

ИЗВЕСТИЯ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Год основания журнала 1957 Год основания серии 1963	Периодичность журнала 18 номеров в год Периодичность серии 3 номера в год	№ 10 (335) Вып. 2	Июнь 1984
--	--	----------------------	--------------

СОДЕРЖАНИЕ

ГАЗОРАЗРЯДНАЯ ПЛАЗМА

А. Жайнаков, В. С. Энгельшт. Теоретические исследования электрической дуги	3
О. Я. Новиков. Интегральный метод анализа электродуговой плазмы	15
В. И. Хвесюк. Взаимодействие низкотемпературной плазмы с твердым телом	20
М. Е. Заруди. Расчет характеристик силовых импульсных дуг, возбуждаемых в разрядном контуре	27
Б. Г. Трусов, Г. Б. Снярев. Равновесная термодинамика многокомпонентной плазмы	31
М. Ф. Жуков, Т. С. Мельникова, В. В. Пикалов, П. Г. Преображенский. Томография низкотемпературной плазмы	39

ТЕРМОДИНАМИКА И ТЕПЛООБМЕН

А. И. Леонтьев. Распространение предельных законов трения и теплообмена на турбулентные течения газожидкостных потоков	47
Г. Б. Снярев, Б. Б. Петрикевич. Развитие и приложение интегрального метода расчета пограничного слоя Кутателадзе — Леонтьева к решению сопряженных задач конвективно-кондуктивного теплообмена	59
П. А. Рубцов, И. П. Пономарев. Теплообмен в ламинарном пограничном слое поглощающей, излучающей и рассеивающей среды на пронизываемой пластине	65
А. М. Павлюченко. Теплообмен на головных частях осесимметричных объектов при безотрывном обтекании и в условиях отрыва потока	74
В. П. Белоглазов, В. П. Мотулевич, Э. Д. Сергиевский. Течение в канале с пронизываемыми движущимися стенками	84
Э. П. Волчков, А. П. Кардаш, В. П. Терехов. Гидродинамика вихревой гиперболической камеры при наличии твердой фазы	90

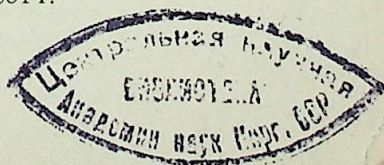
ПРИКЛАДНАЯ ГАЗО- И РЕОДИНАМИКА

А. М. Кутепов, Н. В. Соколов. Влияние дробления капель в потоках на сепарацию эмульсий	99
В. Е. Накоряков, О. П. Кашицкий, Б. К. Козьменко. Электрохимический метод исследования турбулентных характеристик двухфазных потоков	104
А. С. Коротеев, И. П. Рей. Неустойчивость Релея — Тейлора в тонких жидкометаллических пленках при наличии магнитного поля	113

ОБЗОРЫ

Ю. С. Левитан. Расчетно-теоретическое исследование электрической дуги постоянного тока в турбулентном потоке	117
Самсон Семенович Кутателадзе	138

© Издательство «Наука»
«Известия Сибирского отделения
АН СССР», 1984 г.



ИЗВЕСТИЯ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

Главный редактор журнала чл.-кор. АН СССР *М. Ф. Жуков*
Заместитель главного редактора чл.-кор. АН СССР *В. Г. Дулов*

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ СЕРИИ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Ответственный редактор чл.-кор. АН СССР *А. М. Жуков*

Канд. техн. наук *А. С. Аньшаков*, чл.-кор. *О. Ф. Васильев*, д-р техн. наук
Э. П. Волчков (ответственный секретарь серии), д-р техн. наук *Д. Н. Горелов*, д-р техн. наук *Б. И. Девятов*, чл.-кор. АН СССР *В. Г. Дулов*, д-р техн. наук *О. Н. Лебедев*, д-р физ.-мат. наук *В. И. Меркулов*, чл.-кор. АН СССР *В. Е. Накоряков*, чл.-кор. АН СССР *В. Е. Панин*, д-р техн. наук
Н. А. Рубцов (зам. ответственного редактора), канд. физ.-мат. наук
О. П. Солоненко, д-р физ.-мат. наук *О. В. Соснин*, канд. физ.-мат. наук
А. М. Ставер, д-р техн. наук *Б. А. Урюков*, д-р физ.-мат. наук *В. С. Энгельшт.*

Адрес редакции: 630099, Новосибирск, 99, Советская, 18, комн. 331,
тел. 22-00-44.

А. ЖАЙНАКОВ, В. С. ЭНГЕЛЬШТ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГИ

Электрические дуги, генерирующие низкотемпературную плазму, находят широкое применение в различных областях науки и техники [1—6]. Для создания и эффективного использования электродуговых потоков плазмы необходимо знать требуемые характеристики разряда. Теоретическое моделирование процессов, протекающих в электрической дуге, позволяет определить основные закономерности физических явлений и связать их с внешними управляемыми параметрами — током дуги, геометрией электродов и канала, давлением, родом и расходом газа. В ряде случаев теоретические исследования могут заменить дорогостоящий эксперимент. Поэтому в настоящее время теоретический анализ стал равноправным методом исследования электрической дуги наряду с экспериментом.

Начиная с классических работ Меккера [1, 7—9], теоретические исследования электрической дуги и генерируемых потоков плазмы базируются на уравнениях магнитной газовой динамики (МГД). Остановимся на наиболее характерных работах, посвященных теоретическому исследованию ламинарных осесимметричных дуг с объемным излучением, для которых вязкая диссипация и работа сил давления несут существенный вклад по сравнению с джоулевым тепловыделением, сила тяжести и внешнее магнитное поле не учитываются, плазма квазинейтральна и находится в состоянии локального термодинамического равновесия. Тогда система МГД уравнений энергии, движения, неразрывности, Максвелла и закон Ома запишутся так:

$$\begin{aligned} \rho \vec{V} \operatorname{grad} h &= \vec{j} \vec{E} - q + \operatorname{div} ((\lambda/c_p) \operatorname{grad} h); \\ \rho (\vec{V} \operatorname{grad}) \vec{V} &= \vec{j} \times \vec{B} - \operatorname{grad} (p + (2/3) \eta \operatorname{div} \vec{V}) + 2 \operatorname{div} (\eta \dot{S}); \\ \operatorname{div} (\rho \vec{V}) &= 0, \operatorname{rot} \vec{E} = 0, \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j}; \vec{j} = \sigma \vec{E}. \end{aligned} \quad (1)$$

Система дополняется уравнением состояния, зависимостями свойств плазмообразующего газа от температуры и давления. Здесь ρ — плотность; c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении; h — энтальпия; λ — теплопроводность; η — вязкость; σ — электропроводность; q — излучательная способность; \vec{V} — скорость; p — давление; \vec{E} — напряженность электрического поля; \vec{j} — плотность тока; \vec{H} , \vec{B} — напряженность и индукция магнитного поля; \dot{S} — тензор скоростей деформаций.

Ввиду больших математических трудностей, с которыми приходится сталкиваться при решении системы уравнений (1), теоретические исследования электрической дуги проводятся при дополнительных упрощениях, характерных для рассматриваемого класса задач.

Наибольшее развитие получили теоретические исследования протяженной цилиндрической дуги в канале. Это объясняется тем, что нелинейные МГД уравнения сводятся к одномерным, допускающим решение и корректное сравнение с экспериментом. Здесь следует отметить работы [10, 1, 11], которые стимулировали дальнейшее развитие теоретических исследований электрических дуг. В настоящее время разработаны каче-

Редакторы *Р. П. Ефимова*, *И. Н. Стригун*
Художественный редактор *М. Г. Рудакова*
Технический редактор *Л. П. Минева*
Корректоры *С. М. Погудина*, *Н. В. Лисина*

Сдано в набор 23.02.84. Подписано к печати 06.06.84. МН-02031. Формат 70×108^{1/16}. Высокая печать. Усл. печ. л. 12,6. Усл. кр.-отт. 13. Уч.-изд. л. 14. Тираж 1512 экз. Заказ № 80.

Издательство «Наука». Сибирское отделение. 630099, Новосибирск, 99, Советская, 18.
4-я типография издательства «Наука», 630077, Новосибирск, 77, Станиславского, 25.

ственные методы исследования протяженных электрических дуг [12, 13], канальные [14, 15] и численные [12, 16]. Проводятся исследования нестационарных электрических дуг [5] с учетом переноса излучения [12] и отклонения плазмы от локального термодинамического равновесия (ЛТР) [5, 17].

Заметное число работ посвящено теоретическому исследованию течения и нагрева газа электрической дугой на начальном участке канала плазматрона [5, 18—23]. Разработаны аналитические методы исследования [24, 25], интегральные [26—29] и численные [5, 21—23, 30—33], в основе которых используется МГД уравнения в приближении пограничного слоя. Путем корректного сравнения результатов расчета и эксперимента в [23] показано, что приближение МГД пограничного слоя дает удовлетворительное согласие с опытными данными и может быть использовано для качественного исследования характеристик начального участка электродугового потока плазмы в протяженном канале. Отличие результатов расчета от эксперимента объясняется в основном предположением о ЛТР плазмы. Это подтверждают расчеты характеристик начального участка канала плазматрона на основе двухтемпературной модели плазмы [34—36]. Анализ влияния столба разряда на процессы в прикатодной области посвящена работа [37]. Развиваются теоретические исследования турбулентных электрических дуг [38—40], винтовых электрических дуг [41], электрических дуг в сверхзвуковом потоке [42], электрических дуг в магнитном поле [43]. Проводятся теоретические исследования электрической дуги в канале на основе полной системы МГД уравнения [44—49]. В [44] выполнен расчет дуги с учетом силы Архимеда. В [45] показано, что для протяженного канала результаты расчетов на основе полных уравнений и приближения пограничного слоя согласуются уже на расстоянии полкалибра от начального сечения. В работах [47] при безрасходных режимах горения или при малых расходах газа в канале плазматрона получены вихревые потоки от электродов, которые исчезают с увеличением расхода. В [48] на основе методики [49] проводится расчет дуги в канале методом установления. В работе [49] предлагается теоретическая модель для численного анализа полностью ионизованной плазмы.

Гораздо меньше работ посвящено теоретическому исследованию открытых сильноточных электрических дуг. Основополагающими являются работы [8, 9], в которых качественно изучены физические процессы формирования открытой сильноточной дуги, механизм ускорения газа под действием амперовских сил. Анализ вклада электромагнитных сил и термического расширения в ускорение газа выполнен в [50]. В [51] показано, что основную роль в энергетических процессах играют джоулево тепловыделение, радиальная теплопроводность и конвективный теплоперенос. Анализ характеристик электрических дуг с помощью аналитического метода решения МГД уравнений (1) проводится в работах [52, 53], а в [54] — на основе интегрального.

В данной работе излагаются теоретические исследования открытых сильноточных электрических дуг. Теоретический анализ основан на решении системы МГД уравнений (1). Для исключения влияния электрода и приэлектродной области столб дуги располагается на некотором удалении от электрода, где полагается наличие ЛТР плазмы. Размеры дуги в этом сечении, а в некоторых задачах форма дуги определяются из экспериментальных данных. Это позволяет упростить анализ сложных физических процессов в электрических дугах и сохранить требуемую точность. Таким образом, можно говорить о развитии экспериментально-теоретического метода исследования открытых сильноточных дуг, который основан на моделировании процессов в электрической дуге на основе МГД уравнений с привлечением данных эксперимента.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ДУГ

Аналитическое решение дает возможность полного качественного и количественного анализа особенностей течения и теплопереноса в электрических дугах. Другим важным свойством точных решений для таких сложных объектов, как электрические дуги, является возможность прямой проверки работоспособности тех или иных численных алгоритмов.

1. Рассмотрим задачу о течении газа в дугах с точечным источником тока под действием собственных электромагнитных сил. В вершине конического электрода (рис. 1) имеется точечный источник тока, из которого радиально внутри некоторого копуса расходится электрический ток. Задача рассматривается в более общей постановке, если в работах [55—58] исследовалась только динамика изотермических течений с изотропным распределением плотности тока, то в данном случае наряду с уравнениями движения для описания электрической дуги привлекаются уравнения энергии и Максвелла.

Анализ системы стационарных уравнений (1) в сферической системе координат (R, θ, φ) показывает, что при степенной аппроксимации коэффициентов от потенциала теплового потока и $\vec{j}(j_r, 0, 0)$, $\vec{E}(E_r, 0, 0)$ имеется следующее автомодельное решение:

$$S = S_0(\theta)R^n; \quad V_r = u(\theta)R^m; \quad V_\theta = v(\theta)R^m; \quad p = p_0(\theta)R^{-2} + p_\infty,$$

где n и m — параметры автомодельности; V_r и V_θ — соответствующие компоненты скорости; p_∞ — давление на бесконечности. Задача сведена к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений, что существенно облегчает исследование. Помимо основного своего назначения — детального исследования всех основных процессов тепло- и массообмена в электрической дуге — модель дуги с точечным источником тока является хорошим средством для тестирования сложных конечно-разностных методов решения полной МГД системы уравнений и для анализа степени приемлемости и областей применимости приближенных аналитических моделей электрических дуг.

2. Использование на практике коротких сильноточных электрических дуг стимулирует развитие теоретических моделей [59—63] с соответствующими геометрическими размерами и формами. Помимо трудностей описания разряда со свободной границей добавляется необходимость учета теплопереноса на электроды, что существенно перестраивает поля температур и скоростей. Экспериментальные данные свидетельствуют о большом разнообразии форм разряда в зависимости от рода плазмообразующего газа, силы тока и геометрии электродов. С целью их описания рассматриваются двумерная и упрощенная полуаналитические модели электрической дуги [5] с криволинейной границей, в параболической, эллиптической и сферической системах координат. Система стационарных уравнений (1), описывающая токовый канал дуги без учета вязкости, имеет вид

$$\kappa^{-1} \vec{\nabla} \vec{\nabla} S = \Delta S + \vec{j} \vec{E} - q, \quad (\rho \vec{\nabla} \vec{\nabla}) \vec{V} = -\vec{\nabla} p + \vec{j} \times \vec{B}, \quad (2)$$

$$\vec{\nabla}(\rho \vec{V}) = 0, \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = 0, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0, \quad \vec{j} = \sigma \vec{E},$$

где κ — температуропроводность; S — потенциал теплового потока. Система уравнений (2) при линейной аппроксимации свойств плазмы решается комбинированным способом. Решение уравнений энергии и неразрывности находится методом разделения переменных. Уравнения движения решаются интегральным методом: уравнение для продольной компоненты скорости интегрируется по рассматриваемому объему дуги, а уравнение для поперечной компоненты скорости используется для определения давления. Для реализации метода разделения переменных задача рассматривается в ортогональной криволинейной системе координат, связанной с эквипотенциалами и линиями электрического тока. Разработано

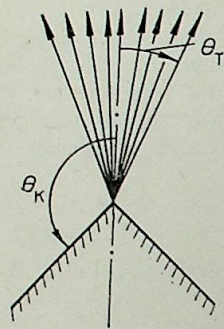


Рис. 1. Схема дуги с точечным источником газа.

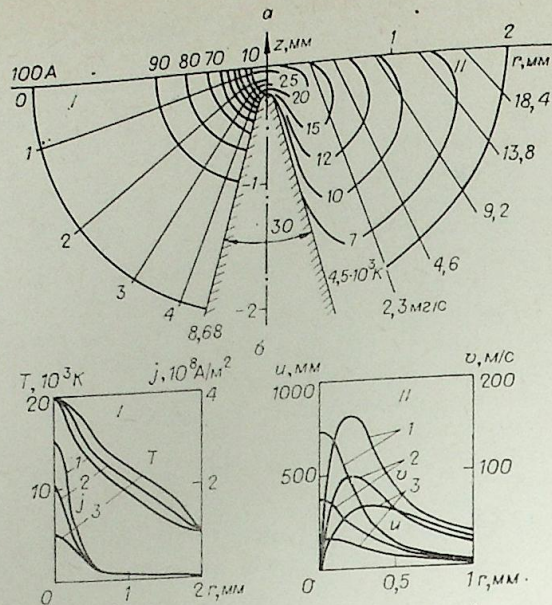


Рис. 2. а — линии электрического тока и эквипотенциали (I), поля температур и течения (II); б — радиальные распределения температуры в плотности тока (I) и продольной и поперечной компоненты скорости (II) в зависимости от угла заточки электрода: 1 — $\theta = 30^\circ$, 2 — $\theta = 60^\circ$, 3 — $\theta = 120^\circ$.

алгоритм решения полученной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Предложенная модель располагает разнообразием допустимых координат и типов течений, приближает модельную ситуацию к реальным режимам горения и дает возможность простого и эффективного с вычислительной точки зрения описания свойств электрической дуги конечной длины. Надо отметить, что в известных ранее моделях исследовалось лишь уравнение энергии для эллипсоидальных дуг без учета движения газа.

Данная модель может быть использована для обработки результатов эксперимента, давая возможность по ограниченному набору данных получить остальные характеристики дуг, для чего необходимо знать форму электрода и токопроводящего канала и значение температуры в двух достаточно удаленных точках внутри дуги.

На рис. 2 приведены результаты расчета приэлектродной зоны дуги с погруженным в плазму слабоплавляемым катодом. Форма электрода и токопроводящего канала, температура плазмы на оси дуги у поверхности электрода заимствованы из эксперимента (ИЭС им. Е. О. Патона АН УССР). Форма дуги аппроксимировалась эллипсоидом вращения, форма электрода — софокусным гиперболоидом вращения. Полученные распределения температуры, плотности тока и компонент скорости могут использоваться далее в качестве граничных условий при численном анализе характеристик столба дуги.

МОДЕЛЬ ПРОТЯЖЕННОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГИ

В таких дугах реализуется преимущественно осевое направление течения с радиальными градиентами температуры существенно больше аксиальных. Это дает возможность оценить слагаемые в МГД уравнениях (1) и получить систему уравнений, аналогичных МГД пограничному слою [5, 64], в таком виде

$$\rho v \frac{\partial h}{\partial r} + \rho u \frac{\partial h}{\partial z} = \sigma E^2 - q + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r \lambda}{c_p} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \right),$$

$$\rho v \frac{\partial u}{\partial r} + \rho u \frac{\partial u}{\partial z} = - \frac{\partial}{\partial z} \left(p + \frac{B^2}{2\mu} \right) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \eta \frac{\partial u}{\partial r} \right). \quad (3)$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho u) = 0.$$

Краевые условия

$$z = 0, 0 \leq r \leq \delta_0: h = h_0(r), u = u_0(r);$$

$$z > 0, r = 0: \frac{\partial h}{\partial r} = 0, \frac{\partial u}{\partial r} = 0, v = 0; \quad (4)$$

$$r = \delta: h = h_\delta, \frac{\partial h}{\partial r} = 0, \frac{\partial u}{\partial r} = 0, u = u_\delta,$$

где $E = I/2\pi \int_0^\delta \sigma r dr$, $p = p_\delta + E \int_r^\delta \sigma B dr$ — давление по сечению дуги;

$Br = E\mu \int_0^r \sigma r dr$, $\delta(z)$ — граница дуги; r, z — цилиндрические координаты;

v, u — радиальная и аксиальная компоненты скорости; μ — магнитная проницаемость. Система дифференциальных уравнений (3) с краевыми условиями (4) аппроксимируется по неявной шеститочечной конечно-разностной схеме, уравнение неразрывности — по явной четырехточечной и решается итеративным методом прогонки [5].

Численным методом систематически исследованы [65—68] электрические дуги типа сварочных в аргоне и углекислом газе при токах от 25 до 500 А с неплавящимся и плавящимся электродами.

МОДЕЛЬ ДУГИ НА ОСНОВЕ ПОЛНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

При использовании коротких дуговых разрядов приближение магнитогидродинамического пограничного слоя оказывается неприемлемым и возникает необходимость в создании модели, учитывающей второй электрод.

Математическая модель строится на основе решения полной системы уравнений (1). С целью исключения давления и приведения уравнений к виду, более удобному для решения, часто переходят к записи уравнений в переменных «вихрь — функция тока» [69, 70]. Численный метод решения уравнения переноса вихря и уравнения для функции тока предложен в [69]. В работах [71, 72] метод расчета [69] применен для исследования течения газа в условиях электродугового разряда в канале. Уравнения переноса вихря и уравнение для функции тока дополняют уравнениями, необходимыми для расчета параметров электрической дуги, горящей в ламинарном потоке аргона на участке входа в канал электродугового нагревателя газа. В [73] указанная математическая модель использована для исследования параметров электрической дуги в канале при вихревом обдуве дуги.

Для дуг малой длины влияние электродов на тепловые и динамические характеристики плазменного потока становится существенным. Поэтому представляет интерес обобщение указанной выше математической модели на случай открытых сильноточных дуг [5, 74, 75]. Уравнения (1) записываются в цилиндрической системе координат. Введем переменных «вихрь — функция тока» система сводится к четырем уравнениям эллиптического типа с неизвестными ω, ψ, h, χ , где ω — напряженность вихря; ψ — функция тока; χ — функция электрического тока. Эту систему уравнений можно записать в каноническом виде

$$a \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\varphi \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\varphi \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial z} \left[b \frac{\partial (c\varphi)}{\partial z} \right] - \frac{\partial}{\partial r} \left[b \frac{\partial (c\varphi)}{\partial r} \right] + er = 0, \quad (5)$$

где $\varphi = \{\omega, \psi, h, \chi\}$ — искомая функция; a, b, c, e — нелинейные коэффи-

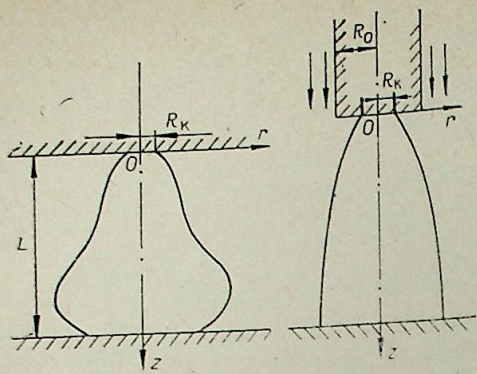


Рис. 3. Схемы рассматриваемых электрических дуг.

циенты, соответствующие каждому из уравнений. Единая форма записи (5) позволяет использовать при решении системы уравнений один метод и один алгоритм расчета. Для решения полученной системы дифференциальных уравнений эллиптического типа необходимо задать краевые условия для неизвестных величин (ω , ψ , h , χ) по всему контуру расчетной области.

Рассмотрим сильнооточную электрическую дугу малой длины с двумя различными конфигурациями катода (рис. 3). В первом случае катодом является бесконечная плоская пластина с радиусом дуги на ней R_k (рис. 3, а), во втором случае катодом является цилиндр радиуса R_0 с плоским торцом и радиусом дуги R_k , обдуваемый коаксиальным потоком газа (рис. 3, б). Сечение дуги $z = 0$ располагается на некотором удалении от катода. Для дуги с бесконечно протяженным катодом (дуга в узком зазоре) краевые условия в начальном сечении принимают вид

$$z = 0: \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \quad h = h^0(r), \quad \chi = \frac{I}{R_k} \int_0^r \sigma r dr.$$

Для дуги с коаксиальным обдувом со скоростью u_∞ рассматриваемые условия записываются в виде

$$z = 0; \quad 0 \leq r \leq R_0;$$

$$\psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \quad h = h^0(r), \quad \chi = \frac{I}{R_k} \int_0^r \sigma r dr;$$

$$z = 0; \quad R_0 \leq r \leq R;$$

$$\psi = p_\infty u_\infty \frac{r^2 - R_0^2}{2}, \quad \omega = 0, \quad h = h_\infty, \quad \chi = \frac{I}{2\pi}.$$

Условия у поверхности анода имеют вид

$$z = L,$$

$$\psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \quad h = h^L(r), \quad \chi = \frac{I}{R_a} \int_0^r \sigma r dr,$$

где R_a — радиус привязки дуги к аноду.

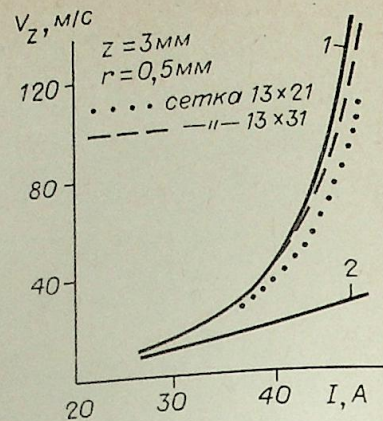


Рис. 4. Зависимость аксиальной скорости от силы тока.

Сплошная линия: 1 — точное решение при $\rho \neq 0$ (с учетом конвективных членов); 2 — точное решение при $\rho = 0$ (без учета конвективных членов).

На оси дуги записываются обычные условия симметрии

$$r = 0: \psi = 0, \quad \frac{\partial \omega}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial h}{\partial r} = 0, \quad \chi = 0.$$

Условия на боковой границе задаются на цилиндрической поверхности, отстоящей от оси дуги на некотором расстоянии R , значительно превышающем радиус дуги. Выбор величины R оптимизируется, с одной стороны, по точности вычислений и, с другой, по времени счета. Условия на боковой границе являются условиями гладкого сопряжения

$$r = R: \frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{\partial \omega}{\partial r} = \frac{\partial h}{\partial r} = 0, \quad \chi = I/2\pi.$$

Уравнения аппроксимируются интегро-интерполяционным конечно-разностным методом на прямоугольной сетке. Полученная система нелинейных алгебраических уравнений решается при соответствующих краевых условиях итерационным методом Зейделя — Гаусса.

С целью проверки правильности метода и алгоритма численного решения дифференциальных уравнений решается тестовая задача, для которой имеется точное решение. Приведено тестирование динамической части полной системы МГД уравнений электрической дуги. Это связано с тем, что уравнения Навье — Стокса являются наиболее сложными МГД уравнениями и, в то же время для изотермического течения в случае точечного источника тока существует автомодельное решение. Результаты тестирования приведены на рис. 4, которые показали, что используемый численный метод конечных разностей позволяет достаточно точно определить характеристики движущейся плазмы.

Проведено сопоставление характеристик дуги, рассчитанных на основе полной системы уравнений и приближения пограничного слоя [76]. Было отмечено, что модель МГД пограничного слоя удовлетворительно описывает характеристики плазмы в токопроводящем столбе протяженной электрической дуги. Отличие от результатов, полученных на основе полной системы МГД уравнений, составляет 10%. Приближение пограничного слоя абсолютно неприменимо вблизи плоской поверхности второго электрода — анода, (так как не учитывает его влияние), а также вне токопроводящего канала дуги. Модель принципиально не позволяет описать возвратные и вихревые течения. При описании коротких электрических дуг, когда поперечные и продольные размеры дуги соизмеримы, модель приближения пограничного слоя оказывается довольно грубой и может давать неверные результаты. Здесь аксиальные и радиальные потоки тепла и импульса становятся одного порядка.

Проведен расчет дуги, горящей в узком зазоре в атмосфере углекислого газа при условии, что ток 100 А, температура холодного газа 300 К, давление атмосферное. Профиль температуры плазмы у поверхности катода прямоугольный $T(0 \leq r \leq R_k, z = 0) = 12000$ К. Распределение температуры у поверхности анода — гауссовское

$$T(r, L) = [T(0, L) - T_\infty] e^{-\alpha r^2} + T_\infty,$$

где $T(0, L) = 6000$ К, T_∞ — температура анода на бесконечности; параметр α определяется радиусом привязки к аноду R_a . Геометрические размеры R, R_0, R_k, R_a приведены на рисунках.

Выявлена система газодинамических торoidalных вихрей (рис. 5), которые являются результатом совместного действия сил Ампера и сил вязкости. Подсос газа у одного электрода, вызванный электромагнитными силами, и растекание газа на поверхности другого приводят к появлению пограничного слоя на пластинах. Интегральные силы трения движущегося газа о поверхность электродов неограниченно растут с увеличением радиальной координаты, в то время как импульс, созданный электромагнитными силами, остается величиной конечной. Происходит отрыв пограничного слоя от пластины, появляется составляющая скорости, перпендикулярная поверхности пластины и приводящая к образованию

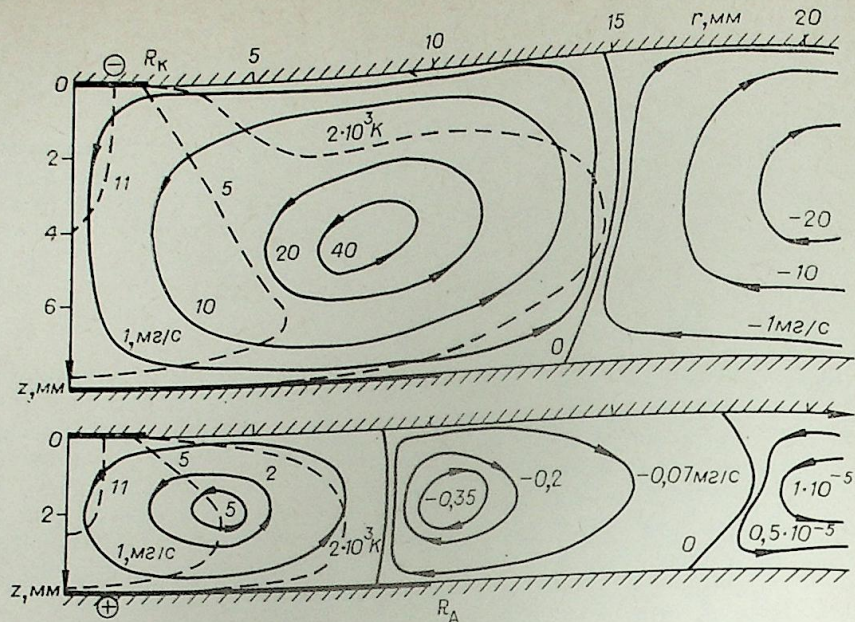


Рис. 5. Поле изотерм и потоков газа при ширине зазора $L = 8,4$ мм.

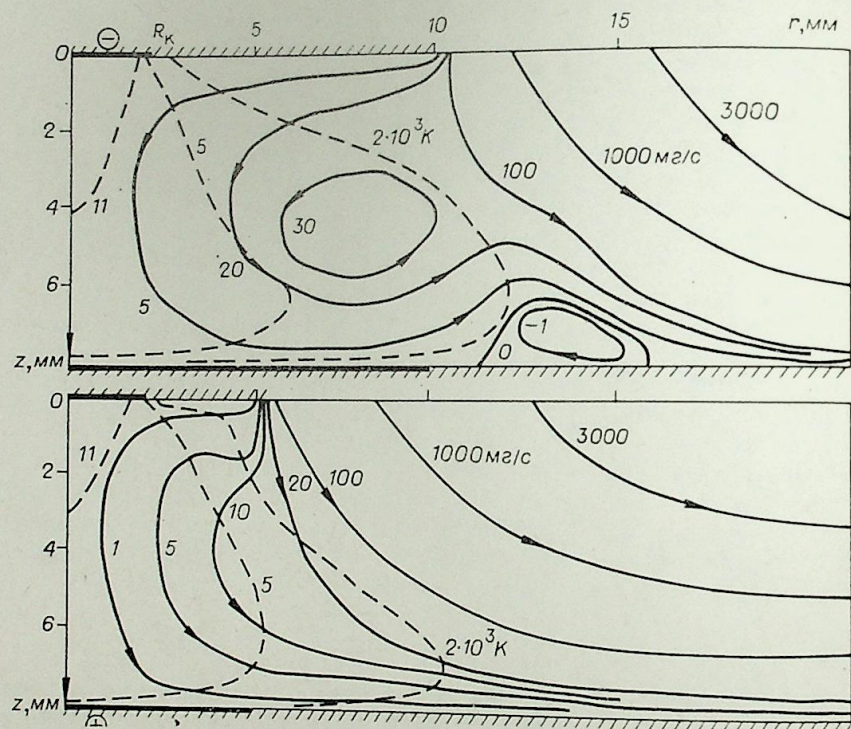


Рис. 6.

--- изотермы, ——— линии тока газа.

вихря. Для дуги, горящей в зазоре, количество тороидальных вихрей, образующихся в расчетной области, зависит от ширины зазора. Скорость циркуляции газа быстро уменьшается в радиальном направлении.

Рис. 6 иллюстрирует влияние коаксиального обдува дуги холодным газом ($u_\infty = 4$ м/с) на характер течения. Вследствие охлаждения газа в пограничном слое замедляется его рост на поверхности анода. Газ из пограничного слоя сносится коаксиальным потоком в радиальном направлении. При $R_0 = 10$ мм из-за экранирующего действия катода внутрен-

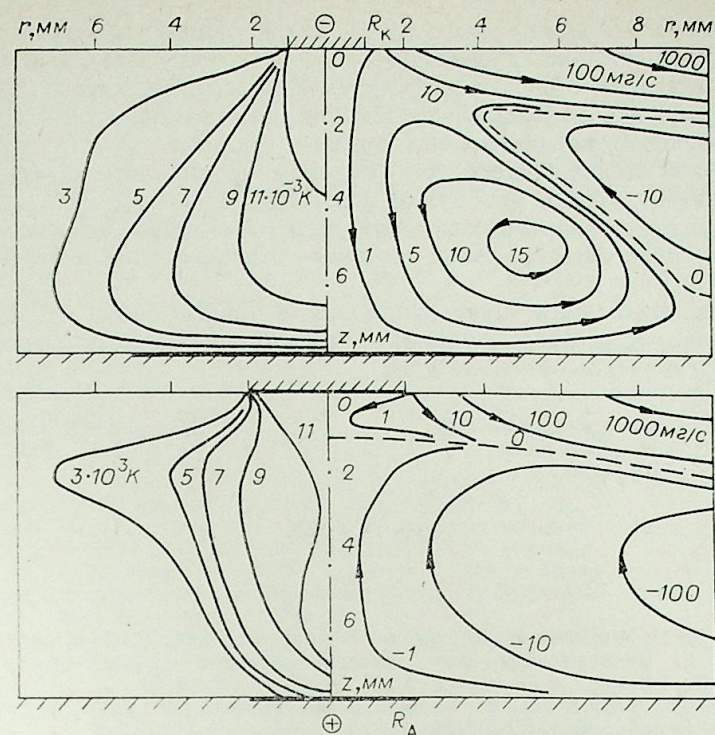


Рис. 7. Поля изотерм и линий тока газа.
Радиус катода: 1 мм (вверху), 2 мм (внизу).

няя часть тороидального вихря сохраняется (сравнить с рис. 5). С увеличением ширины кольцевого обдува ($R_0 = 5$ мм) замкнутое вихревое движение газа полностью исчезает. Изменение радиуса катода практически не оказывает влияния на характеристики токопроводящего столба дуги. Характер течения сильно зависит от диаметра дуги у поверхности электродов (рис. 7). При малом радиусе катода ($R_k = R_0 = 1$ мм) под действием сил Ампера образуется интенсивная катодная струя.

Поток плазмы набегает на плоский анод и растекается в радиальном направлении. На поверхности анода от критической точки торможения развивается пограничный слой толщиной $\delta = Kr \sqrt{Re}$, где Re — число Рейнольдса; k — коэффициент пропорциональности (для изотермического потока в задаче Блазиуса $k = 5$). С удалением от оси температура у анода уменьшается, плотность прилегающего к нему газа растет, происходит отеснение более легкого пограничного слоя от поверхности. Возвратное течение у анода способствует выносу газа из пограничного слоя. Когда δ становится соизмеримым с $L/2$, газ из пограничного слоя начинает всасываться обратно в столб дуги. Образуется тороидальный вихрь. В данном случае коаксиальный обдув холодным газом способствует контракции дуги у катода и увеличению сил Ампера. При увеличении радиуса дуги на катоде ($R_k = R_0 = 2$ мм) уменьшаются силы Ампера и соответственно интенсивность катодной струи. Малый радиус дуги на аноде ($R_a = 2$ мм) приводит к образованию интенсивной анодной струи. Взаимодействие встречных потоков анодной и катодной струй приводит к растеканию газа в радиальном направлении и деформации поля температур.

Таким образом, установлено, что в коротких дугах могут реализовываться различные сложные виды течения с образованием МГД-вихрей, катодных и анодных струй плазмы. Характер течения в подобных устройствах зависит от тока дуги, теплофизических свойств газа, диаметра дуги на электродах, межэлектродного расстояния, внешнего обдува дуги.

В заключение можно сказать, что к настоящему времени достигнут высокий уровень аналитических методов и численного моделирования стационарных процессов в электродуговой плазме, по ряду с этим необходимо отметить небольшое количество материалов, посвященных моделям и расчетам неравновесных дуговых разрядов, исследованию стационарных электрических дуг, расчетам трехмерных задач и изучению параметров дуги в магнитном поле. Практически отсутствуют работы, в которых исследовался бы столб дуги совместно с приэлектродными процессами, недостаточно работ по расчету дуги с учетом переноса излучения.

Решение этого круга задач существенно прояснило бы большое количество накопленных наблюдений и сделало бы возможным реальное замкнутое теоретическое описание дуги.

Республиканский межвузовский
вычислительный центр,
Фрунзе

Поступила в редакцию
25/X 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. Финкельбург В., Меккер Г. Электрические дуги и термическая плазма. М.: ИЛ, 1961.
2. Рыкалин Н. Н., Кулагин Н. Д. Наука и человечество. М.: Знание, 1974.
3. Патон Б. Е. Пути развития автоматической дуговой сварки.— Автоматическая сварка, 1976, № 5.
4. Жуков М. Ф., Коротеев А. С., Урюков Б. А. Прикладная динамика термической плазмы. Новосибирск: Наука, 1975.
5. Математическое моделирование электрической дуги/Под ред. В. С. Энгельшта. Фрунзе: Илим, 1983.
6. Александров А. Ф., Рухадзе А. А. Физика сильноточных электроразрядных источников света. М.: Атомиздат, 1976.
7. Меккер Г. Движущаяся плазма. М.: ИЛ, 1961.
8. Maecker H. Plasmaströmungen in Lichtbogen infolge eigenmagnetischer Kompression.— Z. Phys., 1955, v. 141.
9. Maecker H. Fortschritte in der Bogenphysik.— Proc. X ICPIG. Amsterdam, 1961.
10. Steenbeck M. Eine Prüfung des Minimumprinzips für termische Bogensäulen und Hand neuer Messergebnisse.— W. VSK, 1940, v. 19.
11. Schmilz G., Patt H., Ulenbusch J. Eigenschaften und Parameter — abhängigkeiten der Temperatur verteilungen Stickstoffogens.— Z. Phys., 1963, Bd 173, N 5.
12. Назаренко И. П., Паневин И. Г. В кн.: Моделирование и методы расчета физико-химических процессов в низкотемпературной плазме. М.: Наука, 1974.
13. Гурович В. Ц., Десятков Г. А., Энгельшт В. С. Качественное исследование уравнения Эленбааса — Хеллера.— ТВТ, 1978, т. 16, № 5.
14. Урюков Б. А. О расчете канальной дуги.— Изв. СО АН СССР, 1974, № 8. Сер. техн. наук, вып. 2.
15. Гурович В. Ц., Десятков Г. А., Энгельшт В. С. Вариационный принцип и каналовые модели в теории электрической дуги.— ТВТ, 1980, т. 18, № 2.
16. Жайнаков А. Ж., Лелевкин В. М., Невелев Д. В., Семенов В. Ф. В кн.: Вопросы атомного спектрального анализа и расчетов низкотемпературной плазмы. Фрунзе, 1977.
17. Скотт Р. К., Инкропера Ф. П. Расчет неравновесных течений для водородной дуги, стабилизированной стенкой канала.— РТК, 1973, т. 11, № 12.
18. Пахомов Е. П. Начальный участок электрической дуги в потоке газа.— ТВТ, 1982, т. 20, № 1.
19. Урюков Б. А. Теоретические исследования электрической дуги в потоке газа.— Изв. СО АН СССР, 1973, № 13. Сер. техн. наук, вып. 3.
20. Лебедев А. Д., Урюков Б. А. В кн.: Теория электрической дуги в условиях вынужденного теплообмена. Новосибирск: Наука, 1977.
21. Энгельшт В. С., Жеенбаев Ж. Теория электрической дуги в условиях вынужденного теплообмена. Новосибирск: Наука, 1977.
22. Жеенбаев Ж., Энгельшт В. С. Ламинарный плазмотрон. Фрунзе: Илим, 1975.
23. Лелевкин В. М., Пахомов Е. П., Энгельшт В. С. Расчет развития ламинарного течения дуговой плазмы в цилиндрическом канале.— ТВТ, 1981, № 2.
24. Стайн Г. В кн.: Исследования при высоких температурах. М.: Наука, 1967.
25. Даутов Г. Ю. Исследование столба электрической дуги в канале с истоком газа.— Изв. СО АН СССР, 1968, № 3. Сер. техн. наук, вып. 1.
26. Weber H. E. Constricted arc column growth.— Proc. Heat Transfer and Fluid Mech. Inst., Calif. Univ. Press., 1964.
27. Скифстед Д. Анализ течения процессов теплообмена при нагреве потока газа стабилизированной цилиндрической дугой.— РТК, 1963, № 8.

28. Урюков Б. А., Хайтман С. М. Начальный участок электродугового плазмотрона.— Изв. СО АН СССР, 1974, № 8. Сер. техн. наук, вып. 2.
29. Заруди Е. М. В кн.: Моделирование и методы расчета физико-химических процессов в низкотемпературной плазме. М.: Наука, 1974.
30. Watson V. R., Pegot E. B. NASA TN D-4042, 1967.— Numerical Calculation for the Characteristics of a Gas Flowing/Axially through a Constricted Arc.
31. Bower W. W., Incropera F. P. Heat Transfer. Development Length and Friction Factor Correlations for the Asymptotic Region of a Laminar Arc Constrictor.— Wärme und Stoffübertragung, 1969, Bd 2, N 3.
32. Жайнаков А. Ж., Лелевкин В. М., Энгельшт В. С. Нагрев и течение проводящего газа.— Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа, 1975, № 5.
33. Лелевкин В. М., Пахомов Е. П., Энгельшт В. С. Начальный участок ламинарного течения дуговой плазмы в канале.— Изв. СО АН СССР, 1980, № 13. Сер. техн. наук, вып. 3.
34. Incropera F. P. Procedures for modeling laminar cascade arc behavior — IEEE Trans. Plasma Sci., 1973, N 1.
35. Лелевкин В. М., Семенов В. Ф., Энгельшт В. С. В кн.: V Всесоюз. конф. по плазменным ускорителям и ионным инжекторам. М., 1982.
36. Лелевкин В. М., Семенов В. Ф., Энгельшт В. С. В кн.: VI Всесоюз. конф. по физике низкотемпературной плазмы. Л., 1983.
37. Жайнаков А., Козлов П. В., Зимин А. М., Энгельшт В. С.— V Всесоюз. конф. по плазменным ускорителям и ионным инжекторам. М., 1982.
38. Урюков Б. А. Теоретические исследования электрической дуги в турбулентном потоке.— Изв. СО АН СССР, 1981, № 3. Сер. техн. наук, вып. 1.
39. Вашкевич В. А., Кравченко С. К., Ясько О. И. В кн.: IX Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Фрунзе: Илим, 1983.
40. Артемов В. И., Синкевич О. А. Там же.
41. Асиновский Э. И., Афанасьев А. А., Пахомов Е. П. Спиральная форма дугового столба: условия и область существования.— ДАН СССР, 1976, т. 231, № 2.
42. Комаров С. А., Стронгин М. П. В кн.: IX Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Фрунзе: Илим, 1983.
43. Заруди М. Е., Молдавер В. А. В кн.: IX Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Фрунзе: Илим, 1983.
44. Lowke I. I. Calculated properties of vertical arcs Stabilized by natural convection.— J. Appl. Phys., 1979, v. 50, N 1.
45. Прокофьев А. Н. Численный метод расчета параметров электрической дуги.— Изв. вузов. Машиностроение, 1977, № 3.
46. Корнеев А. С. В кн.: VIII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Т. 2. Новосибирск, 1980.
47. Корнеев А. С., Паневин И. Г. В кн.: IX Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Фрунзе, 1983.
48. Валеева А. А., Жайнаков А., Лелевкин В. М., Энгельшт В. С. В кн.: IX Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Фрунзе, 1983.
49. Брушлинский К. В., Морозов А. И. Вопросы теории плазмы. М.: Атомиздат, 1974.
50. Malliaris A. C. Plasma Acceleration in an Electrical Discharge by the Self-Induced Magnetic Field.— J. Appl. Physics, 1967, v. 38, N 9.
51. Kulessa R. Momentum generation in high current arcs.— Proc. of the XIII-th Intern. Conf. on Phenomena in ionized Gases, 1977, Contributed Papers, Part II. Berlin, 1977, September, 12—17.
52. Бобровская Р. С., Бортиччук Н. И., Воропаев А. А. и др. Параметры открытой дуги, стабилизированной продольным потоком аргона.— ПМТФ, 1973, № 1.
53. Гурович В. Ц., Десятков Г. А., Спекторов В. Л. IX Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Фрунзе, 1983.
54. Корнеев А. С., Назаренко И. П., Паневин И. Г. VI Всесоюз. конф. по физике низкотемпературной плазмы. Т. 2. Л., 1983.
55. Lundquist S. A. On hydromagnetic viscous flow generated by a diverging electric current.— Archiv. Phys., 1969, v. 40, N 5.
56. Shercliff I. A. Fluid motions due to an electric current source.— J. Fluid Mech., 1970, v. 40, part 2.
57. Sozou C. On fluid motions induced by an electric source.— J. Fluid Mech., 1971, v. 46, part 1.
58. Щербинин Э. В. Струйные течения в электрической дуге.— Магнитная гидродинамика, 1973, № 4.
59. Choudhury B. K., Cohen M. Effect of electrode geometry on the tanh conductivity arc model.— J. Appl. Phys., 1978, v. 49 (1).
60. Даутов Г. Ю., Исмагилов Р. Х., Киялов Х. Г., Собитова Н. Г. В кн.: VIII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Т. 1. Новосибирск, 1980.
61. Halder A. K., Whittaker D. Theoretical properties of spheroidally — symmetric static arcs.— Brit. J. Appl. Phys., 1967, v. 18.
62. Козлов П. В., Энгельшт В. С. В кн.: VIII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Новосибирск, 1980.
63. Engelscht V. S., Kozlov P. V., Zhajnikov A. XV Int. Conf. Phen. Ion. Gases, Minsk, 1981.
64. Лелевкин В. М., Самсонов М. А., Энгельшт В. С. В кн.: VI Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Фрунзе, 1974.

65. Лелевкин В. М., Самсонов М. А., Энгельшт В. С. Характеристики дуги плавильного плазматрона в атмосферах аргона и углекислого газа.— ФХОМ, 1979, № 6.
66. Мечев В. С., Слободянюк В. С., Самсонов М. А., Энгельшт В. С. Электромагнитные силы в сварочной дуге.— Автоматическая сварка, 1980, № 8.
67. Жайнаков А., Мечев В. С., Самсонов М. А., Слободянюк В. С. Потоки плазмы в сварочных дугах.— Автоматическая сварка, 1981, № 12.
68. Валеева А. А., Жайнаков А., Мечев В. С. и др. Теплофизические свойства углекислого газа и их влияние на процессы в сварочной дуге.— Автоматическая сварка, 1982, № 4.
69. Госмен А. Д., Пан В. М., Ранчел А. Х. и др. Численные исследования точечной вязкой жидкости. М.: Мир, 1972.
70. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.
71. Прокофьев А. Н. Исследование параметров электрической дуги.— Изв. вузов. Машиностроение, 1977, № 2.
72. Корнеев А. С., Назаренко И. П., Паневин И. Г. В кн.: VIII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Новосибирск, 1980, ч. 1.
73. Прокофьев А. Н., Сиярев Г. Б. В кн.: VII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Алма-Ата, 1977, т. 2.
74. Жайнаков А., Невелев Д. В., Слободянюк В. С., Энгельшт В. С. Расчет характеристик сильнотоочной электрической дуги малой длины.— В кн.: Динамика жидкости газа и плазмы. Фрунзе, 1982.
75. Asanov D. S., Engelsht V. S., Nevelev D. V. et al. XV Intern. conf. on Phenomena in Ionized Gases, Minsk, 1981, 2.
76. Жайнаков А., Мечев В. С., Невелев Д. В. В кн.: IX Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Фрунзе, 1983.

УДК 537.523.5 : 51

О. Я. НОВИКОВ

ИНТЕГРАЛЬНЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА ЭЛЕКТРОДУГОВОЙ ПЛАЗМЫ

Интегральный метод заключается в проецировании задачи, поставленной в исходном пространстве на соответствующим образом выбранное фактор-пространство. Основное преимущество интегрального метода заключается в упрощении задачи, обусловленной ослаблением топологии рабочего пространства. Это упрощение достигается за счет потери части информации в связи с введением отношения эквивалентности. Степень упрощения и соответственно потери информации определяются выбором вида фактор-пространства. Собственно интегральным методом является проецирование с использованием интегральных операторов. Конкретизация вида интегрального метода определяется видом исходного пространства, фактор-пространства и интегральных операторов.

Предмет рассмотрения данной работы разновидность интегрального метода, которая может быть названа цепным методом по аналогии с соответствующим методом, получившим особенно широкое распространение при анализе задач электродинамики. Существенная особенность цепного метода — введение отношения эквивалентности по типу оператора исходной задачи. Так, например, исходное пространство разбивается на области эллиптичности, параболичности, гиперболичности, нагруженности, ненагруженности оператора. Соответствующие элементы цепной структуры характеризуются активностью, пассивностью, диссипативностью, конечной или бесконечной памятью.

Эта процедура в последнее время связывается с диакоптической полей [1]. Диакоптика полей преобразует исходную задачу, поставленную в классе уравнений в частных производных, в систему интегральных или обыкновенных дифференциальных уравнений с соответствующей структурной схемой цепного метода. Первый вид структурных схем особенно удобен для дальнейшего использования при построении систем автоматического управления и регулирования, второй — для качественного исследования режимов работы плазменных устройств. При введении отношения эквивалентности возможен учет групповых свойств решений соответствующей задачи. Так в дальнейшем всюду принимается существование контрагированной формы дугового разряда.

Аппарат цепных методов является традиционным для электротехники, теплопередачи и гидротехники, однако преобладающее развитие он получил в электротехнике. В настоящее время идет разработка цепных методов решения комплексных задач. В качестве примера решения комплексных задач электродинамики и теплофизики цепными методами можно указать работу [2], где было показано, что наряду с построением традиционных для электротехники цепных схем при решении комплексных задач возможно построение особых цепных схем, названных аналогами. Применение цепного метода при анализе уравнений Максвелла в общей системе уравнений низкотемпературной плазмы традиционно и естественно связано с цепными методами описания граничных условий по этой группе переменных.

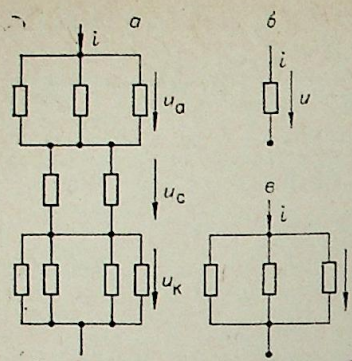


Рис. 1. Цепная схема замещения проводящего канала (а), его двухполюсная схема замещения (б) и трехканальная структура (в).
 u, i, u_a, u_c, u_k — напряжение, ток дуги, напряжение — анодной, катодной зон и ствола дуги.

На рис. 1 дан пример цепного описания проводящего канала при его расслоении и наличии нескольких зон привязки разряда на электродах. На рис. 2 представлена цепная схема анализа уравнения энергии на частном примере уравнения Эленбааса — Геллера при послойном разбиении осесимметричной задачи. Для анализа этой схемы

возможно использование всего арсенала анализа цепей. Так, обращение теоремы компенсации позволяет заменить источники излучения соответствующими пассивными элементами, что в частном случае оптически плотной среды соответствует учету лучистого переноса энергии коррекцией кондуктивного потока.

Электрическая и тепловая цепные схемы связаны наличием зависимых источников теплового потока в тепловой схеме и зависимого диссипативного элемента в электрической. Существующая аналогия элементов электрической и тепловой цепных схем позволяет ввести понятие обобщенной цепи, в состав которой входят элементы обобщенных традиционных для теории цепей прием укрупнения идеализированных элементов в блоки, получим двухполюсные или многополюсные элементы объединенной цепи. Эти элементы, в зависимости от выбора ненаблюдаемых переменных, могут содержать полюсы, принадлежащие только электрической цепи, только тепловой или обеим цепям. Такие элементы обладают рядом особых свойств. В теории электрических цепей в последнее время введен двухполюсный элемент с ненаблюдаемыми тепловыми переменными одного частного вида, названный мемристивным, весьма удобный для качественного анализа электродуговых устройств. Как показывает опыт анализа электрических цепей, введение укрупненных элементов, в том числе и многополюсных, становится особенно целесообразным при анализе сложных многоэлементных цепей. В качестве примера

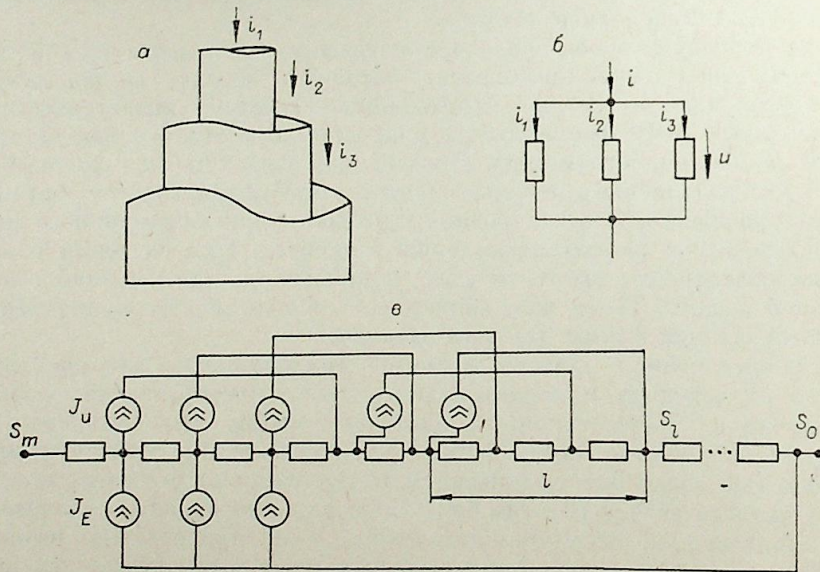


Рис. 2. Цепная схема анализа уравнения Эленбааса — Геллера ($\Delta S + \sigma E^2 - U = 0$).
 а — послойное разбиение проводящего канала; б — схема замещения (u, i, i_1, i_2, i_3 — напряжение, ток дуги и токи слоев); в — цепная схема. J_E, J_U — источники теплового потока и излучения; $S_m (r=0), S_0 (r=\infty)$ — граничные значения теплового потенциала; l — оптическая толщина; r — расстояние от оси проводящего канала.

введения подобного элемента обратимся снова к цепной схеме уравнения Эленбааса — Геллера. Будем считать ненаблюдаемыми все электрические и все тепловые переменные, соответствующие области тепловыделения и лучистого переноса. В результате мы придем к эквивалентной схеме с последовательно включенным активным двухполюсником (комплексный элемент, эквивалентно представляющий в цепной схеме названную зону дугового разряда) и бесконечным числом пассивных элементов, каждый из которых обладает конечным тепловым сопротивлением. Согласно теореме об эквивалентном генераторе (теорема Тевенена), активный двухполюсник можно заменить эквивалентным источником теплового потенциала. Расчет этой схемы при конечном значении S приводит к тривиальному результату $q = 0$, что ясно показывает некорректность постановки двумерной задачи при конечной оптической толщине среды без привлечения какого-либо дополнительного механизма переноса энергии.

Цепной метод анализа уравнений движения с учетом контракции газового разряда в определенной степени также традиционен. Здесь принято говорить о движении дуги как целого или о движении отдельных элементов проводящего канала: приэлектродных зон, ствола дуги. Вопрос о выборе системы представителей соответствующих классов эквивалентности — предмет особой договоренности. Часто нечеткость в этом вопросе приводит к определенным трудностям и даже недоразумениям. Для анализа движения газового разряда плодотворным оказалось представление его наложением двух движений: движения среды и скольжения плазменного состояния по отношению к среде. Используя итерационную процедуру, можно на первом шаге провести отдельное рассмотрение этих движений, а затем ввести взаимные поправки. Численная оценка этих поправок для типичных движений дуги привела к выводу, что в большинстве случаев можно ограничиться первым шагом. Это дает возможность при анализе движения дуги воспользоваться результатами анализа движения среды, дополнив их исследованием второго типа движения — скольжения.

Не обсуждая вопросов, связанных с использованием интегральных методов в аэрогидродинамике, можно отметить, что с самого начала отечественные работы по исследованию скольжения дуги проводились в основном интегральным методом. Применение этого метода к анализу скольжения искривленного участка проводящего канала [3] приводит к выводу о пропорциональности скорости скольжения кривизне оси проводящего канала и напряженности электрического поля. Вследствие этого деформированный, например, газовым потоком ствол дугового разряда может рассматриваться как гибкий шнур, упругость которого пропорциональна интенсивности электрического поля. Эта модель может быть принята при рассмотрении электрической дуги в турбулентном потоке при средних числах Рейнольдса, т. е. в переходном режиме. При этом цепная схема проводящего канала структурно соответствует рис. 1 с изменением свойств структурных элементов. Здесь можно ввести дополнительное разбиение по типу взаимодействия проводящего канала с потоком.

В режиме развитого турбулентного течения с достаточно большими числами Рейнольдса происходит нарушение целостности проводящего канала. Этот процесс можно рассматривать как результат шунтирования, отпочкования и воссоединения элементов проводящего канала.

Цепная модель шунтирования и отпочкования неоднократно обсуждалась [4]. Физический механизм этого явления (пробой или смыкание изотерм) является предметом изучения, но в рамках цепной модели он может быть заменен действием эквивалентного ключа (рис. 3). Рассматривая смыкание как результат действия ключа и учитывая случайный характер этих явлений, мы получим цепную модель дуги в этих условиях в виде трехмерной сеточной структуры элементами которой являются двухполюсные схемы замещения участков проводящего канала и идеальные ключи. Задавая различные корреляционные с ограничениями

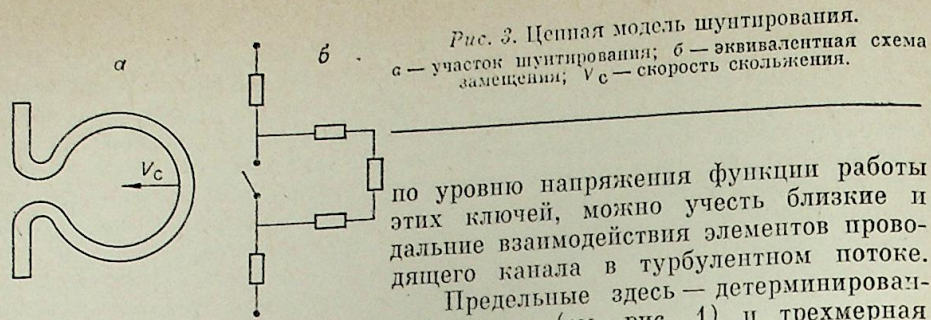


Рис. 3. Цепная модель шунтирования.
 а — участок шунтирования; б — эквивалентная схема замещения; v_c — скорость скольжения.

по уровню напряжения функции работы этих ключей, можно учесть близкие и дальние взаимодействия элементов проводящего канала в турбулентном потоке. Предельные здесь — детерминированный подход (см. рис. 1) и трехмерная цепь Маркова.

Корреляционные функции ключей должны быть увязаны со спектральной характеристикой турбулентного потока. Угруппированное представление плазмы дугового разряда в развитом турбулентном потоке может быть получено, если считать ненаблюдаемой работу части или всех ключей. Это приведет к получению комплексной цепной модели проводящего канала со стохастическим описанием ее функционирования, которая в дальнейшем может быть эквивалентно заменена либо моделью со случайными параметрами, либо детерминированной моделью с введением эквивалентных источников шума. Такие модели уже были использованы для качественного исследования режимов электродуговых установок [3, 5]. Описанная трехмерная сеточная модель дает основание для введения эквивалентных переносных свойств плазмы.

Рассматривая отпочковавшуюся часть проводящего канала как макромолекулу, можно отождествить характерное время соответствующей модели элемента проводящего канала с временем релаксации макромолекул. Такой подход опирается на основные положения, используемые при математическом моделировании плазменных процессов в дуге отключения [6]. Если учесть, что скольжение дугового разряда в зоне его искривления вплоть до шунтирования сопровождается вторичным потоком газа, вызванным перемещением зоны повышенной температуры, и учесть, что это вторичное движение направлено против исходного движения среды, приведшего к искривлению проводящего канала, то можно говорить о демпфирующем действии скольжения на флуктуации основного потока. Это демпфирующее действие пропорционально напряженности электрического поля, а также кривизне и, следовательно, волновому числу флуктуации потока.

Таким образом, наряду с известным турбулизирующим действием активной плазмы на газовый поток, обусловленным различного рода неустойчивостями в плазме газового разряда, здесь существует и стабилизирующий механизм. Действие его аналогично действию фильтра верхних волновых чисел с интенсивностью, пропорциональной интенсивности электрического поля. В первом приближении это явление может быть учтено введением эквивалентной вязкости активной плазмы, т. е. плазмы в электрическом поле.

Отличительная особенность цепного метода — его замкнутость, т. е. возможность построения цепных схем (синтез) и их исследования (анализ) цепными методами. В настоящее время известно решение ряда задач синтеза комплексных цепных схем применительно к генераторам низкотемпературной плазмы с использованием функциональных рядов, характеризующих передаточной функцией с различным набором входных и выходных воздействий. Следует особо отметить частотные методы идентификации модели скольжения [7] и многомерных электротепловых структур с использованием в качестве входной величины периодических возмущений теплового потока [8]. В связи с использованием цепных методов анализа комплексных задач генераторов низкотемпературной плазмы остро встают вопросы планирования эксперимента, особенно в задачах статистической идентификации в активном эксперименте [9]. Достигнутый здесь результат — разработка быстрых методов получения

структурных схем в виде укороченного ряда Вольтерра, пригодных для работы в реальном времени плазматрона.

Несмотря на возможность реализации замкнутых методов цепного анализа плазменных устройств, представляет особый интерес совместное использование цепных и полевых методов.

Основные направления совместного использования можно охарактеризовать следующим образом:

1. Полевые методы применяются для нахождения параметров элементов цепных структур и последующего анализа цепными методами сложных комплексных задач.

2. Цепные методы используются при предварительном качественном анализе сложных полевых задач для решения вопроса о корректности их постановки в полевых методах.

