

Год основания журнала 1957 Год основания серии 1963	Периодичность журнала 15 номеров в год Периодичность серии 3 номера в год	№ 13 (358) вып. 3	Октябрь 1982
--	--	----------------------	-----------------

СОДЕРЖАНИЕ

ТЕРМОДИНАМИКА И ТЕПЛОБМЕН

Ю. С. Даниэлян, Б. Г. Аксенов. Приближенное решение нелинейных задач лучистого теплообмена	3
А. Н. Бурдуков, А. Р. Дорохов, В. И. Казаков, Н. В. Нечаева. Теплоотдача во вращающемся барботажном слое	9
А. Р. Дорохов, В. И. Бочагов. О влиянии покрытий на теплообмен при кипении смесей и растворов	13

ПРИКЛАДНАЯ ГАЗО- И РЕОДИНАМИКА

В. Г. Покусаев, В. А. Ермаков, В. В. Бондарик. Исследование отрыва частиц потоком жидкости	19
П. И. Гешев, А. И. Черных. К теории электрохимического метода измерений скорости	23
В. М. Белолинецкий. Аналитическое решение для двумерных установившихся течений стратифицированной жидкости	36
Е. М. Максимова, А. М. Павлюченко. Сравнение расчетных и летных данных по теплообмену для осесимметричных тел, движущихся по траектории при $M_\infty \leq 5$	40
И. И. Мажуль. Аэродинамические характеристики полигональных несущих корпусов при сверхзвуковых скоростях	53
В. С. Бондарчук, Ю. А. Ведерников, В. Г. Дулов, В. Ф. Минин. К оптимизации звездобразных ударников	60

НИЗКОТЕМПЕРАТУРНАЯ ПЛАЗМА

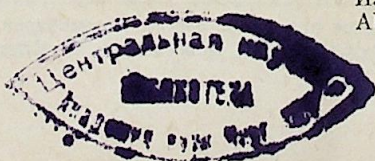
О. Я. Новиков, В. Ф. Путько, В. С. Соболев. Стабилизация длинных электрических дуг вращающимися магнитными полями различных конфигураций	66
--	----

МОДЕЛИ ТЕПЛО- И МАССОБМЕННЫХ ПРОЦЕССОВ И ВОПРОСЫ УПРАВЛЕНИЯ

В. П. Закржевский, О. Н. Лебедев, С. Н. Рудин. Математическая модель процесса вихревого движения воздушного заряда в цилиндре дизеля	81
--	----

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ И ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

М. С. Добжинский, Е. Л. Кац, Л. Н. Репях. Перколяционная электропроводность трехфазных композиционных материалов	87
А. Н. Черепанов, В. И. Полякова, Л. Н. Максимов. Об эффективности использования жидкометаллического теплоносителя в установках непрерывного литья и вакуумно-дугового переплава	90
Г. С. Мигиренко. К проблеме бездорожного транспорта для Сибири	97
М. Ф. Жуков. Проблемы порошковой металлургии	103



ИЗВЕСТИЯ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

Главный редактор журнала чл.-кор. АН СССР *М. Ф. Жуков*

Заместитель главного редактора чл.-кор. АН СССР *В. Г. Дулов*

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ СЕРИИ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК:

Ответственный редактор серии чл.-кор. АН СССР *М. Ф. Жуков*
Чл.-кор. АН СССР *О. Ф. Васильев*, д-р техн. наук *Б. П. Десятов*, чл.-кор.
АН СССР *В. Г. Дулов*, чл.-кор. АН СССР *Н. А. Желухин* (зам. ответственного редактора), чл.-кор. АН СССР *В. Е. Накоряков*, д-р техн. наук
Н. А. Рубцов (ответственный секретарь серии), д-р техн. наук *Б. А. Урюков*

Адрес редакции: 630099, Новосибирск, 99, Советская, 18, ком. 331,
тел. 22-00-44.

Редактор *И. Н. Стригун*
Художественный редактор *Э. С. Филоновичева*
Технический редактор *Н. М. Бурлаченко*
Корректоры *В. В. Борисова, С. М. Позудина*

Сдано в набор 06.07.82. Подписано к печати 30.09.82. МН-05894. Формат 70×108¹/₁₆. Высокая печать. Усл. печ. л. 9,1. Усл. кр.-отт. 9,6. Уч.-изд. л. 14. Тираж 1507 экз. Заказ № 242.

Издательство «Наука», Сибирское отделение, 630099, Новосибирск, 99, Советская, 18.
4-я типография изд-ва «Наука», 630077, Новосибирск, 77, Станиславского, 25.

УДК 535.23

Ю. С. ДАНИЭЛЯН, Б. Г. АКСЕНОВ

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ
ЛУЧИСТОГО ТЕПЛООБМЕНА

Многие важные задачи теплообмена описываются дифференциальными уравнениями с нелинейными граничными условиями. Как правило, эта нелинейность бывает вызвана необходимостью учета радиационного теплопереноса, который подчиняется закону Стефана — Больцмана. Примерами могут служить задачи разогрева тел мощными потоками энергии, вопросы динамики остывания предварительно нагретых тел за счет теплового излучения в пространство и т. д. Одним из актуальных вопросов в этой области является и прогнозирование температурного поля Земли, которое формируется под влиянием лучистого теплообмена.

Вопросам радиационного теплообмена посвящено много работ [1, 2 и др.]. В настоящее время разработан ряд вычислительных алгоритмов, которые позволяют рассчитывать температурные поля с помощью ЭВМ [3, 4]. Значительно меньше освещены в литературе вопросы построения аналитических решений. Это связано с тем, что получение точного решения затруднено нелинейностью задачи, а в приближенных решениях могут возникнуть неконтролируемые погрешности. В работах [5, 6] для построения приближенных решений различных задач теории теплопроводности, в которых нелинейность входила в коэффициенты уравнения, применялись теоремы сравнения [7]. Приближенные решения строились на основе предварительно полученных верхней и нижней оценок искомого решения и поэтому имели известную гарантированную точность. В [8] предложен метод улучшения качества оценок и, следовательно, точности приближенного решения нелинейных задач Стефана.

В данной статье рассматривается задача теплообмена по закону Стефана — Больцмана, в которой нелинейность входит в граничное условие. Сначала строятся оценки сверху и снизу, а затем описываются два процесса улучшения точности оценок.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ПОСТРОЕНИЕ ОЦЕНОК

Рассматривается задача кондуктивной теплопроводности для полубесконечной области, граница которой находится под действием излучения:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad (1)$$

$$u(\infty, t) = u(x, 0) = 0; \quad (2)$$

$$f(u) = -\lambda \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=0} = \sigma (u_c^4 - u^4). \quad (3)$$

($u_c > 0$)

Последнее граничное условие можно записать в следующем эквивалентном виде [3]:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=0} = h(u) (u - u_c); \quad (4)$$

$$h(u) = \frac{\sigma}{\lambda} (u_c^2 + u^2) (u_c + u). \quad (5)$$

Функция $h(u)$ является монотонно возрастающей функцией своего аргумента, поэтому максимальное и минимальное значение ее определяется формулами

$$\begin{aligned} h_1 &= \max h(u) = h(u_c) = \frac{4\sigma}{\lambda} u_c^3, \\ h_2 &= \min h(u) = h(0) = \frac{\sigma}{\lambda} u_c^3. \end{aligned} \quad (6)$$

Пусть функции $u_1(x, t)$, $u_2(x, t)$ удовлетворяют уравнению (1), крайним условиям (2), а также следующим соотношениям при $x = 0$:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x} \Big|_{x=0} = h_i(u_c - u_i), \quad i = 1, 2. \quad (7)$$

Введем функцию $\beta(\xi)$ по формуле

$$\beta(\xi) = h(\xi)(\xi - u_c) = \frac{\sigma}{\lambda} (\xi^4 - u_c^4).$$

Выпишем неравенства, справедливость которых следует из (6), (7):

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial x} - \beta(u_1) &= \frac{\partial u_1}{\partial x} - h_1(u_c - u_1) + h_1(u_c - u_1) - \beta(u_1) = \\ &= (h_1 - h(u_1))(u_1 - u_c) < 0; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial x} - \beta(u_2) = (h_2 - h(u_2))(u_2 - u_c) > 0. \quad (9)$$

С учетом (4) неравенства (8) и (9) можно записать в виде

$$\frac{\partial u_2}{\partial x} - \beta(u_2) < \frac{\partial u}{\partial x} - \beta(u) < \frac{\partial u_1}{\partial x} - \beta(u_1). \quad (10)$$

Выполнение этих неравенств с учетом вывода теоремы сравнения [7] позволяет заключить, что

$$u_2(x, t) < u(x, t) < u_1(x, t). \quad (11)$$

Таким образом, функции u_1 и u_2 оценивают точное решение сверху и снизу. Вид этих функций, являющихся решениями линейных задач (1), (2), (7), известен (см., например, [10]):

$$u_i = u_c \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{at}} \right) - \exp(h_i x + h_i^2 at) \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{at}} + h_i \sqrt{at} \right). \quad (12)$$

Во многих случаях эти оценки можно использовать в качестве приближенного решения исходной задачи, равного среднему арифметическому верхней и нижней функций:

$$\tilde{u}(x, t) = (u_1(x, t) + u_2(x, t))/2.$$

Абсолютная погрешность такого решения, очевидно, равна полуразности между верхней и нижней оценками.

АЛГОРИТМ УЛУЧШЕНИЯ КАЧЕСТВА ОЦЕНОК

В ряде процессов, протекающих при больших перепадах температур (большие значения u_c), точность этих первых оценок может оказаться недостаточной, поэтому необходимо построить алгоритм для улучшения качества оценок.

Пусть имеется нижняя оценка решения задачи (1), (2), (3):

$$v = v(x, t), \quad \text{т. е. } v < u. \quad (13)$$

Рассмотрим функцию $w(x, t)$, которая удовлетворяет уравнению (1) с условиями (2) и при $x = 0$ определяется соотношением

$$\frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\sigma}{\lambda} (v^4|_{x=0} - u_c^4). \quad (14)$$

Проверим выполнение неравенств типа (8) при $x = 0$, принимая за функцию $\beta(x, t) = \beta(v) = \frac{\sigma}{\lambda} (v^4 - u_c^4)$:

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \beta(v) = \frac{\partial u}{\partial x} - \beta(v) + \beta(u) - \beta(u) = \beta(u) - \beta(v) > 0.$$

Знак этого неравенства следует из того, что $\beta(v)$ — монотонно возрастающая функция своего аргумента и v — нижняя оценка точного решения.

Принимая во внимание выполнение равенства (14), по теореме сравнения заключаем, что $u \leq w$, т. е., решая задачу (1), (2) с граничным условием (14), получаем функцию $w(x, t)$, являющуюся верхней оценкой точного решения. Аналогично можно показать, что, подставляя в правую часть (3) верхнее решение (например, $w(x, t)$), получаем нижнюю оценку точного решения.

Указанный процесс сходится. Действительно, пусть в качестве первого приближения для оценки точного решения принимается функция v_1 , удовлетворяющая (1), (2) и при $x = 0$ условию,

$$\frac{\partial v_1}{\partial x} = \frac{\sigma}{\lambda} (-u_c^4). \quad (15)$$

Легко показать, что v_1 — верхняя оценка точного решения u , т. е.

$$u \leq v_1. \quad (16)$$

В соответствии с предложенной процедурой рассмотрим следующее приближение — функцию v_2 , удовлетворяющую (1), (2) и

$$\frac{\partial v_2}{\partial x} \Big|_{x=0} = (v_1^4 - u_c^4) \frac{\sigma}{\lambda}. \quad (17)$$

Обозначим $\beta(x, t) = \frac{\sigma}{\lambda} (v_1^4 - u_c^4)$. Тогда при $x = 0$ имеет место неравенство, вытекающее из справедливости соотношений (3) и (16):

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \beta(x, t) = \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\sigma}{\lambda} (v_1^4 - u_c^4) + \frac{\sigma}{\lambda} (u^4 - u_c^4) - \beta(x, t) = \frac{\sigma}{\lambda} (u^4 - v_1^4) < 0.$$

По теореме сравнения отсюда выводится $v_2 < u$.

Следующее приближение v_3 есть решение (1) с условиями (2)

$$\frac{\partial v_3}{\partial x} \Big|_{x=0} = (v_2^4 - u_c^4) \frac{\sigma}{\lambda}. \quad \text{Это, как было показано ранее, верхняя оценка.}$$

Обозначая $\beta(x, t) = \frac{\sigma}{\lambda} (-u_c^4)$, имеем

$$\frac{\partial v_3}{\partial x} \Big|_{x=0} - \beta(x, t) + (v_2^4 - v_2) \frac{\sigma}{\lambda} = \frac{\sigma}{\lambda} v_2^4 > 0.$$

Последнее неравенство вместе с (15) позволяет заключить по теореме сравнения, что $v_3 < v_1$, т. е. верхняя оценка улучшена. Продолжая этот процесс, можно таким же образом показать, что качество оценок сверху и снизу улучшается и, следовательно, описанный выше процесс сходится.

Основываясь на этом свойстве исходной задачи, процесс последовательного улучшения качества оценок можно с условием (14) представить следующим образом. Сначала строится нижняя оценка задачи (1) — (3). Затем полученная функция подставляется в правую часть граничного условия (3) и снова решается задача (1), (2), (14), где вместо v подставлена эта функция. В такой процедуре два любых последовательных приближения оценивают точное решение задач (1) — (3) сверху и снизу. Правая часть граничного условия (14) при каждом приближении представляет собой некоторую известную функцию времени

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\sigma}{\lambda} (v^4(0, t) - u_c^4),$$

Таблица 1

Приближение	Время, ч					Приближение	Время, ч				
	20 000	40 000	60 000	80 000	100 000		20 000	40 000	60 000	80 000	100 000
	температура, °C						температура, °C				
1	27,22	34,95	40,09	44,00	47,11	5	34,86	48,30	57,41	63,89	68,45
2	34,99	49,18	59,83	68,59	76,12	6	34,86	48,30	57,42	63,95	68,82
3	34,86	48,24	57,00	62,55	65,36	7	34,86	48,30	57,42	63,94	68,73
4	34,86	48,31	57,47	64,24	69,79	8	34,86	48,30	57,42	63,94	68,75

поэтому i -е приближение $u_i(x, t)$ легко выписывается в явном виде с помощью интеграла Дюамеля:

$$u_i = \frac{a^{1/2}}{\pi^{1/2}} \int_0^t f_{i-1}(t - \tau) \exp(-x^2/4a\tau) \frac{d\tau}{\tau^{1/2}}, \quad (18)$$

где $f_i = \sigma(u_c^4 - u_i^4)$.

Интеграл в выражении (18) вычислялся по формуле трапеций. Выражение (18) удобно представить в рекуррентной форме:

$$u_i = \frac{\sigma a^{1/2}}{\lambda \pi^{1/2}} \left(u_c^4 t^{1/2} - \int_0^t u_{i-1}^4(t - \tau, 0) \exp\left(-\frac{x^2}{4a\tau}\right) \frac{d\tau}{\tau^{1/2}} \right).$$

По этой формуле проводились вычисления. В качестве первого приближения принималась функция u_1 , являющаяся решением задачи (1), (2), (7) и оценивающая точное решение снизу. В табл. 1 приведены результаты расчетов первых трех приближений при

$$u_c = 100^\circ\text{C}, \lambda = 1 \text{ ккал/} \cdot \text{ч} \cdot ^\circ\text{C}, a = 0,002 \text{ }^2/\text{ч}.$$

В табл. 1 приведены значения времени и температуры при $x = 0$ в эти моменты времени в различных приближениях.

УПРОЩЕННЫЙ МЕТОД ОЦЕНИВАНИЯ

Описанный выше процесс, как это видно из табл. 1, обладает хорошей сходимостью, однако требует применения определенной вычислительной техники, так как включает в себя численное интегрирование. Ниже приводится другой метод решения исходной задачи, менее точный, но не требующий громоздких вычислений.

Идея этого метода заключается в определенной замене нелинейной функции, выражающей тепловой поток при $x = 0$, зависимостью кусочно-постоянной по температуре. Эта замена производится таким образом, чтобы сохранить справедливость неравенств типа (11).

Сначала строятся первые оценки сверху и снизу, которые даются соотношениями (12). Далее весь интервал времени разбивается на n частей. Для каждого интервала $t_i < t < t_{i+1}$ по оценкам первого приближения находятся наибольшее и наименьшее значения точного решения при $x = 0$:

$$M_i = \max_{t_i < t < t_{i+1}} u_1(0, t), \quad (19)$$

$$m_i = \min_{t_i < t < t_{i+1}} u_2(0, t).$$

Решения w_1 и w_2 следующей задачи и есть искомые функции, на основе которых строится приближенное решение:

$$\frac{\partial w_i}{\partial t} = a \frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2},$$

$$w_i(\infty, t) = w_i(x, 0) = 0,$$

Таблица 2

Количество интервалов	Вид оценки	Время, ч				
		20 000	40 000	60 000	80 000	100 000
		температура, °C				
1	Верхняя	62,66	71,16	74,59	78,40	82,28
	Нижняя	27,22	34,95	40,09	44,00	47,18
2	Верхняя	35,25	49,18	60,06	69,12	76,99
	Нижняя	30,25	38,20	43,52	45,46	45,95
5	Верхняя	34,90	49,0	59,75	68,60	76,24
	Нижняя	30,80	39,40	44,87	48,27	49,00
10	Верхняя	34,89	49,00	59,63	68,41	75,97
	Нижняя	31,00	39,85	45,67	48,89	49,5
20	Верхняя	34,88	48,96	59,59	68,32	75,85
	Нижняя	31,11	40,03	45,88	49,36	50,00

при $x = 0$ $\partial w_i / \partial x = F_i$.

Функции F_1 и F_2 являются кусочно-постоянными функциями температуры и строятся по полученным в первом приближении оценкам и формуле (19) следующим образом: в интервале времени $t_i < t < t_{i+1}$

$$F_1 = \frac{\sigma}{\lambda} (M_i^4 - u_c^4), \quad (20)$$

$$F_2 = \frac{\sigma}{\lambda} (m_i^4 - u_c^4).$$

Пользуясь развитой в предыдущих разделах техникой получения неравенств, необходимых для применения теоремы сравнения, легко показать, что F_1 и F_2 соответственно нижняя и верхняя оценки точного решения задачи (1)–(3). Аналитическое выражение w_i имеет следующий вид:

$$w_i(x, t) = \int_0^t F_i(t - \tau) \frac{1}{\tau^{1/2}} \exp\left(-\frac{x^2}{4a\tau}\right) d\tau \frac{a^{1/2}}{\lambda \pi^{1/2}}. \quad (21)$$

Особенно простыми получаются формулы для расчета температуры на границе $x = 0$, представляющие наибольший практический интерес. В этом случае, упрощая выражение (21) с помощью соотношений (20), можно записать расчетную формулу в виде

$$w_i(0, t) = \frac{2a^{1/2}\sigma}{\lambda \pi^{1/2}} \sum_{k=0}^{n-1} [(t - t_k)^{1/2} - (t - t_{k+1})^{1/2}] F_i(t_k), \quad i = 1, 2; \quad (22)$$

здесь n определяется из условия $t_n \leq t$.

В табл. 2 приведены результаты расчетов по формуле (22). Вычислены значения температуры на границе $x = 0$ в моменты времени 20 000 ÷ 100 000 при различном числе разбиений временного интервала.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Описанные в данной статье алгоритмы расчета температурных задач с нелинейным граничным условием позволяют строить приближенные решения с хорошей точностью. Получаемые решения характеризуются определенной заранее известной точностью и поэтому могут быть использованы в инженерных расчетах. В качестве нелинейного граничного условия в статье принято задание теплового потока, подчиняющегося закону излучения Стефана — Больцмана. Однако без особых изменений предложенную методику можно применять и к другим нелинейностям, при которых зависимость теплового потока от температуры выражается монотонной функцией. Следует также отметить, что вид

уравнения (1) выбран для упрощения выкладок. В принципе аналогичные рассуждения верны для любого уравнения. Однако поскольку целью данной работы являлось получение аналитических выражений для приближенных решений (а не численных), то класс уравнения ограничивается такими, для которых можно получить точное аналитическое решение при линейных граничных условиях.

Авторы выражают глубокую признательность Н. А. Рубцову за внимание к работе и полезное обсуждение.

Гипротюменьнефтегаз

Поступила в редакцию
4/ХІІ 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Андрианов В. П. Основы радиационного и сложного теплообмена. М.: Энергия, 1972.
2. Зигель Р., Хауэлл Дж. Теплообмен излучением. М.: Мир, 1975.
3. Рубцов Н. А. Некоторые вопросы комбинированного теплообмена.— В кн.: Теплообмен излучением. Новосибирск, 1977.
4. Бурка А. Л., Рубцов Н. А., Степаненко П. И., Хрипунов А. Д. Исследование нестационарного радиационно-кондуктивного теплообмена в селективно поглощающих средах.— В кн.: V Всесоюз. конф. по тепломассообмену. Т. 8. Минск, 1976.
5. Аметов И. М., Даниэля Ю. С. О применении теорем сравнения в теории теплопроводности.— ИФЖ, 1973, т. XXIV, № 2.
6. Даниэля Ю. С., Аметов И. М. Об оценках решений задач Стефана.— ИВУЗ. Нефть и газ, 1973, № 4.
7. Фридман А. Уравнения с частными производными параболического типа. М.: Мир, 1968.
8. Даниэля Ю. С., Яницкий П. А. Приближенное решение нелинейных задач Стефана.— В кн.: Проблемы нефти и газа Тюмени, № 43. Тюмень, 1979.
9. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967.
10. Карелю Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964.

УДК 66.021.32 : 536.248.2

А. П. БУРДУКОВ, А. Р. ДОРОХОВ, В. И. КАЗАКОВ,
И. В. НЕЧАЕВА

ТЕПЛОТДАЧА ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ БАРБОТАЖНОМ СЛОЕ

Создание вращающихся барботажных газожидкостных слоев в вихревых камерах открывает принципиально новые возможности увеличения эффективности контактных теплообменных аппаратов [1]. Центробежные ускорения, развиваемые в подобных слоях, могут превосходить ускорение свободного падения g в десятки и сотни раз, что и определяет особенности формирования барботажного слоя по сравнению с обычными пенно-барботажными [2] или циклонно-пенными аппаратами [3]. Действительно, характерный размер пузырей газа пропорционален капиллярной постоянной $d \sim l_k = \sqrt{\sigma/(\rho' - \rho'')}g^*$ [4]. Увеличение центробежного ускорения g^* приводит к уменьшению d и увеличению поверхности контакта фаз (п. к. ф.) a в соответствии с известной формулой

$$a = 6\varphi/d, \quad (1)$$

где φ — среднее газосодержание слоя.

То же самое увеличение g^* препятствует уносу жидкой фазы из барботажного слоя при более высоких по сравнению с обычными пенно-барботажными аппаратами относительных скоростях движения жидкости и газа. Оба эти фактора в совокупности обеспечивают интенсификацию процессов тепломассопереноса.

Результаты экспериментального определения п. к. ф., коэффициентов тепло- и массопереноса в газожидкостной вихревой камере с вращающимся корпусом опубликованы нами в [5, 6].

В настоящей работе представлены результаты экспериментального изучения теплообмена в аппарате с неподвижным корпусом. Необходимость такого исследования диктуется следующими обстоятельствами: а) аппарат с неподвижным корпусом более предпочтителен для практического применения; б) обнаружено отличие гидродинамических закономерностей в аппарате подобного типа от опубликованных в работе [6] для аппарата с вращающимся корпусом.

Исследования проводили на установке, схема которой приведена на рис. 1. Ее основной элемент — вихревая камера, имеющая нижнюю 1 и верхнюю 2 крышки, направляющий аппарат 3, в котором равномерно по периметру расположены тангенциальные щели, сечение которых изменялось в пределах 3—6% от полной площади направляющего аппарата $F = \pi \cdot D \cdot H$ (здесь D — внутренний диаметр направляющего аппарата, H — его высота). Были исследованы аппараты с $D = 200$ и 300 мм и $H = 30$ и 35 мм соответственно. Жидкость из бака 7 центробежным насосом 6 подавалась через расходомер 5, теплообменник 4 и через сопла в направляющем аппарате в рабочую полость вихревой камеры. Воздух из магистрали высокого давления проходил шайбу для измерения расхода 8 и поступал в кольцевой распределитель вихревой камеры.

В результате прохождения через тангенциальные щели направляющего аппарата газ приобретал вращательное движение, барботировал через жидкость и выбрасывался через выхлопной патрубок. Жидкость

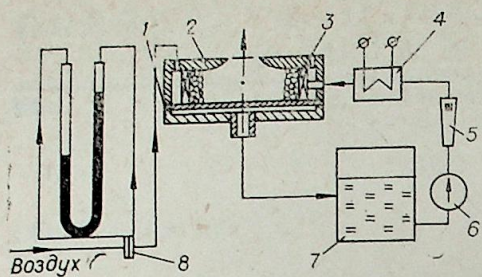


Рис. 1. Принципиальная схема установки.

из слоя сливалась в отверстия в нижнем фланце, расположенные на расстоянии $15 \div 20$ мм от направляющего аппарата. Кроме расходов жидкости и газа в опытах измеряли их температуры до и после прохождения через аппарат лабораторными ртутными термометрами с ценой деления $0,1^\circ\text{C}$. По результатам измерений расходов и температур рассчитывали коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = Q/(\Delta t \cdot F), \quad (2)$$

где $Q = c_p'' \cdot G(t_{r1} - t_{r2})$ — количество тепла, отводимое воздухом, Вт; c_p'' — теплоемкость воздуха, Дж/кгК; G — расход воздуха, кг/с; t_{r1} , t_{r2} — температуры воздуха до и после аппарата соответственно, К; α , Вт/($\text{м}^2 \cdot \text{К}$).

Температурный напор Δt определяли как разность между средней температурой газа t_r и жидкости $t_{ж}$, т. е.

$$\Delta t = \bar{t}_r - \bar{t}_{ж},$$

где $\bar{t}_r = \frac{t_{r1} + t_{r2}}{2}$ и $\bar{t}_{ж} = \frac{t_{ж1} + t_{ж2}}{2}$. Индексы 1 и 2 соответствуют состоя-

ниям рабочих сред до и после аппарата. При отсутствии данных для исследуемых аппаратов о величине п. к. ф. коэффициент теплоотдачи относили, как обычно это делают при исследовании пенно-барботажных аппаратов [2, 3], к площади направляющего аппарата F . Точность определения α оценивается в 10%. В опытах использовались теплоносители: вода однократной дистилляции, водный раствор бромистого лития с весовой концентрацией 53% и вакуумное масло ВМ-6. Данные по теплофизическим свойствам этих жидкостей находили в [7, 8].

О диапазоне изменения температур рабочих сред можно судить по следующим данным:

Теплоноситель	$t_{r1}, ^\circ\text{C}$	$t_{r2}, ^\circ\text{C}$	$t_{ж1}, ^\circ\text{C}$	$t_{ж2}, ^\circ\text{C}$
Вода	90	25	16	22
Водный раствор LiBr	75	32	18	40
Вакуумное масло ВМ-6	23	36	40	46

Необходимо отметить, что при расчете баланса тепла в опытах с водой и водным раствором бромистого лития важную роль играют процессы испарения во влажный воздух. Как показано в [5], вклад конвективной и испарительной составляющих теплового потока практически равен. Проведение опытов с вакуумным маслом позволило определить конвективную составляющую теплового потока «в чистом виде», поскольку влиянием испарения здесь можно пренебречь.

В эксперименте исследовалась зависимость коэффициента теплоотдачи от расходов жидкой и газовой фаз. Существенное влияние расхода жидкой фазы на коэффициент теплоотдачи обнаружено только в опытах с наиболее вязкой жидкостью — вакуумным маслом ВМ-6 (рис. 2). Влияние расхода жидкости в опытах с водой и водным раствором бромистого лития не обнаружено.

