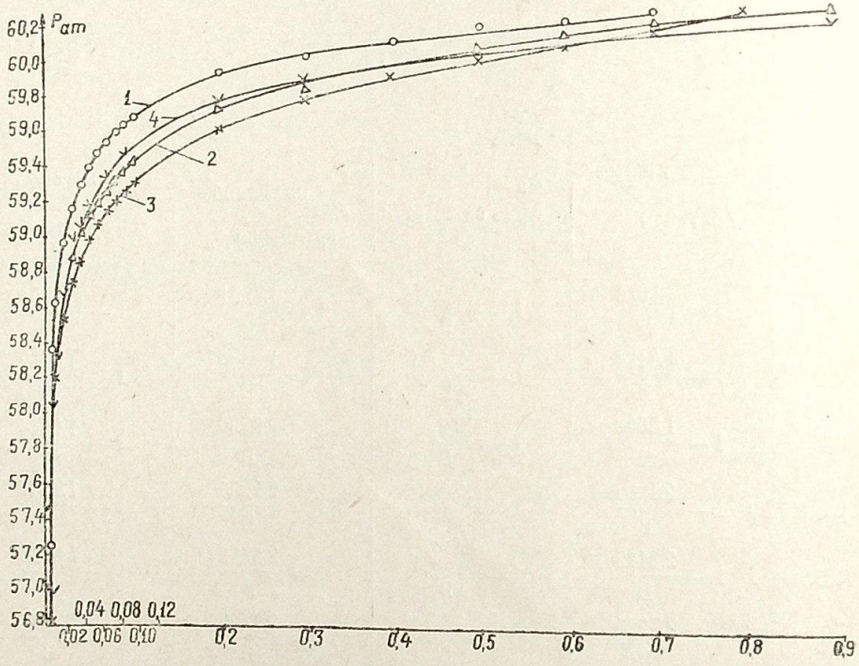


Рис. 1.

1—способ Швеца; *2*—способ осреднения; *3*—способ последовательной смены стационарных состояний; *4*—точное решение.

Далее, для решения уравнения (1,1) применяется ряд приближенных способов: последовательной смены стационарных состояний, осреднения и Швеца.

При применении способа последовательной смены стационарных состояний на подвижной границе $l=l(t)$ условия запишутся так:

$$P(l,t)=P_к \qquad (1,10)$$

Интегрируя уравнение (1,1) и используя граничные условия (1,10) и (1,2), для распределения давления получим:

$$P=P_к+Nh^b\frac{t^{\frac{b-1}{2-b}}}{1-b}[x^{1-b}-l^{1-b}] \qquad (1,12)$$

где $N=\frac{A\mu_ж}{FK_0}$

Используя уравнение материального баланса, для l получим

$$l^{2-b}=ct^{\frac{1-b}{2-b}}+\frac{a_1^2(2-b)^2}{h^b}t.$$

В начальный момент времени $t=0$, $l=0$. Этого условия недостаточно для определения коэффициента c при $b<1$.

Учитывая, что задача автомодельная, принимается $c=0$.

Таким образом,

$$l=\left[\frac{a_1^2(2-b)^2}{h^b}\right]^{\frac{1}{2-b}}$$

Подставляя значение l в уравнении (1,12) и произведя простое преобразование, для распределения давления получим:

$$\frac{P}{P_к}=1+\frac{1}{(1-b)B}\left[\frac{1}{\xi^{b-1}}-(2-b)^{\frac{2(1-b)}{2-b}}\right] \qquad (1,13)$$

Применяя способ осреднения для l и распределения давления, получим:

$$l=\left[(2-b)^2(3-b)\frac{a_1^2}{h^b}t\right]^{\frac{1}{2-b}}$$

$$\frac{P}{P_к}=1+\frac{1}{B}\left[\frac{1}{(1-b)\xi^{b-1}}-\frac{1}{(2-b)^{\frac{4-b}{2-b}}(3-b)^{\frac{1}{2-b}}\xi^{b-2}}-\right.$$

$$\left.-\frac{(3-b)^{\frac{1-b}{2-b}}}{(1-b)(2-b)^{\frac{b}{2-b}}}\right]$$

По способу Швеца для распределения давления, получим следующее выражение:

$$\frac{P}{P_к}=1+\frac{1}{B}\left[\frac{2(b-1)}{(3-2b)(2-b)^{\frac{2(b-1)}{2-b}}}-\frac{1}{b-1}\frac{1}{\xi^{b-1}}-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{(2-b)^2(3-2b)}\xi^{3-2b}+\frac{1}{(2-b)^{\frac{2(b-1)}{2-b}}}+\frac{1}{(b-1)(2-b)^{\frac{2(b-1)}{2-b}}}\right]^2 \qquad (1,15)$$

По формулам (1,13) (1,14) и (1,15) производились численные расчеты для $b=1{,}1$, Результаты численных расчетов приведены на рис. 1.

Из рис. 1 следует, что способ осреднения дает более близкие к точным значения давлений.

Для значений $b=0{,}1\div 1$ по приближенным формулам (1,13); (1,14) и (1,15) определялись забойные давления (см. таблицу).

Из данных таблицы следует, что наиболее приемлемым является способ осреднения.

§ 2. Рассмотрим нестационарную прямолинейно-параллельную изотермическую фильтрацию газа в полубесконечном пласте с переменной проницаемостью. При этом дифференциальное уравнение примет вид:

[2] Нулевое приближение. Получение дальнейших приближений приводит к весьма громоздким формулам неудобным для численных расчетов.

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{1}{m\mu_г}\frac{\partial}{\partial x}\left[K(x)P\frac{\partial P}{\partial x}\right] \quad 0 \leqslant x \leqslant \infty,$$

где

$\mu_г$—абсолютная вязкость фильтрующегося газа.

Закон изменения проницаемости принят как и в § 1.

Тогда получим:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{K_0}{m\mu_г}\left[K_1(x)\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)^2 + K_1(x)P\frac{\partial^2 P}{dx^2} + P\frac{dK_1(x)}{dx}\frac{\partial P}{\partial x}\right]. \quad (2,1)$$

Граничное и начальное условия имеют вид:

$$\lim_{x\to 0}\frac{FK_0}{2\mu_г P_{ат}}K_1(x)\frac{\partial P^2(x,t)}{\partial z} = At^{\alpha} \quad (2,2)$$

$$P(x, 0) = P_к, \quad (2,3)$$

где $\alpha = \frac{b-1}{2-b}$.

Можно показать, что при $b < 2$ решение автомодельно и имеет вид:

$$\frac{P}{P_к} = f(\xi, b, B_1), \quad (2,4)$$

где

$$\xi = \frac{x}{D_1 t^{\frac{1}{2-b}}};\ D_1 = \left(\frac{K_0 P_к}{m\mu_г h^b}\right)^{\frac{1}{2-b}};$$

$$B_1 = \frac{FK_0 P_к^2 D_1^{b-1}}{A\mu_г P_{ат} h^b}$$

Функция f удовлетворяет обыкновенному дифференциальному уравнению.

$$\frac{d^2 f}{d\xi^2} + \frac{1}{f}\left[\left(\frac{1}{2-b}\xi^{1-b} + \frac{b}{\xi}f\right)\frac{df}{d\xi} + \left(\frac{df}{d\xi}\right)^2\right] = 0 \quad (2,5)$$

Граничными условиями будут:

$$\lim_{\xi\to 0} B_1\xi^b f(\xi)(1-b)\frac{df}{d\xi} = 1. \quad (2,6)$$

$$f(\infty) = 1. \quad (2,7)$$

Для распределения давления в газоносном пласте при $b < 1$, как и в § 1, вводится новое независимое переменное $\xi^{1-b} = U$.