Таким образом, цепные и полевые методы взаимно обогащаются, что способствует расширению области применения каждого из этих методов. Несмотря на некоторое пересечение области применения цепных и полевых методов, в целом ситуация такова, что в области задач наивысшей достигнутой сложности приоритет остается за цепными методами. В качестве примера анализа цепным методом сложных комплексных задач следует указать на исследование дуги во вращающихся магнитных полях (ВМП) [10].

Интегральный метод позволил здесь обнаружить синхронность вращения плазмы и ВМП, устойчивость этого движения, а в неоднородных ВМП — обнаружить эффект вращения плазмы дуги со скоростями, превышающими скорость вращения ВМП. Комплексные цепные схемы исследования перегретой неустойчивости плазмы дугового разряда позволили получить результаты [11], пока еще недоступные полевым методам анализа [12]. Особенно можно отметить обнаруженное интегральным методом влияние малых параметров сложных интегро-дифференциальных граничных условий на перегретую неустойчивость движущейся дуги [3].

Куйбышевский политехнический институт им. В. В. Куйбышева

Поступила в редакцию 25/X 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. Крон Г. Исследование сложных систем по частям-диооптика. М.: Наука, 1972.
2. Юрипов В. М. Применение аналоговых цепных схем для расчета электромагнитных полей. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1974, № 6.
3. Новиков О. Я. Устойчивость электрической дуги. Л.: Энергия, 1978.
4. Жуков М. Ф., Коротеев А. С., Урюков Б. А. Прикладная динамика термической плазмы. Новосибирск: Наука, 1975.
5. Якунин В. П. Статистическое исследование малых отклонений режима горения электрической дуги. — В кн.: Физическая гидродинамика и теплообмен. Новосибирск, 1978.
6. Cassie A. M. A new theory of arc rupture and circuit severity. — CIGRE, 1939, N 102.
7. Кулаков П. А., Новиков О. Я. Применение метода синусоидальных возмущений к исследованию динамики движущейся электрической дуги. — Материалы VII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Т. 2. Алма-Ата, 1977.
8. Уманский М. И. Экспериментальное изучение влияния теплового режима электродов на внешние электрические характеристики электродугового технологического аппарата. — В кн.: Расчет и моделирование тепловых процессов. Вып. 2. Куйбышев, 1976.
9. Новиков О. Я., Путько В. Ф., Яковлев В. Ф. Информационные модели электродуговых установок. — Изв. СО АН СССР, 1982, № 3. Сер. техн. наук, вып. 1.
10. Новиков О. Я., Путько В. Ф., Соболев В. С. Стабилизация длинных электрических дуг вращающимися магнитными полями различных конфигураций. — Изв. СО АН СССР, 1982, № 13. Сер. техн. наук, вып. 3.
11. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. М.: Наука, 1981.
12. Руткевич И. М., Синкевич О. А. Волны и неустойчивости в низкотемпературной плазме. — В кн.: Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. Т. 14. М., 1981.

В. И. ХВЕСЮК

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЫ С ТВЕРДЫМ ТЕЛОМ

ВВЕДЕНИЕ

Основы классической теории тепло- и массообмена изложены в работе [1]. В этой теории в основном изучаются процессы переноса энергии и массы как внутри твердых, жидких веществ и неионизованных газов, так и между этими средами. Кроме того, в [1] представлены наиболее важные для теории теплообмена результаты магнитной гидродинамики.

В данной работе обсуждаются общие аспекты тесно связанной с теорией тепло- и массообмена задачи взаимодействия плазмы с твердым телом. Это — фундаментальная проблема физики и техники низкотемпературной плазмы, поскольку такое взаимодействие имеет место в любых плазменных устройствах при реализации любых плазменных процессов. Поэтому решение большинства практических задач, возникающих при разработке, создании и совершенствовании плазменной техники, в сильной степени зависит от глубины понимания процессов взаимодействия плазмы с элементами конструкции. Среди этих задач укажем прежде всего на такие, как повышение КПД устройств и их ресурса, а также расширение диапазона рабочих характеристик (таких как абсолютная и удельная мощность, вкладываемая в плазму, давление и тип рабочего вещества, и др.).

К настоящему времени выполнено большое количество исследований процессов взаимодействия в разнообразных условиях. Возникает необходимость обобщения накопленных знаний, более интенсивного обмена идеями, формулирования общей идеологии и стратегии исследований. Для этого в первую очередь необходимо систематизировать имеющийся материал. В данной работе обсуждаются наиболее существенные особенности указанных взаимодействий, а также их классификация.

ОСОБЕННОСТИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПЛАЗМЫ И ТВЕРДОГО ТЕЛА

Имеется ряд существенных как количественных, так и качественных отличий взаимодействий твердых тел с плазмой и с нейтральным газом. Их надо иметь в виду при анализе рассматриваемой проблемы.

Количественные отличия теплообмена твердого тела с нейтральным газом и плазмой свидетельствуют о том, что в последнем случае процессы протекают, как правило, при значительно более высоких температурах. Это приводит к интенсификации тепло- и массообмена на границе сред, а в случае наличия химически реагирующих веществ — к резкому возрастанию скорости химических реакций. Для решения задач, особенности которых сводятся только к указанным количественным отличиям, в полной мере применимы методы классической теории тепло- и массообмена [1—3].

Ниже подробно обсуждаются качественные особенности взаимодействия плазмы и твердого тела, которые приводят к задачам, не имеющим аналогов в классической теории.

Первая особенность связана с наличием в плазме заряженных частиц — ионов и электронов. Поэтому наряду с переносом энергии и массы между плазмой и твердым телом осуществляется перенос электрического заряда. В одних случаях перенос положительных и отрицательных частиц взаимно компенсирован, и ток между двумя средами равен нулю: это нейтральные стенки. В других между плазмой и стенкой течет электрический ток: это катоды и аноды электрических разрядов, электрические зонды, специальные эмиттеры и коллекторы, использующиеся в различных плазменных устройствах. Из этой особенности вытекает важное следствие.

При учете переноса электрического заряда необходимо формулирование соответствующих граничных условий. Эти граничные условия должны устанавливать величины плотностей и абсолютных значений потоков различных компонент из плазмы на стенку и в обратном направлении в зависимости от параметров, определяющих состояние как плазмы, так и поверхности твердого тела. Кроме того, граничными условиями определяются соотношения между отдельными составляющими потоков.

Приведем примеры. Потоки атомов, ионов, электронов на поверхность стенки определяются параметрами пристеночной плазмы: температурой, концентрацией, составом, степенью ионизации [4, 5]. Плотность термоавтоэмиссии электронов с поверхности стенки определяется ее температурой, работой выхода, величиной электростатического поля, действующего со стороны плазмы [6]. Плотность тока вторичной электронной эмиссии определяется величиной потока ионов на поверхность [7]. Аналогично плотности токов ионов, образующихся при поверхностной ионизации, определяются потоками нейтралов из плазмы на стенку [8]. При отсутствии испарения стенки поток нейтралов с нее определяется потоками атомов и ионов из плазмы и соответствующей вероятностью рекомбинации ионов на поверхности.

Наряду с указанными локальными граничными условиями на поверхности электродов ставятся интегральные условия, связывающие ток и размеры контакта разряда с поверхностью твердого тела [5].

Второй особенностью взаимодействия плазмы и твердого тела является образование специфических пристеночных слоев, размер которых, как правило, значительно меньше пограничных слоев, изучаемых в классической теории тепло- и массообмена и магнитной гидродинамике [1, 9].

Во-первых, это электрический слой [4, 5, 9], примыкающий непосредственно к поверхности твердого тела и представляющий собой область избыточного пространственного заряда размером порядка дебаевского радиуса. В этом слое образуются сильные электрические поля и происходит резкий скачок потенциала. Наличие электрического слоя обеспечивает необходимое соотношение электронного и ионного токов между плазмой и твердым телом.

Во многих случаях необходимо учитывать образование рядом с электрическим еще одного слоя, где разыгрываются сложные процессы ионизации атомов, релаксации функции распределения электронов и др. Размер этого слоя порядка нескольких длин свободного пробега электронов. Эти слои появляются, например, в приэлектродных областях [4, 5, 9—11], у поверхности зондов [12].

На границе твердого тела и плазмы, находящейся в сильном магнитном поле, образуются диффузионный и дрейфовый слои [9], размеры которых порядка радиуса ларморовской орбиты электронов.

В указанных слоях плазмы протекают многочисленные процессы, приводящие к выделению в них высоких удельных плотностей энергии. Поэтому параметры плазмы в этих слоях не могут быть определены простой экстраполяцией зависимостей, полученных для газодинамических пограничных слоев: необходимо детальное исследование соответствующих процессов, очень своеобразных и не имеющих аналогов в

классической теории тепло- и массообмена. Изучение этих процессов затруднено тем, что из-за малых размеров слоев до сих пор получена весьма скудная экспериментальная информация о происходящих явлениях. Теоретические исследования осложняются, во-первых, сильной неравномерностью функции распределения электронов, а во-вторых, большими градиентами параметров плазмы в этих слоях.

Таким образом, в ряде случаев при взаимодействии плазмы с твердым телом возникают узкие пристеночные слои. Изучение процессов в них представляет собой самостоятельную сложную задачу, требующую развития специальных теоретических и экспериментальных методов.

Третья особенность заключается в том, что во многих случаях процессы взаимодействия плазмы с твердым телом играют существенную, а иногда и определяющую роль в генерации плазмы. В этих случаях такие параметры как температура, состав, концентрация, излучательные свойства плазмы, в той или иной степени зависят от пристеночных процессов. Степень этой зависимости определяется конкретными условиями генерации и существования плазмы. Проиллюстрируем сказанное конкретными примерами.

Определяющее влияние пристеночные процессы имеют при генерации плазмы в вакуумных электрических разрядах. В условиях высоко-го вакуума разряд может развиваться только в парах электродов или других элементов конструкции. Ясно, что параметры плазмы в сильной степени зависят от характера взаимодействия образующейся плазмы и твердого тела. Это относится к таким объектам, как вакуумные дуги [13, 14], импульсные плазменные ускорители с эрозией диэлектрика [15], сильноточные прижатые разряды [16] и др. В этих случаях взаимодействие плазмы с твердым телом играет определяющую роль — оно обеспечивает само существование плазмы.

Необходимо отметить, что во всех этих случаях рассматриваемым взаимодействиям присуща одна очень важная черта: процессы в плазме, в твердом теле и на его поверхности тесно связаны друг с другом, представляют собой замкнутую цепочку. Действительно, с одной стороны тепловое состояние, скорость испарения вещества определяются потоками энергии на поверхность, которые зависят от параметров плазмы и ее распределения в пространстве. С другой, поля температур, концентраций, излучательных характеристик плазмы зависят от химического состава, теплофизических свойств, геометрии твердого тела.

Существуют примеры более слабой, но имеющей большое значение связи между параметрами плазмы и процессами ее взаимодействия с элементами конструкции устройств. Так, характеристики газоразрядных источников света с галогенным наполнением зависят от состава плазмы, который определяется тепловым состоянием колбы и электродов [17]. В свою очередь распределение температур на окружающих разряд поверхностях зависит от теплообмена с плазмой.

Важными являются интенсивно изучаемые в настоящее время катодные процессы электрических дуговых разрядов. Эти процессы обеспечивают перенос электронного тока из катода в плазму, а следовательно, существование разряда. В [5] показано, что и в этом случае имеет место замкнутая цепочка процессов, развивающихся одновременно в плазме, на поверхности и внутри твердого тела.

Из сказанного следует, что наиболее сложными являются задачи, в которых процессы взаимодействия плазмы с твердым телом оказывают определяющее влияние на параметры плазмы. Сложность заключается в том, что в этих случаях необходимо совместное исследование разнородных и взаимосвязанных процессов, происходящих одновременно в плазме, в твердом теле и на поверхности, их разделяющей. Таким образом, в общем случае осуществляется взаимодействие плазмы не только с поверхностью, но со всем твердым телом.

В основу предлагаемой классификации положен тот факт, что через поверхность контакта плазмы и твердого тела возможен перенос энергии, вещества, электрического заряда. Соответствующие потоки тепла и массы обозначим через Q и G , а электрический ток через I . При таком подходе различие определяется тем, какие из упомянутых типов переноса и в каком сочетании учитываются в каждом конкретном случае.

1. $Q \neq 0, G = 0, I = 0$. Это взаимодействия, при которых через поверхность твердого тела переносится только энергия. В подобных случаях при решении задач достаточно использовать методы классической теории тепло- и массообмена [1—3].

2. $Q = 0, I \neq 0, G = 0$. К таким случаям относятся взаимодействия плазмы с электрическими ненакаливаемыми зондами [18], приэлектродные процессы тлеющих разрядов [19]. Ключевым здесь является наличие электрического слоя, без рассмотрения которого эти задачи не имеют смысла.

3. $Q \neq 0, I \neq 0, G = 0$. Это взаимодействия электрических дуг с анодами, имеющими диффузный контакт с разрядом, и с термоэмиссионными катодами, изготовленными из тугоплавких металлов. В последнем случае взаимодействия определяются не только свойствами поверхности, но и процессами, происходящими в объеме катода, а также его геометрией и условиями охлаждения [5].

4. $Q \neq 0, I = 0, G \neq 0$. Эти взаимодействия включают в себя как испарение, так и конденсацию паров на поверхности твердого тела.

При изучении взаимодействий, сопровождающихся испарением, можно выделить, по крайней мере, два класса задач. Во-первых, это испарение стенки под действием плазмы, образованной в газовой среде. В этих случаях испарение стенки приводит к изменению состава плазмы — особенно в пристеночных слоях [20]. Во-вторых, испарение стенок разрядов, плазма которых образуется в основном из паров материала этих стенок. Это особенно характерно для устройств, работающих в вакууме [15, 16].

В [17, 20] приводятся примеры взаимодействий, при которых вещества, поступающие из плазмы, конденсируются на поверхностях твердых тел.

5. $Q \neq 0, I \neq 0, G \neq 0$. Эти взаимодействия характерны для испаряющихся электродов вакуумных дуг [13]. В таких разрядах как перенос тока между электродами и плазмой, так и генерация самой плазмы обеспечиваются благодаря ее взаимодействиям с электродами.

6. $Q = 0, I \neq 0, G \neq 0$.

7. $Q = 0, I = 0, G \neq 0$.

Эти типы взаимодействий могут осуществляться при конденсации вещества из плазмы, когда тепловым потоком на поверхность твердого тела можно пренебречь.

Итак, перечислены семь возможных типов взаимодействий плазмы и твердого тела, которые соответствуют предложенной схеме классификации.

В заключение отметим, что данная классификация, как и всякая идеализация реально протекающих процессов, в известной степени условна. Так, тепловой Q и материальный G потоки между плазмой и твердым телом, очевидно, никогда не обращаются в нуль. Поэтому те случаи, когда принимается $Q = 0, G = 0$ надо понимать в том смысле, что эти потоки не играют заметной роли в общей цепи рассматриваемых процессов. Возможны и другие способы классификации. Например, в [9] предложена классификация пристеночных слоев плазмы по их размерам и функциональным особенностям. Основной смысл предлага-

емой формализации заключается в том, чтобы облегчить анализ конкретных задач, возникающих при исследовании рабочих процессов в генераторах низкотемпературной плазмы.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЗАДАЧ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ ИССЛЕДОВАНИЯХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ПЛАЗМЫ С ТВЕРДЫМ ТЕЛОМ

Существуют два уровня использования решений обсуждаемых здесь задач. Первый уровень — изучение собственно процессов взаимодействия плазма — твердое тело. Так, исследование катодных процессов электрических дуг с термоэмиссионными катодами позволило установить основные закономерности этих явлений [5], что имеет важное значение для решения ряда практических вопросов — увеличения их работоспособности [21]. Второй уровень — использование результатов теории взаимодействия плазмы и твердого тела для корректной постановки граничных условий при решении общих краевых задач. Например, распределение параметров плазмы в электрической дуге с термоэмиссионным катодом достаточно строго может быть определено, если проводится сшивка решений двух задач: для объема дуги и для пристеночной плазмы, взаимодействующей с катодом [22].

Рассмотрим сначала задачи с точки зрения общности их постановки. Для этого предварительно перечислим четыре характерные области взаимодействия.

1. P_s — пристеночная область плазмы, включающая в себя лишь узкие приповерхностные слои. Это — приэлектродные области электрических разрядов, электрические слои у поверхности зондов, и т. п.

2. P_v — объем плазмы. Учитывается в тех случаях, когда состояние в плазме оказывает существенное влияние на взаимодействие двух сред. Например, в импульсных плазменных ускорителях с эрозией диэлектрика испарение последнего в сильной степени зависит от излучения, поступающего из объема плазмы. В эту зону входят и газодинамические пограничные слои.

3. S_s — поверхность твердого тела, контактирующая с плазмой.

4. S_v — объем взаимодействующего с плазмой твердого тела.

По количеству перечисленных областей и их сочетанию можно выделить следующие типы задач.

а) (S_s, P_v) — задачи, которые могут решаться методами классической теории тепло- и массообмена;

б) (S_s, P_s) — к этому типу относятся теории электрических зондов, приэлектродных процессов тлеющих разрядов, электрических слоев у поверхности катодов [18, 19, 23];

в) (S_s, P_s, P_v) — такие области следует учитывать при изучении воздействия плазмы на испаряющиеся нейтральные стенки;

г) (S_v, S_s, P_s) — взаимосвязь процессов в пристеночной плазме, на поверхности и внутри твердого тела. К такого рода задачам относятся теории катодных процессов электрических дуг [5].

д) (S_v, S_s, P_s, P_v) — взаимодействие плазмы и твердого тела в общем случае. Например, теория приэлектродных процессов вакуумных дуг [13], плазменных ускорителей эрозионного типа [15] и др.

е) $(S_{v1}, S_{v2}, S_{v3}, \dots, P_s, P_v)$ — это случай, когда необходимо учитывать взаимное влияние друг на друга различных элементов конструкции, контактирующих с одним плазменным объемом. Например, возможно напыление паров электродов на стенки, ограничивающие разряд, и обратное явление [20, 24]. Теперь рассмотрим задачи с точки зрения зависимости протекающих процессов от времени.

Стационарные задачи. Их решение применимо для стационарных генераторов плазмы, когда свойства контактирующих с плазмой твердых тел не изменяются со временем.

Нестационарные задачи. При наличии переменных во времени внешних параметров (ток дуги, расход рабочего вещества, и др.) необходимо учитывать зависимость от времени процессов взаимодействия плазмы с твердым телом.

Эволюционные задачи. Это — особый класс нестационарных задач. Зависимость от времени в них связана с изменением не внешних, а внутренних параметров — свойств плазмы и твердого тела. В настоящее время только начинается решение такого рода задач. Однако они имеют важные практические приложения. К таким задачам следует отнести исследования термохимических катодов [25]. Решена задача для катодов электрических дуг с учетом изменения во времени работы выхода материала электрода. Показано, что это ведет к существенному изменению практически всех параметров, характеризующих катодные процессы [26]. Следующим этапом систематизации наших знаний в этой области должно быть формулирование общих систем уравнений и методов их решения — основных инструментов теоретического исследования.

ОБ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Трудность экспериментального исследования процессов взаимодействия плазмы и твердого тела обусловлена двумя обстоятельствами. Во-первых, достаточно полное изучение требует одновременной фиксации параметров как пристеночной плазмы, так и твердого тела. Во-вторых, сегодня практически отсутствуют экспериментальные методы исследования процессов в узких пристеночных слоях плазмы, где разыгрываются очень важные явления. Это связано с малостью размеров этих слоев. До сих пор даже не ставится задача определения параметров плазмы в приэлектродных областях электрических дуг. Исключение составляют приэлектродные области тлеющих разрядов, размеры которых достаточно велики, благодаря чему первые работы по их исследованию были поставлены еще в начале нынешнего века.

Существуют три направления дальнейшего развития исследований:

— разработка новых и модификация уже известных методов специально для исследования процессов взаимодействия плазмы с твердым телом. Примером могут служить работы [27—31];

— обоснование возможности экстраполяции опытных данных, полученных в одних условиях, на другие условия, где соответствующий эксперимент не может быть поставлен. Например, при пониженных давлениях в низковольтных дугах определены неравновесные функции распределения электронов по скоростям [28]. Вопрос заключается в том, можно ли, и если да, то при каких условиях, перенести эти результаты на явления в приэлектродных областях электрических дуг, горящих в тех же газах, но при атмосферном давлении;

— проведение широких экспериментально-теоретических исследований. При использовании теоретических моделей, имеющих те же входные и выходные параметры, что и в эксперименте, недостающая информация может быть получена из данных расчета. Это будет верно, если в широком диапазоне изменения внешних параметров достигнуто хорошее согласие опытных и теоретических данных.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При решении многих задач плодотворным является использование методов классической теории тепло- и массообмена [1—3]. Наряду с этим существуют такие особенности взаимодействия плазмы с твердым телом, которые требуют дальнейшего развития теории. Эти особенности проявляются особенно ярко в тех случаях, когда важную роль играют либо перенос заряда, либо генерация плазмы на ее границе с твердым

телом. Кроме того, прогресс в данной области знаний возможен при условии развития экспериментальных методов исследования плазмы в узких пристепочных слоях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат, 1979.
2. Жуков М. Ф., Коротев А. С., Урюков Б. А. Прикладная динамика термической плазмы. Новосибирск: Наука, 1975.
3. Жуков М. Ф., Аньшаков А. С., Засыпкин И. М. и др. Электродуговые генераторы плазмы. Новосибирск: Наука, 1981.
4. Термозмиссионные преобразователи и низкотемпературная плазма./Под ред. Мойсес Б. Я., Пикус Г. Е. М.: Наука, 1973.
5. Жуков М. Ф., Козлов Н. П., Пустогаров А. В. и др. Приэлектродные процессы в дуговых разрядах. Новосибирск: Наука, 1982.
6. Добрецов Л. Н., Гомоюнова М. В. Эмиссионная электроника. М.: Наука, 1966.
7. Каминский М. Атомные и ионные столкновения на поверхности металла. М.: Мир, 1967.
8. Зандберг Э. Я., Понов Н. П. Поверхностная ионизация. М.: Наука, 1969.
9. Морозов А. П. Физические основы космических электрореактивных двигателей. Т. 1. М.: Атомиздат, 1978.
10. Lee T. H., Greenwood A., Breingan W. D. A self consistent model for cathode region of a high pressure arc.— Intern. Conf. on Phen. in Ionized Gases. VII th. Beograd, 1965.
11. Бейлис И. П., Любимов Г. А., Раховский В. П. Диффузионная модель прикатодной области сильнооточного дугового разряда.— ДАН СССР, 1972, т. 203.
12. Бакшт Ф. Г. К теории зондов в сильно ионизованной плазме.— ЖТФ, 1973, т. 43.
13. Вакуумные дуги./Д. Лафферти. М.: Мир, 1982.
14. Мощные наносекундные импульсные источники ускоренных электронов./Под ред. Г. А. Месяца. Новосибирск: Наука, 1974.
15. Гришин С. Д., Лесков Л. В., Козлов Н. П. Электрические ракетные двигатели. М.: Машиностроение, 1975.
16. Гришин Ю. М., Козлов Н. П., Мосин А. А., Хвесьюк В. П. Равновесие сильнооточного прикатодного разряда в плотной оптически непрозрачной плазме.— ЖТФ, 1980, т. 50.
17. Уэймаус Д. Газоразрядные лампы. М.: Энергия, 1977.
18. Методы исследования плазмы./Под ред. В. Лохте-Хольтгревена. М.: Мир, 1971.
19. Грановский В. Л. Электрический ток в газе. Установившийся ток. М.: Наука, 1971.
20. Импульсные источники света./Под ред. И. С. Маршака. М.: Энергия, 1978.
21. Зимин А. М., Козлов Н. П., Хвесьюк В. И. и др. Об оптимизации катода дугового разряда.— ТВТ, 1982, т. 20.
22. Зимин А. М., Козлов Н. П., Хвесьюк В. И. и др. Двумерный расчет электрической дуги.— Тр. VIII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Ч. 2. Новосибирск, 1980.
23. Maskeown S. S. Phys. Rev., 1929, v. 34.
24. Гужков В. В., Зимин А. М., Кобзарь А. И. и др. Комплексное исследование процессов износа источников света.— Электронная техника (сер. 8), 1982, вып. 4.
25. Аньшаков А. С., Бутова М. И., Дандарон Г.-Н. Б. и др.— Исследование эрозии термохимических катодов.— Тезисы докл. V Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Ч. 2. Новосибирск, 1972.
26. Зимин А. М., Козлов Н. П., Хвесьюк В. И. и др.— Экспериментальное исследование динамики процессов на активированных катодах.— Изв. СО АН СССР, 1982, № 8. Сер. техн. наук, вып. 2.
27. Дюжев Г. А., Старцев Е. А., Юрьев В. Г. Физические процессы в дуговом полом катоде с сильноионизованной плотной плазмой.— ЖТФ, 1978, т. 48.
28. Гужков В. В., Козлов Н. П., Хвесьюк В. И. Исследование токопереноса на поверхности полого катода.— ЖТФ, 1979, т. 49.
29. Ковалев Н. Н., Мезенцев А. П. и др. Распределение электронов по энергиям в плазме термозмиссионной дуги в инертных газах.— VI Всесоюз. конф. по физике низкотемпературной плазмы. Т. 1. Л., 1983.
30. Жуков М. Ф., Козлов Н. П., Гужков В. В. и др. Динамика паров металла в пристепочных слоях плазмы.— ДАН СССР, 1981, т. 260.
31. Жуков М. Ф., Докукин М. Ю., Козлов Н. П. и др. Исследование дуговой газоразрядной плазмы внутри полого катода.— ДАН СССР, 1983, т. 273.

УДК 533.52

М. Е. ЗАРУДИ

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК СИЛЬНОТОЧНЫХ ИМПУЛЬСНЫХ ДУГ, ВОЗБУЖДАЕМЫХ В РАЗРЯДНОМ КОНТУРЕ

Для получения высоких плотностей энергии в ограниченных объемах используются импульсные разряды, возбуждаемые в контурах с емкостными и индуктивными накопителями [1—3].

Как показали эксперименты, например [1], при возбуждении сильнооточных разрядов в воздухе при атмосферном давлении образуется плотная плазма (концентрация $n \approx 10^{19}$ см⁻³) с температурой $(5 \div 2) \cdot 10^4$ К. Ствол дуги, начиная от момента иницирования разряда, расширяется с большой скоростью (0,2 ÷ 0,25 см/мкс), достигая к концу первого полупериода нескольких сантиметром в диаметре. При таких сечениях ствола становится существенным механизм переноса энергии внутри дуги за счет излучения. Разряд носит затухающий колебательный характер, причем форма токов и напряжений на дуге, за исключением малой области вблизи начала разряда, в каждом полупериоде близка к гармонической.

Задача анализа процессов в контуре L, C с расширяющейся дугой при колебательном разряде осложняется существенно нелинейным характером ее проводимости и, как правило, решается численно [2—4].

Поэтому должен представлять интерес предлагаемый ниже аналитический метод, позволяющий рассчитать все существенные параметры дуги в процессе разряда. В основу его положено уравнение динамики расширяющейся дуги [5].

1. Рассмотрим задачу расчета характеристик дуги, возбуждаемой в последовательном контуре L, C . Для описания процессов необходимо использовать уравнение динамики расширяющейся дуги [5]

$$LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + u_c + u_g = 0$$

или

$$\frac{d^2 u_c}{d(\omega_0 t)^2} + u_c = -\frac{i}{G/l},$$

а также уравнение равновесия цепи

$$\theta' \cdot a^2 \cdot \frac{d(G^{k+1})}{dt} + G^{k+1} = C_G a^{2k} i^2.$$

Здесь u_c — напряжение на конденсаторе; $u_g = \frac{i}{G/l}$ — напряжение на дуге длиной l ; $i = C \frac{du_c}{dt}$ — ток; G — проводимость ствола дуги на единицу длины; $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ — резонансная частота контура; k — показатель нелинейности [6]; $\Theta = \theta' \cdot a^2$ — «постоянная» времени, характеризующая тепловую инерционность дуги радиуса a ; C_G — постоянный коэффициент (при $k = \text{const}$), зависящий от свойств плазмы [5, 6].

Для решения системы уравнений (1), (2) воспользуемся методом Ван-дер-Поля, согласно которому решение для $u_c(t)$ и $i(t)$ будем искать в виде гармонических функций с медленно меняющимися амплитудами и фазами. Таким образом, предполагаемое решение (с учетом условия $u_c(0) = -U_{cm0}$) имеет вид

$$u_c(t) = -U_{cm} \cdot \cos \omega t; \quad i(t) = I_m \sin \omega t, \quad (3)$$

где $U_{cm} = U_{cm}(t)$; $I_m = I_m(t)$ — медленно меняющиеся за полупериод функции, причем $I_m = \omega C U_m$.

Полагая ток синусоидным, определим закон изменения радиуса дуги $a(t)$, ограничиваясь случаем «сильной» волны [5]. Получим

$$a^2(t) \simeq \alpha \langle i^{2/3} \rangle t = 0,715 \alpha I_m^{2/3} t. \quad (4)$$

Здесь принято, что начальный радиус $a_0 \simeq 0$, $\alpha = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{2/3} \cdot \frac{1}{(\xi \rho_0 \langle \sigma \rangle)^{1/3}}$ (ρ_0 — плотность; $\langle \sigma \rangle$ — средняя проводимость; ξ — коэффициент). Тогда

$$\langle i^{2/3} \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (I_m \sin \omega t)^{2/3} d(\omega t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{2}{3} + 1\right)}{\Gamma\left[\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3} + 1\right)\right]} I_m^{2/3} = 0,715 I_m^{2/3}, \text{ где } \Gamma(z) —$$

гамма-функция. Решая уравнение (2) при $i = I_m \sin \omega t$ с учетом (4), находим, что изменение во времени проводимости в среднем равно

$$G(t) \simeq B t^{k/(k+1)}, \quad (5) \text{ где } B = \left(\frac{C_G'}{2k\theta'}\right)^{1/(k+1)} \cdot (0,715\alpha)^{(k-1)/(k+1)} \cdot I_m^{2(k+2)/3(k+1)} —$$

постоянный коэффициент при $I_m = \text{const}$.

При больших температурах на оси дуги ($k \gg 1$), $G(t) \sim I_m^{2/3} t$; при $k = 1$ $G(t) \sim I_m t^{1/2}$, при $k \ll 1$ $G(t) \sim I_m^{4/3}$. Если $I_m = I_m(t)$, то и $B = B(t)$ — медленно меняющиеся функции.

Обычная процедура усреднения правой части уравнения (1) по периоду 2π в данном случае приводит к трудно обозримым результатам. Поэтому для определения закона изменения огибающих амплитуд $I_m(t)$ и частоты $\omega(t)$ используем прием, позволяющий получить приближенное решение в замкнутом виде.

Полагаем, что в пределах каждого n -го полупериода проводимость дуги постоянна и равна среднему значению $\langle G \rangle = \frac{1}{T/2} \int_{(n-1)T/2}^{nT/2} G(t) dt$,

где $n = 1, 2, 3 \dots$. Тогда в пределах каждого полупериода контур можно считать линейным и определить частоту ω (или период T) и декремент δ по известным соотношениям:

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \delta^2 \dots; \quad (6)$$

$$\delta^2 = \left(\frac{l}{2L \langle G \rangle}\right)^2 = \frac{1}{4L^2} \left(\frac{l}{\langle G \rangle}\right)^2 \dots \quad (7)$$

Поскольку величина полупериода $T/2$, по которому производится усреднение, заранее неизвестна, то для ее определения необходимо решать уравнения (6) и (7) совместно. В результате решения получим уравнение (8), определяющее квадрат относительной частоты $x = \omega^2/\omega_0^2$ на каждом полупериоде

$$1 - x = B_1 x^{k/(k+1)}, \quad (8)$$

$$\text{где } B_1 = \frac{\omega_0^{k/(k+1)} \cdot l}{\frac{k+1}{2k+1} \cdot \pi^{k/(k+1)} \cdot 2 \sqrt{\frac{l}{C}} B [n^{(2k+1)/(k+1)} - (n-1)^{(2k+1)/(k+1)}]}$$

при $k \gg 1$, а также при $B_1 \ll 1$ $x \simeq 1 - B_1$ и соответственно

$$\frac{\langle G \rangle}{l} \simeq \frac{1}{2 \sqrt{\frac{l}{C}} \cdot \sqrt{B_1}}; \quad \delta_n \simeq \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{B_1}; \quad \omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - B_1}; \quad T_n = \frac{2\pi}{\omega_n}. \quad (9)$$

Полагая начальную амплитуду тока равной $I_{m0} = \frac{U_{cm0}}{\omega_0 L}$, получим для

первого ($n = 1$) полупериода $I_{m1}(t) = I_{m0} \cdot e^{-\delta_1 t}$ для второго $I_{m2}(t) = I_{m0} \cdot e^{-\delta_1 \frac{T_1}{2}} \cdot e^{-\delta_2 t}$ и т. д. Соответственно изменение радиуса дуги на первом полупериоде $a_1(t) \simeq \left(0,715 \alpha I_{m0}^{2/3} \cdot e^{-\frac{2}{3} \delta_1 t} \cdot t\right)^{1/2}$, на втором — $a_2(t) \simeq \left[a_1^2\left(\frac{T_1}{2}\right) + 0,715 \alpha I_{m1}^{2/3} t\right]^{1/2}$ и т. д.

Затем можно определить в каждом полупериоде напряжение на дуге $u_g = \frac{I_m \cdot \sin \omega t}{\langle G \rangle}$; джоулевы потери $P = u_g i$, изменение температуры на оси $T_m(t)$, а также распределение всех величин по сечению и времени. Таким образом, эта методика позволяет при известных свойствах плазмы и заданных значениях $L, C, u_c(0)$ аналитически найти все существенные параметры дуги в разрядном контуре.

2. Сравним результаты расчета дуги по данной методике с экспериментом [1]. В работе исследовался сильноточный разряд в воздухе при $p = 10^5$ Н/м². Измерены ток, напряжение, скорость расширения дугового канала, изменения во времени температур и интенсивность излучения. Разрядный контур состоял из конденсатора $C = 30$ мкФ, $u_c(0) = 50$ кВ и дуги длиной $l = 0,2$ м, поджиг которой осуществлялся электрическим взрывом тонкой проволоки.

По оценкам $L \simeq 0,19$ мкГ и соответственно $\sqrt{\frac{l}{C}} = 0,0795$ Ом; $I_{m0} = 630$ кА. Полагая коэффициент «поршня» $k_p \simeq 0,9$, коэффициент адиабаты $\gamma \simeq 1,22$, плотность воздуха $\rho = 1,29$ кг/м³; $\langle \sigma \rangle = 2,2 \cdot 10^4$ Ом⁻¹ · м⁻¹, находим $\xi = 5$; $\alpha = 1,41 \cdot 10^{-2}$. Для сильно ионизированного воздуха $\sigma \sim T^{3/2}$; $\lambda \sim T^{5/2}$, где T — температура. Принимая также $\lambda_\Sigma \sim T^{5/2}$, получим $S = \int_0^T \lambda_\Sigma(T) dT \sim T^{7/2}$ и соответственно $\sigma \sim S^{2/3}$ и $k \simeq 7/3$. При

$k = 7/3$ из [5, 7] находим $\beta_{1k} = 0,22$; $\lambda_{1k} = 1,5$; $\mu_{1k} = 2,1$; $\frac{1}{a_n} \simeq 12,5$ с/м²; $\theta' = 1,28$ с/м²; $a_0 = 1,63 \cdot 10^{-5}$; $C_G^1 = 3,89 \cdot 10^4$; и соответственно $G(t) = 2,15 I_m^{0,855} \cdot t^{0,7}$. При $I_{m0} = 6,3 \cdot 10^5$ А, $B = 2,15 \cdot 10^5$; $B_1 = (3,78 \cdot 10^{-2})^2 \ll 1$. Отсюда $\frac{l}{\langle G \rangle} = 6 \cdot 10^{-3}$ Ом; $\delta_1 = 1,59 \cdot 10^4$ 1/с; $\omega_1 \simeq \omega_0 = 4,18 \cdot 10^5$ 1/с; $a_1(t) \simeq 10^{-4} \cdot (I_{m0} e^{-\delta_1 t}) t^{1/2}$ и $a_1\left(\frac{T_1}{2}\right) = 2,28 \cdot 10^{-2}$ м.

Сравнение этих данных с экспериментом показывает, что зависимость изменения радиуса в течение первого полупериода и абсолютные величины практически совпадают. Рассчитанные декремент и сопротивление оказались примерно в 2 раза меньше, чем опытные. Это расхождение качественно можно объяснить тем, что в расчете не учитывались потери в цепи и в приэлектродных областях дуги.

Московский институт радиотехники,
электроники и автоматики

Поступила в редакцию
22/XI 1983

ЛИТЕРАТУРА

- Басов Н. Г., Борович Б. П., Зуев В. С. и др. Сильноточный разряд в газах. Ч. 1. — ЖТФ, 1970, т. 40, вып. 3.
- Романенко И. И. Импульсные дуги в газах. Чебоксары, 1973.

3. Герасимов Л. С., Икрянников В. И., Пинчук А. И. Разряд в RLC-контуре при сильной нелинейности активного сопротивления.— *Электричество*, 1978, № 2.
4. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. Б. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
5. Заруди М. Е. Уравнение динамики расширяющейся импульсной дуги.— В кн.: Тез. докл. VIII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Ч. 1. Новосибирск, 1980.
6. Заруди М. Е. О влиянии нелинейных свойств плазмы на характер нестационарных процессов в стволе каналовой дуги. (Вопросы теории и расчета).— *ЖТФ*, 1971, т. 41, вып. 4.
7. Андреева О. В., Заруди М. Е., Зибер И. А., Эдельбаум И. С. Свойства газов при высоких температурах.— В кн.: Исследования в области промышленного электронагрева. М.: Энергия, 1969.

УДК 536.7

Б. Г. ТРУСОВ, Г. Б. СИНЯРЕВ
РАВНОВЕСНАЯ ТЕРМОДИНАМИКА
МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ПЛАЗМЫ

Широкое применение низкотемпературной плазмы для организации химико-технологических и металлургических процессов, а также для создания мощных преобразователей энергии или источников излучения обуславливает постоянный интерес к разработке расчетно-теоретических методов исследования сложных многокомпонентных систем с химическими и фазовыми превращениями.

Рассмотрение тепломассообменных и кинетических процессов при повышенных температурах, как правило, уже на этапе постановки задачи моделирования приводит к значительным трудностям. В детальных расчетных схемах затруднения обычно вызываются математическими сложностями и отсутствием необходимых замыкающих исходных данных, а в упрощенных моделях — чрезмерной схематизацией процессов, поэтому большую популярность приобрели термодинамические методы. Они предполагают, что плазма (рабочее тело в рассматриваемых процессах) образует условно замкнутую систему. В таком приближении характер взаимодействия рабочего тела со средой, окружающей выделенную материальную область, определяется значениями двух параметров состояния (механических и энергетических). Сама же система считается внутренне равновесной, что позволяет применить к ней основные принципы термодинамики.

Для описания термодинамического равновесия в настоящее время используются три группы методов: 1) методы, основанные на законе действующих масс (уравнениях констант равновесия) [1, 2]; 2) методы минимизации термодинамических потенциалов [3, 4]; 3) методы, использующие понятия средства химических реакций и степени их протекания [5, 6]. Наиболее распространены представители первой группы. Вероятно, это связано с конкретным характером самих уравнений констант равновесия, которые оперируют непосредственно с искомыми величинами — концентрациями компонентов равновесного состава.

Различие подходов к проблеме термодинамического равновесия не означает возможности получения отличающихся результатов. Все названные методы построены в результате преобразования одного и того же принципа максимума энтропии [7]. Поэтому в дальнейшем, чтобы не вносить в стройную систему термодинамики равновесных состояний излишних понятий, этот принцип будет использован непосредственно.

Установление фазового и химического равновесия в любой системе — реальный, необратимый процесс. Для него характерно возрастание энтропии, выражаемое в соответствии со вторым началом термодинамики соотношением

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T}. \quad (1)$$

Знак неравенства означает, что когда в системе протекает необратимый процесс, то в ней как бы действуют внутренние источники тепла, которые «порождают» энтропию. По мере приближения к состоянию равновесия источники эти иссякают, а значение энтропии достигает максимальной величины.

Энергетическое состояние материальной системы при этом определяется первым началом термодинамики

$$dU = \delta Q - \delta A, \quad (2)$$

где U — внутренняя энергия; δQ — тепло, подводимое или отводимое от системы в результате взаимодействия с окружающей средой; δA — работа, совершаемая над системой.

Полагая, что работа является механической ($\delta A = pdv$), и подставляя (1) в (2), получим

$$dU + pdv - TdS \geq 0. \quad (3)$$

Это неравенство справедливо для любых закрытых систем. Наиболее простой вид оно приобретает для изолированных систем, достигших внутреннего равновесия

$$dS = 0. \quad (4)$$

Несмотря на кажущуюся тривиальность, уравнение (4) исполнено глубокого смысла. Говоря словами Горстманна, основателя химической термодинамики, «уравнение $dS = 0$ содержит всю теорию диссоциации; оно указывает, что степень диссоциации зависит от всех обстоятельств, которые определяют энтропию системы» [7].

Дж. Гиббс в своем основополагающем труде «О равновесии гетерогенных веществ» [8] придает этому уравнению такое же большое значение: «Для равновесия любой изолированной системы необходимо и достаточно, чтобы при всех возможных изменениях состояния системы, происходящих без изменения ее энергии, вариация энтропии системы была равна нулю или отрицательна».

Оговорка Гиббса относительно необходимости соблюдения постоянства внутренней энергии при рассмотрении вариаций состояния системы не случайна. Установление внутреннего равновесия невозможно без существования внешнего механического и энергетического равновесия с окружающей средой. Последнее означает, что тепло извне не подводится и не отводится, и внутренняя энергия сохраняет постоянное значение, которое не могут изменить никакие химические или фазовые превращения внутри самой системы.

Внутренняя энергия является функцией состояния, поэтому она может быть выражена через независимые переменные, такие как температура (T), давление (p), удельные мольные содержания компонентов (M_i , моль/кг).

$$U = U(T, p, M_1, M_2, \dots, M_q). \quad (5)$$

Наиболее простой вид уравнение (5) приобретает в тех случаях, когда газовая фаза является идеальной смесью идеальных газов, а конденсированные компоненты рассматриваются либо как чистые несмешивающиеся фазы, либо как составляющие идеальных растворов. В этом случае внутреннюю энергию можно принять линейной, не зависящей от давления функцией концентраций компонентов всех фаз системы

$$U = \sum_{i=1}^k U_i(T) \cdot M_i + \sum_{l=1}^L U_l(T) \cdot M_l + \sum_{x=1}^X \sum_{r=1}^R U_{rx}(T) \cdot M_{rx}, \quad (6)$$

где U_i ($i = 1, 2, \dots, k$), U_l ($l = 1, 2, \dots, L$), U_{rx} ($r = 1, 2, \dots, R$), $x = 1, 2, \dots, X$) — мольные внутренние энергии компонентов газовой фазы, конденсированных компонентов — чистых фаз и компонентов конденсированных растворов (индекс x относится к раствору, а r — к компоненту раствора).

Чтобы применить это уравнение к рассмотрению термодинамических систем с химическими и фазовыми превращениями, расширим понятие внутренней энергии, включив в него энергию химических связей [9]

$$U_\alpha = Q_{\text{вн}\alpha} + Q_{\text{хим}\alpha} = \int_{T_0}^T C_{v\alpha} dT + Q_{\text{хим}\alpha}. \quad (7)$$

В качестве меры химической энергии любого вещества выбирается энтальпия его образования $[\Delta_f H^\circ(T_0)]$. Система отсчета полных внутренних энергий определяется договорными значениями стандартной температуры и давления, а также теми состояниями химических элементов, которым приписывается нулевой энергетический уровень [10]. В составляющую химической энергии включаются также энергетические затраты на фазовые и аллотропические изменения вещества, если они происходят в интервале от T_0 до рассматриваемой температуры

$$U_\alpha = \int_{T_0}^T C_{v\alpha} dT + \Delta_f H_\alpha^\circ(T_0) + \sum_q \Delta H_q \Big|_{T_0}^T. \quad (8)$$

После подстановки (8) в (6) получается уравнение, у которого левая часть является постоянной величиной, поскольку в состоянии равновесия энергетическое взаимодействие системы с окружающей средой отсутствует. Правую же часть следует рассматривать как ограничительную связь, накладываемую на возможные изменения параметров состояния при установлении внутреннего равновесия.

Предварительное условие существования механического равновесия системы с окружающей средой требует, чтобы

$$\delta A = pdv = 0 \quad \text{или} \quad v = \text{const}. \quad (9)$$

Кроме того, для рассматриваемых закрытых систем должны соблюдаться условия материального баланса в виде законов сохранения массы химических элементов

$$[\Delta J_j] + \sum_{i=1}^k n_{ji} M_i + \sum_{l=1}^L n_{jl} M_l + \sum_{x=1}^X \sum_{r=1}^R n_{jrx} M_{rx} = 0, \quad (j = 1, 2, \dots, m), \quad (10)$$

где $[\Delta J_j]$ — мольное содержание j -го химического элемента в системе (моль/кг); m — количество химических элементов, образующих систему; $n_{j\alpha}$ — количество атомов j -го элемента в α -компоненте (стехиометрический коэффициент).

При рассмотрении многокомпонентной плазмы необходимо обеспечить соблюдение общей электронейтральности. Если носителями электрического заряда являются только компоненты газовой фазы, то соответствующее условие принимает вид

$$\sum_{i=1}^k n_{ei} M_i = 0, \quad (11)$$

где n_{ei} — кратность ионизации i -го компонента.

Еще одно соотношение между параметрами системы и химическим составом устанавливается уравнением состояния. При умеренной температуре и давлении, в том числе в плазме, хорошим приближением является уравнение состояния идеального газа

$$pv - R_0 T \sum_{i=1}^k M_i = 0. \quad (12)$$

Оно отражает зависимости между составом и параметрами газовых смесей и, строго говоря, непригодно для описания гетерогенных систем. Однако, учитывая, что плотность конденсированных веществ, как правило, на несколько порядков больше плотности газов, можно в качестве допущения принять, что объем всей системы равен объему газовой фазы. Кроме того, пренебрегая давлением броуновского движения конденсированных частиц, допустимо считать, что давление в системе создается только газовой фазой. Принятие этих двух предположений позволяет использовать уравнение (12) в качестве уравнения состояния любой, в том числе гетерогенной, системы.

Для конденсированных растворов вводятся соотношения, ограничивающие состав этих фаз

$$\sum_{r=1}^R M_{rx} - M_x = 0 \text{ или } \sum_{r=1}^R w_{rx} - 1 = 0, \quad (x = 1, 2, \dots, X), \quad (13)$$

где $w_{rx} = M_{rx}/M_x$ — мольная доля компонента r в растворе x .

Наконец, для всех компонентов всех фаз должно выполняться очевидное условие неотрицательности концентраций (чисел молей). Формально его можно удовлетворить, заменив все M_α какой-нибудь функцией, положительной во всей области действительных значений аргумента. Для составляющих газовой фазы и конденсированных растворов в качестве такой функции целесообразно выбрать $M_\alpha = \exp x_\alpha$, $\alpha = (i, rx)$. Согласно моделям идеального газа и идеального раствора, концентрации компонентов этих фаз могут быть сколь угодно малыми величинами, но никогда не станут равными нулю. У каждой из рассматриваемых конденсированных фаз общая масса может принимать как положительное, так и строго нулевое значение в зависимости от того, допустимо или нет существование фазы в рассматриваемых условиях. Поэтому вместо экспоненциальной формы представления мольного состава рекомендуются функции $M_i = x_i^2$ и $M_x = z_x^2$.

В результате определение условий равновесия любой изолированной системы сводится к нахождению такой совокупности параметров состояния (в том числе концентраций компонентов всех фаз), которая приводит к максимуму энтропии при соблюдении всех упомянутых ограничений: (6), (10)–(13).

Энтропию сложной системы удобно представить в виде суммы энтропий составляющих ее фаз

$$S = S_{\text{газ}} + \sum_{x=1}^X S_{\text{раств}}^x + \sum_{l=1}^L S_l = \sum_{i=1}^h \left[S_i^0(T) - R_0 \ln \frac{R_0 T}{v} M_i \right] M_i + \sum_{x=1}^X \sum_{r=1}^R \left[S_{rx}^0(T) - R_0 \ln w_{rx} \right] M_{rx} + \sum_{l=1}^L S_l^0(T) \cdot M_l. \quad (14)$$

Здесь принято, что для каждого из компонентов газовой фазы справедливо уравнение состояния идеального газа, а при рассмотрении конденсированных растворов считается, что смешение происходит без изменения объема и энтропия вычисляется как для смеси разнотипных не взаимодействующих частиц [11].

Выпуклый характер функции (14) и ограничений позволяет использовать для определения параметров равновесия метод неопределенных множителей. С этой целью составляется функция Лагранжа и для нее находится абсолютный экстремум

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(p, T, M_i, M_l, M_x, M_{rx}, \lambda_j, \lambda_e, \lambda_u, \lambda_p, \lambda_x) = & \sum_{i=1}^h \left[S_i^0(T) - R_0 \ln \frac{R_0 T}{v} M_i \right] M_i + \\ & + \sum_{l=1}^L S_l^0(T) M_l + \sum_{x=1}^X \sum_{r=1}^R \left[S_{rx}^0(T) - R_0 \ln M_{rx} + R_0 \ln M_x \right] M_{rx} + \\ & + \left[\sum_{i=1}^h U_i(T) M_i + \sum_{l=1}^L U_l(T) M_l + \sum_{x=1}^X \sum_{r=1}^R U_{rx}(T) M_{rx} - U \right] \cdot \lambda_u + \\ & + \sum_{j=1}^k \left(\sum_{i=1}^h n_{ji} M_i + \sum_{l=1}^L n_{jl} M_l + \sum_{x=1}^X \sum_{r=1}^R n_{jrx} M_{rx} - [\partial \mathcal{L}]_j \right) \lambda_j + \sum_{i=1}^h n_{ei} M_i \lambda_e + \\ & + \left(pv - R_0 T \sum_{i=1}^h M_i \right) \lambda_p + \sum_{x=1}^X \left(\sum_{r=1}^R M_{rx} - M_x \right) \lambda_x. \quad (15) \end{aligned}$$

Приравнивание нулю частных производных по всем независимым переменным приводит к системе алгебраических уравнений, связывающих параметры равновесного состояния. Чтобы учесть неотрицательность чисел молей компонентов, перед дифференцированием выполня-

ется подстановка описанных выше функций. В результате получается расчетная система уравнений

$$S_i^0(T) - \frac{J_i(T)}{T} - R_0 x_i - R_0 \ln \frac{R_0 T}{v} + \sum_{j=1}^m n_{ji} \lambda_j + n_{ei} \lambda_e = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, k); \quad (16)$$

$$\left(S_l^0(T) - \frac{U_l(T)}{T} + \sum_{j=1}^m n_{jl} \lambda_j \right) x_l = 0, \quad (l = 1, 2, \dots, L); \quad (17)$$

$$S_{rx}^0(T) - \frac{U_{rx}(T)}{T} - R_0 w_{rx} + \sum_{j=1}^m n_{jrx} \lambda_j = 0, \quad ((r = 1, 2, \dots, R), x = 1, 2, \dots, X); \quad (18)$$

$$\left(\sum_{r=1}^R \exp w_{rx} - 1 \right) z_x = 0, \quad (x = 1, 2, \dots, X); \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^k n_{ji} \exp x_i + \sum_{l=1}^L n_{jl} x_l^2 + \sum_{x=1}^X \sum_{r=1}^R n_{jrx} z_x^2 \exp w_{rx} - [\partial \mathcal{L}]_j = 0, \quad (j = 1, 2, \dots, m); \quad (20)$$

$$\sum_{i=1}^h n_{ei} \exp x_i = 0; \quad (21)$$

$$pv - R_0 T \sum_{i=1}^h \exp x_i = 0; \quad (22)$$

$$\sum_{i=1}^h U_i(T) \exp x_i + \sum_{l=1}^L U_l(T) x_l^2 + \sum_{x=1}^X \sum_{r=1}^R U_{rx}(T) z_x^2 \exp w_{rx} - U = 0; \quad (23)$$

$$\sum_{i=1}^h J_i(T) \exp x_i + \sum_{l=1}^L J_l(T) x_l^2 + \sum_{x=1}^X \sum_{r=1}^R J_{rx}(T) z_x^2 \exp w_{rx} - J = 0; \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^h \left(S_i^0(T) - R_0 x_i - R_0 \ln \frac{R_0 T}{v} \right) \exp x_i + \sum_{l=1}^L S_l^0(T) x_l^2 + \sum_{x=1}^X \sum_{r=1}^R \left(S_{rx}^0(T) - \right. \\ \left. - R_0 w_{rx} \right) z_x^2 \exp w_{rx} - S = 0. \quad (25) \end{aligned}$$

где $J_\alpha(T)$, J — полная энтальпия компонента α и всей системы; S — энтропия системы.

Уравнения (24) и (25) добавлены, чтобы определить значения J и S через остальные параметры равновесия.

Система уравнений содержит $(k + L + (R + 1)X + m + 5)$ уравнений и $(k + L + (R + 1)X + m + 7)$ неизвестных: k неизвестных чисел молей газообразных компонентов ($M_i = \exp x_i$); L неизвестных чисел молей чистых несмешивающихся конденсированных фаз ($M_l = x_l^2$); X неизвестных чисел молей в каждом из конденсированных растворов ($M_x = z_x^2$); $R \cdot X$ неизвестных концентраций компонентов в растворах ($M_{rx}/M_x = \exp w_{rx}$); m значений неопределенных множителей Лагранжа λ_j , а также λ_e, p, T, v, S, J и U .

Видно, что для замыкания системы уравнений (16)–(25) и, следовательно, однозначного определения всех характеристик равновесия необходимо задать значения двух параметров (предполагается, что масса химических элементов системы известна). Этими параметрами могут быть давление и температура или внутренняя энергия и удельный объем, или давление и энтропия, или давление и удельный объем. Выбор задаваемых характеристик обусловлен только удобством описания условий равновесия системы с окружающей средой. Практически он определяется либо моделью конкретного физического процесса, в ко-

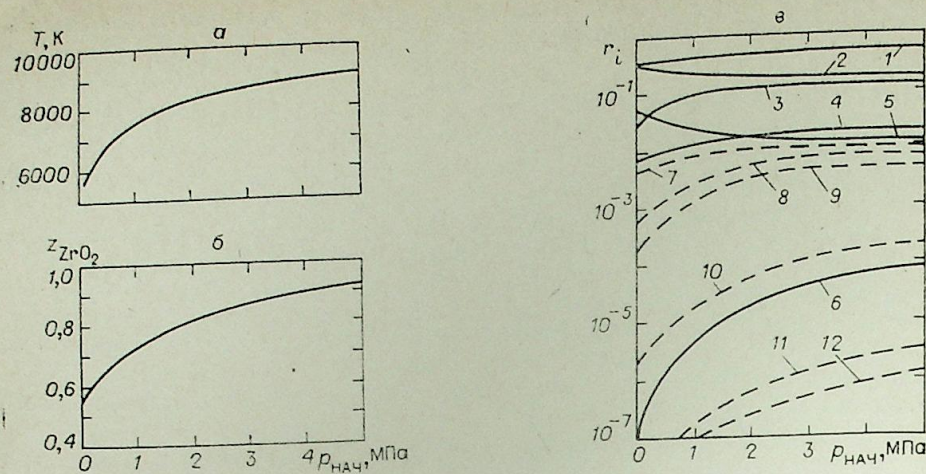


Рис. 1.

а — температура горения; б — массовая доля ZrO_2 ; в — объемные доли компонентов газовой фазы; 1 — 6 — O , ZrO , ZrO_2 , ZrO_2 , O_3 ; 7 — 12 — ZrO^+ и e^- , Zn^+ , O^- , O_2^- , O^+ , O_2^+ .

тором используется гипотеза о равновесии, либо возможностями экспериментального измерения характеристики состояния.

Полученный результат полностью согласуется с теоремой Дюгема, которая гласит: «Равновесное состояние закрытой системы, исходные массы которой известны, полностью определяется двумя независимыми переменными независимо от числа фаз в системе, числа компонентов и числа химических реакций» [12].

Для решения системы нелинейных уравнений использован метод Ньютона с корректировкой итерационных значений параметров. На его основе построен надежный алгоритм, обеспечивающий получение результата от произвольного начального приближения. В частности, оказалось возможным непосредственно в процессе решения рассчитывать термодинамическую возможность образования в равновесии чистых не смешивающихся конденсированных фаз и конденсированных растворов, не прибегая к перебору возможных состояний, чтобы удовлетворить правилу фаз. При рассмотрении равновесия в плазме допускается включение в число ожидаемых компонентов как положительно, так и отрицательно заряженных частиц с произвольной кратностью ионизации в любой области параметров состояния системы.

Детальное описание алгоритма приведено в работе [3]. В настоящее время он реализован в виде универсального программного комплекса АСТРАЗ для ЕС ЭВМ. Программа является результатом многолетней работы авторов и предназначена для широкого круга специалистов, в том числе имеющих дело с многокомпонентной плазмой. Для общения с программой разработан простой способ задания исходной информации. Набор термодинамических свойств индивидуальных веществ, достаточный для решения большинства задач химического и фазового равновесия, образует банк данных на магнитных дисках.

В качестве примера, иллюстрирующего возможность метода и программы при исследовании многокомпонентной плазмы, рассмотрена задача горения стехиометрической смеси циркония и кислорода в замкнутом объеме. Варьируемым параметром было начальное давление закачки кислорода $p_{нач}$. На рис. 1 показано изменение адиабатической температуры горения, массовой доли конденсированной фазы ZrO_2 и объемных концентраций компонентов газовой фазы. Результаты расчета показывают, что при повышенном давлении плазма может сосуществовать с конденсированными фазами вплоть до 10 000 К.

Непосредственное использование принципа максимума энтропии и отказ от рассмотрения химических реакций позволяют без особых

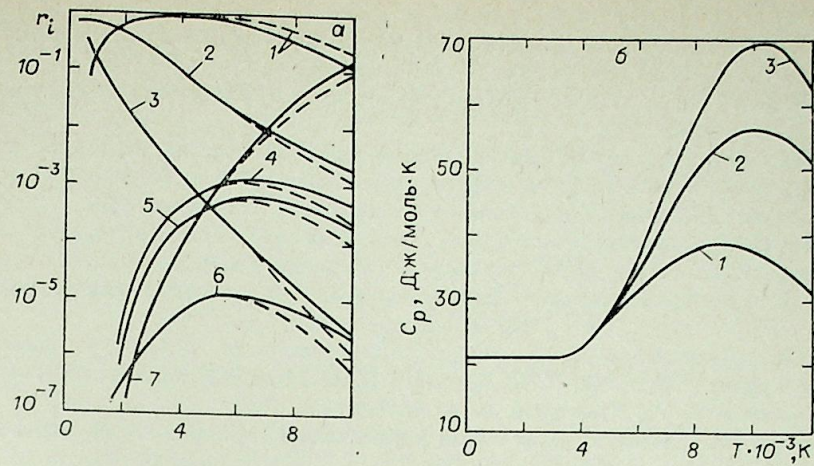


Рис. 2.

а — объемные доли компонентов Li плазмы при $p=10$ МПа; 1 — 7 — Li , Li_2 , Li_3 , Li_2^+ , Li^+ , Li_3^+ , Li^+ и e^- . — — — без учета электростатического взаимодействия; - - - с учетом сжатия потенциала ионизации; б — удельная теплоемкость атомарного лития; 1 — 10 МПа; 2 — 0,1 МПа; 3 — 0,001 МПа.

затруднений учитывать некоторые особенности поведения реальных термодинамических систем путем введения избыточных термодинамических функций.

Эффекты, вызванные кулоновским взаимодействием в низкотемпературной плазме, легко описываются с помощью поправок к термодинамическим свойствам атомов и ионов. На рис. 2, а приведен состав плазмы Li с учетом и без учета кулоновского взаимодействия частиц. Снижение потенциала ионизации зависит от концентраций заряженных частиц, которые в свою очередь определяются давлением в системе, поэтому приведенная на рис. 2, б удельная теплоемкость атомарного лития оказывается сильно зависящей от давления за счет ограничения статистических сумм на величину энергии экранирования.

Переход от модели идеальных конденсированных растворов к моделям строго регулярных или субрегулярных растворов также может быть осуществлен без внесения принципиальных изменений в существующий алгоритм. Для этого парциальные энтальпии смешения должны быть добавлены к энтальпиям образования соответствующих компонентов раствора, которыми могут быть как конденсированные вещества, так и растворенные в них газы.

Кроме того, метод и алгоритм позволяют оценивать роль таких эффектов, как поверхностное натяжение при образовании тонкодисперсных порошков, влияние собственного объема конденсированных фаз и т. д. Перечисленные модификации расчетной модели равновесия, так же как возможность учета частичной неидеальности за счет «замораживания» концентраций отдельных компонентов гетерогенных смесей, включены в общую программу для ЭВМ и широко использовались при исследовании многочисленных процессов в плазмохимии, плазменной технологии, энергетике и металлургии.

Московское высшее техническое училище им. Н. Э. Баумана

Поступила в редакцию 25/X 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания. Справочник в 10-ти т./Под ред. В. П. Глушко. М.: ВИНТИ АН СССР, 1971, т. 1.
2. Huff V. M., Gordon S., Morrell V. E. General method and thermodynamical tables for computing equilibria.— NASA TR-1037, 1950.
3. Сиярев Г. Б., Ватолин Н. А., Трусов Б. Г., Моисеев Г. К. Применение ЭВМ для термодинамических расчетов металлургических процессов. М.: Наука, 1982.

4. White W. B., Johnson S. M., Dantzig G. B. Chemical equilibrium in complex mixtures.— Journ. Chem. Phys., 1958, v. 28, N 5.
5. Cruise D. R. Notes on the rapid computation of complex equilibria.— Journ. Phys. Chem., 1964, v. 68, N 12.
6. Бугаевский А. А. Расчет равновесного состава химических систем по методу поочередного сдвига реакций.— Журн. физ. химии, 1977, т. 51, вып. 5.
7. Кричевский И. Р. Понятия и основы термодинамики. М.: Химия, 1970.
8. Гиббс Дж. В. Термодинамика. Статистическая механика. М.: Наука, 1982.
9. Спнярев Г. Б. Полные термодинамические функции и использование их при расчете равновесных состояний.— Изв. вузов. Трансп. и энергетич. машиностроение, 1966, № 2.
10. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Справочное издание в 4-х т./Гурвич Л. В., Вейц И. В., Медведев В. А. и др. Т. 1, кн. 1. М.: Наука, 1978.
11. Жуховицкий А. А., Шварцман Л. А. Физическая химия. М.: Металлургия, 1976.
12. Пригожин И., Дефэй Р. Химическая термодинамика. Новосибирск: Наука, 1966.