На рис. 3 приведены результаты опытов по влиянию скорости газа, которую относили к полной площади направляющего аппарата, на процесс теплоотдачи с рабочими жидкостями — водой и водным раствором бромистого лития. Как и в опытах с вакуумным маслом, наблюдалось пропорциональное увеличение коэффициента теплоотдачи с ростом скорости газа. При отсутствии данных о структуре газожидкостного слоя и о величине характерных масштабных параметров этого слоя обобще-

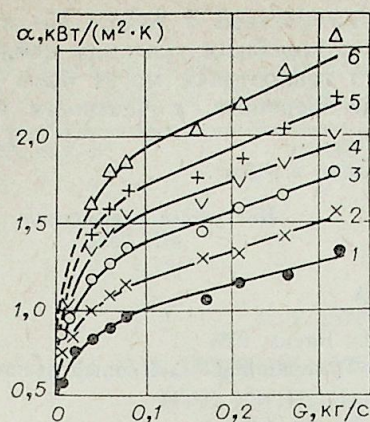


Рис. 2. Влияние расхода масла на коэффициент теплоотдачи.

Линии 1—6 соответствуют скорости газа $w=0,9; 1,05; 1,2; 1,35; 1,5; 1,65$ м/с.

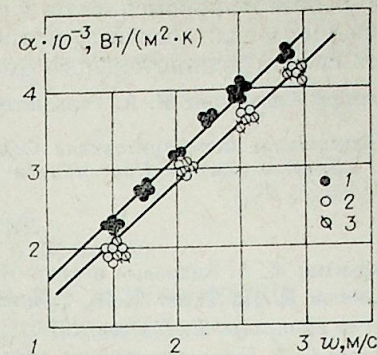


Рис. 3. Зависимость α от скорости газа для невязких растворов.

1 — раствор бромистого лития $\xi=53\%$; 2, 3 — для системы воздух — вода.

ние экспериментальных данных целесообразно проводить в виде зависимости критерия Стентона $St = \alpha/(\rho'' w c_p'')$ от целого ряда переменных параметров, рекомендуемых в работе [2].

Установлено, что результаты эксперимента можно удовлетворительно обобщить в координатах $St \div Re = \Gamma/\mu$, где Γ — плотность орошения, равная расходу жидкости на единицу длины периметра направляющего аппарата, кг/($\text{м} \cdot \text{с}$); μ — динамическая вязкость, Па·с. Обобщение полученных данных, а также результаты работы [5] приведены на рис. 4.

Видно, что данные, полученные в аппарате с неподвижным корпусом, лежат ниже показателей [5], где производилась дополнительная подкрутка слоя путем вращения всего корпуса вихревой камеры. Причем если в [5] изменение Re практически не сказывается на интенсивности теплообмена и можно принять $St = 1,8$, то в настоящих опытах увеличение Re приводит к росту коэффициента теплоотдачи и только при $Re > 10$ устанавливается некоторое асимптотическое значение. Обнаруженный в эксперименте факт влияния расхода жидкой фазы на теплоотдачу возможно обусловлен процессом формирования барботажного вращающегося слоя. Об этом свидетельствуют результаты визуальных наблюдений, когда при малых расходах вязкой жидкости, соответствующих $Re \sim 1$, вообще отсутствовали видимая граница барботажного слоя, а жидкость распределялась по направляющему аппарату и торцевым крышкам в виде пленки. Достаточно «заполненный» вращающийся газожидкостный слой формировался только при $Re \sim 10$. Согласно данным по теплоотдаче, обобщенным на рис. 4, при таком и выше значении числа Рейнольдса изменение расхода жидкой фазы слабо влияет на коэффициент теплоотдачи.

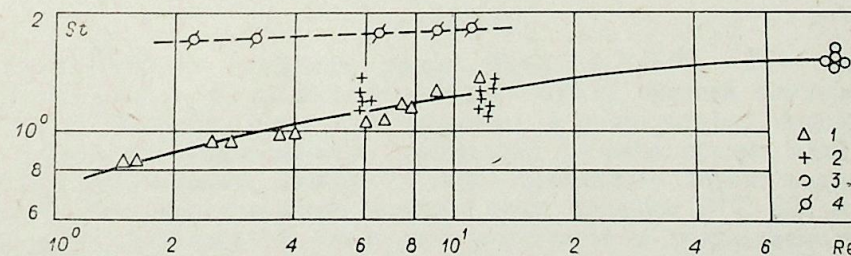


Рис. 4. Обобщение данных по теплоотдаче.

1 — вакуумное масло в неподвижной камере $D=200$ мм; 2, 3 — раствор бромистого лития и вода в неподвижной камере $D=300$ мм; 4 — данные работы [5].

Таким образом, в соответствии с установленной в работе [5] аналогией процессов тепло- и массопереноса в подобных условиях найденные в работе закономерности для расчета теплоотдачи могут быть использованы и для расчета процессов массопереноса, в частности при расчете систем испарительного охлаждения.

Авторы благодарят М. А. Гольдштика за внимание к работе.

Специальное конструкторское бюро
«Энергохиммаш», Новосибирск

Поступила в редакцию
4/II 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. Гольдштик М. А. Вихревые потоки. Новосибирск: Наука, 1981.
2. Мухленов И. П., Тарат Э. Я., Туболькин А. Р., Тумаркина Е. С. Пенный режим и пенные аппараты. Л.: Химия, 1973.
3. Богатых С. А. Циклонно-пенные аппараты. М.: Химия, 1966.
4. Кутателадзе С. С., Стырикович М. А. Гидродинамика газожидкостных систем. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Энергия, 1976.
5. Бурдуков А. П., Гольдштик М. А., Дорохов А. Р. и др. Тепло- и массоперенос в закрученном газожидкостном слое.— Журн. прикладной механики и технической физики, 1981, № 6.
6. Бурдуков А. П., Гольдштик М. А., Казаков В. И., Ли Т. В. Тепло- и массоперенос в закрученном барботажном слое.— В кн.: Расчет теплообмена в энергохимических процессах. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1981.
7. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Физматгиз, 1963.
8. Löwer H. Thermodynamische und physikalische Eigenschaften der wässrigen Lithiumbromid Lösung. Dis. Karlsruhe, 1960.

А. Р. ДОРОХОВ, В. Н. БОЧАГОВ

О ВЛИЯНИИ ПОКРЫТИЙ НА ТЕПЛООБМЕН ПРИ КИПЕНИИ СМЕСЕЙ И РАСТВОРОВ

Успехи в технологии получения покрытий на поверхности металлов (лакокрасочных, эмалевых, полимерных, металлизационных) стимулировали исследования, направленные на использование их полезных свойств в теплообменной аппаратуре.

Применение покрытий позволяет решить ряд проблем, стоящих перед разработчиками теплообменных аппаратов:

- заменить дорогостоящие и дефицитные металлы при работе в агрессивных средах на дешевые углеродистые стали;
- увеличить срок эксплуатации теплообменного оборудования;
- исключить образование накипи и отложений на теплоотдающей поверхности;
- интенсифицировать теплообмен.

Применение покрытий оказывает на механизм теплопереноса [1—4] существенное влияние, особенно в случае теплообмена, сопровождаемого фазовыми переходами (кипением, конденсацией).

В технических устройствах в качестве теплоносителей используются смеси различных веществ или растворы. Такое деление весьма условно. Понятие «смесь» обычно обозначает взаимно растворимые друг в друге жидкие теплоносители, а «растворы» — это растворение твердых компонентов в каком-либо растворителе. Примером смесей могут служить смеси хладонов, широко используемые в холодильной технике и аэрозольных упаковках, а примером растворов — водные растворы различных солей. Однако в случае кипения смесей и растворов отсутствуют достаточно приемлемые методики для инженерных расчетов [5].

В настоящей работе отражены результаты исследований по влиянию полимерных и металлизационных покрытий на теплоотдачу при кипении в большом объеме.

Экспериментальная установка и методика измерений были традиционные, их описание дано в работе [6]. Непосредственное определение температуры на внешней поверхности покрытия, контактирующей с жидкостью, сопряжено с большими трудностями, а на пористых металлизационных покрытиях почти невозможно. Поэтому экспериментально определялся условный коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = q/\Delta T,$$

где q — плотность теплового потока, Вт/м²; $\Delta T = T_{ст} - T_{ж}$ — температурный напор, т. е. разность температур между средней температурой стенки, на которую наносилось покрытие, и температурой жидкости.

Для опытов использованы следующие рабочие среды: вода однократной дистилляции; водные растворы бромистого лития; водные растворы солей, моделирующие морскую воду; хладоны R12, R21 и смеси R11 + R12. Приведенные ниже экспериментальные результаты иллюстрируют некоторые новые эффекты, которые обусловлены тем или иным видом покрытия.

На первом этапе исследовалось кипение смесей и растворов на чистой металлической поверхности. Экспериментальный участок пред-

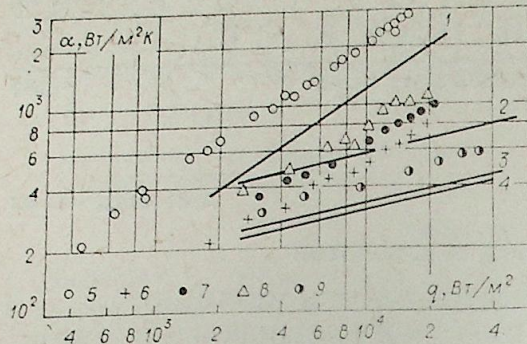


Рис. 1. Зависимость коэффициента теплоотдачи α от плотности теплового потока q при кипении чистого и смесей фреонов.

1 — фреон R21 [10]; 2 — фреон R21 на покрытии из пентапласта $\delta \approx 14$ мкм [10]; 3 — расчет конвекции R21; 4 — расчет конвекции для смеси R12 (50%) + R11 (50%); 5 — фреон R12; 6 — смесь R12 (32%) + R11 (68%); 7 — смесь R12 (50%) + R11 (50%); 8 — смесь R12 (72%) + R11 (28%); 9 — смесь R12 (50%) + R11 (50%) на покрытии из пентапласта $\delta = 20$ мкм.

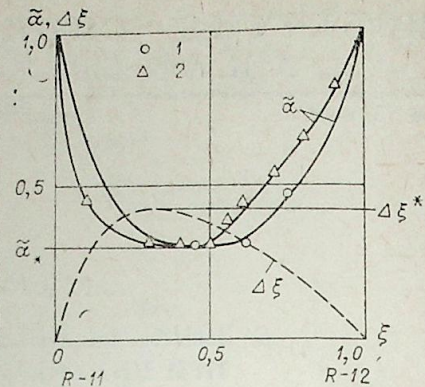


Рис. 2. Зависимость относительного коэффициента теплоотдачи $\tilde{\alpha}$ и избыточной концентрации $\Delta \xi$ низкокипящей компоненты в паре от концентрации ξ .

1 — эксперимент; 2 — расчет по формуле (1).

ставлял собой горизонтально расположенную трубку из ст. 20 наружным диаметром 20 мм и длиной обогреваемого участка 250 мм. Поверхность участка соответствовала классу чистоты $R_z = 2,5 \div 4$ мкм.

КИПЕНИЕ СМЕСЕЙ, ХЛАДОНОВ

На рис. 1 приведены результаты опытов по кипению смесей хладонов R11 + R12. Видно, что при кипении смесей величина коэффициента теплоотдачи ниже, чем при кипении чистых хладонов. Такой эффект для смесей хладонов был получен в [7] и в некоторых других работах. При анализе опытных данных установлена аналогия в поведении относительного коэффициента теплоотдачи $\alpha = \alpha / [\alpha_{\text{нк}} \xi + \alpha_{\text{вк}} (1 - \xi)]$ и избыточной концентрации низкокипящей компоненты в паре (ξ'') по сравнению с содержанием в жидкости (ξ') $\Delta \xi = \xi'' - \xi'$ (рис. 2). Это позволило предложить простую интерполяционную зависимость для проведения инженерных расчетов:

$$\lg \tilde{\alpha} = \lg \tilde{\alpha}_* (\Delta \xi / \Delta \xi_*), \quad (1)$$

где $\tilde{\alpha}_*$ — минимальное значение относительного коэффициента теплоотдачи, которое достигается при максимальном значении ξ_* . Если $\Delta \xi_*$ для многих смесей можно получить расчетным путем, то для определения $\tilde{\alpha}_*$ проанализированы данные разных авторов [8] по экспериментальному исследованию смесей различных веществ и получена эмпирическая связь $\tilde{\alpha}_*$ с нормальными температурами кипения высоко- и низкокипящей компоненты

$$\tilde{\alpha}_* = 6,2 \cdot 10^{-2} [(T_{\text{вк}} - T_{\text{нк}}) / (T_{\text{вк}} + T_{\text{нк}})]^{-0,7}. \quad (2)$$

КИПЕНИЕ РАСТВОРОВ СОЛЕЙ

На рис. 3 приведены результаты опытов по кипению в большом объеме водных растворов бромистого лития при пониженном давлении. Полученные данные позволяют выделить влияние концентрации соли в явном виде. Можно предположить, что при известном коэффициенте теплоотдачи растворителя α_p в случае кипения раствора соли изменение величины коэффициента теплоотдачи может быть выражено зависимостью

$$\alpha / \alpha_p = \varphi (\rho / \rho_p; c_p / c_{p_p}; \lambda / \lambda_p \dots). \quad (3)$$

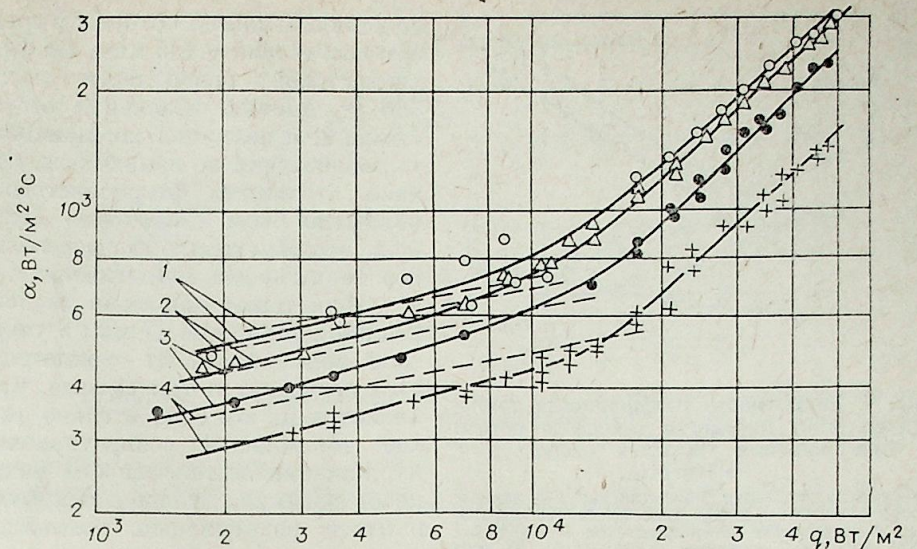


Рис. 3. Зависимость коэффициента теплоотдачи α от плотности теплового потока q при кипении воды и водных растворов бромистого лития.

1 — вода (дистиллят однократный); 2 — раствор LiBr, $\xi = 15,2\%$; 3 — 34,9; 4 — 59,4; штриховая линия — расчет конвекции.

Коэффициент теплоотдачи чистого растворителя можно определить по зависимости, приведенной в работе [9]:

$$\alpha = c \lambda^{1/3} g^{-1/6} [(\rho' - \rho'') / \sigma]^{1/2} (c_p p q / r \rho'')^{2/3}. \quad (4)$$

Сопоставляя коэффициенты теплоотдачи растворителя и раствора соли при $p, q = \text{idem}$, из (4) получим

$$\tilde{\alpha} = \tilde{c}_p^{2/3} \tilde{\lambda}^{1/3} \tilde{r}^{-2/3} \tilde{\sigma}^{-1/2} \tilde{\rho}^{1/2}. \quad (5)$$

Сравнение расчета по формуле (5) и эксперимента свидетельствует о его приемлемой точности ($\pm 10\%$).

КИПЕНИЕ РАСТВОРОВ СОЛЕЙ НА ПОЛИМЕРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В опытах использовались растворы двух видов: водные растворы бромистого лития и растворы, моделирующие состав морской воды в соответствии с рекомендациями работы [10]. При кипении раствора бромистого лития отложения солей на теплоотдающей трубке не наблюдалось, а при кипении морской воды, наоборот, происходил интенсивный процесс накипеобразования.

Первичные экспериментальные данные по кипению водных растворов бромистого лития на поверхности, покрытой пленкой пентапласта, приведены в работе [11]. Основной вывод работы — в области пониженных давлений механизм теплопереноса при кипении на металлической и полимерной поверхностях идентичен. Влияние пленки полимера на теплоотдачу может быть учтено расчетным путем. Ее термическое сопротивление

$$R_0 = \delta / \lambda. \quad (6)$$

Аналогичный результат получен и в опытах с «морской водой», если время опыта было достаточно мало для того, чтобы исключить влияние процесса накипеобразования. Практически такие опыты проводились в течение 24 ч.

На рис. 4 приведены данные по кипению «морской воды» на стальной и полимерной поверхностях в течение длительного времени. После 170 ч работы при $p = 100$ кПа на стальной поверхности появились от-

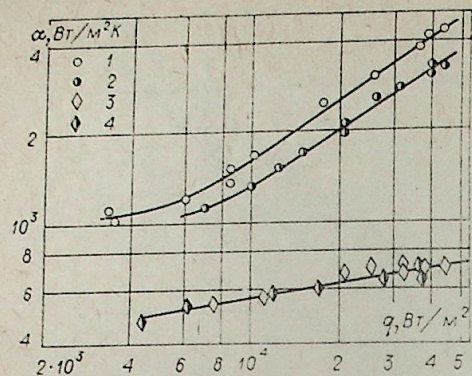


Рис. 4. Зависимость коэффициента теплоотдачи α от плотности теплового потока q при кипении морской воды, $p = 100$ кПа.

1 — чистая стальная поверхность; 2 — поверхность с накипью $\delta \approx 150$ мкм после 170 ч работы; 3 — покрытие фторопластовое 4 МБП, $\delta \approx 135$ мкм; 4 — покрытие Ф-4МБП, $\delta \approx 135$ мкм после 360 ч кипения.

ческой основе. Более толстое фторопластовое покрытие было сплошным.

КИПЕНИЕ ХЛАДОНОВ И ИХ СМЕСЕЙ НА ПОЛИМЕРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

На рис. 1 приведены данные [11] по кипению хлада R21 на покрытой пленкой пентапласта поверхности и полученные в настоящей работе по кипению смесей хладонов R12 + R11. Термическое сопротивление пленки полимера в опытах было достаточно малым, поэтому существенное изменение зависимости α от q по сравнению с кипением на металлической поверхности может свидетельствовать об изменении механизма теплопереноса. Если зависимость α от q представить в виде

$$\alpha = Aq^n, \quad (7)$$

где A , n — постоянные коэффициенты, то на металлической поверхности $n = 0,7$, а на полимерной — $n = 0,2$.

Такой вид зависимости α от q реализуется в режиме естественной конвекции [12]. Однако делать какие-либо заключения относительно механизма теплообмена на основании такой аналогии пока преждевременно.

КИПЕНИЕ НА ПОКРЫТИЯХ, НАНЕСЕННЫХ ПЛАЗМЕННЫМ СПОСОБОМ

На наружную поверхность экспериментальных участков плазменным способом в среде аргона наносились покрытия из порошков никеля, сплавов никеля и титана, окиси алюминия. Ниже приведены характеристики покрытий:

Покр-тия	Материал порошка	Размер зерен порошка, мкм	Толщина покрытия, мкм	Пористость, %
1	ПТ88Н12	63 ÷ 75	600	—
2	Ni	45 ÷ 65	70	—
3	ПН55Т45	45 ÷ 56	200	—
4	Al ₂ O ₃	45 ÷ 56	200	12

Опыты проводились с рабочими веществами: хладоном R21, водным раствором бромистого лития, водой (однократный дистиллят).

На рис. 5 приведены данные по кипению хлада R21 на всех участках. Видно, что нанесение покрытия приводит к изменению на-

ложения, толщина которых в среднем составляла ~ 155 мкм. На фторопластовой поверхности после 360 ч кипения отложения отсутствовали и величина коэффициента теплоотдачи не изменилась. Однако толщина фторопластового покрытия была достаточно большой, что обусловило его повышенное термическое сопротивление.

Испытания покрытия из пентапласта толщиной 17 мкм в «морской воде» показали отрицательный результат в том смысле, что, несмотря на его относительно низкое термическое сопротивление и снижение интенсивности накипобразования, такое покрытие в итоге разрушилось, возможно, вследствие наличия пор и проникновения жидкости к металлической основе.

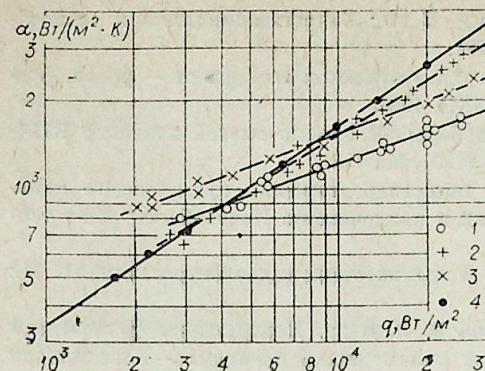


Рис. 5. Зависимость коэффициента теплоотдачи от плотности теплового потока при кипении фреона R21 ($p = 296$ кПа) на трубках с различными покрытиями.

1 — покрытие ПТ88Н12; 2 — покрытие Ni; 3 — покрытие Al₂O₃; 4 — чистая стальная поверхность.

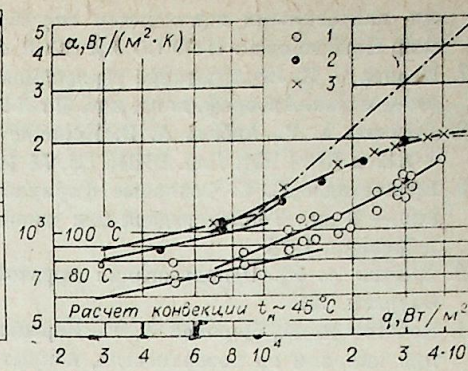


Рис. 6. Зависимость коэффициента теплоотдачи α от плотности теплового потока q при кипении воды на покрытиях из Al₂O₃.

1 — $p = 10$ кПа; 2 — 50 кПа; 3 — 100 кПа, штрихпунктир — поверхность без покрытия, $p = 100$ кПа.

клона зависимости α от q , что согласуется с результатами работы [14] по исследованию и обобщению данных по теплоотдаче при кипении на капиллярно-пористых структурах, каковыми и являются в общем случае использованные в настоящей работе покрытия. При изменении давления от 296 до 522 кПа в опытах на трубке с покрытием № 1 влияния этого параметра на коэффициент теплоотдачи не обнаружено.

На рис. 6 приведены результаты опытов с водой при $p = 10, 50$ и 100 кПа, коэффициент теплоотдачи до 50 кПа изменялся аналогично тому, как это наблюдалось на гладкой трубе. Дальнейшее увеличение давления до 100 кПа уже не приводило к росту коэффициента теплоотдачи.

Таким образом, наносимые на теплоотдающую поверхность покрытия вызывают при кипении весьма интересные эффекты. Целенаправленное изменение свойств теплоотдающей поверхности путем нанесения различных покрытий позволяет осветить традиционные вопросы физики кипения с новых позиций. Создание расчетных методик, учитывающих свойства покрытий, возможно в результате дальнейшего накопления и анализа экспериментальных данных, построения упрощенных моделей процесса кипения при сложных граничных условиях.

Специальное конструкторское бюро
«Энергохиммаш», Новосибирск

Поступила в редакцию
18/1 1982

ЛИТЕРАТУРА

- Young R. K., Hummel R. L. Improved nucleate boiling heat transfer.— Heat Transfer CEP, sump. ser., 1965, v. 46.
- Вачон, Нико, Танджер, Кобб. Теплоотдача нержавеющей стали с тефлоновым покрытием при кипении в большом объеме.— Теплопередача, 1969, № 3 (рус. пер.).
- Hermann E. M., Hsu S. T. The effects of low surface energy on the boiling heat transfer from submerged horizontal tubes.— Naval Engineers Journal, 1972, v. 84, N 6.
- Исаченко В. П., Мальцев А. П., Захаренков В. Н. Теплообмен при капельной конденсации водяного пара на поверхности, покрытой фторопластом-4.— Теплоэнергетика, 1976, № 6.
- Кутепов А. М., Стерман Л. С., Стюшин Н. Г. Гидродинамика и теплообмен при парообразовании/Под ред. Л. С. Стермана. М.: Вышп. школа, 1977.
- Бочагов В. Н. О кипении на затопленном горизонтальном цилиндре с покрытием-

- ми, нанесенными плазменным способом.— В кн.: Гидрогазодинамика и теплообмен. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1981.
7. Иванов О. П. Исследование теплообмена при кипении смесей фреон — фреон, фреон — масло. Автореф. канд. дис. Л.: ЛТИХП, 1966.
 8. Дорохов А. Р., Азбель А. Я. Кипение в большом объеме смесей хладонов R11+R12 и R12+R21. Деп. ВИНТИ, № 10 (120), М., 1981.
 9. Кутателадзе С. С. Основные формулы термогидродинамики пузырькового кипения.— В кн.: Теплопередача при кипении и конденсации. Новосибирск: Ин-т теплофизики, 1978.
 10. Дьячко А. Ю. Использование морской воды на тепловых электростанциях. М.: Энергия, 1974.
 11. Бочагов В. Н., Дорохов А. Р., Кореньков В. И. и др. Исследование теплоотдачи при кипении на поверхностях, покрытых полимерными пленками.— Холодильная техника, 1980, № 9.
 12. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. Изд. 5-е, перераб. в доп. М.: Атомиздат, 1979.
 13. Смирнов Г. Ф. Приближенная теория теплообмена при кипении на поверхностях, покрытых капиллярно-пористыми структурами.— Теплоэнергетика, 1979, № 9.

Б. Г. ПОКУСАЕВ, В. А. ЕРМАКОВ, В. В. БОНДАРИК

ИССЛЕДОВАНИЕ ОТРЫВА ЧАСТИЦ ПОТОКОМ ЖИДКОСТИ

Увлечение твердых нерастворимых частиц потоком жидкости широко встречается в природных явлениях и технологических процессах, например при очистке различных поверхностей.

В многочисленных работах по гидротранспорту грунтов рассматривается отрыв от поверхности частиц размерами более 200 мкм, хотя при очистке наиболее трудноудаляемыми являются частицы с размерами 25 мкм и менее.

В работе А. Шилдза [1] показано, что увлечение частиц жидкостью происходит при достижении определенного значения касательного напряжения трения потока. М. Филлипс [2] на основе модели баланса сил получил безразмерные комплексы для условия увлечения частиц потоком и провел сопоставление результатов различных авторов. Им отмечено, что отсутствуют опытные результаты по смыву водой частиц размерами менее 100 мкм.

Отрыв частиц с размерами менее 1 мкм может происходить под действием броуновского движения [3], однако отрыв более крупных частиц под действием теплового движения происходит редко. В дальнейшем будем рассматривать отрыв частиц только под действием потока жидкости без учета броуновского движения.

Полученный в работе [2] баланс сил для крупных частиц (размерами более 200 мкм) хорошо согласуется с результатами других авторов, поэтому наибольший интерес представляет исследование отрыва мелких частиц (3—100 мкм) под действием потока воды.

Для отрыва частицы потоком жидкости необходимо, чтобы подъемная сила превосходила силу прижатия частицы к поверхности, при этом равенство сил является критическим условием для отрыва. Обычно полагают, что подъемная сила пропорциональна силе сопротивления частицы движению жидкости или динамической силе потока, действующей на нее [2].

При взаимодействии потока с частицей, находящейся на поверхности, скорости течения существенно изменяются по ее высоте, поэтому силовое воздействие на частицу зависит от распределения скоростей.

На частицы интересующих нас размеров действует, как правило, поток с ламинарным профилем скоростей, так как в случае турбулентного режима течения они оказываются затопленными в ламинарном подслое. Это легко проверить, сравнив представленные далее опытные данные с известной зависимостью для режима течения без проявления шероховатости, т. е.

$$\frac{v_* \cdot D}{\nu} \leq 5 \quad [4],$$

где $v_* = \sqrt{\tau_0/\rho}$ — динамическая скорость; τ_0 — касательное напряжение трения на стенке; ρ — плотность жидкости; ν — кинематическая вязкость; D — диаметр частицы.