Тогда уравнение примет вид:

$$\frac{d^2 f}{dU^2} = -\frac{1}{f}\left[\frac{U^{\frac{1}{1-b}}}{(1-b)(2-b)}\frac{df}{dU} + \left(\frac{df}{dU}\right)^2\right] \quad (2,8)$$

Граничными условиями будут:

$$\lim_{u\to 0} B_1 f(U)(1-b)\frac{df}{dU} = 1,$$

$$f(\infty) = 1.$$

Задавая значение $P(0)$ и решая задачу Коши для уравнения (2,8), определяем $P_к$. На рис. 2 проведена кривая распределения давления для $b = 0{,}1$.

При $b < 1$ решение получается аналогично решению, приведенному в § 1.

Аналогичным образом решены соответствующие автомодельные задачи при заданном давлении на галлереи и задачи радиальной фильтрации, а также фильтрации газированной жидкости и в неоднородных по проницаемости пластах.

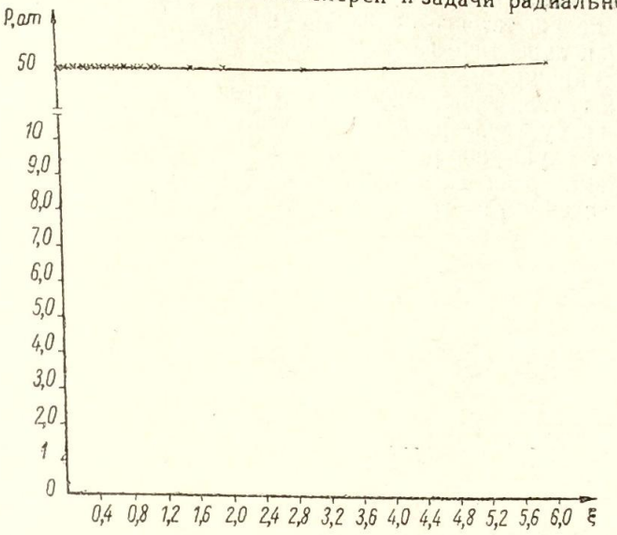


Рис. 2.

В заключение считаю своим долгом выразить благодарность проф. А. Х. Мирзаджанзаде за постановку задачи и помощь при ее решении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баренблатт Г. И. ПММ, 1952, т. XVI, вып. 6.
2. Баренблатт Г. И. ПММ, 1952, т. XVI, вып. 1.
3. Баренблатт Г. И. „Изв. АН СССР, ОТН", 1954, № 9.
4. Баренблатт Г. И. „Изв. АН СССР, ОТН", 1956, № 1.
5. Веригин Н. Н. „Изв. АН СССР, ОТН", 1952, № 5.
6. Камке. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Изд. ИЛ, 1951.
7. Пирвердян А. М. АНХ, 1950, № 10.
8. Пирвердян А. М. „ДАН Азерб. ССР", 1950, т. VI, № 1.
9. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. Гостехиздат, 1952.
10. Розенберг М. Д. „Изв. АН СССР. ОТН", 1952, № 10.
11. Рыжик И. М. и Градштейн И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Гостехиздат, М.—Л., 1951.

Т. Д. Дадашова

Бирчинсли олмајан лајда маје вә газын гәрарлашмамыш һәрәкәтинин автомодел һәлли

ХҮЛАСӘ

Мә'лумдур ки, нефт вә газ јатагларынын кечиричилији һәм шагули вә һәм дә үфүги истигамәт үзрә дәјишир.

Мәсәләнин һәллиндә дәјишмә ашағыдакы кими гәбул едилмишдир:

$$K(x) = K_0 \left(\frac{x}{h}\right)^b.$$

Автомодел һәлләр бир чох алимләримизин ишләри нәтичәсиндә сон заманлар кениш тәтбигә маликдир. Бундан истифадә едәрәк, бирчинсли олмајан лајда маје вә газын гәрарлашмамыш һәрәкәти автомодел һәлл едилмишдир.

Бундан әлавә, верилмиш мәсәлә бир нечә тәгриби үсулларла һәлл едилмиш вә бу үсуллардан нисбәтән һансынын дәгиг үсулла јахынлығы исбат олунмушдур.

Һесабламалардан алынан нәтичәләр көстәрир ки, тәгриби үсуллардан орталашдырма үсулу дәгиг үсула чох јахындыр.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 1

Я. М. РАСИ-ЗАДЕ

ОБ ИЗМЕНЕНИИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ НА СТЕНКИ СКВАЖИНЫ В ПРОЦЕССЕ ЦЕМЕНТИРОВКИ

В последнее время привлекает внимание исследователей вопрос изменения гидродинамического давления на стенки скважины при выполнении различных операций бурения. Этот вопрос рассматривается в работах А. Х. Мирзаджанзаде [9], М. К. Сеид-Рза и С. Г. Гурбанова [14], Г. А. Ковтунова [7], а также ряда зарубежных исследователей [19, 22 и др.]

Известно, что при бурении путем выбора соответствующего удельного веса промывочной жидкости (в зависимости от геологических условий) создается определенное давление на стенки скважины. Нижний предел этого давления определяется пластовыми давлениями и возможностью обвала стенок скважины, а верхний—возможностью поглощения и ухода раствора. При быстром спуске бурильных и обсадных труб, а также при пуске насоса для восстановления циркуляции может резко увеличиваться давление на стенки скважины, что особенно при использовании утяжеленных растворов приведет к гидравлическому разрыву пласта, что является одной из основных причин осложнения бурения скважин.

Сущность гидравлического разрыва пласта заключается в создании высокого давления у разрываемого объекта, под действием которого образуются или расширяются имевшиеся ранее в пласте естественные трещины. При гидравлических разрывах в промысловой практике применяют воду, нефть или специальные вязкие жидкости. В качестве разрывающей жидкости применяется также глинистый раствор на нефтяной основе, с целью получения вертикальной трещины в необсаженной части ствола скважины [21].

Практикой проведения гидравлического разрыва пласта и цементировки под давлением установлено, что давление разрыва—p_* составляет некоторую долю от полного горного давления—$q_н$, которое зависит от удельного веса минералов, составляющих породу, от пористости пласта и соответствует примерному градиенту давления 2,3—2,5 *атм/м*. p_* изменяется от $(0{,}5 \div 0{,}7)\ q_н$, до величин (при малых глубинах залегания пласта) равных и даже иногда несколько больших, чем $q_н$ [4, 5, 23, 25 и др.]. p_*—сильно уменьшается при наличии в разрезе нарушений, а также при использовании разрывающей жидкости с большой фильтрацией [17, 20].

Дж. Томир пишет [15], что поддержание в скважине давления глинистого раствора, превышающего $q_н$, неизбежно приведет к растрескиванию пород, что вызовет уход глинистого раствора в пласт.