УДК 533.95 : 621.039.66

М. Ф. ЖУКОВ, Т. С. МЕЛЬНИКОВА, В. В. ПИКАЛОВ,
Н. Г. ПРЕОБРАЖЕНСКИЙ

ТОМОГРАФИЯ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЫ

Томография (слово *tomos* в переводе с греческого означает сечение, слой) — новая область науки, позволяющая определить некоторые из основных характеристик двумерного или трехмерного объекта в выделенной плоскости, если изучаемый объект имеет недоступные прямым наблюдениям области, о которых имеется лишь косвенная информация, например интегралы по пространственным переменным от искомым функций. Методы томографии в настоящее время интенсивно развиваются как в исследованиях газовых и плазменных объектов, так и в изучении живых организмов, при сейсмическом зондировании Земли, в биологии, космосе и т. д. [1].

Как видно из определения томографии, ее применение необходимо там, где нельзя пользоваться контактными, разрушающими объект, или изменяющими его свойства методами. В компетенцию томографии неизбежно попадают разделы медицинской диагностики, неразрушающего контроля промышленных изделий, дефектоскопии, интроскопии и т. п.

На рис. 1 показана схема измерений томографических характеристик объекта. Здесь s — некоторый источник внешнего излучения (например, рентгеновского) интенсивностью J_0 ; $J(p, \xi)$ — интенсивность излучения, регистрируемого детектором D . Распределение $J(p, \xi)$ регистрируется либо вдоль системы параллельных прямых линий, получающихся при параллельном перемещении s и D , либо вдоль системы веерных линий, возникающих при повороте источника s и трансляции D . В данной схеме возможно измерять либо интегральные коэффициенты поглощения

$$f(p, \xi) = \int \varphi(x, y) dl \quad (1)$$

(интегралы $f(p, \xi)$ называются проекциями), либо набег фазы в зондирующем излучении при отсутствии в среде поглощения. В первой задаче интегральное уравнение первого рода позволяет после своего решения найти поле локальных коэффициентов поглощения $k(x, y)$, а во второй — двумерное распределение показателя преломления $n(x, y)$. Если объект светящийся, то регистрируемая интегральная светимость связана с локальным коэффициентом эмиссии $\epsilon(x, y)$ также уравнением (1).

Задача восстановления функции двух или трех переменных по известным интегралам от нее вдоль системы в общем случае кривых траекторий является задачей интегральной геометрии. В нашей стране теоретический аппарат для таких задач развивается школами И. М. Гельфаанда в Москве и М. М. Лаврентьева в Новосибирске [2—4].

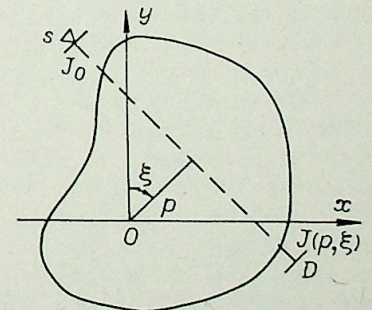


Рис. 1. Схема томографического исследования объекта.

Для случая интегрирования вдоль системы параллельных лучей общее решение задачи (1) было дано австрийским математиком Й. Радоном в 1917 г. При некоторых ограничениях на дифференцируемость функций $f(p, \xi)$ и $\varphi(x, y)$ в двумерном случае оно записывается [5]:

$$\varphi(x, y) = -\frac{1}{2\pi^2} \int_0^\pi d\xi \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial f(p, \xi)}{\partial p} \cdot \frac{dp}{p - p_0}, \quad (2)$$

где $p_0 = -x \sin \xi + y \cos \xi$.

Интегральные уравнения (1) и (2) носят названия прямого и обратного преобразования Радона. Прямая задача (1) есть решение дифференциального уравнения переноса излучения, которое при наличии источников и стоковых членов в общем случае записывается в виде

$$\frac{\partial J(x, y, \xi)}{\partial l} = \varepsilon(x, y) - k(x, y)J(x, y, \xi). \quad (3)$$

Обобщенное преобразование Радона с весом в этом общем случае имеет вид

$$J(p, \xi) = \int_{l_1}^{l_2} \varepsilon(x, y) \left[\exp \left\{ - \int_l^{l_2} k(x, y) dl \right\} \right] dl. \quad (4)$$

Аналитическое обращение уравнения (4) неизвестно. Задача реконструкции $k(x, y)$ при $\varepsilon(x, y) \equiv 0$, как и задача восстановления $\varepsilon(x, y)$ при $k(x, y) \equiv 0$, либо известном поле $k(x, y)$, сводится к определению коэффициентов дифференциального уравнения переноса (3) при заданном в некоторой области решении этого уравнения. Таким образом, задачи вычислительной томографии смыкаются с задачами математического анализа по определению коэффициентов, либо правых частей дифференциальных уравнений. Аппарат решения таких задач развивается в работах [3, 6, 7].

Задачи решения интегральных уравнений 1-го рода, к которым относится и уравнение (1), являются некорректно поставленными и для своего решения требуют методов регуляризации [8]. В [9—11] регуляризованные методы решения задач томографии развивались с учетом специфики задач исследования газовых и плазменных объектов. Одна из основных особенностей таких исследований — сложный доступ к исследуемому плазменному или газовому объекту и связанное с ним малое число углов наблюдения. Ниже излагаются некоторые методы томографии повышенной точности для малого числа направлений.

ТОМОГРАФИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЫ

Оптическая томография позволяет найти пространственное распределение для двух- или трехмерных неоднородностей основных «базовых» характеристик объекта. А именно, могут быть восстановлены поля коэффициентов эмиссии, абсорбции или рефракции. Привлекая далее физическую модель, связывающую эти характеристики с искомыми параметрами объекта, можно найти последние. Такими параметрами в медицинской томографии являются плотности тканей, скорости кровотока и т. п. В плазменных исследованиях это — концентрации компонентов плазмы, их температуры, внутренние микрополя и т. д.

Имеется ряд работ, в которых с помощью томографических методов измерялись параметры низкотемпературной плазмы. Однако во всех этих работах исследовалась либо стационарная, либо квазистационарная плазма. Для стационарной плазмы [12—14] различные угловые проекции были получены вращением спектрального прибора вокруг исследуемого объекта, для квазистационарной, а именно вращающейся, удалось зарегистрировать ее поперечные проекции с нескольких углов наблюдения, используя неподвижный прибор и зная закон вращения плазмы [15].

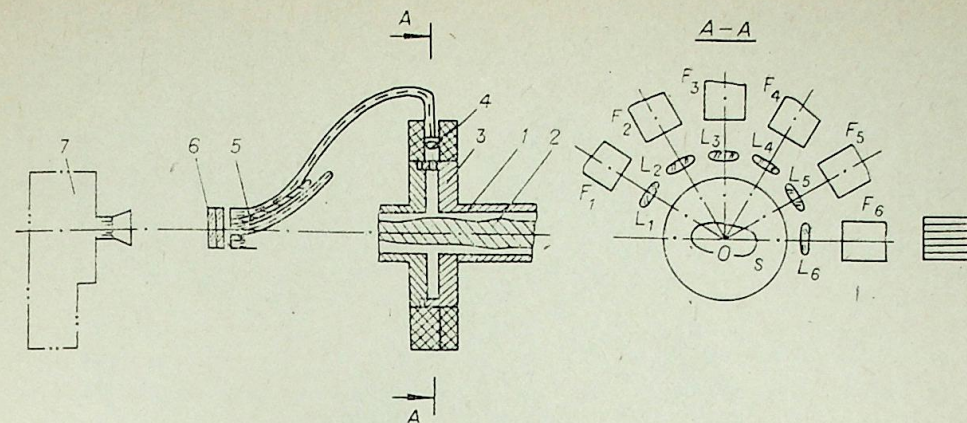


Рис. 2. Схема измерений с плазменным томографом.
1 — электродуговой канал; 2 — плазменный шнур; томограф; 3 — измерительная шайба; 4 — линзы; 5 — световоды; 6 — система светофильтров; 7 — кинокамера.

В работах [10, 11, 17, 18] впервые опубликованы результаты томографического исследования нестационарной низкотемпературной плазмы. Для получения поперечных проекций в этих работах использовался 6-ракурсный эмиссионный томограф (рис. 2), в котором передача поперечных проекций с шести направлений на один экран осуществлялась системой световодов. Изображения с экрана регистрировались скоростной кинокамерой СКС-1М с временем экспозиции 50 мкс и интервалом между кадрами 250 мкс. Узкий спектральный интервал ($\Delta\lambda = 5$ нм) в излучении континуума аргонной плазмы ($\lambda = 456$ нм) выделялся системой светофильтров. Полученные негативы фотометрировались. При переходе от почернений к абсолютным интенсивностям $J(p, \xi)$ проводилась градуировка пленки с помощью ленточной вольфрамовой лампы СИ-10-300. Величины $J(p, \xi)$ далее обрабатывались на ЭВМ с помощью проблемно ориентированного комплекса TOPAS [10, 18]. В этом комплексе исходные данные $J(p, \xi)$ обрабатывались одним из алгоритмов регуляризованной инверсии Радона с использованием сглаживающих сплайнов. Переход от рассчитанных коэффициентов эмиссии $\varepsilon(x, y)$ к температуре плазмы осуществляется с использованием модели ЛТР (локального термодинамического равновесия), которая выполняется в измеренном диапазоне температур. На рис. 3 приведен пример восстановленных полей температур $T(x, y)$, полученных в следующие друг за другом моменты времени при диаметре электродугового канала $D = 3$ см, давлении аргона в камере $p = 10^5$ Па, его расходе $G = 0,25$ г/с, токе дуги $I = 100$ А, индукции продольного магнитного поля $B = 0,001$ Т. В этом режиме дуговой шнур принимает форму движущегося винта. На рис. 3, а показаны полученные температурные поверхности, а на рис. 3, б — движение изотермы $T = 9200$ К за время 13,5 мс. Обнаружено неравномерное движение поля температур и изменение во времени сечения дугового шнура.

Увеличение индукции продольного магнитного поля приводит к появлению нескольких температурных максимумов. Такая структура неустойчива, и температурные распределения в этом случае быстро меняются во времени.

Исследование формы температурных полей показало, что развитие неустойчивости типа «изгиба», а также расщепление дугового шнура на два канала происходит в дуговой плазме и без наложения продольного магнитного поля [18]. На рис. 4 проиллюстрирован такой момент появления в температурном поле дуги двух максимумов. Приведенное температурное поле получено при токе дуги $I = 100$ А, $G = 0,034$ г/с, $B = 0$, в сечении дуги, отстоящем от катода на расстоянии 20 см.

Информация о температурном поле позволяет получить и некоторые другие параметры исследуемой плазмы. Например, в [18], используя

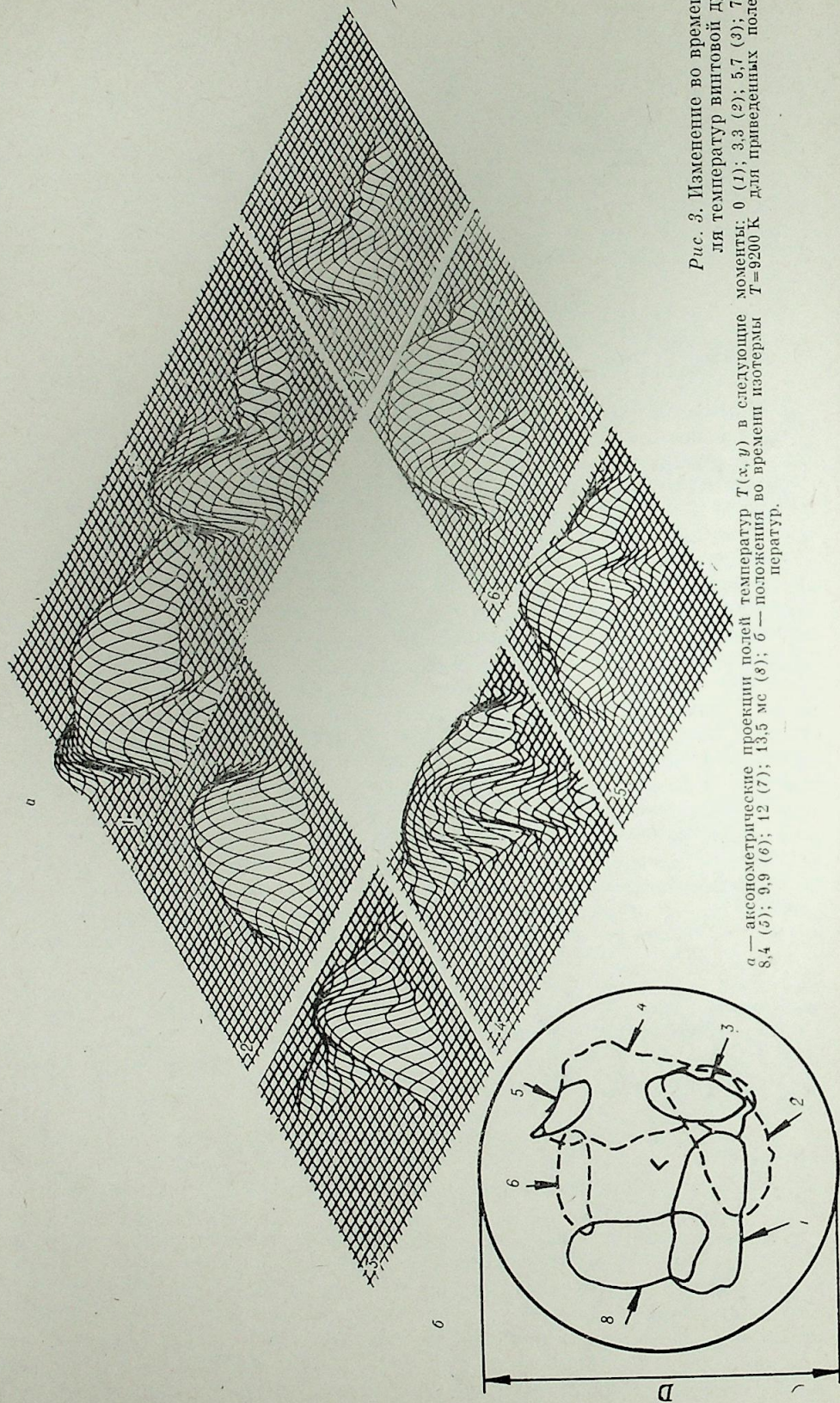


Рис. 3. Изменение во времени поля температуры вогнутой дуги.

для температуры вогнутой дуги. моменты: 0 (1); 3,3 (2); 5,7 (3); 7,5 (4); 8,4 (5); 9,9 (6); 12 (7); 13,5 мс (8); $T = 9200$ К для приведенных полей температур.

a — аксонометрические проекции полей температур $T(x, y)$ в следующие моменты: 0 (1); 3,3 мс (2); 5,7 мс (3); 7,5 мс (4); 8,4 мс (5); 9,9 мс (6); 12 мс (7); 13,5 мс (8); b — положение во времени изотермы $T = 9200$ К для приведенных полей температур.

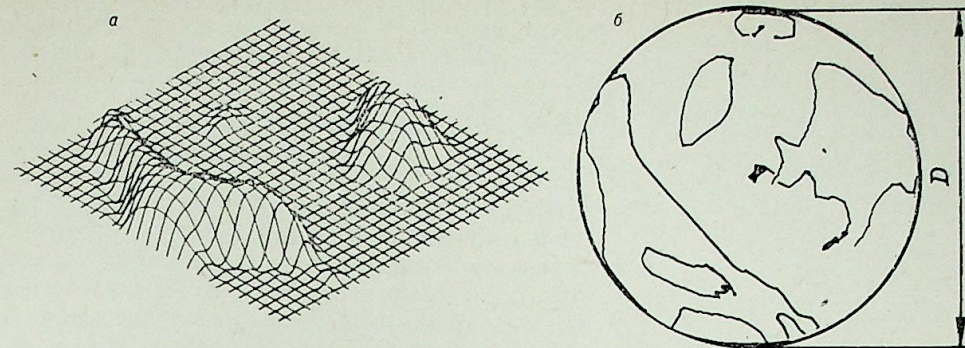


Рис. 4. Поле температур плазмы сложной конфигурации для электрической дуги, горящей в потоке аргона.

a — аксонометрическая проекция $T(x, y)$; b — изотермы.

измеренное температурное поле, закон Ома и зависимость $\sigma(T)$, известную из литературы, определяли некоторую эффективную напряженность электрического поля плазмы $\langle E \rangle$, усредненную по сечению канала,

$$\langle E \rangle = I \int_S \sigma [T(x, y)] dx dy \quad (5)$$

(I — ток через плазму; S — площадь сечения канала). Найдены величины $\langle E \rangle$ на разных расстояниях рассматриваемого сечения от катода при изменении расхода газа. Обнаружено наличие зон, где $\langle E \rangle$ практически не меняется во времени и областей значительных флуктуаций $\langle E \rangle$.

Описанные исследования впервые дали детальную пространственную информацию о поведении существенно нестационарного плазменного образования.

НЕКОТОРЫЕ АЛГОРИТМЫ ЭМИССИОННОЙ ПЛАЗМЕННОЙ ТОМОГРАФИИ

Один из основных вопросов томографической реконструкции связан с точностью полученного решения. Погрешность решения определяется как ошибками экспериментальных измерений (шумами детекторов, точностью калибровки измерительных трактов и т. п.), так и точностью использованных при расчете алгоритмов. Последняя существенно зависит от числа проекций K , числа отсчетов N на каждой проекции и от нюансов программной реализации того или иного алгоритма. Кроме того, важным оказывается и способ регуляризации исходной некорректно поставленной задачи по решению уравнения Радона, относящегося к интегральным уравнениям 1-го рода. Авторы использовали в своей работе алгоритм RICSS2 (Radon Inversion with Cubic Spline Smoothing) [10], сводящийся к двум этапам.

Первый этап состоит в получении «фильтрованных» проекций

$$\tilde{J}(p_0, \xi) = \int_0^{\infty} \left[\frac{\partial I(t, \xi)}{\partial t} \Big|_{t=p_0+p} - \frac{\partial J(t, \xi)}{\partial t} \Big|_{t=p_0-p} \right] \frac{dp}{p}. \quad (6)$$

Второй этап связан с операцией «обратного проектирования» полученных по (6) «фильтрованных» проекций $\tilde{J}(p, \xi)$

$$\varepsilon(x, y) = -\frac{1}{2\pi^2} \int_0^{\pi} \tilde{J}(p_0(\xi), \xi) d\xi, \quad (7)$$

где (x, y) — координаты точки, в которой вычисляется коэффициент эмиссии; ξ — угол, под которым зарегистрирована проекция $\tilde{J}(p, \xi)$.

Взятие интеграла (6) с обобщенной функцией $(1/p)$ содержит два типа регуляризации. Первый тип — обход особенности в нижнем пре-

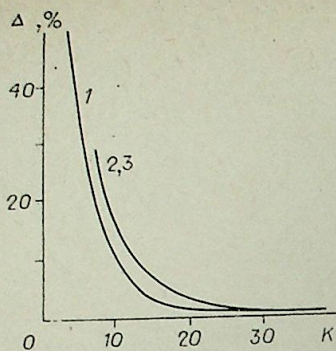


Рис. 5. Погрешность восстановления Δ модельной функции (11) от числа проекций K . Алгоритмы RICSS2 (1), ES1 (2), SL1 (3) [18].

деле интегрирования для получения главного значения интеграла и устранения сингулярности. Второй тип — регуляризация по Тихонову [8] при дифференцировании точно заданной функции $J(p, \xi)$ с использованием сглаживающих кубических сплайнов. Параметр сглаживания α выбирался по критерию невязки с использованием в алгоритме поиска α априорной информации о статистике шумов [10].

Для расчета по (7) применялась интерполяция таблично заданной функции $J(p, \xi)$ бикубическими сплайнами, либо билинейная интерполяция. Устойчивость полученного по формулам (6)–(7) решения можно грубо оценить, если допустить, что все измерения $J(p, \xi)$ равноточные с постоянной дисперсией σ_{ξ}^2 . В таком приближении в работе [18] выведены оценки дисперсий восстановленного решения σ_{ξ}^2 для ряда алгоритмов вычислительной томографии. Для алгоритма RICSS2 она имеет вид

$$\sigma_{\xi}^2 \approx \frac{5}{81\pi^2(M-1)} \left[\frac{8R^2}{(N-1)^2} \sigma_{J''}^2 + \delta_1^2 \sigma_{J'}^2 \right]. \quad (8)$$

Здесь M — число интервалов разбиения проинтегрированной функции $J(p, \xi)$ по углам ξ (в общем случае не совпадающее с числом угловых проекций K); N — число отсчетов на каждой проекции; R — радиус окружности, описывающей данный объект; $\sigma_{J'}^2$ — оценка дисперсии функции $\partial J / \partial p$; $\sigma_{J''}^2$ — оценка дисперсии $\frac{\partial^2 J}{\partial p^2}$. Параметр δ_1^2 есть ряд

$$\delta_1^2 = (N-1)^{-2} + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{(N-3)/2} i^{-2} + 16 \sum_{i=1}^{(N-1)/2} (2i-1)^{-2}. \quad (9)$$

Общая оценка погрешности томографической реконструкции полей $\varepsilon(x, y)$ складывается из систематической ошибки метода, связанной с конечностью числа проекций и отсчетов в них, из ошибок аппроксимации, а также из случайной ошибки (8), усиливающей исходные ошибки эксперимента $\sigma_{J'}^2$. Суммарную погрешность можно найти лишь в численных экспериментах, применяя точные пары аналитических функций, удовлетворяющих преобразованию Радона, для моделирования всей за-

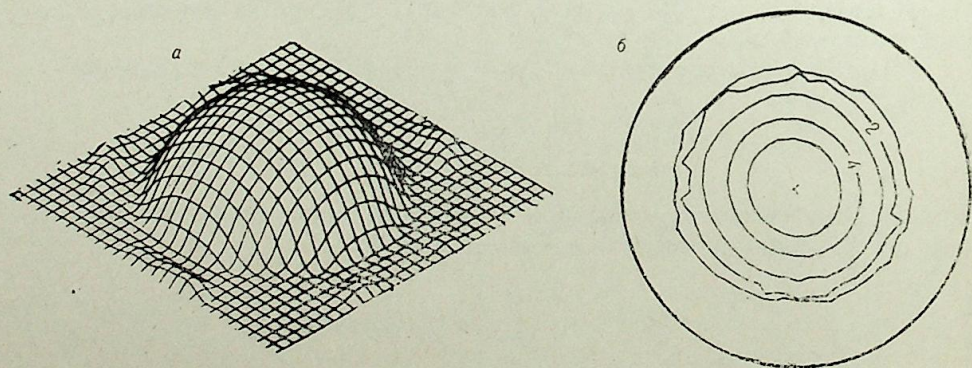


Рис. 6. Поле температур электродуговой плазмы, обладающей осевой симметрией (контрольный эксперимент по выявлению систематических ошибок метода эмиссионной томографии).

дачи обработки «экспериментальных» проекций. На рис. 5 приведена зависимость погрешности Δ восстановления модельной функции $\varepsilon(x, y)$ от числа проекций K . Δ определялась по норме

$$\Delta^2 = \sum_{i,j} [\varepsilon_c(x_i, y_j) - \varepsilon(x_i, y_j)]^2 / \sum_{i,j} \varepsilon^2(x_i, y_j), \quad (10)$$

где ε — точное; ε_c — восстановленное решение. В качестве модельного «фантома» была выбрана тестовая функция № 1 [18], состоящая из суммы трех различных гауссиан:

$$\varepsilon(x, y) = \sum_{i=1}^3 c_i \exp \left\{ -a_i^2 [(x-x_{0i}) \cos \varphi_i - (y-y_{0i}) \sin \varphi_i]^2 - b_i^2 [(x-x_{0i}) \sin \varphi_i + (y-y_{0i}) \cos \varphi_i]^2 \right\} \quad (11)$$

при следующих значениях параметров:

$$\begin{aligned} c_1 = 5; c_2 = 10; c_3 = 2,5; \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 0; \\ a_1 = 9,5; a_2 = 4,5; a_3 = 9,5; x_{01} = x_{02} = x_{03} = 0; \\ b_1 = b_2 = b_3 = 4,5; y_{01} = -0,5; y_{02} = 0; y_{03} = 0,5. \end{aligned} \quad (12)$$

Соответствующее выражение для проекций $J(p, \xi)$ имеет вид

$$\begin{aligned} J(p, \xi) = \sum_{i=1}^3 \frac{c_i \sqrt{\pi}}{\sqrt{a_i^2 \cos^2(\varphi_i + \xi) + b_i^2 \sin^2(\varphi_i + \xi)}} \times \\ \times \exp \left[-\frac{a_i^2 b_i^2 (p - y_{0i} \cos \xi + x_{0i} \sin \xi)^2}{a_i^2 \cos^2(\varphi_i + \xi) + b_i^2 \sin^2(\varphi_i + \xi)} \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Система отсчета для функции (11) помещалась в центр вращения детекторов и исследуемая область находилась в квадрате со стороной 2.

Для сравнения на рис. 5 приведены также зависимости Δ от K для некоторой модификации алгоритма ES — Ерохина — Шнейдерова [19] и широко распространенного алгоритма SL — Шеппа — Логана [20]. Видно, что для большого числа проекций качество этих алгоритмов сравнимо, однако для малого числа углов наблюдения ($K \approx 10$) алгоритм RICSS2 существенно точнее и имеет также повышенную помехоустойчивость по сравнению с алгоритмами ES и SL [18].

В заключение коснемся систематических ошибок эксперимента. К таковым могут относиться погрешности калибровки ветвей световодов, ошибки в привязке проекций и т. п. Для их оценки также естественно использовать какой-либо «фантом», но не математический, а физический. В качестве такого «фантома» удобно взять осесимметричный объект. В этом случае отклонения восстановленного изображения плазмы от осевой симметрии легко фиксируются и дают основания для соответствующих корректировок аппаратуры.

На рис. 6 приведено восстановленное контрольное изображение осесимметричной плазмы [10], из которого видна достаточная малость систематических ошибок в данной серии томографических исследований.

Институт теоретической
и прикладной механики СО АН СССР,
Институт теплофизики СО АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
25/XII 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. Николов В. В., Преображенский Н. Г. Вычислительная томография и физический эксперимент. — Усп. физ. наук, 1983, т. 143, вып. 3.
2. Гельфанд И. М., Граев М. И., Виленкин Н. Я. Интегральная геометрия и связанные с ней вопросы теории представлений. М.: Физматгиз, 1962.
3. Лаврентьев М. М., Ромапов В. Г., Шишатовский С. П. Некорректные задачи математической физики и анализа. М.: Наука, 1980.

4. Анпионов Ю. Е. Некоторые методы исследования многомерных обратных задач для дифференциальных уравнений. Новосибирск: Наука, 1978.
5. Хермен Г. Восстановление изображений по проекциям. Основы реконструктивной томографии. М.: Мир, 1983.
6. Лаврентьев М. М., Васильев В. Г., Романов В. Г. Многомерные обратные задачи для дифференциальных уравнений. Новосибирск: Наука, 1969.
7. Романов В. Г. Некоторые обратные задачи для уравнений гиперболического типа. Новосибирск: Наука, 1969.
8. Тихонов А. П., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач.— М.: Наука, 1974.
9. Преображенский Н. Г., Пикалов В. В. Неустойчивые задачи диагностики плазмы. Новосибирск: Наука, 1982.
10. Мельникова Т. С., Пикалов В. В. Инверсия Радона в эмиссионной томографии нестационарной плазмы. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1982.
11. Melnikova T. S., Picalov V. V. Temperature field measurements of electric plasma in longitudinal magnetic field.— Beitr. Plasma Physik, 1982, Bd 22, H. 2.
12. Olsen H. N., Maldonado C. D., Duckworth G. D. A numerical method for obtaining internal emission coefficients from externally measured spectral intensities of asymmetrical plasma.— JQSRT, 1968, v. 8.
13. Benenson D. M., Cenker A. A. Effects of velocity and current upon temperature distribution within cross-flow (blown) electric arcs.— Trans. ASME, Ser. C. J. Heat Transfer, 1970, v. 92, N 2.
14. Sebald N. Measurement of the temperature and flow field of the magnetically stabilized cross-flow N₂ arc.— Appl. Phys., 1980, v. 21, N 3.
15. Plessl A. The flow mechanism in a bent, rotating arc.— Appl. Phys., 1980, v. 21, N 4.
16. Tiller W. Investigations on the radially free full circle arc.— Appl. Phys., 1981, v. 25, N 3.
17. Мельникова Т. С., Пикалов В. В. Измерение локальных температур в турбулентной плазме.— В кн.: Метрологическое обеспечение измерений высоких температур и параметров плазмы. Харьков, 1979.
18. Мельникова Т. С., Пикалов В. В. Исследование параметров электрической дуги с помощью плазменного томографа. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1983.
19. Ерохин В. А., Шнейдеров В. С. Трехмерная реконструкция (машинная томография). Моделирование на ЭВМ. Л., 1981.
20. Shepp L. A., Logan B. F. Fourier reconstruction of a head section.— IEEE Trans. Nucl. Sci., 1974, v. NS — 21, N 3.

А. И. ЛЕОНТЬЕВ

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ ЗАКОНОВ ТРЕНИЯ
И ТЕПЛООБМЕНА НА ТУРБУЛЕНТНЫЕ ТЕЧЕНИЯ
ГАЗОЖИДКОСТНЫХ ПОТОКОВ

Несмотря на исключительную сложность гидродинамики газожидкостных потоков, в некоторых случаях вполне удовлетворительные результаты по трению и теплообмену дают гомогенные модели, в которых смесь рассматривается как некоторый квазиконтинуум. Наиболее подробную информацию о режимах течения газожидкостных потоков можно найти в монографиях [1, 2]. Впервые критерий устойчивости газожидкостных систем, характеризующий начало структурных изменений, и имеющий существенное значение для многих процессов взаимодействия газа и жидкости, был введен С. С. Кутателадзе [3]. В 1960 г. в работе [4] был получен предельный относительный закон трения при течении газа в трубе в условиях неизотермичности при $Re \rightarrow \infty$ в виде

$$\frac{c_f}{c_{f0}} = \left(\frac{2}{\sqrt{\psi} + 1} \right)^2, \quad (1)$$

где $\psi = \frac{T_{ст}}{T_0}$ — температурный фактор. Дальнейшее развитие идей предельного перехода к $Re \rightarrow \infty$ привело к созданию асимптотической теории пристенной турбулентности [5, 6]. Интересно отметить, что некоторые выводы асимптотической теории пристенной турбулентности удалось распространить и на течения двухфазных потоков. Например, предельное значение критического параметра вдува $b_{кр} = 4,0$ было использовано при выводе формулы для критической тепловой нагрузки при вынужденном течении недогретой жидкости [5].

$$q_{кр} = 2c_{f0}\varphi_* (1 - \varphi_*) \cdot r \sqrt{\rho' \rho''} w'_0. \quad (2)$$

Используя формулу С. С. Кутателадзе для критической тепловой нагрузки, основанную на критерии устойчивости газожидкостных систем, можно записать простейшую интерполяционную формулу

$$\tilde{q}_{кр} = k_0 + k_{00} \cdot Fr_*^{-1}, \quad (3)$$

где

$$Fr_* = w'_0 \sqrt[4]{\frac{(\rho')^2}{g\sigma(\rho' - \rho'')}}}, \quad k_0 = 0,32c_{f0}, \quad k_{00} = 0,13.$$

Формула (3) находится в удовлетворительном соответствии с опытными данными. Из асимптотической теории пристенной турбулентности следует вывод о существенном влиянии на законы трения и теплообмена переменной плотности по сечению турбулентного пограничного слоя. В работе [6] показана возможность распространения формулы (1) на течение жидкости в околокритической области. В этом случае относительный закон трения записывается в виде

$$\left(\frac{c_f}{c_{f0}} \right)_{Re_D} = \left(\frac{2}{\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_{ст}} + 1}} \right)^2. \quad (4)$$

В работах [7—10] сделана попытка распространения формулы (4) на течение газожидкостных потоков в области применимости гомогенной модели.

ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПРИ ТЕЧЕНИИ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СМЕСИ ПО ТРУБЕ

Как было показано ранее, при турбулентном течении газа, в отличие от ламинарного, существенное влияние на трение и теплообмен оказывает изменение плотности по сечению пограничного слоя. Из экспериментальных данных следует, что при стабилизированном течении газожидкостного потока в трубе со смачиваемой внутренней поверхностью газосодержание потока увеличивается от практически нулевого на стенке до максимального на оси трубы.

Рассмотрим турбулентное течение двухфазного потока как течение квазигомогенной среды с переменной плотностью. Предположим также, что с приемлемой точностью можно допустить подобие распределения скоростей и массовых концентраций газовой фазы [7, 8].

$$\frac{c'' - c_{ст}''}{c_0'' - c_{ст}''} = \omega, \quad (5)$$

где $c'' = \beta \cdot \frac{\rho''}{\rho}$ — концентрация газовой фазы.

Учитывая, что

$$c_{ст}'' = 0; \rho_{ст} = \rho' \text{ и } \rho = \rho''\beta + \rho'(1 - \beta),$$

получим

$$\tilde{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0} = [\psi_1 + (1 - \psi_1)\omega]^{-1}; \quad (6)$$

$$\Psi_\infty = \left[\frac{2}{1 + \left(1 - \beta + \beta \cdot \frac{\rho''}{\rho'}\right)^{0,5}} \right]^2 \quad (7)$$

или, переходя к средним параметрам по сечению трубы [11],

$$\Psi_\infty = \left[\frac{2}{1 + \left(1 - \bar{\beta} + \bar{\beta} \cdot \frac{\rho''}{\rho'}\right)^{0,6}} \right]^2. \quad (8)$$

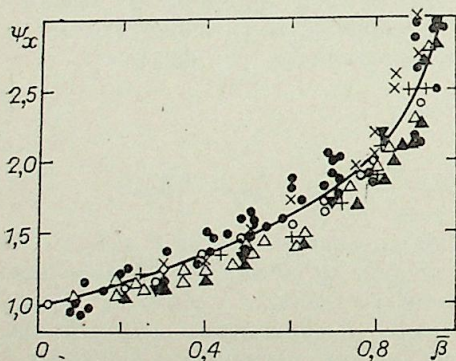


Рис. 1. Сопоставление формулы (8) с опытными данными [8].

△ ○ × ● — течение воздуховодяной смеси; + — течение смеси воздуха и водноглициринового раствора; ▲ — течение пароводяной смеси; ▼ — расчет по формуле (8).

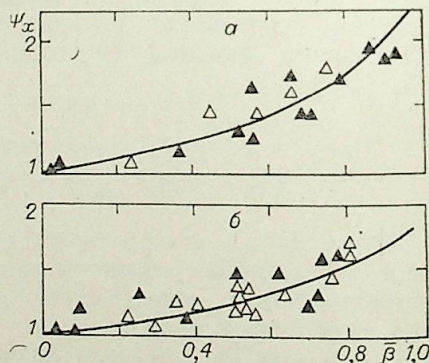


Рис. 2. Сопоставление формулы (8) (сплошная линия) с опытами при повышенных давлениях [15].

a — $p=10,5$ МПа, б — $p=17,5$ МПа; ▲ — течение пароводяной смеси в горизонтальной трубе $\varnothing 8$ мм; △ — течение пароводяной смеси в наклонной трубе $\varnothing 48$ мм.

На рис. 1, 2 приводится сопоставление опытных данных о течении пароводяных и воздуховодяных смесей по горизонтальным и наклонным трубам в диапазоне изменения давления от 0,1 до 17,5 МПа [7, 8].

Использовались данные при пузырьковой и пробковой структурах течения при числах Фруда >4 . Истинное объемное газосодержание подсчитывалось по рекомендациям, приведенным в работах [12, 13].

ТРЕНИЕ И ТЕПЛОБМЕН В ЗАКРИСНОЙ ОБЛАСТИ

Как известно [1, 10, 14, 15], при больших паросодержаниях потока в области кризиса второго рода, дисперсно-кольцевой режим течения переходит в дисперсный. В дисперсно-кольцевом режиме течения жидкая фаза распределялась между пленкой и каплями жидкости в потоке, и температура поверхности нагрева мало отличалась от температуры насыщения жидкости. В закризисной области, когда испаряется пленка жидкости, происходит увеличение температуры стенки, причем характер изменения температуры, как видно из рис. 3, зависит от многих факторов. Для определения температуры стенки в закризисной области рассмотрим схему течения, показанную на рис. 4. На участке BC поток становится существенно неравновесным. У стенки движется перегретый пар, в то время как в ядре потока находятся капли жидкости. Попадая в перегретый слой пара, капли испаряются и интенсифицируют теплообмен между стенкой и потоком смеси. Таким образом, с сечения I—I начинает развиваться тепловой пограничный слой перегретого пара, формирование которого определяется закономерностями развития пограничного слоя в начальном участке трубы. По аналогии с тепловым пограничным слоем можно рассматривать диффузионный пограничный слой, в котором концентрация капель изменяется от максимальной в ядре потока до нуля на стенке (или на каком-то расстоянии от нее). Согласно принятой модели, энтальпия смеси в ядре потока до смыкания пограничных слоев остается постоянной и равной i_{01} в кризисном сечении. Скорость потока на оси увеличивается из-за парастаения пограничного слоя и испарения капель. Увеличение толщины пограничного слоя приводит к снижению коэффициента теплоотдачи и росту температуры стенки. На участке BC температура стенки достигает максимальной величины $T_{ст}$, которая и определяет надежность парогенерирующего канала. После тепловых пограничных слоев происходит интенсивное испарение капель по всему сечению канала, что приводит к существенному увеличению скорости пара (из-за большой разницы в плотностях жидкости и пара), увеличению коэффициентов теплоотдачи и уменьшению температуры стенки на участке C—D. Дальнейшее увеличение температуры стенки связано с перегревом пара.

Допустим, что поток пароводяной смеси в закризисной области гомогенен, а распределение капель по толщине пограничного слоя определяется турбулентной диффузией подобно распределению скоростей и энтальпий. Влияние переменной плотности и стоков тепла за счет испарения капель на законы трения и теплообмена можно учесть предельными формулами [11].

С учетом принятых допущений имеем

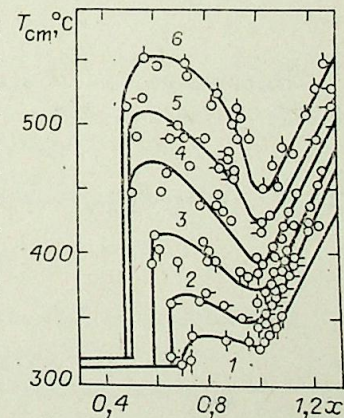


Рис. 3. Зависимость температуры стенки от паросодержания [17].

$q_{ст}=230$ (1); 350 (2); 460 (3); 600 (4); 700 (5); 875 (6) кВт/м².

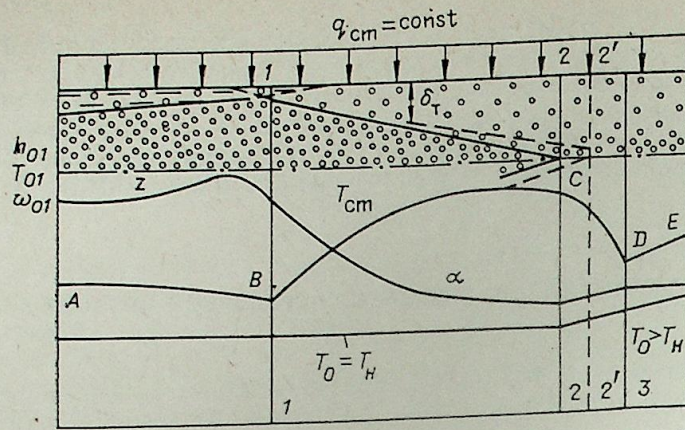


Рис. 4. Физическая модель процесса теплообмена в закризисной области.

$$\frac{i_{ст} - i}{i_{ст} - i_0} = \omega = \frac{1 - x}{1 - x_0}, \quad (9)$$

$$v = v_n x + (1 - x) v', \quad (10)$$

$$v_n = v'' + \frac{\partial v}{\partial i} (i_n - i''),$$

$$i = i_n x + (1 - x) i',$$

где x, x_0 — истинное массовое паросодержание в произвольной точке и на оси трубы; v, v_n, v', v'' — удельные объемы смеси, перегретого пара, жидкости, насыщенного пара; i, i_n, i', i'' — энтальпии смеси, перегретого пара, жидкости и насыщенного пара.

Из уравнений (10) следует

$$\tilde{v} = \frac{v_{ст}}{v_0} - \left(\frac{v_{ст}}{v_0} - 1 \right) \omega, \quad (11)$$

и предельный закон теплообмена

$$\Psi_s = \left(\frac{2}{\sqrt{\frac{v_{ст}}{v_0} + 1}} \right)^2 \quad (12)$$

Влияние внутренних стоков тепла производится с учетом формулы

$$\frac{\tilde{q}}{\tilde{q}_0} = 1 + \frac{\text{St}^{-1} \int_0^{\xi_T} q_v d\xi_T}{1 + 2\xi_T},$$

где

$$\tilde{q}_v = \frac{q_v \cdot \delta_T}{\rho_0 w_0 \Delta i_\Sigma}.$$

Выражение для объемного стока тепла за счет испарения капель можно записать в виде

$$q_v = 2\pi d_3 m (T_n - T') \lambda_n \left(1 + 0,275 \text{Re}_{d_3}^{0,5} \text{Pr}_0^{1/3} \right), \quad (13)$$

где m — объемная концентрация капель, определяемая формулой

$$\left(m \cdot \frac{\pi d_3^3}{6} \gamma' \right) / \gamma_{см} = 1 - x. \quad (14)$$

Принимая $\omega = \xi_T^n$, получим

$$q_v = \frac{12\lambda_n (1 - x_0) (T_{ст} - T_n) (1 - \xi_T^n) \xi_T^n (1 + 0,275 \text{Re}_{d_3}^{0,5} \text{Pr}_0^{1/3})}{d_3^2 \cdot \gamma' [v_{ст} - \xi_T^n (v_{ст} - v_0)]}. \quad (15)$$

После соответствующих преобразований имеем

$$\Psi_{sq} = \left\{ \frac{8}{3a} \left[\left(1 + \frac{a}{4} \right)^{3/2} - 1 \right] \right\}^2, \quad (16)$$

где

$$a = \frac{0,805 \cdot R_0 \lambda_n (1 - x_0) (T_{ст} - T_n)}{q_{ст} \cdot D_n^2 \rho'' v_{ст}}.$$

Здесь R_0 — радиус трубы; λ_n — теплопроводность пара; x_0 — критическое паросодержание; $T_{ст}, T_n$ — температуры стенки и насыщения; $q_{ст}$ — тепловая нагрузка; D_n — диаметр капель; ρ'' — плотность пара.

Выражение для относительного закона теплообмена, учитывающего влияние шероховатости, имеет вид

$$\Psi_{sm} = \left(\frac{c_{fм}}{c_{f0}} \right)_{\text{Re}_D}, \quad (17)$$

где $c_{fм}$ — коэффициент «чистого» трения шероховатой трубы; c_{f0} — коэффициент «чистого» трения гладкой трубы.

Относительный закон теплообмена в окончательном виде можно записать

$$\left(\frac{\text{St}}{\text{St}_0} \right)_{\text{Re}_T^{**}} = \Psi_{sv} \cdot \Psi_{sq} \cdot \Psi_{sm}, \quad (18)$$

где St — число Стентона в данных условиях; St_0 — число Стентона в стандартных условиях.

Установление зависимости $\text{St} = f(\text{Re}_T^{**})$ с учетом уравнения энергии и неразрывности позволяет теоретически рассчитать теплообмен по длине начального участка. Для случая $q_{ст} = \text{const}$ решение уравнения приводится в [11], применительно к рассматриваемым условиям имеет вид

$$\tilde{z} = 3,36 N^{-1} \left[d_1 N \text{Pr}_0^{0,5} \frac{\text{Pe}^{**0,25}}{\Psi_{sm}} - 0,0286 \text{Pe}_{D_1} - 0,149 \text{Pe}^{**} + \sqrt{\left(\frac{d_1 N \text{Pr}_0^{0,5} \text{Pe}^{**0,25}}{\Psi_{sm}} - 0,0286 \text{Pe}_{D_1} - 0,149 \text{Pe}^{**} \right)^2 + \frac{0,595 (c_1 + d_1) \text{Pr}_0^{0,5} \text{Pe}^{**1,25}}{\Psi_{sm}} N} \right], \quad (19)$$

где

$$N = \frac{q_{ст} D \cdot c_p}{i_0 \lambda}.$$

Зная значение Re^{**} , находим \tilde{z} , и из уравнения [11] определяем ψ .

В данном случае

$$d_1 = \frac{i_0 \frac{\partial v}{\partial i}}{e + di_0}, \quad e = v' - (v'' - v') \frac{i'}{r}, \quad c_1 = \frac{v'' - i'' \frac{\partial v}{\partial i}}{e + di_0} + 1, \quad d = \frac{v'' - v'}{r}.$$

На рис. 5 приводятся результаты обобщения опытных данных различных исследователей по теплообмену в закризисной области по предлагаемой методике.

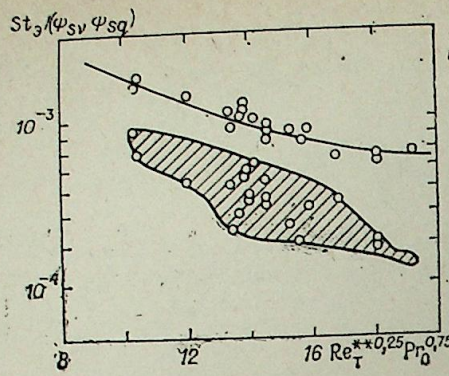


Рис. 5. Обобщение опытных данных по теплообмену в закризисной области. $St_0 = 0,014 / (Re_T^{**0.25} Pr_0^{0.75})$.

В заштрихованной области находятся экспериментальные данные St_0 в зависимости от параметра $Re_T^{**0.25} Pr_0^{0.75}$. Как видно из рисунка, отклонение от стандартной кривой $St_0 = 0,014 Pr^{-0.75} Re_T^{**0.25}$ в отдельных случаях достигает 200—300%. Введение параметров Ψ_{sv} и

Ψ_{sq} группирует те же данные вокруг теоретической кривой. Следует отметить, что вдоль теоретической кривой хорошо располагаются данные, полученные при малых объемных водосодержаниях потока. С увеличением водосодержания потока экспериментальные значения $St_0 / (\Psi_{sv} \Psi_{sq})$ начинают отклоняться от теоретических значений. Отклоняются также от расчетной кривой данные опытов, температура стенки в которых в закризисной области на всем протяжении начального участка или в значительной его части меньше температуры предельного перегрева жидкости. Это означает, что на начальном участке развивается двухфазный пограничный слой, в котором паросодержание неизвестно. Если рассчитать $i_{ст}$ по температуре стенки и давлению, то $i_{ст}$ получится заметно больше, чем истинное значение. Это естественно, приводит к существенному занижению $\frac{St_0}{\Psi_{sv} \Psi_{sq}}$ по сравнению с St_0 .

На рис. 6 в координатах $\frac{St_0}{\Psi_{sv} \Psi_{sq}}$ от $Re_T^{**0.25} Pr_0^{0.75}$ представлены результаты обработки данных, полученных на шероховатой поверхности. Как видно из рис. 6, интенсивность теплоотдачи на шероховатой поверхности заметно выше, чем на технически гладкой. С учетом Ψ_{sm} данные на шероховатой поверхности сближаются с теоретической кривой. Наблюдающееся отклонение опытных точек от расчетных не превышает 30—35%. Однако следует отметить, что в основном данные лежат выше теоретической кривой. Если параметр Ψ_{sm} рассчитывать по формуле $\Psi_{sm} = \left(\frac{c_{fш}}{c_{f0}}\right)^{0.7}$, то расчетные данные будут удовлетворительно группироваться вдоль теоретической кривой.

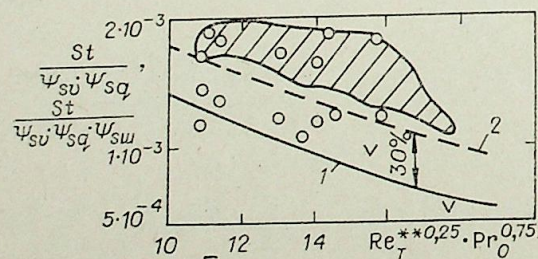


Рис. 6. Влияние шероховатости поверхности на теплообмен в закризисной области. Эксперимент: Заштрихованная область — без учета шероховатости; точки — с учетом шероховатости; 1 — $St_0 = 0,014 / (Re_T^{**0.25} Pr_0^{0.75})$; 2 — расчет с учетом шероховатости.

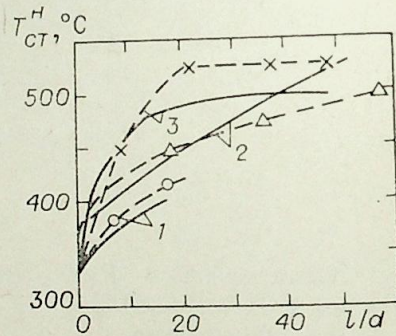


Рис. 7. Сопоставление расчетных и измеренных значений температуры стенки в закризисной области.

Точки — опытные данные [17]; Сплошные линии — расчет по формуле (19); 1 — \circ — $p=9,8$ МПа; $q_{ст} = 750$ кВт/м²; $\rho_0 w_0 = 1000$ кг/м²с; $x_{кр} = 0,78$; 2 — \triangle — $p=16,7$ МПа; $q_{ст} = 700$ кВт/м²; $\rho_0 w_0 = 1250$ кг/м²с; $x_{кр} = 0,45$; 3 — $*$ — $p=9,8$ МПа; $q_{ст} = 682$ кВт/м²; $\rho_0 w_0 = 100$ кг/м²с; $x_{кр} = 0,75$.

На рис. 7 приводится сопоставление экспериментальных и расчетных данных в традиционных координатах $T_{ст} = T(l/d)$. Как видно из рисунка, сходимость расчетных и экспериментальных данных удовлетворительная. Укажем также, что рассчитанные значения длины начального участка \tilde{z}_n несколько выше экспериментальных. Это связано с тем, что в расчете \tilde{z}_n не учитывался параметр Ψ_{sq} .

ОТЛОЖЕНИЕ СОЛЕЙ В ПАРОГЕНЕРИРУЮЩЕМ КАНАЛЕ [9]

Большой практический интерес представляет определение условий, при которых на поверхности парогенерирующего канала начинается отложение солей, что оказывает существенное влияние на коэффициент теплоотдачи и температуру стенки. В некоторых случаях теплонапряженных конструкций отложение солей толщиной в десятые и даже сотые доли миллиметра может привести к недопустимому увеличению температуры. Возникновение кипения и образование паровой фазы на поверхности нагрева сопровождается увеличением концентрации примесей в жидкой фазе существенно выше, чем в паровой. Концентрация примесей в жидкой фазе пристенного слоя зависит от интенсивности генерации пара и массообмена между ядром потока и пристенным слоем. На рис. 8 показана модель течения жидкости в парогенерирующем канале. На вход в канал поступает жидкость с концентрацией примеси (например соли) c_{01} . До тех пор, пока на обогреваемой стенке не начнется процесс парообразования, концентрация соли по сечению потока постоянна $c = c_{01}$. При парообразовании пузырьки отрываются от поверхности нагрева, сносятся потоком жидкости и образуют развивающийся диффузионный двухфазный пограничный слой. В некотором сечении происходит слияние пограничных слоев. До этого сечения концентрация изменяется только в пределах пограничного слоя, в ядре концентрация остается неизменной и равной c_{01} . В пограничном слое концентрация соли в жидкой фазе выше, чем на оси потока из-за существенно меньшей ее растворимости в паре. Концентрация соли в жидкости на стенке $c_{ст}$, на внешней границе пограничного слоя $c = c_{01}$. Таким образом, процесс парообразования является причиной концентрирования примесей в жидкой фазе у стенки, причем в стационарных условиях концентрация в жидкой фазе на стенке определяется процессами диффузии в пограничном слое.

После слияния диффузионных пограничных слоев величина локальной концентрации в жидкости на оси потока из-за наличия в ней пара будет возрастать

$$c'_0 = \frac{c_{01}}{1 - x_0}, \quad (20)$$

где \bar{x}_0 — истинное среднее паросодержание потока.

Количество соли, образующееся у стенки за счет парообразования, в предположении, что растворимостью в паре можно пренебречь, определяется выражением

$$j_c = c'_{ст} \cdot j_p. \quad (21)$$

С ростом энтальпии потока интенсивность парообразования повышается, что приводит к дальнейшему росту концентрации $c_{ст}$.

Введем безразмерный поток примеси $St_{дж}$ (диффузионное число Стентона)

$$St_{дж} = \frac{c'_{ст} \cdot j_p}{\rho_0 w_0 (c'_{ст} - c'_0)}, \quad (22)$$

и безразмерный поток тепла к жидкой фазе (тепловое число Стентона)

$$St_{тж} = \frac{q_{ст} - j_p \cdot r}{\rho_0 w_0 (i'_{ст} - i'_0)}. \quad (23)$$

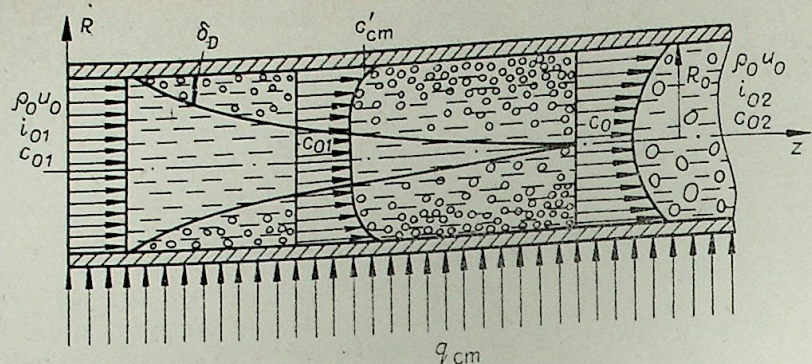


Рис. 8. Физическая модель отложения солей в парогенерирующем канале.

Для турбулентного течения примем аналогию между процессами переноса тепла и массы, т. е.

$$St_{дм} = St_{тж}. \quad (24)$$

Это соотношение принято на основе рассмотрения пузырькового режима течения двухфазного потока. Однако предполагается, что оно справедливо также для снарядного и дисперсно-кольцевого режимов течения.

Энтальпию жидкости на стенке $i'_{ст}$ определим как сумму энтальпии насыщения и теплоты перегрева. Энтальпию жидкости на оси i'_0 определяем через истинное среднее значение паросодержания в данном сечении

$$\frac{c'_{п} i'_{п}}{\rho_0 w_0 (c'_н - c'_0)} = \frac{(q_{ст} - j_{п} \cdot r)}{\rho_0 w_0 (i'_{ст} - i'_0)}, \quad (25)$$

$$\bar{c}'_0 = \bar{c}'_{01} (1 - \bar{x}_0)^{-1}, \quad (26)$$

$$i'_{ст} = i' + c'_p \Delta T_{ст}, \quad (27)$$

$$\Delta T_{ст} = \frac{q_{ст}}{\alpha}, \quad (28)$$

$$\alpha = \alpha(p, q_{ст}, \rho_0 w_0, \bar{x}_0 \dots), \quad (29)$$

$$i'_0 = \frac{\bar{i} - i'' \bar{x}_0}{1 - \bar{x}_0}. \quad (30)$$

Будем считать, что выпадение соли на стенке происходит тогда, когда концентрация в жидкой фазе на стенке достигает концентрации насыщения $c_{ст} = c_n$. При этом концентрация \bar{c}_{01} достигает предельного значения \bar{c}_{01}^* . Вводя

$$\bar{c}_{01}^* = \frac{\bar{c}_{01}^*}{c'_н}, \quad \bar{z} = \frac{(i'_{ст} - i'_0)}{r} \cdot \frac{\bar{j}}{1 - j}, \quad \bar{j} = \frac{j_{п}}{j_{п,кр}}$$

($j_{п,кр}$ — поток пара от стенки в кризисном сечении, причем $j_{п,кр} = \frac{q_{ст}}{r}$, так как в кризисном сечении $\Delta i'_{ст} \ll r$), получим

$$\bar{c}_{01}^* = (1 - \bar{x}_0)(1 - \bar{z}). \quad (31)$$

Как следует из уравнения (31), для определения предельной концентрации \bar{c}_{01}^* следует иметь информацию о $j_{п}$ и $j_{п,кр}$. В настоящее время имеются некоторые экспериментальные данные по $j_{п}$ в условиях естественной конвекции при малых давлениях. При вынужденном движении таких данных нет. Поэтому воспользоваться уравнением (31) для расчета \bar{c}_{01}^* не представляется возможным.

Вместе с тем, имеющиеся данные по c_{01} можно использовать для определения количества тепла, расходуемого на генерацию пара на стенке при вынужденном движении пароводяной смеси. Разрешая (31) относительно $j_{п}$, получаем

$$j_{п} = \frac{q_{ст} \left\{ 1 - \left[\frac{\bar{c}_{01}^*}{c'_н} (1 - \bar{x}_0) \right] \right\}}{(i'_{ст} - i'_0) + r \left\{ 1 - \left[\frac{\bar{c}_{01}^*}{c'_н} (1 - \bar{x}_0) \right] \right\}}. \quad (32)$$

Для обобщения имеющихся опытных данных по $j_{п}$ воспользуемся некоторыми результатами асимптотической теории турбулентного пограничного слоя. Предельный относительный закон теплообмена (массообмена) может быть записан в виде

$$\Psi_s = \left(\frac{St}{St_0} \right)_{Re_T^{**}} = \left[\int_0^1 \left(\bar{\rho} \cdot \frac{\bar{q}_0}{q} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial \xi_T} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \xi_T} \right)^{1/2} d\xi_T \right]^2. \quad (33)$$

В первом приближении течение жидкости в трубе при наличии паробразования представим как течение однофазной жидкости в трубе с пористыми стенками. Интенсивность отсоса жидкости принимаем равной $j_{п}$. Максимальное значение $j_{п,кр}$ в соответствии с принятой моделью будет определять режим с максимальным коэффициентом теплоотдачи к жидкости.

Для отсоса предельный относительный закон теплообмена имеет вид [11]

$$\sqrt{\Psi_s} = \int_0^1 \frac{d\theta}{\sqrt{1 + b_1 \theta}}, \quad (34)$$

$$\Psi_s = \frac{4}{(\sqrt{1 + b_1} + 1)^2}, \quad (35)$$

$$b_1 = \frac{4(1 - \sqrt{\Psi_s})}{\Psi_s}. \quad (36)$$

Найдем отношение текущего значения параметра пористости к критическому

$$\frac{b_1}{b_{1кр}} = \frac{j_{п}}{j_{п,кр}} \cdot \frac{\alpha_{кр}}{\alpha}. \quad (37)$$

Учитывая, что

$$b_1 = \frac{4 \left(1 - \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_0}} \right)}{\alpha/\alpha_0}, \quad (38)$$

$$b_{1кр} = \frac{4 \left(1 - \sqrt{\frac{\alpha_{кр}}{\alpha_0}} \right)}{\alpha_{кр}/\alpha_0}, \quad (39)$$

получим

$$\frac{j_{п}}{j_{п,кр}} = \frac{1 - \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_0}}}{1 - \sqrt{\frac{\alpha_{кр}}{\alpha_0}}}. \quad (40)$$

Прежде чем приступить к обработке результатов в таких координатах, отметим основные особенности теплообмена при течении пароводя-

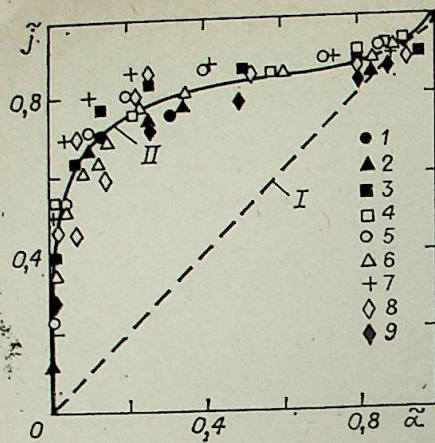


Рис. 9. Зависимость относительной интенсивности парообразования от безразмерного коэффициента теплоотдачи. I — расчет по формуле (40); II — кривая, обобщающая опытные данные [21].

Точки	МПа	кВт/м ²	кг/м ² с
1	0,118	500	1130
2	0,118	500	1430
3	9,8	580	1000
4	13,7	291	1000
5	13,7	580	1000
6	13,7	870	1000
7	13,7	640	2000
8	13,7	580	3500
9	16,7	580	1000

ного потока. Изучению закономерностей процесса теплоотдачи в паро-генерирующих каналах посвящено значительное число экспериментальных и теоретических исследований. Точки зрения большинства исследователей совпадают в вопросе влияния давления, тепловой нагрузки и массовой скорости потока на коэффициент теплоотдачи. Наибольшая неопределенность в изучении закономерностей теплоотдачи при кипении связана с влиянием паросодержания. Для существа настоящей работы важно выявить влияние этого параметра. Ряд исследователей считает, что паросодержание (по крайней мере, в области развитого кипения) не влияет на коэффициент теплоотдачи. В то же время известны экспериментальные данные, в которых отмечается, что коэффициент теплоотдачи с ростом энтальпии потока увеличивается [16]. От начала поверхностного кипения значение α сначала резко возрастает, затем до сечения $\bar{x}_0 = \bar{x}_{кр}$ темп роста α значительно слабее. В предкризисном сечении коэффициент теплоотдачи $\alpha_{кр}$ максимален.

Если принять $\alpha_0 = \alpha_{ппк}$ то, имея опытные данные по коэффициентам теплоотдачи и предельным значениям концентраций, можно проверить справедливость полученной формулы.

На рис. 9 показана зависимость $\tilde{j} = \tilde{j}(\alpha)$, где $\tilde{\alpha} = \frac{\sqrt{\alpha} - \sqrt{\alpha_{ппк}}}{\sqrt{\alpha_{кр}} - \sqrt{\alpha_{ппк}}}$.

Обрабатывались данные в широком диапазоне параметров: $p = (1; 18; 98-167) \cdot 10^5$ Па, $q_{ст} = 291-870$ кВт/м², массовая скорость $\rho_0 w_0 = 1000-3500$ кг/м²с. Паросодержание изменялось от паросодержания начала поверхностного кипения до критического значения. Значения α при больших давлениях брались по данным [16] с учетом поправки на давление $(p/167)^{0,43}$ и изменения границы начала поверхностного кипения. Температура потока рассчитывалась по формуле

$$T_0 = T_{ст} - \frac{q_{ст}}{\alpha}. \quad (41)$$

Величина $T_{ст}$ определялась по рекомендациям [17]. Полученные значения T_0 сопоставлялись с величинами, рассчитанными по [18]. Различие в T_0 , полученных по этим методам, не превышало 7%. Значение α для этого давления определялось с учетом данных [19]. Значения j_n определялись по формуле (32) для измеренных \tilde{c}_{01}^* .