Примем, что при пульсациях скорости в ламинарном подслое профиль скорости остается близким к ламинарному.

Динамическую силу потока, действующую на сферическую частицу, можно определить из модели, представленной на рис. 1. Направление

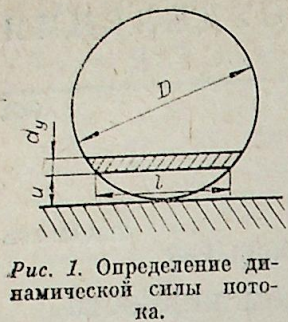


Рис. 1. Определение динамической силы потока.

движения потока перпендикулярно плоскости разреза частицы по диаметру.

Вырежем элемент величиной dy в диаметральной плоскости частицы на расстоянии y от стенки. Площадь этого элемента $dS = l \cdot dy$. Так как $l = 2\sqrt{Dy - y^2}$, то $dS = 2\sqrt{Dy - y^2} \cdot dy$.

Полагая, что в пристенном слое скорость потока изменяется по закону $u_y/v_* = yv_*/\nu$, где u_y — скорость потока на расстоянии y от стенки, динамическое воздействие потока на площадку dS определяется следующим соотношением:

$$dF_{д.л} \approx \rho \left(\frac{u_y}{2}\right)^2 dS = \rho \left(\frac{yv_*^2}{\nu}\right)^2 \cdot 2\sqrt{Dy - y^2} \cdot dy.$$

Полная динамическая сила потока, действующая на частицу, равна интегралу в пределах от нуля до диаметра частицы

$$F_{д.л} \approx \rho \left(\frac{v_*^2}{\nu}\right)^2 \int_0^D y^2 \sqrt{Dy - y^2} \cdot dy = \frac{\tau_0^2 \cdot D^4}{\rho \cdot \nu^2}.$$

Этот же результат может быть получен и для частиц другой формы.

Удерживает частицу на горизонтальной поверхности сила веса частицы и сила адгезии. Для частиц диаметром менее 100 мкм доминирует сила адгезии. Так, например, для частиц диаметром 7,5 мкм сила адгезии в 45,5 раза превышает вес частицы [5]. Адгезию частиц в жидких средах обуславливают молекулярные силы. $F_{ад} \approx kD$, где $k = 1 \text{ кг/с}^2$.

Сила адгезии в этом случае пропорциональна размеру частиц, т. е.

Эти две силы в основном определяют процесс отрыва мелких частиц, и поэтому критерий отрыва можно представить в виде отношения динамической силы потока к силе адгезии:

$$G_1 = \frac{F_{д.л}}{F_{ад}} = \frac{\tau_0^2 D^3}{k\rho\nu^2}.$$

Для сравнения определим также критерии отрыва при воздействии на частицы турбулентного потока с законом распределения скоростей степени 1/7 и потока с «ударным» профилем.

Для закона распределения скоростей степени 1/7, а именно: $u_y/v_* = 8,74 (y \cdot v_*/\nu)^{1/7}$, динамическая сила, действующая на частицу загрязнений круглой формы, определяется следующим соотношением:

$$F_{д.т} \approx \frac{\rho v_*^{16/7}}{\nu^{2/7}} \int_0^D y^{7/2} \sqrt{Dy - y^2} \cdot dy.$$

Используя гамма-функцию, получим

$$F_{д.т} \approx \left(\frac{\tau^8 D^{16}}{\nu^2 \rho}\right)^{1/7}.$$

Критерий отрыва частиц размерами менее 100 мкм при воздействии турбулентного потока будет иметь вид

$$G_2 = \frac{F_{д.т}}{F_{ад}} = \frac{1}{k} \left(\frac{\tau^8 D^9}{\nu^2 \rho}\right)^{1/7},$$

а при «ударном» профиле скоростей ($u_y \approx v_*$) аналогично можно получить следующий критерий: $G_3 = \tau D/k$.

Анализ критериев отрыва мелких частиц при разных режимах течения позволяет сделать вывод о том, что необходимые для отрыва

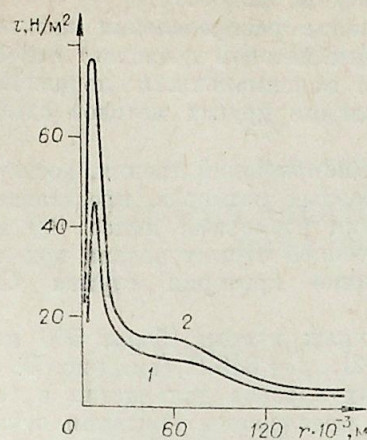


Рис. 2. Распределение среднего (1) и максимального (2) локального касательного напряжения трения (τ) по пластине в зависимости от расстояния (r) до лобовой точки.

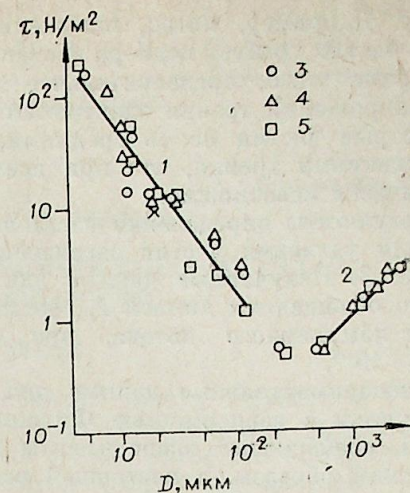


Рис. 3. Результаты измерения касательных напряжений трения (τ), достаточных для отрыва с поверхности частиц загрязнений в зависимости от диаметра частиц (D). Поверхность из нержавеющей стали (3), алюминиевого сплава (4), оргстекла (5).

частиц касательные напряжения трения существенно зависят от режима течения. При воздействии на частицу потока с ламинарным профилем такие напряжения пропорциональны $D^{-3/2}$, с турбулентным — $D^{-9/8}$, а при «ударном» профиле — D^{-1} .

Для ламинарного обтекания частиц потоком жидкости проведена экспериментальная проверка зависимости по отрыву частиц.

Опыты по смыву загрязнений разных фракций в зависимости от величины касательного напряжения трения проведены на горизонтальной плоской пластине при отвесном падении на последнюю круглой струи воды, истекающей из сопла диаметром 10 мм, с расходом воды $250 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}$, на расстоянии от среза сопла до пластины 100 мм. При этих же параметрах струи предварительно было замерено распределение средних и максимальных локальных касательных напряжений трения по поверхности пластины электрохимическим методом [6].

Экспериментальная установка, методика тарирования датчиков и расчета данных аналогичны описанным в работе [7].

Длина датчика-катода по потоку 15 мкм. Полоса пропускания частот датчика и аппаратуры до 1 кГц. Сигнал с датчика после усиления записывался на светолучевом осциллографе.

На рис. 2 представлено распределение среднего и максимального локального касательного напряжения трения по пластине в зависимости от расстояния до лобовой точки.

Частицы разных размеров наносились на обезжиренную поверхность пластины полосами вдоль линий тока жидкости от точки, в которую направлена ось струи. Пластина с загрязнениями в течение 1 ч выдерживалась в атмосфере для стабилизации сил адгезии. После воздействия на поверхность пластины струи воды замерялись для каждой фракции частиц расстояния от проекции оси струи на пластину до перехода от очистившейся в результате воздействия воды поверхности к загрязненной. По этим расстояниям с помощью кривой 2 на рис. 2 определялись соответствующие касательные напряжения, которые являются минимально достаточными для удаления загрязнений данных фракций.

Такой метод изучения смыва частиц позволяет уменьшить трудоемкость опытных работ по сравнению с методами, при которых на всей контрольной поверхности поток жидкости создает одно и то же значение

П. И. ГЕШЕВ, А. И. ЧЕРНЫХ

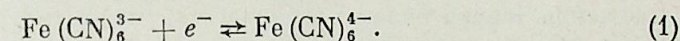
К ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОГО МЕТОДА
ИЗМЕРЕНИЙ СКОРОСТИ

1. ВВЕДЕНИЕ

Электрохимический способ определения трения предложен в работах Т. Ханратти с соавторами [1—2] и получил широкое распространение как весьма удобный лабораторный метод определения гидродинамических и массообменных характеристик различных потоков. Метод применялся к ньютоновским [3, 4] и неьютоновским [5] жидкостям, к газожидкостным потокам [6, 7] и при моделировании массоотдачи [5, 8]. В обзорах [9, 10] изложены основы электрохимического метода измерений. Наша задача — построение полной математической модели электрода в потоке электролита.

Данный метод следовало бы называть электродиффузионным, так как в его основе лежит зависимость диффузионного потока реагирующих на контрольном электроде ионов от скорости в окрестности электрода. Это диффузионный аналог известного термоанемометрического метода.

Существуют быстрые окислительно-восстановительные реакции, протекающие без выделения на электродах каких-либо веществ. Одна реакция используется особенно часто. Это ферро-феррицианидная система ионов, получающаяся при растворении в воде солей $K_3Fe(CN)_6$ и $K_4Fe(CN)_6$, с реакцией на катоде



При помещении электрода в электролит он заряжается до некоторого, так называемого, равновесного потенциала φ_e . На границе возникает двойной электрический слой из электронов в металле и скапливающихся у поверхности ионов. Двойной слой обладает электрической емкостью. Мы будем пользоваться понятием дифференциальной емкости двойного слоя [11]:

$$C = \frac{dq(u)}{du},$$

где $q(u)$ — поверхностная плотность заряда, u — перенапряжение на электроде; под перенапряжением понимается отклонение потенциала электрода от равновесного $u = \varphi - \varphi_e$ [12]. Емкость двойного слоя зависит от перенапряжения, но этот факт для нас не является принципиальным, и в дальнейшем будем считать C константой порядка 30 мкФ/см^2 [12].

Если перенапряжение отсутствует, прямая и обратная реакции (1) находятся в динамическом равновесии: за единицу времени определенное количество ионов $Fe(CN)_6^{3-}$ окисляется до $Fe(CN)_6^{4-}$, но точно такое же их число восстанавливается из $Fe(CN)_6^{4-}$ в ходе обратной реакции. Плотность потока ионов для прямой и обратной реакции согласно теории электрохимической кинетики [12] определяется формулами:

$$q_+ = k_1 \exp \left[-\alpha \frac{Fu}{RT} \right] c_1, \quad (2)$$

$$q_- = k_2 \exp \left[(1 - \alpha) \frac{Fu}{RT} \right] c_2, \quad (3)$$

трения. Например, метод, изложенный в работе [8], для достижения смыва частиц требует подбора значений расхода жидкости.

Кроме этого, предварительное измерение распределения касательных напряжений трения электрохимическим методом позволяет сопоставить отрыв частиц не со средними, а с максимальными локальными напряжениями трения, что при использовании других методов сделать практически невозможно.

Результаты определения касательных напряжений трения, достаточных для удаления частиц загрязнений разных размеров, представлены на рис. 3. Полученные данные для частиц размерами менее 100 мкм хорошо обобщаются линией 1, соответствующей отрыву частиц под действием ламинарного потока, при величине критерия отрыва $G_1 = 2,65 \cdot 10^{-5}$.

Экспериментальные данные для крупных частиц (более 500 мкм) согласуются с зависимостью Филлипса [2]: $\tau = 840 D$ (см. рис. 3, линия 2), обобщающей эксперименты других авторов для частиц в воде.

Таким образом, в настоящей работе предложены критерии отрыва твердых нерастворимых частиц размерами $3-100 \text{ мкм}$ от твердой поверхности при воздействии потоков жидкости с различными режимами течения и произведено экспериментальное определение значений касательных напряжений трения, достаточных для отрыва частиц, и величины критерия отрыва при ламинарном обтекании.

Поступила в редакцию
1/XII 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Shields A. Mitt. Vers. Anst. Wasserb. Schiffb. Berl., 1936, Heft, 6.
2. Phillips M. A force balance model for particle entrainment into a fluid stream.— J. Phys. D., Appl. Phys., 1980, N 13 (Printed in Great Britain).
3. Dahneke B. Kinetic Theory of the Escape of Particles From Surface.— J. of Colloid and Interface Science, 1975, v. 50, N 1, January.
4. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.
5. Зимон А. Д. Адгезия пыли и порошков. М.: Химия, 1976.
6. Накоряков В. Е. Теория электрохимического метода измерения касательных напряжений.— Прил. к кн.: С. С. Кутателадзе «Пристенная турбулентность». Новосибирск: Наука, 1973.
7. Накоряков В. Е., Покусав Б. Г., Троян Е. Н., Алексеев С. В. Течение тонких пленок жидкости.— В кн.: Волновые процессы в двухфазных системах. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО АН СССР, 1975.
8. Чирков С. В., Зубков Б. В. Определение режима окончательной промывки трубопровода.— В кн.: Опыт применения новых моющих средств. М.: ГОСНИТИ, 1973.

где k_1, k_2 — константы скоростей реакций, c_1, c_2 — концентрации ионов первого и второго сортов на поверхности электрода, F — константа Фарадея, α — коэффициент переноса (симметрии), R — газовая постоянная, T — температура (в К). В равновесии $q_+ = q_-$ и $k_1 c_1 = k_2 c_2 = i_0/F$, где i_0 — плотность тока обмена [12]. Чем больше ток обмена i_0 , тем быстрее идет электрохимическая реакция. Для реакции (1) на платиновом электроде установлено, что $i_0 = 5 \div 10$ А/см² [13]. Это, по-видимому, самая быстрая реакция из известных в настоящее время, что и обусловило ее широкое распространение. Согласно данным работы [14], коэффициент переноса $\alpha \approx 1/2$ для реакции (1) может считаться постоянным.

Электрохимическая ячейка, предназначенная для гидродинамических измерений, устроена так, чтобы процессы на аноде не влияли на величину тока между электродами. Обычно анодом служат металлические стенки канала. Из-за огромной (по сравнению с катодом) площади анод находится фактически при равновесном относительно электролита потенциале. Поэтому анодные процессы в теории не рассматриваются.

Цель нашей работы состоит в построении полной математической модели датчика скорости, которая бы учитывала не только гидродинамику обтекания датчика и процессы конвективной диффузии ионов, но и эффекты электрохимической кинетики и емкость конденсатора двойного слоя. Полная система уравнений послужит затем основой для различных приближений. Будут исследованы высокочастотный импеданс ячейки, процесс включения напряжения, частотные характеристики датчика скорости.

2. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДАТЧИКА СКОРОСТИ

а) Гидродинамика. Датчик-катод выполняется обычно в виде остеклованной платиновой проволоочки с диаметром по стеклу $d_k = 10 \div 100$ мк. Торцев датчика может иметь различную форму (рис. 1). Для упрощения теории будем предполагать, что диаметр электрода d_k значительно меньше характерного размера датчика d . Это позволяет воспользоваться универсальным представлением поля скорости в окрестности критической точки натекания [15]. Для радиальной и нормальной к поверхности компонент имеем

$$W(\vec{x}, t) = -2a(t)\eta, \quad V(\vec{x}, t) = a(t) \cdot \rho, \quad (4)$$

где координата η отсчитывается по нормали, а ρ — по касательной к поверхности катода, $a(t) = kW(t)/d$, $W(t)$ — невозмущенная скорость потока, k — константа формы. Постоянная k зависит от формы датчика и определяется из решения задачи о потенциальном обтекании тела вращения. Отметим, что при $W = 0,1 \div 10$ м/с и вязкости жидкости $\nu = 10^{-6}$ м²/с число Рейнольдса будет равно $1 \div 10^3$, что позволяет применить теорию пограничного слоя для определения поля скорости в окрестности лобовой точки.

Можно получить решение внешней задачи потенциального обтекания для целого семейства тел вращения, если воспользоваться аналогией между гидродинамикой идеальной жидкости и электростатикой. Потенциал заряженного диска радиуса r_0 имеет вид [16]:

$$\Phi = \Phi_0 \left[1 - \frac{2}{\pi} \arctg \sqrt{\frac{z^2 + r^2 - r_0^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{z^2 + r^2 - r_0^2}{2}\right)^2 + r_0^2 z^2}} \right], \quad (5)$$

где Φ_0 — потенциал поверхности диска. Аналогом зарядов в гидродинамике являются источники. Если предположить, что дисковый источник, дающий потенциал скорости (5), обтекается равномерным потоком со

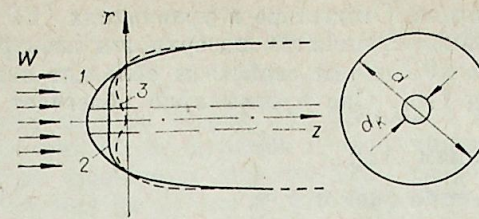


Рис. 1. Датчик скорости.

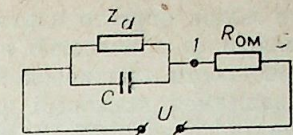


Рис. 2. Эквивалентная электрическая схема датчика скорости.

скоростью W , то функция тока Стокса может быть найдена по формулам, связывающим ее с потенциалом [17] в виде

$$\psi = \frac{Wr^2}{2} - \frac{WR^2}{4\pi} \left[1 + \frac{z}{\sqrt{\frac{z^2 + r^2 - r_0^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{z^2 + r^2 - r_0^2}{2}\right)^2 + r_0^2 z^2}}} \right], \quad (6)$$

а форма тела, получающаяся из уравнения $\psi = 0$, описывается выражением

$$\frac{z}{R} = \left[\left(\frac{r}{R}\right)^2 - \frac{1}{2} \right] \sqrt{\frac{R^2}{R^2 - r^2} - 4\left(\frac{r_0}{R}\right)^2}. \quad (7)$$

В формулах (6), (7) вместо Φ_0 введена константа R — максимальный радиус тела вращения. На рис. 1 приведены три профиля датчиков с различными значениями параметра $P = (r_0/R)^2$: кривая 1 ($P = 0$) дает профиль, возникающий при обтекании точечного источника (тело Ранкина [17]); 2 ($P = 3/16$) — выпуклый профиль, наиболее тупой из всего семейства; кривая 3 ($P = 1/4$) — демонстрирует предельный профиль с вогнутой окрестностью лобовой точки.

Безразмерная постоянная k , определенная из (6), (7), имеет вид:

$$k = 4 \sqrt{1 - 4(r_0/R)^2} \quad (8)$$

и для выпуклых профилей меняется от 4 до 2.

Перейдем теперь к постановке задачи о вязком слое в окрестности критической точки. Компоненты радиальной и нормальной к электроду скорости запишем в виде

$$w = -2f(\eta, t), \quad v = \frac{\partial f(\eta, t)}{\partial \eta}, \quad (9)$$

где f — функция тока в пограничном слое. Предполагая вязкий слой тонким, давление в нем определим из интеграла Коши — Лагранжа [17], в котором используем потенциальную скорость по формулам (4). Подставив давление и скорости (9) в уравнение Навье — Стокса, получаем

$$\frac{\partial f'}{\partial t} + f'^2 - 2ff'' - \nu f''' = a^2 + \frac{da}{dt}, \quad (10)$$

Здесь штрих обозначает дифференцирование по η . Граничные условия выводятся из соответствующих условий для скорости:

$$f = f' = 0 \text{ при } \eta = 0, \quad f' = a(t) \text{ при } \eta \rightarrow \infty. \quad (11)$$

б) Конвективная диффузия. Диффузия ионов описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{\partial c_1}{\partial t} + w(\eta, t) \frac{\partial c_1}{\partial \eta} &= D_1 \frac{\partial^2 c_1}{\partial \eta^2}, \\ \frac{\partial c_2}{\partial t} + w(\eta, t) \frac{\partial c_2}{\partial \eta} &= D_2 \frac{\partial^2 c_2}{\partial \eta^2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь c_1, c_2 и D_1, D_2 — объемные концентрации и коэффициенты диф-

ффузии понов первого и второго сортов. Отсутствие в уравнениях (12) зависимости от r известно как «равнодоступность» поверхности электрода в окрестности критической точки [18]. Этим свойством обладает также вращающийся дисковый электрод [16]. Оно чрезвычайно облегчает решение диффузионной задачи.

Граничные условия к уравнениям (12):

$$c_1 = c_{10}, \quad c_2 = c_{20} \quad \text{при } \eta \rightarrow \infty, \quad (13)$$

где c_{10}, c_{20} — постоянные концентрации ионов вдали от электрода. На поверхности катода при $\eta = 0$ следует записать два условия: первое — это баланс приходящих и уходящих ионов:

$$-D_1 \frac{\partial c_1}{\partial \eta} = D_2 \frac{\partial c_2}{\partial \eta} = q \quad (14)$$

(q — плотность потока ионов); второе условие — кинетическое — связывает поверхностное значение концентраций с диффузионной плотностью тока [12]:

$$i_d = -i_0 \left\{ \frac{c_1(0)}{c_{10}} \exp \left[-\alpha \frac{Fu}{RT} \right] - \frac{c_2(0)}{c_{20}} \exp \left[(1-\alpha) \frac{Fu}{RT} \right] \right\}; \quad (15)$$

оно следует из уравнений (2), (3)*.

в) Эквивалентная электрическая схема датчика скорости приведена на рис. 2. Здесь $U(t)$ — напряжение, приложенное между анодом и катодом, C — конденсатор двойного слоя, $R_{ом}$ — омическое сопротивление электролита, z — нелинейный диффузионно-кинетический импеданс, определяемый системой уравнений (12)–(15). Точка на рис. 2 соответствует непосредственной окрестности датчика и напряжение в ней определяется уравнением

$$u = U - iR_{ом}, \quad (16)$$

где в полном токе i следует учесть кроме диффузионной еще и емкостную составляющую

$$i = i_d + C \frac{du}{dt}. \quad (17)$$

Выражения (15)–(17) дают нелинейное уравнение для u , которое и замыкает систему уравнений датчика скорости. Выпишем еще раз полную систему уравнений в более удобном для вычислений виде —

$$a = kW(t)/d, \quad (18)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \Phi^2 - \Phi' \cdot \int_0^\eta \Phi d\eta - \nu \Phi'' = a^2 + \frac{da}{dt}, \quad (19)$$

$$\Phi(0) = 0, \quad \Phi(\infty) = a, \quad (20)$$

$$\frac{\partial c_1}{\partial t} - \Phi'(0) \eta^2 c_1' = D_1 c_1'', \quad (21)$$

$$\frac{\partial c_2}{\partial t} - \Phi'(0) \eta^2 c_2' = D_2 c_2'', \quad (22)$$

$$c_1(\infty) = c_{10}, \quad c_2(\infty) = c_{20}, \quad (23)$$

$$-D_1 c_1'(0) = D_2 c_2'(0) = i_d/F, \quad (24)$$

$$i_d = -i_0 \left\{ \frac{c_1(0)}{c_{10}} \exp \left[-\alpha \frac{Fu}{RT} \right] - \frac{c_2(0)}{c_{20}} \exp \left[(1-\alpha) \frac{Fu}{RT} \right] \right\}, \quad (25)$$

* В уравнениях (12) и (14) пренебрегли эффектами миграции ионов под действием электрического поля E ; указанное приближение справедливо, если в электролите присутствуют в большой концентрации посторонние ионы, не участвующие в электрохимической реакции [18]; на практике это достигается обычно добавлением в раствор NaOH [4].

$$R_{ом} C \frac{du}{dt} + u + R_{ом} i_d = U(t), \quad (26)$$

$$i = (U - u)/R_{ом}. \quad (27)$$

В этой системе штрих при функциях означает дифференцирование по η ; введена новая функция $\Phi = f'$; нижний предел интеграла в (19) следует из граничных условий (11); скорость w заменена первым членом разложения по малым η , что допустимо при малых коэффициентах диффузии ($D \ll \nu$) [18].

3. СТАЦИОНАРНОЕ РЕШЕНИЕ

Стационарное решение гидродинамической задачи (19), (20) известно [15], и для $\Phi'(0)$ имеем

$$\Phi'(0) = 1,312 \sqrt{a^3/\nu}. \quad (28)$$

Стационарное решение диффузионных уравнений запишем в виде

$$c_1 = c_{10} - \frac{A_0}{D_1} \int_0^\infty \exp \left(-\frac{1,312\nu\eta^3}{3D_1} \right) d\eta, \quad (29)$$

$$c_2 = c_{20} + \frac{A_0}{D_2} \int_0^\infty \exp \left(-\frac{1,312\nu\eta^3}{3D_2} \right) d\eta. \quad (30)$$

Здесь уже выполнены условия (23), (24), а условие (25) дает

$$A_0 = \frac{i_0(1-E)}{FE^\alpha + i_0 \left(\frac{\delta_1}{D_1 c_{10}} + \frac{\delta_2}{D_2 c_{20}} E \right)}, \quad (31)$$

где $E = \exp \left(\frac{Fu}{RT} \right)$; δ_1, δ_2 — толщины диффузионных пограничных слоев, определяемые выражением

$$\delta_i = \int_0^\infty \exp \left(-\frac{1,312\nu\eta^3}{3D_i} \right) d\eta = 1,176 D_i^{1/3} \nu^{1/6} \left(\frac{d}{kW} \right)^{1/2}. \quad (32)$$

Определяя плотность тока по формуле (24), получаем $i_d = FA_0$ или

$$\frac{1}{i_d} = \frac{E^\alpha}{i_0(E-1)} + \left(\frac{1}{c_{10} D_1^{2/3}} + \frac{E}{c_{20} D_2^{2/3}} \right) \cdot \frac{1,176 \nu^{1/6}}{F(E-1)} \left(\frac{d}{kW} \right)^{1/2}. \quad (33)$$

Если в полученном выражении заменить $a = \frac{kW}{d}$ на угловую скорость ω и числовую константу на 1,61, то оно совпадает с известным уравнением, описывающим плотность тока на вращающемся дисковом электроде [16]. В современных устройствах скорость вращения не превышает 10^3 оборотов в 1 с [16]. Величина же W/d , аналогичная частоте вращения, может достигать 10^5 с⁻¹ ($W \sim 10$ м/с, $d \sim 10^{-4}$ м). Таким образом, датчик типа «лобовая точка» перекрывает возможности традиционного для электрохимической кинетики вращающегося дискового электрода на два порядка, а по конструкции представляется значительно проще.

Из формул (26) и (33) можно получить вольт-амперную характеристику датчика (рис. 3).

При больших катодных перенапряжениях ($E \rightarrow 0$) получаем предельную диффузионную плотность тока

$$i_d = -0,85 \frac{Fc_{10} D_1^{2/3}}{\nu^{1/6}} \left(\frac{kW}{d} \right)^{1/2}. \quad (34)$$

Выражение (34) дает простую связь скорость — ток и является принципиальной основой электро-диффузионного метода измерений скорости.

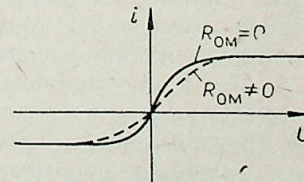


Рис. 3. Вольт-амперная характеристика датчика.

фузии ионов первого и второго сортов. Отсутствие в уравнениях (12) зависимости от r известно как «равнодоступность» поверхности электрода в окрестности критической точки [18]. Этим свойством обладает также вращающийся дисковый электрод [16]. Оно чрезвычайно облегчает решение диффузионной задачи.

Граничные условия к уравнениям (12):

$$c_1 = c_{10}, \quad c_2 = c_{20} \quad \text{при } \eta \rightarrow \infty, \quad (13)$$

где c_{10} , c_{20} — постоянные концентрации ионов вдали от электрода. На поверхности катода при $\eta = 0$ следует записать два условия: первое — это баланс входящих и уходящих ионов:

$$-D_1 \frac{\partial c_1}{\partial \eta} = D_2 \frac{\partial c_2}{\partial \eta} = q \quad (14)$$

(q — плотность потока ионов); второе условие — кинетическое — связывает поверхностное значение концентраций с диффузионной плотностью тока [12]:

$$i_d = -i_0 \left\{ \frac{c_1(0)}{c_{10}} \exp \left[-\alpha \frac{Fu}{RT} \right] - \frac{c_2(0)}{c_{20}} \exp \left[(1-\alpha) \frac{Fu}{RT} \right] \right\}; \quad (15)$$

оно следует из уравнений (2), (3)*.