Ю. П. Желтовым [5] приводится следующий пример из зарубежной практики: в одной из скважин ниже места прихвата инструмента (на глубине 2100 *м*), с целью ухода в сторону по необходимости была произведена заливка под давлением. При бурении второго ствола в отобранных кернах оказался цемент, который проник на расстояние до 5 *м*, образовав трещины шириной от 1,5 до 15 *см*. Таким образом, получилось доказательство разрыва пород под большим давлением.

На разрыв пласта при цементировках под давлением указывается и в других зарубежных работах [12, 23].

В данной работе рассматривается вопрос изменения давления на стенки скважины и возможность гидравлического разрыва пласта при цементировке обсадных колонн.

Успех надежного крепления скважины во многом зависит от полноты вытеснения глинистого раствора цементным за обсадной колонной.

Создавалось мнение, что одним из основных факторов, улучшающим полноту вытеснения, является увеличение скорости восходящего потока жидкости за обсадной колонной во время продавки цементного раствора. Так, в решении всесоюзного технического совещания, посвященного вопросам повышения качества цементирования скважин, указывается, что скорость восходящего потока за обсадной колонной должна быть не ниже 1,5 *м/сек* [11].

В настоящее время в ряде районов Советского Союза производится цементирование глубоких скважин в условиях очень высокой температуры и давления. При этом цемент за обсадной колонной поднимается на высоту 2000 *м* и выше. Из-за отсутствия более эффективных замедлителей схватывания, цементировка в этих скважинах производится 10—13 цементировочными агрегатами, когда скорость восходящего потока жидкости за обсадной коловной доходит до 3 *м/сек* и более. Указывают, что применение большого числа агрегатов не только позволяет завершить цементировку глубоких скважин до начала схватывания цементного раствора, но и обеспечивает большие скорости восходящего потока жидкости в затрубном пространстве, что также способствует улучшению качества цементировочных работ [2, 3]. Между тем, небезынтересно отметить, что по данным АНИ в районе Скалистых гор производителями работ не придается значения величине скорости движения цементного раствора за обсадной колонной [18].

Не отрицая некоторого положительного влияния скорости восходящего потока на полноту вытеснения глинистого раствора цементным, укажем, что изменение давления на стенки скважины при цементировке вызывается разностью удельных весов цементного и глинистого растворов и необходимостью преодоления: а) предельного напряжения сдвига глинистого раствора при восстановлении циркуляции и б) гидравлических сопротивлений при движении жидкости в кольцевом пространстве во время продавки цементного раствора. Значения этих давлений нами подсчитывались по соответствующим формулам, приведенным Б. Н. Мительманом [10] в зависимости от скорости восходящего потока, параметров жидкостей и размеров поперечного сечения кольцевого пространства. Результаты проведенного расчета приведены в таблице. Для удобства представления величины повышения давления пересчитаны на удельные веса жидкости, которая при заполнении ствола скважины глубиной 4000 *м*, создаст соответствующее давление

Глинистый раствор	l*, *м*	За счет разности удельных весов	Изменение давления на стенки скважины в процессе цементировки—$\Delta\gamma$ за счет преодоления гидравлических сопротивлений в кольцевом пространстве, при размерах поперечного сечения кольцевого пространства																							
			а									*б*								*в*						
			скорости восходящего потока в кольцевом пространстве, *м/сек*																							
			0***	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	0	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	0	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	0	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
А	0**	0,000	0,017	0,031	0,041	0,067	0,099	0,136	0,022	0,041	0,054	0,089	0,131	0,180	0,041	0,081	0,100	0,166	0,246	0,338						
	500	0,085	—	0,043	0,052	0,076	0,109	0,150	—	0,057	0,069	0,100	0,144	0,198	—	0,112	0,131	0,191	0,270	0,371						
	1000	0,169	—	0,055	0,064	0,084	0,119	0,163	—	0,074	0,085	0,112	0,57	0,216	—	0,143	0,161	0,215	0,293	0,401						
	1500	0,254	—	0,067	0,075	0,092	0,129	0,177	—	0,090	0,100	0,123	0,170	0,233	—	0,174	0,192	0,239	0,317	0,437						
	2000	0,339	—	0,080	0,086	0,101	0,139	0,190	—	0,106	0,115	0,135	0,183	0,251	—	0,205	0,223	0,264	0,341	0,470						
	3000	0,508	—	0,107	0,109	0,118	0,158	0,217	—	0,139	0,145	0,158	0,209	0,287	—	0,266	0,284	0,312	0,389	0,535						
Б	0	0,000	0,053	0,093	0,096	0,105	0,154	0,211	0,069	0,125	0,130	0,138	0,204	0,280	0,127	0,244	0,261	0,278	0,380	0,525						
	500	0,026	—	0,098	0,101	0,108	0,157	0,216	—	0,131	0,136	0,143	0,207	0,285	—	0,255	0,271	0,288	0,387	0,534						
	1000	0,053	—	0,102	0,105	0,112	0,160	0,220	—	0,137	0,141	0,149	0,211	0,291	—	0,265	0,282	0,298	0,394	0,544						
	1500	0,079	—	0,107	0,109	0,116	0,163	0,224	—	0,142	0,147	0,154	0,215	0,296	—	0,276	0,292	0,309	0,401	0,553						
	2000	0,105	—	0,111	0,114	0,119	0,166	0,228	—	0,148	0,153	0,159	0,219	0,301	—	0,286	0,303	0,319	0,403	0,563						
	3000	0,158	—	0,120	0,123	0,127	0,172	0,236	—	0,160	0,164	0,170	0,227	0,312	—	0,307	0,324	0,340	0,427	0,582						

* Высота подъема цементного раствора за обсадной колонной.
** Соответствует циркуляции глинистого раствора перед цементировкой.
*** Соответствует началу восстановления циркуляции, после спуска обсадной колонны.

на стенки скважины (в последующем выражение „увеличение давления на стенки скважины“ заменяется $\Delta\gamma$).

Принято: глубина скважины — 4000 *м*, диаметр скважины: а) 298 *мм*, б) 267 *мм*, в) 200 *мм**; наружный диаметр обсадной колонны — а) и б 168 *мм*, в) 146 *мм**.

Параметры глинистого раствора взяты из [10]:

глинистый раствор А:	глинистый раствор Б:
$\gamma = 1{,}193\ г/см^3$.	$\gamma = 1{,}66\ г/см^3$
$\eta = 0{,}09\ \frac{мГ, сек}{см^2}$	$\eta = 0{,}242\ \frac{мГ.сек.}{см^2}$
$\tau_0 = 55{,}5\ \frac{мГ}{см^2}$	$\tau_0 = 171\ \frac{мГ}{см^2}$

Из-за отсутствия в литературе достоверных данных о параметрах цементных растворов в качестве таковых нами в расчетах приняты следующие параметры утяжеленного глинистого раствора, по И. Д. Фридман и Е. Е. Зусман [16],

$$\gamma = 1{,}87\ г/см^3, \quad \eta = 0{,}2346\ \frac{мГ.сек}{см^2}; \quad \tau_0 = 240\ \frac{мГ}{см^2}.$$

Скорости восходящего потока жидкости и высоты подъема цементного раствора за обсадной колонной указаны в таблице. Колонна обсадных труб и ствол вертикальной скважины в расчетах приняты коаксиальными цилиндрами. Коэффициенты сопротивления подсчитывались в зависимости от обобщенного числа Рейнольдса—R*e по формулам, приведенным в [10]. В качестве граничного значения R*e для кольцевого пространства нами в расчетах принято 1800.