Как видно из рис. 9, опытные данные не подтверждают формулу (40). По-видимому, это расхождение объясняется тем, что для установления взаимосвязи между процессами тепло- и массообмена использовался предельный закон асимптотической теории турбулентного пограничного слоя только для отсоса жидкости.

Однако опытные данные для различных определяющих параметров в выбранных координатах достаточно удовлетворительно обобщаются единой кривой II.

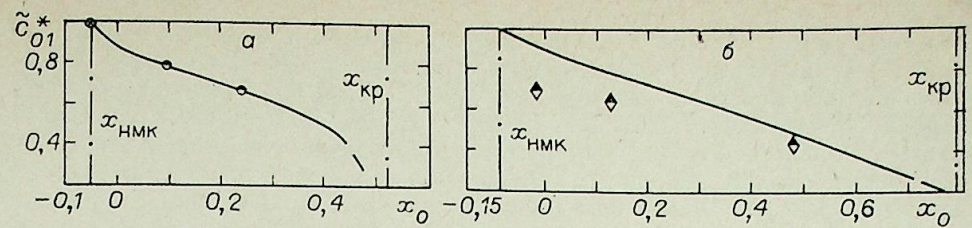


Рис. 10. Сравнение экспериментальных (точки) и расчетных данных (кривые) по предельным концентрациям соли [9].
а — $p = 1,86$ МПа; $q_{ст} = 350$ кВт/м²; $\rho_0 w_0 = 1620$ кг/м²с; б — $p = 6,9$ МПа; $q_{ст} = 250$ кВт/м²; $\rho_0 w_0 = 1000$ кг/м²с.

С помощью полученной зависимости, используя данные по теплообмену, т. е. зная $\tilde{\alpha}$, можно определить условия массообмена, и наоборот. Это может значительно сократить экспериментальные исследования и свести их к отдельным экспериментальным проверкам.

На рис. 9 приведены данные до $\tilde{j} = 0,9$. Это вызвано тем, что при больших значениях \tilde{j} незначительные изменения этого параметра (в пределах точности эксперимента) приводят к существенным изменениям параметра \tilde{z} (31).

Полученная зависимость позволяет предложить следующий метод расчета предельной концентрации примесей, исключая выпадение их на стенке. По заданным p , $\rho_0 w_0$, $q_{ст}$ и \bar{x}_0 определяются значения α и $\alpha_{кр}$. Величина $\alpha_{ппк}$ подсчитывается по формуле

$$\alpha_{ппк} = 0,023 \left(\frac{\lambda'}{D_0} \right) Re^{0,8} \cdot Pr^{0,43} \quad (42)$$

по параметрам на границе начала поверхностного кипения. Сечение начала поверхностного кипения определяется по известным данным [20].

Значения α определяются, согласно [21],

$$\alpha = \alpha^* \sqrt{1 + 7 \cdot 10^{-9} \left(\frac{w_0 \cdot \gamma' \cdot r \cdot 3600}{q_{ст}} \right)^{1,5} \left(0,7 \frac{\alpha_{об}}{\alpha^*} \right)^2}, \quad (43)$$

$$\alpha^* = \sqrt{\alpha_{ппк}^2 + (0,7 \alpha_{об})^2}, \quad (44)$$

$$\alpha_{об} = 3q_{ст}^{0,7} (p^{0,14} + 1,83 \cdot 10^{-4} \cdot p^2). \quad (45)$$

Величина $\alpha_{кр}$ рассчитывается также по формуле (43). Скорость смеси определяется при условии, что $\bar{x}_0 = \bar{x}_{кр}$. Величина $\bar{x}_{кр}$ рассчитывается по [21].

Зная значения $\alpha_{ппк}$, α , $\alpha_{кр}$ (следовательно $\tilde{\alpha}$), по зависимости на рис. 9 можно определить \tilde{j}_n . Имея $j_n/j_{ппк}$, по (31) находим значения величины \tilde{c}_{01}^* . Величина i_0^* находится по [18].

Для проверки предложенного метода расчета был поставлен специальный эксперимент [9]. На рис. 10 представлены результаты этих опытов в координатах $\tilde{c}_{01}^* = f(\bar{x}_0)$. Как видно из рисунка, экспериментальные точки вполне удовлетворительно группируются около теоретических кривых. При $p = 6,9$ МПа совпадение несколько хуже.

Таким образом, предложенный метод расчета апробирован в довольно широком диапазоне параметров. Недостатком метода является сложность расчета $\alpha_{кр}$. Это связано с тем, что формула (43) не точно отражает закономерность изменения α в зависимости от паросодержания. В условиях, для которых имеются надежные экспериментальные данные (включая и $\alpha_{кр}$), целесообразно использовать именно опытные результаты.

Формула (31) может быть использована для определения концентрации соли на входе в трубу и при произвольном распределении тепловой нагрузки по ее длине. Однако для выполнения этих расчетов не-

обходимо иметь данные о влиянии распределения тепловой нагрузки на локальные значения коэффициентов теплоотдачи. К сожалению, в настоящее время такой информации нет. Учитывая консервативность свойств пограничного слоя к изменению граничных условий, можно в первом приближении предположить, что коэффициент теплоотдачи определяется только локальными параметрами в данном сечении трубы. Тогда по формуле можно определить предельные концентрации на входе в канал при произвольном распределении тепловой нагрузки по длине трубы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кутателадзе С. С., Стырикович М. А. Гидродинамика газожидкостных систем. М.: Энергия, 1976.
2. Уоллис Г. Одномерные двухфазные течения. М.: Мир, 1972.
3. Кутателадзе С. С. Гидродинамическая модель кризиса теплообмена в кипящей жидкости при свободной конвекции. — ЖТФ, 1950, т. 20, № 11.
4. Кутателадзе С. С. Влияние температурного фактора на дозвуковое турбулентное течение газа. — ЖМНТФ, 1960, № 1.
5. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат, 1979.
6. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Турбулентный пограничный слой сжимаемого газа. Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1962.
7. Бобе Л. С., Малышев Д. Д. — ТВТ, 1973, т. XI, № 6.
8. Бобе Л. С., Самсонов П. М., Абрамов Г. Х., Астафьев В. Б. Расчет гидравлических сопротивлений нерасслоенных газожидкостных потоков на основе предельных законов трения. — ТВТ, 1978, № 4.
9. Полонский В. С., Зуйков А. С., Леонтьев А. И., Стырикович М. А. — ТВТ, 1979, т. XVII, № 1.
10. Стырикович М. А., Леонтьев А. И., Полонский В. С. — ТВТ, 1978, т. 16, № 3.
11. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М.: Энергия, 1972.
12. Мамаев В. А., Одишария Г. Э., Семенов Н. И., Точигин А. А. Гидродинамика газожидкостных смесей в трубах. М.: Недра, 1969.
13. Нормативный метод расчета паровых котлов. Т. 1, вып. 33. Л., 1973.
14. Дорошук В. Е. Кризисы теплообмена при кипении воды в трубах. М.: Энергия, 1977.
15. Стырикович М. А., Полонский В. С., Циклаури Г. В. Теплообмен и гидродинамика в двухфазных потоках на атомных электрических станциях. М.: Наука, 1982.
16. Тарасова Н. В., Арманд А. А., Коньков А. С. — В кн.: Теплообмен при высоких тепловых нагрузках. Госэнергоиздат, 1959.
17. Стырикович М. А., Мартынова О. И., Миропольский З. Л. Процессы генерации пара на электростанциях. М.: Энергия, 1969.
18. Миропольский З. Л. — ТВТ, 1971, 9, № 3.
19. Стерман Л. С., Стюшин Н. Г. Тр. ЦКТИ, кн. 21, вып. 5. Л., 1965.
20. Тарасова Н. В. и др. Тр. ЦКТИ, вып. 59. Л., 1965.
21. Стырикович М. А., Полонский В. С., Безруков Е. К. — ТВТ, 1971, т. 9, № 1.

Г. Б. СИНЯРЕВ, Б. Б. ПЕТРИКЕВИЧ

РАЗВИТИЕ И ПРИЛОЖЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО МЕТОДА РАСЧЕТА ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ КУТАТЕЛАДЗЕ — ЛЕОНТЬЕВА К РЕШЕНИЮ СОПРЯЖЕННЫХ ЗАДАЧ КОНВЕКТИВНО-КОНДУКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА

Конструкции современных энергетических установок включают в себя элементы, подвергающиеся при своей работе интенсивному тепловому воздействию. Высоконапряженные элементы конструкций, как правило, работают в условиях нестационарного прогрета их конвективными тепловыми потоками от протекающего вдоль поверхности конструкции рабочего тела. Величина плотности этих потоков зависит и от температуры поверхности нагреваемой конструкции. Широко используемые методы определения плотности конвективных тепловых потоков с использованием коэффициента теплоотдачи в указанных выше случаях могут привести к результатам малой достоверности, ибо зависимости коэффициента теплоотдачи от температуры нагреваемой поверхности, темпа ее изменения и величины плотности теплового потока не определяются с необходимой точностью.

Поэтому температурное состояние конструкции целесообразно определять путем решения сопряженной задачи нестационарного конвективно-кондуктивного теплообмена. Эта задача решается численно итерационным путем с выполнением на каждом итерационном шаге в данный момент времени условий сопряжения — равенства температур и плотности тепловых потоков на границе сопряжения внешней (конвективной) и внутренней (кондуктивной) задач [1]. Поэтому определение плотности конвективного потока в каждом сечении по пространственной координате поверхности в процессе нестационарного теплообмена должно выполняться многократно. Аналогично повторяется и расчет кондуктивного теплопереноса. Но если методы расчета кондуктивного переноса тепла требуют относительно малых затрат машинного времени, то известные методы и программы расчета конвективного теплообмена не обладают приемлемой экономичностью, что зачастую затрудняет их практическое применение. Известные интегральные методы, хотя и компактны, однако имеют ограниченные возможности. Методы, основанные на решении уравнений пограничного слоя в форме Прандтля, требуют введения экспериментальных соотношений, замыкающих систему уравнений. Однако до настоящего времени не удалось найти универсальных соотношений, к тому же время счета при реализации указанных методов недопустимо велико. Поэтому весьма перспективным в указанном случае является использование метода расчета конвективного теплообмена Кутателадзе — Леонтьева [2] и дальнейшее его развитие с целью учета совместного влияния различных возмущающих факторов: сжимаемости, неизотермичности, нестационарности, отрицательных градиентов давления, вдува в пограничный слой и наличия в нем конденсированной фазы.

В настоящей статье рассматривается сопряженная задача нестационарного конвективно-кондуктивного теплообмена между многослойной конструкцией и турбулентным потоком неизотермичного, сжимаемого газа с отрицательным градиентом давления. Внешняя задача решается

в квазистационарной постановке, что допустимо при относительно малых скоростях изменения температуры стенки [3]. Внутренняя задача решается в соответствии с модифицированным методом последовательных интервалов [4].

Система уравнений для решения сопряженной задачи записывается в виде

$$\frac{dRe^{**}}{dx} + \left[(1+H) \frac{1}{V_e} \frac{dV_e}{dx} + \frac{1}{R_1^\varphi} \frac{dR_1^\varphi}{dx} \right] Re^{**} = Re_L \frac{C_{f0}}{2} \Psi; \quad (1)$$

$$\frac{dRe_h^{**}}{dx} + \left[\frac{1}{\Delta h^*} \frac{d(\Delta h^*)}{dx} + \frac{1}{R_1^\varphi} \frac{dR_1^\varphi}{dx} \right] Re_h^{**} = Re_L \cdot St_0 \cdot \Psi_h; \quad (2)$$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{r^\varphi} \frac{\partial}{\partial r} r^\varphi \lambda_r \frac{\partial T}{\partial r}; \quad (3)$$

$$\begin{cases} \varphi = 0 - \text{плоская задача,} \\ \varphi = 1 - \text{осесимметричная задача.} \end{cases}$$

Краевые условия

$$r = R_1 - \lambda \left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=R_1} = q_h + \varepsilon_1 (q_{\text{пал}} - \sigma_0 T_{r=R_1}^4); \quad (4)$$

где $q_h = \rho_e \cdot V_e \cdot \Delta h^* \cdot St_0 \cdot \Psi_h$,

$$r = R_2 - \lambda \left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=R_2} = \alpha (T_{r=R_2} - T_{\text{сп}}) + \varepsilon_2 \sigma_0 T_{r=R_2}^4; \quad (5)$$

$$t = 0, \quad T = T_{\text{нав}}. \quad (6)$$

Граничное условие (4) является одновременно условием сопряжения. В качестве второго условия сопряжения принимается равенство температур на границе раздела поверхность конструкции — поток газа. Здесь

$$Re^{**} = \frac{V_e \cdot \delta^{**} \cdot \rho_e}{\mu_{\text{ст}}}; \quad Re_L = \frac{V_e \cdot L \cdot \rho_e}{\mu_{\text{ст}}}; \quad \bar{x} = \frac{x}{L};$$

$$Re_h^{**} = \frac{V_e \delta_h^{**} \cdot \rho_e}{\mu_{\text{ст}}}; \quad \Delta h^* = h_{\text{ст}} - h_e^*;$$

$$h^* = h + \gamma \frac{V^2}{2}; \quad h = \sum_i h_i \cdot c_i; \quad h_i = \int_{T_{f0}}^T c_{P_i} \cdot dT + \Delta H_{f0i}^0.$$

Для определения относительных законов трения Ψ и теплообмена Ψ_h , учитывающих совместное влияние неизотермичности, сжимаемости и отрицательного градиента давления, рассматривается двухслойная модель турбулентного пограничного слоя, состоящая из вязкого подслоя и турбулентного ядра. Для вязкого подслоя можно записать

$$\frac{d\tau}{dy} - \frac{dp}{dx} = 0. \quad (7)$$

Выражение для касательных напряжений и тепловых потоков в турбулентном ядре имеет вид

$$\tau = \rho l^2 \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} \right)^2, \quad (8)$$

где

$$l = \kappa \cdot y \cdot \sqrt{\tau_0}, \quad (9)$$

$$q = - \frac{\lambda_T}{c_p} \cdot \frac{\partial h^*}{\partial y}. \quad (10)$$

Критерий устойчивости вязкого подслоя

$$Re_1 = \left(\frac{y^2}{\nu} \cdot \frac{\partial V_x}{\partial y} \right)_{y=y_1}. \quad (11)$$

Для потенциального ядра справедливо

$$\rho_e V_e \frac{dV_e}{dx} + \frac{dp}{dx} = 0. \quad (12)$$

После преобразований из уравнений (7)–(12) получается система уравнений для определения относительных законов Ψ и Ψ_h

$$\omega_0 = \frac{Re^{**}}{\delta^{**}} \cdot \frac{C_{f0}}{2} \left(\Lambda_0 \int_0^{\xi} \frac{d\xi}{\mu} + \Psi \int_0^{\xi} \frac{1}{\mu} d\xi \right); \quad (13)$$

$$\omega_1 = \frac{Re^{**}}{\delta^{**}} \cdot \frac{C_{f0}}{2} \left(\Lambda_0 \int_0^{\xi_1} \frac{d\xi}{\mu} + \Psi \int_0^{\xi_1} \frac{1}{\mu} d\xi \right); \quad (14)$$

$$\omega_\tau = \omega_1 + \frac{1}{\kappa} \sqrt{\Psi \frac{C_{f0}}{2}} \int_{\xi_1}^{\xi} \sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{\tau}{\tau_0}} \cdot \frac{d\xi}{\xi}; \quad (15)$$

$$Re_1 = \left(\frac{Re^{**} \xi_1}{\delta^{**} \mu_1} \right)^2 \cdot \tilde{\rho}_1 \cdot \frac{C_{f0}}{2} (\lambda_0 \xi_1 + \Psi); \quad (16)$$

$$\Theta = \frac{\Psi}{\Psi_h} \int_0^{\xi} Pr \frac{\tilde{q}}{\tau} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial \xi} d\xi; \quad (17)$$

$$\Psi = \frac{2}{C_{f0}} \kappa^2 (1 - \omega_1)^2 \left(\int_{\xi_1}^1 \sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{\tau}{\tau_0}} \frac{d\xi}{\xi} \right)^2; \quad (18)$$

$$\Psi_h = \Psi \int_0^1 Pr \frac{\tilde{q}}{\tau} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial \xi} d\xi, \quad (19)$$

где в безразмерном виде представлены $\xi = y/\delta$ — поперечная координата; $\omega = V_x/V_e$ — продольная скорость; $\theta = (h^* - h_{\text{ст}})/(h_e^* - h_{\text{ст}})$ — энтальпия; $\rho = \rho/\rho_e$ — плотность; $\mu = \mu/\mu_{\text{ст}}$ — вязкость; $\tau = \tau/\tau_{\text{ст}}$ — касательные напряжения; $\tilde{q} = q/q_{\text{ст}}$ — плотность теплового потока.

Система уравнений (13)–(19) дополняется зависимостями

$$\delta^{**} = \int_0^1 \tilde{\rho} \omega (1 - \omega) d\xi, \quad C_{f0} = 2 (2,5 \ln Re^{**} + 3,8)^{-2};$$

$$1/\tilde{\rho} = \psi - \Delta\psi\theta - (\psi^* - 1)\omega^2, \quad St_0 = (2,5 \ln Re_h^{**} + 3,8)^{-2} Pr^{-0,75}.$$

Согласно [5],

$$\tilde{\tau}/\tau_0 = \exp[\Lambda_0 \xi (1 - \xi)/\Psi];$$

$$\tilde{q}/\tau = \exp[-\Lambda_0 \xi (1 - \xi)/\Psi].$$

Согласно [6],

$$Re_1 = 132 \left(\left(1 + 30 \Lambda_0 \frac{C_{f0}}{2} \tilde{\delta}^{**}/Re^{**} \right)^2 \right);$$

$$\tilde{\mu} = \left(\frac{1}{\tilde{\rho}\Psi} \right)^{1,5} \left(\frac{T_{\text{ст}} + 114}{T_e/\tilde{\rho} + 114} \right);$$

$$\psi = h_{\text{ст}}/h_e; \quad \psi^* = 1 + \gamma (k-1) M^2/2; \quad \Delta\psi = \psi - \psi^*; \quad (20)$$

$$M_e = V_e / \sqrt{(k-1) h_e};$$

$$\Lambda_0 = -\frac{2}{C_{f0}} \frac{\delta}{V_e} \frac{dV_e}{dx}$$

Система уравнений (13)–(19) с учетом (20) решается численно итерационным методом. Следует отметить, что при решении подобной задачи [2] для конфузурных течений итерационный процесс оказывался расходящимся.

При рассмотрении асимптотической модели турбулентного пограничного слоя при $Re^{**} \rightarrow \infty$, когда вязкий подслои вырождается и сводится к уравнению (13)–(19) существенно упрощается и сводится к уравнениям (15), (17)–(19). Уравнения турбулентного пограничного слоя (1), (2) решаются численно методом Рунге — Кутты.

Уравнение нестационарной теплопроводности (3) также решается численно методом конечных элементов с применением процедуры Бубнова — Галеркина [7]. Рассматриваемая двухмерная область G разбивается на конечные элементы треугольной формы. Незвестная функция T представляется в виде

$$\tilde{T} = \sum_{q=1}^N N_q T_q, \quad (21)$$

где N_q — функция формы; T_q — значение \tilde{T} в q -м узле; N — число узлов сетки. Подставляя (21) в (3), получим невязку

$$W = \frac{\partial}{\partial x} \lambda_x \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x} + \frac{1}{r^{\varphi}} \frac{\partial}{\partial r} r^{\varphi} \lambda_r \frac{\partial \tilde{T}}{\partial r} - \rho c \frac{\partial \tilde{T}}{\partial t}, \quad (22)$$

которая равна разности между точным и приближенным решением. Для устремления W к нулю требуется выполнение условия ортогональности

$$\int_G M_p W dG = 0, \quad (23)$$

где M_p — весовая функция.

Подставляя (22) в (23), интегрируя (23) по частям с применением теоремы Остроградского — Гаусса и подключая граничные условия, можно получить систему N уравнений для каждой узловой точки, матричная форма которой имеет вид

$$[p]\{T\} + [H]\{T\} + \{F\} = 0. \quad (24)$$

Коэффициенты матриц $[p]$, $[H]$, $\{F\}$ записываются в виде

$$p_{pq} = \int_G c \rho M_p N_q dG; \quad (25)$$

$$h_{pq} = \int_G \left[\lambda_x \frac{\partial N_q}{\partial x} \cdot \frac{\partial M_p}{\partial x} + \lambda_r \frac{\partial N_q}{\partial r} \cdot \frac{\partial M_p}{\partial r} \right] dG + \int_S M_p \alpha N_q dS;$$

$$f_p = - \int_S M_p (q_h + \varepsilon_1 q_{\text{пад}} - \alpha T_{\text{cp}}) dS.$$

Для вычисления интегралов в (25) задается линейная форма функций N_q и M_p .

Решение нелинейной системы (24) проводится итерационным путем с использованием устойчивой неявной разностной схемы. На границе раздела составных частей конструкции задаются граничные условия IV рода.

Совместная реализация уравнений (1)–(3) позволяет определить динамику плотностей тепловых потоков и температурных полей в многослойной конструкции. Соответствующие программы разработаны на языке ФОРТРАН-IV применительно к ЕС ЭВМ.

Самостоятельный научный интерес представляет исследование влияния различных возмущающих факторов на относительные законы трения Ψ и теплообмена Ψ_h . На рис. 1, 2 показано влияние сжимаемости

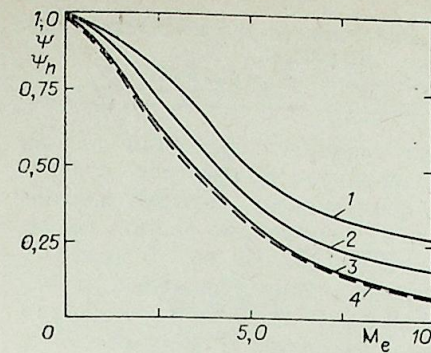


Рис. 1. Влияние сжимаемости на Ψ и Ψ_h .
1 — $Re^{**}=10^3$; 2 — $Re^{**}=10^7$; 3 — $Re^{**} \rightarrow \infty$;
4 — данные [2] (штриховая).

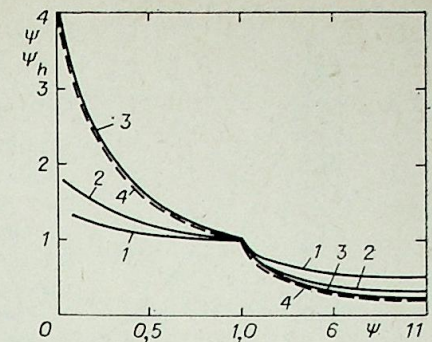


Рис. 2. Влияние неизотермичности на Ψ и Ψ_h .
1 — $Re^{**}=10^3$; 2 — $Re^{**}=10^7$; 3 — $Re^{**} \rightarrow \infty$;
4 — данные [2] (штриховая).

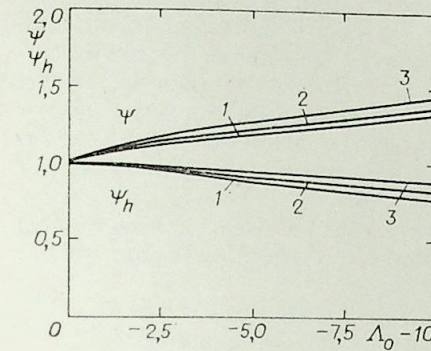


Рис. 3. Влияние градиента давления на Ψ и Ψ_h .
1 — $Re^{**}=10^3$; 2 — $Re^{**}=10^7$; 3 — $Re^{**} \rightarrow \infty$.

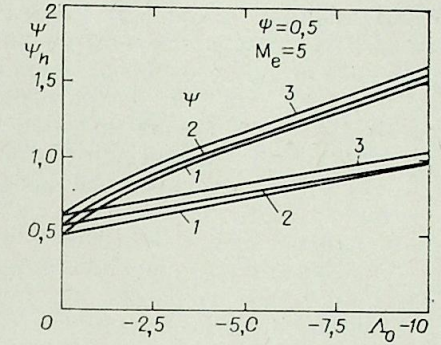


Рис. 4. Совместное влияние Ψ , Me , Λ_0 на Ψ и Ψ_h .
1 — $Re^{**}=10^3$; 2 — $Re^{**}=10^7$; 3 — $Re^{**} \rightarrow \infty$.

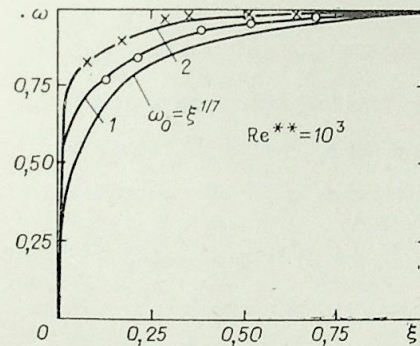


Рис. 5. Профиль скорости.
1 — $\Lambda_0 = -4,7$; 2 — $\Lambda_0 = -13$; 3 — 0; \circ , \times — данные [2].

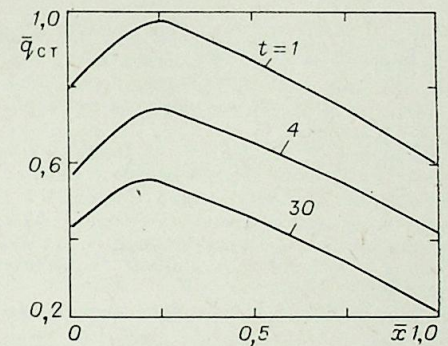


Рис. 6. Распределение плотности теплового потока.

и неизотермичности на Ψ и Ψ_h . Видно, что при $Re^{**} \rightarrow \infty$ результаты расчетов совпадают с предельными законами, полученными в работе [2]. При конечных числах Re^{**} наблюдается существенное отличие от предельных законов. На рис. 3 показано воздействие на теплообмен и трение отрицательного градиента давления. Необходимо отметить нарушение аналогии Рейнольдса и возможность оценки влияния на трение и теплоотдачу эффекта «ламинаризации». На рис. 4 приведены результаты расчета Ψ и Ψ_h при совместном учете сжимаемости, неизотермичности и отрицательного градиента давления. Из рисунков следует, что при наличии

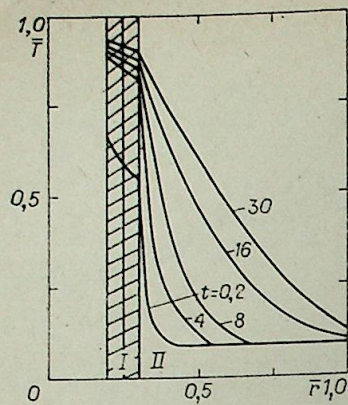


Рис. 7. Распределение температуры по толщине конструкции.
I — металл; II — композиционный материал.

отрицательного градиента давления нельзя считать возмущающее воздействие отдельных факторов аддитивными. Поэтому для определения Ψ и Ψ_0 необходимо решать систему уравнений (13)—(19). На рис. 5 приведены результаты сравнения расчетных и экспериментальных [2] профилей скоростей при конфузормом течении. Можно отметить, что система (13)—(19) позволяет достаточно полно учесть влияние градиента давления на профиль скорости (и соответственно, на коэффициент трения и теплоотдачи). Результаты решения сопряженной задачи нестационарного теплообмена между двухслойным (металл — композиционный материал) элементом конструкции и высокоэнтальпийным потоком газа приведены на рис. 6, 7. На рис. 6 показано изменение по времени и длине распределения безразмерной плотности теплового потока в стенку. На рис. 7 приведены результаты расчета распределения безразмерных температур по радиусу в характерном сечении двухслойного элемента конструкции для различных моментов времени. Можно отметить, что в процессе прогрева профиль температур в слое, выполненном из металла, быстро стремится к линейному, характерному для стационарного теплопереноса. Полученные результаты могут быть использованы для определения напряженно-деформированного состояния конструкции и моделирования ее работы на тепловых стендах.

В заключение выражаем благодарность А. И. Леонтьеву за интерес, проявляемый к работе, и ценные замечания при подготовке статьи.

Московское высшее
техническое училище им. Н. Э. Баумана

Поступила в редакцию
19/XII 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. Лыков А. В. Тепломассообмен. М.: Энергия, 1978.
2. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М.: Энергия, 1972.
3. Сидоров Э. А. Конвективный теплообмен при нестационарном режиме.— Изв. АН СССР, 1958, № 9.
4. Шумаков Н. В. Метод последовательных интервалов в теплотехнике нестационарных процессов. М.: Атомиздат, 1979.
5. Tetervin N. Approximate Calculation of Reynolds Analogy for Turbulent Boundary Layer with Pressure Gradient.— AIAA J., 1969, N 6.
6. Алексин В. А., Совершенский В. Д. Численный расчет турбулентного пограничного слоя с резким изменением граничных условий.— В кн.: Турбулентные течения. М.: Наука, 1977.
7. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979.

Н. А. РУБЦОВ, Н. Н. ПОНОМАРЕВ

ТЕПЛОБМЕН В ЛАМИНАРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ПОГЛОЩАЮЩЕЙ, ИЗЛУЧАЮЩЕЙ И РАССЕИВАЮЩЕЙ СРЕДЫ НА ПРОНИЦАЕМОЙ ПЛАСТИНЕ

В результате широкого использования для тепловой защиты тел таких процессов, как абляция, пористое охлаждение, выгорание твердой поверхности, значительно возрос интерес к проблемам комбинированного теплообмена в пограничных слоях на проникаемых поверхностях. Математическая формулировка подобного рода задач в общем случае оказывается довольно сложной из-за наличия в уравнении энергии слагаемого, описывающего радиационный теплообмен. Задачи комбинированного теплообмена при обтекании проникаемой поверхности потоком поглощающей и излучающей среды рассматривались в [1, 2]. В ряде случаев оптические свойства вдуваемой среды могут быть такими, что среда частично экранирует тело от радиационного теплового потока как за счет поглощения, так и за счет рассеяния излучения. Анализ радиационно-конвективного теплообмена при внешнем обтекании поверхности потоком поглощающей, излучающей и рассеивающей серой среды представлен в работах [3—8].

В работе [3] рассмотрен теплообмен в ламинарном пограничном слое на непроницаемой поверхности, при этом перенос излучения описан приближенно, с помощью двухпотоковой модели. Теплообмен при сверхзвуковом обтекании адиабатической пластины исследован в [4]. В [5] рассмотрено численное исследование теплообмена в пограничном слое в окрестности передней критической точки. Радиационная составляющая теплового потока в [4, 5] определялась точно методом разложения по сингулярным функциям Кейса. В [6] исследован теплообмен в оптически тонком пограничном слое вблизи передней кромки пластины. Решение задачи проведено приближенно, на основе двухслойной модели течения, предложенной Сессом. В радиационной части задачи используется DP_0 -приближение. В [7] решение подобной задачи было обобщено на случай проникаемой пластины. Решения для случая обтекания проникаемой пластины изотропно рассеивающей средой были получены в [8], где перенос излучения описан с помощью модифицированного метода средних потоков. В целом можно отметить, что комбинированный теплообмен в пограничном слое рассеивающей среды все еще остается недостаточно изученным, поэтому получение точных численных решений с учетом строгого описания радиационной части задачи приобретает особое значение.

В настоящей работе рассматривается радиационно-конвективный теплообмен в стационарном ламинарном пограничном слое, образующемся при течении излучающей, поглощающей и рассеивающей серой среды на проникаемой поверхности. Набегающий однородный поток имеет постоянные скорость u_∞ и температуру T_∞ . Предполагаем, что физические свойства вдуваемой среды идентичны свойствам внешнего потока, а оптические свойства среды не зависят от температуры. Переносом энергии излучения вдоль пластины пренебрегаем. Поверхность изотермической пластины предполагается абсолютно черной с температурой T_w . Влиянием вязкой диссипации пренебрегаем. Решение задачи сводится к рассмотрению известной системы уравнений пограничного слоя [8, 9]

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0; \quad (1)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \bar{\mu} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}; \quad (2)$$

$$\rho c_p u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho c_p v \frac{\partial T}{\partial y} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \alpha (J_0(y) - J_*(y)) \quad (3)$$

с граничными условиями

$$u = 0, v = v_w(x), T = T_w \quad \text{при } y = 0; \quad (4)$$

$$u \rightarrow u_\infty, T \rightarrow T_\infty \quad \text{при } y \rightarrow \infty. \quad (5)$$

Кроме граничных условий (4)–(5) необходимо задать распределение температуры при $x = 0$ (решение уравнения энергии в неизлучающей среде). Здесь x, y — продольная и поперечная координаты; $v_w(x)$ — поперечная скорость вдува; α — коэффициент поглощения объемного излучения; $J_0(y) = 4\sigma_0 T^4(y)$ — плотность потока объемного равновесного излучения в точке y ; $J_*(y)$ — локальная объемная плотность потока падающего излучения, определяемая выражением

$$J_*(y) = 2\pi \int_{-1}^{+1} I(y, \mu) d\mu.$$

Интенсивность излучения $I(y, \mu)$ определяется из решения уравнения переноса энергии излучения

$$\mu \frac{\partial I}{\partial y} = -kI + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^{+1} \gamma(\mu, \mu') I(y, \mu') d\mu' + \alpha J_0(y)/4\pi$$

с граничными условиями

$$I(0, \mu) = \sigma_0 T_w^4/\pi, \quad I(\delta_\tau, \mu) = \sigma_0 T_\infty^4/\pi,$$

где $k = \alpha + \beta$ и β — соответственно коэффициенты ослабления и рассеяния объемного излучения; $\gamma(\mu, \mu')$ — индикатриса однократного рассеяния; δ_τ — толщина теплового пограничного слоя, которая зависит от координаты x и заранее неизвестна. Индикатриса рассеяния $\gamma(\mu, \mu')$ симметрична относительно переменных μ и μ' и разлагается в равномерно сходящийся ряд

$$\gamma(\mu, \mu') = \sum_{l=0}^M a_l P_l(\mu) P_l(\mu'),$$

где P_l — полином Лежандра l -го порядка. Кроме того, функция $\gamma(\mu, \mu')$ нормирована таким образом, что

$$\frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \gamma(\mu, \mu') d\mu' = 1.$$

После определения температурного поля в пограничном слое можно найти плотность суммарного теплового потока на поверхности пластины из выражения

$$q_w = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} - \rho c_p v_w T_w + E \Big|_{y=0},$$

где E — плотность потока поверхностного результирующего излучения.

Сделаем в постановке задачи ряд предположений, не снижающих общности физических результатов. Изменения физических свойств среды подчиняются соотношениям

$$\bar{\rho}\bar{\mu} = \text{const}, \quad \rho\lambda = \text{const}, \quad c_p = \text{const},$$

позволяющим решать динамическую часть задачи независимо от тепловой. Выделим в динамической части задачи класс автомодельных течений, т. е. будем предполагать, что скорость вдува $v_w(x)$ пропорциональна $x^{-1/2}$. С помощью преобразований подобия система уравнений (1)–(2) сводится к обыкновенному нелинейному дифференциальному уравнению

$$f'''(\eta) + \frac{1}{2} f(\eta) f''(\eta) = 0 \quad (6)$$

с граничными условиями

$$f = -f_w = \text{const}, \quad f' = 0 \quad \text{при } \eta = 0; \quad (7)$$

$$f' \rightarrow 1 \quad \text{при } \eta \rightarrow \infty. \quad (8)$$

Здесь $f'(\eta)$ — безразмерная функция тока; $\eta = y \text{Re}_x^{1/2}/x$ — безразмерная переменная; $f(\eta) = u/u_\infty$ — безразмерный профиль продольной составляющей скорости; $f_w = 2(v_w/u_\infty) \text{Re}_x^{1/2}$ — параметр вдува; $\text{Re}_x = \rho u_\infty x / \bar{\mu}_\infty$ — число Рейнольдса. В данной работе рассматриваются течения в режиме слабых вдувов, т. е. для параметра вдува f_w выполняется условие $f_w < f_w^*$, где $f_w^* = 1,238$ есть предельное значение, начиная с которого наступает отщепление пограничного слоя от обтекаемой поверхности [10]. В практических расчетах тепломассообмена часто используют фактор проницаемости стенки $b_x = 2\tilde{f}_w/c_{f0x}$, где $\tilde{f}_w = \rho_w v_w / \rho_\infty v_\infty$, $c_{f0x} = 0,664 \text{Re}_x^{-1/2}$ — коэффициент трения при обтекании изотермическим потоком непроницаемой пластины [11]. В условиях нашей задачи между f_w и b_x имеем связь $f_w = 0,664 b_x$, т. е. критическое значение фактора проницаемости равно $b_x^{\text{кр}} = 1,864$. При значениях $b_x > b_x^{\text{кр}}$ система уравнений пограничного слоя (1)–(5) уже не отражает истинной картины переноса энергии и импульса в ламинарном потоке. Уравнение энергии (3), записанное в безразмерной форме, имеет вид

$$\xi f'(\eta) \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{1}{2} f(\eta) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} - \xi (1 - \omega) (\theta^4 - \Phi_*(h)) \quad (9)$$

с граничными условиями

$$\theta = \theta_0(\eta) \quad \text{при } \xi = 0; \quad (10)$$

$$\theta = \theta_w \quad \text{при } \eta = 0, \quad \theta \rightarrow \theta_\infty \quad \text{при } \eta \rightarrow \infty. \quad (11)$$

Здесь $\xi = h_x/V_0$; $h_x = k \cdot x$ — оптическая глубина слоя вдоль пластины. $B_0 = \rho c_p u_\infty / 4\sigma_0 T_\infty^3$ — число Больцмана; $\theta = T/T_\infty$; $\theta_0(\eta)$ — автомодельный профиль Польгаузена; $\theta_w = 0,1$ — температурный фактор; $\theta_\infty = 1$; $\Phi_*(h) = J_*(h)/4\sigma_0 T_\infty^4$ — безразмерная плотность потока объемного излучения; $h = (\text{Pr} \cdot N \cdot \xi)^{1/2} \eta$ — оптическая глубина пограничного слоя, где $N = \lambda \cdot k / 4\sigma_0 T_\infty^3$ — параметр радиационно-кондуктивного теплообмена. Оптическая толщина пограничного слоя определяется из выражения $h_0 = (\text{Pr} \cdot N \cdot \xi)^{1/2} \eta_\infty$, где η_∞ — значение внешней границы слоя.

В ряде случаев для оценки оптической толщины слоя удобно использовать параметр $\Gamma = h_x \text{Re}_x^{-1/2}$; при значениях $\Gamma \ll 1$ тепловой пограничный слой является оптически тонким, а при $\Gamma \gg 1$ — оптически толстым. Параметр Γ зависим и связан с оптическими параметрами ξ и N соотношением

$$\Gamma = (\text{Pr} \cdot N \cdot \xi)^{1/2}.$$

Для определения функции $\Phi_*(h)$ используется модифицированный метод средних потоков (СП-метод) [12]. Система уравнений СП-метода, будучи преобразованная к безразмерному виду, записывается

$$\frac{d}{dh} \left(\frac{\Phi_*^+(h)}{m^+(h)} + \frac{\Phi_*^-(h)}{m^-(h)} \right) + (1 - \omega) (\Phi_*^+(h) + \Phi_*^-(h)) = (1 - \omega) \theta^4; \quad (12)$$

$$\frac{d}{dh} (\delta^+(h) \Phi_*^+(h) + \delta^-(h) \Phi_*^-(h)) + (1 - \bar{\xi}\omega) \left(\frac{\Phi_*^+(h)}{m^+(h)} + \frac{\Phi_*^-(h)}{m^-(h)} \right) = 0. \quad (13)$$

Здесь Φ_*^+ и Φ_*^- — безразмерные полусферические плотности потока падающего излучения; m^\pm , δ^\pm — коэффициенты переноса; $\bar{\xi} = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \gamma(\xi) \xi d\xi$ — значение среднего косинуса угла рассеяния. Решение СП-системы (12)–(13) предполагает нелинейный итерационный процесс, обладающий высокой скоростью сходимости. Для повышения точности решения проводилось выделение нерассеянной части поля излучения. Используя найденные функции Φ_*^+ и Φ_*^- , легко определяем безразмерную объемную плотность потока падающего излучения $\Phi_*(h) = \Phi_*^+(h) + \Phi_*^-(h)$ и безразмерную плотность потока результирующего излучения

$$\Phi(h) = \Phi_*^+(h)/m^+(h) + \Phi_*^-(h)/m^-(h).$$

Учет анизотропии рассеяния проводится с привлечением двух видов индикатрис, имеющих разную степень вытянутости. Слабовытянутая индикатриса описывается соотношением

$$\gamma(\mu, \mu') = a_0 + a_1 P_1(\mu) P_1(\mu') + a_2 P_2(\mu) P_2(\mu'). \quad (14)$$

При наличии в среде относительно крупных частиц индикатриса рассеяния оказывается сильно вытянутой вперед. Для таких сред индикатриса рассеяния может аппроксимироваться параметрическими выражениями, содержащими δ -функцию, например, в форме [13]

$$\gamma(\mu, \mu') = 2\varphi \delta(\mu - \mu') + (1 - \varphi)(1 + 3\bar{\xi} \mu \cdot \mu'). \quad (15)$$

Параметры φ и $\bar{\xi}$ подбираются из соображений предельно корректного описания реальной индикатрисы соотношением (15). В работе [13] рекомендован следующий выбор указанных параметров: $\varphi = \bar{\xi}^2$, $\bar{\xi}' = \bar{\xi}/(1 + \bar{\xi})$.

Легко показать, что использование (15) в уравнении переноса энергии влечет за собой инвариантную форму записи как системы уравнений (12)–(13), так и уравнения энергии (9). При этом оптические параметры среды (ω , $\bar{\xi}$, N , ξ) заменяются на новые (ω' , $\bar{\xi}'$, N' , ξ') с помощью соотношений подобия

$$\omega' = (1 - \varphi)\omega/(1 - \omega\varphi), \quad \bar{\xi}' = \bar{\xi}/(1 - \bar{\xi}), \quad N' = (1 - \omega\varphi)N, \quad \xi' = (1 - \omega\varphi)\xi. \quad (16)$$

Два последних выражения эквивалентны соотношению

$$h' = (1 - \omega\varphi)h.$$

Безразмерное значение плотности суммарного теплового потока на поверхности пластины определяется с помощью соотношения

$$\theta_w = \frac{q_w}{\sigma_0 T_\infty^4} = -4(N/\text{Pr} \cdot \xi)^{1/2} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} + 2(N \cdot \text{Pr}/\xi)^{1/2} f_w \theta_w + \Phi(0), \quad (17)$$

где $\Phi(0) = E(0)/\sigma_0 T_\infty^4$ — безразмерная плотность результирующего потока излучения на поверхности пластины. Решение системы уравнений (6)–(13) ищется в конечной области $\xi \geq 0$, $0 \leq \eta \leq \eta_\infty$. Значение внешней границы теплового слоя выбирается из условий асимптотического перехода температурного распределения в слое к температуре внешнего потока. В рамках настоящего исследования было выбрано значение $\eta_\infty = 16$.

Общая схема решения задачи сводится к следующему. Вначале решается динамическая задача (6)–(8) и находятся распределения $f(\eta)$ и $f'(\eta)$, затем методом итераций проводится решение уравнения энергии (9) совместно с СП-системой (12)–(13) по схеме, предложенной в [14], и определяется распределение температуры $\theta(\xi, \eta)$.

Нелинейная краевая задача (6)–(8) переводится в квадратурные зависимости, после чего решается методом итераций [15]. При расчетах бы-

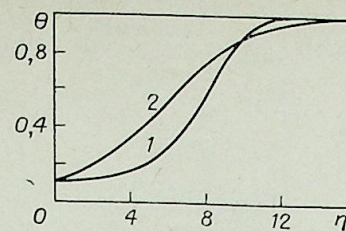


Рис. 1. Влияние излучения на профиль температуры в пограничном слое. Рассеяние изотропное. $f_w = 1, 2$; $\omega = 0, 5$; 1 — $\bar{\xi} = 0$; 2 — $\bar{\xi} = 1, 2$.

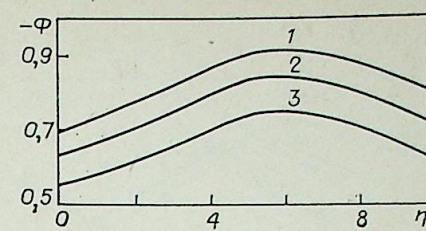


Рис. 2. Влияние анизотропии рассеяния на локальную безразмерную плотность потока результирующего излучения. $f_w = 1$; $\omega = 0, 5$; $\xi = 0, 04$ ($h_0 = 1$); 1 — $\bar{\xi} = 0, 95$; 2 — $\bar{\xi} = 0, 57$; 3 — $\bar{\xi} = 0$.

ла обнаружена быстрая сходимость итерационного процесса во всем диапазоне изменения параметра f_w , исключая предельные вдувы $f_w \rightarrow f_w^*$. При значениях f_w , близких к f_w^* , число итераций резко возрастает, поэтому в целях экономии машинного времени мы ограничились значением $f_w^* = 1, 2$. В этом случае толщина вязкого слоя, определяемая из условия $f'(\eta) = 0, 99$, составляет $\eta_* = 12$. Взаимодействие конвекции и излучения приводит к утолщению теплового пограничного слоя

$$\eta_\infty > \eta_*.$$

Уравнение энергии (9)–(11) решалось методом итераций в сочетании с методом конечных разностей. При построении разностной схемы использовались идеи работы [16]. Область течения в направлении ξ разбивалась на полоски переменной ширины $\Delta \xi_n$, где $n = 0, 1, 2, \dots$ — номер полоски. В пределах каждой полоски рассматривается среднее значение температуры $\theta^{n+1/2} = (\theta^{n+1} + \theta^n)/2$, а производная по ξ заменяется разностным выражением $\partial \theta / \partial \xi = 2(\theta^{n+1/2} - \theta^n) / \Delta \xi_n$. В результате такой замены уравнение энергии (9) с заданным распределением $\Phi_*(h)$ сводится в пределах каждой полоски к нелинейному дифференциальному уравнению

$$\xi^{n+1/2} f'(\eta) \frac{\theta^{n+1/2} - \theta^n}{\Delta \xi_n / 2} = \frac{1}{\text{Pr}} \cdot \frac{\partial^2 \theta^{n+1/2}}{\partial \eta^2} + \frac{1}{2} f(\eta) \frac{\partial \theta^{n+1/2}}{\partial \eta} - \xi^{n+1/2} (1 - \omega) ((\theta^{n+1/2})^4 - \Phi_*(h)),$$

разностный аналог которого решается итерационным методом Ньютона. В качестве начального приближения используется распределение температуры на предыдущей полоске. Искомые значения температуры в данной полоске восстанавливаются из соотношения $\theta^{n+1} = 2\theta^{n+1/2} - \theta^n$. Счет начинается с сечения ξ_1 , где за начальное приближение берется температурный профиль Польгаузена.

Постановка задачи характеризуется шестью определяющими параметрами: Pr , θ_w , N , ω , $\bar{\xi}$, f_w . В соответствии с целями исследования в качестве основных параметров были выбраны ω , $\bar{\xi}$, f_w . Ниже проводится анализ численных результатов для фиксированных значений $\text{Pr} = 1$, $\theta_w = 0, 1$ (набегающий поток горячий), $N = 0, 1$. Для проверки общей схемы счета был просчитан один из вариантов работы [16], где решалась задача теплообмена при ламинарном обтекании черной непроницаемой пластины потоком поглощающей и излучающей серой среды ($f_w = 0$, $\omega = 0$, $N = 0, 1$). Различие в температурных полях и радиационных потоках составило величины порядка 1%.

Рис. 1 иллюстрирует влияние взаимодействия конвекции и излучения на профиль температуры в пограничном слое при $\omega = 0, 5$, $\bar{\xi} = 0$ (изотропное рассеяние), $f_w = 1, 2$ (предельный вдув). С ростом ξ оптическая

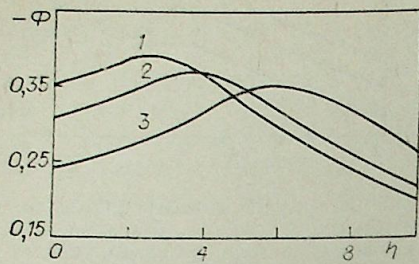


Рис. 3. Влияние вдува на локальную безразмерную плотность потока результирующего излучения. Рассеяние изотропное. $\omega = 0,9$; $\xi = 0,6$ ($h_0 = 4$); 1 — $f_w = 0$; 2 — $f_w = 0,5$; 3 — $f_w = 1$.

толщина слоя возрастает, при этом профиль температуры деформируется таким образом, что в пристенном слое среда прогревается (градиент температуры растет), а около верхней границы слоя охлаждается (градиент температуры падает). Кривая 1 ($\xi = 0$) соответствует обтеканию пластины неизлучающим потоком — автомоделный профиль Польгаузена. Из рис. 1 видно, что взаимодействие конвекции и излучения приводит к утолщению теплового пограничного слоя. Влияние анизотропии рассеяния на уровень локальных значений радиационного потока Φ при $\xi = 0,04$ ($h_0 = 1$), $\omega = 0,5$, $f_w = 1$ показано на рис. 2. Видно, что уже в области умеренных толщин слоя возрастание параметра ξ приводит к повышению радиационной составляющей теплового потока; например, в нашем случае при $\xi = 0,95$ $\Phi(0)$ увеличивается на 26% по сравнению с изотропным рассеянием. Такое обстоятельство связано с тем, что увеличение вытянутости вперед индикатрисы рассеяния приводит к фактическому уменьшению оптической толщины слоя (эффект просветления среды), а также к увеличению доли поглощения в ослаблении излучения. Для оптически толстых слоев анизотропия рассеяния может приводить к существенному увеличению радиационного потока. Из рис. 2 также следует, что наиболее эффективными с точки зрения экранировки внешнего потока излучения являются среды с изотропным рассеянием. Влияние вдува на уровень локальных значений радиационного потока при $\xi = 0,6$ ($h_0 = 4$), $\omega = 0,9$, $\xi = 0$ показано на рис. 3. С ростом параметра f_w наблюдается понижение уровня величины Φ в слое, так что максимум потока смещается в глубь пограничного слоя. Например, в заданных условиях при $f_w = 1$ радиационный поток на поверхности пластины снижается на 31% по сравнению с соответствующей величиной для случая непроницаемой пластины.

Влияние взаимодействия конвекции и излучения на радиационные потоки будем исследовать по поведению относительной величины $\Phi/\Phi^{(0)}$, где Φ и $\Phi^{(0)}$ — соответственно потоки на поверхности пластины с учетом и без учета влияния взаимодействия. На рис. 4 представлены результаты расчетов, демонстрирующих влияние анизотропии рассеяния на локальную величину $\Phi/\Phi^{(0)}$ при различном поглощении. Видно, что уже в области умеренных оптических толщин слоя анизотропия рассеяния заметно усиливает влияние взаимодействия на радиационный теплообмен, особенно при малых значениях альbedo однократного рассеяния ω . Расчеты показывают, что в случае сильного поглощения и анизотропного рассеяния неучет взаимодействия в оценке радиационного потока может привести к большим ошибкам, так, например, при $\Gamma = 0,109$ ($h_0 \sim 2$), $\xi = 0,57$, $\omega = 0,1$ радиационный поток снижается за счет взаимодействия

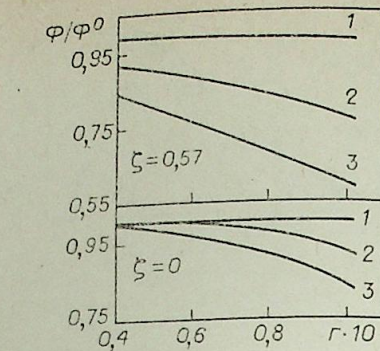
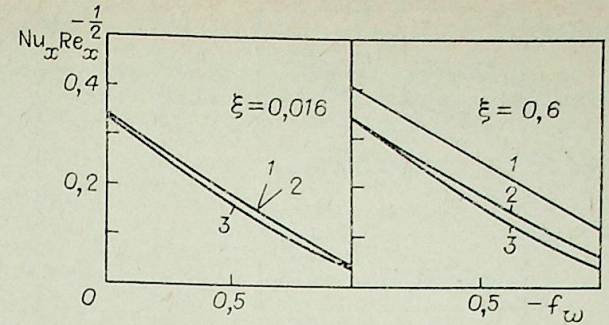


Рис. 4. Влияние взаимодействия конвекции и излучения на радиационный теплообмен. $f_w = 1$; 1 — $\omega = 0,9$; 2 — $\omega = 0,5$; 3 — $\omega = 0,1$.

Рис. 5. Изменение локального числа Нуссельта от параметра вдува. Рассеяние изотропное. 1 — $\omega = 0$; 2 — $\omega = 0,9$; 3 — $\omega = 1,0$.



на 40%; соответственно при изотропном рассеянии такое снижение происходит только на 16%.

Влияние излучения на теплообмен будем исследовать по поведению двух критериев подобия. Локальное число Нуссельта представим в форме

$$Nu_x Re_x^{-1/2} = \frac{1}{(1 - \theta_w)} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right)_{\eta=0}$$

При ламинарном обтекании плоской пластины неизлучающим потоком при $Pr = 1$ имеем $Nu_x^{(0)} Re_x^{-1/2} = f''(0)$, с другой стороны, в излучающем потоке при приближении к передней кромке пластины влияние излучения на конвективный теплообмен становится пренебрежимо малым, т. е. в пределе при $\xi \rightarrow 0$ $Nu_x Re_x^{-1/2} \rightarrow f''(0)$. Кроме того, введем в рассмотрение суммарный критерий Стентона [17], который в нашем случае может быть представлен в виде

$$St_x Re_x^{1/2} = \frac{\Gamma \cdot Q_w}{4NPr(\theta_w - 1)}$$

На рис. 5 дано изменение параметра теплопередачи $Nu_x Re_x^{-1/2}$ в зависимости от интенсивности вдува f_w в области малых и умеренных оптических толщин слоя при различных значениях параметра ω (рассеяние предполагалось изотропным). Видно, что в области малых значений оптической толщины слоя коэффициент теплопередачи не зависит от оптического параметра ω и практически совпадает со своими значениями, рассчитанными для случая обтекания пластины неизлучающим потоком (кривая 3). Отметим, что кривая 3 соответствует и обтеканию пластины чисто рассеивающей средой ($\omega = 1$), так как в этом случае энергия теплового излучения не участвует в формировании температурного поля в слое. В области умеренных оптических толщин слоя взаимодействие излучения и конвекции уже начинает влиять на конвективный теплообмен таким образом, что с уменьшением параметра ω интенсивность теплоотдачи увеличивается.

Изменение локального числа Нуссельта в зависимости от параметра ξ при $f_w = 1$ и различных значениях альbedo однократного рассеяния ω показано на рис. 6. Видно, что наличие излучения приводит к монотонному росту коэффициента теплоотдачи при удалении от передней кромки пластины. При этом наиболее сильное влияние параметра ω проявляется в случае изотропного рассеяния в области умеренных и больших оптических толщин слоя. Напротив, при резко анизотропном рассеянии зависимость локального числа Нуссельта от оптического параметра ω вплоть до умеренных оптических толщин слоя становится слабой и нерегулярной, однако конвективный теплоперенос в этих условиях по сравнению с изотропным рассеянием возрастает. Как видно, в заданных условиях анизотропия рассеяния интенсифицирует конвективный теплообмен, особенно в случае слабо поглощающих сред. Такое обстоятельство, по-видимому, можно объяснить на основании следующих соображений. Взаимодействие конвекции и излучения в наших условиях сводится к тому, что в пристенном слое возникает фиктивный источник тепловой энергии, который увеличивает конвективный теплоподвод к поверхности пластины. Мощность такого источника, при прочих равных условиях, в сильной мере зависит от относительной доли поглощения в ослаблении излучения.

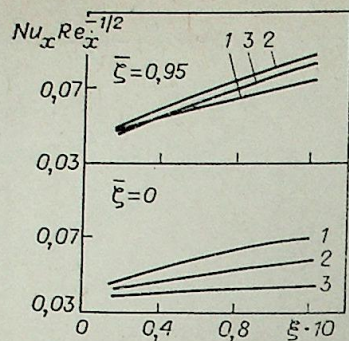


Рис. 6. Влияние анизотропии рассеяния на изменение локального числа Нуссельта.
 $f_w = 1$; 1 — $\omega = 0,1$; 2 — $\omega = 0,5$; 3 — $\omega = 0,9$.

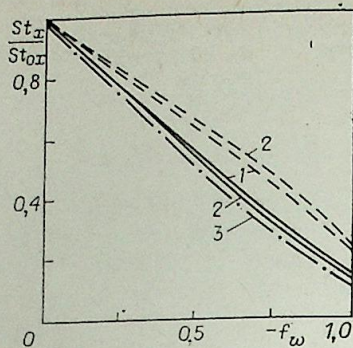


Рис. 7. Влияние вдува на относительный закон теплообмена. Рассеяние изотропное.
 1 — $\omega = 0,9$; 2 — $\omega = 0$; 3 — без излучения.
 $\xi = 0$ (— · —); 0,6 (— — —); 0,06 (—).

Из соотношений подобия (16) следует, что эффективное значение ω' заметно уменьшается по мере того, как анизотропия рассеяния увеличивается.

В заключение проанализируем влияние взаимодействия конвекции и излучения на относительный закон теплообмена St_x/St_{0x} , где St_{0x} — значение суммарного числа Стюдена для случая обтекания непроницаемой пластины. На рис. 7 дана зависимость отношения St_x/St_{0x} от параметра вдува f_w при различных значениях альбеда ω в области малых и умеренных оптических толщин (рассеяние предполагалось изотропным). Как видно из графика, в области малых оптических толщин слоя излучение не оказывает существенного влияния на распределение St_x/St_{0x} . Однако уже в области умеренных оптических толщин такое влияние становится заметным. Кривая 3 рис. 7 соответствует случаю обтекания пластины без излучения. Нетрудно заметить, что вплоть до умеренных оптических толщин слоя относительный закон теплообмена обладает консервативностью по отношению к оптическому параметру ω . Следует отметить, что задачи комбинированного теплообмена являются многопараметрическими, требующими в ходе их обработки рассмотрения большого числа численных расчетов.

Институт теплофизики СО АН СССР,
 Новосибирск

Поступила в редакцию
 2/II 1984

ЛИТЕРАТУРА

1. Kennedy L. A. The effects of mass addition on the laminar boundary — layer flow of absorbing-emitting gas.— *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1968, v. 11, N 4.
2. Рубцов Н. А., Бурка А. Л., Силицын В. А. Радиационно-конвективный теплообмен в ламинарном пограничном слое на проницаемой поверхности.— В кн.: Свойства низкотемпературной плазмы и методы ее диагностики. Новосибирск: Наука, 1977.
3. Bergquam J. B. Heat transfer by convection and radiation in Laminar boundary layer flow.— *In: Heat Transfer 1974. Rep. Proc. Fifth Int. Heat Conf., Tokyo, 1974, v. 1.*
4. Kim K. H., Üzisik M. N. Stagnation flow with radiation.— *Lett. Heat and Mass Transfer*, 1980, v. 7, N 2.
5. Боуле М. А., Оцисик М. Н. Влияние рассеяния излучения на течение в сжимаемом пограничном слое на адиабатической пластине.— *Теплопередача*, 1975, № 2.
6. Домбровский Л. А. Радиационно-конвективный теплообмен в оптически пограничном слое вблизи передней кромки пластины.— *ТВТ*, 1977, т. 15, № 3.
7. Домбровский Л. А. Радиационно-конвективный теплообмен в оптически тонком пограничном слое вблизи передней кромки пластины. Влияние вдува.— *ТВТ*, 1979, т. 17, № 6.
8. Пономарев Н. Н., Рубцов Н. А. Радиационно-конвективный теплообмен в ламинарном пограничном слое на проницаемой пластине с учетом рассеяния.— В кн.: Радиационный и комбинированный теплообмен. Новосибирск, 1981.
9. Оцисик М. Н. Сложный теплообмен. М.: Мир, 1976.

10. Emmons H. W., Leigh D. C. Tabulation of Blasius functions with blowing and suction: ARC. Paper CP 157, 1954.
11. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. Новосибирск: Наука, 1970.
12. Пономарев Н. Н. О решении задач переноса лучистой энергии модифицированным методом средних потоков.— *Изв. СО АН СССР*, 1979, № 13. Сер. техн. наук, вып. 3.
13. Joseph J. G., Wiscombe W. J. The Delta-Eddington Approximation for Radiative Flux Transfer.— *J. Atmos. Sci.*, 1976, v. 33.
14. Пономарев Н. Н., Рубцов Н. А. Радиационно-кондуктивный теплообмен в плоском слое рассеивающей среды.— *Изв. СО АН СССР*, 1980, № 3. Сер. техн. наук, вып. 1.
15. Кейс В. М. Конвективный тепло- и массообмен. М.: Энергия, 1972.
16. Замираев В. П. Ламинарный пограничный слой в излучающе-поглощающем газе около плоской пластинки.— *ПМТФ*, 1964, № 3.
17. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И., Рубцов Н. А. и др. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое. Новосибирск, 1964.

А. М. ПАВЛЮЧЕНКО

ТЕПЛООБМЕН НА ГОЛОВНЫХ ЧАСТЯХ
ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ОБЪЕКТОВ
ПРИ БЕЗОТРЫВНОМ ОБТЕКАНИИ
И В УСЛОВИЯХ ОТРЫВА ПОТОКА

Для получения надежной количественной информации по теплообмену и сопротивлению тел при числах $M_\infty \leq 5$ и числах Рейнольдса по длине $Re_L \leq 10^8$ необходима комплексная постановка исследований, основанная на наземных и летных аэрофизических экспериментах, на расчетах с привлечением численных методов и ЭВМ [1, 2]. Аэродинамические трубы — важный инструмент изучения сложных аэрофизических процессов, имеющих место при транс-, сверх- и гиперзвуковом обтекании тел. Однако им присущ ряд ограничений и недостатков, затрудняющих моделирование реальных условий полета тел [1, 3—5]. Наличие, например, акустического поля в трубах при $M_\infty \geq 2$ [5], возникающего вследствие формирования на стенках их рабочих участков турбулентных пограничных слоев, делает проблематичным исследование перехода в пограничных слоях на моделях. По данным [6], числа Рейнольдса перехода в трубах при $M_\infty \leq 5$ значительно меньше, чем в летных условиях для острых конусов. Числа Рейнольдса, рассчитанные по длине моделей в аэродинамических трубах, во много раз ниже, чем для летных объектов [3, 4, 7, 8]. В то же время такие явления, как отрыв пограничного слоя, взаимодействие скачка уплотнения с пограничным слоем, переход и другие, зависят от числа Рейнольдса [4, 7]. Таким образом, в настоящее время важное значение приобретают летные эксперименты научно-исследовательского характера типа [8—10], предназначенные для получения аэрофизических данных в диапазоне параметров, не моделируемых в трубах, для уточнения результатов расчетов и экспериментов в трубах. В [11] показано, например, что результаты по коэффициентам теплоотдачи, полученным в трубах, могут быть ниже до 25% соответствующих значений в летных условиях.