в) Эквивалентная электрическая схема датчика скорости приведена на рис. 2. Здесь $U(t)$ — напряжение, приложенное между анодом и катодом, C — конденсатор двойного слоя, $R_{ом}$ — омическое сопротивление электролита, z — нелинейный диффузионно-кинетический импеданс, определяемый системой уравнений (12)–(15). Точка на рис. 2 соответствует непосредственной окрестности датчика и напряжение в ней определяется уравнением

$$u = U - iR_{ом}, \quad (16)$$

где в полном токе i следует учесть кроме диффузионной еще и емкостную составляющую

$$i = i_d + C \frac{du}{dt}. \quad (17)$$

Выражения (15)–(17) дают нелинейное уравнение для u , которое и замыкает систему уравнений датчика скорости. Выпишем еще раз полную систему уравнений в более удобном для вычислений виде —

$$a = kW(t)/d, \quad (18)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \Phi^2 - \Phi' \cdot \int_0^\eta \Phi d\eta - \nu \Phi'' = a^2 + \frac{da}{dt}, \quad (19)$$

$$\Phi(0) = 0, \quad \Phi(\infty) = a, \quad (20)$$

$$\frac{\partial c_1}{\partial t} - \Phi'(0) \eta^2 c_1' = D_1 c_1'', \quad (21)$$

$$\frac{\partial c_2}{\partial t} - \Phi'(0) \eta^2 c_2' = D_2 c_2'', \quad (22)$$

$$c_1(\infty) = c_{10}, \quad c_2(\infty) = c_{20}, \quad (23)$$

$$-D_1 c_1'(0) = D_2 c_2'(0) = i_d/F, \quad (24)$$

$$i_d = -i_0 \left\{ \frac{c_1(0)}{c_{10}} \exp \left[-\alpha \frac{Fu}{RT} \right] - \frac{c_2(0)}{c_{20}} \exp \left[(1-\alpha) \frac{Fu}{RT} \right] \right\}, \quad (25)$$

* В уравнениях (12) и (14) пренебрегли эффектами миграции ионов под действием электрического поля E ; указанное приближение справедливо, если в электролите присутствуют в большой концентрации посторонние ионы, не участвующие в электрохимической реакции [18]; на практике это достигается обычно добавлением в раствор NaOH [4].

$$R_{ом} C \frac{du}{dt} + u + R_{ом} i_d = U(t), \quad (26)$$

$$i = (U - u)/R_{ом}. \quad (27)$$

В этой системе штрих при функциях означает дифференцирование по η ; введена новая функция $\Phi = f'$; нижний предел интеграла в (19) следует из граничных условий (11); скорость w заменена первым членом разложения по малым η , что допустимо при малых коэффициентах диффузии ($D \ll \nu$) [18].

3. СТАЦИОНАРНОЕ РЕШЕНИЕ

Стационарное решение гидродинамической задачи (19), (20) известно [15], и для $\Phi'(0)$ имеем

$$\Phi'(0) = 1,312 \sqrt{a^3/\nu}. \quad (28)$$

Стационарное решение диффузионных уравнений запишем в виде

$$c_1 = c_{10} - \frac{A_0}{D_1} \int_0^\infty \exp \left(-\frac{1,312\nu\eta^3}{3D_1} \right) d\eta, \quad (29)$$

$$c_2 = c_{20} + \frac{A_0}{D_2} \int_0^\infty \exp \left(-\frac{1,312\nu\eta^3}{3D_2} \right) d\eta. \quad (30)$$

Здесь уже выполнены условия (23), (24), а условие (25) дает

$$A_0 = \frac{i_0(1-E)}{FE^\alpha + i_0 \left(\frac{\delta_1}{D_1 c_{10}} + \frac{\delta_2}{D_2 c_{20}} E \right)}, \quad (31)$$

где $E = \exp \left(\frac{Fu}{RT} \right)$; δ_1 , δ_2 — толщины диффузионных пограничных слоев, определяемые выражением

$$\delta_i = \int_0^\infty \exp \left(-\frac{1,312\nu\eta^3}{3D_i} \right) d\eta = 1,176 D_i^{1/3} \nu^{1/6} \left(\frac{d}{kW} \right)^{1/2}. \quad (32)$$

Определяя плотность тока по формуле (24), получаем $i_d = FA_0$ или

$$\frac{1}{i_d} = \frac{E^\alpha}{i_0(E-1)} + \left(\frac{1}{c_{10} D_1^{2/3}} + \frac{E}{c_{20} D_2^{2/3}} \right) \cdot \frac{1,176 \nu^{1/6}}{F(E-1)} \left(\frac{d}{kW} \right)^{1/2}. \quad (33)$$

Если в полученном выражении заменить $a = \frac{kW}{d}$ на угловую скорость ω и числовую константу на 1,61, то оно совпадает с известным уравнением, описывающим плотность тока на вращающемся дисковом электроде [16].

В современных устройствах скорость вращения не превышает 10^3 оборотов в 1 с [16]. Величина же W/d , аналогичная частоте вращения, может достигать 10^5 с⁻¹ ($W \sim 10$ м/с, $d \sim 10^{-4}$ м). Таким образом, датчик типа «лобовая точка» перекрывает возможности традиционного для электрохимической кинетики вращающегося дискового электрода на два порядка, а по конструкции представляется значительно проще.

Из формул (26) и (33) можно получить вольт-амперную характеристику датчика (рис. 3).

При больших катодных перенапряжениях ($E \rightarrow 0$) получаем предельную диффузионную плотность тока

$$i_d = -0,85 \frac{Fc_{10} D_1^{2/3}}{\nu^{1/6}} \left(\frac{kW}{d} \right)^{1/2}. \quad (34)$$

Выражение (34) дает простую связь скорость — ток и является принципиальной основой электро-диффузионного метода измерений скорости.

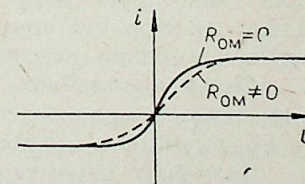


Рис. 3. Вольт-амперная характеристика датчика.

4. ВЫСОКОЧАСТОТНЫЙ ИМПЕДАНС

При подаче на ячейку напряжения $U + \Delta U e^{j\omega t}$ ток в цепи имеет вид $I + \Delta I_1 e^{j\omega t} + \Delta I_2 e^{j2\omega t} + \dots$. Импеданс определим формулой

$$Z(U) = \frac{\Delta U}{\Delta I_1(U)}. \quad (35)$$

Он зависит от поданного напряжения U и частоты ω . Для больших частот в уравнениях диффузии (21), (22) следует пренебречь членами, описывающими конвективный перенос (приближение Ц. Ц. Лина, см. [15]). Представив все величины в виде суммы стационарной (\bar{C}_1) и пульсационной (\tilde{C}_1) составляющих и линеаризовав все уравнения по малым пульсациям, получаем

$$\begin{aligned} j\omega \tilde{c}_1 &= D_1 \tilde{c}_1'', & j\omega \tilde{c}_2 &= D_2 \tilde{c}_2'', \\ \tilde{c}_1(\infty) &= \tilde{c}_2(\infty) = 0, & -D_1 \tilde{c}_1'(0) &= D_2 \tilde{c}_2'(0) = i_d/F, \\ \tilde{i}_d &= -i_0 \left\{ \frac{\tilde{c}_1(0)}{c_{10}} E^{-\alpha} - \frac{\tilde{c}_2(0)}{c_{20}} E^{1-\alpha} - \alpha \frac{F u}{RT} \cdot \frac{\tilde{c}_1(0)}{c_{10}} E^{-\alpha} - \right. \\ & \quad \left. - (1-\alpha) \frac{F u}{RT} \cdot \frac{\tilde{c}_2(0)}{c_{20}} E^{1-\alpha} \right\}. \end{aligned}$$

Разрешив эту систему линейных уравнений, определим диффузионный импеданс, как отношение \tilde{u}/\tilde{i}_d :

$$Z_d = \frac{RT}{i_0 F} \left[\frac{E^\alpha + \frac{i_0}{F c_{10} \sqrt{D_1 \omega j}} + \frac{i_0 E}{F c_{20} \sqrt{D_2 \omega j}}}{\alpha \frac{\tilde{c}_1(0)}{c_{10}} + (1-\alpha) \frac{\tilde{c}_2(0)}{c_{20}} E} \right]. \quad (36)$$

При больших перенапряжениях на электроде, например катодных ($E \rightarrow 0$), импеданс Z_d устремляется в бесконечность. Действительно, из формул (29)–(31) находим $\tilde{c}_1(0) \sim E^\alpha \rightarrow 0$ и, следовательно, знаменатель выражения (36) обращается в нуль. В этом случае высокочастотная составляющая проходит прямо через конденсатор двойного слоя (см. рис. 2) и полный импеданс цепи запишем так: $Z = R_{ом} + \frac{1}{j\omega c}$.

Низкочастотный ток, связанный с пульсациями скорости, и наложенная высокочастотная составляющая, идут по цепи независимо друг от друга. Таким образом, в работе [19] удалось объединить в одном датчике метод проводимости для определения локального газосодержания газожидкостного потока и электродиффузионный способ измерения скорости. Простая электроника позволила формировать резкие фронты в сигнале скорости при пересечении датчиком границы раздела фаз.

5. ВКЛЮЧЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ

Рассмотрим процесс установления тока в ячейке при резком включении напряжения U . Такое явление наблюдается, например, при прокалывании поверхности газового пузыря датчиком, выходящим из пузыря. Необходимо определить время установления стационарного режима, оно дает некоторую меру инерционности датчика скорости. Набегающий поток электролита предполагается однородным и стационарным, напряжение на ячейке включается скачком в нулевой момент времени.

Из-за нелинейного кинетического условия (25) переходной процесс включения можно рассчитать только на ЭВМ. Алгоритм численного счета представлен в приложении А.

Значения параметров задачи выбирались близкими к реальным:

$$\begin{aligned} c_{10} &= c_{20} = 10 \text{ г} \cdot \text{экв}/\text{м}^3; & i_0 &= 5 \cdot 10^4 \text{ А}/\text{м}^2; \\ D_1 &= D_2 = 5 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{с}; & \nu &= 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}; & a &= 2 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}; \end{aligned}$$

$$C = 0,33 \text{ Ф}/\text{м}^2; \quad R_{ом} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}^2; \quad T = 298 \text{ К}.$$

Вычисления проводились для трех напряжений: $U = 0,05 \text{ В}$; $0,15 \text{ В}$ и $0,4 \text{ В}$ и трех коэффициентов переноса: $\alpha = 0,1$; $0,5$ и $0,9$.

Полученные в расчетах зависимости от безразмерного времени at полного тока i , его диффузионной части i_d , перенапряжения на электроде u и концентрации на поверхности катода $c_1(0)$ приведены на рис. 4–6. Концентрацию $c_2(0)$ можно определить из соотношения $c_1(0) + c_2(0) = c_{10} + c_{20}$, справедливого при условии $D_1 = D_2$.

Расчеты показали, что полный ток i практически не зависит от коэффициента α в интервале $\alpha = 0,1 \div 0,9$. Перенапряжение u зависит от α слабо, а величины i_d и $c_1(0)$ довольно сильно. Весь процесс, как видно из рис. 4, 6, можно условно разбить на три: быстрый нелинейный процесс зарядки конденсатора ($at < 10^{-1}$), процесс свободной диффузии ($10^{-1} < at < 10$) и, наконец, процесс стационарной конвективной диффузии ($at > 10$).

В задаче имеется два характерных времени:

$$\tau_{RC} = R_{ом} C = 10^{-6} \text{ с} \quad \text{и} \quad \tau_D = a^{-1} S c^{1/3} \approx 10^{-3} \text{ с}.$$

Время релаксации диффузионного пограничного слоя τ_D , возникающее при обезразмеривании уравнений (21), (22), определяет меру инерционности датчика скорости. Так как характерные времена нашей задачи сильно различаются, в промежуточном интервале времен ($\tau_{RC} < t < \tau_D$)

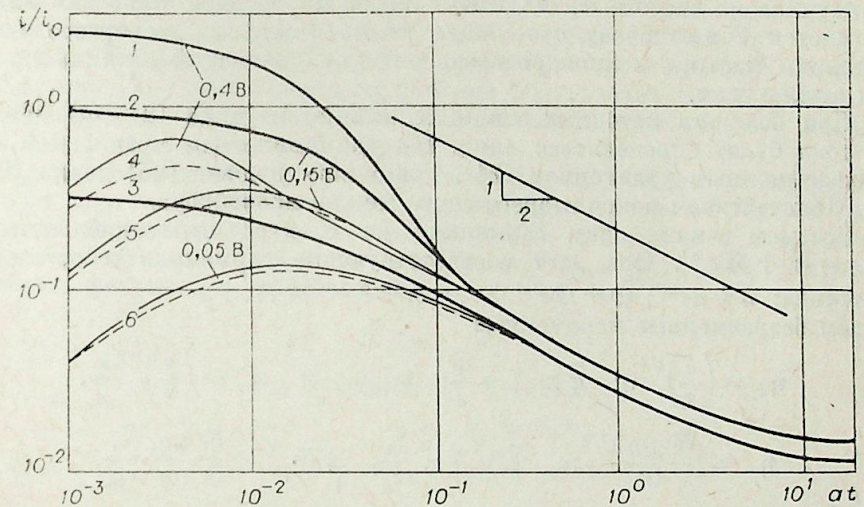


Рис. 4. Ток при внезапном включении напряжения.

1, 2, 3 — полный ток i ; 4, 5, 6 — диффузионная составляющая тока i_d , $\alpha = 0,1$ (---); $0,9$ (—).

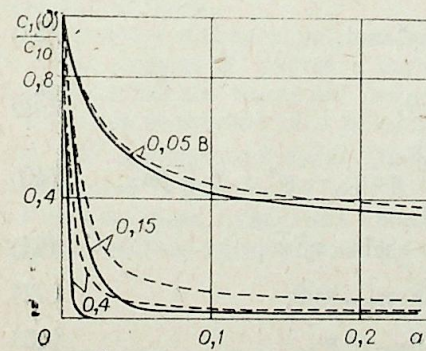


Рис. 5. Концентрация ионов c_1 на поверхности электрода. $\alpha = 0,1$ (---), $0,9$ (—).

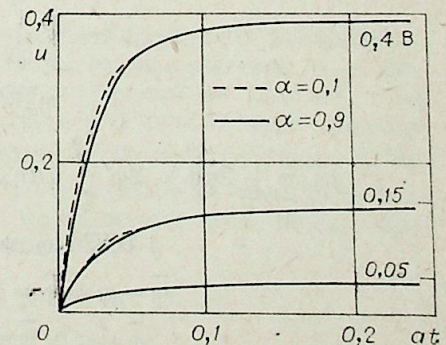


Рис. 6. Падение напряжения на электроде.

отчетливо наблюдается классическая диффузионная зависимость $i \sim t^{-1/2}$ (см. рис. 4). Можно заключить, что влияние электрохимической кинетики на больших временах исчезает и имеется принципиальная возможность определения постоянной времени датчика по кривым ток — время в процессах включения напряжения.

6. ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДАТЧИКА СКОРОСТИ

Из-за малых коэффициентов диффузии контрольных ионов ($D \sim 10^{-10} \div 10^{-9}$ м²/с) электродиффузионный датчик скорости имеет инерционность на порядок большую, чем у термоанемометра [9]. Подавление амплитуд и запаздывание фаз высокочастотных пульсаций можно учесть и исправить расчетным путем, если известна частотная характеристика (ЧХ) датчика скорости [20], определяемая как отношение комплексной амплитуды гармонического сигнала на выходе $\tilde{i}(\omega)$ (ток) к амплитуде на «входе» в систему $\tilde{W}(\omega)$ (скорость). ЧХ удобно рассматривать как величину, безразмерную и нормированную на единицу в нуле частоты

$$H(j\omega) = \left(\frac{\tilde{i}(\omega)}{\tilde{i}(0)} \right) \left/ \left(\frac{\tilde{W}(\omega)}{\tilde{W}(0)} \right) \right. \quad (37)$$

В таком виде ЧХ может служить непосредственной мерой инерционности датчика на частоте ω . ЧХ имеет смысл определять лишь для линейных систем. Это означает, что следует считать пульсации скорости и концентрации малыми и линеаризовать систему уравнений датчика по малым амплитудам.

При больших катодных напряжениях на датчике ($u \rightarrow \infty$) изменение тока будет определяться лишь гидродинамическим уравнением (19) и диффузионным уравнением (21). Граничное условие (25) дает $c_1(0) = 0$. Присутствием ионов второго сорта можно пренебречь.

Возьмем лишь одну гармонику из спектра пульсаций скорости $W(t) = \bar{W} + \tilde{W}e^{j\omega t}$. Она даст соответствующие гармоники в остальных величинах: $\bar{a} + \tilde{a}e^{j\omega t}$; $\bar{\Phi} + \tilde{\Phi}e^{j\omega t} + \dots$; $\bar{c}_1 + \tilde{c}_1e^{j\omega t} + \dots$.

Введем безразмерные переменные

$$\eta_+ = \left(\frac{\bar{a}}{\nu} \right)^{1/2} \eta; \quad \bar{\varphi}(\eta_+) = \frac{\bar{\Phi}}{\bar{a}}; \quad \omega_+ = \frac{\omega}{a}; \quad \omega_- = \left(\frac{\nu}{D} \right)^{1/2} \frac{\omega}{a},$$

$$\eta_- = \left(\frac{\bar{\Phi}'(0)}{D} \right)^{1/3} \eta; \quad \bar{\psi}(\eta_-) = \frac{\bar{c}_1}{c_{10}}; \quad \psi(\eta_-) = \frac{\bar{\Phi}'(0)}{\bar{\Phi}'(0)} \cdot \frac{\tilde{c}_1}{c_{10}},$$

в которых уравнения для средних, линеаризованные уравнения для пульсаций и граничные условия имеют вид

$$\bar{\varphi}^2 - \bar{\varphi}' \int_0^{\eta_+} \bar{\varphi} d\eta_+ - \bar{\varphi}'' = 1, \quad (38)$$

$$\eta_-^2 \bar{\psi}' + \bar{\psi}'' = 0, \quad (39)$$

$$j\omega_+ \bar{\varphi} + 2\bar{\varphi} \bar{\varphi}' - 2\bar{\varphi}' \int_0^{\eta_+} \bar{\varphi} d\eta_+ - 2\bar{\varphi}'' \int_0^{\eta_+} \bar{\varphi} d\eta_+ - \bar{\varphi}''' = 2 + j\omega_+, \quad (40)$$

$$j \cdot 0,834 \cdot \omega_- \psi - \eta_-^2 \psi' - \psi'' = \eta_-^2 \bar{\psi}', \quad (41)$$

$$\bar{\varphi} = \bar{\psi} = \bar{\psi}' = 0 \text{ при } \eta_{+,-} = 0, \quad (42)$$

$$\bar{\varphi} = \bar{\psi} = \bar{\psi}' = 1 \text{ при } \eta_{+,-} = \infty. \quad (43)$$

Штрихи в уравнениях (38)–(41) теперь означают дифференцирование по соответствующим аргументам η_+ или η_- . Численный коэффици-

ент $0,834 = 1,312^{-2/3}$ в целях удобства оставлен в уравнении (41) и не введен в ω_- .

Уравнения (38), (39) имеют известные решения [15], а (40), (41) можно интерпретировать как уравнения двух последовательно соединенных подсистем. Первая подсистема — гидродинамический пограничный слой, на «входе» которого задаются пульсации скорости \tilde{W} , на «выходе» получают значения $\tilde{\Phi}'(0)$. Вторая подсистема описывает диффузионный пограничный слой: на «входе» задана величина $\tilde{\Phi}'(0)$, на «выходе» — поток массы, который и определяет ток через электрод, согласно закону Фарадея $\tilde{i} = -FSC_1'(0)$, где S — площадь катода. Очевидно, что ЧХ всей системы равна произведению ЧХ подсистем.

Система уравнений (38)–(43) решалась на ЭВМ.

Алгоритм решения изложен в приложении Б. В результате получены две комплексные функции $H_r = \varphi'(0)$ и $H_d = \psi'(0)$, зависящие соответственно только от ω_+ и ω_- и являющиеся безразмерными, но ненормированными ЧХ подсистем. Модули и аргументы этих функций представлены на рис. 7. Правильность численных результатов подтверждена сопоставлением с асимптотическими формулами, полученными в пределе $\omega \rightarrow 0$ и $\omega \rightarrow \infty$ из уравнений (40), (41).

Модуль H_r отклоняется от асимптотической формулы менее чем на 1% уже при $\omega_+ > 30$, тогда как такое же отклонение H_d от своей асимптотики достигается лишь при $\omega_- > 100$. Асимптотики использовались для определения некоторых коэффициентов в формулах, аппроксимирующих результаты численного счета

$$|H_r| = (15 + \omega_+^2)^{1/4}, \quad (44)$$

$$\arg H_r = 0,5 \arctg(0,256\omega_+), \quad (45)$$

$$|H_d| = 0,259 \left(\frac{1 + 2,32 \cdot 10^{-3} \omega_-^2}{1 + 4,45 \cdot 10^{-2} \omega_-^2 + 1,49 \cdot 10^{-4} \omega_-^4} \right)^{3/4}, \quad (46)$$

$$\arg H_d = -1,5 \arctg[0,211\omega_- (1 + 2,04 \cdot 10^{-3} \omega_-^2)]. \quad (47)$$

Относительная погрешность аппроксимации формулами (44)–(47) не превышает 0,5%.

Отметим интересную особенность гидродинамического пограничного слоя: модуль H_r растет с частотой, а аргумент положителен, т. е. фаза пульсаций на «выходе» опережает фазу пульсаций на «входе». Рост с частотой величины $|H_r|$ объясняется наличием в правой части уравнения (19) производной da/dt . Опережение фазы пульсаций величины $\tilde{\Phi}'(0)$ согласуется с известным результатом [15], что пульсации трения $\bar{\tau}_w$ опережают по фазе пульсации скорости \tilde{W} в пограничном слое. Между этими величинами устанавливается простая связь

$$\bar{\tau}_w = \rho\nu \left(\frac{dW}{d\eta} \right)_{\eta=0} = \rho\nu\Phi'(0).$$

ЧХ диффузионного пограничного слоя (46), (47) ведет себя нормальным образом: высокочастотные составляющие сильно подавляются по амплитуде и отстают по фазе.

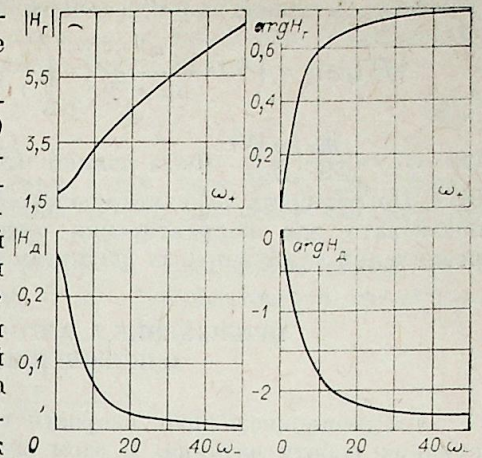


Рис. 7. Частотные характеристики датчика скорости.

Модуль полной нормированной ЧХ датчика скорости имеет вид

$$|H(j\omega)| = \left(1 + \frac{\omega^2}{15Sc^{2/3}}\right)^{1/4} \left(\frac{1 + 2,32 \cdot 10^{-3}\omega_-^2}{1 + 4,45 \cdot 10^{-2}\omega_-^2 + 1,49 \cdot 10^{-4}\omega_-^4}\right)^{3/4},$$

где $\omega_- = \frac{d\omega}{kW} \left(\frac{\nu}{D}\right)^{1/3}$. Фаза полной ЧХ определяется как сумма фаз (45) и (47). Погрешность результирующих формул не более 1%. Их можно использовать для корректировки спектров и восстановления отдельных реализаций турбулентных флуктуаций скорости.

ПРИЛОЖЕНИЕ А. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О ВКЛЮЧЕНИИ НАПРЯЖЕНИЯ

Стационарность поля скорости уменьшает число уравнений, моделирующих работу датчика. В этом случае a и $\Phi'(0)$ постоянны и нужно решать только диффузионно-кинетическую задачу (21)–(26). Предварительно обезразмерим систему уравнений. Введем:

$$\eta' = \eta \sqrt{a/\nu}; \quad t' = at; \quad \tau' = R_{om} Ca,$$

$$Sc_i = \nu/D_i; \quad c'_i = 2c_i/(c_{10} + c_{20}); \quad i = 1, 2.$$

Опуская штрихи, при безразмерных переменных получим вместо (21), (22):

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} - B_0 \eta^2 \frac{\partial^2 c_i}{\partial \eta^2} = Sc_i^{-1} \frac{\partial c_i}{\partial \eta^2}; \quad i = 1, 2, \dots, \quad (A.1)$$

где $B_0 = 1,312$ — безразмерное значение $\Phi'(0)$. Безразмерными граничными условиями будут

$$c_i(\infty) = c_{id} = 2c_{i0}/(c_{10} + c_{20}), \quad (A.2)$$

$$-\frac{1}{Sc_1} \cdot \frac{\partial c_1}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} = \frac{1}{Sc_2} \cdot \frac{\partial c_2}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} = \frac{2i_d}{\sqrt{va_0} F (c_{10} + c_{20})}, \quad (A.3)$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{\tau} (U - u - R_{om} i_d), \quad (A.4)$$

$$\text{где } i_d = i_0 \left\{ \frac{c_1(0)}{c_{1d}} \exp\left[-\alpha \frac{Fu}{RT}\right] - \frac{c_2(0)}{c_{2d}} \exp\left[(1-\alpha) \frac{Fu}{RT}\right] \right\}. \quad (A.5)$$

Воспользуемся методом конечных разностей и будем искать решения уравнений (A.1) на равномерной по пространству сетке $\eta_n = n \cdot \Delta\eta$, $n = 0, \dots, N$; $\Delta\eta$ — шаг сетки. Пусть m — номер последнего по времени слоя, решение на котором уже известно. Частные производные по координате η заменим симметричными разностными отношениями:

$$\frac{\partial c}{\partial \eta} = \frac{c_{n+1}^m - c_{n-1}^m}{2\Delta\eta}, \quad \frac{\partial^2 c}{\partial \eta^2} = \frac{c_{n+1}^m - 2c_n^m + c_{n-1}^m}{\Delta\eta^2}. \quad (A.6)$$

Производную по времени аппроксимируем с худшей точностью:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{c_n^{m+1} - c_n^m}{\Delta t}.$$

Подстановка этих выражений в каждое из уравнений (A.1) позволяет вычислить решение во всех точках слоя $(m+1)$ кроме граничных $n=0, n=N$:

$$c_n^{m+1} = c_n^m + B_0 \eta_n^2 (c_{n+1}^m - c_{n-1}^m) \frac{\Delta t}{2\Delta\eta} + Sc^{-1} (c_{n+1}^m - 2c_n^m + c_{n-1}^m) \frac{\Delta t}{\Delta\eta^2},$$

$$n = 1, \dots, N.$$

Здесь индекс i , различающий концентрации двух видов ионов, опущен, потому что получающиеся формулы совершенно одинаковы. Напряжение u^{m+1} определим по формуле, аналогичной методу Эйлера

$$u^{m+1} = u^m + \Delta t G(u^m), \quad (A.7)$$

где G — правая часть уравнения (A.4).

Концентрации на верхней границе сетки ($n=N$) будем считать равными концентрациям на бесконечности. Это равенство выполняется тем точнее, чем больше ширина сетки $L = \Delta\eta(N-1)$.

Чтобы вычислить концентрации ионов на поверхности катода ($n=0$), используем граничные условия (A.3). Аппроксимируя градиенты на поверхности по формуле

$$\frac{\partial c}{\partial \eta} = \frac{4c_1^{m+1} - 3c_0^{m+1} - c_2^{m+1}}{2\Delta\eta},$$

подставляя в выражение для диффузионного тока (A.5) вычисленное значение u^{m+1} и еще неизвестные концентрации на поверхности $c_{i,0}^{m+1}$, получим два линейных уравнения на две концентрации. Решение этих уравнений заканчивает вычисление всех неизвестных величин на слое $(m+1)$.