Отмечаем, что приведенные в таблице результаты численных расчетов, не имея абсолютного значения, могут служить для качественных выводов.

В начале восстановления циркуляции большое $\Delta\gamma$ вызывается в условиях малого просвета затрубного пространства (случай *b*) и больших значений τ_0 (глинистый раствор Б).

Как видно из таблицы, при продавке цементного раствора $\Delta\gamma$ сильно возрастает с увеличением скорости восходящего потока за обсадной колонной, что зависит от параметров раствора и величины просвета кольцевого пространства.

Существенное влияние оказывает на значение $\Delta\gamma$ вытеснение жидкости меньшего удельного веса жидкостью большего удельного веса (т. е. цементным раствором).

Особенно большое $\Delta\gamma$ за счет разности удельных весов жидкостей получается в условиях применения глинистых растворов малого удельного веса. Например, в приведенных условиях при высоте подъема цементного раствора на 1500 *м* выше башмака обсадной колонны $\Delta\gamma$ за счет разности удельных весов составляет для глинистого раствора А—0,254 $г/см^3$ (т. е.~21 % от удельного веса глинистого раствора), для Б—0,079 $г/см^3$ (т. е.~5 %).

Как видно из таблицы, *значение давления на стенки скважины при цементировке может доходить до весьма значительных величин*, превышающих даже горное давление. Под действием этого давления может разрываться пласт, или расширяться естественные и созданные в процессе бурения скважины искусственные трещины, что и является одной из основных причин осложнений после цементировки скважин.

*Взято по Г. А. Ковтунову [8].

Известны в практике факты подъема цементного раствора за обсадной колонной намного ниже проектной высоты. Считалась, что это связано с наличием больших каверн в стволе скважины [6].

В зарубежной практике имеются случаи полного восстановления циркуляции при уменьшении удельного веса промывочной жидкости только на—0,01 $г/см^3$ [24]. Так как принципиальной разницы между уходом глинистого и цементного растворов нет[1], то по данным таблицы становиться ясным, что большой недоподъем цементного раствора до проектной высоты за обсадной колонной связан с уходом цементного раствора в трещины. Это может вызвать и грифонообразование. М. К. Сеид-Рза [13] отмечает, что „при грифонообразовании жидкость может также выйти на дневную поверхность по искусственным трещинам, образовавшимся вследствие гидравлического разрыва пластов“.

Выводы

1. Вопросы изменения гидродинамического давления на стенки скважины в процессе ее цементировки и факторы, влияющие на его значение, не подвергались специальному исследованию. В процессе цементировке $\Delta\gamma$ может достигнуть весьма значительных величин, приводящих к гидравлическому разрыву пласта. Это является одной из основных причин осложнений в ходе и после цементировки, а также в процессе освоения и эксплуатации скважин.

2. Большая скорость восходящего потока в кольцевом пространстве приводит к значительному увеличению давления на стенки скважины, что может привести в разрыву пласта или расширению трещин при цементировки скважин. Поэтому, увеличение скорости восходящего потока жидкости должно быть увязано с возможностью гидроразрыва или ухода цементного раствора в пласт.

3. Большое влияние на значение $\Delta\gamma$ имеют параметры глинистого и цементного растворов.

а) Нецелесообразно применить цементные растворы удельного веса 1,8—1,9 $г/см^3$ при цементировках скважин, где бурение велось с применением раствора небольшого удельного веса и где цементный раствор поднимается на большую высоту, так как $\Delta\gamma$ за счет разности удельных весов жидкостей при малых значениях удельного веса глинистого раствора, сильно увеличивает общее $\Delta\gamma$. При этом целесообразно с помощью специальных добавок снизить удельный вес цементного раствора до 1,3 $г/см^3$. Для более надежного крепления башмака колонны, удельный вес последней порции[2] цементного раствора не следует уменьшать.

б) Необходимо путем специальных добавок и обработок довести до возможного минимума водоотдачу цементного раствора, так как установлено [8], что вследствие сильной дегидротации под большим давлением за очень короткое время резко увеличивается τ_0 и η, следовательно и давление на стенки скважины. При цементировке значения τ_0 и η растворов должны быть возможно минимальными.

4. Необходимо изыскать специальные добавки к цементным растворам и разрабатывать технологию их широкого применения, с целью

[1] Это установлено и лабораторными исследованиями [1].

[2] Количество должно определяться в каждом случае, исходя из конкретных условий.

уменьшения удельного веса, водоотдачи, τ_0 и η цементного раствора.

Автор считает своим долгом выразить признательность А. Х. Мирзаджанзаде и Я. А. Шварц за ряд ценных советов и замечаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алескеров М. Г. [и др.] Улучшение цементажа скважин при капитальном ремонте. НХ, 1955, № 4.
2. Ахмедов Ш. З. Опыт цементировки 6⁵/₈″ эксплуатационных колонн в газо конденсатных скважинах Карадага. АНХ, 1958, № 12.
3. Гатилов П. Р. Опыт тампонажа глубоких скважин в объединении „Грознефть“ ННТ, нефтепромысловое дело, 1956, № 1.
4. Желтов Ю. П. и Христианович С. А. О гидравлическом разрыве пласта. „Изв. АН СССР. ОТН“, 1955. № 5.
5. Желтов Ю. П. Гидравлический разрыв пласта (обзор зарубежной практики). Гостоптехиздат, 1957.
6. Завацкий М. А. Крепление нефтяных скважин. Азнефтеиздат, 1948.
7. Ковтунов Г. А. Колебания давления в скважинах при спуско-подъемных операциях. ННТ, нефтепромысловое дело, 1957, № 10.
8. Ковтунов Г. А. Предупреждение некоторых осложнений при цементировании колонн. ННТ, нефтепромысловое дело, 1958, № 11.
9. Мирзаджан-заде А. Х. Вопросы гидродинамики вязко-пластичных и вязких жидкостей в нефтедобыче. Азернефтнешр, 1959.
10. Мительман Б. Н. Потери давления в циркуляционной системе буровой установки. Изд. ЦНИИТЭнефть, 1957.
11. Повышение качества цементирования скважин (материалы всесоюзного технического совещания). Гостоптехиздат, 1956.
12. Реферативный сборник, нефтепромысловое дело, вып. 163, 1958.
13. Сеид-Рза М. К. Грифонообразование при бурении нефтяных и газовых скважин. Азнефтеиздат, 1957.
14. Сеид-Рза М. К., Гурбанов С. Г. Об изменении давления на стенки скважин при вращении бурильных труб. АНХ, 1957, № 4.
15 Томир Дж. Неустойчивое поведение глинистых пород в стволах скважин и его регулирование путем правильного выбора соответствующих параметров глинистого раствора. (IV Международный нефтяной конгресс). т. III, Гостоптехиздат, 1956.
16. Фридман И. Д., Зусман Е. Е. Отчет АзНИИ ДН, тема 48, 1956.
17. Шерстнев Н. М. К вопросу изучения причин обвалов. АНХ, 1956, № 1.
18. Экспресс информация, нефтепромысловое дело, вып. 1 (№ 1—4), 1957.
19. Cardvell W. T. Pressure changes in drilling wells caused by up-down pipe movement. The oil and gasi, vol. 52, № 12, 1953.
20. Clark R. C. Hydraulis frasturing of oil and das wells. The oil and gas j, vol. 52, № 19, 1953.
21. Clark R. C., Reynolds J. J. Vertical hydraulic fracturing. The oil and gas j. vol. 53, № 14, 1954.
22. Clark E. H. Jou can reduce lost-circulatjon problems. The oil and gas j. vol, 54, № 61, 1956.
23. Howard G. C. and Fast C. R. Squeeze cementing operations J. of Petroleum technology, vol. 2, № 2, 1950.
24. Liedholm C. C. How to handle lost circulation. The oil and gas j, vol. 54, № 61, 1956.
25. Ode H. What happens to hydraulic fractures? World oil, vol. 146, № 5, 1958.