В [1, 8] проведено обоснование целесообразности и возможности создания летных научно-исследовательских аэрофизических комплексов на основе метеорокеты типа М100 [12] и «Облако» [13] со спасаемыми головными частями. Главной их целью является проведение систематических исследований процессов аэромеханики, теплообмена, турбулентности и т. д. при числах $M_\infty < 5$. В [1] поставлены задачи, которые целесообразно решать с помощью летных объектов, обсуждены вопросы диагностики в летных экспериментах. Важное значение приобретает непосредственное сравнение результатов расчетов на ЭВМ и летных данных по теплообмену и сопротивлению тел. Эффективность этого подхода показана в [7, 9, 11, 14]. Несмотря на достижения в применении численных методов при решении аэрофизических задач [2, 14], реализация точных физико-математических моделей при рассмотрении натурных условий полета тел сопряжена со значительными затратами времени на ЭВМ. Особую сложность при этом представляет решение сопряженной задачи. Так, для точного расчета температуры стенки тела, обтекаемого сверхзвуковым потоком, необходимо совместно решать уравнения Навье—Стокса,

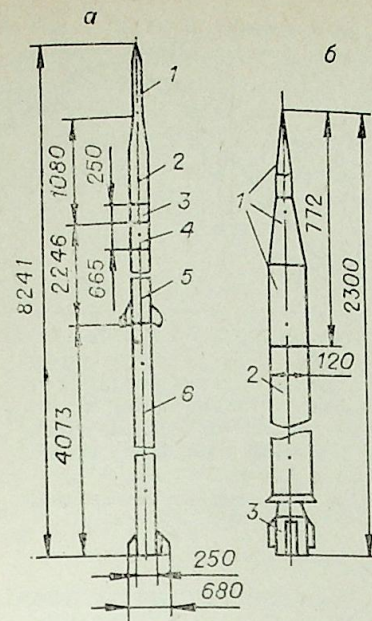


Рис. 1. Схемы летных аэрофизических объектов на основе метеорокет типа М100 и «Облако».

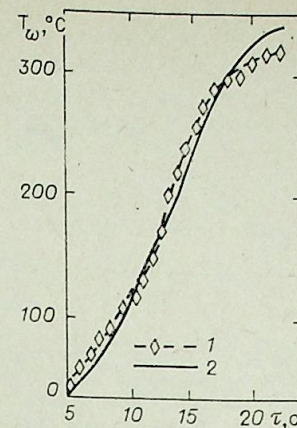


Рис. 2. Изменение температуры стенки головной части метеорокеты М100 во времени для $X = 0,649$ м. 1 — летный эксперимент; 2 — расчет.

теплопроводности для стенки и уравнения, описывающие перенос тепловой энергии в бортовом отсеке с учетом тепловой гравитационной конвекции, что предъявляет чрезвычайно высокие требования к производительности ЭВМ. Таким образом, наряду с точными численными методами практический интерес представляют приближенные методики численного расчета на ЭВМ теплового состояния и сопротивления трения, учитывающие основные физические процессы и отличающиеся достаточной для практики точностью и высокой экономичностью.

При полете реальных тел со скоростями $M_\infty \leq 5$ на их поверхностях в общем случае формируются ламинарные, переходные и турбулентные пограничные слои как при безотрывном обтекании, так и при наличии отрыва потока, а также имеют место эффекты реламинаризации [8—10, 14, 15]. В соответствии с постановкой [1] тепловые процессы в этих сложных условиях обтекания исследованы на летных объектах типа М100 [12] и «Облако» [13] и далее проанализированы с помощью приближенных численных расчетов на ЭВМ [7].

На рис. 1 представлены схемы летных аэрофизических объектов со спасаемыми головными частями, оснащенными стандартными бортовыми измерительными системами и многоканальной телеметрией, описанными в [8]. Рис. 1, а — вариант на основе метеорокеты М100 [12] (1 — шпиль; 2 — приборный отсек; 3 — промежуточный отсек; 4 — парашютный отсек; 5, 6 — двигатели I и II ступени). Максимальные числа Маха и Рейнольдса для М100 составляют $M_\infty \leq 4,5$, $Re_L \leq 0,8 \cdot 10^8$. Рис. 1, б — вариант на основе метеорокеты типа «Облако» [13] (1 — головная часть с бортовыми измерительно-передающими системами; 2 — двигатель; 3 — парашютный отсек). Для «Облако» $M_\infty < 2$; $Re_L \leq 2 \cdot 10^7$; $H \leq 8$ км.

В летных аэрофизических экспериментах на этих двух объектах ставились следующие задачи.

1. Получить количественные данные по теплообмену и давлению по длине обтекаемой поверхности для реальных чисел Рейнольдса, Маха и условий полета метеорокет М100 и «Облако» по траекториям при безотрывном обтекании и в условиях отрыва потока.

2. Исследовать вопросы устойчивости и перехода в пристенных пограничных слоях на «Облаке».

3. Исследовать влияние нестационарности на газодинамику и теплообмен при полете метеорокет с ускорениями до 25g.

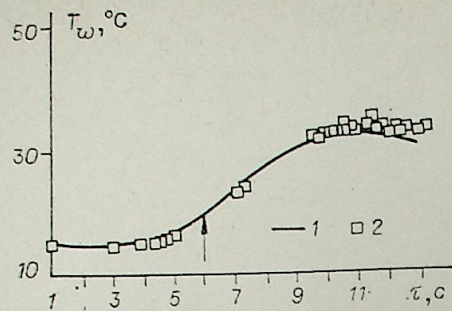


Рис. 3. Изменение температуры стенки головной части метеоракеты типа «Облако» при $X = 0,25$ м. Материал стенки D 16T; толщина стенки $\delta_w = 4$ мм. 1 — расчет; 2 — летный эксперимент, стрелкой отмечено начало перехода.

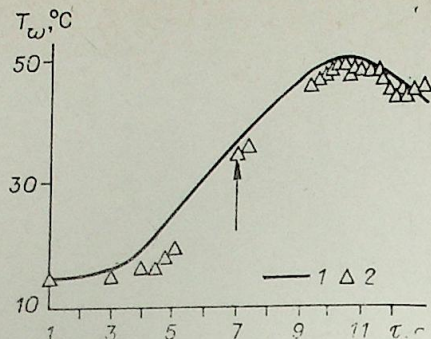


Рис. 4. Изменение температуры стенки головной части метеоракеты типа «Облако» при $X = 0,4$ м. Материал стенки IX18H9T; толщина стенки $\delta_w = 1$ мм.

1 — расчет; 2 — эксперимент, стрелкой отмечено начало перехода.

4. Получить данные по реламинаризации сжимаемого турбулентного пограничного слоя на метеоракете M100.

5. Отработать системы измерений температур и статических давлений на обтекаемых поверхностях в летных условиях для $M_\infty \leq 5$, необходимых для изучения широкого круга аэрофизических задач [1].

Головная часть метеоракеты M100 [8, 12] оснащена девятнадцатью хромель-алюмелевыми термометрами и семью датчиками давления ДМИ. Температура стенки M100 измерена в 16 точках по длине. В трех точках определялась температура воздуха в бортовом отсеке [8]. Метрологические характеристики датчиков, бортовые системы и телеметрия описаны в [8]. Программой летного эксперимента на M100 был предусмотрен комплекс наземных тепловых и вибрационных испытаний. Было проведено моделирование теплового состояния и вибраций головной части M100 для $M_\infty \leq 5$, основанное на использовании расчетов на ЭВМ с учетом изменения натуральных параметров по траектории, на физическом эксперименте и не требующее применения аэродинамических труб [16]. Рассчитанное по методике [7] изменение температуры стенки M100 во времени для $M_\infty \leq 5$, $Re_L \leq 0,8 \cdot 10^8$, где L — длина головной части, осуществлялось с помощью источников ИК-излучения и специального программного устройства. В этих условиях контролировались температуры стенки в различных точках и воздуха в бортовом отсеке, проверена работа всей бортовой измерительной системы. Проведено также испытание системы измерения давления. Вибрационные нагрузки на M100 создавались для частот от 30 до 3000 Гц на специальном вибростенде. Комплекс предполетных испытаний, моделирующих с некоторой степенью приближения натурные условия, показал, что бортовые системы и датчики работали надежно.

На головной части метеоракеты типа «Облако» [8, 13] температура стенки в семи точках по длине измерялась с помощью полупроводниковых диодов типа КД-521, имеющих линейную зависимость выходного напряжения от температуры до 400 К и чувствительность 2,5 мВ/град. В качестве датчиков давления использовались семь датчиков ДМИ. Лабораторные испытания измерительной системы и датчиков показали их надежность.

На метеоракетах M100 и «Облако» проведены летные аэрофизические эксперименты [8], все системы в полете работали нормально. На рис. 2 приведено изменение температуры стенки M100 во времени для высот полета $H \leq 25$ км. Полученные данные соответствуют транс-, сверх- и гиперзвуковым скоростям при ускорениях объекта до 25g. Точность измерения температуры составляла $\pm 2\%$. На рис. 3, 4 показано изменение

температуры во времени на головной части «Облако». Видно влияние материала стенки и ее толщины на аэродинамический нагрев.

Для интерпретации полученных экспериментальных данных необходимо учесть следующие эффекты и возмущающие факторы:

1. Влияние нестационарности при ускорениях объектов до 25g. Запишем уравнение Навье—Стокса в виде

$$Sh \cdot \frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \bar{U} \cdot \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \bar{V} \cdot \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} = -Eu \cdot \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \frac{1}{Re} \cdot \Delta \bar{U}, \quad (1)$$

где число Струхала $Sh = \frac{L}{\tau \cdot U_e}$ (L — длина головной части; U_e — скорость

на внешней границе пограничного слоя; τ — время движения по траектории); \bar{t} , \bar{U} , \bar{V} , \bar{x} , \bar{y} — время, скорости, координаты; Eu , Re — числа Эйлера и Рейнольдса; \bar{P} — давление. Расчеты показали, что число Струхала тельно, в уравнении (1) нестационарным членом можно пренебречь, что соответствует условию квазистационарности процессов обтекания и теплообмена. При ускорениях на M100 до 25g числа Рэлея для тепловой гравитационной конвекции в бортовом отсеке составляли $Ra = 5 \cdot 10^{10} \div 5 \cdot 10^{11}$. Следовательно, имел место турбулентный режим течения в вертикальном слое. Нагрев воздуха в отсеке достигал 150°C [8]. В [7] показано, что для этого случая отношение $\tau_{хар}/\tau < 0,03$, где $\tau_{хар} = l/U_m$ (l — ширина слоя; U_m — максимальная скорость в турбулентном пограничном слое для тепловой гравитационной конвекции). Таким образом, перенос тепловой энергии в бортовом отсеке M100 является квазистационарным. Это условие имеет место и для метеоракеты «Облако».

2. Влияние вращения M100 и «Облако» на пограничные слои. Параметр вращения на M100 составлял $\lambda \leq 2 \cdot 10^{-3}$, а на «Облаке» $\lambda \leq 1,6 \cdot 10^{-3}$ ($\lambda = \omega \cdot R/U_e$; ω — угловая скорость вращения; R — радиус тела). Следовательно, по данным [7, 17, 18], влиянием вращения на ламинарный, турбулентный пограничные слои и на условия перехода можно пренебречь.

3. Влияние вибраций и акустических возмущений на пограничные слои. Речь идет о малоисследованных задачах виброаэродинамики. В [19] приведены опытные данные различных авторов, полученные в трубах и на баллистических трассах. Вибрации конусов из алюминия и лексана, имевших частоты вибраций соответственно 1250 и 6880 Гц, не повлияли на условия перехода в пограничном слое при $M_\infty = 2,5$. Вибрации модели в трубе в диапазоне частот 2,9 ÷ 82 кГц и амплитуд 1 ÷ 38 мк, а также конуса с углом 10° с основной частотой 3,1 кГц при $M_\infty = 2,2$; 4,67 не оказали влияния на положение точки перехода. Результаты обработки летных данных по теплообмену на M100 [7], «Викинге» 10 [9] без учета вибраций также указывают на их малое влияние на пограничные слои. Независимость перехода от вибраций в рассмотренных условиях позволяет утверждать, что вибрации не повлияют на турбулентный пограничный слой, являющийся более консервативным, чем ламинарный, к внешним воздействиям.

Данные по восприимчивости пограничных слоев к акустическим возмущениям в летных условиях практически отсутствуют. Известно сильное влияние акустического поля в трубах на переход при $M_\infty \geq 2,0$. Обобщение в [6] позволяет сделать вывод, что акустические возмущения в летных условиях существенно меньше, чем в трубах, и оказывают значительно меньшее влияние на переход, чем в трубах при $M_\infty > 2$.

4. Влияние характера изменения чисел Рейнольдса по траектории объектов на структуру пограничных слоев на M100 и «Облаке». В [7, 8] показано, что числа $Re_{x,e}$ по длине головной части M100 имеют максимум, а далее с увеличением высоты уменьшаются до $Re_{x,e} \leq 10^6$, где $Re_{x,e}$ — число Рейнольдса, рассчитанное по параметрам на внешней границе пограничного слоя. На «Викинге» 10 при $Re_{x,e} = 0,9 \cdot 10^6$ наступала реламинаризация турбулентного

пограничного слоя. Следовательно, этот эффект может проявиться и в некоторых точках на М100.

Для «Облака» числа $Re_{x,e}$ также имеют максимум по траектории. При $\tau < 4$ с число $Re_{x,e} < 10^7$ и имеет место слабый аэродинамический нагрев головной части по длине. В этих условиях можно ожидать формирования ламинарного пограничного слоя. При $\tau > 5$ с нарастает дестабилизирующее влияние температуры стенки при $Re_{x,e} = 2 \cdot 10^7 \div 4 \cdot 10^6$, что стимулирует переход в пограничном слое.

5. Об изменении критерия Био по траектории для стенок головных частей М100, «Облака» и «Викинг» 10.

Критерий $Bi = \frac{\alpha \cdot \delta_w}{\lambda_w}$ (α — коэффициент теплоотдачи при внешнем обтекании; δ_w, λ_w — толщина стенки и ее коэффициент теплопроводности) характеризует распределение температуры по толщине стенки. Расчеты показали, что значения критерия Bi для М100, «Облака» и «Викинг» 10 составляют $Bi \leq 10^{-2}$. Следовательно, для описания сопряженной задачи теплообмена справедлива физическая модель «тонкой стенки» [7]. В [7] представлено уравнение баланса энергии для тонкой нетеплоизолированной стенки

$$\rho_w \cdot c_w \cdot \delta_w \cdot \partial T_w / \partial \tau = \alpha \cdot (T_{r,e} - T_w) - \alpha_1 (T_{w,вн} - T_{взд}) - \epsilon_w \sigma_0 T_w^4 - \epsilon_{w,вн} \delta_0 \cdot T_{w,вн}^4 - \delta_w \partial q / \partial x + q_s. \quad (2)$$

Здесь ρ_w, c_w, δ_w — плотность, теплоемкость, толщина стенки; α, α_1 — коэффициенты теплоотдачи соответственно при внешнем обтекании и для естественной конвекции в отсеке; $T_{r,e}; T_w; T_{w,вн}$ — температуры равновесная, стенки (наружной и внутренней поверхностей); τ — время по траектории; $\epsilon_w, \epsilon_{w,вн}$ — степени черноты наружной и внутренней поверхностей; q_s — тепловой поток за счет поглощения стенкой солнечного излучения; $\delta_w \cdot \partial q / \partial x$ — тепловой поток вдоль стенки (как показано в [7]) пренебрежимо мал. Коэффициент теплоотдачи α в (2) определялся следующей зависимостью для турбулентного пограничного слоя [20]:

$$St_T = St_0 (\Psi_M \cdot \Psi_t)^{0,8} \left(\frac{\mu_w}{\mu_e} \right)^{0,2}, \quad (3)$$

где $\Psi_M = f(M_e), \Psi_t = f(T_w, T_{r,e}), St_0 = f(Re_x, Pr)$ представлены в [20]; $Re_x = \rho_e U_e \cdot X / \mu_w$; здесь μ_w, μ_e — коэффициенты динамической вязкости соответственно при температуре стенки T_w и температуре T_e на внешней границе пограничного слоя; U_e, M_e — скорость и число Маха на внешней границе пограничного слоя, рассчитываются с учетом газодинамических особенностей обтекания головных частей метеорокет, рассмотренных в [7].

Поправка в (3) $(\mu_w / \mu_e)^{0,2}$ учитывает влияние конечных значений чисел Re_x в теории [20] и нашла физическое обоснование в [21]. Распределение давления на внешней границе пограничного слоя определялось по методу Ньютона [7]

$$P_e = P_\infty (1 + \kappa \cdot M_\infty^2 \cdot \sin^2 \varphi_1), \quad (4)$$

где P_∞, M_∞ — статическое давление и число Маха до ударной волны; φ_1 — угол между вектором скорости пабегающего потока и касательной в рассматриваемой точке, $\kappa = 1,4$. Некоторые модификации (4) рассмотрены в [22]. Приемлемость использования (4) для расчета P_e (рис. 5, кривая 1) была обоснована

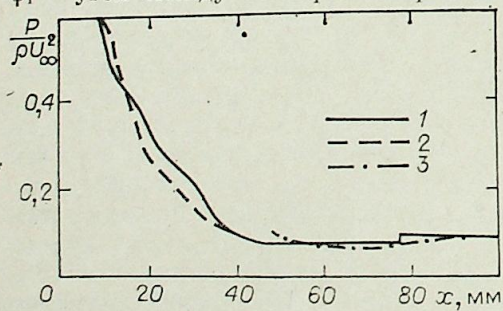


Рис. 5. Распределение давления на поверхности головной части метеорокета при $M_\infty = 3; \theta_{кон} = 52^\circ; \varphi = 0$. φ — угол атаки; $\theta_{кон}$ — полуугол конуса.

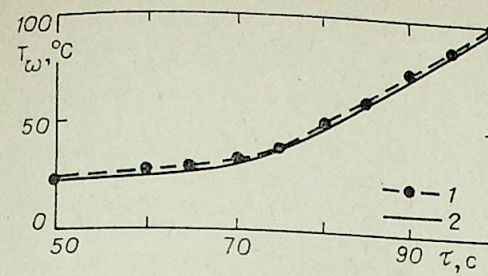


Рис. 6. Изменение температуры головной части «Викинг» 10 во времени для $X = 0,66$ м (ламинарный пограничный слой). 1 — летный эксперимент; 2 — расчет.

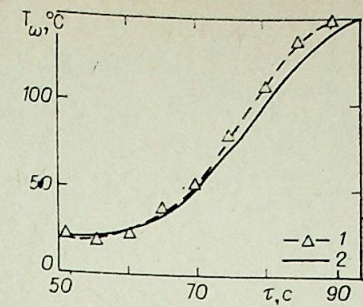


Рис. 7. Изменение температуры головной части «Викинг» 10 во времени для $X = 0,66$ м (турбулентный пограничный слой). 1 — летный эксперимент; 2 — расчет.

на путем сравнения с расчетами по методу расщепления (рис. 5, кривая 2) и методу установления (рис. 5, кривая 3) [7]. Коэффициент теплоотдачи α_1 в (2) определялся зависимостью для турбулентного переноса $Nu = 0,130 \cdot Ra^{1/3}$ из [23]. Коэффициент теплоотдачи при внешнем обтекании α для ламинарного пограничного слоя и при наличии реламинизации определялся по соотношениям, приведенным в [24].

На рис. 2, 6, 7 приведены расчетные данные температуры стенки (сплошные линии) для М100 и «Викинг» 10. При $\tau = 87$ с на «Викинг» 10 начиналась реламинизация турбулентного пограничного слоя при $Re_{x,e} = 0,9 \cdot 10^6$ [9], для $\tau \geq 87$ с использован алгоритм, содержащий соотношения для ламинарного пограничного слоя. Для М100 также имела место реламинизация. Численный эксперимент показал, что она наступала для различных точек по длине головной части М100 в диапазоне чисел $Re_{x,e} = (3 \div 4) \cdot 10^6$. Из рис. 2, 6, 7 видно, что летные и расчетные значения температуры стенки достаточно хорошо согласуются. Нелинейное дифференциальное уравнение (2) при $\delta_w \cdot \frac{\partial q}{\partial x} = 0$ решено на БЭСМ-6 методом Рунге—Кутты.

Для расчета изменения температуры T_w во времени в одной точке по длине головной части требовалось не более 30 с.

В [25] показано, что при движении метеорокеты типа «Облако» по траектории на ее головной части формируется сначала ламинарный пограничный слой, а затем при $\tau \geq (6 \div 7)$ с — переходный. Наступление перехода установлено путем анализа с привлечением теории устойчивости, предположения о существовании только ламинарного или только турбулентного пограничных слоев. Температура стенки при безотрывном обтекании «Облака» находилась путем численного решения уравнения [25]

$$\rho_w \cdot c_w \cdot \delta_w \cdot \frac{dT_w}{d\tau} = [\alpha_L (1 - \gamma) + \alpha_T \cdot \gamma] \cdot (T_{r,e} - T_w) - \alpha_1 \cdot (T_{w,вн} - T_{взд}) - \epsilon_w \cdot \sigma_0 \cdot T_w^4 - \epsilon_{w,вн} \cdot \sigma_0 \cdot T_{w,вн}^4, \quad (5)$$

где α_L, α_T — коэффициенты теплоотдачи для ламинарного и турбулентного режимов, определяемые по [20, 24]; γ — коэффициент перемежаемости, определяемый с учетом теории турбулентных пятен Эммонса [26]. Из рис. 3, 4 видно, что уравнение (5) достаточно хорошо описывает летные значения температуры стенки на «Облаке».

На метеорокете типа «Облако» получены также данные по распределению температуры в отрывной области, формируемой на головной части перед ступенькой в виде кольца высотой $h = 6$ мм, установленного при $X = 0,312$ м [27]. Толщина пограничного слоя $\delta < h$. Пограничный слой

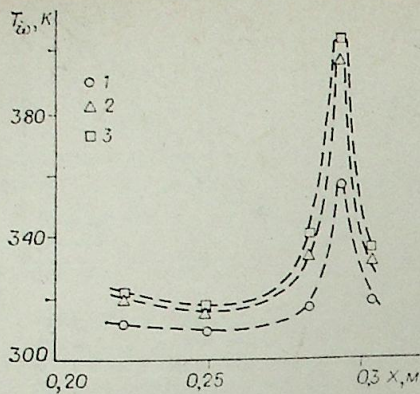


Рис. 8. Распределение температуры стенки по длине головной части метеоракеты типа «Облако». 1 — $\tau=6,24$ с; 2 — $\tau=7,8$ с; 3 — $\tau=9,36$ с в условиях отрыва потока перед ступенькой.

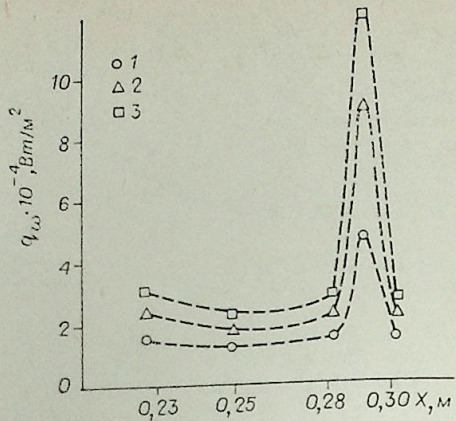


Рис. 9. Распределение теплового потока q_w по длине головной части метеоракеты типа «Облако». 1 — $\tau=3,9$ с; 2 — $\tau=4,7$ с; 3 — $\tau=5,5$ с (q_w рассчитан с использованием кубических сплайнов).

отрывается в ламинарном состоянии, что следует из рис. 3, 4. На рис. 8 приведено распределение температуры стенки по длине отрывной области для моментов времени $\tau_{1,2,3} = 6,24; 7,8; 9,36$ с. Локальный максимум температуры обусловлен присоединением к стенке течения, формирующегося при взаимодействии возвратно-циркуляционного течения и вихря, расположенного в нижнем углу ступеньки.

Справедливость модели «тонкой стенки» для описания теплового состояния в рассматриваемых условиях позволяет определить конвективный тепловой поток к стенке из уравнения [7, 25]

$$q_w = \rho_w \cdot c_w \cdot \delta_w \cdot \frac{dT_w}{d\tau} + \alpha_1 \cdot (T_{w, \text{вн}} - T_{\text{вн}}^{\text{возд}}) + q_{w, \Sigma}^{\text{rad}}, \quad (6)$$

где $q_{w, \Sigma}^{\text{rad}}$ — суммарный тепловой поток излучения с наружной и внутренней поверхностей.

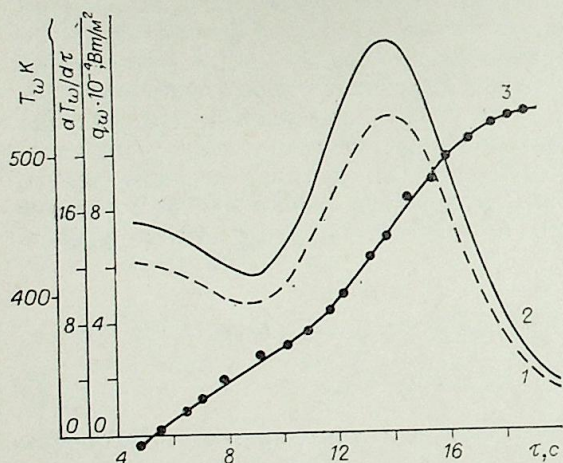


Рис. 10. Изменение во времени на головной части метеоракеты М100 теплового потока к стенке q_w (1), производной температуры стенки по времени $\frac{dT_w}{d\tau}$ (2), температуры стенки T_w (3) при $X = 0,298$ м (аппроксимация кубическим сплайном).

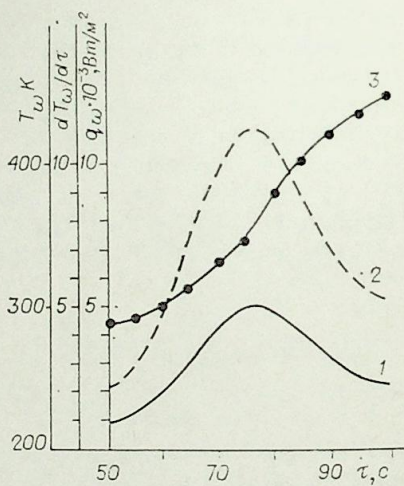
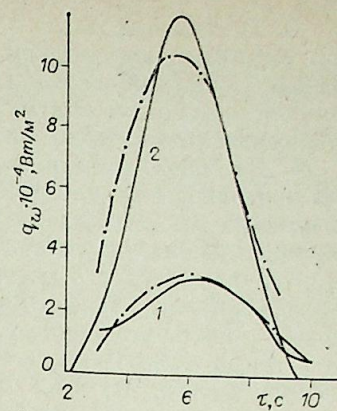


Рис. 11. Изменение во времени на головной части «Викинг» 10 производной $\frac{dT_w}{d\tau}$ (1), теплового потока к стенке (2), температуры стенки (3) при $X = 0,66$ м (аппроксимация кубическим сплайном).

Рис. 12. Изменение теплового потока q_w к стенке во времени в отрывной зоне перед ступенькой на головной части метеоракеты типа «Облако». 1 — $X=0,282$ м; 2 — $X=0,292$ м; — кубический сплайн; - - - полином Чебышева.



На рис. 9 приведено распределение теплового потока по длине зоны отрыва перед ступенькой на метеоракете типа «Облако» для моментов времени $\tau_{1,2,3} = 3,9; 4,7; 5,5$ с, рассчитанного с использованием сглаживающих кубических сплайнов по программе для ЭВМ, разработанной в ИТПМ СО АН СССР. Общие вопросы теории сплайнов и их практического применения изложены в [28, 29]. Пик теплового потока на рис. 9 обусловлен присоединением течения к стенке вблизи ступеньки при наличии в отрывшемся пограничном слое переходного режима [27]. Известно, что отрыв сверхзвукового пограничного слоя на теле начинается несколько выше по потоку от точки отрыва и длину отрывной области. В соответствии с рис. 9 длина зоны отрыва составляет $L_0/h \approx 15$. Для сравнения можно отметить, что при отрыве турбулентного пограничного слоя $L_0/h \leq 4,5$ [30]. Наличие пика теплового потока (см. рис. 9), его величина до отрыва [25] и длина отрывной области указывают на то, что в отрывшемся пограничном слое наблюдается потеря устойчивости ламинарного режима и возникает переходный режим, следовательно, присоединение потока к стенке происходит уже для переходного пограничного слоя [27]. На рис. 10 приведены расчетные зависимости тепловых потоков q_w от времени для турбулентного пограничного слоя на метеоракете М100 при $X = 0,298$ м [8], а на рис. 11 — для объекта «Викинг» 10 при $X = 0,66$ м. Здесь q_w , как и на рис. 9, рассчитаны на основе (6) и сглаживающих кубических сплайнов. На рис. 12 приведены данные по тепловым потокам для метеоракеты «Облако» в области отрыва, рассчитанным по (6) с использованием сглаживающих кубических сплайнов и ортогональных полиномов Чебышева [31]. Видно удовлетворительное количественное согласование тепловых потоков, рассчитанных с применением обоих методов. Однако более точные и надежные данные соответствуют аппроксимации сплайнами, так как процедура сглаживания при использовании полиномов Чебышева не применялась. В то же время данные рис. 12 указывают на приемлемость использования полиномов Чебышева для расчета тепловых потоков в случае «гладких» распределений температуры, как в [27].

Методика измерения статического давления на метеоракете М100 и соответствующие результаты летного эксперимента изложены в [8].

Погрешность измерения температуры стенок головных частей в летных условиях на М100 составляла $\pm(1-2)\%$, на «Облако» $\pm(0,5-1)\%$ [8], на «Викинг» $10 \pm 3,5\%$ [9].

ВЫВОДЫ

1. Показано, что для объектов типа «Викинг» 10, М100 и «Облако», различающихся по форме головных частей, типу двигателей, траекториям и ускорениям, достигающим $25g$ на М100, справедлива концепция квазистационарности газодинамических и тепловых процессов в каждый момент времени на траектории.

2. На летных научно-исследовательских объектах типа М100 и «Облако», спасаемых на парашютах, отработаны методики многоканальных измерений температур и давлений, необходимых для изучения различных аэрофизических процессов.

3. Результаты летных экспериментов указывают на необходимость при строгом теоретическом исследовании теплового состояния рассмотренных типов объектов решать сопряженную задачу, учитывающую внешнее обтекание, аккумуляцию тепла стенкой, тепловую гравитационную конвекцию в отсеках и охлаждение поверхности излучением.

4. На основе модели «тонкой стенки», метода Ньютона для определения продольного градиента давления, теории Кутателадзе—Леонтьева, соотношений для турбулентной термогравитационной конвекции, сглаживающих кубических сплайнов, а также полиномов Чебышева создана экономичная методика расчета на ЭВМ температур и тепловых потоков для ламплярного, переходного и турбулентного сжимаемых пограничных слоев и локальных пиков теплового потока при наличии и отсутствии отрыва пограничного слоя для объектов типа «Викинг» 10, M100, «Облако» при $M_\infty \leq 5$, $Re_L \leq 0,8 \cdot 10^8$.

5. Для летных условий при этих режимах апробированы теория турбулентных пятен Эммонса [26], асимптотическая теория Кутателадзе—Леонтьева для расчета коэффициентов теплоотдачи и подтверждена эффективность учета конечных значений чисел Рейнольдса в этом методе при расчете чисел Стэнтона с помощью поправки $(\mu_w/\mu_e)^m$ [21].

Автор выражает благодарность Н. А. Желтухину за поддержку работы и плодотворные обсуждения, А. И. Леонтьеву, Н. А. Рубцову, В. П. Мотулевичу за обсуждения полученных результатов, О. А. Брагину, А. А. Тютину, Е. М. Максимовой, С. Б. Пупышеву за помощь в работе.

Институт теоретической
и прикладной механики СО АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
6/1 1984

ЛИТЕРАТУРА

1. Желтухин Н. А., Павлюченко А. М. Научные проблемы создания летного научно-исследовательского аэрофизического комплекса.— В кн.: Прикладная аэродинамика и тепловые процессы. Новосибирск, 1980.
2. Ковеня В. М., Яненко Н. Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики. Новосибирск: Наука, 1981.
3. Лыжин О. В. Перспективы развития аэродинамических труб.— В кн.: Тез. докл. Всесоюз. симпозиума по методам аэрофизических исследований. Новосибирск, 1976.
4. Лукашевич Дж. Критический обзор развития экспериментальных методов в аэродинамике больших скоростей.— В кн.: Механика, № 5. М.: Мир, 1974.
5. Kendall I. M. Wind Tunnel Experiments Relating to Supersonic and Hypersonic Boundary—Layer Transition.— AIAA Journal, 1975, v. 13, N 3.
6. Beckwith I. E., Bertram M. H. A Survey of NASA Langley Studies on high-speed transition and the quiet tunnel.— NASA TM-X-2566, 1972.
7. Максимова Е. М., Павлюченко А. М. Сравнение расчетных и летных данных по теплообмену для осесимметричных тел, движущихся по траектории при $M_\infty \leq 5$.— Изв. СО АН СССР, 1982, № 13. Сер. техн. наук, вып. 3.
8. Павлюченко А. М., Брагин О. А., Тютин А. А. Летные измерения температуры и давления на спасаемых головных частях метеорокетов типа M100 и «Облако».— Изв. СО АН СССР, 1983, № 3. Сер. техн. наук, вып. 1.
9. Снодграсс. Полетные испытания по определению аэродинамического нагрева и точки перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный на носовой конической части ракеты «Викинг» 10.— Вопросы ракетной техники, 1957, № 1.
10. Erlich E. Probing in Flight the boundary—layer of the supersonic Airplane Mirage IV.— La Rech. Aerospat., 1968, N 122.
11. Zoby E. V., Graves R. A. Jr. Comparison of Turbulent Prediction Methods with Ground and Flight Test Heating Data.— AIAA Journ., 1977, v. 15, N 7.
12. Гайгерер С. С. Исследование синоптических процессов в верхних слоях атмосферы. М.: Гидрометеониздат, 1973.
13. Качурин Л. Г. Физические основы воздействия на атмосферные процессы. Л.: Гидрометеониздат, 1973.
14. Hidalgo N., Kadanoff L. P. Comparison Between Theory and Flight Ablation Data.— AIAA Journal, 1963, v. 1, N 1.
15. Чжен П. Отрывные течения, т. 3. М.: Мир, 1973.
16. Павлюченко А. М., Стыцок В. И., Брагин О. А., Легомин А. Ф. Моделирование аэродинамического нагрева и вибраций осесимметричных тел для $M_\infty \leq 5$ на осно-

17. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969.
18. Mueller T. I., Nelson R. C., Kegelman I. T., Morkovin M. V. Smoke Visualization of Boundary—Layer Transition on a Spinning Axisymmetric Body.— AIAA Journal, 1981, v. 19, N 12.
19. Potter I. L. Boundary—Layer Transition on supersonic Cones in an Aeroballistic Range.— AIAA Journal, 1975, v. 13, N 3.
20. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М.: Энергия, 1972.
21. Леонтьев А. И., Миронов Б. П. Распространение предельных относительных законов трения и теплообмена на неизотермическое течение газа с конечными числами Рейнольдса.— ПМТФ, 1965, № 5.
22. Струминский В. В. Современное состояние проблемы обтекания тел сверхзвуковым потоком газа.— В кн.: Труды Всесоюз. съезда по теоретической и прикладной механике. М.— Л., 1962.
23. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат, 1979.
24. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое/Ред. С. С. Кутателадзе. Новосибирск, 1964.
25. Павлюченко А. М., Максимова Е. М. Численный метод обработки летного теплового эксперимента на метеорокете типа «Облако» с учетом теории турбулентных пятен Эммонса.— Изв. СО АН СССР, 1983, № 8. Сер. техн. наук, вып. 2.
26. Chen K. K., Thyson N. A. Extension of Emmons' Spot Theory to Flows on Blunt Bodies.— AIAA Journal, 1971, v. 9, N 5.
27. Павлюченко А. М., Тютин А. А., Кораблев А. В. Теплообмен на метеорокете типа «Облако» при наличии отрыва пограничного слоя.— Изв. СО АН СССР, 1984, № 4. Сер. техн. наук, вып. 1.
28. Завьялов Ю. С., Квасов Б. И., Мирошниченко В. Л. Методы сплайн-функций. М.: Наука, 1980.
29. Алберг Дж., Нильсон Э., Уолли Дж. Теория сплайнов и ее приложения. М.: Мир, 1972.
30. Желтоводов А. А. Особенности отрывных течений при сверхзвуковых скоростях. Автореф. канд. дис. Новосибирск, 1979.
31. Гутер Р. С., Овчинский Б. В. Элементы численного анализа и математической обработки результатов опыта. М.: Наука, 1970.

УДК 532.543.01

В. П. БЕЛОГЛАЗОВ, В. П. МОТУЛЕВИЧ, Э. Д. СЕРГИЕВСКИЙ

ТЕЧЕНИЕ В КАНАЛЕ С ПРОНИЦАЕМОМИ ДВИЖУЩИМИСЯ СТЕНКАМИ

В ряде технических приложений, таких, например, как сушка плоских материалов или нитей в жидких металлах, возникает задача о расчете течения и теплообмена при движении поверхности или вдуве с поверхности, а также задача о течениях, которые образуются за счет подачи жидкости (или газа) через стенки канала. Выбор оптимальных параметров таких установок с точки зрения экономических показателей основан на детальном знании характеристик течения и теплообмена. В настоящее же время практически не существует разработанных методов расчета указанных характеристик, а имеющиеся в литературе данные чрезвычайно ограничены.

Известны [1, 2] решения уравнений ламинарного пограничного слоя для безградиентного течения со скольжением. В [3, 4] в аналогичной постановке проведено решение применительно к задаче о вдуве под острым углом к поверхности пластины. В [5] рассмотрены автоматизированные решения несжимаемого ламинарного пограничного слоя с продольными градиентами давления при наличии скольжения. Показано, что коэффициент трения при нулевых градиентах давления уменьшается как при положительных, так и при отрицательных значениях скорости движения стенки. В случае градиентных течений наблюдаются следующие особенности.

При положительных скоростях скольжения $u_w > 0$ наблюдается как уменьшение трения с ростом скорости скольжения при отрицательных градиентах давления, так и возрастание до некоторой максимальной величины при положительных градиентах давления. При отрицательных скоростях скольжения действие отрицательного градиента давления приводит к некоторому возрастанию трения при небольших скоростях. В случае больших скоростей решение не является единственным, что отмечалось ранее в [1—4].

В [6, 7] приведены результаты экспериментальных исследований в турбулентном режиме течения в пограничном слое. Поведение профилей скорости и коэффициента трения для некоторых режимов похоже на поведение при ламинарных режимах течения, но в общем случае направленный вдув существенно меняет структуру самого течения, что приводит к качественным, и к количественным отличиям от ламинарного режима течения.

Течения, образующиеся в каналах за счет вдува через проницаемые стенки, также обладают рядом особенностей, которые отмечены в [8, 9]. Например, точки перегиба в профилях скоростей на начальных участках свидетельствуют о неустойчивости профилей.

Широкий диапазон возможных режимных параметров течения и практически полное отсутствие экспериментальных данных чрезвычайно осложняют задачу. Действительно, если в ряде случаев течение создается за счет подачи охладителя через проницаемую стенку канала, то в другом крайнем случае движение потока создается за счет увлечения двумя или одной движущимися стенками (рис. 1). Промежуточные слу-

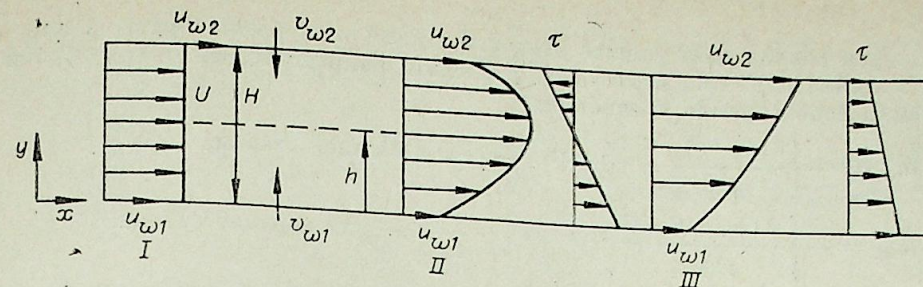


Рис. 1. Схема течения.
I — входной профиль; II — течение типа Пуазейля; III — течение типа Куэтта.

чай появляются, когда на движение охладителя накладывается движение стенок или происходит вдув, и при этом как нормальная, так и продольная составляющие скорости на стенке не равны нулю.

Течение может относиться к случаю, когда максимум скорости реализуется внутри канала, а напряжения трения на стенках имеют противоположный знак (см. рис. 1, II) или течение с непрерывным изменением скорости до максимального значения на одной из движущихся стенок (см. рис. 1, III).

В данной работе проводилось теоретическое исследование течения в плоском канале с движущимися и проницаемыми стенками на основе системы двумерных уравнений Навье — Стокса.

Постановка задачи. Рассмотрим течение в рабочем участке канала, через стенки которого может под некоторым углом подаваться охладитель. Одна или две стенки канала представляют при этом термообработываемый материал (см. рис. 1). Предположим, что течение стационарное и имеет ламинарный характер. Изменения параметров за счет изменения давления малы.

Основные уравнения. Для схемы течения, приведенной на рис. 1, течение и теплообмен описываются системой уравнений Навье — Стокса:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial u}{\partial y} \right),$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (1)$$

Определив функцию тока как $u = \frac{\partial \psi}{\partial y}$; $v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$, а завихренность $\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$, получим каноническое уравнение

$$a \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\varphi \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\varphi \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \right\} - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ b_1 \frac{\partial}{\partial x} (c\varphi) \right\} - \frac{\partial}{\partial y} \left\{ b_2 \frac{\partial}{\partial y} (c\varphi) \right\} + d = 0, \quad (2)$$

где для уравнения энергии

$$\varphi = C_p T; \quad a = 1; \quad b_1 = b_2 = \frac{1}{\text{RePr}}; \quad c = \frac{1}{\text{Re}}; \quad d = 0;$$

для уравнения завихренности

$$\varphi = \omega; \quad a = 1; \quad b_1 = b_2 = 1; \quad c = \frac{1}{\text{Re}}; \quad d = 0;$$

для уравнения функции тока

$$\varphi = \psi; \quad a = 0; \quad b_1 = b_2 = \frac{1}{\rho}; \quad c = 1; \quad d = -\omega.$$

Обезразмеривание проводилось для всех переменных, имеющих размерность скорости, делением на $u_{\text{вх}}$, размерность длины — на H .

Граничные условия. Для всех случаев условия на входе для ψ и ω вычисляются по заданному профилю продольной скорости.

Для случая движущихся стенок функции тока равны нулю на нижней стенке и 1 — на верхней. Для расчета напряженности вихря вблизи стенки используются уравнения:

$$\omega_{w1} = - \left[\frac{3(\psi_2 - \psi_1)}{\rho y_1^2} + \frac{\omega_2}{2} \right] + \frac{3u_{w1}}{y_1} \text{ — для нижней стенки,}$$

$$\omega_{w2} = - \left[\frac{3(\psi_N - \psi_{N-1})}{\rho y_{N-1}^2} + \frac{\omega_{N-1}}{2} \right] + \frac{3u_{w2}}{y_{N-1}} \text{ — для верхней стенки.}$$

Для случая проницаемой стенки функция тока $\psi_{i+1} = \psi_i \mp v_{wi} \Delta x$ — для нижней стенки, $\psi_{i+1} = \psi_i \pm v_{w2} \Delta x$ — для верхней стенки, где верхний индекс относится к случаю вдува, нижний — к случаю отсоса. В выходном сечении выполнялись условия $\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0$.

Обсуждение полученных результатов. Рассмотрим область полностью развитого течения в канале с движущимися непроницаемыми стенками.

Для этого случая уравнение движения имеет вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (3)$$

с граничными условиями

$$y = 0, \quad u = u_{w1}, \quad (4)$$

$$y = H, \quad u = u_{w2}.$$

Интегрирование уравнения (3) дает

$$u = \bar{u}_{w1} + (\bar{u}_{w2} - u_{w1}) \bar{y} + 6 \left(1 - \frac{\bar{u}_{w1}}{2} - \frac{\bar{u}_{w2}}{2} \right) \bar{y} (1 - \bar{y}). \quad (5)$$

Обезразмеривание проведено на среднемассовую скорость $u_{cp} = \frac{1}{H} \int_0^H u dy$. При этом величина скорости сохраняется постоянной, а перепад давления за счет внешнего насоса при движении стенок падает. Для безразмерного трения имеем

$$\frac{\tau H}{\mu u_{cp}} = \frac{c_f Re_H}{2} = \bar{u}_{w2} - \bar{u}_{w1} + 6 \left(1 - \bar{u}_{w1} - \frac{\bar{u}_{w2} - \bar{u}_{w1}}{2} \right) (1 - 2\bar{y}), \quad (6)$$

из выражения (6) можно получить простые выражения для относительных законов трения

$$y = H, \quad \frac{\tau}{\tau_0} = 1 - \frac{2}{3} \bar{u}_{w2} - \frac{1}{3} \bar{u}_{w1}; \quad (7)$$

$$y = 0, \quad \frac{\tau}{\tau_0} = 1 - \frac{1}{3} \bar{u}_{w2} - \frac{2}{3} \bar{u}_{w1}. \quad (8)$$

Результаты расчетов показывают, что полученные выражения хорошо выполняются и для начальных участков канала *).

Область развивающегося течения. Численное решение уравнений (2) проводилось на основе алгоритма с использованием метода Гаусса — Зайделя на неравномерной сетке 21×21 , реализованного на языке FORTRAN для ЭВМ серии ЕС.

Следует отметить следующие полученные особенности течения. Как видно из рис. 2 и 3, существует взаимное влияние скоростей верхней и нижней стенок на переход от одного типа течения к другому (от тече-

*) Расчеты и анализ для $\bar{u}_{w1} = 0$ были проведены ранее И. А. Антышевым, С. В. Жубриным и В. П. Мотулевичем.

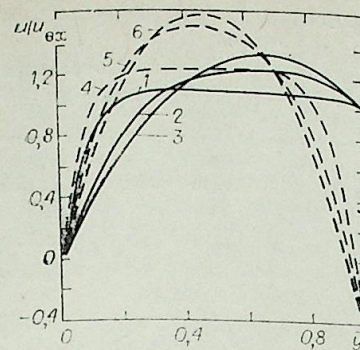


Рис. 2. Развитие профиля скорости при движении верхней стенки. Движение стенки в направлении потока охладителя (—); $u_{w2} = u_{вх}$, $\bar{x} = 0,325$ (1); 2,037 (2); 11,71 (3). Движение стенки против потока охладителя (---): $u_{w2} = -0,5$; $\bar{x} = 0,325$ (4); 2,037 (5); 11,71 (6).

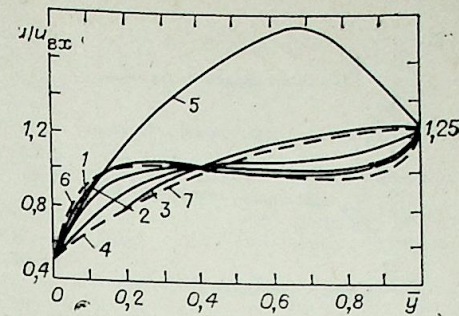


Рис. 3. Развитие профиля скорости при движении двух стенок.

Стенки непроницаемы (—); $\bar{x} = 0,325$ (1); 0,67 (2); 2,04 (3); 11,7 (4); 95 (5). Вдув (---): $\bar{V}_{w1} = 5 \cdot 10^{-3}$ ($\bar{u}_{w1} = 0,5$; $u_{w2} = 1,25$); $\bar{x} = 0,325$ (6); 95 (7).

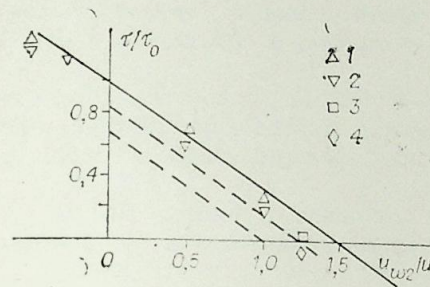


Рис. 4. Профиль относительного трения на верхней стенке в зависимости от скорости ее движения. — расчет по зависимости (7); численный расчет: $\bar{x} = 0,25$ (1); 3,53 (2); --- расчет по зависимости (7); $\bar{u}_{w1} = 0,5$; $\bar{x} = 0,25$ (3); 3,93 (4).

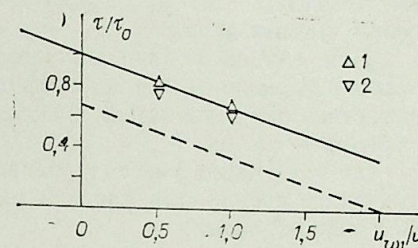


Рис. 5. Профиль относительного трения на нижней стенке в зависимости от скорости движения верхней стенки. — расчет по зависимости (8); $\bar{u}_{w1} = 0$; численный расчет: $\bar{x} = 0,25$ (1); 3,93 (2); --- расчет по зависимости (8); $\bar{u}_{w1} = 0,5$.

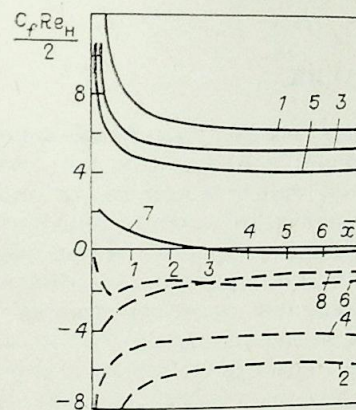


Рис. 6. Профиль коэффициента трения по длине канала.

На верхней стенке (—), на нижней стенке (---). 1, 2 — течение Пуазейля; 3, 4 — $\bar{u}_{w1} = 0$; $u_{w2} = 0,5$; 5, 6 — $\bar{u}_{w1} = 0$; $\bar{u}_{w2} = 1,0$; 7, 8 — $\bar{u}_{w1} = 0,5$; $u_{w2} = 1,25$.

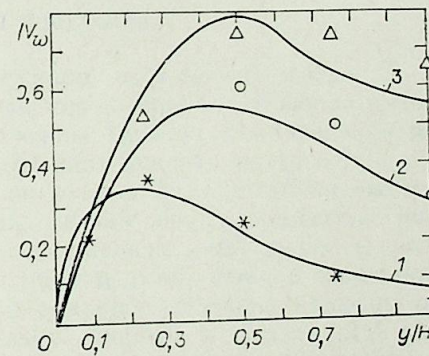


Рис. 7. Профиль продольной скорости в начальных участках канала, $Re_0 = 50$.

$\bar{x} = 0,2$ (1); 0,4 (2); 0,6 (3); *, O, A — соответствующие сечения из работы [10].

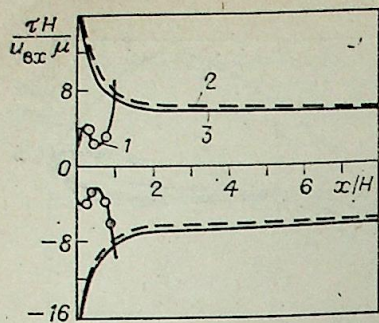


Рис. 8. Профиль безразмерного трения по длине канала.

1 — $\bar{v}_{w1} = \bar{v}_{w2} = 1,0$; $\bar{u}_{w1} = \bar{u}_{w2} = 0$; 2 — течение Пуазейля; 3 — $\bar{v}_{w1} = 0,009$; $\bar{u}_{w1} = \bar{u}_{w2} = 0$.

ния типа Куэтта в течение типа Пуазейля). Например, при $\bar{u}_{w2} = 0$ этот переход осуществляется при $\bar{u}_{w1} = 1,5$ (рис. 4), а при $\bar{u}_{w1} = 0,5$ при скорости верхней стенки $\bar{u}_{w2} = 2,0$ (рис. 5).

Для случая непроницаемых движущихся поверхностей и течения пуазейлевского типа коэффициент трения при определенных скоростях стенок и потока меняется на противоположный по сравнению с течением при неподвижных стенках. При подвижной нижней стенке это происходит при скорости верхней стенки $\bar{u}_{w2} = 1,0$; при скорости нижней стенки $\bar{u}_{w1} = 0,5$ при $\bar{u}_{w2} = 1,25$ и т. д. Это наглядно видно из полученных профилей продольной составляющей скорости (см. рис. 2, 3). На начальных участках скорость стенки превышает скорость потока и она увлекает поток (течение при этом оказывается куэтовского типа), но при дальнейшем движении за счет нарастания пограничных слоев на стенках и роста скорости поток на выходных сечениях становится уже пуазейлевского типа и трение на верхней стенке меняет знак.

Для случая подачи охладителя через проницаемую стенку и при наличии основного потока гидродинамическая картина не претерпевает существенных изменений: деформация профилей показана на рис. 3, а трения — на рис. 6.

На начальных участках канала вдув уменьшает трение, а на выходных из-за увеличения расхода увеличивает по сравнению с непроницаемой поверхностью.

Для случая проницаемых неподвижных поверхностей профили скоростей, приведенные на рис. 7, имеют неустойчивый характер (наличие точек перегиба). Этот факт обнаружен ранее в [2]. Профиль трения (рис. 8) возрастает на начальных участках, поскольку у стенок существует поток с повышенным значением скорости, затем за счет вдува происходит оттеснение потока и падение трения. В дальнейшем по мере увеличения общего потока через канал за счет вдува происходит возрастание трения, так как увеличивающийся поток прижимает пограничный слой ближе к стенкам.

ВЫВОДЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ

В работе рассмотрен широкий диапазон возможных комбинаций уровня скорости и направления движения стенок канала. Показано, что при определенных уровнях скоростей меняется тип течения от течения типа Пуазейля до течения типа Куэтта. Для развитого течения получены простые аналитические выражения для профилей скоростей и коэффициентов трения в случае как верхней, так и нижней движущихся стенок, которые могут быть использованы для проведения расчетов трения в установках с движущимися непроницаемыми поверхностями. Показано, что профили скорости обладают на начальных участках точками перегиба (см. рис. 7) и профиль трения имеет два максимума, вызванных различными режимами течения; а также, что при вдуве коэффициент трения на выходных участках канала может увеличиваться по сравнению с непроницаемой поверхностью за счет увеличения общего расхода, вызванного притоком вдуваемого газа (см. рис. 8).

ЛИТЕРАТУРА

1. Черный Г. Г. Лампнарные движения газа и жидкости в пограничном слое с поверхностью разрыва. — Изв. АН СССР, ОТН, 1954, № 12.
2. Cazal P. Sur l'ensemble des solutions l'equation de la couche limite. — J. de me'canique, 1972, v. 11, N 3.
3. Inger O. R. Vecteded Injection into Isobaric Laminar Boundary Layer. — Flows, me — und Stoffübertragung, 1972, v. 5, N 4.
4. Ингер, Суин. Направленный вдув в ламинарный слой при наличии теплообмена. — Ракет. техника и космонавтика, 1975, № 5.
5. Жубрин С. В., Мотулевич В. П., Сергиевский Э. Д. О градиентных течениях в ламинарном пограничном слое у поверхности раздела несмешивающихся жидкостей. — Труды Моск. энерг. ин-та, 1979, вып. 395.
6. Климов А. А., Сергиевский Э. Д., Яновский Л. С. Турбулентный пограничный слой при направленном вдуве через проницаемую пластину. — Науч. труды МЛТИ, 1981, вып. 130.
7. Ерошенко В. М., Климов А. А., Яновский Л. С. Турбулентный пограничный слой на пористых поверхностях при вдувах под разными углами к стенке. — МЖГ, 1982, № 3.
8. Berman A. S. Laminar flow in channels with Porous walls. — J. Appl. Phys., 1953, v. 24, N 9.
9. Варпаев В. Н. Течение вязкой жидкости в начальном участке с пористыми стенками. — Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 4.

УДК 532.529.5

Э. П. ВОЛЧКОВ, А. П. КАРДАШ, В. И. ТЕРЕХОВ

ГИДРОДИНАМИКА ВИХРЕВОЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ КАМЕРЫ ПРИ НАЛИЧИИ ТВЕРДОЙ ФАЗЫ

Использование закрученных течений в целом ряде технологий (сушка дисперсных материалов, вихревые точки, циклонные пылеуловители и др.) связано с наличием в потоке значительных концентраций твердой примеси. При этом для расчета параметров процессов переноса прежде всего необходимо знать скорости дисперсной и газообразной фаз. Известно [1—4], что при введении твердого материала в вихревую камеру перепад статического давления на ней уменьшается. Исследование аэродинамики таких камер показало [1, 2, 4], что с увеличением концентрации твердой фазы уровень окружных скоростей снижается. В проведенных экспериментальных работах падение окружных скоростей объясняется различными факторами, среди которых указывается снижение интенсивности турбулентности потока за счет присутствия твердой фазы, дополнительными затратами энергии на вращение частиц и др. Однако имеющийся по данному вопросу экспериментальный материал носит качественный характер.

К настоящему времени достаточно хорошо разработаны методы расчета движения одиночных частиц в вихревых потоках [5—7] с учетом реальной картины течения (силы Магнуса, взаимодействие частиц со стенками камеры и т. п.). В работе [3] сделана попытка обобщения опытных данных по гидродинамике вихревой камеры с протоком через нее твердой фазы. Предложенный метод расчета основан на использовании гипотезы сохранения потенциальности течения в камере при введении в нее твердой фазы. Автором были найдены зависимости времени разгона частиц и время нахождения их в камере для различных расходных характеристик камеры.

В данной работе экспериментально и аналитически изучается влияние стационарного вращающегося слоя частиц на аэродинамику вихревой камеры с гиперболическими торцевыми крышками. Ранее [8, 9] было показано, что такая камера имеет ряд преимуществ по сравнению с камерой, имеющей плоские торцы. Было установлено, что вращение потока в объеме вне выходного отверстия происходит практически без потерь циркуляции. Это обстоятельство и ряд других причин, о которых будет говориться далее, свидетельствуют о преимуществах использования вихревых камер с гиперболическими торцевыми стенками.

1. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОБОРУДОВАНИЯ И МЕТОДИКИ ИЗМЕРЕНИЙ. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Исследование аэродинамики проведено в вихревой камере, имеющей следующие геометрические характеристики (рис. 1): наружный радиус камеры $R_0 = 0,18$ м, радиус выходного отверстия $r_1 = 0,04$ м, высота камеры на периферии $h_0 = 0,06$ м. Торцевые стенки камеры имели форму гиперболоида вращения, а радиальная массовая скорость при любом значении радиуса оставалась постоянной $\rho V_r = \rho_0 V_{r_0} = G_r / 2\pi r h = \text{const}$, где G_r — расход газа через камеру.

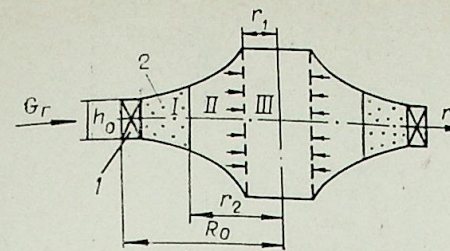


Рис. 1. Схема исследуемой вихревой камеры.

1 — закручивающий аппарат; 2 — торцевые стенки; I, II, III — двухфазная зона, области потенциального и квазитвердого вращения.

Воздух в вихревую камеру подавался через цилиндрический завихритель 1 (рис. 1), имеющий 36 щелей размерами $3,1 \times 60 \cdot 10^{-3}$ м, угол наклона щелей к радиусу камеры составлял 90° . Подвод воздуха к направляющему аппарату производился равномерно по периферии через улиточное устройство. Во время экспериментов камера располагалась горизонтально, выброс воздуха из нее осуществлялся через отверстие, расположенное в верхней торцевой крышке.

Экспериментальное исследование включало в себя измерение полей давления и скоростей газового потока при наличии твердой фазы. Измерялось также аэродинамическое сопротивление аппарата и скорость вращения твердой фазы. В процессе экспериментов для сопоставления производилось исследование аэродинамики вихревой камеры и при однофазном течении. Методика проведения экспериментов в этом случае не отличалась от описанной в работе [9].

В опытах использовались частицы нефракционированного речного песка плотностью $\rho_s = 1,9 \cdot 10^3$ кг/м³ и диаметром в интервале $d_s = (0,5 \div 4) \cdot 10^{-3}$ м; модалный размер частиц составлял $\sim 2 \cdot 10^{-3}$ м. Частицы песка были несферичны и имели острые края и выступы, однако их размеры по трем взаимно перпендикулярным осям были близки между собой.

Измерение полей скоростей в камере, как и при однофазном течении [9], проводилось одноканальным цилиндрическим зондом диаметром $d_z = 3 \cdot 10^{-3}$ м с приемным отверстием $d_0 = 0,3 \cdot 10^{-3}$ м. Зонд был протянут по диаметру камеры на половине ее высоты. В процессе экспериментов зонд периодически продувался сжатым воздухом.

Аэродинамическое сопротивление камеры определялось как разность между статическим давлением на входе в камеру перед направляющим аппаратом и атмосферным давлением. Отбор давления проводился со стенки прямолинейного участка улиточного подвода. Измерения показали, что динамический напор на входе был пренебрежимо мал по сравнению со статическим давлением, поэтому аэродинамическое сопротивление практически соответствовало величине полного избыточного давления перед камерой.

Методика проведения экспериментов была следующей. В камеру засыпалась навеска песка с массой m_0 , после чего в нее подавался закрученный поток воздуха. Масса песка приводилась во вращение, при этом часть частиц выбрасывалась из камеры. Наиболее интенсивный выброс песка происходил в начале опыта, затем он снижался, и после 15—20 мин работы вес вращающегося слоя оставался постоянным.