В реальных вычислениях в уравнении (A.4) удобно вместо u ввести новую переменную $\psi = \exp(\beta u) - \exp(-\beta u)$ и затем решать уравнение на ψ методом (A.7). Здесь $\beta = \max(\alpha F/RT, (1-\alpha)F/RT)$. Дело в том, что экспоненты в (A.4) порождают большие значения производной его правой части по u , что делает устойчивыми вычисления с неприемлемо малым шагом по времени. Замена переменной уменьшает величину соответствующей производной по ψ и соответственно увеличивает допустимый шаг Δt . Значение u^{m+1} вычисляется обращением замены переменной.

В начальный момент времени $t=0$ ($m=0$) концентрации на всей сетке равнялись концентрациям на бесконечности, напряжение $u=0$ ($\psi=0$). Эволюция пространственных распределений концентраций со временем состоит в быстром возникновении на кинетической стадии тонкого пограничного слоя и последующем медленном его диффузионном утолщении с выходом на стационарные решения. В соответствии с этим до момента времени $t=0,25$ решение вычислялось на узкой и мелкой сетке $L=0,1$, $\Delta\eta=10^{-3}$, $\Delta t=5 \cdot 10^{-5}$; затем параметры менялись: $L=0,3$, $\Delta\eta=5 \cdot 10^{-3}$, $\Delta t=5 \cdot 10^{-3}$. Такая реализация алгоритма обеспечивала относительную точность 10^{-3} и требовала малого количества машинного времени.

ПРИЛОЖЕНИЕ В. АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Чтобы вычислить частотную характеристику, нужно найти решения гидродинамической (40), (42) и диффузионной (41), (43) граничных задач в зависимости от входящих в них параметров ω_+ и ω_- .

Рассмотрим способ решения гидродинамической задачи. Добавим в правую часть уравнения (40) производную $\partial\phi/\partial\tau$ по некоторому параметру τ . Теперь ϕ становится функцией двух переменных: $\phi(\eta, \tau)$. Если при $\tau \rightarrow \infty$ решение модифицированного уравнения стремится к стационарному, то предельная функция u будет решением исходной задачи (40), (42).

Реализуем этот метод численно. Будем искать решение уравнения (40) на сетке $\eta_{+,n} = n \cdot \Delta\eta_+$, $n=0, \dots, N$. Считая ϕ известной функцией на $(m-1)$ -м слое по τ , вычислим сеточное решение на слое номер m . Воспользуемся неявной разностной схемой. Ее применение позволяет выбирать большой шаг по τ , что приводит к быстрому установлению

решения. Аппроксимируя производные по координатам формулами (А.6), подставляя

$$\partial\varphi/\partial\tau = (\varphi_n^m - \varphi_n^{m-1})/\Delta\tau,$$

вычисляя $\int_0^{\eta_{+,n}} \varphi d\eta_+ = S_n^{m-1}$ методом трапеций на слое номер $(m-1)$, получим трехдиагональную систему линейных уравнений для φ_n^m :

$$\begin{aligned} \varphi_{n+1}^m \left(-\bar{S}_n \frac{\Delta\tau}{\Delta\eta_+} - \frac{\Delta\tau}{\Delta\eta_+^2} \right) + \varphi_n^m \left(1 + j\omega_+ \Delta\tau + 2\bar{\varphi}_n \Delta\tau + 2 \frac{\Delta\tau}{\Delta\eta_+^2} \right) + \\ + \varphi_{n-1}^m \left(\bar{S}_n \frac{\Delta\tau}{\Delta\eta_+} + \frac{\Delta\tau}{\Delta\eta_+^2} \right) = \varphi_{n-1}^m + (\bar{\varphi}_{n+1} - \bar{\varphi}_{n-1}) S_n^{m-1} \frac{\Delta\tau}{2\Delta\eta_+} + \\ + (2 + j\omega_+) \Delta\tau, \quad n = 1, \dots, N-1; \quad \varphi_0^m = 0, \quad \varphi_N^m = 1. \end{aligned} \quad (B.1)$$

Здесь $\bar{\varphi}_n$ — стационарное решение на сетке уравнения (38), а \bar{S}_n — его интеграл, вычисленный методом трапеций.

Система (B.1) решалась прогонкой [21]. При $\Delta\tau = 1$ решение устанавливалось за несколько итераций. Искомый градиент функции $\varphi'(0)$ вычислялся по формуле:

$$\varphi'(0) = (4\varphi_1 - \varphi_2)/2\Delta\eta.$$

Такую же процедуру можно применить для вычисления диффузионной частотной характеристики. Другой получается только система разностных уравнений:

$$\begin{aligned} \psi_{n+1}^m \left(-\eta_{-,n}^2 \frac{\Delta\tau}{2\Delta\eta_-} - \frac{\Delta\tau}{\Delta\eta_-^2} \right) + \psi_n^m \left(1 + j \cdot 0,834\Delta\tau + 2 \frac{\Delta\tau}{\Delta\eta_-^2} \right) + \\ + \psi_{n-1}^m \left(\eta_{-,n}^2 \frac{\Delta\tau}{2\Delta\eta_-} - \frac{\Delta\tau}{\Delta\eta_-^2} \right) = \psi_{n-1}^m + \eta_{-,n}^2 \bar{\psi}'_n, \quad n = 1, \dots, N-1; \\ \psi_0^m = \psi_N^m = 0. \end{aligned} \quad (B.2)$$

Здесь $\bar{\psi}'_n$ — производная ψ' в точке $\eta_{-,n} = n\Delta\eta_-$.

Значения $\varphi'(0)$ и $\psi'(0)$ для $\omega_{+,-} \leq 50$ вычислялись с точностью не хуже 0,5% при $N = 1001$, $\Delta\eta_{+,-} = 5 \cdot 10^{-3}$.

Институт теплофизики СО АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
17/VII 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Reiss L. P., Hanratty T. J. An experimental study of the unsteady nature of the viscous sublayer.— *AIChE Journ.*, 1963, N 9.
2. Mitchell J. E., Hanratty T. J. A study of turbulence at a wall using an electrochemical wall shear — stress meter.— *J. Fluid Mech.*, 1966, N 26.
3. Hanratty T. J. Study of turbulence close to a solid wall.— *Physics of Fluids Suppl.*, Boundary layers and turbulence, 1967.
4. Кутателадзе С. С., Капшинский О. Н., Мухин В. А. Экспериментальное исследование характеристик турбулентного слоя с положительным градиентом давления.— В кн.: Градиентные и отрывные течения/Под ред. С. С. Кутателадзе. Новосибирск, 1976.
5. Нестеров А. К. и др. Конвективный массообмен и закон затухания турбулентной диффузии в полимерных растворах, снижающих сопротивление.— В кн.: Механика турбулентных потоков. М.: Наука, 1980.
6. Бурдуков А. П., Козьменко Б. К., Накоряков В. Е. Распределение профилей скорости жидкой фазы в парожидкостном потоке при малых газосодержаниях.— *ПМТФ*, 1975, № 6.
7. Бурдуков А. П. и др. Диагностика основных турбулентных характеристик двухфазных потоков.— *ПМТФ*, 1979, № 4.
8. Кроковный П. М., Капшинский О. Н., Бурдуков А. П. Исследование массоотдачи в горизонтальном потоке.— *ИФЖ*, 1980, т. 38, № 1.
9. Mirushina T. The electrochemical method in transport phenomena.— In: *Advances in heat transfer*, v. 7. N. Y.— L., Academic Press, 1971.

10. Нигматулин Р. Ш. и др. Электрохимические методы исследования процессов переноса в жидкостях.— *Успехи химии*, 1975, т. 44, вып. 11.
11. Графов Б. М., Укше Е. А. Электрохимические цепи переменного тока. М.: Наука, 1973.
12. Феттер К. Электрохимическая кинетика. М.: Химия, 1967.
13. Jahn D., Vielstich W. Rates of electrode processes by the rotating disk method.— *J. Electrochem. Soc.*, 1962, v. 109, N 9.
14. Angell D. H., Dickinson T. The kinetics of the ferrous/ferric and ferro/ferricyanide reactions at platinum and gold electrodes.— *J. Electroanal. Chem.*, 1972, v. 35.
15. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.
16. Плесков Ю. В., Филиновский В. Ю. Вращающийся дисковый электрод.— М.: Наука, 1972, с. 143, 32, 76, 83, 314.
17. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973.
18. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959.
19. Капшинский О. Н., Малков В. А. Устройство для измерения скорости в двухфазном потоке. Авт. свид. № 699432 от 27.07.79.— *Открытия, изобретения, пром. образцы, товарные знаки*, 1979, № 43.
20. Гешев П. И., Черных А. И. Частотные характеристики электродиффузионного датчика скорости.— *ПМТФ*, 1979, № 4.
21. Годунов С. К., Рябенский В. С. Разностные схемы. М.: Наука, 1973.

В. М. БЕЛОЛИПЕЦКИЙ
АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ
ДЛЯ ДВУМЕРНЫХ УСТАНОВИВШИХСЯ ТЕЧЕНИЙ
СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

Постановка задачи. Рассмотрим двумерное установившееся движение тяжелой неоднородной жидкости. Влиянием вязкости и теплопроводности пренебрегаем. Стратифицированные течения с малым изменением плотности описываются уравнениями гидродинамики в приближении Буссинеска [1]. В переменных функциях ток — вихрь эти уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} &= 0, \\ u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} &= \frac{1}{Fr} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x}, \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} &= \omega, \\ u &= -\frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = \frac{\partial \psi}{\partial x}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь ρ — плотность, отнесенная к характерному приращению плотности $\Delta\rho = \rho - \rho_0$; ρ_0 — средняя величина плотности; ω — вихрь; ψ — функция тока; u, v — компоненты вектора скорости, отнесенные к характерной скорости u_0 ; x, y — координаты прямоугольной системы по отношению к характерной длине L (ось y направлена вниз), $Fr = \rho_0 u_0^2 / (Lg\Delta\rho)$, g — ускорение силы тяжести. Требуется определить параметры течения стратифицированной жидкости в двумерном водоеме, на одном конце которого жидкость втекает, а на другом вытекает из отверстия (d — высота водозаборного отверстия, h — расстояние от свободной поверхности до верхней кромки отверстия). В предположении, что поверхностные волны малы и не влияют на картину истечения, свободную поверхность можно заменить «твердой крышкой».

Граничные условия: нормальная составляющая скорости на стенке и на свободной поверхности равна нулю; задаются значения функции тока на стенке и в отверстии; на левой границе, находящейся на достаточно большом расстоянии от водозаборного отверстия, известно распределение плотности, вихря и функции тока. В качестве характерной длины возьмем глубину водоема, тогда на дне $y = 1, \psi = 1, v = 0$.

Перейдем в уравнениях (1) к независимым переменным x, ψ :

$$\begin{aligned} d\psi &= vdx - udy, \\ \frac{\partial}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \Big|_{\psi} + v \frac{\partial}{\partial \psi}, \\ \frac{\partial}{\partial y} &= -u \frac{\partial}{\partial \psi}, \\ \frac{d}{dt} &= u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} = u \frac{\partial}{\partial x}. \end{aligned} \quad (2)$$

С учетом этих соотношений уравнения для плотности и вихря легко интегрируются. В результате система (1) приводится к виду

$$\begin{aligned} \rho &= \rho(\psi), \quad \omega = \frac{1}{Fr} \cdot \frac{d\rho}{d\psi} y + f(\psi) \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} &= \omega. \end{aligned} \quad (3)$$

Рассмотрим течения, в которых плотность есть линейная функция ψ , т. е. $\frac{d\rho}{d\psi} = \text{const}$. Тогда, если при $x \rightarrow \infty$ $\omega = \omega_0(\psi), y = y_0(\psi)$, то

$$\omega = \frac{1}{Fr_1} [y - y_0(\psi)] + \omega_0(\psi), \quad (4)$$

(где $Fr_1^{-1} = Fr^{-1} \cdot \frac{d\rho}{d\psi} = \text{const}$). Предполагаем, что в водозаборном отверстии скорость равномерна по сечению. Итак, требуется найти такую функцию тока, которая является решением уравнения Гельмгольца и удовлетворяет условиям

$$\psi = 0 \text{ при } y = 0, \quad \psi = 1 \text{ при } y = 1, \quad (5)$$

$$\psi = H(y - h, d) \text{ при } x = 0, \quad 0 \leq y \leq 1.$$

На отрезке $[-1, 1]$ введем нечетную функцию $H(y - h, d)$ следующим образом:

$$H(y - h, d) = \begin{cases} -1, & -1 \leq y < -(h + d) \\ \frac{1}{d}(y + h), & -(h + d) \leq y \leq h \\ 0, & -h \leq y \leq h \\ \frac{1}{d}(y - h), & h \leq y \leq h + d \\ 1, & h + d \leq y \leq 1 \end{cases} \quad (6)$$

Пусть при $x \rightarrow \infty$ выполняется функциональная связь между вихрем, функцией тока и глубиной:

$$\omega_0(\psi) = \frac{1}{Fr_1} [y_0(\psi) - \psi], \quad (7)$$

тогда для функции тока получаем уравнение Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{1}{Fr_1} (y - \psi). \quad (8)$$

Решая это уравнение методом разделения переменных и учитывая условия (5), находим искомую функцию ψ в виде разложения

$$\begin{aligned} \psi &= y + \sum_{n=1}^N \sin(n\pi y) \left[A_n \cos\left(\sqrt{Fr_1^{-1} - n^2\pi^2} x + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + B_n \sin\left(\sqrt{Fr_1^{-1} - n^2\pi^2} x\right) \right] + \sum_{n=N+1}^{\infty} A_n \sin(n\pi y) e^{-\sqrt{n^2\pi^2 - Fr_1^{-1}} x}, \end{aligned} \quad (9)$$

где N определяется из условия

$$N\pi \leq Fr_1^{-1/2} < (N + 1)\pi \quad (10)$$

(при $x \rightarrow \infty \psi = y + \sum_{n=1}^N \sin(n\pi y) \left[A_n \cos\left(\sqrt{Fr_1^{-1} - n^2\pi^2} x\right) + B_n \sin \times \right. \\ \left. \times \left(\sqrt{Fr_1^{-1} - n^2\pi^2} x\right) \right]$). Из условия (5) и разложения (9) получаем урав-

нение для определения коэффициентов A_n

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\pi y) = H(y-h, d) - y. \quad (11)$$

Разлагая в ряд Фурье функции y и $H(y-h, d)$ на отрезке $(-1, 1)$, находим

$$y = -\frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cos(n\pi) \sin(n\pi y). \quad (12)$$

$$H(y-h, d) = -\frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{n} \cos(n\pi) + \frac{1}{\pi n^2 d} [\sin(n\pi h) - \sin(n\pi(h+d))] \right\} \sin(n\pi y).$$

Тогда

$$A_n = \frac{4}{n^2 \pi^2 d} \sin \frac{n\pi d}{2} \cos \left(n\pi h + \frac{n\pi d}{2} \right). \quad (13)$$

Итак, решение задачи (5), (6), (8) имеет вид (9), где коэффициенты A_n определяются соотношением (13), коэффициенты B_n — произвольные.

Если истечение происходит из очень узкой щели, расположенной в углу прямоугольного канала, т. е. $h=d=0$, то получим решение, найденное в работе [2]:

$$\psi(x, y) = y + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin(n\pi y) \left[\cos \left(\sqrt{\text{Fr}_1^{-1} - n^2 \pi^2 x} \right) + B_n \sin \left(\sqrt{\text{Fr}_1^{-1} - n^2 \pi^2 x} \right) \right] + \sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin(n\pi y) e^{-\sqrt{n^2 \pi^2 - \text{Fr}_1^{-1}} x}. \quad (14)$$

Решение (9), (13) в отличие от (14) позволяет определить влияние на картину истечения размеров и положения водозаборного отверстия. При $B_n=0$ для чисел Фруда, удовлетворяющих условию (10), имеем

$$\begin{aligned} \psi &= y + \sum_{n=1}^N A_n \sin(n\pi y) \cdot \cos \left(\sqrt{\text{Fr}_1^{-1} - n^2 \pi^2 x} \right) + \\ &+ \sum_{n=N+1}^{\infty} A_n \sin(n\pi y) e^{-\sqrt{n^2 \pi^2 - \text{Fr}_1^{-1}} x}, \\ u &= -1 - \pi \sum_{n=1}^N n A_n \cos(n\pi y) \cos \left(\sqrt{\text{Fr}_1^{-1} - n^2 \pi^2 x} \right) - \\ &- \sum_{n=N+1}^{\infty} \pi n A_n \cos(n\pi y) e^{-\sqrt{n^2 \pi^2 - \text{Fr}_1^{-1}} x}, \\ v &= -\sum_{n=1}^N A_n \sqrt{\text{Fr}_1^{-1} - n^2 \pi^2} \cdot \sin(n\pi y) \sin \left(\sqrt{\text{Fr}_1^{-1} - n^2 \pi^2 x} \right) - \\ &- \sum_{n=N+1}^{\infty} A_n \sqrt{n^2 \pi^2 - \text{Fr}_1^{-1}} \cdot \sin(n\pi y) e^{-\sqrt{n^2 \pi^2 - \text{Fr}_1^{-1}} x}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\rho = \frac{\rho_0}{\Delta \rho} + \psi.$$

Здесь $\Delta \rho = \rho_1 - \rho_0$, $\rho = \frac{\rho_0}{\Delta \rho}$ при $\psi=0$, $\rho = \frac{\rho_1}{\Delta \rho}$ при $\psi=1$. При решении практических задач часто требуется определить картину течения на

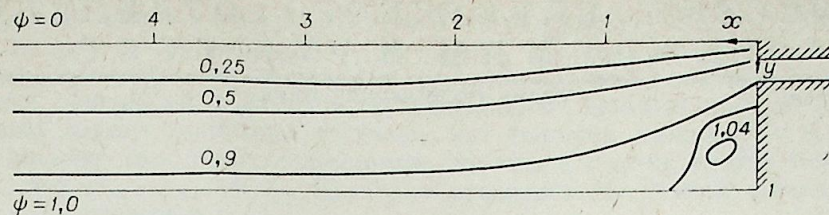


Рис. 1. Картина линий тока для случая оттока жидкости из водохранилища у поверхности.

$$h=0; d=0,3. \text{Fr}_1^{-1}=9,0.$$

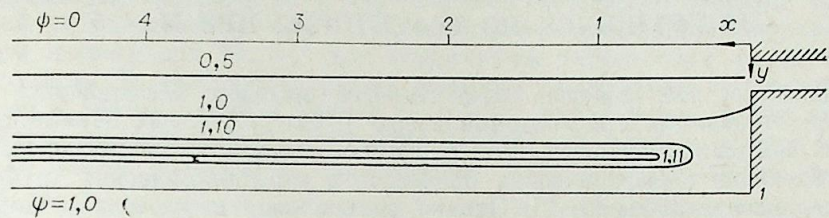


Рис. 2. Картина линий тока при $h=0,1; d=0,2. \text{Fr}_1^{-1}=\pi$.

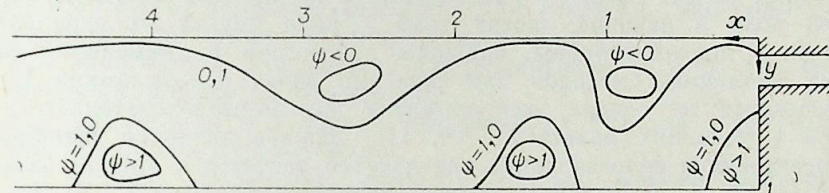


Рис. 3. Картина линий тока при $h=0,2; d=0,2. \text{Fr}_1^{-1}=15$.

большом расстоянии от водозаборного отверстия. Из решения (15) при $x \gg 1$ получаем

$$\psi = y + \sum_{n=1}^N A_n \sin(n\pi y) \cos \left(\sqrt{\text{Fr}_1^{-1} - n^2 \pi^2 x} \right), \quad (16)$$

$$N\pi \leq \frac{1}{\text{Fr}_1^{1/2}} < (N+1)\pi, \quad \rho = \frac{\rho_0}{\Delta \rho} + \psi.$$

Отсюда видно, что при $\text{Fr}_1 \leq 1/\pi$ появляются области возвратных течений. Если плотностное число Фруда больше $1/\pi$, то на достаточно большом расстоянии от водозаборного отверстия жидкость вовлекается в движение равномерно по глубине. На рис. 1—3 изображены линии тока для разных значений параметров. Построенное решение стационарной задачи истечения стратифицированной жидкости из двумерного водоема позволяет определить критическое число Фруда, для которого осуществляется селективный водозабор.

Вычислительный центр СО АН СССР,
Красноярск

Поступила в редакцию
18/XI 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Boussinesq I. Theorie analytique De La chaleur, v. 2. Paris, 1903.
2. Yih, Ch.-Sh. Dynamics of Nonhomogeneous Fluids. N.-Y.—L. 1965.

Е. М. МАКСИМОВА, А. М. ПАВЛЮЧЕНКО

СРАВНЕНИЕ РАСЧЕТНЫХ И ЛЕТНЫХ ДАННЫХ
ПО ТЕПЛООБМЕНУ ДЛЯ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЛ,
ДВИЖУЩИХСЯ ПО ТРАЕКТОРИИ ПРИ $M_\infty \leq 5$

Известно, что наиболее эффективным методом исследования проблем, возникающих при создании сверх- и гиперзвуковых объектов, является комплексный метод, объединяющий теоретические исследования, моделирование аэрофизических процессов в аэродинамических трубах и летные эксперименты [1, 2]. Однако роль и доля каждого из упомянутых подходов неодинаковы. Это обусловлено, с одной стороны, неадекватностью современных аэродинамических труб по числам Рейнольдса и условиям полета сверх- и гиперзвуковых аппаратов, наличием акустического поля в рабочих частях труб и ряда других их ограничений [3—6] и, с другой стороны, большим прогрессом в применении современных численных методов при решении задач аэродинамики [7—9], достижениями на основе экспериментов научно-исследовательского характера в условиях полета [4, 10, 11]. Важное значение приобретает непосредственное сопоставление результатов расчетов и летных экспериментов [1, 2]. Эффективность такого сравнения показана в [10, 11] и в обобщающей работе [12]. Следовательно, во многих случаях можно получить достаточно надежную информацию по аэрофизическим характеристикам летательных аппаратов, используя численные методы расчета и летный эксперимент.

В связи с изложенным выше научный и практический интерес представляет создание экономичной методики расчета на ЭВМ теплового состояния и сопротивления трения осесимметричных объектов для чисел Маха $M_\infty \leq 6$ и сравнение результатов расчетов с данными, полученными в летных условиях.

Приближенная методика численного расчета на ЭВМ теплообмена и сопротивления трения осесимметричных объектов с различными углами носовых частей для $M_\infty \leq 6$.

При полете тел в плотных слоях атмосферы на обтекаемой поверхности в общем случае формируется неизотермический сжимаемый турбулентный пограничный слой. Для чисел Маха $M_\infty \leq 6$ температура стенок, взаимодействующих с потоком, определяется внешним аэродинамическим нагревом, охлаждением поверхности излучением, способностью материала стенки поглощать тепло, процессами тепловой гравитационной конвекции внутри бортовых отсеков, продольным перетеканием тепла. Для тонких стенок температура поверхности может быть рассчитана из нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения энергии:

$$\rho c \delta_w \frac{\partial T_w}{\partial \tau} = \alpha (T_{re} - T_w) - \epsilon_w \sigma_0 T_w^4 - \epsilon_{wвн} \sigma_0 T_{wвн}^4 - \alpha_1 (T_{wвн} - T_{вн}^{возд}) - \delta_w \frac{\partial q}{\partial x} + q_s, \quad (1)$$

где ρ , c , δ_w — соответственно плотность, теплоемкость материала, толщина стенки; α и α_1 — коэффициенты теплоотдачи соответственно при внешнем обтекании и в условиях тепловой гравитационной конвекции в отсеках; $T_{r,e}$ — равновесная температура; T_w , $T_{wвн}$ — температуры по-

верхностей соответственно обтекаемой и внутренней; $T_{вн}^{возд}$ — температура воздуха в бортовом отсеке; τ — время; q_s — тепловой поток за счет поглощения солнечного излучения; ϵ_w , $\epsilon_{wвн}$ — степени черноты соответственно обтекаемой и внутренней поверхностей. Понятие тонкой стенки с точки зрения геометрии означает, что толщина стенки $\delta_w \ll d_n$, где d_n — диаметр тела в рассматриваемом сечении, а с точки зрения теплообмена, что $(T_w - T_{wвн}) \ll T_w$. Критерии применимости тонкой стенки рассмотрены, например, в [13].

Основное влияние на температуру стенки T_w при $M_\infty \leq 6$ оказывает внешний конвективный нагрев, поэтому точность определения T_w из уравнения (1) в значительной мере определяется точностью расчета коэффициента теплоотдачи α при внешнем обтекании (первый член в правой части уравнения (1)). При достаточно интенсивном аэродинамическом нагреве для $M_\infty > 3$ для корректного определения температуры поверхности T_w необходимо учесть эффекты охлаждения ее излучением (второй и третий члены в правой части (1)), охлаждение стенки за счет тепловой гравитационной конвекции (четвертый член в правой части (1)), а также продольное перетекание тепла, определяемое членом $\delta_w \frac{\partial q}{\partial x}$. В общем случае необходимо учесть и тепловой поток q_s за счет поглощения солнечного излучения. Уравнение (1) справедливо для случая, когда на внутренней поверхности стенки, обращенной к бортовому отсеку, отсутствует тепловая изоляция. Для решения уравнения (1) необходимо предварительно рассмотреть ряд вопросов:

- 1) о зависимости коэффициентов теплоотдачи α и α_1 от времени при движении объекта по траектории;
- 2) о ламинарном и турбулентном режимах течения в пограничном слое при изменении высоты полета;
- 3) о влиянии продольного переноса тепловой энергии вдоль стенки;
- 4) о выборе приближенных методов расчета коэффициентов теплоотдачи α и α_1 с целью создания экономичной программы для расчета аэродинамического нагрева из уравнения (1);
- 5) о распределении давления вдоль обтекаемого тела и о расчете локальных параметров на внешней границе пограничного слоя для различных углов при вершине носовых частей осесимметричных тел.

Для решения вопроса о зависимости от времени коэффициента теплоотдачи при внешнем обтекании тела рассмотрим уравнение Навье — Стокса:

$$Sh \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = - Eu \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \frac{1}{Re} \Delta \bar{u}. \quad (2)$$

Здесь Sh , Eu , Re — соответственно критерии Струхала, Эйлера и Рейнольдса. Число Струхала $Sh = \frac{L}{\tau U_c}$ (где U_c и L — характерные скорость и масштаб) в данном случае есть отношение характерного времени процесса, связанного с обтеканием тела, к локальным значениям времени движения его по траектории. Для значений $Sh \geq 1$ коэффициент теплоотдачи α зависит от времени, а для $Sh < 10^{-1}$ имеет место стационарный характер теплопередачи.

На рис. 1 представлены зависимости числа Sh от времени для различных точек по длине ракеты «Викинг» 10 [10] и метеоракеты М100 [14]. Видно, что для ракеты «Викинг» 10 на жидком топливе и метеоракеты М100 на твердом топливе, ускорение которой достигает 20g [14], число $Sh \sim 10^{-3} \div 10^{-5}$. Следовательно

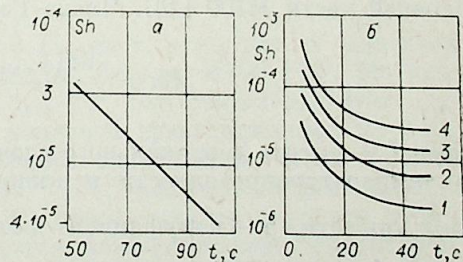


Рис. 1. Изменение числа Струхала при движении ракеты «Викинг» 10 (а) и метеоракеты М100 (б).
а) $x=0,66$ м; б) $x=0,113$ м (1), 0,3 (2), 0,649 (3), 1,223 м (4).

можно принять концепцию стационарного теплообмена в каждый момент времени, что позволит использовать для расчета коэффициента конвективной теплоотдачи α при внешнем обтекании известные стационарные теории Ван-Дриста [15], Сполдинга и Чи [16], Кутателадзе — Леонтьева [17] и др. Методы [15 ÷ 17] имеют достаточную для практики точность. Так теории Ван-Дриста и Сполдинга — Чи, как показано в [12], удовлетворительно согласуются с данными по теплоотдаче, полученными в аэродинамических трубах и в летных условиях в диапазоне местных чисел Маха $M_\infty = 1,4 \div 15$, температурного фактора от 1,3 до 0,1, чисел Рейнольдса $Re = 10^6 \div 3 \cdot 10^8$.