Ј. М. Расизадә

Сементләмә просесиндә гују диварына тә'сир едән һидродинамик тәзјигин дәјишмәси һаггында

ХҮЛАСӘ

А. Х. Мирзәчанзадә [9], М. К. Сеид-Рза вә С. Г. Гурбанов [14], Г. А. Ковтунов [7] вә бир сыра харичи өлкә тәдгигатчыларынын [19, 22] әсәрләриндә, нефт гујуларынын газылмасында мүхтәлиф әмәлијјатлары јеринә јетирәркән гују диварына тә'сир едән һидродинамики тәзјигин дәјишмәсиндән бәһс едилир.

Лакин нефт гујуларынын сементләнмәсиндә гују диварына тә'сир едән һидродинамики тәзјиг вә онун гијмәтинә тә'сир едән амилләр хүсуси олараг арашдырылмамышдыр.

Мәгаләдә, сементләмә әмәлијјаты јеринә јетириләркән гују дивар-ларына тә'сир едән һидродинамики тәзјигин гијмәти мә'лум формул-ларла [10] һесабланмышдыр (тәзјиг дәјишмәсинин гијмәти чәдвәлдә 4000 *м* дәринликдә гујуну долдурдугда онун диварына тә'сир едән ејни тәзјиги јарада билән килли мәһлулун хүсуси чәкиси илә ифадә олунмушдур).

Алынан нәтичәләрдән көрүнүр ки, нефт гујуларыныи сементләнмә-си әмәлијјаты кедишиндә һәлгәви фәзада маје ахынынын сүр'әти, һәлгәви фәзанын ен кәсијинин өлчүләри, килли мәһлул вә семент мәһлулунун параметрләриндән асылы олараг гују дивarларына чох бөјүк тәзјиг тә'сир едә биләр. Һәмин тәзјиг лајларын һидравлики јарылмасына сәбәб ола биләр. Бу, сементләмә әмәлијјаты кедишиндә вә сементләмәдән сонра, һабелә нефт гујусунун мәнимсәнилмәсиндә баш верән чәтинликләрин әсас сәбәбләриндән биридир.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри сериjасы, 1960, № 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 1

Ә. А. БАҒБАНЛЫ

НЕФТЧЫХАРМА МӘ'ЛУМАТЛАРЫНЫН ИСТИФАДӘ ОЛУНМАСЫНА ДАИР

Нефтчыхарма тәчрүбәсиндә бә'зән ајры-ајры гуjуларын, бир груп гуjунун jахуд да нефт jатағынын бүтөвлүклә кәләчәк веримини, ejни заманда истифадә әмсалыны билмәк лазым олур. Адәтән бу һалда тәләб олунан көстәричиләри апарылмыш мүшаһидәләри екстрополjасиjа етмәк jолу илә тапырлар. Анчаг ону гejд етмәк лазымдыр ки, һәркаһ гуjунун, бир груп гуjунун jахуд да jатағын верими һәр һансы бир сәбәбә көрә мәһдудлашмышса, о заман екстрополjасиjа просеси дүзкүн нәтичә вермир.

Мә'лумдур ки, веримин вахтдан асылылыг әjриләринин екстрополjасиjасы графики үсул илә вә jахуд да бу әjриләрин аналитик ифадәләринин екстрополjасиjа едилмәси jолу илә апарылыр. Биринчи үсул аз дәгигдир вә асандыр, икинчи үсул исә бир гәдәр чәтиндир вә биринчидән нисбәтән дәгигдир.

Әдәбиjјатда бу асылылығы характеризә едән бир чох емприк ифадә мә'лумдур. Нефт әдәбиjјатында бу асылылыглары експоненсионал, кеометрик, jарымлогарифмик вә и. а. адландырырлар вә бу ифадәләр бир фазлы мәjеләр үчүн истеһсалаты тә'мин едәчәк дәгигликлә нәтичә верир. Мә'лум олдуғу үзрә, нефт jатагларынын чох бөjүк әксәриjјәтиндә гуjу дибинә ахан вә jер үзәринә чыхарылан мәһсул бир фазлы олмур. Мәһз буна көрә дә һәлл олунмуш газ режимли jатагларда $Q\ (t)$ ифадә едән емприк формул бир гәдәр мүрәккәб шәкилдә олур, мәсәлән:

$$Q = Q_0 \left(1 + \frac{bt}{a}\right)^{-\frac{1}{b}} \qquad (1)$$

Бурада Q—нефтин чари верими (веримин ганунаујғун олараг азалмаға башладығы андан сонра), Q_0—илк нефт верими (ганунаујғун азалманын башланғычында), t—истисмар вахты, a вә b—сабит әмсаллардыр (аз квадрат үсулундан истифадә олунараг сечилмә jолу илә тапылырлар). a—заман өлчүсү илә өлчүлүр. (1) ифадәсинин үстүнлүjү ондадыр ки, логарифмик шәбәкәдә бу асылылыг дүз хәтт верир, бу да екстрополjасиjаны асанлашдырыр.

Сабитләри әвәз едәрәк (1) ифадәсинин t-ә көрә дифференсиаллајаг

$$\frac{b}{a} = c, \quad \frac{1}{b} = \kappa$$

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{Q\kappa c}{1+ct}, \quad \text{jахуд} \quad \frac{dQ}{dt} = -\frac{Q}{a+bt}. \qquad (2)$$

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН ХӘБӘРЛӘРИ
Физика-ријазијјат вә техника елмләри серијасы, 1960, № 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
Серия физико-математических и технических наук, 1960, № 1

Ә. А. БАҒБАНЛЫ

НЕФТЧЫХАРМА МӘ'ЛУМАТЛАРЫНЫН ИСТИФАДӘ ОЛУНМАСЫНА ДАИР

Нефтчыхарма тәчрүбәсиндә бә'зән ајры-ајры гујуларын, бир груп гујунун јахуд да нефт јатағынын бүтөвлүклә кәләчәк веримини, ејни заманда истифадә әмсалыны билмәк лазым олур. Адәтән бу һалда тәләб олунан көстәричиләри апарылмыш мүшаһидәләри екстрополјасија етмәк јолу илә тапырлар. Анчаг ону гејд етмәк лазымдыр ки, һәркаһ гујунун, бир груп гујунун јахуд да јатағын верими һәр һансы бир сәбәбә көрә мәһдудлашмышса, о заман екстрополјасија просеси дүзкүн нәтичә вермир.

Мә'лумдур ки, веримин вахтдан асылылыг әјриләринин екстрополјасијасы графики үсул илә вә јахуд да бу әјриләрин аналитик ифадәләринин екстрополјасија едилмәси јолу илә апарылыр. Биринчи үсул аз дәгигдир вә асандыр, икинчи үсул исә бир гәдәр чәтиндир вә биринчидән нисбәтән дәгигдир.