На рис. 2 представлено изменение по времени массы вращающихся в камере частиц. Величина массы удерживаемого слоя для различных значений длительности эксперимента определялась серией опытов, причем перед каждой продувкой в камеру засыпалась первоначальная на-

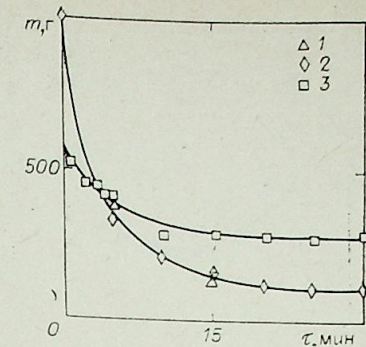


Рис. 2. Изменение по времени массы вращающихся в камере частиц. 1 — $G_r = 150$ г/с, $m_0 = 1000$ г; 2 — $G_r = 150$ г/с, $m_0 = 500$ г; 3 — $G_r = 260$ г/с, $m_0 = 1000$ г.

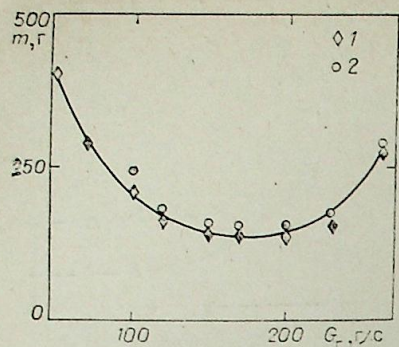


Рис. 3. Зависимость массы удерживаемого песка от расхода воздуха.
1 — $m_0 = 1000$ г; 2 — 500 г.

веска песка и по истечении заданного промежутка времени подача воздуха прекращалась, а оставшаяся масса частиц взвешивалась. Опытные точки 1 на этом рисунке получены при величине начальной загрузки $m_0 = 1000$ г и при расходе через камеру $G_r = 150$ г/с. Изменение величины первоначальной загрузки ($m_0 = 500$ г, точки 2) практически не влияло на значение массы удерживаемого слоя, и результаты экспериментов практически совпали с данными для $m_0 = 1000$ г (точки 1). С увеличением расхода газа ($G_r = 260$ г/с, точки 3) масса вращающихся частиц также возрастала.

Измерение полей скоростей и давлений в вихревой камере проводилось по истечении 20–30 мин после начала опыта, т. е. когда прекратился выброс частиц из камеры.

В широком диапазоне изменения расходов воздуха через камеру зависимость массы частиц от его величины имеет сложный вид. Результаты таких экспериментов представлены на рис. 3. Все измерения на этом рисунке были проведены для стационарных условий, т. е. через 30 мин после начала эксперимента.

Для малых значений расхода воздуха $G_r \leq 120$ г/с масса остающихся частиц в камере с увеличением расхода воздуха падает. Это объясняется тем, что при небольших значениях расхода частицы слабо вовлечены во вращение, вынос частиц при этом также мал. Этот режим течения ($G_r \leq 120$ г/с) нестационарен и характеризуется периодическими образованиями завалов в центре камеры и наличием медленно вращающихся по нижнему торцу камеры спиралевидных скоплений частиц.

При дальнейшем увеличении расхода $G_r = 150–200$ г/с происходит формирование слоя частиц и масса выносимого из камеры песка стабилизируется. Основная масса вращающихся частиц при этих расходах располагается на нижней торцевой крышке и части боковой поверхности у завихрителя: образующийся неплотный слой у цилиндрической стенки в этом случае является нестационарным.

При $G_r \geq 200$ г/с центробежные силы становятся существенными, поэтому с их увеличением возрастает устойчивость слоя и вынос частиц из камеры соответственно снижается. Следует отметить, что величина начальной загрузки камеры $m_0 = 1000$ г (точки 1), $m_0 = 500$ г (точки 2) на весовое состояние слоя влияния не оказывает.

Далее проводилось измерение профилей давлений и скоростей в камере. На рис. 4 представлено распределение статического давления по радиусу вихревой камеры; измерения проводились без загрузки частиц (1, 2) и при наличии вращающихся частиц в камере (3, 4), расход возду-

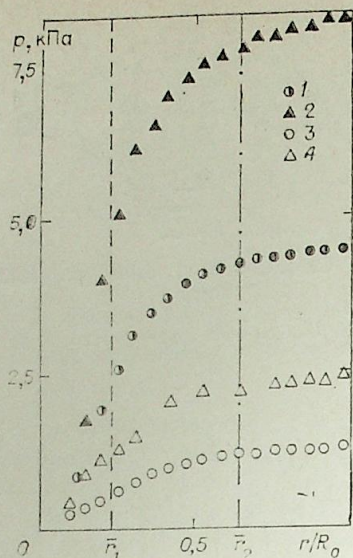


Рис. 4. Распределение статического давления по радиусу вихревой камеры. 1, 2 — однофазный режим; 3, 4 — вращение с частицами; 1, 3 — $G_r = 150$ г/с; 2, 4 — 200 г/с.

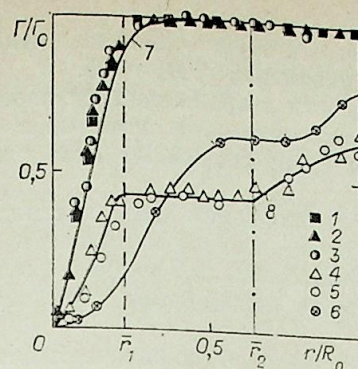


Рис. 5. Относительная циркуляция по радиусу камеры.

1–3 — однофазный режим $G_r = 150, 200, 260$ г/с соответственно; 4, 5 — вращение с частицами при $G_r = 150$ и 200 г/с; 6 — опыты [1]; 7 — расчет [9]; 8 — расчет по формуле (2.14).

ха при этом составлял $G_r = 150$ г/с (точки 1 и 3) и $G_r = 200$ г/с (точки 2 и 4). Пунктирной линией на этом и последующих рисунках нанесена граница выходного отверстия камеры $\bar{r}_1 = r_1/R_0$, штрихпунктирной — граница области двухфазного слоя \bar{r}_2 . Как следует из рис. 4, наличие небольшой массы вращающихся с потоком частиц песка (эти опыты проводились с весом слоя $m = 150$ г для обоих расходов) значительно снижает уровень давлений в вихревой камере. Так, давление на периферии камеры при введении частиц падает по сравнению с однофазным течением более чем в 3 раза.

Результаты опытов, обработанные в виде зависимости безразмерной циркуляции Γ/Γ_0 по радиусу камеры, представлены на рис. 5. Здесь Γ_0 — расчетная циркуляция, определенная по параметрам завихрителя. При течении воздуха в камере без частиц (точки 1–3 для расходов $G_r = 150, 200$ и 260 г/с соответственно) циркуляция вне выходного отверстия сохраняется постоянной и равной расчетному значению на завихрителе. В зоне выходного отверстия падение циркуляции к центру камеры происходит по закону, близкому к квазитвердому вращению. Потенциальный характер течения газа $\Gamma = \text{const}$ в зоне основного вихря гиперболической камеры при однофазном течении был установлен в [9]. На рис. 5 сплошной линией 7 нанесены результаты расчета циркуляции в гиперболической камере по методике этой работы.

С введением дисперсной фазы вид зависимости относительной циркуляции в камере существенно отличается. Это наглядно представлено на рис. 5, где точки 4, 5 соответствуют расходу воздуха через камеру $G_r = 150$ и 200 г/с, а масса вращающегося слоя была равной $m = 150$ г. Из данных, представленных на рис. 5, можно сделать следующие выводы. Во-первых, за счет снижения коэффициента сохранения скорости $\epsilon = V_{\phi 0}/V_{\text{фор}}$ представляющей собой отношение окружной скорости на периферии камеры к ее расчетному значению, определенному по параметрам завихрителя, общий уровень циркуляций в камере значительно ниже, чем при однофазном течении. В зоне I (см. рис. 1), где в основном располагается вращающийся слой частиц, циркуляция потока при продвижении к центру падает. В области, свободной от частиц (зона II), как и при однофазном течении, вращение потока происходит с постоянной циркуляцией, и в зоне выходного отверстия наблюдается изменение циркуляции с радиусом по закону, близкому к $\Gamma/r^2 \approx \text{const}$.

Точками 6 на рис. 5 представлены опытные данные [1], полученные при продувках моделей циклонных топочных камер. Несмотря на различие в геометрии камер и режимных параметров по сравнению с экспериментами настоящей работы, эти результаты схожи, т. е. имеют место падение циркуляции в области вращающегося слоя частиц, зона с постоянной циркуляцией и область выходного отверстия. Сокращение

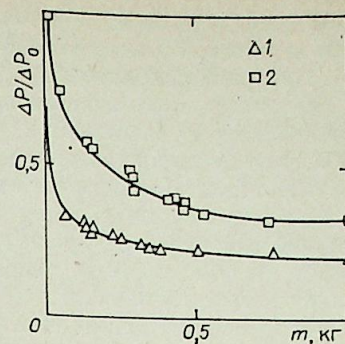


Рис. 6. Влияние веса слоя на сопротивление аппарата.
1 — $G = 150$ г/с; 2 — 200 г/с.

зоны потенциального течения в этих опытах обусловлено, вероятно, большой величиной диаметра выхлопа, составляющей $r_1/R_0 \approx 0,5$.

Потери циркуляции скорости в области с вращающимся слоем можно объяснить торможением несущей фазы частицами, которые из-за взаимодействия с боковыми и торцевыми стенками имеют скорость меньшую, чем скорость газового потока.

Величина скоростного отставания (скольжения фаз) частиц влияет не только на аэродинамику потока в этой зоне, но и является определяющей при анализе процесса тепломассообмена дисперсной фазы с несущей средой, поэтому экспериментальное определение этой величины является важной задачей.

Скорость вращения слоя частиц в экспериментах определялась двумя способами — стробоскопической визуализацией и при помощи контрольного флажка, помещенного во вращающийся слой.

Визуализация вращающегося слоя осуществлялась строботометром, причем частота вспышек его подбиралась таким образом, чтобы за время экспозиции фотоаппарата произошло 3—4 вспышки.

Определение скорости движения частиц с помощью вращающегося флажка проводилось следующим образом. Флажок, изготовленный из проволоки $d \approx 0,8$ мм, одним концом был закреплен на протянутый вдоль оси камеры тонкий стержень, вокруг которого он мог свободно вращаться. Другой конец флажка, имеющий форму треугольника с максимальным размером стороны 3—4 мм, помещался непосредственно во вращающийся слой; частота вращения флажка определялась с помощью строботометра. Измерения, проведенные этими двумя независимыми методами, дали практически одинаковые результаты.

Эксперименты показали, что окружная скорость движения частиц значительно ниже скорости газового потока. Так, при расходе через камеру $G_r = 150$ г/с и массе вращающегося слоя $m_0 = 150$ г окружная скорость частиц $W_\varphi \approx 0,9$ м/с, а при $G = 200$ г/с и таким же весом слоя $W_\varphi \approx 1$ м/с; при этом окружная скорость газовой фазы на периферии камеры, где в основном располагается слой, составляет $V_{\varphi 0} = 15$ и 20 м/с соответственно. Такие большие относительные скорости обтекания частиц и обуславливают в данном случае интенсификацию процессов тепломассообмена между твердой фазой и закрученным потоком воздуха.

Одна из важных характеристик вихревого аппарата — его аэродинамическое сопротивление. Данные, приведенные на рис. 4, свидетельствуют о том, что при введении в вихревую камеру твердых частиц за счет снижения окружной скорости потока и в соответствии с этим уменьшается радиальный градиент давления в камере и ее аэродинамическое сопротивление. На рис. 6 представлены результаты экспериментов по влиянию веса вращающегося слоя m на аэродинамическое сопротивление вихревой камеры. Величина аэродинамического сопротивления ΔP на этом рисунке отнесена к сопротивлению камеры ΔP_0 при однофазном течении. При расходе воздуха $G = 150$ г/с (точки 1) сопротивление камеры без частиц составляло $\Delta P_0 = 5$ КПа, а расходе $G = 200$ г/с $\Delta P_0 = 9$ КПа.

Из рис. 6 следует, что сопротивление камеры снижается при увеличении массы вращающегося слоя, причем наиболее сильное изменение сопротивления происходит при малых значениях массы частиц. С увеличением загрузки камеры сопротивление ее стабилизируется и асимптотически приближается к постоянному значению. Большое количество факторов — геометрия камеры и завихрителя, расход несущей фазы, количество и дисперсный состав твердой фазы, влияющих на течение в камере, не позволили сопоставить и обобщить результаты подобных измерений других авторов [1, 4, 10], однако эти опытные данные имеют аналогичный вид.

2. РАСЧЕТ ГИДРОДИНАМИКИ ВИХРЕВОЙ КАМЕРЫ С ВРАЩЕНИЕМ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ. СОПОСТАВЛЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

Для анализа весь объем вихревой камеры (см. рис. 1) разобьем на три зоны: I — $r_2 \leq r \leq R_0$ — область вращения двухфазного течения, II — $r_1 \leq r \leq r_2$ — область основного вихря вне слоя частиц и III — $0 \leq r \leq r_1$ — зона выходного отверстия.

При описании течения в зоне с частицами I воспользуемся моделью раздельного течения фаз [11]. Объемная концентрация частиц в имеющихся местах режимах организации вращающегося слоя составляла

$$\beta = \frac{V_s}{V_s + V_T} \leq 0,01,$$

где V_s и V_T — объем твердой и газовой фаз. Для таких малых значений объемной концентрации твердой фазы, по данным [12], влиянием стесненности движения и соответственно взаимодействием между частицами газовой и дисперсной фаз, предполагая при этом, что трение, обусловленное градиентом скорости газовой фазы, пренебрежимо мало. Взаимодействие между твердой и жидкой фазами будем учитывать посредством объемной силы F

$$\begin{aligned} (1 - \beta) \left[\rho V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{\rho V_\varphi^2}{r} \right] &= - \frac{\partial P}{\partial r} - F_{r3} \\ (1 - \beta) \left[\rho V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \rho \frac{V_r V_\varphi}{r} \right] &= - F_{\varphi 0}. \end{aligned} \quad (2.1)$$

При записи соотношения (2.1) сделаны такие же предположения, как и для однофазного режима течения, т. е. течение по окружной компоненте скорости является плоским ($\partial V_\varphi / \partial Z = 0$), отсутствуют пограничные слои и вторичные течения.

Уравнения движения для твердой фазы можно записать

$$\begin{aligned} \beta \left[\rho_s W_r \frac{\partial W_r}{\partial r} - \rho_s \frac{W_\varphi^2}{r} \right] &= F_r, \\ \beta \left[\rho_s W_r \frac{\partial W_\varphi}{\partial r} + \rho_s \frac{W_r W_\varphi}{r} \right] &= F_\varphi. \end{aligned} \quad (2.2)$$

В общем случае на частицу, движущуюся в потоке, со стороны газа действуют следующие основные силы: силы сопротивления, подъемная сила, сила Магнуса, сила, обусловленная градиентом давления в потоке, сила Босса и др.

В периферийной области вихревой камеры вне пограничных слоев, где отсутствуют значительные градиенты скорости, действием подъемной силы можно пренебречь; из-за произвольного направления вектора угловой скорости частиц влияние силы Магнуса также не будем учитывать. Проведенные оценки показали, что в рассматриваемых условиях ($\rho_s \gg \rho_0$ и $W_\varphi \ll V_\varphi$) необходимо учитывать силы, вызванные радиальным стоком газа и градиентом давления по радиусу камеры:

$$f = C_f \pi r_s^2 \rho_0 \frac{\bar{V}_i^2}{2} + \frac{4}{3} \pi r_s^3 \frac{dP}{dr}. \quad (2.3)$$

Здесь C_f — коэффициент сопротивления частиц. Для частиц произвольной формы $C_f = K_\phi C_{fш}$; $C_{fш}$ — сопротивление сферической частицы; K_ϕ — коэффициент формы частицы; r_s — радиус частицы; $\bar{V}_i = V_i - W_i$ — относительная скорость частицы.

Для стационарного движения частиц в гиперболической камере выражение (2.3) можно преобразовать

$$f = \frac{C_f \pi r_s^2 \rho_0 u_r^2}{2} \left(1 + \frac{8}{3} \frac{r_s}{C_f \bar{r}^{2n+1}} \cdot \frac{V_s^2}{V_r^2} \right), \quad (2.4)$$

где

$$\bar{r}_s = r_s/R_0; \quad \bar{r} = r/R_0,$$

а n — показатель степени в законе изменения окружной скорости по радиусу камеры $V_\varphi \cdot \bar{r} = \text{const}$. Второй член в (2.4) обусловлен градиентом давления газа в камере. В большинстве случаев при вращении твердых частиц в газе влияние этого фактора незначительно, однако для условий проводимых экспериментов ($V_{\varphi 0}/W_{\varphi 0} \gg 1$) и крупных частиц $r_s \approx 2 \cdot 10^{-3}$ м сила, обусловленная градиентом давления, может превосходить силу радиального сопротивления.

Коэффициент сопротивления C_f в (2.4) зависит от режима обтекания частиц. Для условий проведенных экспериментов число Рейнольдса, построенное по полной относительной скорости частицы и ее диаметру, находится в диапазоне $Re_s = (2 \div 5) \cdot 10^3$, что соответствует ньютоновскому режиму обтекания $C_{f \text{шт}} = 0,44$. Определим коэффициент сопротивления частиц нефракционного песка, использовавшихся в экспериментах. Влияние несферичности частиц принято характеризовать геометрическим коэффициентом формы q , равным отношению поверхности частицы S к поверхности сферы с эквивалентным объемом $q = (S/S_{\text{ш}})_{V_s = \text{idem}}$. По данным [12], коэффициент формы частиц нефракционированного песка в среднем $q \approx 1,5$ и динамический коэффициент сопротивления

$$K_\Phi = (C_f/C_{f \text{шт}})_{Re = \text{idem}} = 12,4 - 11,4/q = 4,8. \quad (2.5)$$

Для монофракционного состава частиц в слое выражение для силы F можно записать

$$F = f \cdot m = 3/4 C_f \cdot \frac{\beta}{r_s} \rho_0 \frac{(V_i - W_i)}{2} + \beta \rho_0 \frac{dP}{dr}. \quad (2.6)$$

Здесь m — число частиц в единице объема.

Проанализируем в начале уравнения движения для твердой фазы. Рассмотрим случай стационарного движения частиц в вихревой камере. Условие радиального равновесия частиц $W_r = 0$ в гиперболической камере, согласно (2.2), можно записать

$$\rho_s \frac{W_\varphi^2}{r} = 3/8 C_f \frac{\rho_0}{r_s} V_r^2 + \frac{\rho_0 V_\varphi^2}{r}, \quad (2.7)$$

а радиус равновесной орбиты частиц

$$r^* = 8/3 \frac{r_s}{C_f} \cdot \frac{V_\varphi^2}{V_r^2} \left(\frac{\rho_s W_\varphi^2}{\rho_0 V_r^2} - 1 \right). \quad (2.8)$$

При вращении мелких частиц, когда скольжение фаз практически отсутствует $W_\varphi \approx V_\varphi$, величина $\rho_s/\rho_0 \gg 1$, и тогда (2.8) дает значение радиуса равновесной орбиты при действии одной только силы радиального сопротивления

$$r^* = 8/3 \frac{r_s}{C_f} \cdot \frac{\rho_s W_\varphi^2}{\rho_0 V_r^2}. \quad (2.9)$$

Измерение скоростей газовой и твердой фаз в камере показало, что в исследуемых условиях $W_\varphi \ll V_\varphi$, что свидетельствует о необходимости учета влияния градиента давления при расчете радиуса равновесных орбит.

Одним из важных параметров, характеризующих состояние вращающегося слоя частиц, является устойчивость этого слоя к случайным возмущениям. Рассмотрим условие устойчивости вращения частиц по равно-

весным орбитам. Для устойчивого движения необходимо, чтобы сила, действующая на частицу при ее отклонении от равновесного состояния, была направлена навстречу движению, т. е.

$$\frac{dF}{dr} = \frac{d(F_{\text{ц}} - F_{\text{сопр}} - F_{\text{давл}})}{dr} < 0. \quad (2.10)$$

Для простоты анализа рассмотрим случай течения с мелкими частицами, когда $F_{\text{давл}} \rightarrow 0$.

В гиперболической камере ($V_r = \text{const}$) при произвольном изменении окружной скорости частиц ($W_\varphi r^n = \text{const}$) и для ньютоновского режима обтекания частиц из (2.9) и (2.10) получим

$$\frac{dF_\Sigma}{dr} = -\frac{4}{3} (2n+1) \rho_s \pi r_s^3 \frac{V_\varphi^2 R_0^{2n}}{r(2n+2)} \leq 0. \quad (2.11)$$

Тогда положение частиц на орбите будет устойчивым, если $n \geq -0,5$. Коэффициент n может изменяться от $n = -1$ для квазитвердого вращающейся вихревой камере вращение частиц менее устойчиво, чем в гиперболической камере, и определяется условием $n \geq 0,5$. Это обстоятельство является важным при организации вращающегося слоя в вихревых камерах.

Из уравнения (2.8) с учетом (2.5) найдем радиус равновесной орбиты вращающихся частиц. Для этого воспользуемся экспериментально найденным значением тангенциальной скорости частиц W_φ ; при расходе воздуха через камеру $G_r = 200$ г/с, $W_\varphi \approx 1$ м/с. Для этих условий радиус равновесной орбиты $r^* = 0,52$ м, что в 2,6 раза больше, чем радиус камеры. Следовательно, частицы в камере вращаются по орбитам, значительно меньшим равновесных. При этом избыточный момент количества движения частиц гасится за счет их взаимодействия со стенками камеры.

Проанализируем влияние твердой фазы на динамику газообразной фазы в камере. Из уравнений (2.1) для окружной компоненты скорости в зоне I (см. рис. 1) следует

$$V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \frac{V_r V_\varphi}{r} = 3/4 C_f \frac{\beta}{(1-\beta) r_s} \cdot \frac{(V_\varphi - W_\varphi)^2}{2}. \quad (2.12)$$

Рассмотрим два предельных случая: течение с отсутствием скольжения фаз $V_\varphi \approx W_\varphi$ и режим, когда $V_\varphi \gg W_\varphi$. В первом случае частицы полностью следят за потоком и при этом течение носит потенциальный характер. Во втором случае скорость движения частиц мала по сравнению со скоростью газовой фазы; такой режим имел место в проведенных экспериментах. Принимая $V_\varphi \gg W_\varphi$, уравнение (2.12) можно упростить

$$\frac{d\Gamma}{dr} = K \frac{\Gamma^2}{r \cdot V_r}, \quad (2.13)$$

где $K = 3/8 \left(C_f \rho_0 / \rho_s \right) \frac{\alpha}{r_s}$, а средняя весовая концентрация частиц $\alpha = \frac{\rho_s}{\rho_0} \cdot \frac{\beta}{(1-\beta)}$. Для течения в гиперболической камере имеем

$$1/\Gamma = K \ln R_0/r + 1/\Gamma_0, \quad (2.14)$$

где $\Gamma_0 = V_{\varphi 0} R_0$ — циркуляция потока на входе в камеру.

Для приближенного расчета распределения окружных скоростей в зонах II, III примем, что течение в этих зонах подобно динамике гиперболической камеры радиуса r_2 с входной циркуляцией Γ_2 при однофазном режиме течения. Зависимости для расчета распределения циркуляций для такого случая получены в работе [9]. Причем при $Re = V_{r0} R_0 / \mu \gg 1$

течение в зоне II будет близким к потенциальному $\Gamma = \Gamma_2 = \text{const}$, а в приосевой зоне вращения газа происходит практически с постоянной угловой скоростью $\omega = \text{const}$.

Расчетный профиль циркуляций сопоставляется с опытными данными на рис. 5. Как видно из рисунка, результаты расчета достаточно хорошо описывают эксперимент.

Таким образом, экспериментально установлено, что введение дисперсной фазы в вихревую камеру приводит к значительному снижению окружных скоростей газа. При этом скорость твердых частиц в проведенных опытах оказалась на порядок меньше, чем окружная скорость газового потока. Проведенные расчетные оценки с хорошей точностью отражают эксперимент. В качестве исходных данных при анализе использовались экспериментальные значения коэффициента сохранения скорости ϵ и величина радиуса зоны двухфазного течения r_2 , теоретическое определение которых для вихревых камер с наличием дисперсной фазы представляет собой сложную самостоятельную задачу.

Институт теплофизики СО АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
28/X 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. Наханетян Е. А., Псаев С. И. О некоторых особенностях циклонного потока, несущего твердую взвесь.— Теплоэнергетика, 1957, № 9.
2. Козулин Н. А., Ершов А. И. О влиянии твердой фазы на аэродинамику потока и сопротивление циклонных аппаратов.— Теплоэнергетика, 1962, № 1.
3. Леонтьев А. К. О влиянии концентрации твердой фазы на движение газа в вихревой камере.— Теплоэнергетика, 1962, № 5.
4. Штым А. Н., Юдаков А. А. Влияние твердой взвеси на аэродинамику циклонной камеры.— В кн.: Эффективность теплоэнергетических процессов. Владивосток, 1979.
5. Гольдштик М. А., Леонтьев А. К., Палеев И. И. Движение мелких частиц в закрученном потоке.— ИФЖ, 1960, т. 3, № 2.
6. Калмыков А. В. Современное состояние теории центробежного пылеотделения.— В кн.: Аэродинамика, тепло- и массообмен в дисперсных потоках. М., 1967.
7. Гольдштик М. А., Сорокин В. Н. О движении частицы в вихревой камере.— ПМТФ, 1968, № 6.
8. Горелов Г. И., Жирнов А. А. Вихревая камера сгорания с профилированными торцевыми стенками.— Изв. СО АН СССР, 1981, № 3. Сер. техн. наук, вып. 1.
9. Волчков Э. П., Кардаш А. П., Терехов В. И. Гидродинамика вихревой камеры с гиперболическими торцевыми крышками.— Изв. СО АН СССР, 1981, № 13. Сер. техн. наук, вып. 3.
10. Волков Е. В. Некоторые вопросы аэродинамики двухфазного потока в циклонной камере.— В кн.: Труды совещания по прикладной газовой динамике. Алма-Ата, 1959.
11. Соу С. Гидродинамика многофазных систем. М.: Мир, 1971.
12. Горбис З. Р. Теплообмен и гидродинамика дисперсных сквозных потоков. М.: Энергия, 1970.

УДК 533.601.18 : 541.182

А. М. КУТЕПОВ, П. В. СОКОЛОВ

ВЛИЯНИЕ ДРОБЛЕНИЯ КАПЕЛЬ В ПОТОКАХ НА СЕПАРАЦИЮ ЭМУЛЬСИЙ

Проблемы, связанные с дроблением капель, были рассмотрены в работах [1, 2]. Однако до сих пор не учитывался вероятностный характер разрыва капель, несмотря на то, что экспериментальные данные свидетельствуют о необходимости учета влияния случайных воздействий на диспергирование.

В связи с этим исследуем влияние дробления капель в потоках на сепарацию эмульсий с помощью стохастических методов, позволивших ранее описать процессы осаждения при протекании ортокINETической коагуляции [3, 4].

Сначала проанализируем простой случай осаждения в потоке разрывающихся монодисперсных капель из тонкого слоя, расположенного над слоем дисперсионной среды толщиной H . Для упрощения примем, что скорости поступательного движения частиц вдоль потока постоянны по высоте и изменяются только по толщине. Приняв такое допущение, весь поток эмульсии и дисперсионной среды можно разбить на тонкие вертикальные слои и при описании кинетики сепарирования рассматривать продолжительность (t) пребывания в аппарате для разделения выделенного из такого слоя элемента.

Отметим, что аналогичное разбиение потока на такие элементы целесообразно производить и в случае, когда частицы распределены равномерно на входе в аппарат. Будем считать, что при разрыве капли образуются две одинаковые капельки, не подвергающиеся дальнейшему дроблению. Обозначим через v — скорость осаждения капли первоначального радиуса, v_1 — скорость осаждения образовавшихся при разрыве капелек. Считая, что капли осаждаются по закону Стокса, из равенства $4/3 \pi r^3 = 8/3 \pi r_1^3$ (здесь r и r_1 — радиусы капель, введенных в аппарат для разделения и образовавшихся при разрыве) получим $v_1 = 2^{-2/3}v$.

В связи с тем, что образующиеся в результате разрывов капли осаждаются более медленно, чем исходные капли, при $t < H/v$, как и в случае сохранения частицами первоначальных размеров, ни одна из частиц не достигает поверхности осаждения. При $t \geq H/v$ из-за разрыва капель уже не все, а только некоторая их часть достигает поверхности осаждения. При этом будут осаждаться также и вновь образовавшиеся капельки.

Чтобы вычислить вероятность разрыва капель, необходимо знать $F_\tau^p(t)$ функцию распределения случайной величины τ — продолжительности существования капли до разрыва в потоке. Для ее определения применим системно-информационный подход [5].

Запишем выражение для энтропии информации в виде следующего функционала:

$$H = - \int_0^\infty f_\tau^p(t) \ln f_\tau^p(t) dt, \quad (1)$$

где $f_\tau^p(t) = \frac{dF_\tau^p}{dt}$.

На неизвестную функцию $f_{\tau}^p(t)$ наложим ограничение в виде выражения для средней продолжительности существования капли в потоке до разрыва

$$\bar{t}_{\text{раз}} = \int_0^{\infty} t f_{\tau}^p(t) dt. \quad (2)$$

Кроме этого, неизвестная функция $f_{\tau}^p(t)$ должна удовлетворять условию нормировки

$$\int_0^{\infty} f_{\tau}^p(t) dt = 1. \quad (3)$$

Согласно формализму Джейнса [5], наиболее вероятная плотность вероятности $f_{\tau}^p(t)$ соответствует максимуму энтропии информации при выполнении поставленных ограничений. Воспользовавшись уравнением Эйлера и методом неопределенных множителей Лагранжа, найдем наиболее вероятную функцию $f_{\tau}^p(t)$, доставляющую максимум функционалу энтропии информации (1) при условиях (2) и (3) в виде

$$f_{\tau}^p(t) = \frac{1}{\bar{t}_{\text{раз}}} e^{-t/\bar{t}_{\text{раз}}}.$$

При этом вероятность разрыва капли, находящейся в потоке в течение времени t , будет

$$F_{\tau}^p(t) = \int_0^t f_{\tau}^p(t) dt = 1 - e^{-t/\bar{t}_{\text{раз}}}$$

а доля неразорвавшихся капель, находившихся в аппарате в течение времени $t = H/v$ и достигших поверхности осаждения, составит

$$e^{-H/(v\bar{t}_{\text{раз}})},$$

где $\bar{t}_{\text{раз}}$ — среднее время существования капли до разрыва.

Для того чтобы масса капли попала на поверхность осаждения при ее пребывании в аппарате в течение времени t , необходимо выполнение неравенства $H \leq \tau v + v_1(t - \tau)$, здесь τ — продолжительность существования капли до разрыва (τ является случайной величиной). Тогда при пребывании элемента эмульсии в аппарате для разделения в течение времени t в донном слое будет находиться масса тех капель, введенных в аппарат, для которых

$$\tau \geq \frac{H - v_1 t}{v - v_1}.$$

Заметим, что при применении системно-информационного подхода необходимо так сформулировать ограничения, чтобы они соответствовали физической сущности рассматриваемой задачи.

Найдем долю массы дисперсной фазы, перенесенную в донный слой разорвавшимися каплями. При этом будем учитывать, что при $t > H/v$ дробление капель прекращается (так как в потоке остаются только капли, образовавшиеся в результате разрыва). Эта доля будет равна

$$\frac{1}{\bar{t}_{\text{раз}} \frac{H - v_1 t}{v - v_1}} \int_0^{H/v} e^{-\tau/\bar{t}_{\text{раз}}} d\tau = e^{-\frac{H - v_1 t}{(v - v_1)\bar{t}_{\text{раз}}}} - e^{-H/(v\bar{t}_{\text{раз}})}.$$

Тогда доля отделенной массы дисперсной фазы составит

$$e^{-\frac{H - v_1 t}{(v - v_1)\bar{t}_{\text{раз}}}}.$$

Таблица 1
Зависимость эффективности разделения от продолжительности пребывания массы дисперсной фазы в аппарате при разрыве капель в случае тонкослойного ввода в отстойник

t, с	Доля отделенной массы дисперсной фазы, %				
	$\bar{t}_{\text{раз}}=0$	$\bar{t}_{\text{раз}}=10$ с	$\bar{t}_{\text{раз}}=100$ с	$\bar{t}_{\text{раз}}=1000$ с	$\bar{t}_{\text{раз}}=\infty$
40	0	0	0	0	0
45.87	0	1,02	63,2	95,52	100
50	0	2,05	67,78	95,19	100
60	0	11,11	80,27	97,83	100
70	0	60,28	95,06	99,50	100
72	0	84,54	98,34	99,83	100
73	100	100	100	100	100

С помощью найденной формулы проведем расчет при различных значениях t и $\bar{t}_{\text{раз}}$ для случая, когда $H = 0,01$ м, $\rho_1 - \rho_0 = 10^3$ кг/м³, $y = 10^{-3}$ Па·с, $v = 2,18 \cdot 10^{-4}$ м/с; $v_1 = 1,37 \cdot 10^{-4}$ м/с. Результаты вычислений, показывающие, в какой степени изменяется процесс разделения осаждением за счет дробления капель, представлен в табл. 1. Случай $\bar{t}_{\text{раз}} = 0$ имеет место тогда, когда при вводе в аппарат все частицы подвергаются дроблению. При этом вся масса дисперсной фазы попадает в донный слой только в том случае, если выделенный в потоке элемент находился в аппарате в течение времени $t = H/v_1$. При $\bar{t}_{\text{раз}} = \infty$ дробление частиц вообще не происходит.

С помощью полученной формулы расчета доли массы, попавшей в донный слой из тонкого слоя, расположенного на высоте H , найдем уравнение, описывающее процесс разделения в случае равномерного распределения капель на вводе в аппарат. При этом доля частиц, попавших в донный слой из слоя, расположенного на высоте x при $v_1 t \leq x \leq vt$, будет равна

$$\frac{x - v_1 t}{(v - v_1)\bar{t}_{\text{раз}}}.$$

Тогда при равномерном распределении частиц по высоте доля массы дисперсной фазы, попавшей в осадок при нахождении элемента массы эмульсии в аппарате в течение времени t , будет равна

$$\frac{v_1 t}{H} + \begin{cases} \frac{1}{H} \int_0^{vt} e^{-\frac{x - v_1 t}{(v - v_1)\bar{t}_{\text{раз}}}} dt \text{ для } t \leq H/v, \\ \frac{1}{H} \int_0^H e^{-\frac{x - v_1 t}{(v - v_1)\bar{t}_{\text{раз}}}} dt \text{ для } H/v < t \leq H/v_1. \end{cases}$$

После интегрирования найдем

$$\frac{v_1 t}{H} + \begin{cases} \frac{(v - v_1)\bar{t}_{\text{раз}}}{H} [1 - e^{-t/\bar{t}_{\text{раз}}}] \text{ для } t \leq H/v, \\ \frac{(v - v_1)\bar{t}_{\text{раз}}}{H} \left[1 - e^{-\frac{H - v_1 t}{(v - v_1)\bar{t}_{\text{раз}}}} \right] \text{ для } H/v < t \leq H/v_1. \end{cases}$$

С помощью полученного соотношения рассчитаем доли отделенной массы дисперсной фазы при равномерном распределении капель по высоте на вводе в аппарат. Результаты вычислений поместим в табл. 2. Из нее видно, в какой степени влияет значение $\bar{t}_{\text{раз}}$ на кинетику сепариро-

Таблица 2

Зависимость эффективности разделения при разрыве капель от продолжительности пребывания дисперсной фазы в аппарате при равномерном распределении частиц по высоте на входе в сепаратор

t, c	Доля отделенной массы дисперсной фазы, %				
	$\bar{t}_{\text{раз}}=0$	$\bar{t}_{\text{раз}}=5 c$	$\bar{t}_{\text{раз}}=10 c$	$\bar{t}_{\text{раз}}=100 c$	$\bar{t}_{\text{раз}}=\infty$
5	6,85	9,4	10,0	10,8	10,9
10	13,7	17,2	18,8	21,4	21,8
20	27,4	31,4	34,4	42,1	43,6
30	41,1	45,1	48,8	62,1	65,4
40	54,8	58,9	62,8	81,5	87,2
50	68,5	72,6	76,4	94,5	100
60	82,2	86,2	89,4	98,2	100
70	95,6	98,2	98,8	99,6	100
73	100	100	100	100	100

вания эмульсии. Аналогичным образом можно провести расчет и для случая, когда поступающая в аппарат для разделения эмульсия полидисперсна. При этом выделяем ряд фракций и для каждой из них определяем долю массы фракции, попавшей в донный слой при продолжительности пребывания элемента потока, равной t . Умножив полученные значения на относительные массы фракций и просуммировав вычисленные произведения, получим значение доли массы эмульсии, попавшей в донный слой из элемента потока, находившегося в аппарате в течение времени t .

Перейдем теперь к анализу более сложных случаев разрушения дисперсных частиц в потоках. Будем учитывать действие на частицы в потоках переменных напряжений, вызванных пульсациями давления, наличием градиента скоростей и другими причинами. При этом условии разрушение частицы можно записать в виде

$$\sigma \geq \theta_n,$$

где θ_n — предел прочности; σ — действующее на частицу в потоке напряжение. Распределение случайных величин σ и θ_n зависит от радиуса частицы. Для случая, когда случайные величины σ и θ_n независимы, вероятность разрыва капли на любое число частей при ее прохождении через сепаратор можно найти по формуле

$$P_{\text{раз}}(r) = \int_0^{\infty} \varphi_{\theta_n}(y_1, r) \int_{y_1}^{\infty} \varphi_{\sigma}(z_1, r) dz_1 dy_1,$$

где $\varphi_{\theta_n}(y_1, r)$ — производная функции распределения случайной величины θ_n прочности частицы размером r ; $\varphi_{\sigma}(z_1, r)$ — производная функции распределения значений напряжений, действующего на частицу радиусом r в потоке; z_1, y_1 — переменные интегрирования. Отметим, что для многих частиц в ряде случаев величину θ_n можно считать не зависящей от размера. Однако для агрегатов частиц, флюкулов величина θ_n с возрастанием размеров может существенно уменьшаться.

Заметим, что последняя формула позволяет учесть возможность разрыва капли на любое число частей. На крупные частицы из-за большей инерционности действуют большие напряжения, чем на малые частицы. Эти причины вызывают преимущественное диспергирование более крупных частиц, т. е.

$$P_{\text{раз}}(r_1) \geq P_{\text{раз}}(r_2), \text{ если } r_1 \geq r_2.$$

Таким образом, с помощью методов теории вероятностей учитываются влияния случайных воздействий на диспергирование капель в потоках и проводится вычисление степени разделения в этом случае.

Московский институт
химического машиностроения

Поступила в редакцию
13/VII 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. Кемельман Д. Н. Линейная сепарация влажного пара. М.: Энергоиздат, 1982.
2. Архипов В. А., Бушланов В. П., Васенин И. М. и др. Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа, 1982, № 4, с. 13.
3. Соколов Н. В., Фигуровский Н. А. ДАН СССР, 1980, т. 254, № 5, с. 1176.
4. Соколов Н. В. ДАН СССР, 1982, т. 263, № 2, с. 385.
5. Трайбус М. Термостатика и термодинамика. М.: Энергия, 1970.

В. Е. НАКОРЯКОВ, О. Н. КАШИНСКИЙ, Б. К. КОЗЬМЕНКО

ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКИЙ МЕТОД
ИССЛЕДОВАНИЯ ТУРБУЛЕНТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
ДВУХФАЗНЫХ ПОТОКОВ

ВВЕДЕНИЕ

Электрохимический метод исследования локальных гидродинамических характеристик течений жидкости находит в последнее время все более широкое применение в гидродинамике одно- и двухфазных течений. Имея более ограниченную сферу применения, чем, например, термоанемометр или лазерный доплеровский измеритель скорости, электрохимический метод имеет ряд особенностей, делающих его использование в ряде случаев более целесообразным.

К основным преимуществам данного метода относятся:

- возможность измерения в непосредственной окрестности стенки;
- возможность создания датчиков весьма малых размеров и нетрадиционной формы;
- чрезвычайная простота первичной электронной аппаратуры, что облегчает, например, использование многоканального варианта данного метода.

При измерении в газожидкостных потоках существенными являются «точность» применяемых датчиков скорости и простота выделения в сигнале моментов, соответствующих жидкой и газовой фазам.

Электрохимический метод исследования течений жидкости развивался в работах [1, 2]. Для исследований двухфазных потоков метод впервые применен в работе Кутателадзе и др. [3].

ИЗМЕРЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ ТРЕНИЯ НА СТЕНКЕ

Основы электрохимического метода. Электрохимический метод измерения касательного напряжения на стенке заключается в следующем. В поток электролита специального состава помещаются два электрода: катод малого размера и анод, имеющий значительно большую площадь (рис. 1). Катод служит датчиком касательного напряжения на стенке и представляет собой отрезок платиновой или никелевой проволоки или пластинки, заделанной заподлицо со стенкой трубы. При подаче напряжения на электроды начинается протекать быстрая электрохимическая реакция, в результате которой происходит поляризация катода, и концентрация активных ионов на катоде становится равной нулю. За счет разности концентраций между объемом и поверхностью электрода происходит диффузия активных ионов к катоду и в цепи электродов протекает электрический ток.

В настоящей работе использовалась электрохимическая система, содержащая 0,005—0,01 н. ферри- и ферроцианида калия и 0,5—2 н. едкого натра в дистиллированной воде. Находящийся в растворе избыток ионов едкого натра создает высокую электропроводность раствора и исключает миграцию ионов феррицианида под действием электрического поля. В определенной области разности потенциалов между катодом и анодом ток не зависит от приложенного напряжения (режим предельного диффузионного тока). Таким образом, при указанных усло-

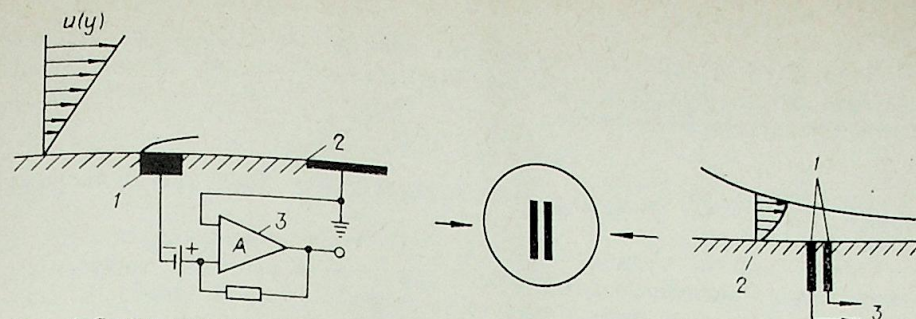


Рис. 1. Схема измерения касательного напряжения на стенке. 1 — датчик-катод; 2 — анод; 3 — усилитель.

Рис. 2. Схема двойного датчика для определения направления касательного напряжения на стенке. 1 — платиновые электроды; 2 — поверхность; 3 — измерительная схема.

виях величина тока в цепи определяется только диффузией ионов феррицианида к катоду.

Уравнение диффузионного пограничного слоя, возникающего на катоде, имеет вид

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D \frac{\partial^2 C}{\partial y^2}, \quad (1)$$

где C — концентрация активных ионов; t — время; x, y — продольная и поперечная координаты; u, v — соответствующие составляющие скорости жидкости; D — коэффициент диффузии активных ионов.

Граничными условиями для (2) являются

$$\begin{aligned} C &= C_0 \text{ при } x = 0, \\ C &= C_0 \text{ при } y = \infty, \\ C &= 0 \text{ при } y = 0 \text{ и } 0 < x < l, \end{aligned} \quad (2)$$

где l — размер датчика по потоку.

Вследствие малой подвижности активных ионов число Шмидта для данной системы велико ($Sc > 10^3$). Поскольку размеры датчика малы, толщина диффузионного слоя оказывается много меньше толщины вязкого подслоя, и в пределах диффузионного слоя можно считать, что

$$u = \frac{\tau_w}{\mu} y, \quad (3)$$

где τ_w — напряжение трения на стенке; μ — вязкость. Решение уравнения (1) с учетом (2) и (3) дает зависимость для определения величины касательного напряжения на стенке τ_w по известному диффузионному току I

$$\tau_w = \frac{1,87 \mu F^3}{F^3 C_0^3 D^2 l^2 h^3} = A I^3, \quad (4)$$

где F — число Фарадея; h — размер датчика поперек потока.

Зависимость (4), строго говоря, применима только для случая постоянных во времени значений напряжения трения на стенке. Если τ_w меняется во времени, то по записи диффузионного тока датчика можно определить мгновенные значения касательного напряжения на стенке. Вследствие малой подвижности активных ионов в общем случае необходимо принимать во внимание инерционность тока датчика по отношению к изменению напряжения трения.

Решение нестационарного уравнения (1) с синусоидально пульсирующими значениями τ_w позволяет определить частотную характеристику электрохимического датчика трения. Модуль этой функции, рассчитанный в [4], имеет вид

$$|H(\bar{\omega})|^2 = ((9 + 0,54 \bar{\omega}^2)^2 + (0,027 \bar{\omega}^3)^2)^{-1/2}, \quad (5)$$

где $\bar{\omega} = \omega (\mu l^2 / \tau_w^2 D)^{1/3}$; ω — частота.

Зная $H(\omega)$, можно восстановить из спектральной функции пульсаций тока S_I датчика спектральную плотность пульсаций трения S_τ на стенке, пользуясь соотношением

$$S_\tau = S_I / |H(\omega)|^2, \quad (6)$$

и далее определить, например, среднеквадратичное значение пульсаций трения.

Работа датчика трения в двухфазном потоке аналогична работе в однофазном потоке, поскольку практически во всех режимах течения на стенке существует пленка жидкости, толщина которой много больше толщины диффузионного слоя на датчике. Поэтому все приведенные соотношения оказываются применимыми и к измерениям в двухфазном потоке.

Датчики трения. Как показывают оценки по формуле (6), для получения достаточно хорошей частотной характеристики необходимо уменьшать размеры датчиков. При работе в двухфазном потоке приходится иметь дело с большими значениями интенсивности пульсаций, сравнимыми со средним значением. Поэтому частотная коррекция показаний датчика с использованием полученной в линейном приближении малых пульсаций формулы (6) сама по себе достаточно груба. Вследствие этого в работе целесообразно применение датчиков таких размеров, для которых выполняется квазистационарное приближение, т. е. $H(\omega) \approx H(0)$ во всем диапазоне частот пульсаций трения на стенке.

В работе использовались датчики трения с сечением 20×300 мкм². Они изготавливались из платиновой пластинки такого же поперечного сечения, вваренной в стеклянный капилляр. Затем датчик со стеклянной изоляцией вклеивался эпоксидной смолой в отверстие в стенке трубы и притирался с помощью притирочных порошков заподлицо со стенкой. Окончательная обработка поверхности датчика производилась тонкой шлифовальной шкуркой.

При использовании датчиков малых размеров абсолютное измерение напряжения трения на стенке с использованием зависимости (4) нецелесообразно, так как погрешность определения коэффициента A в (4) будет составлять $\pm(10-30)\%$, в основном из-за неточности определения линейных размеров и отклонения от правильной геометрической формы. Наибольшую точность измерений обеспечивает применение относительного метода, когда коэффициент A определяется из калибровки. Калибровка датчика проводится при тчении чистой жидкости в трубе, значение τ_w в однофазном потоке определяется по формулам Гагена — Пуазейля для ламинарного течения или Блазиуса для турбулентного течения по известному расходу жидкости.

Измерение характеристик обратных течений. Применение двойного электрохимического датчика напряжения трения на стенке позволяет определить величину и направление касательного напряжения на стенке, что позволяет использовать этот метод в потоках с меняющимся направлением течения жидкости.

Приводимая методика аналогична описанной в работе [5]. Использовался двойной датчик, представляющий собой два платиновых электрода размером 20×300 мкм², вваренных в стекло на расстоянии 0,015 мм друг от друга и зашлифованных заподлицо со стенкой трубы (рис. 2). При одновременной работе обоих электродов при тчении жидкости диффузионный след от первого по потоку электрода «экранирует» электрод, расположенный ниже по потоку, в результате чего показания последнего оказываются ниже. При перемене направления течения меньшее значение тока соответствует первому электроду. Поскольку электроды датчика трения имеют малые размеры и расположены близко друг от друга, они находятся в идентичных гидродинамических условиях и при независимой работе должны показывать одинаковое значение тока.

Для предварительной обработки сигнала двойного датчика трения использовалась специальная электронная схема. Она включала два уси-

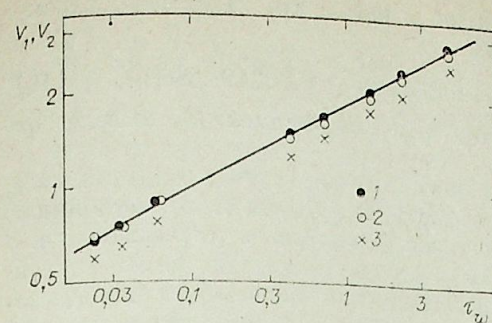


Рис. 3. Калибровочная зависимость двойного датчика трения.

1, 2 — датчики 1, 2 при независимой работе; 3 — датчик 2 при одновременном подключении.

того канала, который в данный момент времени был первым по потоку. Это позволяло при обработке определить как положительную, так и отрицательную составляющие напряжения трения на стенке.

На рис. 3 приведена калибровочная зависимость двойного датчика трения. Поскольку оба канала были предварительно сбалансированы, при независимой работе калибровочные характеристики первого и второго датчиков совпадают. При совместной работе показания нижнего по потоку датчика падают примерно на 15% при всех скоростях жидкости.

ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ ЖИДКОСТИ И ЛОКАЛЬНОГО ГАЗОСОДЕРЖАНИЯ

Принцип работы. Если металлический электрод, помещенный в поток электролита, работает в режиме предельного диффузионного тока, то ток этого электрода будет зависеть от скорости жидкости вблизи электрода. На этом принципе основано измерение скорости жидкости электрохимическим методом.

В работах [2, 6] описаны различные конструкции электрохимических датчиков скорости. Для исследований двухфазных потоков наиболее подходит датчик типа «лобовая точка» (рис. 4). Датчик представляет собой тонкую платиновую проволоку, вваренную в стеклянный капилляр конической формы. Торец датчика шлифуется для придания ему обтекаемой формы. Размеры указанного датчика могут быть сделаны весьма малыми.

Решение уравнения диффузии (1) с известным профилем скорости вблизи датчика дает связь между скоростью потока и током датчика. В критериальном виде эта зависимость имеет вид [6, 7]

$$Nu_D = B \cdot Re^{1/2}, \quad (7)$$

где Nu_D и Re — диффузионное число Нуссельта и число Рейнольдса, определяемые

$$Nu_D = Id / FSC_0 D, \quad Re = ud / \nu, \quad (8)$$

d — характерный размер датчика. Коэффициент B зависит от формы носовой части датчика.

Так же как и в случае датчика трения, для датчика скорости целесообразно не применять соотношение (7), а строить калибровочную зависимость тока датчика от скорости потока в размерном виде для каждого датчика. Практически в общем случае калибровочная зависимость имеет вид

$$I = a + bu^{1/2}, \quad (9)$$

где a, b — константы для определенного датчика.

Решение нестационарного уравнения диффузии (1) для датчика

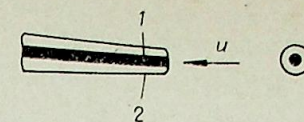


Рис. 4. Схема электрохимического датчика скорости типа «лобовая точка». 1 — платина; 2 — стекло.

лителя постоянного тока, дифференциальный усилитель-компаратор и электронный ключ. С помощью дифференциального усилителя производилось сравнение усиленных сигналов обоих электродов двойного датчика. На выход схемы всегда поступал сигнал

скорости типа «лобовая точка» выполнено в работе [8]. Частотная характеристика датчика скорости имеет вид

$$|H(\bar{\omega})|^2 = 0,25(1 + 0,0576\bar{\omega}^2)/(1 + 0,331\bar{\omega}^2 + 0,00249\bar{\omega}^3 Sc^{1/2}), \quad (10)$$

где $\bar{\omega} = \omega d/4k, uSc^{1/2}$; Sc — число Шмидта, а коэффициент k_1 зависит от формы носовой части датчика.

Практически во всех представляющих интерес случаях датчик скорости работает в квазистационарной области, в которой $H(\omega)$ постоянна.

Измерение скорости жидкости и газосодержания в двухфазном потоке. Если поместить датчик скорости в газожидкостный поток, то его сигнал не будет непрерывным, поскольку датчик поочередно находится то в жидкой, то в газовой фазе. В момент нахождения датчика в жидкости его сигнал соответствует мгновенному значению скорости жидкости в данной точке, тогда как в моменты нахождения в газовой фазе происходит резкое падение тока датчика. Характерная запись тока датчика скорости от времени приведена на рис. 5, а.

Селективная обработка сигнала в моменты времени, соответствующие жидкой фазе, позволяет определить среднюю скорость жидкости и интенсивность пульсаций скорости жидкости. Получение более сложных характеристик, например спектральной плотности пульсаций скорости, требует применения специальных усложненных методов анализа, связанных с разрывностью сигнала. Суммирование моментов времени, соответствующих нахождению датчика в газовой фазе, позволяет определить локальное газосодержание.

Естественно, точность определения как газосодержания, так и характеристик жидкой фазы в значительной степени зависит от четкого выделения моментов времени перехода от жидкости к газу, и наоборот. Непосредственный анализ сигнала электрохимического датчика, показанного на рис. 5, а, требует введения достаточно сложных критериев смены фаз, например порогового значения производной сигнала по времени.

Для упрощения указанной задачи используется методика, приведенная в работе [9]. Данная методика использует то обстоятельство, что электрохимический датчик является высокоомным источником тока по сравнению, например, с пленкой термоанемометра. Это позволяет объединить в одном устройстве электрохимический метод измерения скорости и метод электропроводности для выделения моментов перехода между фазами [10].

Принцип работы схемы заключается в следующем. На датчик наряду с постоянным смещением подается малое высокочастотное напряжение частотой в несколько сот килогерц с напряжением 1—10 мВ. В результате ток датчика содержит две составляющие: низкочастотную, которая меняется с изменением скорости жидкости, и высокочастотную (с частотой питающего напряжения), амплитуда которой не зависит от скорости жидкости, а принимает два фиксированных значения, соответствующих жидкой и газовой фазе на датчике (как в обычном методе электропроводности). Обе эти составляющие усиливаются широкополосным усилителем постоянного тока, а затем разделяются на два канала фильтрами верхних и нижних частот. Из высокочастотной составляющей формируется «сигнал фазы», имеющий вид прямоугольных импульсов, который затем управляет ключом, пропускающим на выходной усилитель низкочастотную составляющую только в моменты времени, соответствующие жидкой фазе. В результате из первоначального сигнала получается сигнал с четко выраженными моментами смены фаз, изображенный на рис. 5, б. Обработка этого сигнала затруднений не вызывает.

ИЗМЕРЕНИЕ ВЕКТОРА СКОРОСТИ

Конструкция датчика. Датчик типа «лобовая точка», описанный выше, пригоден для измерений только средней скорости и продольной компоненты пульсаций скорости вследствие того, что его показания мало чувствительны к ориентации потока.

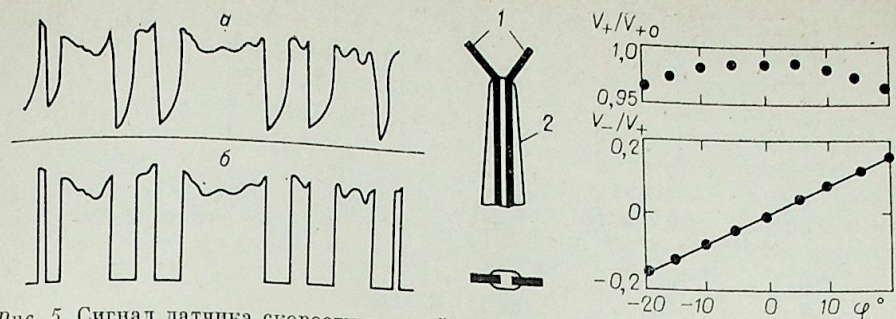


Рис. 5. Сигнал датчика скорости в двухфазном потоке. а — первоначальный сигнал; б — обработанный сигнал.

Рис. 6. Двойной V-образный датчик скорости. 1 — платина; 2 — стекло.

Рис. 7. Тарировочные характеристики двойного датчика скорости.

V_+ , V_- — сумма и разность токов электродов датчика; V_{+0} — сумма токов электродов при симметричном обтекании датчика.

Для измерения вектора скорости в работе использовался двойной V-образный электрохимический датчик скорости, конструкция которого аналогична обычному X-образному датчику термоанемометра. Схема двойного датчика приведена на рис. 6. Он представляет собой два отрезка платиновой проволоки, вваренных в двойной стеклянный капилляр. Свободные концы проволок длиной 5—10 калибров отогнуты под углом $\pm 45^\circ$ относительно направления потока.

Несмотря на то, что «нити» датчика закреплены только с одного конца, датчик имеет достаточную механическую прочность и не деформируется под действием потока. Это связано с тем, что электроды имеют малое отношение длины к диаметру. Сохранение заданного отношения l/d позволяет уменьшать диаметр электрода без уменьшения механической жесткости системы.

В работе применялись двойные электрохимические датчики указанного типа с диаметром платиновых проволок 0,02 мм, отношением длины к диаметру 5—7. Суммарный поперечный размер датчика (расстояние между концами отогнутых электродов) составлял при этом не более $0,1 \pm 0,15$ мм, что сравнимо с наиболее миниатюрными X-образными датчиками термоанемометров. Малые поперечные размеры датчика (его «точечность») имеют принципиальное значение при измерениях в двухфазных потоках.

Угловые характеристики. Определение угловых характеристик двойного датчика вектора скорости производилось путем изменения его наклона относительно потока. Эксперименты показали достаточно высокую чувствительность тока наклоненного электрода к ориентации потока, составляющую 0,5—1% на градус наклона. Важным является то, что чувствительность датчика слабо зависит от отношения длины электрода к диаметру, даже датчик с отношением $l/d = 3$ достаточно хорошо чувствует направление потока. Это обусловлено тем, что в данном методе отсутствуют эффекты, аналогичные утечке тепла к державкам в термоанемометре. В результате эффективная длина электрода датчика равна его фактической длине. Данное обстоятельство весьма существенно для применения датчиков малых размеров.

Как и в термоанемометре, в случае двойного электрохимического датчика удобнее оперировать суммой и разностью токов обоих электродов датчика или выходными напряжениями усилителей, пропорциональными этим токам. На рис. 7 приведены угловые характеристики датчика указанного типа в приведенных координатах. Видно, что сумма напряжений практически не зависит от ориентации датчика по отношению к

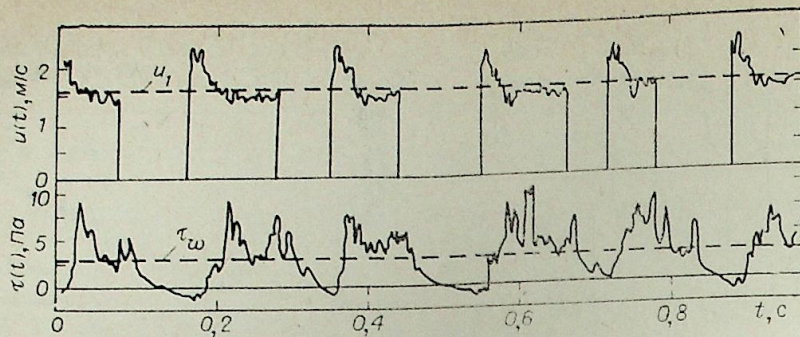


Рис. 8. Одновременная запись во времени напряжения трения на стенке и скорости жидкости на оси при снарядном течении в вертикальной трубе.

потоку до углов наклона $\pm 25^\circ$, в то время как разность зависит от угла линейно. Это позволяет использовать при обработке сигналов стандартные методики, применяемые в термоанеметрии [11].

НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОГО МЕТОДА

В данном разделе в качестве иллюстрации приведены некоторые характерные результаты измерений характеристик двухфазных потоков, демонстрирующие возможности электрохимического метода.

На рис. 8 приведена одновременная запись во времени напряжения трения на стенке и скорости жидкости на оси при снарядном течении в вертикальной трубе диаметром 15 мм при приведенной скорости жидкости 0,6 м/с. Датчики скорости и трения располагались в одном поперечном сечении трубы. Значения τ_w и u восстанавливались численным методом по измеренным записям токов датчиков с использованием калибровочных зависимостей. Видно, что в моменты прохождения газовых снарядов происходит резкое уменьшение значений τ_w с возможной переменной направления течения вблизи стенки на нисходящее.

На рис. 9 представлены результаты измерений интенсивностей пульсаций скорости жидкости в пузырьковом режиме течения. Наличие газовой фазы приводит к существенному возрастанию интенсивностей пульсаций скорости и увеличению асимметрии пульсаций продольной и поперечной компонент. Рейнольдсовы на-

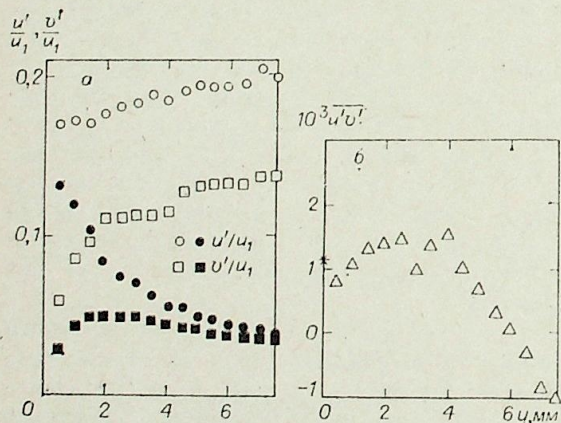


Рис. 9. Пульсационные составляющие скорости жидкости в пузырьковом режиме течения.

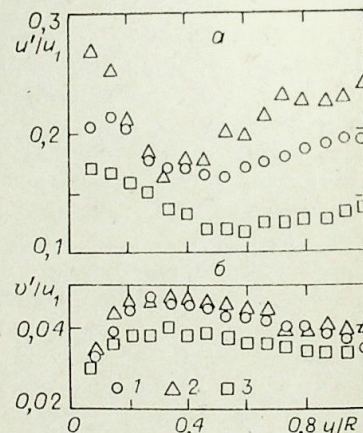


Рис. 10. Интенсивность компонент пульсаций скорости жидкости в восходящем снарядном течении.

1 - $W'_0 = 0,4$ м/с, $\bar{\varphi} = 0,176$; 2 - $W'_0 = 0,4$ м/с, $\bar{\varphi} = 0,293$; 3 - $W'_0 = 0,6$ м/с, $\bar{\varphi} = 0,13$.