Эффективность метода Кутателадзе — Леонтьева в наибольшей степени доказана при решении задач с внутренним обтеканием (каналы, сопла и т. д.). Важным достоинством метода [17] является его экономичность и универсальность, определяемая возможностью учета раздельного влияния на теплообмен и трение таких возмущающих факторов, как неизотермичность, сжимаемость, вдув, продольный градиент давления и т. д. В связи с этим научный и практический интерес представляет использование метода Кутателадзе — Леонтьева для определения коэффициента теплоотдачи α при решении уравнения (1) и последующее сравнение расчетных и летных значений температуры поверхности тел.

В общем случае при расчете коэффициента теплоотдачи α_1 , связанного с тепловой гравитационной конвекцией в бортовых отсеках, для тел, движущихся по траектории в плотных слоях атмосферы, необходимо учитывать эффект нестационарности. Практически не исследован этот вопрос для осесимметричных объектов, летящих по траектории с ускорениями, многократно превышающими ускорение силы тяжести [14]. Применение соотношений для стационарных процессов в этих условиях требует обоснования. С этой целью проведено сопоставление времени, характерного для процессов переноса энергии в условиях тепловой гравитационной конвекции, и значений времени движения объекта по траектории, т. е. $\tau_{хар}$ и τ .

Для полета осесимметричных тел типа [10] и [14] тепловая гравитационная конвекция имеет место в вертикальном слое, заключенном между внутренней поверхностью стенки головной части и бортовой аппаратурой. Информацию о том, ламинарный или турбулентный режимы течения в вертикальном слое, можно в первом приближении получить из соотношений, представленных в [18] или [19]. В работе [19] получено следующее условие для турбулентного режима:

$$\bar{h}^3 \cdot Ra_{кр} \geq 5 \cdot 10^{10}. \quad (3)$$

Здесь $\bar{h} = \frac{H}{l}$ — относительная высота слоя; l — ширина зазора; H — высота вертикального слоя; $Ra_{кр}$ — критическое число Рэлея, рассчитываемое для характерного размера, равного l . Оценки показали, что для объекта типа [14] выполняется условие (3). О турбулентном характере течения в вертикальном слое в бортовом отсеке свидетельствуют и значения чисел Рэлея, приведенные на рис. 2 для ряда точек по длине головной части М100 [14]. Числа Рэлея рассчитывались по соотношению

$$Ra = \frac{\beta g (T_{внн} - T_{внн}^{возд}) L^3}{a\nu} n. \quad (4)$$

Здесь L — высота вертикального слоя, a, ν — коэффициенты соответственно температуропроводности и кинематической вязкости, g — ускорение силы тяжести, β — коэффициент объемного расширения, $n = \frac{a_g}{g}$ — перегрузка, a_g — ускорение в полете.

Характерное время для переноса тепловой энергии в условиях турбулентной тепловой конвекции определено по соотношению

$$\tau_{хар} = \frac{l}{U_m}. \quad (5)$$

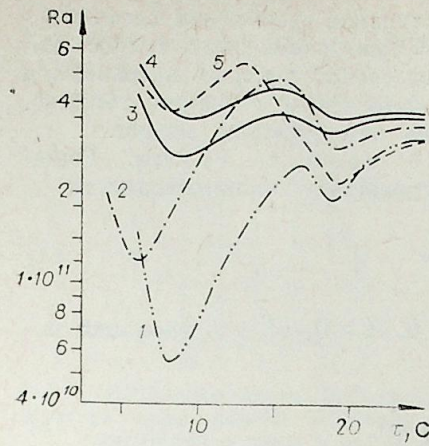


Рис. 2. Изменение числа Рэлея по траектории для головной части метеорита М100.
 $L = 0,968$ м (1), 0,245 (2), 0,649 (3), 0,113 (4); 0,386 м (5).

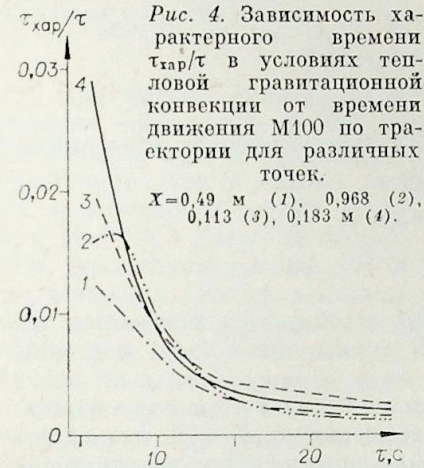


Рис. 4. Зависимость характерного времени $\tau_{хар}/\tau$ в условиях тепловой гравитационной конвекции от времени движения М100 по траектории для различных точек.
 $X = 0,49$ м (1), 0,968 (2), 0,113 (3), 0,183 м (4).

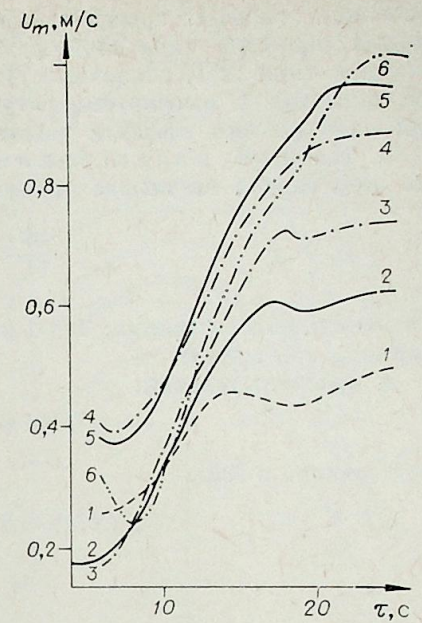


Рис. 3. Изменение скорости V_m по траектории М100.
 $X = 0,113$ м (1), 0,183 (2), 0,3 (3), 0,49 (4), 0,649 (5), 0,968 м (6).

На основе работы [20] здесь приняты за характерную скорость максимальная скорость в турбулентном пограничном слое на внутренней вертикальной стенке в бортовом отсеке, а за характерный линейный размер — ширина вертикального слоя l .

По аналогии с [20] скорость определяется из соотношения

$$U_m = C_1 \left(\frac{q_2 \cdot \bar{X} \beta a_g}{\rho c_p} \right)^{1/3}, \quad (6)$$

где $c_1 = 2,1 \div 2,2$; \bar{X} — координата вдоль вертикального слоя; q_2 — тепловой поток от внутренней стенки к воздуху за счет конвекции. В отличие от [19] в (6) вместо ускорения силы тяжести использовано реальное ускорение тела a_g .

На рис. 3 приведена зависимость U_m от τ , а на рис. 4 зависимость относительного значения $\tau_{хар}/\tau$ от τ для объекта М100 [14]. Из рис. 4 видно, что для приведенных точек $\tau_{хар} \ll \tau$. Это свидетельствует о стационарном характере турбулентной тепловой гравитационной конвекции в вертикальном слое и о справедливости зависимости числа Нуссельта от числа Рэлея в виде $Nu = 0,130 \cdot Ra^{1/3}$ [21], полученной для стационарных условий. Тепловой поток q_2 в (6) рассчитывался с учетом этой зависимости. Таким образом, для расчета коэффициентов теплоотдачи α и α_1 в уравнении (1) могут быть использованы методы, применяемые для стационарных условий теплообмена.

Учет в уравнении (1) члена $\delta_w \frac{\partial q}{\partial x}$ сводится по существу к оценке систематической ошибки, связанной с продольным переносом тепла в

оболочкам головных частей от оболочек ступеней двигателей осесимметричных объектов типа [10] и [14]. Особенно важен этот вопрос для объектов типа [14], оболочки ступеней двигателей которых нагреваются при контакте с высокотемпературными продуктами сгорания топлива. Для оценки этого эффекта рассмотрим две канонические задачи.

1. Нагрев полуограниченного тела с торца. Решение этой задачи на основе одномерного уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (7)$$

для начального состояния: $t=0$ и $T(X)=0$, $X>0$, (X — продольная координата, t — время)

и краевого условия:

$$T(0) = T_0 = \text{const} \quad (8)$$

представлено в [22]:

$$T(X, t) = T_0 \Phi^* \left(\frac{X}{2\sqrt{at}} \right), \quad (9)$$

$$\Phi^* = 1 - \Phi; \quad \Phi = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{X}{2\sqrt{at}}} e^{-\xi^2} d\xi.$$

Ниже приведены данные расчета для $X=0,1$ м и различных значений t :

t	10 с	20 с	30 с	40 с
$\frac{0,1}{2\sqrt{at}}$	5,0	3,5	3,0	2,5
Φ^*	~ 0	~ 0	$2 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-4}$

Видно, что за 40 с стенка в точке $X=0,1$ м нагреется менее, чем на тысячную долю от перепада температур. В точках при $X>0,1$ м стенка нагреется еще меньше.

2. Нагрев тела с торца по гармоническому закону. В соответствии с [22], если торец имеет температуру $T_0 + T_1 \cdot \cos \omega t$, то температура в произвольной точке по длине определяется выражением

$$T(X, t) = T_0 + T_1 e^{-k^* X} \cos(\omega t - k^* X), \quad (10)$$

где $k^* = \left(\frac{\omega}{2a}\right)^{1/2}$; $\omega = \frac{2\pi}{\tau_h}$; τ_h — период колебаний. Ниже приведены данные для $X=0,1$ м:

τ_h	1 с	2 с	3 с
ω	6,28	2,09	1,2
$k^* = \left(\frac{\omega}{2a}\right)^{1/2}$	~ 600	~ 350	250
$e^{-k^* \cdot 0,1}$	0	~ 0	~ 0

Видно, что колебания температуры на торце при $X=0$ практически не проявляются в $X \geq 0,1$ м.

Таким образом, при решении уравнения (1) членом $\delta_w \frac{\partial q}{\partial x}$ можно пренебречь. Для корректного сопоставления расчетных и экспериментальных данных по аэродинамическому нагреву необходима информация о том, ламинарный или турбулентный режим течения в пограничном слое при движении объекта по траектории в плотных слоях атмосферы. При движении по траектории осесимметричных тел типа [10] или [14] числа Рейнольдса значительно изменяются с увеличением высоты полета, что показано на рис. 5 и 6.

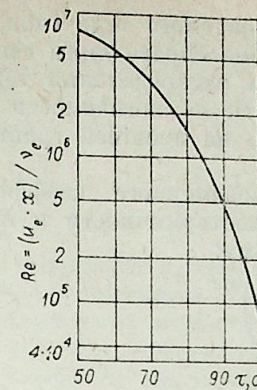


Рис. 5. Изменение числа Рейнольдса для головной части ракеты «Викинг» 10 по траектории в точке $X=0,66$ м.

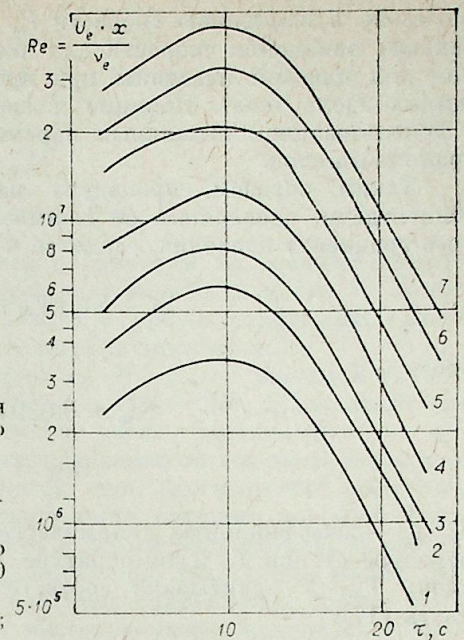


Рис. 6. Изменение чисел Рейнольдса по длине головной части метеороакеты M100 во времени.

$X=0,113$ м (1); 0,183 (2); 0,245 (3); 0,386 (4); 0,649 (5); 0,968 (6); 1,289 м (7).

При числах Рейнольдса $Re < 10^5 \div 10^6$ может наступить реламинизация сжимаемого турбулентного пограничного слоя. Значение числа Рейнольдса, при котором наступает реламинизация турбулентного пограничного слоя в летных условиях за турбулизатором, установленном на полированном конусе ракеты «Викинг» 10 [10], равно $Re_c \leq 0,9 \cdot 10^6$ при $M_\infty = 3,7$. Характер изменения чисел Рейнольдса для объекта M100 [14], представленных на рис. 6, позволяет утверждать, что в полете также возможна реламинизация сжимаемого турбулентного пограничного слоя, естественно развивающегося на нагретой неполированной поверхности тела, так как через 1 с после старта число Рейнольдса, рассчитанное по длине головной части и параметрам набегающего потока, достигает значения $Re_\infty \geq 10^7$. Учет реламинизации, т. е. обратного перехода от турбулентного режима течения в сжимаемом пограничном слое к ламинарному, осложняется тем, что количество экспериментальных данных по исследованию этого явления в летных условиях ограничено.

Первые этот эффект для сжимаемых течений был обнаружен экспериментально в [23] и [24], а в летном эксперименте, по-видимому, в [10]. Реламинизация в [23] и [24] происходила под влиянием продольного отрицательного градиента давления, а в [10] — в связи с уменьшением плотности воздуха при подъеме объекта в плотных слоях атмосферы. При движении осесимметричного тела типа [14], имеющего более сложную аэродинамическую форму, чем «Викинг» 10, реламинизация может происходить с увеличением высоты полета и продольного градиента давления. Вследствие отсутствия практических рекомендаций по учету начала обратного перехода в сжимаемом пограничном слое необходимы экспериментальные исследования этого явления в летных условиях [1], что позволит проверить надежность критериев реламинизации, предложенных, например, в [25].

Определение коэффициента теплоотдачи α , входящего в уравнение (1), осуществлено по методу [17] в два этапа, связанных с учетом газодинамических особенностей обтекания тел: 1) рассчитаны параметры re , Me , T_e на внешней границе пограничного слоя с учетом продольного градиента давления; 2) числа Рейнольдса определены по локальным параметрам на внешней границе турбулентного пограничного слоя. Это, как показано в [17], позволило сохранить консервативность закона теп-

лообмена к изменению скорости U_e вдоль обтекаемого тела (при любых законах изменения скорости для чисел Стантона справедливы соотношения для плоской пластины при произвольном распределении теплового потока вдоль тела). Влияние неізотермичности и сжимаемости учтено с использованием локальных параметров $M_e T_e$ на внешней границе пограничного слоя.

Таким образом, процедура расчета безразмерного коэффициента теплоотдачи, зависящего от сжимаемости, неізотермичности и продольного градиента давления, сводится к следующему:

$$St = St_0 (\Psi_M \Psi_t)^{0,8} \left(\frac{\mu_w}{\mu_e} \right)^{0,2} \quad (11)$$

Здесь

$$St_0 = 0,029 Re_X^{-0,2} Pr^{-0,6}, \quad (12)$$

$$Re_X = \frac{\rho_e U_e X}{\mu_w}, \quad (13)$$

μ_w, μ_e — коэффициенты динамической вязкости соответственно при температуре стенки T_w и температуре T_e на внешней границе пограничного слоя; Ψ_M, Ψ_t учитывают соответственно сжимаемость и неізотермичность [17]:

$$\Psi_M = \left[\frac{\arctg \left\{ M_e \sqrt{r_T \frac{\kappa-1}{2}} \right\}}{M_e \sqrt{r_T \frac{\kappa-1}{2}}} \right]^2, \quad (14)$$

$$r_T = \sqrt[3]{Pr}; \quad \kappa = 1,4;$$

$$\Psi_t = \left[\frac{2}{\sqrt{\frac{T_w}{T_e} + 1}} \right]^2, \quad (15)$$

где T_{re} — равновесная температура, рассчитываемая по параметрам M_e, T_e на внешней границе пограничного слоя:

$$T_{re} = T_e \left(1 + r_T \frac{\kappa-1}{2} M_e^2 \right). \quad (16)$$

Коэффициент теплоотдачи α в уравнении (1) определяется соотношением

$$\alpha = \rho_e \cdot U_e \cdot c_{pe} \cdot St. \quad (17)$$

Коэффициент трения в сжимаемом турбулентном пограничном слое рассчитывается аналогично числу Стантона

$$\frac{C_f}{2} = \frac{C_{f0}}{2} (\Psi_M \Psi_t)^{0,8} \left(\frac{\mu_w}{\mu_e} \right)^{0,8}, \quad (18)$$

$$\text{где } \frac{C_{f0}}{2} = 0,029 Re_X^{-0,2}. \quad (19)$$

Алгоритм расчета коэффициента теплоотдачи для ламинарного сжимаемого пограничного слоя определяется следующими зависимостями, представленными, например, в [26]:

$$St_{\pi} = \frac{0,574}{\sqrt{Re_X}} \cdot \frac{\sqrt{\Psi_{\pi}}}{Pr^{2/3}}, \quad (20)$$

где

$$Re_X = \frac{\rho_e U_e X}{\mu_e}, \quad (21)$$

$$\Psi_{\pi} = \psi^{-0,22} \psi^*^{-0,08}, \quad (22)$$

$$\psi = \frac{T_w}{T_e}, \quad \psi^* = \frac{T_{r,e}}{T_e}; \quad (23)$$

$$T_{re} = T_e \left(1 + r_{\pi} \frac{\kappa-1}{2} M_e^2 \right); \quad (24)$$

$$r_{\pi} = \sqrt{Pr}; \quad (25)$$

$$\alpha_{\pi} = \rho_e \cdot U_e \cdot c_{pe} \cdot St_{\pi}. \quad (26)$$

Индекс e относится здесь к локальным параметрам на внешней границе сжимаемого ламинарного пограничного слоя, имеющего место на обтекаемой поверхности до наступления перехода к турбулентности, либо вследствие реламинаризации турбулентного пограничного слоя.

Определение локальных параметров ρ_e, M_e, T_e на внешней границе сжимаемого пограничного слоя, входящих в (11)—(26), представляет собой самостоятельную задачу, требующую учета газодинамических особенностей обтекания осесимметричных тел, движущихся по траекториям. Наглядно эти особенности проявляются при рассмотрении обтекания объекта типа M100 [14], носик головной части которого по своей форме есть заостренное тело, близкое к конусу с углом полураствора $\theta_{кон} = 30^\circ$. Для такого большого угла $\theta_{кон}$ при движении по траектории может формироваться головная ударная волна, как присоединенная к носу M100, так и отошедшая от него, т. е. имеет место некоторое критическое число Маха M^* , разделяющее режимы обтекания заостренного тела с присоединением и отходом ударной волны. В соответствии с [27] число $M^* = 1,5$ для $\theta_{кон} = 30^\circ$. Таким образом, при $M_{\infty} > 1,5$ имеет место присоединенная ударная волна, а при $M_{\infty} < 1,5$ — отошедшая. Для полуугла $\theta_{кон} = 52^\circ$, например, число $M^* = 3,2$. Определение локальных значений статического давления P_e на обтекаемой поверхности, а следовательно, и на внешней границе сжимаемого пограничного слоя по маршевой схеме [29] и на носике по методу расщепления [28] требует значительных затрат времени на ЭВМ БЭСМ-6, особенно при варьировании угла атаки тела. Поэтому для создания экономичной схемы расчета на ЭВМ практический интерес представляет метод Ньютона [30]:

$$P_e = P_{\infty} (1 + \kappa M_{\infty}^2 \sin^2 \alpha), \quad (27)$$

где P_{∞}, M_{∞} — статическое давление и число Маха до ударной волны; α — угол между вектором скорости набегающего потока и касательной в рассматриваемой точке.

Формула (27) справедлива при достаточно больших значениях числа Маха. Приемлемость (27) для чисел Маха полета $M_{\infty} \geq 1,5$ была проверена путем сопоставления с расчетами по методам [28] и [29] для заостренного конуса с полууглом при вершине $\theta_{кон} = 52^\circ$ для объекта типа [14]. На рис. 7 и 8 приведены данные расчетов статического давления для носовой части осесимметричного тела на основе метода расщепления [28], метода установления [29] и по формуле (27). При этом давление в окрестности носика численно рассчитано по [28], а на остальной части — по [29]. Расчет же по формуле Ньютона охватил всю расчетную область. Из рис. 7 и 8 видно, что формула (27) дает приемлемую точность расчета давления на внешней границе сжимаемого пограничного слоя, что позволило ее использовать в дальнейших расчетах локальных значений M_e , а затем T_e и ρ_e .

Для расчета параметров M_e, ρ_e, T_e использован следующий алгоритм. При $M_{\infty} < M^*$ полное давление за отошедшей ударной волной определялось по зависимости для прямого скачка [30], так как заостренный носик головной части имеет конечное значение притупления:

$$\frac{P_{0\infty}}{P_{00}} = \left(\frac{2\kappa}{\kappa+1} M_{\infty}^2 - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \cdot \left[\frac{(\kappa-1) M_{\infty}^2 + 2}{(\kappa+1) M_{\infty}^2} \right]^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}. \quad (28)$$

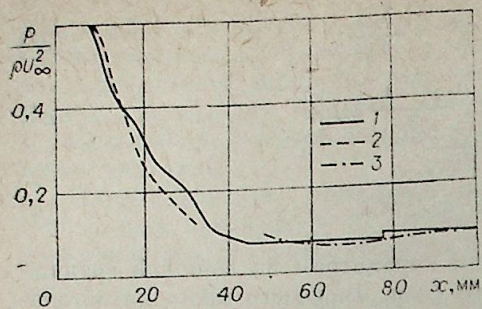


Рис. 7. Распределение давления на поверхности головной части метеоракеты при $M_\infty = 3$; $\theta_{\text{кон}} = 52^\circ$; $\alpha = 0$.
1 — метод Ньютона; 2 — метод [28]; 3 — метод [29].

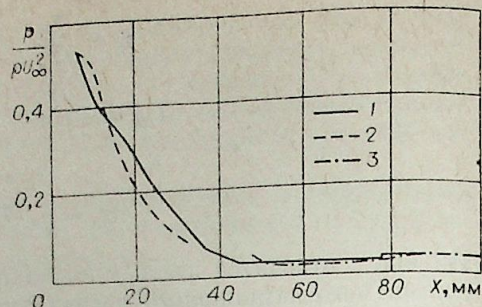


Рис. 8. Распределение давления на головной части метеоракеты при $M_\infty = 5$; $\theta_{\text{кон}} = 52^\circ$; $\alpha = 0$.
1 — метод Ньютона; 2 — метод [28]; 3 — метод [29].

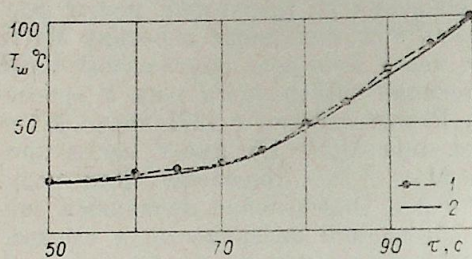


Рис. 9. Изменение температуры головной части ракеты «Викинг» 10 по траектории для $X = 0,66$ м (ламинарный пограничный слой).
1 — летный эксперимент; 2 — расчет.

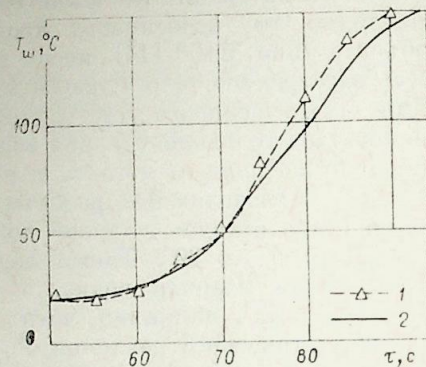


Рис. 10. Изменение температуры головной части ракеты «Викинг» 10 по траектории для $X = 0,66$ м (турбулентный пограничный слой).
1 — летный эксперимент; 2 — расчет.

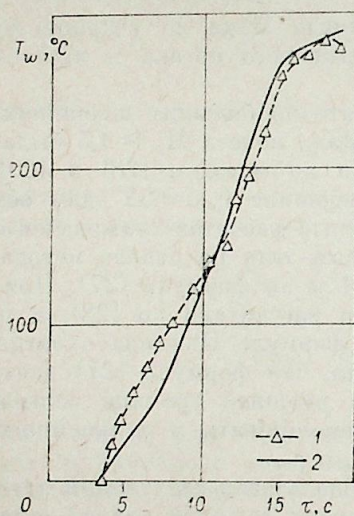


Рис. 11. Изменение температуры головной части метеоракеты M100 по траектории для $X = 0,183$ м.
1 — летный эксперимент; 2 — расчет.

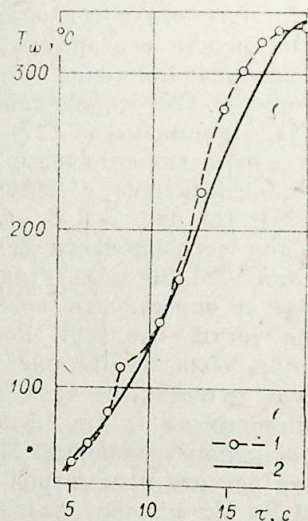


Рис. 12. Изменение температуры головной части метеоракеты M100 по траектории для $X = 0,386$ м.
1 — летный эксперимент; 2 — расчет.

Здесь P_{00} , $P_{0\infty}$ — полные давления соответственно за ударной волной и до нее. Для присоединенной головной ударной волны при $M_\infty > M^*$ давление торможения P_{00} определялось по соотношению для косога скачка [31]:

$$\frac{P_{0\infty}}{P_{00}} = \left(\frac{2\kappa}{\kappa+1} M_\infty^2 \sin^2 \beta - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \cdot \left[\frac{(\kappa-1) M_\infty^2 \sin^2 \beta + 2}{(\kappa+1) M_\infty^2 \sin^2 \beta} \right]^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad (29)$$

Здесь β — угол скачка. Полное давление перед скачком $P_{0\infty}$ связано со статическим давлением перед скачком P_∞ следующим соотношением [30]:

$$P_{0\infty} = P_\infty \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M_\infty^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad (30)$$

Значения статического давления P_∞ берутся из таблиц стандартной атмосферы на основе траекторных данных. Значения угла β приведены в помограммах [32] и взяты для не менее 10 значений числа Маха M_∞ с последующим использованием квадратичной интерполяции для промежуточных значений чисел M_∞ на траектории.

Локальные числа Маха M_e на внешней границе пограничного слоя, формирующегося за ударной волной на осесимметричном теле, определяются изэнтропическим соотношением [30]

$$\frac{P_e}{P_{00}} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M_e^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}} \quad (31)$$

Выражение для M_e из (31) имеет вид

$$M_e = \sqrt{\left[\left(\frac{P_{00}}{P_e} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right] \frac{2}{\kappa-1}} \quad (32)$$

Статическое давление P_e в (32) определяется по формуле Ньютона (27), начиная с числа $M_\infty = 1,3$.

Локальное значение температуры T_e определяется по изэнтропическому соотношению [30]:

$$T_e = \frac{T_{00}}{1 + \frac{\kappa-1}{2} M_e^2} \quad (33)$$

где T_{00} — температура торможения за скачком. Локальные значения плотности рассчитываются из уравнения состояния:

$$\rho_e = \frac{P_e}{RT_e} \quad (34)$$

Коэффициент теплоотдачи α_1 для тепловой гравитационной конвекции, учитываемой четвертым членом в правой части уравнения (1), рассчитан по критериальной зависимости для стационарного турбулентного пограничного слоя в вертикальном слое внутри бортового отсека [21], так как было показано, что $\tau_{\text{хар}} < \tau$

$$\text{Nu} = 0,130 \text{Ra}^{1/3} \quad (35)$$

Числа Рэлея при движении по траектории рассчитывались по соотношению (4). При этом для объекта типа M100 [14] температура $T_{\text{вп}}^{\text{возд}}$ в (4) бралась из эксперимента, что увеличивало надежность расчетов.