Әдәбијјатда бу асылылығы характеризә едән бир чох емприк ифадә мә'лумдур. Нефт әдәбијјатында бу асылылыглары експоненсионал, кеометрик, јарымлогарифмик вә и. а. адландырырлар вә бу ифадәләр бир фазлы мајеләр үчүн истеһсалаты тә'мин едәчәк дәгигликлә нәтичә верир. Мә'лум олдуғу үзрә, нефт јатагларынын чох бөјүк әксәријјәтиндә гују дибинә ахан вә јер үзәринә чыхарылан мәһсул бир фазлы олмур. Мәһз буна көрә дә һәлл олунмуш газ режимли јатагларда $Q\ (t)$ ифадә едән емприк формул бир гәдәр мүрәккәб шәкилдә олур, мәсәлән:

$$Q = Q_0 \left(1 + \frac{bt}{a}\right)^{-\frac{1}{b}} \qquad (1)$$

Бурада Q—нефтин чари верими (веримин ганунаујғун олараг азалмаға башладығы андан сонра), Q_0—илк нефт верими (ганунаујғун азалманын башланғычында), t—истисмар вахты, a вә b—сабит әмсаллардыр (аз квадрат үсулундан истифадә олунараг сечилмә јолу илә тапырлар). a—заман өлчүсү илә өлчүлүр. (1) ифадәсинин үстүнлүјү ондадыр ки, логарифмик шәбәкәдә бу асылылыг дүз хәтт верир, бу да екстрополјасијаны асанлашдырыр.

Сабитләри әвәз едәрәк (1) ифадәсинин t-ә көрә дифференсиаллајаг

$$\frac{b}{a} = c, \quad \frac{1}{b} = к$$

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{Qкc}{1+ct}, \quad \text{јахуд} \quad \frac{dQ}{dt} = -\frac{Q}{a+bt}. \qquad (2)$$

Бурадан

$$\frac{dQ}{dt}+\frac{Q}{a+bt}=0, \text{ јахуд } \frac{Q}{\frac{dQ}{dt}}=-a-bt. \quad (3)$$

(3) ифадәсиндән көрүнүр ки, чари веримин азалма темпинә олан нисбәти хәтти ганун үзрә дәјишир. Бурадан асан көстәрмәк олар ки, бу нисбәтин вахта көрә биринчи төрәмәси сабит кәмијјәтдир,

$$\frac{d}{dQ}\left(\frac{Q}{\frac{dQ}{dt}}\right)=-b. \quad (4)$$

(1) ифадәсинин көмәји илә чари верим илә үмуми һасилат арасында белә әлагә јарана биләр:

$$V=\int_{t=0}^{t} Q\,dt+V_0, \quad (5)$$

Бурада V_0—чари веримин ганунауғун олараг азалмасынын башланғычына гәдәр чыхарылмыш үмуми һасилатдыр.

Чари веримин ифадәсини (5) тәнлијиндә Q-нын јеринә гојараг t-дән $t=0$ гәдәр интегралајараг, алырыг

$$V=\int_{t=0}^{t} Q_0\left(1+\frac{bt}{a}\right)^{-\frac{1}{b}} dt+V_0, \quad (6)$$

бурадан

$$V=\frac{a\,Q_0}{b-1}\left(Q_0^{1-b}\,Q^{1-b}-1\right)+V_0. \quad (7)$$

(7) ифадәси ашағыдакы шәкилдә дә верилә биләр.

$$V=\frac{a\,Q_0}{1-b}\left(Q_0^{1-b}-Q^{1-b}\right)+V_0. \quad (8)$$

(8) ифадәсинин гурулуш е'тибарилә бир нөгсаны ондан ибарәтдир ки, $b=1$ олдугда бу ифадә өз мә'насыны итирир. Бу барәдә гејд етмәлијик ки, [1] ишдә АБШ нефт јатагларындан бир чохунда чари веримин азалмасы гануну тәһлил едилмиш вә мүәллиф белә нәтичәјә кәлмишдир ки, b-нин әдәди гијмәти һеч вахт 0,6—0,7-дән јухары олмур.

Азәрбајчанын бир чох јатаглары үчүн бизим апардығымыз тәдгигат көстәрмишдир ки, $0<b<1$. Гејд етмәк лазымдыр ки, хүсуси һаллара тәтбиг едилмәк үчүн даһа мүрәккәб емпирик формул тәртиб етмәк мүмкүндүр.

Јадда сахламаг лазымдыр ки, чари веримин вахтдан асылы олараг азалмасы кими мүрәккәб просес садә емпирик формулларла ифадә олуна билмәз. Анчаг ону гејд етмәк лазымдыр ки, истеһсалатда тәхмини һәлли лазым олан мәсәләләрин һәллиндә бу формуллар чох бөјүк әһәмијјәт кәсб едирләр.

Лајлара сүн'и тә'сир етмәклә там ишләмә лајиһәләрини тәртиб етдикдә бә зи мәсәләләрлә јанашы олараг әлверишли истисмар вахтынын тә'јини дә лазым олур. Сүн'и тә'сир көстәрмәклә ишләнән јатаглардан һәлә бу вахта гәдәр ахыра гәдәр ишләниб гуртармыш јатаг олмадығына көрә, әлверишли истисмар вахтынын дәјишилмәси һагғында һеч бир мә'лумат јохдур.

Бу ишдә нефтчыхармада тәтбиг олунан садә аналитик ифадәдән истифадә олунараг, јухарыда гејд етдијимиз мәсәләјә кејфијјәт нөгтеји-нәзәриндән бахылмышдыр. Јери дүшмүшкән гејд етмәлијик ки, бу вә бир чох бу типли мәсәләләр даһа дәгиг ифадәләр әсасында һәлл олуна биләрләр. Бунун үчүн исә әкәр јатаг һагғында мүкәммәл вә дүрүст мә'луматлар оларса, һетерокен системләрин мәсамәли мүһитдәки һәрәкәти нәзәријјәсиндән истифадә олуна биләр.

Әлверишли истисмар вахты елә вахта дејилир ки, о вахтдан сонра јатағы (гујуну) мөвчуд истисмар үсуллары илә истисмар етмәк игтисадијјат нөгтеји-нәзәринчә гејри-әлверишлидир.

Гаршыја гојулан мәсәләни һәлл етмәк үчүн ашағыдакы шәртләри гәбул едәк: јатагдан чыхарылан мәһсула мәһдудијјәт гојулмур, јатағы истисмар едәчәк гујулар газылыб гуртармышдыр, $Q(t)$ асылылығы (1) вә $V(t)$ асылылығы (8) тәнликләри илә ифадә олунур вә әлверишли верим әввәлчәдән мә'лумдур. Сүн'и тә'сир башланана гәдәр әлверишли истисмар вахты (1) ифадәсиндән тапыла биләр. Белә ки, $Q=Q_p$, онда $t=t_p$

$$t_p=\frac{a}{b}\left[\left(\frac{Q_0}{Q_p}\right)^b-1\right]. \quad (9)$$

Бурада Q_p—әлверишли верим, t_p—әлверишли веримә мүвафиг вахтдыр.