пряжения в восходящем пузырьковом течения, приведенные на рис. 9, имеют распределение, качественно отличное от соответствующего однофазного профиля. Максимум имеет место значительно дальше от стенки касательного напряжения по сечению трубы за счет действия подъемных сил.

Наконец, на рис. 10 приведены результаты измерений интенсивности компонент пульсаций скорости жидкости в восходящем снарядном течения. Качественно их поведение такое же, как и в пузырьковом режиме.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты, приведенные в предыдущем разделе, показывают эффективность использования электрохимического метода для комплексного исследования локальных турбулентных характеристик газожидкостных потоков. По принципу работы и сфере применения электрохимический метод сходен с методом термоанеметра постоянной температуры, однако имеет по сравнению с ним ряд достоинств и недостатков.

Одним из основных преимуществ метода по сравнению с термоанемометром является применение более миниатюрных датчиков, которые в хорошем приближении могут считаться точечными. Малые размеры (40—100 мкм) и особенности конструкции уменьшают гидродинамические возмущения, вносимые в поток, и облегчают процесс «прокола» датчиком газовых пузырей, что особенно важно при исследовании течений с мелкими газовыми включениями.

Преимуществом электрохимического метода является также отсутствие эффектов, аналогичных утечкам тепла к подложке или державкам, что приводит к равенству эффективного размера датчика и его геометрического размера и позволяет при необходимости проводить абсолютное (без калибровки) измерение средних и пульсационных характеристик с использованием расчетных зависимостей.

Наконец, простота электронной аппаратуры (отсутствует сложная система обратной связи для поддержания постоянной температуры датчика) облегчает одновременное измерение параметров потока во многих точках пространства и дает возможность измерять поле гидродинамических характеристик в нестационарных по времени течениях.

Основным недостатком метода, резко ограничивающим его область применения, является необходимость использования в качестве рабочей жидкости электролита специального состава.

К недостаткам метода относится также плохая температурная стабильность раствора, не позволяющая использовать метод при температурах выше 60—80°C.

Кроме того, в ряде случаев может оказаться существенной более плохая по сравнению с термоанемометром частотная характеристика электрохимических датчиков, что может ограничивать область применения или приводить к необходимости усложнения методики путем введения частотной коррекции. Таким образом, основная область применения электрохимического метода — лабораторное гидродинамическое исследование сложных турбулентных характеристик двухфазных газожидкостных потоков в различных условиях.

Институт теплофизики СО АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
2/11 1984

ЛИТЕРАТУРА

- Mitchell J., Hanratty T. J. A study of turbulence at a wall using an electrochemical wall shear stress meter.— J. Fluid Mech. 1966, v. 26, pt. 1.
- Mizushima T. The electrochemical method in transport phenomena. Advances in Heat Transfer. V. 7/Ed J. P. Hartnett, T. F. Irvine. N. Y.: Acad. Press, 1971.
- Кутателадзе С. С., Бурдуков А. П., Накоряков В. Е., Кузьмин В. А. Применение

- электрохимического метода измерения трения в гидродинамике двухфазных сред.— В кн.: Тепломассообмен. Т. 2. Минск: Наука и техника, 1968.
4. Боголюбов Ю. Е., Гешев П. П., Накоряков В. Е., Огородников И. А. Теория электродиффузионного метода измерений спектральных характеристик турбулентных потоков.— ПМТФ, 1972, № 4.
 5. Karabelas A. J., Hanratty T. J. Determination of the direction of surface velocity gradients in three-dimensional boundary layers.— J. Fluid Mech., 1968, v. 34, pt. 1.
 6. Hogenes J. H. A., Hanratty T. J. The use of multiple wall probes to identify coherent flow patterns in the viscous wall region.— J. Fluid Mech., 1982, v. 124.
 7. Matsuda H., Yamada J. Limiting diffusion currents in hydrodynamic voltametry.— Electroanal. Chem. and Interfacial Electrochem., 1971, v. 30.
 8. Боголюбов Ю. Е., Смирнова Л. П. Массообмен в окрестности лобовой точки в пульсирующем потоке.— Изв. СО АН СССР, 1977, № 8. Сер. техн. наук, вып. 2.
 9. Кашинский О. Н., Малков В. А. Устройство для измерения скорости жидкости в двухфазном потоке. Авт. свид. № 699432.— БИ, 1979, № 43.
 10. Neal L. C., Bankoff S. G. A high resolution resistivity probe for determination of local void profiles in gas-liquid flow.— AIChE Journal, 1963, v. 9, N 4.
 11. Брэдшоу П. Введение в турбулентность и ее измерение. М.: Мир, 1974.

УДК 538.4

А. С. КОРОТЕЕВ, П. Н. РЕЙ

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ РЕЛЕЯ — ТЕЙЛОРА
В ТОНКИХ ЖИДКОМЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПЛЕНКАХ
ПРИ НАЛИЧИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Исследованию неустойчивости Релея — Тейлора посвящено большое количество работ. Существенный вклад в исследование этого явления применительно к задачам теплообмена был сделан в работах С. С. Кутададзе и его учеников [1]. Наличие магнитного поля усложняет исследование данного явления. В линейной постановке оно было рассмотрено в ряде работ, например в [2]. Экспериментальные же результаты в основном носят качественный характер [3].

Опытная установка, использованная в данной работе, спроектирована так, чтобы образец с размером около 150 мм мог располагаться в достаточно сильном магнитном поле с индукцией, близкой 1 Тл. Основываясь на результатах работы [4], из которой следует, что параметр скорости роста и спектральный состав неустойчивости Релея — Тейлора зависят от амплитуды и длины волны начального возмущения, было признано целесообразным отказаться от источника начальных возмущений. Принципиальная схема установки представлена на рис. 1. Образец 1 в виде кольца диаметром 60 мм после наплавления и механической обработки прикреплялся к корпусу нагревателя 2. В крышке корпуса сделано двенадцать радиальных каналов, отделенных друг от друга узкими перегородками, по которым из центра к периферии подавалось под давлением масло из термостата ТС-24. Такая конструкция обеспечивала плавный равномерный нагрев образца, выполненного из сплава «РОЗЕ», до температуры плавления с изотермичностью не менее 0,02 К. Для предотвращения окисления образец размещался в камере в атмосфере инертного газа. Нагреватель вместе с образцом и камерой крепился к нижней поверхности соленоида 3 с обмоткой в виде дисков из медной шины размером 1,1 × 5,5 мм². Межвитковая изоляция выполнялась из полиамидной или фторопластовой пленки толщиной 0,03 мм. Питание соленоида осуществлялось от выпрямителя мощностью 400 кВт, охлаждаемое — за счет протока воды в диаметральной направлении.

Измерения распределения и величины магнитного поля проводились с помощью датчика Холла размерами 1 × 1,5 × 0,2 мм. Максимальное значение индукции магнитного поля составляло 1,5 Тл.

Для регистрации развития неустойчивости использовалась съемка в проходящем и отраженном свете с помощью кино- и телевизионной систем, выполненных на основе приборов АКС-2, ВМС-1 и ПТУ-28. Привязка по времени с точностью до 0,07 с осуществлялась с помощью ввода в кадр изображения секундомера ЧЗ-35.

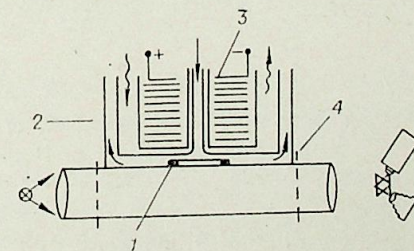


Рис. 1. Схема эксперимента.

1 — образец; 2 — корпус нагревателя; 3 — соленоид; 4 — камера с инертным газом и блок регистрации.

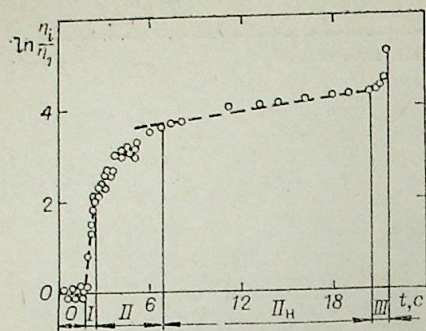


Рис. 2. Изменение параметра скорости роста неустойчивости $P = T$ на различных стадиях ее развития.

0 — стадия формирования начального возмущения; I — стадия экспоненциального роста амплитуды, описываемая линейной теорией; II — переходная стадия, состоящая из собственно переходной и нелинейной частей; III — заключительная стадия формирования и отрыва капли.

Расшифровка записи развития возмущения осуществлялась с помощью микроскопа ИМИ-2 с точностью не менее 0,02 мм. Величина параметра скорости роста неустойчивости определялась из условия $n = \ln(\eta_2/\eta_1)/(t_2 - t_1)$, в предположении, что само возмущение описывается выражением $\eta = \eta_0 e^{nt} \cos kx$.

На рис. 2 представлены экспериментальные результаты по развитию неустойчивости Релея — Тейлора для тонкой пленки жидкого металла, обработанные по описанной методике.

Анализируя полученные результаты в соответствии с описанными Льюисом [5] тремя стадиями развития неустойчивости Релея — Тейлора, можно отметить, что для условий выполненного эксперимента (когда пленка жидкого металла имела малую толщину и не подвергалась воздействию фиксированного начального возмущения), во-первых, величина амплитуды, характеризующая переход из одной стадии в другую, существенно отличалась от значений, полученных Льюисом, и, во-вторых, в начале развития возмущения перед линейной стадией отчетливо можно было определить еще одну — стадию формирования начального возмущения, а перед заключительной стадией — нелинейную стадию.

Приведем сравнительные характеристики описания неустойчивости, полученные в приближениях глубокой и мелкой воды.

Глубокая вода: 1 стадия — экспоненциального роста, предельное значение амплитуды — $0,4\lambda$; 2 стадия — переходная, предельное значение амплитуды — $0,75\lambda$; 3 стадия — заключительная, характеризуемая постоянной скоростью, проникновением воздуха через жидкость.

Мелкая вода: нулевая стадия — формирование начального возмущения,

предельное значение амплитуды — $0,002\lambda$, 1 — стадия линейная,
 » — $0,01\lambda$, 2 — стадия переходная,
 » — $0,03\lambda$, 3 — стадия нелинейная,
 » — $0,1\lambda$, 4 — стадия заключительная — стадия формирования капли и ее отрыва.

Абсолютное значение величины параметра скорости роста на пелинейном участке значительно меньше, а время его существования значительно больше, чем на линейном. Для того чтобы оценить, какова роль толщины пленки в формировании длины волны возмущения, проводились эксперименты с образцами разной толщины. Типичные результаты зави-

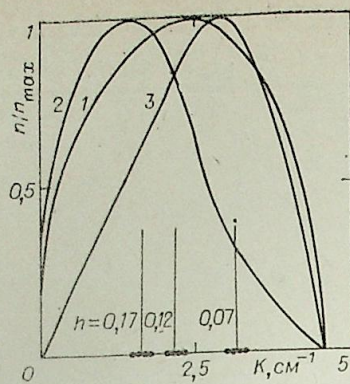


Рис. 3. Спектральное распределение неустойчивости $P = T$.

1 — неограниченный слой жидкости, обладающей поверхностным натяжением и вязкостью; 2 — увеличение вязкости, приводящее к сдвигу максимума спектральной кривой в сторону длинноволновых возмущений; 3 — ограничение толщины слоя вязкой жидкости, приводящее к смещению максимума в сторону коротковолновых возмущений; ● — экспериментальные результаты данной работы.

симости спектрального состава неустойчивости от толщины приведены на рис. 3.

Для обобщения полученных результатов был расширен класс аналитически рассмотренных задач о неустойчивости Релея — Тейлора на слу- Постановка задачи была традиционной двумерной в предположе-

том, что жидкости несжимаемые, не смешиваемые и находятся в термодинамическом равновесии. Верхний слой жидкости толщиной h с плотностью ρ_1 верхним слоем расположена твердая стенка. Начало отсчета выбрано на невозмущенной поверхности раздела, ось y направлена вверх, μ_1 и μ_2 — коэффициенты динамической вязкости обеих жидкостей.

Задача решалась, исходя из линеаризованных уравнений Навье — Стокса, методом поверхностных волн. В результате получено трансцендентное уравнение для параметра скорости роста в зависимости от волнового числа k .

$$-4k^2\mu m(\rho n + 2\mu k^2)^2 \cdot (\rho n + 2\mu k^2)^2 + \{m \operatorname{ch}(mh)(kh) \cdot \operatorname{ch}(kh) - k \operatorname{sh}(mh) \operatorname{sh}(kh)\} + 4\mu^2 k^3 m \{k \operatorname{ch}(mh) \operatorname{ch}(kh) - m \operatorname{sh}(mh) \operatorname{sh}(kh)\} - \alpha \rho \{k \operatorname{sh}(mh) \operatorname{ch}(kh) - m \operatorname{sh}(kh) \operatorname{ch}(mh)\} = 0, \quad (1)$$

где $\alpha = -g\rho k + \sigma k^3$; $m^2 = k^2 + \rho n/\mu$.

Совершая предельный переход при $\mu \rightarrow 0$, имеем переход уравнения (1) в выражение

$$n^2 = (g\rho k - \sigma k^3)/[\rho \operatorname{ctg}(kh)]. \quad (2)$$

Это выражение получено для невязкой ограниченной жидкости.

Делая другой предельный переход, устремив $h \rightarrow \infty$, получаем выражение

$$(g\rho k - \sigma k^3)\rho + 4\mu^2 k^3 m - \rho n + (2\mu k^2)^2 = 0 \quad (3)$$

для параметра скорости роста безграничной вязкой жидкости. Соотношения (2) и (3) были получены ранее в работах, обзор которых сделан в [6].

Результаты расчета спектральной кривой неустойчивости Релея — Тейлора представлены на рис. 3. Уменьшение толщины слоя сдвигает максимум спектральной кривой в сторону больших волновых чисел. При увеличении же вязкости происходит сдвиг максимума спектральной кривой в сторону малых волновых чисел, но влияние толщины, как показывают расчеты, оказывается более сильным.

Сравнение этих результатов свидетельствует о том, что качественный характер изменения спектрального состава возмущений соответствует зависимости, описываемой выражением (1). Это дает основание утверждать, что длинноволновые возмущения в тонких пленках развиваться не будут.

Исследование влияния поперечного магнитного поля на развитие неустойчивости Релея — Тейлора в тонких жидкометаллических пленках проводилось таким образом, что магнитное поле включалось предварительно, незадолго до начала плавления, чтобы предотвратить выброс жидкого металла.

Общая картина нарастания неустойчивости соответствовала развитию неустойчивости без магнитного поля, но происходило оно значительно медленнее.

Пример типичных экспериментальных результатов развития неустойчивости Релея — Тейлора при наличии поперечного магнитного поля представлен на рис. 4. Из сопоставления этих результатов с результатами нарастания амплитуды возмущения без магнитного поля видно, что происходит значительное уменьшение параметра скорости роста как на линейной, так и на нелинейной стадиях развития неустойчивости. Переход от одной стадии неустойчивости к другой более плавный, а началь-

Ю. С. ЛЕВИТАН

РАСЧЕТНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ
ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГИ ПОСТОЯННОГО ТОКА
В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ

В большинстве современных электродуговых устройств среднего и высокого давления с прокачкой газа, используемых в различных областях технологии, имеют место нестационарные процессы самой различной природы. Сложилось обоснованное убеждение в том, что в таких устройствах возбуждаются как колебания самой дуги, так и пульсации потока, окружающего дугу. Это подтверждено экспериментальными исследованиями [1] и расчетно-теоретическими оценками [2]. Применяемый часто для описания таких состояний термин «турбулентность» включает значительно более широкий спектр нестационарных случайных процессов проводящего потока. Так, при анализе процессов в электродуговой плазме всевозможных неустойчивостей как электромагнитной, так и тепловой природы [1, 3—5]. В то же самое время при течении термической плазмы может иметь место и обычная гидродинамическая турбулентность, осложненная пульсациями нелинейного джоулева тепловыделения.

Данный обзор в основном охватывает работы, посвященные расчетно-теоретическому исследованию процессов в дуговом разряде постоянного тока, горящем в спутном потоке плазмообразующего газа в цилиндрическом канале. Однако в обзоре упоминаются и те экспериментальные результаты, которые имеют принципиальное значение для развития теории.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Как известно, дуга постоянного тока, горящая в цилиндрическом канале в спутном потоке плазмообразующего газа, имеет, по существу, два характерных с точки зрения газодинамики и теплообмена участка: начальный, или развивающийся, который примыкает непосредственно к катоду, и установившийся, или участок стабилизированного в тепловом и гидродинамическом отношении течения [6, 7].

Для первого участка характерна двумерная, а то и трехмерная картина течения, что связано с формированием профилей температуры, скорости и тока. Интересно отметить, что для слаботочных дуг начальный участок удовлетворительно описывается в рамках модели о смешении двух спутных струй различной плотности [8].

Иначе обстоит дело с сильноточными дугами, обдуваемыми значительными расходами плазмообразующего газа. В этом случае, помимо наличия турбулентности холодного газа, развиваются крупномасштабные колебания столба дуги, в основном гидромагнитной природы, которые и определяют спектр нестационарных процессов на этом участке [1]. Причем такие колебания могут быть как нерегулярной, так и регулярной природы [9]. Естественно, что аналогичные процессы характерны и для

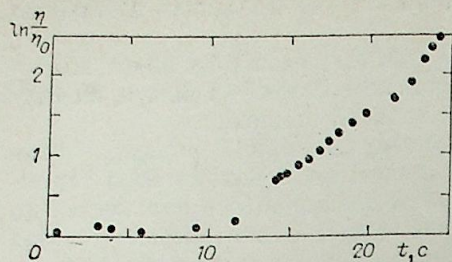


Рис. 4. Изменение параметра скорости роста неустойчивости $P-T$ в жидкометаллической пленке при наличии поперечного магнитного поля.
 $h=1,2$ мм; $B=0,6$ Тл.

пая стадия формирования возмущения более длительная. Предельное значение амплитуды увеличивается примерно в $1,5 \div 2$ раза.

На рис. 5 представлены значения параметра скорости роста, полученные в данной работе для пленок различной толщины и при различных значениях магнитного поля, а также результаты ряда авторов при исследовании неустойчивости Рейля — Тейлора.

Видно, что наши значения параметра скорости роста лежат значительно ниже результатов других авторов. Это отличие связано, очевидно, с тем, что в данной работе исследовались пленки малой толщины, и линейная теория в этом случае не может давать достоверных результатов из-за сильного влияния нелинейных эффектов.

Значения параметра скорости роста, полученные в соответствии с решением Отта, несмотря на свою идеализацию (отсутствие вязкости и поверхностного натяжения), дают значения, наиболее близкие к экспериментальным результатам. Нелинейная стадия развития неустойчивости характеризуется еще меньшим значением параметра скорости роста.

Численные значения параметра скорости роста и длины волны развивающегося возмущения дают основания надеяться, что стабилизация жидкометаллических пленок с помощью магнитного поля может быть достигнута при относительно умеренных величинах его индукции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кутателадзе С. С. Теплопередача при конденсации и кипении. М.: Машгиз, 1952.
2. Chandrasekhar S. Hydrodynamic and Hydromagnetic Instability. Oxford, 1961.
3. Рей И. Н. Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости/Г. И. Петров.— Тр. ин-та Механики МГУ, 1976.
4. Emmons H. W., Chang C. T., Watson B. C. Taylor instability of finite surface waves.— J. Fluid Mech. 1960, v. 7.
5. Lewis D. L. The instability of liquid surfaces when accelerated in direction perpendicular to their planes.— Quarterly of Applied Mathematics, 1950, v. 202.
6. Bellman R., Pennington R. Effects of surface tension and viscosity on Taylor instability.— Quart Appl. Math., 1954, v. 12, N 2.
7. Book D. L., Ott E., Sulton A. L. Royleigh — Taylor instability in the shallow-water approximation.— The Phys. of Fluids, 1974, v. 17, N 3.

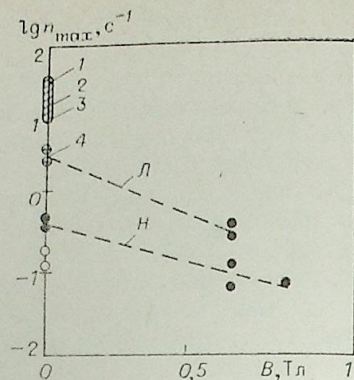


Рис. 5. Зависимость параметра скорости роста неустойчивости $P-T$ от величины индукции магнитного поля.

1 — предельное значение по данным [6]; 2 — данные Льюиса; 3 — данные [4]; 4 — данные [7]; настоящая работа; Л — линейная стадия; Н — нелинейная стадия (○ — $h=0,7$ мм, ● — $h=1,2$ мм).

свободно горящих дуг. В дальнейшем вся отмеченная совокупность процессов на начальном участке или в свободно горящей дуге будет в соответствии с [10] называться «турбулентная дуга».

Участок установившегося в тепловом и гидродинамическом отношении течения, когда все параметры потока меняются только по сечению канала, наблюдается в дугах, стабилизированных стенкой, вихревым потоком или каким-либо другим способом [11]. При этом вследствие стабилизирующего эффекта крупномасштабных колебаний столба наблюдаться не должно. Пульсации параметров течения возбуждаются самим потоком, в котором дуга является источником нелинейного джоулева тепловыделения. Совокупность процессов на участке стабилизированного горения дуги будет также в соответствии с [10] называться «дуга в турбулентном потоке».

Анализ процессов в турбулентной дуге сводится к изучению различного рода неустойчивостей столба разряда. Эта задача сама по себе представляет научный и практический интерес и требует специального исследования [1, 9].

Представленная работа посвящена обзору расчетно-теоретических работ, а также разбору основных аспектов, связанных с совокупностью процессов, характерных для «дуги в турбулентном потоке».

Всесторонний анализ турбулентности в таких условиях требует привлечения полной системы уравнений газо- и электродинамики. Целесообразно учесть также в общем случае наличие внешних магнитных полей.

Примем следующие упрощающие предположения.

1. Рассматривается оптически прозрачная идеальная плазма при наличии ЛТР (кроме специальных случаев).

2. Считается выполненным безындукционное приближение, что оправдано для большинства устройств с низкотемпературной плазмой [12].

3. Эффект Холла не учитывается.

4. Термогравитационными эффектами, а также тепловыделением вследствие вязкой диссипации и работой сил давления пренебрегаем.

С учетом этих предположений система уравнений магнитогидродинамики запишется в виде

$$\rho \frac{Du_i}{D\tau} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\eta \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) + \sigma (\epsilon_{i\alpha s} E_\alpha B_s + u_s B_i B_s - u_i B_s B_s); \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial (\rho u_k)}{\partial x_k} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{D\theta}{D\tau} = a \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial x_k \partial x_k} + q_v(\theta) \right]; \quad (3)$$

$$j_i = \sigma (E_i + \epsilon_{i\alpha s} u_\alpha B_s); \quad (4)$$

$$\frac{\partial j_k}{\partial x_k} = 0; \quad (5)$$

$$p = \rho RT, \quad (6)$$

где

$$q_v(\theta) = \frac{j_k j_k}{\sigma} - U(\theta) = \sigma (E_k E_k + 2\epsilon_{i\alpha s} u_i E_s B_\alpha + \epsilon_{i\alpha s} \epsilon_{pq s} u_i u_p B_\alpha B_q) - U(\theta); \quad (7)$$

$$\theta = \int_0^T \lambda dT^*; \quad a = \lambda / \rho c_p; \quad D/D\tau = \partial/\partial\tau + u_k \partial/\partial x_k; \quad i, k = 1, 2, 3.$$

Кроме того, $U(\theta)$ — мощность излучения в единице объема; λ , ρ , c_p , a , u_i , j_i , E_i , B — соответственно теплопроводность, плотность, удельная

теплоемкость, температуропроводность, скорость, плотность тока, напряженность электрического поля и индукция магнитного поля. Остальные обозначения общеприняты. $\epsilon_{i\alpha s}$ — единичный антисимметричный тензор третьего ранга ($\epsilon_{i\alpha s} = 0$, если индексы i , α и s не все различны; $\epsilon_{i\alpha s} = +1$ или -1 , если тройка i , α , s получается из тройки 1, 2, 3 при помощи четной или нечетной перестановки). Суммирование, как обычно, производится по повторяющимся индексам.

Из уравнений (1)–(6) с учетом (7) можно обычным путем, представляя величины в виде суммы осредненной и пульсационной составляющих с последующим осреднением по времени, получить уравнения турбулентного движения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\overline{\rho u_i})}{\partial \tau} + \frac{\partial (\overline{\rho u_i u_k})}{\partial x_k} + \overline{\rho' \frac{Du_i}{D\tau}} - \overline{u_i' \frac{\partial (\overline{\rho u_k'})}{\partial x_k}} = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \\ + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{\eta \frac{\partial u_i}{\partial x_k}} + \overline{\eta' \frac{\partial u_i}{\partial x_k}} - \overline{\rho u_k' u_i'} - \overline{\rho' u_k' u_i'} \right) + \epsilon_{i\alpha s} (\overline{\sigma E_\alpha} + \overline{\sigma' E_\alpha'}) B_s + \\ + (\overline{\sigma u_s} + \overline{\sigma' u_s'}) B_i B_s - (\overline{\sigma u_i} + \overline{\sigma' u_i'}) B_s B_s; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{\partial (\overline{\rho u_k})}{\partial x_k} + \frac{\partial (\overline{\rho' u_k'})}{\partial x_k} = 0; \quad (9)$$

$$\frac{D\overline{\theta}}{D\tau} = \overline{a q_v} + \overline{a' q_v'} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{a \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_k}} - \overline{u_k' \theta'} \right) + \overline{a' \frac{\partial^2 \theta'}{\partial x_k \partial x_k}}; \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_k} [\overline{\sigma E_k} + \overline{\sigma' E_k} + \epsilon_{i\alpha s} (\overline{\sigma u_\alpha} + \overline{\sigma' u_\alpha'}) B_s] = 0; \quad (11)$$

$$\overline{p} = \overline{\rho} R \overline{T}, \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} \overline{q_v} = \overline{\sigma E_k E_k} - \overline{U} + 2\overline{\sigma' E_k' E_k} + \overline{\sigma E_k' E_k} + 2\epsilon_{i\alpha s} \overline{\sigma u_i E_s B_\alpha} + \\ + \epsilon_{i\alpha s} \epsilon_{pq s} \overline{\sigma u_i u_p B_\alpha B_q} + 2\epsilon_{i\alpha s} (\overline{\sigma' E_s' u_i} + \overline{u_i' E_s' \sigma} + \overline{\sigma' u_i' E_s}) B_\alpha + \\ + \epsilon_{i\alpha s} \epsilon_{pq s} (\overline{\sigma' u_i' u_p} + \overline{\sigma' u_p' u_i} + \overline{u_i' u_p' \sigma}) B_\alpha B_q + \overline{\sigma' E_k' E_k} + \\ + 2\epsilon_{i\alpha s} \overline{\sigma' u_i' E_s B_\alpha} + \epsilon_{i\alpha s} \epsilon_{pq s} \overline{\sigma' u_i' u_p B_\alpha B_q}; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \overline{q_v' a'} = \overline{\sigma' a' E_k E_k} + 2\overline{\sigma' E_k E_k' a'} - \overline{U' a'} + 2\epsilon_{i\alpha s} (\overline{\sigma' a' u_i E_s} + \\ + \overline{u_i' a' \sigma E_i} + \overline{E_i' a' \sigma u_i}) B_\alpha + \epsilon_{i\alpha s} \epsilon_{pq s} (\overline{\sigma' a' u_i u_p} + \overline{u_i' a' \sigma u_p} + \\ + \overline{u_p' a' \sigma u_i}) B_\alpha B_q + 2\overline{\sigma' E_k' a' E_k} + \overline{a' E_k' E_k' \sigma} + \\ + \overline{\sigma' E_k' E_k' a'} + 2\epsilon_{i\alpha s} (\overline{\sigma' E_s' a' u_i} + \overline{u_i' E_s' a' \sigma}) B_\alpha + \\ + \epsilon_{i\alpha s} \epsilon_{pq s} (\overline{\sigma' u_p' a' u_p} + \overline{\sigma' u_p' a' u_i} + \overline{u_i' u_p' a' \sigma} + \overline{\sigma' a' u_i' u_p}) B_\alpha B_p. \end{aligned} \quad (14)$$

При составлении уравнений турбулентного движения операция осреднения приводит к потере информации, в результате чего появляются дополнительные слагаемые — моменты (или корреляции) пульсационных величин. Таким образом, число неизвестных параметров потока пополняется этими моментами, и система уравнений (8)–(12) с учетом (13) и (14) оказывается уже незамкнутой вследствие превышения числа неизвестных над числом уравнений. Кроме того, в данном случае по сравнению с течением неэлектропроводных сред, помимо моментов $\overline{u_i u_j}$ и $\overline{u_i' \theta'}$, появляются еще и дополнительные неизвестные моменты второго, третьего и даже четвертого порядков $\overline{\sigma' E_i'}$, $\overline{E_k' E_k'}$, $\overline{\sigma' u_i'}$, $\overline{u_i' E_s'}$, $\overline{\sigma' E_k' E_k'}$, $\overline{\sigma' u_i' u_p}$, $\overline{\sigma' E_k' E_k' a'}$, $\overline{\sigma' a' u_i' u_p}$ и др.

Естественно, что эти трудности являются составной частью общей проблемы замыкания в теории турбулентности [13]. Поэтому перед

следователем возникает дилемма: попытаться, оставаясь в рамках системы (8)–(14) и исходя из общих физических соображений и опытных данных, составить полуэмпирические соотношения, связывающие неизвестные моменты с параметрами осредненного течения, или на основе общей исходной системы уравнений получить дополнительные уравнения для этих моментов. Второй путь, как известно, приводит к составлению цепочки уравнений моментов Келлера-Фридмана [14], для которой, однако, проблема замыкания отнюдь не снимается.

В соответствии со сказанным, система (8)–(14) совместно с различными полуэмпирическими соотношениями для неизвестных корреляционных моментов определяет так называемые модели замыкания первого порядка. При замыкании системы уравнений для вторых моментов необходимы уже соотношения для корреляционных моментов третьего порядка, т. е. привлечение моделей замыкания второго порядка и т. д.

2. РАСЧЕТ ДУГИ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ С ПОМОЩЬЮ МОДЕЛЕЙ ЗАМКЫВАНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

В большинстве опубликованных работ по расчету характеристик электрических дуг в турбулентном потоке использовались простейшие модели замыкания первого порядка без учета пульсаций электродинамических параметров. Сущность таких моделей с точностью до не принципиальных видоизменений в отдельных случаях заключается в следующем [13]. При перемещении турбулентных «молей» относительно друг друга компоненты напряжений Рейнольдса $\tau_{ij} = \rho \overline{u_i u_j}$ (в приближении несжимаемого течения) должны зависеть от производных от средней скорости по координатам. Для малых градиентов средней скорости можно в первом приближении учитывать лишь первые производные $\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$ и зависимость

τ_{ij} от них считать линейной. В этом суть описания турбулентности при помощи коэффициентов турбулентной вязкости. Для простейшего случая установившегося турбулентного течения в канале вдоль оси x тогда можно записать выражение для турбулентных коэффициентов трения τ_T и теплового потока q_T

$$\begin{aligned} \tau_T &= -\eta_T \frac{d\bar{u}}{dy}; \\ q_T &= -\lambda_T \frac{dT}{dy}, \end{aligned} \quad (15)$$

где η_T, λ_T — турбулентные коэффициенты вязкости и теплопроводности.

Однако понятия о турбулентных коэффициентах переноса не дают возможности однозначно рассчитывать характеристики течения, так как необходимы определенные допущения для этих величин.

Введение длины пути смещения по Прандтлю l [12, 13] позволяет, например, представить коэффициент турбулентной вязкости в виде

$$\eta_T = \rho l^2 \left| \frac{d\bar{u}}{dy} \right|, \quad (16)$$

где l — масштаб турбулентности в данной точке, зависящий от координат. Аналогично записывается коэффициент турбулентной теплопроводности

$$\lambda_T = \rho c_p \frac{l^2}{Pr_T} \left| \frac{d\bar{u}}{dy} \right|, \quad (17)$$

где $Pr_T = l/l_T$ — турбулентное число Прандтля, l_T — масштаб турбулентности, характеризующий перенос тепла. При этом суммарное напряжение и поток тепла можно записать как обобщение законов Ньютона и Фурье в виде

$$\begin{aligned} \tau &= -(\eta + \eta_T) \frac{d\bar{u}}{dy}, \\ q &= -(\lambda + \lambda_T) \frac{dT}{dy}. \end{aligned} \quad (18)$$

Следует подчеркнуть, что такая «градиентная» модель турбулентного переноса справедлива только в том случае, если длина пути смещения l (или l_T) мала по сравнению с расстоянием, на котором существенно изменяются градиенты осредненных величин. Кроме того, эти величины не должны сильно меняться в течение времени «свободного пробега молей» [15]. Отсюда вытекает, что любая «градиентная» модель справедлива турбулентности в течениях со сдвигом.

Ясно, что такая модель применима формально и для сжимаемых течений с джоулевым тепловыделением. Так, например, для осредненной плотности тока при отсутствии внешнего магнитного поля можно записать

$$\bar{j}_i = \bar{\sigma} \bar{E}_i + \bar{\sigma}' E'_i = (\bar{\sigma} + \sigma_T) \bar{E}_i, \quad (19)$$

где σ_T — турбулентная электропроводность, выражающаяся согласно «градиентной» модели как

$$\sigma_T = l_T \left| \frac{d\bar{\sigma}}{dy} \right| = \frac{l}{Pr_T} \left| \frac{d\bar{\sigma}}{dT} \cdot \frac{dT}{dy} \right|. \quad (20)$$

Точно по такому же принципу могут быть составлены и остальные неизвестные моменты в системе (8)–(14). Нельзя забывать, однако, что в рамках данной модели аппроксимации поддаются корреляционные моменты не выше второго порядка.

Важной задачей является определение масштаба турбулентности l , который входит как неизвестная функция во все модели замыкания. Для моделей замыкания первого порядка при исследовании простых течений в каналах и на пластине величина l , как показывают опыты [16], с достаточной точностью определяется геометрией области течения за исключением пристеночной зоны. Например, при анализе турбулентного течения в трубе в качестве выражения для l часто используют эмпирическую формулу Прандтля — Никурадзе [16] с поправкой Ван-Дрейста [17], учитывающей более быстрое затухание пульсаций вблизи стенки

$$\frac{l}{R} = \left[0,14 - 0,08 \left(1 - \frac{y}{R} \right)^2 - 0,06 \left(1 - \frac{y}{R} \right)^4 \right] \left[1 - \exp \left(\alpha Re \sqrt{\tilde{\lambda}/2} y \right) \right]. \quad (21)$$

Здесь $\tilde{\lambda} = -2 \frac{dp}{dx} \cdot \frac{4R}{\rho u^2}$; $Re = \rho u (2R)/\eta$; $\alpha = 1/27,5$; R — радиус трубы;

y отсчитывается от стенки; значком \circ обозначены характерные параметры.

В большинстве работ по расчетно-теоретическому исследованию дуг нет четкого разграничения режимов турбулентности, характерных для начального участка дуги и зоны стабилизированного горения. Кроме того, ни в одной из этих работ, по существу, не учитывались пульсации электродинамических параметров, в частности проводимости. В первых работах по турбулентности в дугах была предпринята попытка расчета характеристик на основе аналогии между развитием дугового стабилизированного потока газа разряда и распространением сильно подогретой неизотермической турбулентной струи в слутном потоке. В связи с этим в [18] была предложена струйная модель стабилизированной электрической дуги, впоследствии дополненная и усовершенствованная в [19]. Согласно этой модели, предполагалось, что профили избыточных скоростей u и энтальпий h подобны и задаются известным законом «трех вторых» [8]

$$\frac{h - h_0}{h_m - h_0} = \frac{u - u_0}{u_m - u_0} = \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{3/2} \right]^2 = f \left(\frac{r}{b} \right), \quad (22)$$

где b — координата границы дуги; r — текущий радиус; индексы 0 и m относятся к параметрам, соответственно на входе в канал и на оси дуги. Для определения границы зоны разряда использовался общий закон расширения зоны смещения двух произвольных потоков с характерными скоростями u_m и u_0 , выведенный в работе [8] на основании теории Прандтля:

$$\frac{db}{dx} = c \frac{u_m - u_0}{u}, \quad (23)$$

где x — координата вдоль оси разряда; u — характерная скорость потока в зоне смещения, определяемая осреднением с сохранением расхода или количества движения; $c = 0,1$.

С учетом этих предположений производился расчет установившегося одномерного турбулентного течения реального газа в цилиндрическом канале, на оси которого развивается электрический разряд [19]. Несмотря на значительное число упрощающих предположений было получено удовлетворительное согласие расчета с экспериментально измеренными вольт-амперными характеристиками разряда в аргоне и воздухе в обобщенном виде при следующих параметрах: $p = (0,5 \div 2,0) \cdot 10^5$ Па; $I = 300$ А; $G = (1 \div 5) \cdot 10^{-3}$ кг/с; $d = (0,15 \div 0,6) \cdot 10^{-2}$ м; $L = 0,20$ м.

В дальнейших исследованиях струйная модель использовалась главным образом для расчета свободно горящих дуг или начального участка дуги [20].

В работах [2, 21–23] турбулентное трение и тепловой поток выражались согласно (18) с учетом (16) и (17). Для масштаба турбулентности l выбиралось выражение типа Прандтля — Никурадзе без учета поправки Ван-Дрифта (см. (21)). Излучение не принималось во внимание. Получено качественное соответствие расчета с немногочисленными экспериментальными данными по напряженности электрического поля [6].

Представляет интерес работа [24], в которой для расчета характеристик дуги в цилиндрическом канале использовалась двухслойная модель турбулентности. Коэффициент турбулентной вязкости в ядре потока ($\xi > 50$) вычислялся по формуле Рейхардта [25]

$$\frac{\eta_T}{\eta} = \frac{kR^+}{G} \left[1 - \left(\frac{r}{r_w} \right)^2 \right] \left[1 + 2 \left(\frac{r}{r_w} \right)^2 \right], \quad (24)$$

а в пристеночной зоне ($0 < \xi < 50$) по соотношению, предложенному Дайслером [26];

$$\frac{\eta_T}{\eta} = 0,0154uy [1 - \exp(-0,0154uy)], \quad (25)$$

где $\xi = \frac{+(ur_w - r)}{v_w}$; $u^+ = \sqrt{\tau_w/\rho_w}$; $R^+ = \frac{r \sqrt{\tau_w/\rho_w}}{v_w}$; $y = \frac{r_w - r}{v_w}$; $k = 0,4$.

Решалась система уравнений движения и энергии с учетом интегральных условий сохранения расхода тока, а также излучения.

Полученные расчетные данные о распределении тепловыделения EI и теплоотвода Q_w по длине канала плазматрона (аргон, $p = 10^5$ Па, $d = 6 \cdot 10^{-3}$ м, $G = 3 \cdot 10^{-3}$ кг/с, $I = 50 \div 300$ А) показали, что учет турбулентности приводит к занижению расчетных значений EI и Q_w по сравнению с экспериментом (рис. 1).

В работе [27] в рамках модели Прандтля для длины пути смещения бралась зависимость в виде (21). Численный анализ системы уравнений движения и энергии с учетом соотношений для тока и расхода и данных по излучению в приближении оптически прозрачного газа [28] был проведен для аргоновой дуги атмосферного давления, горящей в цилиндрическом канале $d = 1$ см при температурах на оси $T_0 = (10 \div 20) \cdot 10^3$ К и расходах $G = (0 \div 30) \cdot 10^{-3}$ кг/с. Показано, что турбулентность оказывает существенное влияние на характеристики дуги, особенно при температурах $T_0 \leq 15000$ К. Проведен также анализ влияния продольного

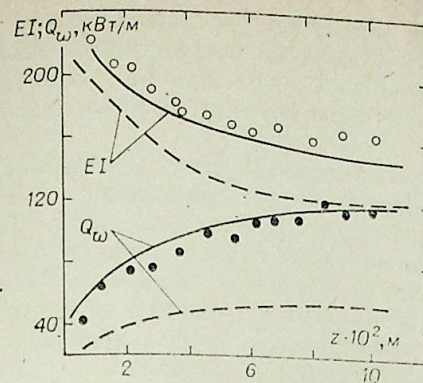


Рис. 1. Распределение тепловыделения EI и теплоотвода Q_w по длине канала плазматрона [24].

Штриховая линия — расчет в ламинарном приближении; сплошная линия — расчет с учетом турбулентности; точки — эксперимент.

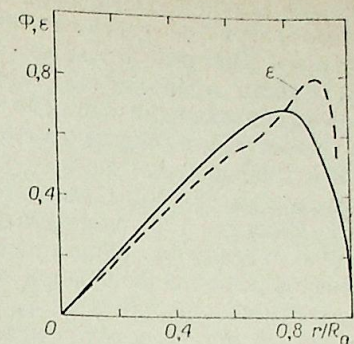


Рис. 2. Профили квадрата интенсивности турбулентных пульсаций ϵ [31] и относительной интенсивности турбулентных пульсаций функции теплопроводности Φ [32].

магнитного поля на параметры разряда, о чем подробнее будет сказано ниже.

По-видимому, впервые учет пульсаций электродинамических параметров, в частности проводимости и напряженности электрического поля, дан в работах [29, 30]. В них установлено, что пульсации напряженности электрического поля пропорциональны пульсациям проводимости, которые в свою очередь обусловлены пульсациями температуры. С другой стороны, чтобы оценить влияние этих пульсаций на характеристики дуги в турбулентном потоке в работе [31], автор предположил, что пульсации проводимости σ' пропорциональны пульсациям скорости u' :

$$\sigma'/\bar{\sigma} = c_1 u'/\bar{u}, \quad (26)$$

где c_1 — некоторая константа.

На основании этой оценки и прандтлевской модели турбулентности были получены поправочные коэффициенты для Джоулева нагрева

$$K_1 = 1 + \alpha \frac{l^2}{u^2} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right)^2 \quad (27)$$

и плотности тока

$$K_2 = 1 + \beta \frac{l^2}{u^2} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right)^2, \quad (28)$$

где α и β — постоянные.

Близкие соображения положены в основу модели дуги в турбулентном потоке, предложенной в [32]. Автором было произведено интегрирование уравнения энергии и получено распределение по радиусу канала относительной интенсивности турбулентных пульсаций функции теплопроводности $\Phi = \left(\sqrt{\bar{\theta}^2} - \sqrt{\bar{\theta}_0^2} \right) / \text{const } \bar{\theta}_0$. Сопоставление этой величины с квадратом интенсивности турбулентных пульсаций $\epsilon = (l^2/\bar{u}^2) \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right)^2$, полученной в [31], показало их качественное соответствие (рис. 2), что вполне естественно, так как оба автора исходили из аналогичных предположений.

Впоследствии в [32] получено аналитическое решение уравнения энергии для дуги в турбулентном потоке [33, 34]. Однако малоубедительны некоторые упрощения для его решения. Так, автор исключил из уравнения член с корреляцией $\bar{E}'\bar{\theta}'$, кроме того, выдвинул весьма грубое предположение о равенстве средних значений дисперсий расхода и потенциала

теплопроводности. Также никак не обосновано его утверждение относительно равенства турбулентной джоулевой диссипации и турбулентного переноса. Поэтому не кажется удивительным расхождение расчетной зависимости эффективной напряженности поля от числа Рейнольдса с экспериментальными данными [35].

Качественно новым шагом в расчетно-теоретическом исследовании дуги в турбулентном потоке является попытка учесть отклонение от ЛТР в рамках простейших моделей турбулентности [21—23, 24, 27]. Так, А. И. Ивлютин [36], используя модель из работы [24], численно решал полную систему уравнений движения, неразрывности и энергии с учетом эффектов ударной ионизации и трехчастичной рекомбинации и балансовых соотношений для атомов, ионов и электронов. Расчеты проводились для дуги в аргоне и гелии атмосферного давления в канале $d_k = 6 \cdot 10^{-3}$, 10^{-2} м при токах $I = 50 \div 200$ А; расходах $G_{Ar} = (0,1 \div 3,9) \cdot 10^{-3}$ кг/с; $G_{He} = (0,05 \div 0,5) \cdot 10^{-3}$ кг/с и длине канала $L_k/d_k = 7 \div 20$. Выяснилось, что влияние термической и химической неравновесности становится значительным в аргоне и особенно в гелии при увеличении G и уменьшении I . Следует отметить, однако, что количественная интерпретация расчетных результатов пока затруднена вследствие отсутствия данных по истинным механизмам физико-химических процессов и обилия эмпирических констант.

Заслуживают внимания работы, в которых предпринята попытка связать характеристики газодинамической турбулентности с микроскопическими параметрами газоразрядной плазмы. Такие исследования посвящены в основном свойствам тлеющего разряда в турбулентном потоке [37—40]. Было показано, что турбулизация течения способствует повышению температуры электронов T_e , частоты ионизации Z_i и напряженности электрического поля E , а также более равномерному распределению плотности тока по сечению канала и, следовательно, повышению минимального значения тока перехода диффузного разряда в контрагированный.

Представляет интерес аналитическое решение задачи о положительном столбе тлеющего разряда в развитом турбулентном потоке, полученное в работе [40] с учетом предположения о постоянстве по сечению канала температуры тяжелых частиц и электронов [41], а также о полной корреляции характеристик турбулентности течения атомного и ионного газов [38]. Для замыкания системы уравнений диффузии, движения и неразрывности было принято предположение, что перенос электрон-ионных пар турбулентностью описывается функцией:

$$\overline{n'v'} = D_a \cdot \tau \cdot \overline{rn}/(2R), \quad (29)$$

где r и R — текущий радиус и радиус канала; n' и v' — пульсации концентрации зарядов и радиальной составляющей скорости; \overline{n} — средняя концентрация зарядов; D_a и τ — коэффициент амбиполярной диффузии и параметр турбулентности.

Однако попытка нахождения связи параметра турбулентности τ с газодинамическими характеристиками течения путем непосредственного интегрирования уравнения (29) по r опять же является, на наш взгляд, некорректной. Это связано с тем, что при таком интегрировании автор весьма произвольно полагает, что «в положительном столбе пульсации скорости и плотности зарядов происходят совместно», а кроме того, не учитывает даже в рамках простейших градиентных моделей турбулентности переменность по радиусу канала пульсаций концентрации зарядов и скорости. Помимо этого, не проанализировано совместное влияние на параметры течения и турбулентности, и неравновесности. Эти грубые допущения существенно снижают практическую ценность полученного аналитического решения и не позволяют серьезно судить о качественном соответствии расчетных и экспериментальных данных [37].

В работе [42] для оценки влияния турбулентности на процессы в коронном разряде использованы представления Ландау о наименьшем

масштабе турбулентности λ_0 и соответствующей ему частоте ω_0 , которые выражаются следующим образом:

$$\lambda_0 \approx \left(\frac{Re^*}{Re}\right)^{3/4} l; \quad \omega_0 \approx \frac{u'}{l} \left(\frac{Re}{Re^*}\right)^{3/4}. \quad (30)$$

Здесь Re^* — локальное критическое число Рейнольдса; $Re = lu'/\nu$; l — наибольший масштаб турбулентности; u' — пульсация скорости.

В соответствии с этими представлениями эффективные коэффициенты диффузии D_Σ , вязкости ν_Σ и температуропроводности a_Σ записываются в виде

$$\left. \begin{matrix} D_\Sigma \\ \nu_\Sigma \\ a_\Sigma \end{matrix} \right\} \approx \left(1 + \frac{Re}{Re^*}\right) \left\{ \begin{matrix} D \\ \nu \\ a \end{matrix} \right. \quad (31)$$

Показано, что с ростом уровня турбулентности вкладываемая в разряд мощность и ток возрастают пропорционально Re/Re^* . Это качественно соответствует результатам работ [24, 27, 33—40].

Несмотря на значительное число допущений, принятых с целью адекватного описания воздействия турбулентности потока на характеристики разрядов при отклонении от ЛТР [36—41], такое направление в целом следует считать перспективным, однако прогресс здесь связан с разработкой более корректных моделей турбулентного переноса, а также с уточнением механизмов ионизации, рекомбинации и кипетки химических реакций.

В заключение данной части обзора следует еще раз подчеркнуть, что применение «градиентных» моделей для замыкания уравнений турбулентного движения типа модели Прандтля ограничено не только характером осредненного течения, но и масштабами флуктуаций [15]. Это обстоятельство в некоторых случаях упускается из виду. Так, Б. А. Урюковым [43] предложено уточнение теории Прандтля с помощью введения в расчетные соотношения параметра γ — инкремента нарастания возмущения при потере устойчивости дуги. Согласно этой работе, пульсации скорости v' выражаются через масштаб Прандтля l как

$$v' \sim \gamma l, \quad (32)$$

а соответственно турбулентные напряжения трения τ_τ и тепловой поток q_τ в виде

$$\tau_\tau = \overline{\rho u'v'} = -\rho \gamma_{\max}^2 l^2; \quad q_\tau = \overline{\rho v'h'} = -\rho l^2 \gamma_{\max} (\partial h/\partial r), \quad (33)$$

где γ_{\max} можно найти из линейной теории устойчивости любым квазиклассическим методом [44]. Из соотношений (33) следует, что возникновение неустойчивости должно порождать дополнительные турбулентные пульсации.

Однако появление неустойчивых режимов горения дуги вызывает в большинстве случаев крупномасштабные колебания столба разряда, характерный размер которых сравним с размерами канала. Особенно это относится к винтовой неустойчивости, наиболее типичной в этом плане и рассмотренной поэтому в данной работе. Ясно, что «включение» таких крупномасштабных колебаний в «градиентную» (прандтлевскую) модель турбулентности некорректно по причинам, указанным выше [15]. Кроме того, в соотношениях (33) не учтен различный спектральный диапазон газодинамических пульсаций и колебаний столба дуги, которые могут давать различный вклад в τ_τ и q_τ .

3. О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ИНТЕНСИВНОСТИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПО СЕЧЕНИЮ КАНАЛА С ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГОЙ

Характерной особенностью сильно неизотермичных каналовых течений является существенное отличие интенсивности турбулентных пульсаций в приосевой области от соответствующей величины в пристеночной

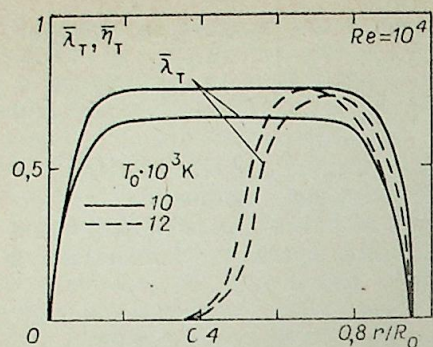


Рис. 3. Профили относительных величин турбулентных коэффициентов вязкости $\bar{\eta}_T$ и теплопроводности $\bar{\lambda}_T$ [27].

зоне. В соответствии с «градиентными» моделями турбулентности величины турбулентных составляющих напряжения трения и теплового потока максимальны в области максимальных градиентов осредненных величин скорости и температуры и обращаются в нуль там, где равны нулю либо сами эти величины, либо их пространственные градиенты. Такие особенности ярко проявляются и в случае турбулентных течений с электрической дугой, когда различие температур в приосевой зоне и на стенке может составлять до четырех порядков величины, что вызывает соответственно и значительную разницу в плотности газа. Данное обстоятельство приводит к тому, что наличие «горячего» приосевого ядра и «холодной» пристеночной зоны разделяет поток на турбулентную пристенную зону (за исключением тонкого вязкого подслоя [13]) и ламинарную приосевую. На это впервые, по-видимому, обратили внимание авторы [21], которые также расчетным путем показали «расширение» приосевой ламинарной зоны с ростом тока дуги. Подтверждение такого своеобразного характера распределения турбулентности по сечению канала получено в работах [24 и 27]. В работе [27] этот эффект наглядно демонстрируется с помощью рассчитанных радиальных профилей турбулентных коэффициентов вязкости и теплопроводности (рис. 3). Интересно, что описанная двухзонная модель распределения интенсивности турбулентности положена в основу расчетов характеристик дуги в турбулентном потоке, проведенных в [45]. Полученные вольт-амперные характеристики дуги в гелии удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными работ [46 и 47].

Из этой серии идейно близких исследований несколько выпадает работа [48], в которой предложена так называемая «канальная» модель турбулентности. Согласно этой модели, которая в определенной мере аналогична известной каналовой модели безрасходной дуги Штеенбека, градиенты скорости и температуры в ядре потока принимаются равными нулю, а в ламинарном подслое — постоянными [49], причем толщина ламинарного подслоя (бестоковой области) определяется известным критерием его устойчивости [50]. По мнению авторов [48], «самая электрическая дуга подвержена турбулизации, и турбулентная теплопроводность настолько велика, что зона турбулентных воздействий может считаться изотермической». Ясно, что для данной модели распределение интенсивности турбулентности по сечению канала совершенно иное, чем в модели Прандтля. Тем не менее и в этом случае авторы получили удовлетворительное соответствие расчетных и экспериментальных интегральных характеристик. Это обстоятельство можно в первом приближении объяснить тем, что любое сравнение расчетов с экспериментами проводилось на уровне интегральных характеристик, практически нечувствительных к виду распределения пульсационных составляющих параметров по сечению канала, о чем подробнее будет сказано ниже.

4. КРИЗИС ТЕЧЕНИЯ В КАНАЛЕ С ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГОЙ

Исследование перехода ламинарного режима течения в турбулентный в каналах с электрической дугой осложняется по сравнению с классическим «холодным» каналовым течением появлением целого ряда факторов, важнейшими из которых, по-видимому, являются следующие: своеобразный характер распределения интенсивности турбулентности по сечению кана-

ла (см. предыдущий параграф); расширение спектра флуктуаций, способствующих во многих случаях снижению критического числа Рейнольдса перехода. Последний из указанных факторов особенно характерен для турбулентных дуг, когда крупномасштабные колебания ее столба вследствие неустойчивости могут способствовать более раннему возникновению дуги в турбулентном потоке, поскольку источником пульсаций здесь может служить начальный участок, для которого характерны закономерности турбулентной дуги. С другой стороны, своеобразное распределение объемного тепловыделения по сечению канала, связанное с наличием критического числа Рейнольдса с учетом мощности тепловыделения «градиентных» моделей должно оказывать корректировку (в данном случае Джоулева). В этом случае тепловыделение в рамках на течение. Таким образом, конкуренцией ламинаризирующее влияние и определяется характер перехода ламинарной формы течения в турбулентную.

Число работ, посвященных этому вопросу, весьма ограничено. Впервые, по-видимому, в работе [51] авторы обратили внимание на то обстоятельство, что изменение характера течения в канале плазмотрона непосредственно связано с резким возрастанием уровня шума струи на выходе из его сопла. Так, для аргона было получено, что поток ламинарный при $Re < 110 \div 150$, а при $Re > 300 \div 800$ — турбулентный, где Re — число Рейнольдса, определяемое по среднemasсовым параметрам.

Уточненные данные были получены в работе [24]. По форме выходного факела, уровню шумов, анализу данных по теплообмену был сделан вывод о том, что кризис течения наблюдался для He — при $Re \approx 250$, а для Ar — при $Re \approx 500$. Смещение переходного режима для Ar в область более высоких значений Re по сравнению с данными работы [51] авторы также объясняют ламинаризирующим влиянием Джоулева тепловыделения. Причем при $Re > Re_{кр}$ у стенки канала образуется «холодная» непроводящая зона, через которую продувается основной расход газа и где преобладает турбулентный механизм теплообмена, тогда как в токопроводящей сохраняется ламинарный. Более низкие значения $Re_{кр}$ для He можно отнести, как отмечалось, за счет возникновения крупномасштабных колебаний столба дуги вследствие развития неустойчивости начального участка дуги, что как раз наиболее характерно для легких газов типа H_2 и He [49].

Очевидно, что низкие значения тепловыделения не скажутся существенно на критическом числе Рейнольдса, что подтверждено в работах [37, 52, 53], где исследовались слаботочные дуги в аргоне при токах $I \approx 1 \div 2$ А и диаметре канала $d_k = 0,05$ м. Полученные значения $Re_{кр}$ практически не отличаются от классической величины $Re_{кр} \approx 2300$.

С ростом тепловыделения $Re_{кр}$, начиная с некоторого значения тока, сначала значительно снижается, а затем по мере увеличения тепловыделения начинает парастать. Так, в работе [54] исследовалась азотная дуга при токе $I = 20$ А и диаметре канала $d_k = 5 \cdot 10^{-3}$ м. Получено, что $Re_{кр} \approx 200 \div 250$. Дальнейший рост отношения I/d_k приводит к увеличению $Re_{кр}$ [24]. Эти данные, с одной стороны, подтверждают качественно приведенные соображения об основных факторах, влияющих на кризис течения в канале с электрической дугой, а с другой стороны, не дают основания рассчитывать на то, что совместный учет основных факторов сведется лишь к их механическому суммированию [43, 49].

Попытка расчетно-теоретического анализа кризиса течения предпринята в работе [27]. В качестве одного из возможных критериев перехода ламинарного течения в турбулентное предложена зависимость $Nu = f(A)$, где $Nu = q_w d_k / [\bar{\lambda}(\bar{T} - T_w)]$; q_w — тепловой поток в стенку канала, \bar{T} — среднemasсовая температура, T_w — температура стенки; $A = Gc_p(\bar{T} - T_w) / IEd_k$, G — расход, остальные обозначения общепринятые.

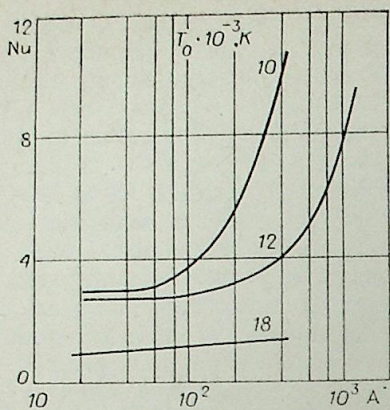


Рис. 4. Зависимость $Nu = f(A)$ [27].

Эта зависимость представлена на рис. 4. Видно, что резкая интенсификация теплообмена, соответствующая переходу к турбулентности, наблюдается при $A \gg \gg 10^2$. Увеличение тока и, соответственно, температуры на оси T_0 приводит к ламинаризации течения, что характеризуется ростом $A_{кр}$. С помощью такого критерия, однако, не представляется возможным описание кризиса течения при очень малых тепловыделениях, а в пределе — при отсутствии тепловыделения. Кроме того, он не учитывает возможность возбуждения пульсаций потока, генерируемых вследствие крупномасштабных колебаний начального участка дуги.

В заключение отметим, что целесообразность введения того или иного критерия всякий раз нуждается в экспериментальной проверке. Следует подчеркнуть, что спектр турбулентности в канале с электрической дугой будет отличаться от спектра «холодной» турбулентности [55]. Эффект дополнительной турбулизации потока крупномасштабными колебаниями дуги требует тщательных исследований как интегральных, так и спектральных характеристик турбулентности.

5. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ И ТУРБУЛЕНТНОСТИ

При движении высокотемпературных сред, а особенно понижованных газов, излучение может оказывать существенное влияние на параметры течения. В частности, для дуг в турбулентном потоке такое влияние часто может оказываться решающим. Наиболее существенным моментом здесь является воздействие излучения на турбулентность и в меньшей степени — обратное воздействие турбулентности на излучение. По-видимому, впервые эти эффекты обнаружены в [12].

При большой оптической плотности, когда для всех существенных в энергетическом отношении частот излучения выполняется условие $\kappa_v l \gg 1$ (κ_v — спектральный коэффициент поглощения, l — размер крупных турбулентных вихрей), для описания лучистого теплообмена между крупными вихрями (или молями) применимо приближение лучистой теплопроводности. При этом автор предлагает в расчетные соотношения для турбулентных характеристик вводить вместо обычного числа Прандтля его эффективное значение

$$Pr_{эфф} = \frac{\nu}{a + a_{луч}} = \frac{Pr}{1 + (a_{луч}/a)}, \quad (34)$$

где $a_{луч} = \lambda_{луч}/(\rho c_p)$; $\lambda_{луч} = \frac{4\pi}{3} \int_0^\infty \frac{1}{\kappa_v} \cdot \frac{\partial B_v}{\partial T} dv$;

B_v — спектральная интенсивность черного излучения. В уравнении энергии необходимо будет учесть дополнительный тепловой поток в форме

$$q_{луч} = -\lambda_{луч} \nabla T. \quad (35)$$

Для малых оптических толщин ($\kappa_v l \ll 1$) предложена зависимость

$$Pr_{эфф} = \frac{Pr}{1 + (f l^2 / A_2 \rho a)}, \quad (36)$$

где $A_2 \approx 1,5$ — опытная константа; $f = \frac{h' \text{div} q'_{луч}}{h^2} \approx \frac{4\pi}{c_p} \cdot \frac{\partial}{\partial T} \int_0^\infty \kappa_v B_v dv$; h , T — энтальпия и температура.

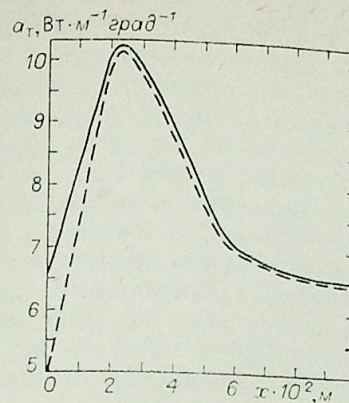


Рис. 5. Распределение турбулентного коэффициента температуропроводности a_t по длине канала плазматрона [56]. Сплошная линия — расчет без учета излучения; пунктирная — расчет с учетом излучения.

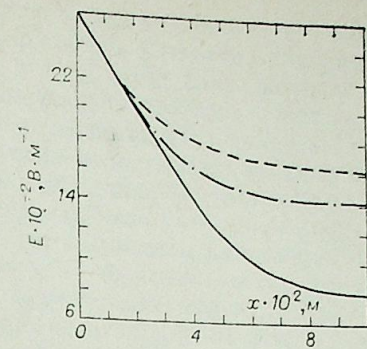


Рис. 6. Распределение напряженности электрического поля E по длине канала плазматрона. Сплошная линия — расчет без учета излучения; штриховая — расчет с учетом излучения; штрихпунктирная линия — эксперимент [24].

Для самого общего случая предложена приближенная формула

$$Pr_{эфф} = Pr / (1 + \varphi), \quad (37)$$

в которой

$$\varphi = \frac{4\pi}{3\rho c_p} \int_0^\infty \left\{ \frac{1}{\kappa_v} \cdot \frac{\partial B_v}{\partial T} \cdot \frac{2(\kappa_v l)^2}{[1 + 2(\kappa_v l)^2]} + \frac{3}{A_2} l^2 \left[\frac{\partial(\kappa_v B_v)}{\partial T} - \frac{\partial \kappa_v}{\partial T} \cdot \frac{1}{4\pi} \int_\omega J_\nu d\omega \right] \left[1 - \frac{2(\kappa_v l)^2}{[1 + 2(\kappa_v l)^2]} \right] \right\} dv;$$

J_ν , ω — соответственно спектральная интенсивность излучения и телесный угол. Разумеется, зависимость (37) переходит в соответствующие выражения для рассмотренных выше предельных случаев $\kappa_v l \gg 1$ и $\kappa_v l \ll 1$.