Тепловой поток q_* в уравнении (1), поглощенный поверхностью осесимметричного объекта при воздействии солнечного излучения, учитывался по [32]:

$$q_* = \bar{q} \cdot \beta_c \cos \varphi \quad (36)$$

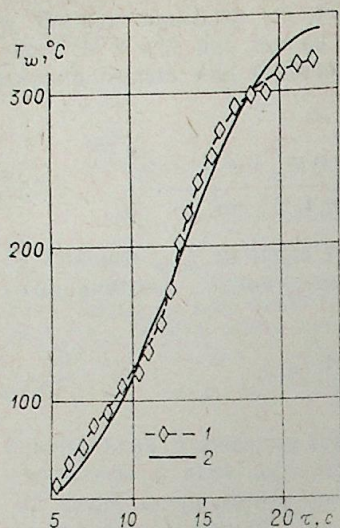


Рис. 13. Изменение температуры в одной точке обтекаемой поверхности головной части метеоракеты М100 по траектории для $X = 0,649$ м.
1 — летный эксперимент; 2 — расчет.

Для нелинейного дифференциального уравнения (1) численно решена задача Коши методом Рунге — Кутты. Необходимые в процессе решения данные (температура T_∞ , вязкость ν_∞ , плотность ρ_∞ и давление P_∞ воздуха, скорость звука a_∞), изменяющиеся при движении объекта по траектории, вводились в программу в виде массивов с использованием таблиц стандартной атмосферы. Значения этих параметров в любой точке по траектории вычислялись с помощью квадратичной интерполяции.

Для расчета на ЭВМ БЭСМ-6 температуры в одной точке обтекаемой поверхности метеоракеты М100 [14] необходимо не более 30 с, что свидетельствует о высокой экономичности предлагаемой методики.

Ниже проведено сравнение данных расчетов и летных экспериментов. На рис. 9 и 10 сопоставляются результаты расчета и летного эксперимента на ракете «Викинг» 10 [10] по температурам стенки соответственно для ламинарного и турбулентного пограничных слоев. Отличие расчетных и летных данных для ламинарного пограничного слоя не превосходит 1,5%, а для турбулентного — 4%. Существенно, что в расчетах, представленных на рис. 10, учтена реламинаризация турбулентного пограничного слоя, наступающая при $\tau = 87$ с и $Re_{xe} = 0,9 \cdot 10^6$ [10]. Ламинарный пограничный слой (см. рис. 9) и ламинарный участок после реламинаризации сжимаемого турбулентного пограничного слоя описывается соотношениями (20) — (26), а турбулентный — соотношениями (11) — (19). При этом в уравнении (1) члены, описывающие охлаждение поверхности излучением и тепловую гравитационную конвекцию, не учитывались, так как поверхность исследуемого конуса была полированной, а температура внутренней поверхности стенки не превышала 170°C, и вклад этих членов в тепловой баланс по расчетам пренебрежимо мал.

Применительно к метеоракете М100 [14] расчеты теплового состояния осуществлены с учетом всех членов уравнения (1), так как это осесимметричное тело движется от старта в плотных слоях атмосферы с большими ускорениями, достигающими 20g, что определяет более интенсивный аэродинамический нагрев головной части в сравнении с [10]. На рис. 11—13 приведены данные численного расчета на ЭВМ температуры поверхности по длине головной части М100 и летные данные. Максимальное отличие расчетных и экспериментальных значений температуры не превышает 8%. Численный эксперимент показал, что для объекта М100 числа Рейнольдса на внешней границе пограничного слоя, соответствовавшие реламинаризации естественно развивавшегося турбулентного пограничного слоя, находились в пределах $Re_e = (3 \div 4) \cdot 10^6$. Сопоставление алгоритма, определяемого соотношениями (11) — (17), для расчета внешнего конвективного нагрева обтекаемой поверхности с методами [15] и [16] показало, что последние два метода дают более низкие значения коэффициентов теплоотдачи, ухудшая совпадение расчетных и летных данных по температурам стенки объектов [10] и [14].

На основе сравнения данных расчетов на ЭВМ БЭСМ-6 и летных экспериментов можно сделать следующие выводы:

где \bar{q} — поток теплового излучения от Солнца, зависящий от высоты полета тела и метеорологических условий; β_e учитывает поглощательную способность материала; φ — угол между направлением солнечных лучей и нормалью к поверхности.

Для расчета на ЭВМ БЭСМ-6 температуры в одной точке обтекаемой поверхности метеоракеты М100 [14] необходимо не более 30 с, что свидетельствует о высокой экономичности предлагаемой методики.

Ниже проведено сравнение данных расчетов и летных экспериментов. На рис. 9 и 10 сопоставляются результаты расчета и летного эксперимента на ракете «Викинг» 10 [10] по температурам стенки соответственно для ламинарного и турбулентного пограничных слоев. Отличие расчетных и летных данных для ламинарного пограничного слоя не превосходит 1,5%, а для турбулентного — 4%. Существенно, что в расчетах, представленных на рис. 10, учтена реламинаризация турбулентного пограничного слоя, наступающая при $\tau = 87$ с и $Re_{xe} = 0,9 \cdot 10^6$ [10]. Ламинарный пограничный слой (см. рис. 9) и ламинарный участок после реламинаризации сжимаемого турбулентного пограничного слоя описывается соотношениями (20) — (26), а турбулентный — соотношениями (11) — (19). При этом в уравнении (1) члены, описывающие охлаждение поверхности излучением и тепловую гравитационную конвекцию, не учитывались, так как поверхность исследуемого конуса была полированной, а температура внутренней поверхности стенки не превышала 170°C, и вклад этих членов в тепловой баланс по расчетам пренебрежимо мал.

На основе сравнения данных расчетов на ЭВМ БЭСМ-6 и летных экспериментов можно сделать следующие выводы:

1. Создана экономичная и достаточно надежная методика расчета теплового состояния гиперзвуковых объектов типа «Викинг» 10 [10] и М100 [14], существенно различающихся по форме головных частей, типу двигателей, траекториям, ускорениям.

2. Хорошее согласование расчетных и летных данных для существенно различных объектов [10] и [14] позволяет утверждать о допустимости использования концепции стационарности сжимаемого пограничного слоя, тепловой гравитационной конвекции в отсеках и стационарности газодинамических процессов, имеющих место при движении такого типа объектов по траектории при $M_\infty \leq 5$.

Авторы выражают благодарность Н. Н. Яненко, Н. А. Желтухину, Ю. А. Брагину, А. И. Леонтьеву, А. Г. Кирдяшкину, А. Г. Иштулову за полезные обсуждения и постоянное внимание к работе; Г. А. Тарнавскому и В. Ф. Волкову за отдельные расчеты статического давления на обтекаемой поверхности объекта типа М100.

Институт теоретической и прикладной механики
СО АН СССР, Новосибирск

Поступила в редакцию
17/II 1982

ЛИТЕРАТУРА

- Желтухин Н. А., Павлюченко А. М. Научные проблемы создания летного научно-исследовательского комплекса.— В кн.: Прикладная аэрогазодинамика и тепловые процессы. Новосибирск: ИТГМ СО АН СССР, 1980.
- Siemens P. M., Larson T. J. Space Shuttle Orbiter and Aerodynamic Testing.— AJAA Journ., 1980, v. 18, N 1.
- Лукашевич Дж. Критический обзор развития экспериментальных методов в аэродинамике больших скоростей.— В кн.: Механика, № 5. М.: Мир, 1974.
- Львин О. В. Перспективы развития аэродинамических труб.— В кн.: Тезисы докл. Всесоюз. симп. по методам аэрофизических исследований. Новосибирск, 1976.
- Kendall J. M. Wind Tunnel Experiments Relating to Supersonic and Hypersonic Boundary — Layer Transition.— AJAA Journ., 1975, v. 13, N 3.
- Мачехин Г. П., Хвостов П. П. Перспективы развития аэродинамической экспериментальной базы за рубежом (по материалам иностранной печати). Обзор ЦАГИ им. Н. Е. Жуковского. М., 1976.
- Ковеня В. М., Яненко Н. Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики. Новосибирск: Наука, 1981.
- Брили У. Р., Макдональд Х. Неявный метод расщепления уравнений Навье — Стокса для трехмерных сжимаемых течений.— В кн.: Численное решение задач гидромеханики. М.: Мир, 1977.
- Алексин В. А., Шевелев Ю. Д. Численное исследование пространственных турбулентных пограничных слоев. Препринт ИИМ АН СССР. № 1477, М., 1980.
- Снодграсс. Полетные испытания по определению аэродинамического нагрева и точки перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный на носовой конической части ракеты «Викинг» 10.— Вопросы ракетной техники, 1957, № 1.
- Hidalgo H., Kadanoff L. P. Comparison Between Theory and Flight Ablation Data.— AJAA Journal, vol. 1, N 1, 1963.
- Zoby E. V., Graves R. A. Jr. Comparison of Turbulent Prediction Methods with Ground and Flight Test Heating Data.— AJAA Journ., vol. 15, N 7, 1977.
- Жданов В. В., Майоров А. И. О применении метода сглаживающих сплайнов в обработке результатов теплового эксперимента.— В кн.: Аэродинамическое нагревание при сверхзвуковых скоростях полета. М.: ЦАГИ, 1980.
- Гайгеров С. С. Исследование синоптических процессов в верхних слоях атмосферы. М.: Гидрометеоиздат, 1973.
- Ван-Дриест Е. Турбулентный пограничный слой в сжимаемых жидкостях.— В кн.: Механика, № 1. М., 1952.
- Снолдинг Д. Б., Чи С. В. Закон сопротивления для сжимаемого турбулентного пограничного слоя на гладкой пластине при наличии теплопередачи и без нее.— В кн.: Механика, № 6. М., 1964.
- Кутателадзе С. С., Леонтьев А. П. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М.: Энергия, 1972.
- Cheesewright R. Turbulent Natural Convection From a Vertical Plane Surface.— Journal of Heat Transfer, vol. 90, Series C., N 1, 1968.
- Кирдяшкин А. Г. Структура тепловых гравитационных течений вблизи поверхности теплообмена. Докт. дис. Новосибирск, 1975.
- Кутателадзе С. С., Кирдяшкин А. Г., Ивакин В. П. Турбулентная естественная конвекция у вертикальной изотермической пластины.— ДАН СССР, 1974, т. 217, № 6.
- Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат, 1979.
- Карслоу Г., Эгер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964.
- Sternberg J. Aero. Sci., 1952, N 19.

24. Сергеев А. А., Гревцев В. К. Переход турбулентного пограничного слоя в ламинарный.— ДАН СССР, 1959, т. 125, № 4.
25. Секундов А. П. Применение дифференциального уравнения для турбулентной вязкости к анализу плоских неавтономных течений.— Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 5.
26. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое/Ред. С. С. Кутателадзе. Новосибирск, 1964.
27. Краснов Н. Ф. Аэродинамика ракет. М.: Высш. школа, 1971.
28. Тарнавский Г. А. Метод расщепления и его применение для решения пространственных задач газодинамики. Канд. дис. Новосибирск, 1980.
29. Шапкин А. П., Волков В. Ф. Об одной схеме численного расчета невязких газодинамических течений.— В кн.: Задачи обтекания тел пространственной конфигурации. Новосибирск, 1978.
30. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. М.: Наука, 1976.
31. Карафоли Е. Аэродинамика больших скоростей. М., 1960.
32. Краснов Н. Ф. Аэродинамика, ч. 2. М.: Высшая школа, 1980.

УДК 629.13.014.31

И. И. МАЖУЛЬ

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛИГОНАЛЬНЫХ НЕСУЩИХ КОРПУСОВ ПРИ СВЕРХЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ

В последнее время большой интерес вызывают исследования аэродинамических характеристик пространственных конфигураций летательных аппаратов типа несущих корпусов с высокими значениями коэффициента объема $\tau = V/S_{пл}^{3/2}$, приспособленных для длительного полета в атмосфере при гиперзвуковых скоростях. Наиболее актуальны сравнительные исследования, которые способствуют определению качества, имеющих более высокие значения аэродинамического качества. Задача определения оптимальной формы несущего объемного тела с учетом многочисленных требований, которые могут существенно отличаться для летательных аппаратов различного назначения, является достаточно сложной и решается, как правило, с использованием упрощающих предположений. Эти упрощения могут сводиться, например, к выбору геометрического класса тел, в котором ищется решение.

Основными факторами, определяющими аэродинамические характеристики несущих пространственных объемных тел, являются форма несущей поверхности в плане, распределение объема по длине и форма поперечного сечения. Выявлению влияния этих факторов на несущие свойства и максимальное аэродинамическое качество K_{max} конфигураций, аналогичных рассматриваемым ниже, посвящены работы [1—4]. В [1] влияние формы поперечного сечения на аэродинамические характеристики конических тел исследовалось в классе с заданным отношением высоты к размаху на основе теории Ньютона. Показано, что при принятых ограничениях и значениях относительного объема $\bar{V} = V/L^3 > 0,1$ аэродинамическое качество слабо зависит от формы поперечного сечения. В работе [2], также на основе теории Ньютона, проведено исследование влияния расположения объема относительно заостренных передних кромок конических тел и отмечено, что при определенных значениях коэффициента объема τ и коэффициента трения $C_f = \text{const}$ часть объема должна располагаться ниже плоскости передних кромок. Работа [3] посвящена экспериментальному исследованию влияния формы поперечного сечения на аэродинамические характеристики конических тел при числе Маха $M_n = 6,9$ также в классе с заданным значением отношения высоты к размаху. Более высокие значения K_{max} отмечены у тел с треугольным поперечным сечением.

Таким образом, теоретические исследования несущих корпусов проведены на основе теории Ньютона, а экспериментальные данные получены при больших гиперзвуковых числах Маха $M_n > 6$, при меньших скоростях такие данные, по-видимому, отсутствуют. Представляется также интересным исследование несущих корпусов в классе с заданными значениями относительной площади мишеля $\bar{S}_m = S_m/S_{пл} = \text{const}$ и удлинения несущей поверхности в плане $\lambda = \text{const}$.

В данной работе приведены результаты экспериментальных исследований влияния на аэродинамические характеристики формы в плане, распределения объема по длине и формы поперечного сечения на примере полигональных конфигураций, представляющих собой пространственные тела, построенные с помощью малого числа плоских панелей.

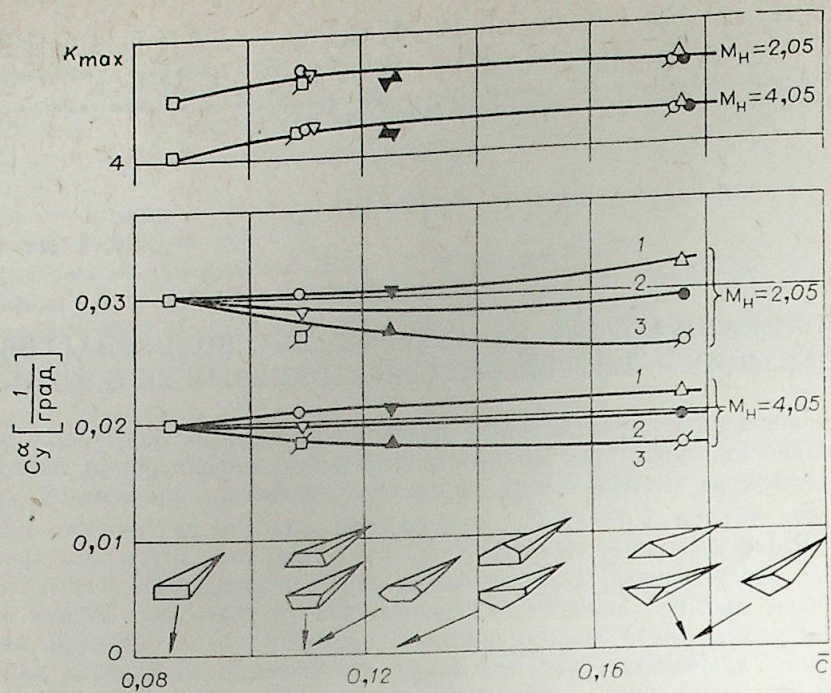


Рис. 1.

1 — тела с плоской нижней поверхностью, 2 — симметричные тела, 3 — тела с плоской верхней поверхностью.

Исследование аэродинамики полигональных тел представляет как самостоятельный интерес, так и интерес в связи с приближенным подходом к определению и моделированию аэродинамических характеристик летательных аппаратов на основе полигональных конфигураций [5]. Для расчета таких конфигураций могут эффективно использоваться методы типа скачка-расширения, основанные на приближении локальной двумерности гиперзвукового обтекания применительно к трехмерным телам [6]. С использованием такого подхода в [6, 7] проведен расчетный параметрический анализ полигональных конфигураций в диапазоне чисел Маха $M_n = 3 \div 12$. Показано, в частности, существенное влияние характера распределения объема по длине на величину K_{max} , несущие свойства и продольную статическую устойчивость. Однако, так как анализ основан на гиперзвуковых приближениях, полученные выводы требуют экспериментального подтверждения, особенно в области сверхзвуковых скоростей при $M_n < 4 \div 6$. Ниже приведены результаты таких экспериментальных исследований в сверхзвуковой аэродинамической трубе Т-313 ИТГМ в диапазоне чисел Маха набегающего потока $M_n = 2 \div 4$.

1. Исследование влияния формы поперечного сечения на величину максимального аэродинамического качества K_{max} и несущие свойства проведено для конических полигональных несущих тел. Полученные данные позволяют оценить возможные изменения аэродинамических характеристик в зависимости от формы тела.

Серия исследованных моделей представляет собой конические тела с относительной площадью миделя $\bar{S}_m = 0,176$, удлинением несущей поверхности в плане $\lambda = 1,0$, длиной $L = 0,3$ м и включает симметричные и несимметричные тела с плоской нижней или верхней поверхностью с острыми передними кромками, а также тела с затуплением передних кромок в виде плоского торца (см. рис. 1). Выбранные параметры обеспечивают величину коэффициента объема $\tau = 0,117$. Исследования проведены при естественном состоянии пограничного слоя на моделях и единичных числах Рейнольдса $Re = (22 \div 45) \cdot 10^6$ [1/м]. Из результатов весовых измерений исключено донное сопротивление.

Полученные экспериментальные данные по влиянию формы поперечного сечения на величину K_{max} и производную подъемной силы по углу атак Cy^α на режиме максимального качества представлены на рис. 1 в зависимости от относительной толщины \bar{c} при значениях числа Маха $M_n = \text{const}$. Следует прежде всего отметить слабую зависимость K_{max} от формы поперечного сечения для тел с острыми передними кромками. Так, в соответствии с экспериментальными данными, максимальное качество находится при $M_n = 2$ в диапазоне $K_{max} = 5,5 \div 5,3$, при $M_n = 4 - K_{max} = 4,8 \div 4,5$.

Как и следовало ожидать, наиболее низкими значениями K_{max} обладают тела с прямоугольным поперечным сечением, т. е. с наибольшим возможным для рассматриваемых тел затуплением. Вследствие увеличения роли затупления, различие в величине K_{max} между телами, например, с ромбовидным и прямоугольным поперечным сечением возрастает с увеличением числа Маха M_n . Так, для экспериментальных данных это различие в K_{max} возрастает от 6% при $M_n = 2$ до 15% при $M_n = 4$. При фиксированном значении $M_n = \text{const}$ режим максимального качества для всех рассматриваемых тел достигается на достаточно близких значениях коэффициента подъемной силы Cy .

В соответствии с результатами расчетов, проведенных на основе приближенных методов, которые хорошо согласуются с экспериментальными данными (см. [7]), влияние формы поперечного сечения на K_{max} уменьшается с увеличением относительной площади миделя. При значениях $\bar{S}_m \geq 0,08$ величина K_{max} слабо зависит от формы поперечного сечения для положения точки излома поперечного контура с относительной координатой по размаху $\bar{z} \leq 0,5 \div 0,6$, как для симметричных тел, так и для тел с плоской нижней или верхней поверхностью.

Форма поперечного сечения заметнее влияет на несущие свойства. В частности, наиболее высокими значениями Cy^α на режиме максимального качества обладают тела с плоской нижней поверхностью, наиболее низкими — тела с плоской верхней поверхностью. Симметричные тела занимают промежуточное положение, причем их несущие свойства в меньшей степени зависят от формы поперечного сечения. Для тел с плоской нижней поверхностью увеличение относительной толщины приводит к некоторому увеличению Cy^α , а для тел с плоской верхней поверхностью — к более заметному уменьшению Cy^α . Предельными в этом смысле являются тела с треугольным поперечным сечением. С ростом числа Маха M_n влияние формы поперечного сечения возрастает для тел с плоской верхней поверхностью, что связано с увеличением роли нижней поверхности в создании подъемной силы. В связи с этим возрастает также различие между телами с плоской нижней поверхностью и телами с плоской верхней поверхностью.

Представленные на рис. 1 экспериментальные данные позволяют проследить влияние распределения объема относительно передних кромок для рассматриваемых заостренных тел при значениях относительной толщины $\bar{c} = \text{const}$. Так, различие в K_{max} между телами с плоской нижней или верхней поверхностью в исследованном диапазоне чисел Маха $M_n = 2 \div 4$ составляет 2–3%. Это обусловлено тем обстоятельством, что для этих тел наблюдается близкое соответствие поля $Cy = f(Cx)$, т. е. рассматриваемые несимметричные тела имеют близкие значения минимального сопротивления Cx_{min} и индуктивного сопротивления до режимов максимального качества. Несмотря на это для тел с плоской верхней поверхностью наблюдаются более низкие значения Cy^α .

Увеличение удлинения приводит к уменьшению влияния распределения объема относительно передних кромок на несущие свойства и максимальное качество конических полигональных тел [7].

2. Влияние характера распределения объема по длине тела исследовалось экспериментально на примере удлиненных полигональных несущих корпусов с относительной площадью миделя $\bar{S}_m = 0,093$, удлинением несущей поверхности в плане $\lambda = 0,4$ и относительной длиной по-

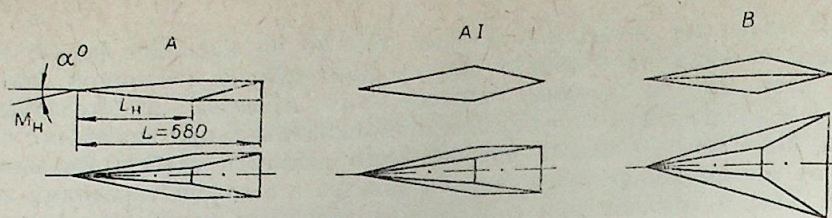


Рис. 2.

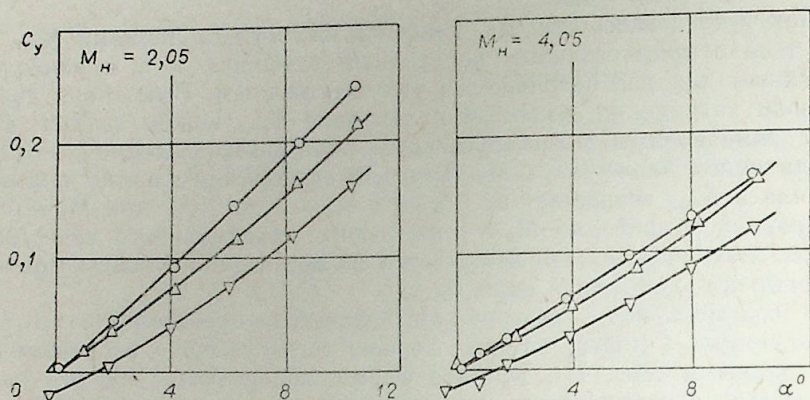


Рис. 3.

Δ — схема А, ∇ — схема А1, \circ — схема В.

совой части $\bar{L}_n = L_n/L = 0,667$ (рис. 2). Рассматриваются несущие корпуса с донным срезом (схема А) и без донного среза (схема А1), т. е. с распределением толщин по длине, характерным как для оптимальных тонких двумерных плоских тел при гиперзвуковых скоростях, так и для оптимальных двумерных плоских тел при сверхзвуковых скоростях.

В соответствии с полученными экспериментальными данными (рис. 3) схема без донного среза обладает заметно худшими несущими свойствами при угле атаки $\alpha = \text{const}$ по сравнению со схемой с донным срезом несмотря на увеличение углов наклона поверхностей носовой части. Это связано в основном с тем, что наличие больших углов наклона кормовой части приводит к значительному перерасширению потока. Измерение распределения давления на нижней поверхности показывает, что на кормовой части схемы А1 имеют место отрицательные значения коэффициента давления C_p . В частности, на рис. 4 представлено распределение давления в плоскости симметрии ($z=0$) по длине тела. Наличие отрицательных C_p обусловлено пространственным характером обтекания носовой части и практически двумерным расширением потока при переходе на кормовую часть.

Перерасширение потока особенно существенно при малых углах атаки и малых числах Маха набегающего потока. Увеличение угла атаки нижней поверхности или увеличение M_n способствуют возрастанию давления на кормовой части нижней поверхности. Тем не менее большой угол разворота потока при переходе на кормовую часть ($\delta \approx 12^\circ$) приводит к тому, что отрицательные значения C_p сохраняются вплоть до режимов максимального качества ($\alpha \approx 9 \div 11^\circ$). Поэтому даже при

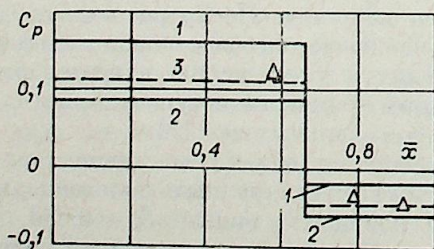


Рис. 4. Схема А1. $M_n = 3,02, \alpha = 6^\circ, z = 0$.
1 — расчет методом касательных клиньев, 2 — методом касательных конусов, 3 — приближенным методом [8].

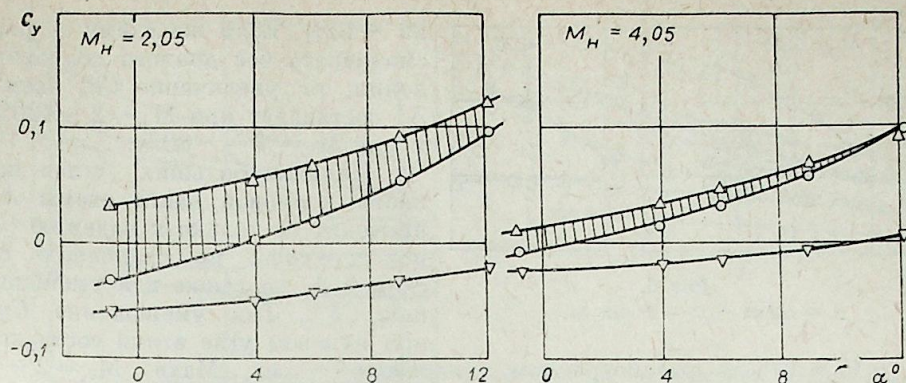


Рис. 5.

∇ — C_{y_k} , Δ — C_{y_n} , \circ — C_{y_Σ} .

$M_n = 4$ наблюдается отрицательное значение коэффициента подъемной силы кормовой части нижней поверхности C_{y_k} , что приводит к соответствующему падению суммарной подъемной силы нижней поверхности C_{y_Σ} (рис. 5). Заметим, что при малых углах атаки $\alpha \sim 0^\circ$ коэффициент подъемной силы кормовой части C_{y_k} по абсолютной величине даже больше, чем C_{y_n} носовой части. Поэтому при малых α и M_n могут иметь место отрицательные значения коэффициента суммарной подъемной силы нижней поверхности C_{y_Σ} . Для схемы А подъемная сила кормовой части нижней поверхности на исследованных режимах положительна, поскольку углы поворота потока здесь значительно меньше ($\delta \approx 2,5^\circ$).

В связи с большой ролью перерасширения потока на кормовой части несущих корпусов, следует обратить внимание на точность оценок параметров потока при расчетном исследовании аэродинамических характеристик с помощью приближенных методов. Как видно из данных рис. 4, точность теоретического определения характеристик кормовой части существенным образом зависит от точности расчета параметров потока на носовой части. Использование для определения характеристик носовой части таких известных приближенных методов, как метод касательных клиньев или касательных конусов, не дает удовлетворительных результатов. Более того, в некоторых случаях это может приводить к качественно неправильному определению параметров потока после расширения и, следовательно, суммарных характеристик кормовой части. Тем не менее простая модификация этих методов, учитывающая влияние трехмерных эффектов обтекания носовой части [8], позволяет получить более надежные оценки параметров потока и суммарных характеристик.