Әкәр әлверишли верим илк веримә нисбәтән верилибсә, ја'ни

$$Q_p=\frac{Q_0}{n}, \quad (10)$$

онда (9) ифадәси белә јазыла биләр

$$t_p=\frac{a}{b}\left(n^b-1\right). \quad (11)$$

Бу заман әлверишли вахта мүвафиг олан үмуми һасилат белә ифадә олунар:

$$V_p=\frac{a\,Q_0}{1-b}\left[Q_0^{1-b}-\left(\frac{Q_0}{n}\right)^{1-b}\right]+V_0. \quad (12)$$

Бурадан сон истифадә әмсалы белә тапыла биләр

$$\eta_{ik}=\frac{V_p}{V_{ehm}}, \quad (13)$$

бурада V_{ehm}—мүтләг нефт еһтијатыны көстәрир.

Фәрз едәк ки, јатаг истисмара башландыгдан t_m ил сонра јатаға сүн'и тә'сир етмәк гәрары гәбул едилмишдир (шәкләбах). Бунун үчүн әлдә олан мүхтәлиф нефтчыхарма мә'луматларындан истифадә едәрәк сон истифадә әмсалыны да гәбул едирик. Әкәр тә'сир нәтичәсиндә гәбул етдијимиз әмсал n_1 % артачагдырса, онда бу тәзә шәрт белә ифадә олунмалыдыр (cd хәтти):

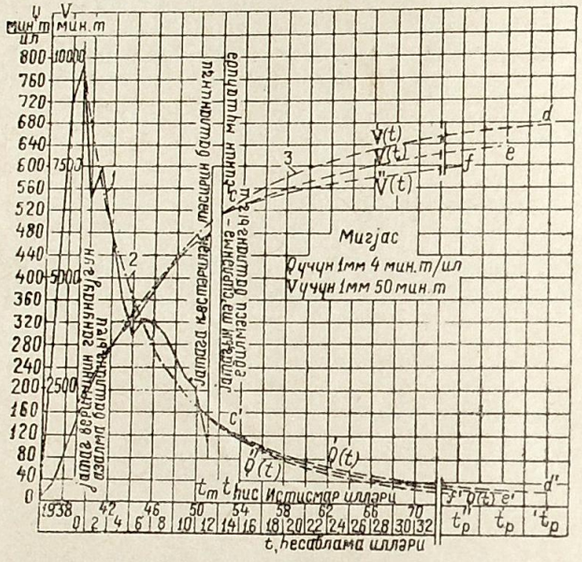
$$\dot{V}_p=V_p\left(\frac{n_1}{100}+1\right) \quad (14)$$

вә јахуд әлавә алыначаг нефтин вахта көрә пропорсионал пајланмасыны гәбул етсәк, алырыг

$$\dot{V}=V\left(\frac{n_1}{100}+1\right). \quad (14')$$

Көзләмәк олар ки, јатаг она көстәрилән тә'сири һисс етмәјә башладығы анда (C' вә C нөгтәләри) $Q=Q(t)$ вә $V=V(t)$ графикләри бир гәдәр деформасијаја уғрајачаглар. Јени һал үчүн $\dot{V}=\dot{V}(t)$ (5) ифадәсинә аналожи олараг тапыла биләр, јә'ни

$$\dot{V}=\int_{t_{\text{һис}}}^{t_p}\dot{Q}dt, \quad \text{јахуд да} \quad \frac{d\dot{V}}{dt}=\dot{Q}. \tag{15}$$



(14′) ифадәсиндә V-нин әвәзинә (8) ифадәсини вә Q-нин әвәзинә (1) ифадәсини гојараг $\dot{V}$ илә t арасында әлагә јарадаг:

$$\dot{V}=\left\{\frac{a\,Q_0'}{1-b}\left[1-\left(1+\frac{bt}{a}\right)^{-\left(\frac{1-b}{b}\right)}\right]+V_0\right\}\left(\frac{n_1}{100}+1\right). \tag{16}$$

(16) тәнлијини t-ә көрә дифференсиаллајараг, алырыг

$$\dot{Q}=Q_0\left(1+\frac{bt}{a}\right)^{-\frac{1}{b}}\cdot\left(\frac{n_1}{100}+1\right)=Q\left(\frac{n_1}{100}+1\right). \tag{17}$$

(17) тәнлијиндән көрүнүр ки, тәдгиг олунан һал шәраитиндә сүн'и тә'сир көстәрилдикдә веримин замандан асылылығы јенә дә гејри-хәтти гануна табе олачагдыр[2]. Јени шәраит үчүн әлверишли истисмар вахты (17) тәнлијиндән тапыла биләр.

Графикләр Орчоникидзенефт нефт мә'дәнләри идарәсинин Гарачухур јатағының $Ка_2$ ($ПК_2$) лајының мә'луматлары әсасында гурулмушдур.

[2] Кичик башланғыч һиссәси нәзәрә алынмыр.

Мә'лумдур ки, $Q_p=\dot{Q}_p$, онда сүн'и тә'сир көстәрилдикдә әлверишли истисмар вахты белә тапылыр

$$t_p'=\frac{a}{b}\left\{\left[\frac{Q_0\left(1+\frac{n_1}{100}\right)}{Q_p}\right]^b-1\right\}. \tag{18}$$

(18) ифадәсиндә Q_p-ин әвәзинә, онун (10) ифадәсиндәки гијмәтини гојдугда алырыг

$$t_p'=\frac{a}{b}\left\{\left[n\left(1+\frac{n_1}{100}\right)\right]^b-1\right\}=\frac{a}{b'}(n^b\alpha-1). \tag{19}$$

Бурада

$$\alpha=\left(1+\frac{n_1}{100}\right)^b. \tag{20}$$

(20) ифадәсиндән көрүнүр ки, $b=0$ олдугда (бу һал тәчрүбәдә олмур) $\alpha=1$ вә $b=1$ олдугда (бу һал да тәчрүбәдә олмур) $\alpha>1$, јә'ни

$$\alpha=1+\frac{n_1}{100}. \tag{21}$$

Тәчрүбәдә $0<b<1$ олур.

Һесабламалар көстәрмишдир ки, тәчрүбәдә белә олур

$$2>\alpha>1 \tag{22}$$

Бурадан белә бир вачиб нәтичә чыхартмаг олур: әкәр сүн'и тә'сирдән әлавә верим алынырса, онда әлверишли истисмар вахты чохалыр. Бу чохалманын кәмијјәти тә'сир едән амилләрдән вә әсас е'тибарилә јатағын физики-кеоложи шәраитиндән асылыдыр. Верим артымынын вахта көрә пајланмасы $\acute{e}$ нөгтәсинә гәдәр ($\dot{Q}-Q$) фәрги кими тапылыр. $\acute{e}$ нөгтәсиндән сонра алынан верим тамамилә верим артымыны ифадә едир вә (17) тәнлијинә әсасән һесаблана биләр.

Үмуми һасилатын вахта көрә артымы ($\dot{V}-V$) фәрги кими һесаблана биләр. Бу заман сүн'и тә'сир көстәриләркән әлверишли истисмар вахтына гәдәр нефт еһтијатынын сон истифадә әмсалы белә һесабланa биләр,

$$\eta_{\text{ік}}=\frac{\dot{V}_p}{V_{\text{еһт}}}. \tag{23}$$

Нәтичә олараг гејд етмәлијик ки, тәклиф олунан үсулдан һисс олуначаг дәрәчәдә артым верә билән һәр һансы бир сүн'и тә'сирдән алынан артымын һесабланмасындан истифадә етмәк олар. Бундан әлавә, бу үсулдан арасыкәсилмәдән азалан биргијмәтли функсија илә ифадә олунан башга физики просесләрин тәдгигиндә дә истифадә олуна биләр.