Как показали оценки, влияние излучения на турбулентную температуропроводность a_t может изменить эту величину даже на порядок и более. Влияние турбулентности на J_ν изменяет эту величину не более чем на 10 ÷ 20%, вследствие чего учет этого влияния часто не целесообразен из-за неточного знания поля температур и оптических свойств среды [12].

Предложенный метод использовался авторами [56] для расчета характеристик дуги в потоке аргона атмосферного давления в канале $d_k = = 10^{-2}$ м с расходом газа $G = 3 \cdot 10^{-3}$ кг/с и током $I = 150$ А. Записывалась система осредненных по времени уравнений, описывающих стационарную осесимметричную дугу в турбулентном потоке газа. Эффективные турбулентные коэффициенты вязкости и теплопроводности и масштаб турбулентности выражались согласно [24]. Радиус токопроводящей зоны дуги, необходимый для расчета дивергенции вектора лучистого потока, определялся закономерностями распространения турбулентной струи [18]. Полученные результаты свидетельствуют о том, что влияние излучения на коэффициент турбулентной температуропроводности a_t наиболее существенно на начальном участке дуги и менее заметно на участке стабилизации (рис. 5). В то же время напряженность электрического поля близости (рис. 5). В то же время напряженность электрического поля близости (рис. 6). К сожалению, авторы и мало изменилась на начальном участке (рис. 6). К сожалению, авторы не привели данных для различных токов, расходов (или Re) и давлений, а потому полученным результатам трудно придать общий смысл. Тем не менее, из этих расчетов следует, что в рамках предложенной модели [12] турбулентные пульсации температуры должны уменьшаться, приводя к соответствующему снижению турбулентной температуропроводности.

Однако эту модель, на наш взгляд, нельзя автоматически перенести на излучающие объекты с нелинейным тепловыделением, такие как, например, электрическая дуга. Дело в том, что данная модель разработана в применении к высокотемпературным средам без источников тепловыделения. Для таких сред температурные пульсации можно в первом приближении рассматривать как не влияющие на динамику потока [13, 55]. При этом носителями температурных флуктуаций являются сами турбулентные моли, процессы переизлучения между которыми и рассмотрены в [12].

При наличии источников нелинейного объемного тепловыделения появляется дополнительный «спусковой механизм» возникновения турбулентных пульсаций температуры: развитие перегретой неустойчивости в объеме дуги [3—5], которая определяется динамикой потока и излучением [9]. Так, возникновение такой неустойчивости зависит не столько от уровня излучаемой энергии, сколько от температурных градиентов излучательных свойств среды [3, 9].

В этой связи анализ механизма обмена лучистой энергии между молями [12], дополненный учетом развития температурных пульсаций, вследствие перегретой неустойчивости должен дать более достоверную картину взаимодействия излучения и турбулентности.

Важно также подчеркнуть, что исследование рассмотренного механизма возникновения температурных пульсаций возможно лишь на основе учета в исходной модели турбулентности пульсаций электродинамических параметров.

6. ВЛИЯНИЕ ПРОДОЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ДУГИ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ

Изучение влияния внешнего магнитного поля на турбулентный поток с электрической дугой важно не только с точки зрения целенаправленного воздействия на характеристики самого течения, но и с точки зрения изучения структуры турбулентности, особенности которой подчас трудно вскрыть при отсутствии поля. Особый интерес в этой связи представляет случай однородного продольного магнитного поля, которое воздействует только на структуру и интенсивность турбулентных пульсаций. Эти вопросы обстоятельно изучены применительно к течениям несжимаемых электропроводящих сред [57] и в значительно меньшей степени — для потоков плазмы.

Большинство исследований влияния продольного магнитного поля на характеристики дуг высокого давления, горящих в спутном потоке плазмообразующего газа, посвящено экспериментальному изучению тех ситуаций, когда в результате потери устойчивости разряда развиваются крупномасштабные колебания его столба. Обзоры таких исследований, характеризующих параметры турбулентной дуги, даны в [58, 59].

Первым (и пока, по-видимому, единственным) исследованием, посвященным расчетно-теоретическому анализу характеристик дуги в турбулентном потоке в продольном магнитном поле, является работа [27]. Учет воздействия поля проводился в рамках гипотезы Прандтля с использованием выражения для модифицированной длины пути смешения

$$l_M = J_N J_v \Psi, \quad (38)$$

где $J_N J_v$ — масштаб Прандтля — Никурадзе J_N с поправкой Ван-Дрифта J_v [17]; Ψ — функция, учитывающая затухание турбулентности под действием продольного магнитного поля. Для этой функции бралось выражение [60]

$$\Psi = (1 - 0,22 S_\pi)^{0,5}, \quad (39)$$

где $S_\pi = \sigma B^2 / (\rho |du/dr|)$ — локальный параметр МГД-взаимодействия.

Расчеты, проведенные при $B = 3$ и 10 Т, показали, что наложение поля приводит к дополнительной ламинаризации потока для температур

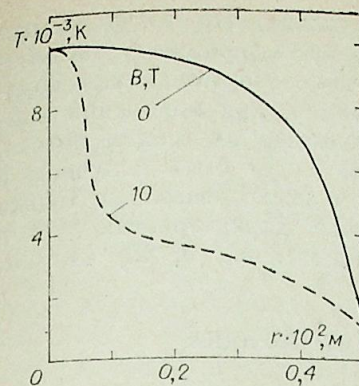


Рис. 7. Профили температуры дуги T в турбулентном потоке при наложении продольного магнитного поля.

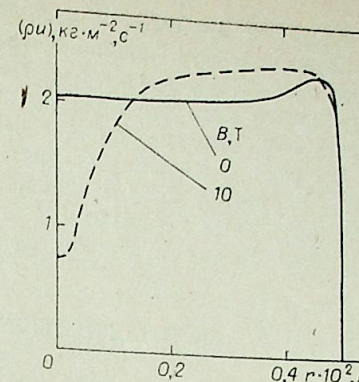


Рис. 8. Профили массовой скорости (ρu) в канале с электрической дугой в продольном магнитном поле. $Re = 10^4$; $T_0 = 10^4$ К.

на оси $T_0 > 14\,000$ К вследствие подавления полем турбулентных пульсаций [57].

С другой стороны, воздействие поля приводит к возникновению при $T < 14\,000$ К «факельного» режима горения дуги, характеризующегося наличием узкой токопроводящей приосевой зоны и «холодной» пристеночной области с максимумом массовой скорости. Эти результаты иллюстрируются рис. 7 и 8. Интересно отметить, что появление узкого токопроводящего факела дуги приводит к значительному ослаблению стабилизирующего влияния стенки. В этом случае могут возникнуть гидромагнитные эффекты [58, 59], т. е. переход к режиму «турбулентная дуга». Это обстоятельство наводит на мысль о том, что в достаточно сильном магнитном поле могут проявиться свойства турбулентной дуги, о которых упоминалось в предыдущем параграфе: дополнительное возбуждение пульсаций параметров дуги и потеря устойчивости ее столба. Подтверждение существования этого эффекта получено в экспериментальной работе [10]. Данные по теплообмену для участка стабилизации были представлены в виде зависимости $Nu/Nu_0 = f(Ha^2/Pe)$, где Nu_0 — число Нуссельта при $B = 0$, а Ha^2 и Pe вычислялись по среднemasсовой \bar{T} и характерной T^* температурам

$$Ha^2/Pe = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\bar{\sigma} B^2 d_h^3}{G \cdot Pr}; \quad Nu = \frac{q_w d_h}{\lambda (\bar{T} - T^*)}$$

Типичные зависимости для $p = 10^5$ Па и $I = 200, 300$ и 400 А представлены на рис. 9.

Видно, что начиная с некоторого значения $I > I_{кр}$ кривые имеют четко выраженные падающую и возрастающую ветви. Как отмечено в [10], падающая ветвь качественно соответствует расчетным данным [27], описывающим подавление магнитным полем турбулентного переноса, в то время как возрастающая ветвь характеризует появление крупномасштабных колебаний столба, вследствие возникновения неустойчивости, о чем упоминалось выше.

К сожалению, полученных интегральных характеристик пока явно недостаточно для анализа воздействия магнитного

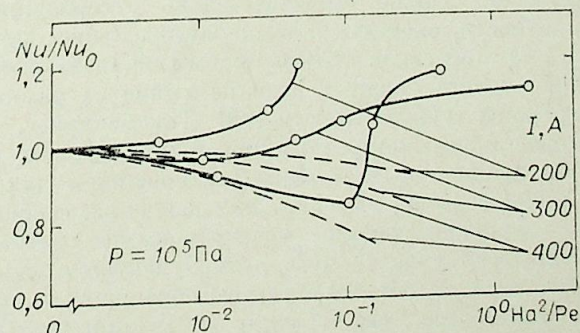


Рис. 9. Зависимость $(Nu/Nu_0) = f(Ha^2/Pe)$ [10]. — эксперимент, — — расчет [27].

поля на дугу в турбулентном потоке. Ясно только, что предложенная расчетная модель [27] должна быть дополнена исследованием устойчивости дуги, причем важнейшим здесь является вопрос о том, каким образом регулярные колебания столба дуги (например, при появлении вихревых мод [59]) могут «раскачать» и турбулентные пульсации потока. Ответы на этот и целый ряд других вопросов могут быть получены в результате теоретического и экспериментального исследования не только интегральных, но и локальных и пульсационных характеристик дуги в турбулентном потоке с учетом ее устойчивости [3—5, 9, 43, 44, 49].

7. О МОДЕЛЯХ ЗАМЫКАНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

В связи с анализом известных расчетно-теоретических исследований характеристик дуги в турбулентном потоке с использованием простейших моделей замыкания первого порядка возникает важный вопрос о природе турбулентности в этих условиях. Во всех цитированных работах отсутствует учет пульсаций электродинамических параметров, а также возможных электромагнитных сил, действующих на элементы дуги. Таким образом, предполагается, что природа турбулентности в этих условиях чисто гидродинамическая.

К такому выводу пришли исследователи, изучавшие взаимодействие электрической дуги с турбулентным потоком в подогревателях газа [61—65], а также в специальных сопловых устройствах с сильноточной дугой [66]. Однако применяемая в этих исследованиях аппаратура позволяла следить лишь за крупномасштабными колебаниями столба дуги в целом [61, 63, 66] и ни в какой степени не позволяла проводить локальные измерения пульсационных величин. Кроме того, исследовалась, как правило, свободная дуга, подверженная всевозможным неустойчивостям. Естественно, что отсутствие локальных измерений пульсаций параметров позволяет с любой степенью точности судить о характере турбулентности. Тем не менее, уже в работе [66] отмечена возможность появления турбулентности чисто электромагнитной природы, например, в связи с наличием градиентов магнитного давления. Помимо этого было замечено существенное разногласие «гидродинамического» описания с экспериментом даже для интегральных характеристик применительно к легким газам, таким как водород или гелий [43, 49]. Возможность чисто гидродинамического описания дуги в турбулентном потоке, вопреки утверждению авторов монографии [1], не всегда очевидна даже для малых токов дуги [52, 53].

Попытка уточнения модели Прандтля предпринята в работе [67], в которой авторы дополнительно учли механизмы турбулентных конвекции и диффузии. Однако, хотя по мнению авторов предложенная модель более точно описывает характеристики дуги, чем модель Прандтля, значительное возрастание вычислительных трудностей не компенсируется ее большей строгостью. В то же время необоснованное предположение о чисто гидродинамической природе турбулентности сводит на нет усилия авторов в уточнении более простых, но зато более наглядных градиентных моделей. Также бездоказательно утверждение о том, что «пульсации плотности, скорости и температуры происходят одновременно».

В этой связи нельзя многого ожидать и от более совершенных моделей первого порядка, если не выйти за рамки чисто гидродинамической природы турбулентности [68]. Тем не менее, необходимость привлечения моделей замыкания по крайней мере второго порядка даже при дополнении градиентных моделей соотношением для пульсаций электродинамических величин вытекает из следующих соображений.

Непосредственное интегрирование уравнений (8)—(11) для установившегося участка дуги в турбулентном потоке при отсутствии магнитного поля по объему с учетом обращения в нуль всех пульсаций на стенке канала дает связь между пульсационными и средними интегральными характеристиками дуги. При таком интегрировании очевидно выпадут

важнейшие корреляционные моменты $\overline{\rho u'_i u'_j}$, $\overline{\rho' u'_i}$ и $\overline{u'_i \theta'}$, которые обычно и аппроксимируются в «градиентных» моделях. Отсюда следует, что для участка стабилизации интегральные характеристики дуги не зависят от пульсаций мало чувствительны к этим корреляциям. Вместе с тем, корреляционные моменты $\overline{\sigma' E'_i}$, $\overline{E'_k E'_k}$, $\overline{U' a'}$ и т. д. будут содержаться в выражениях для интегральных характеристик. Однако во всех рассмотренных работах не учитывались эти корреляции, т. е. косвенно предполагающие коэффициенты переноса, которые записываются в виде (16), (17) и (24) и (25). Этими соображениями отчасти можно объяснить «феномен» удовлетворительного согласия расчетных данных с экспериментальными интегральными характеристиками дуги практически для всех рассмотренных выше моделей градиентного типа. Вместе с тем проверка справедливости той или иной модели замыкания первого порядка, как следует из приведенного анализа, возможна лишь с помощью модели замыкания второго порядка с обязательным учетом пульсаций электродинамических параметров.

Из системы уравнений (8)—(12) с учетом (13) и (14) известным путем [13] можно получить уравнения вторых моментов для определения величин $\overline{u'_i u'_j}$, $\overline{\theta'^2}$, $\overline{u'_i \theta'}$:

$$\begin{aligned} & \frac{D(\overline{\rho u'_i u'_j})}{D\tau} + \overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} + \overline{\rho u'_k u'_i} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} + \overline{\rho u'_k u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} + \overline{\rho' u'_i} \frac{D\bar{u}_j}{D\tau} + \overline{\rho' u'_j} \frac{D\bar{u}_i}{D\tau} = \\ & = \rho' \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) - \left[\frac{\partial (\rho' u'_i)}{\partial x_j} + \frac{\partial (\rho' u'_j)}{\partial x_i} \right] + \overline{\eta' u'_i} \frac{\partial^2 \bar{u}_j}{\partial x_k \partial x_k} + \overline{\eta' u'_j} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_k \partial x_k} + \\ & + \overline{u'_i} \frac{\partial \eta'}{\partial x_k} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} + \overline{u'_j} \frac{\partial \eta'}{\partial x_k} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ \eta \left[\frac{\partial (\overline{\rho u'_i u'_j})}{\partial x_k} - \frac{\partial \ln \bar{\rho}}{\partial x_k} (\overline{\rho u'_i u'_j}) \right] \right\} - 2 \overline{\eta' u'_i} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} - \\ & + \overline{u'_i} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{\eta' u'_j} \right) + \overline{u'_j} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{\eta' u'_i} \right) - \overline{\rho' u'_i} \frac{D(u'_i u'_j)}{D\tau} - \overline{u'_i} \frac{\partial (\overline{\rho u'_k u'_j})}{\partial x_k} - \overline{u'_j} \frac{\partial (\overline{\rho u'_k u'_i})}{\partial x_k} - \\ & - \overline{\rho' u'_k} \frac{\partial (u'_i u'_j)}{\partial x_k} + 2 \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial (\overline{\rho u'_k})}{\partial x_k} + [\varepsilon_{i\alpha s} (\overline{\sigma' u'_j} \bar{E}'_\alpha + \\ & + \overline{u'_j} \bar{E}'_\alpha \bar{\sigma} + \overline{\sigma' u'_j} \bar{E}'_\alpha) + \varepsilon_{j\alpha s} (\overline{\sigma' u'_i} \bar{E}'_\alpha + \overline{u'_i} \bar{E}'_\alpha \bar{\sigma} + \overline{\sigma' u'_i} \bar{E}'_\alpha)] B_s + (\overline{\sigma' u'_j} \bar{u}_s + \\ & + \overline{u'_j} \bar{u}_s \bar{\sigma} + \overline{\sigma' u'_j} \bar{u}'_s) B_i B_s + (\overline{\sigma' u'_i} \bar{u}_s + \overline{u'_i} \bar{u}_s \bar{\sigma} + \overline{\sigma' u'_i} \bar{u}'_s) B_j B_s - (\overline{\sigma' u'_j} \bar{u}_i + \\ & + \overline{\sigma' u'_i} \bar{u}_j + 2 \overline{u'_i u'_j} \bar{\sigma} + 2 \overline{\sigma' u'_i u'_j}) B_s B_s; \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} & \frac{D\overline{\theta'^2}}{D\tau} = - 2 \overline{u'_k \theta'} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_k} + \bar{a} \frac{\partial^2 \overline{\theta'^2}}{\partial x_k \partial x_k} - 2 \bar{a} \frac{\partial \overline{\theta'}}{\partial x_k} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_k} + \\ & + 2 \overline{a q'_v} \bar{\theta}' + 2 \left(\frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x_k \partial x_k} + \bar{q}_v \right) \bar{a}' \bar{\theta}' - \overline{u'_k} \frac{\partial \overline{\theta'^2}}{\partial x_k} - \\ & - \bar{a}' \frac{\partial^2 \overline{\theta'^2}}{\partial x_k \partial x_k} + 4 \overline{\sigma' \theta' E'_k E'_k a} + 2 \overline{E'_k E'_k \theta' \bar{\sigma} a} + 2 \overline{\sigma' \theta' E'_k E'_k \bar{a}} + \\ & + 4 \varepsilon_{i\alpha s} (\overline{\sigma' E'_s \theta' \bar{u}_i} + \overline{u'_i E'_s \theta' \bar{\sigma}}) B_\alpha + 2 \varepsilon_{i\alpha s} \varepsilon_{pq s} (\overline{\sigma' u'_i \theta' \bar{u}_p} + \\ & + \overline{\sigma' \theta' u'_p \bar{u}_i} + \overline{u'_i u'_p \theta' \bar{\sigma}} + \overline{\sigma' \theta' u'_i \bar{u}_p}) B_\alpha B_q; \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} & \bar{\rho} \frac{D(\overline{u'_i \theta'})}{D\tau} + \left[\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \tau} + \frac{\partial (\overline{\rho u'_k})}{\partial x_k} \right] (\overline{u'_i \theta'}) + \left[\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial \tau} + \frac{\partial (\overline{u'_k \bar{u}_i})}{\partial x_k} \right] (\overline{\rho' \theta'}) + \\ & + \overline{u'_i \theta'} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \tau} + \overline{u'_k \bar{u}_i} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k} = - \overline{\rho u'_k u'_i} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_k} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \overline{u'_k \theta'} \frac{\partial (\overline{\rho u_i})}{\partial x_k} + \overline{\rho} (\overline{a} + \overline{v}) \left[\frac{\partial^2 (\overline{u'_i \theta'})}{\partial x_k \partial x_k} - \frac{\overline{\partial u'_i}}{\partial x_k} \cdot \frac{\overline{\partial \theta'}}{\partial x_k} \right] - \\
& - \overline{\theta'} \frac{\partial \overline{\rho'}}{\partial x_i} - \overline{\theta'} \frac{\partial u'_k}{\partial x_k} \overline{\rho u_i} + \overline{\rho u'_i a'} \frac{\partial^2 \overline{\theta}}{\partial x_k \partial x_k} + \overline{\eta \theta'} \frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_k \partial x_k} + \overline{\theta'} \frac{\partial \eta'}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} + \\
& + \overline{\theta'} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial \overline{\eta}}{\partial x_k} + \overline{u'_i a' \rho} \overline{q_v} + \overline{q'_v u'_i \rho} \overline{a} + \overline{a' q'_v u'_i \rho} - \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{\rho u'_k u'_i \theta'}) - \\
& - \overline{\theta'} \frac{\partial (\overline{\rho' u'_i})}{\partial \tau} + \overline{\rho a' u'_i} \frac{\partial^2 \overline{\theta'}}{\partial x_k \partial x_k} + \overline{\theta' \eta'} \frac{\partial^2 \overline{u'_i}}{\partial x_k \partial x_k} + \overline{\theta'} \frac{\partial \eta'}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_k} - \\
& - \overline{\theta'} \frac{\partial}{\partial x} (\overline{\rho' u'_k \overline{u_i}} + \overline{\rho' u'_i \overline{u_k}} + \overline{\rho' u'_k \overline{u'_i}}) + \varepsilon_{i\alpha s} (\overline{\sigma' \theta' E_\alpha} + \overline{E'_\alpha \sigma'}) B_s + \\
& + (\overline{\sigma' \theta' u_s} + \overline{u'_s \sigma'}) B_i B_s - (\overline{\sigma' \theta' u_i} + \overline{u'_i \sigma'}) B_s B_s. \quad (42)
\end{aligned}$$

В этих уравнениях

$$\begin{aligned}
\overline{q'_v \theta'} &= \overline{\sigma' \theta' E_k E_k} + 2 \overline{E'_k \theta' \sigma' E_k} - \overline{U' \theta'} + 2 \varepsilon_{i\alpha s} (\overline{\sigma' \theta' u_i E_s} + \overline{E'_s \theta' \sigma' u_i} + \\
& + \overline{u'_i \theta' \sigma' E_s}) B_\alpha + \varepsilon_{i\alpha s} \varepsilon_{pq s} (\overline{\sigma' \theta' u_i E_s} + \overline{u'_i \theta' \sigma' u_p} + \overline{u'_p \theta' \sigma' u_i}) B_\alpha B_q; \quad (43)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\overline{q'_v u'_i} &= \overline{\sigma' u'_i E_k E_k} + 2 \overline{E'_k u'_i \sigma' E_k} - \overline{U' u'_i} + 2 \varepsilon_{i\alpha s} (\overline{\sigma' u'_i u_i E_s} + \overline{E'_s u'_i \sigma' u_i} + \\
& + \overline{u'_i \sigma' E_s}) B_\alpha + \varepsilon_{i\alpha s} \varepsilon_{pq s} (\overline{\sigma' u'_i u_i u_p} + \overline{u'_i \sigma' u_p} + \overline{u'_p \sigma' u_i}) B_\alpha B_q. \quad (44)
\end{aligned}$$

Разумеется, и для полученной системы уравнений проблема замыкания, как известно, не снимается [13, 14]. При этом, так же как и при замыкании системы (8)–(12), основным способом решения уравнений (41)–(44) является создание полуэмпирических моделей замыкания [69].

До настоящего времени не известны работы, в которых при анализе турбулентности в каналах с электрической дугой использовались бы уравнения для вторых моментов. В связи с тем, что в общей постановке анализ системы (41)–(44) чрезвычайно сложен, можно рассмотреть два характерных случая (при $B = 0$).

1. Приближение слабой однородной турбулентности.

В этом случае из полученной системы выпадут корреляционные моменты выше второго порядка.

2. Турбулентные пульсации представляют собой случайный процесс с нормальным законом распределения.

При этом все нечетные моменты выпадут, а четвертые моменты могут быть выражены через вторые согласно гипотезе Миллионщикова [13]. Следует подчеркнуть, что применимость указанных приближений в каждом конкретном случае необходимо специально доказывать [30]. Дальнейшие упрощения системы связаны с аппроксимацией корреляционных членов, содержащих давление, полуэмпирическими выражениями Ротта [69], а также с помощью других соотношений, обоснование которых дано, например, в [70].

Таким образом, основной задачей расчетно-теоретических исследований, направленных на получение замкнутой системы уравнений турбулентного движения (8)–(12) и (41)–(44), является разработка физически обоснованных гипотез для аппроксимации величин $\overline{\rho' u'_i}$, $\overline{\sigma' \theta'}$, $\overline{\sigma' E'_i}$, $\overline{E'_k E'_k}$, $\overline{\sigma' u'_i}$, $\overline{E'_k u'_i}$, $\overline{E'_i \theta'}$.

8. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Анализ цитированных работ убеждает в том, что расчетно-теоретическое исследование характеристик турбулентного течения в канале с электрической дугой находится на начальной стадии. Это связано с тем, что пока рассмотрено «гидродинамическое» приближение такой турбулентности, описание которой дано в рамках моделей замыкания первого порядка. Как уже отмечалось, экспериментальные интегральные характе-

ристики, с которыми сравниваются расчетные соотношения, не могут служить критериями справедливости той или иной модели. В этой связи с особой остротой встает задача получения экспериментальных и теоретических данных по локальным и особенно пульсационным характеристикам дуг. Именно сравнение теории и эксперимента на уровне распределений локальных и пульсационных величин в канале даст возможность оценить достоверность той или иной расчетной модели. Из приведенного анализа (§ 7) ясно, что в строгом смысле корректность любой «градиентной» модели (модели замыкания 1-го порядка) может быть установлена лишь с помощью моделей замыкания 2-го порядка.

Вместе с тем важным шагом вперед в расчетно-теоретическом исследовании дуги будет и уточнение «градиентных» моделей в направлении наибольшей конкретизации их свойств, выходящих за рамки чисто гидродинамического описания турбулентности. Это неизбежно приведет к необходимости аппроксимации членов уравнений системы (8)–(12), содержащих пульсации электродинамических параметров.

Интересным направлением в исследовании дуги в турбулентном потоке является попытка описания ее свойств при отклонении от ЛТР [36–40]. Здесь получены пока лишь предварительные качественные результаты, однако такой подход является, на наш взгляд, перспективным, поскольку во многих современных электродуговых устройствах среднего и низкого давления плазма является неравновесной.

В заключение необходимо еще раз подчеркнуть, что прогресс в анализе и прогнозировании свойств дуги в турбулентном потоке будет, по-видимому, связан с разработкой моделей замыкания 2-го порядка с учетом пульсаций электродинамических параметров. Автор считает своим приятным долгом поблагодарить Л. С. Полака за интерес к работе и полезные замечания.

Московский авиационный институт
им. Серго Орджоникидзе

Поступила в редакцию
25/X 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. Жуков М. Ф., Аньшаков А. С., Засыпкин И. М. и др. Электродуговые генераторы с межэлектродными вставками. Новосибирск: Наука, 1981.
2. Watson V. R., Pegot E. R. Numerical calculation for the characteristics of a gas flowing axially through a constricted arc.—NASA TN D-4042, 1967.
3. Левитан Ю. С. Об устойчивости стационарных состояний капаловой дуги.—ТВТ, 1977, т. 15, № 2.
4. Руткевич И. М., Синкевич О. А. О свойствах нелинейных стационарных режимов джоулева нагрева низкотемпературной плазмы.—ТВТ, 1980, т. 18, № 1.
5. Артемов В. П., Руткевич И. М., Синкевич О. А. Исследование устойчивости нелинейных стационарных режимов джоулева нагрева низкотемпературной плазмы.—ТВТ, 1980, т. 18, № 6.
6. Жуков М. Ф., Коротеев А. С., Урюков Б. А. Прикладная динамика термической плазмы. Новосибирск: Наука, 1975.
7. Меккер Г. О характеристиках цилиндрической дуги.—В кн.: Движущаяся плазма. М.: ИЛ, 1961.
8. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. М., 1960.
9. Недоснасов А. В., Хаит В. Д. Колебания и неустойчивость низкотемпературной плазмы. М.: Наука, 1979.
10. Левитан Ю. С., Назаренко И. П., Паневин И. Г. Экспериментальное исследование интегральных характеристик стабилизированной стенки дуги в продольном магнитном поле.—Тезисы докл. VIII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Ч. 1. Новосибирск, 1980.
11. Жуков М. Ф., Смоляков В. Я., Урюков Б. А. Электродуговые нагреватели газа (плазматроны). М.: Наука, 1973.
12. Иевлев В. М. Турбулентное движение высокотемпературных сплошных сред. М.: Наука, 1975.
13. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. М.: Наука, ч. I. 1965, ч. II. 1967.
14. Моулден Т. Введение в описание явления турбулентности.—В кн.: Турбулентность. Принципы и применение. М.: Мир, 1980.
15. Corrsin S. Limitations of Gradient transport models in Random walks and in turbulence. Adv. Geophys., 1974, 18a.
16. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. М.—Л.: Машгиз, 1962.

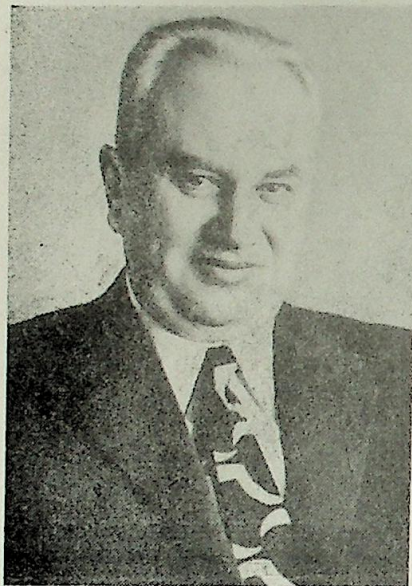
17. Van Driest E. R. On turbulent flow near a wall.— J. Aeron. Sci., 1956, v. 18.
18. Белянин Н. М. Модель электрической дуги с продольным обдувом газа.— Изв. СО АН СССР, 1966, № 10. Сер. техн. наук, вып. 3.
19. Зыричев И. А. Турбулентная модель электрической дуги в продольном потоке газа.— Тр. III Всесоюз. научно-технической конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. М.: Энергия, 1969.
20. Hermann W., Ragaller K., Schneider W. Theory of the high pressure arc in a strong axial gas flow.— Proc. 10th Int. Conf. on Phenomena in Ionized Gases. Oxford, 1971, Contributed Papers.
21. Кацнельсон С. С., Урюков Б. А. Расчет электрической дуги в установившемся турбулентном потоке.— В кн.: Физика дугового разряда/Жуков М. Ф. Новосибирск, 1972.
22. Урюков Б. А., Хайтман С. М. Дуга в турбулентном потоке.— Тезисы докл. V Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Ч. I. Новосибирск, 1972.
23. Бублиевский А. Ф., Кравченко С. К., Ясько О. И. Взаимодействие электрической дуги с турбулентным потоком газа в цилиндрическом канале.— Тезисы докл. V Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Ч. I. Новосибирск, 1972.
24. Курочкин Ю. В., Молодых Э. И., Нустогаров А. В. Взаимодействие турбулентного потока газа с электрической дугой.— ТВТ, 1975, т. 13, № 6.
25. Reichardt H. Vollständige Darstellung der turbulenten Geschwindigkeitsverteilung in glatten Leitungen.— Zeitsch. ang. Math. und Mech., 1951, Bd 31.
26. Deissler R. G. Analysis of turbulent heat transfer, mass transfer and friction in smooth tubes at high Prandtl and Schmidt numbers.— NASA TR 1210, 1955.
27. Кузнецова Т. Д., Левитан Ю. С., Паневин И. Г. Характеристики стабилизированной ламинарной и турбулентной дуг в однородном продольном магнитном поле.— ТВТ, 1977, т. 15, № 4.
28. Копанский Ю. Транспорт зарядов, тепла и излучения в дуговой плазме.— ТВТ, 1973, т. 11, № 3.
29. Ганефельд Р. В., Налетов В. В. Влияние джоулева нагрева на структуру турбулентной низкотемпературной плазмы.— Тезисы докл. V Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Ч. I. Новосибирск, 1972.
30. Борблик Е. Л., Ганефельд Р. В. и др. Флуктуационные процессы в МГД-каналах. Препринт ИЭД АН УССР № 67. Киев, 1973.
31. Урюков Б. А. Исследования турбулентных электрических дуг.— Изв. СО АН СССР, 1975, № 3. Сер. техн. наук, вып. 1.
32. Исмагилов Р. Х. Свойства турбулентной цилиндрической дуги.— Материалы VII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Т. 2. Алма-Ата, 1977.
33. Исмагилов Р. Х. К теории турбулентной дуги.— В кн.: Низкотемпературная плазма. Казань, 1979.
34. Исмагилов Р. Х. О влиянии турбулентности на свойства столба электрической дуги.— В кн.: Тепло- и массообмен в химической технологии. Казань, 1980.
35. Даутов Г. Ю., Сазонов М. И. Напряженность электрического тока в стабилизированной дуге.— ПМТФ, 1967, № 4.
36. Ивлюгин А. И. Явления неравновесности в стабилизированных дугах.— Материалы VII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Т. 2. Алма-Ата, 1977.
37. Garosi G. A., Bekeft G., Schulz M. Response of a weakly Ionized Plasma to Turbulent Gas Flow.— Phys. Fluids, 1970, v. 13, N 11.
38. Шварц, Леви. Влияние турбулентности на свойства столба слабоионизированной плазмы.— Ракетная техника и космонавтика, 1975, т. 13, № 5.
39. Мышенков В. И., Махваладзе Г. М. Стабилизирующее влияние процессов турбулентного переноса на ионизационную устойчивость тлеющего разряда.— Физика плазмы, 1978, № 4, вып. 2.
40. Исмагилов Р. Х. О свойствах тлеющего разряда в турбулентном потоке.— В кн.: Низкотемпературная плазма. Казань, 1981.
41. Грановский В. Л. Электрический ток в газе. Установившийся ток. М.: Наука, 1971.
42. Khaif Y., Biblarz O. Influence of turbulence on a diffuse electrical gas discharge under moderate pressures.— Appl. Phys., 1979, v. 50, N 7.
43. Urjukov B. A. The electric arc plasma instability and turbulence. Proc. 15th Intern. Conf. on Phenomena in Ionized gases, Minsk, 1981.
44. Кадомцев Б. Б. Турбулентность плазмы.— В кн.: Вопросы теории плазмы. М.: Атомиздат, 1964, вып. 4.
45. Алешин П. Ф., Бублиевский А. Ф., Ясько О. И. Расчет электрической дуги в турбулентном потоке на стабилизированном участке в канале плазмотрона.— Тезисы докл. VIII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Ч. I. Новосибирск, 1980.
46. Даутов Г. Ю., Сазонов М. И. Исследование напряженности электрического поля в стабилизированных дугах.— Тр. III Всесоюз. науч.-техн. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. М.: Энергия, 1969.
47. Колонина Л. И., Смоляков В. Я. Продольно-обдуваемая электрическая дуга в разных газах.— Тр. III Всесоюз. науч.-техн. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. М.: Энергия, 1969.
48. Урюков Б. А., Фридберг А. Э. Некоторые предельные оценки электрических характеристик дугового разряда.— Изв. СО АН СССР, 1972, № 8. Сер. техн. наук, вып. 2.
49. Урюков Б. А. Теоретическое исследование электрической дуги в турбулентном потоке.— Изв. СО АН СССР, 1981, № 3. Сер. техн. наук, вып. 1.
50. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое. Новосибирск, 1964.
51. Инкропера, Лепперт. Явление перехода течения в дозвуковой плазменной струе.— Ракетная техника и космонавтика, 1966, № 6, т. 4.
52. Granatstein V. L., Levine A. M. Comments on "Response of a Weakly Ionized Plasma to Turbulent Gas Flow".— Phys. Fluids, 1971, v. 14, N 10.
53. Granatstein V. L., Levine A. M., Subramanian M. Laser Probing of a Weakly Ionized Gas: Comparison of Neutral and Plasma Fluctuations.— Phys. Fluids, 1971, v. 14, N 12.
54. Nikolaev A. V., Hill R. L., Jones G. R. The Influence of Gas flow upon the electrical properties of the boundary region of a wall stabilized arc.— Proc. 10th Int. Conf. on Phen. in Ionized Gases. Oxford, contr. 1971.
55. Левитан Ю. С. Некоторые особенности турбулентности электропроводящей среды с наименьшим тепловыделением.— ТВТ, 1979, т. 17, № 5.
56. Рубцов Н. А., Огуречникова Н. М. Исследование электрической дуги в турбулентном потоке газа.— Изв. СО АН СССР, 1981, № 3. Сер. техн. наук, вып. 1. Наука, 1975.
57. Брановер Г. Г., Цинобер А. Б. Магнитная гидродинамика несжимаемых сред. М.: Наука, 1975.
58. Мельникова Т. С. Исследование неустойчивостей электрической дуги.— ТВТ, 1980, т. 18, № 5.
59. Мельникова Т. С. Исследование неустойчивостей электродуговой плазмы. Автореф. канд. дис. Новосибирск, 1981.
60. Абрамович Г. Н., Ковнер Д. С., Лущик В. Г. О воздействии магнитного поля на турбулентность в течиции со сдвигом.— ДАН СССР, 1972, т. 2, № 4.
61. Frind G. Electrical arcs in turbulent flows. I-ARL 64-148, 1964.
62. Frind G. Electrical arcs in turbulent flows. II-ARL 66-0073, 1966.
63. Frind G., Damsky B. L. Electrical arcs in turbulent flows. III-ARL 68-0067, 1968.
64. Frind G., Damsky B. L. Electrical arcs in turbulent flows. IV-ARL 70-0001, 1970.
65. Shkarofsky I. P. Analysis of turbulent flow in wall stabilized arc discharges.— ARL 73-0133, 1973.
66. Niemeyer L. and Ragaller K. Development of Turbulence by the Interaction of Gas Flow with Plasmas.— Zeitschrift Naturf., 1973, Bd 28a, H. 8.
67. Боуэр, Инкропера. Численные расчеты характеристик турбулентной дуги в канале.— Ракетная техника и космонавтика, 1972, т. 10, № 12.
68. Рейнгольде У. К., Себеси Т. Расчет турбулентных течений.— В кн.: Турбулентность/Под ред. П. Брэдшоу. М.: Машиностроение, 1980.
69. Левеллен В. Метод инверсионного моделирования.— В кн.: Турбулентность. Принципы и применение. М.: Мир, 1980.
70. Лаундер Б. Е. Тепло- и массоперенос.— В кн.: Турбулентность/Под ред. П. Брэдшоу. М.: Машиностроение, 1980.

САМСОН СЕМЕНОВИЧ КУТАТЕЛАДЗЕ

Академику Самсону Семеновичу Кутателадзе — крупнейшему ученому-энергетику, директору Института теплофизики СО АН СССР — 18 июля 1984 года исполняется 70 лет.

Многолетняя научная и организаторская деятельность С. С. Кутателадзе оказала огромное влияние на становление теплофизики как науки, особенно на ее развитие в восточных районах страны.

Научная деятельность Самсона Семеновича началась в Центральном котлотурбинном институте (ЦКТИ им. И. И. Ползунова) в 1932 г.; в 1933 г. он осуществил



первое комплексное моделирование теплового режима подземных трубопроводов. Спустя два года С. С. Кутателадзе предложил модель турбулентного свободно-конвективного течения, которая была экспериментально обоснована в СССР и США только в конце 60-х годов. Занимаясь исследованиями теплообмена при изменении агрегатного состояния веществ, он начал рассматривать эту проблему с позиций теории подобия, введя в частности фундаментальный критерий, отражающий особенности теплообмена при фазовых превращениях.

В двадцать пять лет Самсон Семенович опубликовал монографию «Основы теории теплообмена при изменении агрегатного состояния вещества», первую в мировой литературе работу на эту тему. Сформулированные в ней идеи нашли общее признание и легли в основу общей теории теплообмена и гидродинамики при фазовых превращениях.

С первых дней войны и до августа 1945 г. С. С. Кутателадзе находился в действующей армии, был ранен, в 1943 г. вступил в ряды КПСС. Возвратившись после демобилизации в ЦКТИ, он продолжил исследование термо-

гидродинамики газожидкостных систем, приведшее к созданию гидродинамической теории кризисов пузырькового и пленочного режимов кипения.

Глубокая научная интуиция Самсона Семеновича позволила ему смело выдвигать новые, далеко не всегда и не всеми признаваемые гипотезы. В своих диссертационных работах он развил принципы анализа гидродинамической устойчивости существования различных режимов течения газожидкостных смесей, в которых обобщил теоретические и экспериментальные исследования.

Под руководством Самсона Семеновича Кутателадзе в 50-х годах был выполнен цикл теоретических и экспериментальных работ по исследованию теплоотдачи и гидродинамики жидких металлов, обобщенных в монографии по жидким металлическим теплоносителям. Это был важный вклад в становление ядерной энергетики.

В конце 50-х годов он все больше внимания стал уделять исследованию пристенной турбулентности. В это время Самсон Семенович Кутателадзе перешел в Сибирское отделение АН СССР, возглавив Институт теплофизики, его научные идеи определили тематику исследований института.

Теория пограничного слоя с исчезающей вязкостью, разработанная С. С. Кутателадзе и А. И. Леонтьевым, отличалась новизной подхода к проблеме. Обнаружение конечного относительного коэффициента трения при неограниченном возрастании числа Рейнольдса имело большой резонанс и плодотворное продолжение в разработке методов расчета турбулентных пограничных слоев при весьма сложных граничных условиях. Монографии «Турбулентный пограничный слой сжимаемого газа» (написана совместно с А. И. Леонтьевым) и «Пристенная турбулентность» стали настольными книгами ученых и инженеров.

С середины 60-х годов С. С. Кутателадзе большое внимание уделяет исследованию структуры турбулентных пограничных слоев. Он и его ученики продолжают изу-

чение двухфазных течений, выяснение механизма кипения, разрабатывают электро-диффузионный метод диагностики газожидкостных потоков.

Деятельностью Самсона Семеновича определено развитие в Институте теплофизики исследований по динамике разреженного газа, радиационно-кондуктивному теплообмену, становлению прикладных направлений по созданию новых энергетических установок. В эти годы ярко проявился талант Самсона Семеновича как организатора науки крупного масштаба. Это выразилось в создании СКБ «Энергохиммаш» и СФ «Техэнергохимпром» — связующих звеньев института с промышленностью; в обособной гидродинамики, лазерной физики.

Большую научную и организационную деятельность Самсон Семенович успешно сочетает с педагогической: уже 20 лет он руководит кафедрой теплофизики Новосибирского государственного университета.

Самсон Семенович Кутателадзе создал крупные обобщающие работы, среди которых особое место занимают монографии: «Основы теории теплообмена» (перезаписано 14 монографий и более 250 статей. Его книги неоднократно переводились и издавались в США, Англии и других странах. Самсон Семенович — председатель РИСО «Техэнергохимпром», член редколлегии журналов «Теплофизика высоких температур», «Инженерно-физический журнал», «Прикладная механика и техническая физика» и др.

С. С. Кутателадзе признан за рубежом бесспорным научным авторитетом, его деятельность способствует развитию международных научных связей. Он является заместителем председателя Национального комитета АН СССР по тепло- и массообмену, одним из организаторов и активных членов Ассамблеи международных конференций по теплообмену, Научного Совета международного центра по тепло- и массообмену, почетным членом Редакционного Совета международного журнала по тепло- и массообмену.

В 1970 г. за выдающиеся достижения в области теплообмена Самсон Семенович Кутателадзе награжден международной медалью им. Макса Джекоба. В 1976 г. его монография «Пристенная турбулентность» и «Основы теории теплообмена» удостоены премии им. И. И. Ползунова. В 1983 г. ему присуждена Государственная премия за цикл работ по исследованию волновой динамики двухфазных сред.

Большие научные заслуги и трудовая деятельность Самсона Семеновича Кутателадзе отмечена высокими правительственными наградами — двумя орденами Ленина, орденом Октябрьской Революции, орденом Трудового Красного Знамени, орденом «Знак Почета» и другими орденами и медалями.

Пожелаем юбиляру хорошего здоровья, новых творческих успехов, претворения научных замыслов в жизнь, большого личного счастья.

Редколлегия журнала
«Известия Сибирского отделения АН СССР»

ПОРЯДОК ДЕПОНИРОВАНИЯ СТАТЕЙ

Депонирование статей осуществляется по решению редакционной коллегии журнала.

В журнале печатаются подробные аннотации статей, а полные тексты хранятся в ВИНТИ. Объем аннотации не должен превышать 2 стр. машинописного текста. В отдельных случаях в аннотацию можно включить рисунок, таблицу, основные формулы и т. п.

Сроки опубликования аннотаций значительно короче сроков публикации статей. Депонированные статьи считаются научными публикациями и учитываются при защите диссертаций.

Правила оформления статей, депонируемых в ВИНТИ

1. На депонирование представляются рукописи, отредактированные, вычитанные, готовые к размножению способом безнаборной печати.
 2. В ВИНТИ высылаются 3 экз. статьи (первый и две копии).
 3. К этим трем экземплярам статьи прилагаются 4 титульных листа (два первых экземпляра и две копии).
 4. На титульном листе должно быть напечатано:
 - а) в верхнем правом углу — Редакция журнала «Известия СО АН СССР. Серия технических наук»;
 - б) в середине страницы — индекс УДК;
 - в) ниже — инициалы и фамилии авторов;
 - г) еще ниже — название работы;
 - д) внизу, в середине страницы: город и год депонирования (Москва — 1984).
 5. Все страницы рукописи, кроме титульного листа (он считается первой страницей, но цифра 1 на нем не ставится), нумеруются на машинке, цифра ставится сверху, в середине строки: 2, 3 и т. д. (по не — 2 —, — 3 —).
 6. Текст статьи авторами не подписывается, а подписывается только один первый экземпляр титульного листа (внизу слева).
 7. Требования к качеству машинописного текста:
 - а) весь текст рукописи должен быть напечатан на одной и той же (непортативной) машинке через 1,5—2 интервала четким шрифтом;
 - б) страницы рукописи и титульный лист должны иметь четыре поля: верхнее и два боковых — 25 мм, нижнее — 30 мм;
 - в) ни в ком случае нельзя подтирать текст или букву и на их место снова печатать правильные, не разрешается дорисовка букв чернилами и набивка буквы на букву.
- Исправления делаются следующим образом: на отдельной странице печатается слово, часть слова, буква или цифра, а потом они наклеиваются на место ошибки.
8. Рисунки должны быть выполнены тушью или черными чернилами на белой бумаге или кальке, тоновые фотографии следует выполнять на глянцевой бумаге и ретушировать.
 9. Рисунки включаются в текст или наклеиваются на отдельные листы и прилагаются в конце статьи (тоновые фотографии даются только в конце статьи).
 10. Иностранную литературу можно вписать от руки черными чернилами или тушью.
 11. Формулы должны быть вписаны в текст разборчиво, полностью от руки, черными чернилами или тушью.
 12. К рукописи должны быть приложены:
 - а) 3 экз. аннотации (объемом не более одной страницы), перед текстом аннотации необходимо привести библиографическое описание рукописи по следующему образцу (печатать с соблюдением полей):

Депонированная рукопись.

УДК.

Термодинамика окислов гафния. Иванов И. К. Ред. ж. «Известия СО АН СССР. Серия техн. наук». Новосибирск, 1983, 13 с. ил. ..., библиогр. 5 назв. (Рукопись деп. в ВИНТИ. ... №. ...).

Внизу подпись авторов;

- б) реферат (3 экз.) для опубликования на страницах журнала «Известия СО АН СССР» объемом не более одной страницы. В верхнем левом углу указать индекс УДК, ниже название статьи, под ним фамилии и инициалы авторов, далее — текст; в нижнем левом углу — название организации (печатать через 2 интервала);
- в) 6 экз. библиографических карточек, из них три первых экз. (размером 12,5 × 7,5 см, напечатанные через 1,5—2 интервала);
- г) список литературы, оформленный по следующему образцу:

ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов И. Н. ТВТ, 1982, т. 19, № 5, с. 156.
2. Соболев И. Н. Рассеяние света в атмосферах планет. М.: Наука, 1972.
3. Петров К. М. Автореф. дис. на соискание уч. степени канд. техн. наук. М.: ИВТАН, 1981.

Заказы на изготовление копий с депонированных статей должны быть подписаны руководителем учреждения и главным бухгалтером с обязательным указанием расчетного счета своего учреждения и направлены в отдел справочной информации ВИНТИ. 125219 Москва, А-219, Балтийская, 14, с указанием регистрационного номера статьи в ВИНТИ.

Перечисления производятся в Люберецкое отделение Госбанка Московской области, расчетный счет № 60803.

Заказы отдельных лиц выполняются после предварительной оплаты стоимости заказа почтовым переводом или наличными (140010, г. Люберцы, Московская область, Октябрьский пр. 403).

Стоимость изготовления копии страницы (1 экз.) — 5 коп., переплетно-брошюрочных работ (за 1 экз. в мягкой обложке) — 15 коп.

К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

1. Журнал «Известия СО АН СССР. Серия технических наук» публикует новые результаты научных исследований по разделам:
 - термодинамика и теплообмен;
 - прикладная газо- и реодинамика;
 - газоразрядная плазма;
 - физические проблемы нанесения покрытий и новые методы обработки порошковых материалов;
 - модели тепло- и массообменных процессов и вопросы управления;
 - устойчивость, режимы, вопросы управления электрических систем.
2. Оригинал статьи должен быть подписан автором (авторами) с указанием имени, отчества, почтового домашнего адреса, места работы и телефонов.
3. К статье прилагается направление от учреждения, в котором выполнена работа, акт экспертизы;
4. Статья представляется в двух экземплярах, напечатанных без помарок и вставок через 2 интервала на машинке (не портативной), на одной стороне стандартного листа; не более 30 строк на странице, по 60 знаков в строке вместе с интервалами. Поле с левой стороны листа не менее 4 см. Объем статьи не должен превышать 10—12 стр. машинописного текста, включая список литературы, таблицы, рисунки (не более 5 рис.).
5. Статья должна быть полностью отредактирована, считана после перепечатки. Стилистическая правка, дополнения и сокращения в корректуре не допускаются.
6. На отдельных страницах печатаются список литературы, подписи к рисункам, таблицы, список принятых обозначений (для редакции), реферат с индексом УДК.
7. В статьях должна быть использована только международная система единиц СИ.
8. Формулы и обозначения следует вписывать от руки тушью или черными чернилами. Пробелы между формулами должны быть не менее 1 см. Необходимо соблюдать строгое различие в написании строчных (малых) и прописных (больших) букв, например, *V* и *v*, *S* и *s*, *K* и *k*, *U* и *u*, *P* и *p* и т. д. (для этого прописные буквы подчеркнуть двумя черточками снизу; строчные — двумя черточками сверху), а также — букв, похожих по начертанию: *g* и *g*, *l* и *e* и т. п. Латинскую букву *I* (и) следует писать, как римскую *I*, в отличие от буквы *J* (йот). Индексы и степени должны быть написаны ниже и выше символов, к которым они относятся, и соответственно отмечены простым карандашом: подстрочные индексы — \subscript , надстрочные — \superscript .
9. Необходимо в нижних индексах четко отличать единицу от запятой, а в верхних — единицу от штриха.
10. Математические символы типа \ln , \log , \lim , const , \sin , \cos , tg , max , min и т. д., а также обозначения химических элементов (Cu , H_2 , O_2 , N_2 ...), критериальных зависимостей типа Re , Pr , Kn , M ... подчеркиваются квадратной скобкой снизу.
11. Трудноразличимые в рукописном обозначении знаки и буквы обязательно поясняются на полях. Разметку делать простым карандашом; греческие буквы подчеркивать красным карандашом; рукописные и готический шрифт желательнее не употреблять.
12. При нумерации формул следует пользоваться десятичной системой, нумеровать только те формулы, на которые есть ссылки в тексте.
13. Необходимо тщательно следить за идентичностью написания формул в 1-м и 2-м экз. статьи, за точным соответствием обозначений в тексте и на рисунках.
14. Данные таблиц и рисунков не должны дублировать текст.
15. Иллюстрированный материал прилагается отдельно в двух экземплярах. Фотографии должны быть изготовлены с хорошего негатива контрастной печатью.

сунки необходимо выполнять тушью на кальке или плотной бумаге. Надписи, загромождающие рисунок, должны быть заменены цифровыми или буквенными обозначениями и вынесены в подписи или текст статьи.

12. Все иллюстрации должны иметь сквозную нумерацию. На обороте каждого рисунка указывается название статьи и фамилии авторов. Ссылки на рисунки и таблицы выносятся на поля рукописи при первом упоминании их в тексте (рис. 1, табл. 1 и т. п.).

13. Литература приводится в порядке цитирования в конце статьи; в тексте ссылка на литературу обозначается арабской цифрой в квадратных скобках: [1], [12—14].

Список литературы оформляется в соответствии с ГОСТом.

— для книг: указывается фамилия и инициалы авторов, полное название книги, номер тома, место издания, название издательства, год издания;
— для журнальных статей: фамилия и инициалы авторов, полное название статьи — название журнала, год, том, номер.

Ссылки на неопубликованные работы не допускаются.

14. Рукописи, не удовлетворяющие настоящим правилам, возвращаются авторам для доработки. Датой поступления рукописи считается день ее поступления в редакцию.

Новиков О. Я. Интегральный метод анализа электродуговой плазмы.— Изв. СО АН СССР, 1984, № 10. Сер. техн. наук, вып. 2.

Рассмотрены вопросы использования интегральных методов анализа электродуговой плазмы применительно к задачам исследования режимов работы плазмотронов. Вводятся понятие ценных методов решения комплексных задач и обсуждается область их применения. Рис. 3, библиогр. 12.

Хвесьюк В. П. Взаимодействие низкотемпературной плазмы с твердым телом.— Изв. СО АН СССР, 1984, № 10. Сер. техн. наук, вып. 2.

В работе проводится общий анализ процессов взаимодействия плазмы и твердого тела. В сравнении с классической теорией тепло- и массообмена, в которой, как правило, рассматриваются неонизованные газы, при изучении плазмы возникает ряд новых задач. Это связано, в основном, с двумя обстоятельствами. Во-первых, наряду с Во-вторых, новые задачи появляются в плазме добавляется перенос электрического заряда. играют важную (а иногда — определяющую) роль в генерации плазмы. Обсуждаются вопросы теоретического и экспериментального исследования процессов взаимодействия плазмы и твердого тела. Библиогр. 31.

Заруди М. Е. Расчет характеристик сильноточных импульсных дуг, возбуждаемых в разрядном контуре.— Изв. СО АН СССР, 1984, № 10. Сер. техн. наук, вып. 2.

Предложен метод расчета процесса в разрядном контуре, позволяющий аналитически найти существенные параметры сильноточных импульсных дуг. Метод основан на использовании уравнения динамики расширяющейся дуги. Для решения нелинейных уравнений цепи и дуги использован метод медленно меняющихся амплитуд. Результаты расчета параметров дуги в контуре сравнены с экспериментом. Библиогр. 7.

Трусов Б. Г., Синярев Г. Б. Равновесная термодинамика многокомпонентной плазмы.— Изв. СО АН СССР, 1984, № 10. Сер. техн. наук, вып. 2.

Рассмотрен метод и алгоритм термодинамического расчета многокомпонентных систем с химическими и фазовыми превращениями. Метод основан на прямом использовании принципа максимума энтропии. Он позволяет рассчитывать термодинамические свойства конденсированных фаз, не прибегая к перебору состояний. Показана возможность учета некоторых реальных особенностей поведения многокомпонентной плазмы. Метод и алгоритм реализованы в виде универсального программного комплекса, снабженного базой данных, которая содержит термодинамические и термохимические свойства индивидуальных веществ. Рис. 2, библиогр. 12.

Жуков М. Ф., Мельникова Т. С., Пикалов В. В., Преображенский Н. Г. Томография низкотемпературной плазмы.— Изв. СО АН СССР, 1984, № 10. Сер. техн. наук, вып. 2.

В статье дается обзор работ по томографическим измерениям параметров низкотемпературной плазмы. Приводятся примеры восстановленных полей температур нестационарной плазмы сложной конфигурации. Описываются некоторые из используемых в работах алгоритмы эмиссионной томографии, дается оценка дисперсии решения алгоритмом RICSS2. Рис. 6, библиогр. 20.

Синярев Г. Б., Петрикевич Б. Б. Развитие и приложение интегрального метода расчета пограничного слоя Кутателадзе—Леонтьева к решению сопряженных задач конвективно-кондуктивного теплообмена.— Изв. СО АН СССР, 1984, № 10. Сер. техн. наук, вып. 2.

С использованием интегрального метода расчета теплообмена и трения в турбулентном пограничном слое, разработанного Кутателадзе—Леонтьевым, решается сопряженная задача нестационарного конвективно-кондуктивного теплообмена между многослойной конструкцией и неизоэнтальпическим сжимаемым потоком газа с отрицательным градиентом давления. Внешняя задача решается в квазистационарной постановке, что допустимо при относительно малых скоростях изменения температуры стенки. При определении относительных законов трения и теплообмена рассматривается двухслойная модель турбулентного пограничного слоя в форме Прайдля. Внутренняя задача описывается двумерным нестационарным уравнением теплопроводности. Совместное решение внешней и внутренней задач позволяет определить динамику температурных полей в рассматриваемой конструкции. Рис. 7, библиогр. 7.

Рубцов Н. А., Пономарев Н. И. Теплообмен в ламинарном пограничном слое поглощающей, излучающей и рассеивающей среды на проникающей пластине.— Изв. СО АН СССР, 1984, № 10. Сер. техн. наук, вып. 2.

Приведены постановка задачи, описание алгоритма и результаты численного решения системы нелинейных уравнений, описывающих радиационно-конвективный теплообмен в ламинарном пограничном слое на проникающей пластине. Влиянием вязкой диссипации пренебрегается. Учет анизотропии рассеяния проводился с привлечением двух видов индикатрис, имеющих разную степень вытянутости. Анализируется влияние эффектов рассеяния на взаимодействие конвекции и излучения в пограничном слое. Рис. 7, библиогр. 17.

Павлюченко А. М. Теплообмен на головных частях осесимметричных объектов при безотрывном обтекании и в условиях отрыва потока.— Изв. СО АН СССР, 1984, № 10. Сер. техн. наук, вып. 2.

На основе метеорокет типа М100 ($M_\infty < 4.5$ и $Re_L < 0.8 \cdot 10^6$) и «Облако» ($M_\infty < 2$ и $Re_L < 2 \cdot 10^7$) созданы летные аэрофизические объекты, оснащенные бортовыми измерительными системами, многоканальной стандартной телеметрией, датчиками температуры и давления. В летных условиях на головных частях метеорокет М100 и «Облако» измерены температуры стенок воздуха в бортовых отсеках, а также статическое давление на поверхности М100. При безотрывном обтекании на М100 со стартового давления на поверхности М100. При безотрывном обтекании на М100 формируется турбулентный пограничный слой, в котором далее наступает реламинаризация, также возникающая на объекте «Викинг» 10. На «Облаке» сначала имеет

место ламинарный пограничный слой, а затем переходный. Получены распределения температуры стенки на головной части «Облака» при наличии отрывной зоны перед ступенькой, показано существование пика температуры в области отрыва.

Создана экономичная методика расчета на ЭВМ теплового состояния осесимметричных объектов при $M_\infty < 5$ и $Re_L < 10^8$, учитывающая различные режимы течения в пограничных слоях, и показана хорошая сходимость расчетных и летных данных. На основе сглаживающих кубических сплайнов и модели «тонкой стенки» по летным стационарным значениям температуры стенок M100, «Облака» и «Викинга» 10 рассчитаны тепловые потоки. Рис. 12, библиогр. 31.

Белоглазов В. П., Мотулевич В. П., Сергиевский Э. Д. Течение в канале с проницаемыми движущимися стенками.— Изв. СО АН СССР, 1984, № 10. Сер. техн. наук, вып. 2.

На основе решения уравнения Навье — Стокса получены расчетные данные по течению в плоском канале с движущимися проницаемыми стенками. Получены некоторые anomальные результаты по распределению трения на движущихся поверхностях. Предложены аналитические зависимости для величины трения, позволяющие сравнительно просто провести расчеты развитого режима течения. Показано, что на начальных участках канала вдув уменьшает трение, а на выходных из-за увеличения расхода коэффициент трения увеличивается по сравнению с непроницаемой поверхностью. Рис. 8, библиогр. 9.

Волчков Э. П., Кардаш А. П., Терехов В. И. Гидродинамика вихревой гиперболической камеры при наличии твердой фазы.— Изв. СО АН СССР, 1984, № 10. Сер. техн. наук, вып. 2.

Представлены результаты экспериментального исследования гидродинамики вихревой камеры с гиперболическими торцевыми крышками при вращении в ней слоя частиц песка. Проведено измерение полей давления и скоростей газовой и твердой фаз. Установлено, что при подаче частиц в камеру значительно снижается уровень статического давления тангенциальных скоростей и циркуляций. При этом окружные скорости частиц оказались значительно меньшими, чем скорость газовой фазы. Результаты экспериментов хорошо коррелируют с расчетами по одномерной модели течения; в двухфазной зоне течения использован метод раздельного описания фаз. Рис. 6, библиогр. 12.

Кутелов А. М., Соколов Н. В. Влияние дробления капель в потоках на сепарацию эмульсий.— Изв. СО АН СССР, 1984, № 10. Сер. техн. наук, вып. 2.

Проанализирован процесс разделения эмульсии в потоке при случайном разрыве капель. Проведены расчеты доли отделенной дисперсной фазы в случае дробления капель в потоке, при равномерном и неравномерном распределении частиц по высоте на входе в аппарат для разделения. Табл. 2, библиогр. 5.

Накоряков В. Е., Кашинский О. Н., Козьменко Б. К. Электрохимический метод исследования турбулентных характеристик двухфазных потоков.— Изв. СО АН СССР, 1984, № 10. Сер. техн. наук, вып. 2.

Приводится описание электрохимического метода исследования газожидкостных потоков. Рассмотрены теоретические основы метода, конструкция датчиков трения и скорости, а также методика измерения гидродинамических характеристик двухфазного потока. Приведены результаты измерений мгновенного напряжения трения на стенке в снарядном режиме течения, а также интенсивности компонент пульсаций скорости в газожидкостном потоке. Рассмотрены основные преимущества и недостатки метода по сравнению с термоанемометром. Рис. 10, библиогр. 11.

Левитан Ю. С. Расчетно-теоретическое исследование электрической дуги постоянного тока в турбулентном потоке.— Изв. СО АН СССР, 1984, № 10. Сер. техн. наук, вып. 2.

Дан критический обзор расчетно-теоретических исследований, посвященных анализу процессов при турбулентном течении газа в канале с электрической дугой постоянного тока. Специально рассмотрены вопросы, изучение которых только начинается: кризис течения в канале с электрической дугой; взаимодействие турбулентности и излучения; воздействие продольного магнитного поля на характеристики дуги в турбулентном потоке. Показано, что измеряемые интегральные характеристики дуги не могут служить критериями справедливости той или иной расчетной модели градиентного типа. В связи с этим отмечена необходимость создания моделей замыкания по крайней мере второго порядка для проверки справедливости простых градиентных моделей. Подчеркнута целесообразность уточнения простейших используемых моделей с целью учета в них пульсаций электродинамических параметров. Обращается внимание также на перспективность моделей, учитывающих отклонение параметров электродуговой плазмы от ЛТР. Библиогр. 70.