ӘДӘБИЈЈАТ

1. Мускат М. Физические основы технологии добычи нефти. Перевод с английского. Гостоптехиздат, 1953.

Э. А. Багбанлы

О возможности использования данных о добыче нефти

РЕЗЮМЕ

В нефтепромысловой практике иногда необходимо оценить будущий дебит отдельных скважин, группы скважин или дебит и конечный коэффициент использования запасов нефти залежи в целом. Такая оценка обычно производится при помощи экстраполяции результатов наблюдений за прошлым поведением их работы. Однако если отбор нефти из залежи ограничен с начала разработки, то ее процесс нефтеотдачи не отражает поведения нормального падения дебита и процесс экстраполяции дает менее точные результаты.

Кривые падения дебита могут быть экстраполированы графически и с применением аналитических выражений. Первый способ менее трудоемкий и менее точный, а второй—несколько трудоемкий, но более точный.

В литературе известен ряд аналитических выражений эмпирической связи между дебитом и временем эксплуатации. Простейшие из них в нефтяной литературе называются экспоненциальными, геометрическими, полулогарифмическими (или постоянно-процентными). В случае режима растворенного газа несколько сложнее аналитическое выражение кривых падения дебита нефти, так называемых гиперболических, или логарифмических, которые часто применяются при численной или графической экстропополяции. Оно имеет вид (1).

Связь между (1) и суммарной добычей имеет вид (8).

В резюмируемой работе, пользуясь несложными выражениями нефтедобычи, сделана попытка осветить вопросы установления рентабельного срока эксплуатации, распределения во времени дополнительного дебита и суммарной добычи при оказании воздействия на залежь через $t_{воз}$ лет с начала ее разработки. Уместно отметить, что указанные вопросы количественно могут быть рассмотрены с помощью более точных выражений, исходящих из основной теории движения гетерогенных систем в пористой среде, если имеются достоверные данные по залежи, необходимые для применения этих выражений.

Выражение (17) показывает, что для рассматриваемого случая при воздействии дебит будет падать, также следуя нелинейному закону (небольшой начальный участок исключается из рассмотрения).

Выражения (19—22) показывают, что срок рентабельной эксплуатации при получении эффекта от воздействия на залежь увеличивается.

В заключение необходимо отметить, что изложенный прием может быть использован для установления распределения ощутимого приращения добычи нефти при любом виде воздействия как на отдельные скважины, так и залежи в целом. Кроме того, этот прием может быть применен к исследованию других подобных физических процессов, описываемых непрерывно убывающими однозначными функциями.

МҮНДӘРИЧАТ

Г. М. Мәммәдов (Хәјјами). Мәхсуси функсијаја көрә бир асимптотик ајрылма һаггында 3

Ј. Ә. Әмәнзадә. Охлары бир-бириниң үзәринә дүшмәјән даирәви бошлуглу, квадрат енкәсикли призматик брусун бурулмасында јерли кәркинликләр 11

М. А. Гулијев. Електрик модели васитәсилә торпаг бәнддән сујун сүзүлмәсинин тәдгиги 31

Ә. Х. Хәлилов, Һ. Ә. Сүлтанов. Молекуллары сүн'и истигамәтләнмиш назик тәбәгәләрдә удманын дихроизминин тәдгиги 35

Н. Ә. Әлијев. Ф. Г. Мәһәррәмова. Дәликачан стан башлыгларының истиликкечирмә әмсалларының иш просесиндә дәјишмәсинин тәдгиги 41

Ч. Х. Әмирханова. InSb бирләшмәсиндә термо-вә галваномагнит ефектләр 45

Д. Б. Бајасанов. Газын сәрф вә тәзјигини теле өлчән вериҹинин кинематик схеминин графоаналитик һесабы 57

Ч. Мәммәдов. Суашыранлар үзәриндә ахымын һидравлик режим мәсәләсинә даир 67

Ф. Һ. Һүсејнов. Асинхрон мүһәррикләрин ишчи характеристикаларының гурулмасы мәсәләсинә даир 73

В. Д. Јусифова. Үфиги вә маили конденсаторларын харичи сәтһи үзәриндә бензол бухарының конденсләшмә заманы истилик вермә просесинин тәдгиги 83

А. И. Ағајев. Нефт туллантыларындан су сызылмасының гаршысыны алан бир материал кими истифадә едилмәси 91

А. М. Өмәрова. Газыма боруларының автоматик енмә әмәлијјатының тәнзими системиндә кечид просесләринин тәдгиги 97

Т. Д. Дадашова. Бирчинсли олмајан лајда маје вә газын гарылашмамыш һәрәкәтинин автомодел һәлли 105

Ј. М. Расизадә. Сементләмә просесиндә гују диварына тә'сир едән һидродинамик тәзјигин дәјишмәси һаггында 113

Ә. А. Багбанлы. Нефтчыхарма мә'луматларының истифадә олунмасына даир 121

СОДЕРЖАНИЕ

К. М. Мамедов (Хаиями). Об одном асимптотическом разложении по собственным функциям 3
Ю. А. Амензаде. Местные напряжения при кручении призматического бруса квадратного сечения с круглым несоосным отверстием 11
М. А. Гулиев. Исследование фильтрации воды через земляную плотину на электрической модели 31
А. Х. Халилов, Г. А. Султанов. Исследование дихроизма поглощения тонких слоев с искусственно ориентированными молекулами 35
Н. А. Алиев, Ф. Г. Магеррамова. Исследование изменения коэффициента теплопроводности оправ прошивного стана в процессе работы 41
Д. Х. Амирханова. Термо-и гальваномагнитные эффекты в антимониде индия 45
Д. Б. Баясанов. Графо-аналитический расчет кинематической схемы телеизмерительного датчика давления и расхода газа 57
Дж. Мамедов. К вопросу гидравлического режима потока на водосливных плотинах 67
Ф. Г. Гусейнов. К вопросу построения рабочих характеристик асинхронных двигателей 73
В. Д. Юсуфова. Исследование процесса теплоотдачи при конденсации бензола на наружной поверхности горизонтального и наклонного конденсатора . 83
А. И. Агаев. Использование нефтяных отходов в качестве противофильтрационного материала 91
А. М. Омарова. Исследование переходных процессов в системе автоматического регулирования спуска бурильного инструмента 97
Т. Д. Дадашева. Автомодельные решения задач о нестационарной фильтрации жидкости и газа в неоднородных по проницаемости пластах . . 105
Я. М. Раси-Заде. Об изменении гидродинамического давления на стенки скважины в процессе цементировки 113
Э. А. Багбанлы. О возможности использования данных о добыче нефти 121

Чапа имзаланмыш 7/IV 1960-чы ил. Кағыз форматы 70×108¹/₁₆. Кағыз вәрәги 4. Чап вәрәги 10,96. Һес.-нәшријјат вәрәги 10,49. ФГ 10186. Сифариш 52. Тиражы 780.

Азәрбајчан ССР Мәдәнијјәт Назирлијинин «Гызыл Шәрг» мәтбәәси, Бакы, Һәзи Асланов күчәси, № 80.