В связи с перерасширением потока в кормовой части схемы А1 наблюдается также перемещение вперед центра давления до значений $\bar{X}_d = X/L = 0,57 \div 0,55$ по сравнению с величиной $\bar{X}_d = 0,67 \div 0,64$ для схемы А. Это существенно сказывается на продольной статической устойчивости и приводит к заметному увеличению m_z^{Cy} для схемы А1. Полученные зависимости коэффициента продольного момента $m_z = M_z/q \cdot L$ при значении координаты центра тяжести $\bar{X}_\tau = X_\tau/L = 0,64$ представлены на рис. 6. Помимо увеличения производной m_z^{Cy} , следует также отметить возрастание продольного момента при нулевой подъемной силе m_{z_0} для схемы А1.

Увеличение углов наклона как носовой, так и кормовой части схемы А1 приводит к возрастанию по сравнению со схемой А лобового сопротивления C_x при нулевой подъемной силе (рис. 7). Это особенно проявляется при малых числах Маха M_n , когда роль кормовой части достаточно существенна. Так при $M_n \approx 2$ лобовое сопротивление схемы А1 возрастает по сравнению с C_x схемы А с донным сопротивлением

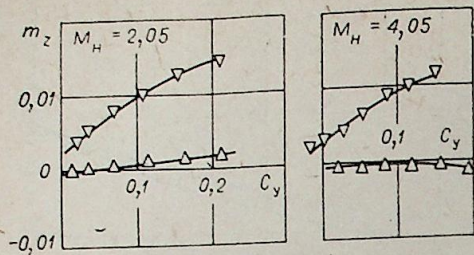


Рис. 6.

△ — схема А, ▽ — схема А1.

ет $\sim 17 \div 19\%$ в рассмотренном диапазоне чисел Маха $M_\infty = 2 \div 4$ (см. рис. 7). Однако на режиме максимального качества различие в величине Cy^α рассматриваемых схем заметно меньше. Это обусловлено как нелинейностью зависимостей $Cy = f(\alpha)$, так и тем обстоятельством, что режим K_{max} имеет место при различных углах атаки.

Отмеченные выше различия в несущих свойствах и лобовом сопротивлении, в основном, и приводят к уменьшению величины максимального качества схемы А1 по сравнению со схемой А (см. рис. 7). При числе Маха $M_\infty = 4$ уменьшение K_{max} схемы А1 по сравнению со схемой А с донным сопротивлением составляет $\sim 10\%$. Следует также отметить возрастание K_{max} с увеличением числа Маха M_∞ , что обусловлено уменьшением вклада донного сопротивления для схемы А и сопротивления кормовой части для схемы А1. Если рассматривать схему А без донного сопротивления, то различие в величине K_{max} по сравнению со схемой А1 достигает $\sim 65\%$ при $M_\infty = 2$ и $\sim 45\%$ при $M_\infty = 4$.

Таким образом, сравнение конфигураций несущих корпусов (в классе с $\bar{S}_m = \text{const}$, $\lambda = \text{const}$), имеющих одинаковую форму в плане, но различный характер распределения объема по длине, показало преимущество схемы с донным срезом по сравнению со схемой без донного среза во всем исследованном диапазоне чисел Маха $M_\infty = 2 \div 4$. Это проявляется как в более высоких значениях максимального качества и коэффициента подъемной силы при $\alpha = \text{const}$, так и в лучших характеристиках продольной статической устойчивости.

3. Представляется также интересным сопоставить аэродинамические характеристики конфигураций несущих корпусов, имеющих одинаковый характер распределения объема по длине, но различную форму в плане. Для сравнения рассмотрим схему несущего корпуса без донного среза удлиненной формы в плане с параметрами $\bar{S}_m = 0,093$, $\lambda = 0,4$ и $\bar{L}_n = 0,667$ (схема А1) и схему треугольной формы в плане с $\bar{S}_m = 0,093$, $\lambda = 1,07$ и $\bar{L}_n = 0,667$ (см. рис. 2, схема В). При заданных параметрах обе схемы имеют близкие значения углов раствора в плоскости симметрии. Заметим, что поскольку в соответствии с расчетными данными [6], удлинение практически не влияет на величину K_{max} рассматриваемых схем, то различие в K_{max} будет обусловлено в основном различием формы несущей поверхности в плане.

Как и предполагалось, схема треугольной формы в плане имеет более высокие значения Cy при $\alpha = \text{const}$ (см. рис. 3). Тем не менее на режиме K_{max} обе схемы имеют близкие величины Cy^α . Лобовое сопротивление Cx_0 схемы В больше в $\sim 1,4$ раза, чем у схемы А1 во всем рассмотренном диапазоне $M_\infty = 2 \div 4$ (см. рис. 7). Однако возрастание Cx_0 компенсируется в некоторой степени уменьшением индуктивного сопротивления вследствие увеличения удлинения и поэтому величина K_{max} схемы В меньше всего на $\sim 3\%$ при $M_\infty = 2$ и на $\sim 6\%$ при $M_\infty = 4$ по сравнению со схемой А1. Таким образом, экспериментальные данные показывают, что изменение формы в плане от удлиненной до чисто треугольной приводит для схем без донного среза к достаточно слабому изменению величины максимального аэродинамического качества.

на $\sim 13\%$. Если же схему А рассматривать без донного сопротивления, то увеличение Cx_0 схемы А1 составляет при $M_\infty = 2 \sim 120\%$ и при $M_\infty = 4 \sim 80\%$.

Наличие больших углов наклона кормовой части схемы А1 приводит не только к падению Cy при $\alpha = \text{const}$ по сравнению со схемой А, но также и к уменьшению Cy^α . Так уменьшение Cy^α при нулевом угле атаки составля-

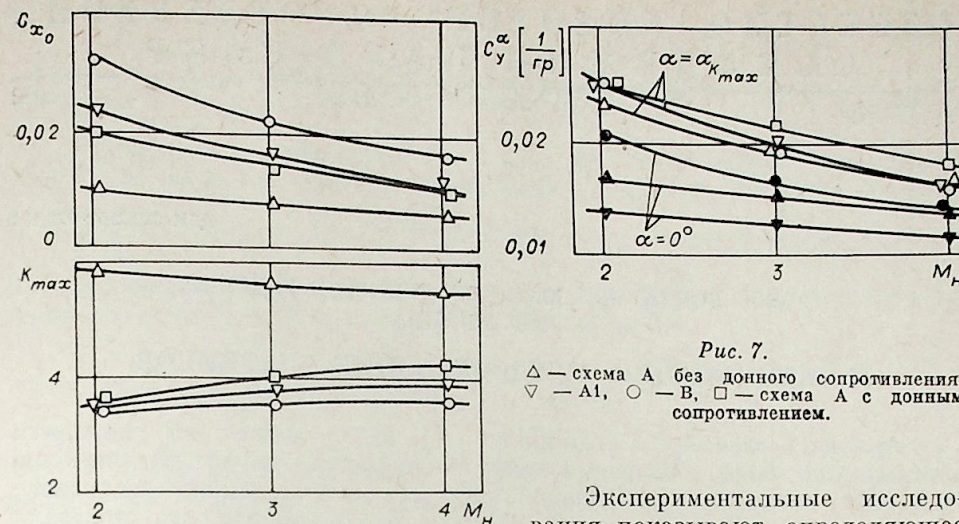


Рис. 7.

△ — схема А без донного сопротивления, ▽ — А1, ○ — В, □ — схема А с донным сопротивлением.

Экспериментальные исследования показывают определяющее влияние характера распределения объема по длине на максимальное аэродинамическое качество, несущие свойства и продольную статическую устойчивость. Форма поперечного сечения оказывает наиболее существенное влияние на несущие свойства, величина K_{max} слабо зависит от изменения формы поперечного сечения в достаточно широких пределах.

Институт теоретической и прикладной механики СО АН СССР, Новосибирск Поступила в редакцию 2/VI 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Майкапар Г. И. О наиболее выгодной форме несущих тел при гиперзвуковых скоростях.— Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа, 1967, № 2.
2. Кутухин В. П., Федорова Л. Д., Эльгудина Б. А. Исследование оптимальной формы несущих тел в гиперзвуковом потоке.— Уч. зап. ЦАГИ, 1972, № 3.
3. Whitcheed A. H. Effect of body cross section and width-height ratio on performance of bodies and delta-wing-body combinations at Mach 6.9.— NASA TN, 1966, D-2886.
4. Penland J. A. Maximum Lift-drag ratio characteristics of rectangular and delta wings at Mach 6.9.— NASA TN, 1965, D-2925.
5. Гунько Ю. П., Мажуль И. И. О классе полигональных форм летательных аппаратов и приближенном определении характеристик их гиперзвукового обтекания.— В кн.: Исследования по гиперзвуковой аэродинамике. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1978.
6. Гунько Ю. П., Мажуль И. И. Сравнительный параметрический анализ суммарных аэродинамических характеристик полигональных форм летательных аппаратов при гиперзвуковых скоростях. Новосибирск: Препринт № 21. ИТПМ СО АН СССР, 1980.
7. Мажуль И. И. Влияние формы поперечного сечения на аэродинамические характеристики конических несущих тел при сверхзвуковых скоростях. Новосибирск: Препринт № 19. ИТПМ СО АН СССР, 1981.
8. Мажуль И. И. Приближенные методы расчета и анализ суммарных аэродинамических характеристик V-образных и дельтовидных крыльев при сверхзвуковых скоростях.— В кн.: Исследования по гиперзвуковой аэродинамике. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1978.

УДК 622.215 : 623.451

В. С. БОНДАРЧУК, Ю. А. ВЕДЕРНИКОВ, В. Г. ДУЛОВ,
В. Ф. МИНИН

К ОПТИМИЗАЦИИ ЗВЕЗДООБРАЗНЫХ УДАРНИКОВ

Анализ исследований проникания [1, 2] указывает на сложность описания процесса соударения даже в одномерном случае. Исключение составляет метод расчета проникания жестких ударников на основе ньютоновского приближения [3]. Однако правомерность его показана лишь для осесимметричных ударников при числе Маха преграды, меньшем единицы. В то же время формула давления Ньютона положительно зарекомендовала себя для описания обтекания как каплевидных тел несжимаемой жидкостью [4], так и звездообразных форм гиперзвуковым потоком газа [5]. Поэтому представляется целесообразным использование модифицированного подхода [6] к оптимизации существенно пространственных ударников.

Ниже рассматривается приемлемость метода [3] для оценки проникания звездообразных ударников, скомпонованных из плоскостных пирамид [7]. Приводятся сравнительные результаты расчета и эксперимента для таких ударников и их осесимметричных эквивалентов. Показана удовлетворительная сходимость принятого расчетного метода с экспериментом в отсутствие деформации ударника. Из условия абсолютной жесткости ударника определяются его оптимальные конфигурации при различных удлинениях носовой части λ . Устанавливается, что в интервале удлинений $0 < \lambda < 6$ формами, обладающими максимальной глубиной проникания, являются пространственные ударники со звездообразным миделем.

1. Когда удлинением носовой части ударника λ по сравнению с глубиной проникания b можно пренебречь, то последняя представляется зависимостью [3]

$$b = \frac{m}{2k\rho S} \ln \left(1 + \frac{k\rho v_0^2}{\sigma_0} \right). \quad (1.1)$$

Здесь m — масса жесткого ударника; S — наибольшая площадь поперечного сечения ударника; k — коэффициент формы, зависящий главным образом от угла наклона элемента поверхности ударника Θ к его оси; ρ — плотность преграды; v_0 — начальная скорость внедрения жесткого ударника; σ_0 — характеристика прочности материала преграды.

Ниже приведены значения σ_0 для некоторых материалов:

Материал	АМГ=6	Cu	Pb	Грунт средней влажности
σ_0 , н/м ²	$130 \cdot 10^7$	$124 \cdot 10^7$	$11,6 \cdot 10^7$	$245 \cdot 10^4$

Если же λ и b соизмеримы, то для ударников, коэффициент формы которых практически не зависит от заглубления x , глубина проникания определяется как

$$b = \lambda d + \frac{m}{2k\rho S} \ln \left(1 + \frac{k\rho v_0^2}{\sigma_0} \right), \quad (1.2)$$

$$\text{где } v_0 = \left\{ \frac{1}{k\rho} \left[(k\rho v_0^2 + \sigma_0) \exp \left(- \frac{2k\rho}{m} \int_0^{\lambda d} S(x) dx \right) - \sigma_0 \right] \right\}^{0,5}.$$

Приведенные зависимости получены на основе закона сопротивления [3, 8], который описывает коэффициент формы ударника в виде $k = \frac{1}{S} \int_{\Sigma_0} \sin^3 \Theta d\Sigma$, где Σ_0 — боковая поверхность носовой части ударника, находящаяся в контакте с материалом преграды. Так, для кругового конуса $k = \sin^2 \Theta$, для произвольного тела вращения

$$k = \frac{2\pi}{S} \int_0^{\lambda d} \left(\frac{dr}{dx} \right)^3 \left(1 + \left(\frac{dr}{dx} \right)^2 \right)^{-1} r dx,$$

где $r(x)$ — образующая поверхности контакта, пренебрежимо мало отличающаяся от образующей поверхности самого ударника; d — диаметр миделя.

Для пирамидальной носовой части ударника с многоугольным поперечным сечением (рис. 1, а) коэффициент формы и площадь поперечного сечения могут быть вычислены по формулам

$$k = \frac{4 \sin^2 \frac{\pi}{n} \sin^2 \beta \sin^2 \alpha}{\sin^2 \left(\frac{\pi}{n} + \beta \right) \left[1 - \sin^2 \alpha \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha} + \operatorname{ctg}^2 \alpha + \frac{\sin^2 \beta}{\sin^2 \left(\frac{\pi}{n} + \beta \right)} - \frac{\sin^2 \frac{\pi}{n}}{\sin^2 \left(\frac{\pi}{n} + \beta \right)} \right)^2 \right]}$$

$$S(x) = \frac{nx^2 \operatorname{tg}^2 \alpha \sin \frac{\pi}{n} \sin \beta}{\sin \left(\frac{\pi}{n} + \beta \right)},$$

где n — число лучей (циклов) «звезды»; α — угол наклона внешнего ребра к оси ударника; β — половина угла при вершине луча «звезды» в плоскости поперечного сечения. При рассмотрении криволинейных циклических поверхностей звездообразного ударника описание коэффициента формы существенно усложняется. Поэтому для оценки применимости модели [3] к описанию проникания пространственных ударников пока целесообразны исследования «звезд», набранных из плоскостей.

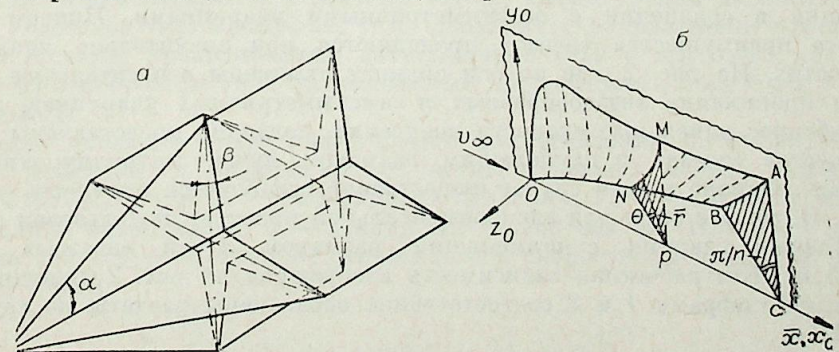


Рис. 1. Общий вид циклической поверхности звездообразного ударника (а) и его носика (б).

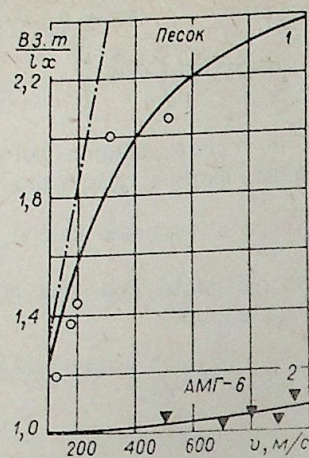


Рис. 2. Зависимость отношения глубин проникания звездообразного $b_{з.т.}$ и осесимметричного $b_{осесимметричного}$ ударников в грунт (1) и АМГ (2) от скорости подхода к преграде.

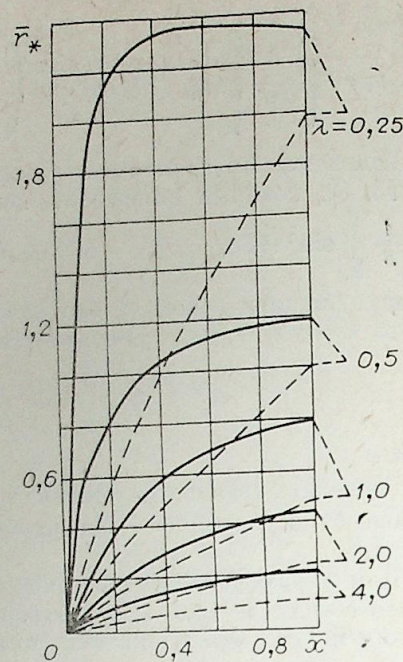


Рис. 3. Форма внешних и внутренних ребер оптимального звездообразного носика в зависимости от его удлинения.

Расчет по зависимостям (1.1) и (1.2) глубин проникания звездообразного и эквивалентного ему по площадям поперечных сечений осесимметричного ударника выявляет значительные преимущества «звезд» по причине наличия у них меньших коэффициентов формы. Для осесимметричных ударников с удлинениями носовой и цилиндрической частей, равными соответственно 1,5 и 2,6 и звездообразных ударников с тремя размахами лучей ниже приведены значения коэффициентов формы:

Размах (относительный) $d_{з.т.}/d_k$	1,9	2,18	2,72
Отношение коэффициентов формы $k_k/k_{з.т.}$	3,18	5,18	9,0

(d_k, k_k — соответственно диаметр миделева сечения и коэффициент формы ударника, тела вращения — эквивалента по площадям поперечных сечений; $d_{з.т.}, k_{з.т.}$ — соответственно наибольший размах и коэффициент формы ударника с поперечным сечением в форме четырехлепестковой звезды).

При проникании в преграды из алюминиевого сплава АМГ-6 ($\rho = 2750 \text{ кг/м}^3$), бетона марки 500 ($\rho = 2400 \text{ кг/м}^3$) и водонасыщенного грунта ($\rho = 1900 \text{ кг/м}^3$) по мере увеличения скорости соударения звездообразные ударники обеспечивают монотонное возрастание глубин проникания в сравнении с осесимметричными ударниками. Причем для грунта преимущества «звезд» проявляются при значительно меньших скоростях. На рис. 2, где по оси ординат отложены относительные глубины проникания звездообразных и осесимметричных ударников, а по оси абсцисс начальные скорости внедрения, наглядно представлены преимущества «звезд» с наибольшим размахом лучей (штрихпунктирная кривая). Однако в этом случае существенно ослабляется прочность ударника. В связи с этим для экспериментальной проверки использован звездообразный ударник с наименьшим размахом лучей «звезды» (см. рис. 1, а). Его расчетная зависимость изображена на рис. 2 сплошными линиями; цифрами 1 и 2 соответственно обозначены расчеты по грунту и АМГ-6.

Эксперимент проводился на пороховых ствольных установках [1] с варьированием скорости ударников посредством изменения навески по-

роха. Скорость ударника на выходе из ствола измерялась с помощью рам-мишеней. Погрешность измерений скорости не превышала 2%. Преграда при этом устанавливалась на расстоянии 2 м от среза ствола. Ударники и поддоны к ним перед выстрелом тщательно взвешивались. Твердость ударников соответствовала $\text{HRC} = 40 \div 45$.

Как и расчетные, экспериментальные результаты по глубинам проникания для звездообразных и осесимметричных ударников выявляют увеличение проникающей способности ударников при разнесении их поперечного сечения по лучам «звезды». Если при проникании в АМГ-6 звездообразный ударник для $v_0 = 1000 \text{ м/с}$ обеспечил относительное увеличение b на 8% (при дальнейшем возрастании v_0 ударник деформировался), то внедрение в грунт уже при $v_0 \approx 500 \text{ м/с}$ обеспечивает увеличение глубины проникания «звезды» почти в 2 раза по сравнению с осесимметричным эквивалентом. При скоростях, близких 1500 м/с, можно рассчитывать на реальное увеличение глубины проникания в 2,5 раза.

Таким образом, сравнение экспериментальных и расчетных данных показывает применимость закона сопротивления [3] для описания глубин проникания звездообразных ударников небольшого размаха, набранных из плоскостей. Использование этого закона позволяет качественно предсказать и область оптимальных параметров «звезды». В качестве функции цели разумно использовать одну из характеристик сопротивления среды движению ударника. Причем вследствие того, что используемая модель проникания не учитывает сил вязкости между ударником и средой, допустимо для первого приближения оценивать полное сопротивление ударника по сопротивлению его носовой части.

2. Исследуются пространственные носовые части единичной длины, уравнение циклической [5] поверхности которых (см. рис. 1, б) представляется в виде

$$f \equiv \bar{r} - \bar{p}\bar{x}^{a_1} \left[1 + a_2 (1 - a_3 \bar{x})^{a_4} e^{-a_5 \bar{x}} \left(\varphi \frac{\pi}{n} \right)^{\frac{a_6 e^{a_6 \bar{x}}}{(1 - a_3 \bar{x})^{a_4}}} \right] = 0, \quad (2.1)$$

где $\bar{r}, \varphi, \bar{x}$ — компоненты цилиндрической системы координат; \bar{p} — отношение радиуса базовой (при $\bar{x} = 1, a_2 = 0$) окружности основания носовой части к ее длине; n — количество поперечных циклов тела; $a_i (i = 1, \dots, 6)$ — «внутренние» варьируемые параметры, \bar{p}, n — «внешние» (задаваемые) параметры.

Независимые переменные заключены в интервалах $\varepsilon \leq \bar{x} \leq 1$, $\varepsilon \leq \left(\varphi \frac{n}{\pi} \right) \leq 1$, где ε — малая величина, выбираемая из условия ограничения соответствующих частных производных функций f . Диапазоны изменения «внутренних» варьируемых параметров выбраны такими, чтобы при изменении «внешних» параметров экстремальная точка всегда была внутренней.

Частными видами исследуемого класса конфигураций являются: конус, степенное тело вращения, тело вращения с радиальными пластинами и щелями, криволинейные поликлиновые тела с круговым миделем [9] и звездообразные тела со степенными продольным и поперечным контурами [6].

Для описания гидродинамического сопротивления оптимизируемых форм принимается модифицированная ньютоновская модель обтекания $c_p = 2,09 (J_n J_x)^2$; где c_p — коэффициент давления; J_n — единичный вектор нормали к поверхности; J_x — единичный вектор оси $o\bar{x}$. При этом выражение для сопротивления X , отнесенного к скоростному напору q , запишется в виде

$$\frac{X}{q} \int_0^{\pi} \int_0^n \frac{\bar{r}}{S_r} \cdot 2,09 \cdot f_x^2 \left(f_r^2 + \frac{f_y^2}{r^2} + f_x^2 \right)^{-1} d\varphi d\bar{x}, \quad (2.2)$$

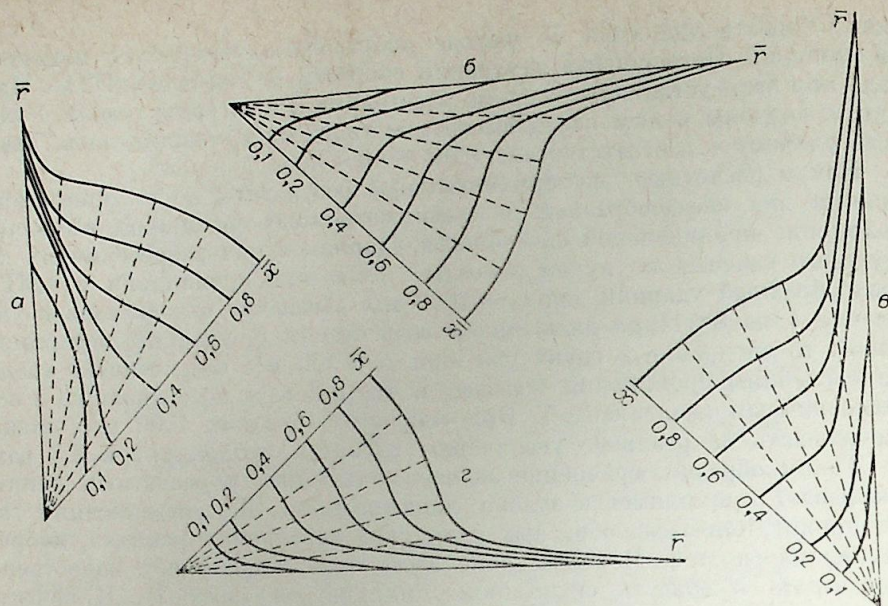


Рис. 4. Форма поперечных сечений оптимального звездообразного носика в зависимости от его удлинения.
Результаты оптимизации тел с удлинением. $\lambda = 0,25$ (а); 1,0 (б); 2,0 (в); 4,0 (г).

где f_x , f_r , f_φ — частные производные функции f по соответствующим переменным.

При численном интегрировании выражения (2.2) сопротивление участков поверхности (2.1), находящихся в «гидродинамической тени» на подветренной стороне возможного клипового выступа, обращается в нуль. Сопротивление выступов, появляющихся при варьировании в самой «тени», считается по невозмущенной схеме. Деформация клишьев при проникании принимается абсолютно малой.

Вследствие того, что коэффициент формы ударника представляет собой отношение его сопротивления к сопротивлению кругового цилиндра, задачи минимизации сопротивления и коэффициента формы ударника эквивалентны. Тогда при заданных удлинении λ (или $\bar{p} = 1/2\lambda$) и количестве поперечных циклов n задачу можно сформулировать следующим образом: на множестве параметров a_i минимизировать интеграл сопротивления (2.2) при удовлетворении ограничений [6] на поперечный контур. Оптимизация производится методом случайного поиска по наилучшей пробе.

В результате оптимизации найдено, что при всех исследуемых удлинениях наилучшими по коэффициенту формы будут пространственные носовые части со звездообразным миделем. Причем из рис. 3, где показаны конфигурации внешних и внутренних (сплошные и штриховые линии соответственно) ребер $\bar{r}_*(\bar{x})$ оптимальных носовых частей с четырьмя поперечными циклами, видно, что по мере увеличения удлинения звездообразный мидель оптимального тела не преобразовался в круговой, как это было в [6]. Сравнение поперечных контуров четырехклиповых тел $\bar{r}(\varphi)|_{x=\text{const}}$ (рис. 4) показывает, что наибольший относительный выход внешних ребер достигается при $\lambda = 2,0$. Именно при этом удлинении обеспечивается наибольший выигрыш по сопротивлению относительно равнодлинного конуса (рис. 5). Обращает на себя внимание то, что при $\lambda > 4$ зависимость $X_R/X_{3, \text{м}}(\lambda)$ практически параллельна оси абсцисс. Это, по всей видимости, вызвано либо особенностями модели описания процесса проникания, не учитывающей трения ударника о преграду, либо особыми свойствами проникания таких длинных головок ударников. Этим же, по-видимому, объясняется возрастание экстремального значения

удлинения у звездообразных конфигураций при поиске максимума глубины проникновения (ср. [6, 9]).

Сопоставление результатов оптимизации проникающих и аэродинамических [6] форм указывает также на качественную близость этих результатов при удлинении, меньших трех. При таких удлинениях в обоих случаях сила давления играет определяющую роль в полном сопротивлении. Очевидно, что дальнейшее выявление особенностей и сходств движений пространственных ударников в газе, жидкости и средах со сложной реологией позволит перенести ряд закономерностей пространственной аэродинамики в процессы проникания.

Таким образом, ньютоновское приближение и в случае проникания жестких звездообразных ударников позволяет решать задачу построения области оптимальных конфигураций. Такая универсальность этого приближения требует уточнения областей применимости его при более широком варьировании конфигураций ударников и их физико-механических характеристик. Практическую ценность подобных исследований уже сейчас определяют конструктивные решения типа [10, 11].

Вычислительный центр СО АН СССР,
Красноярск

Поступила в редакцию
11/III 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. High-Velocity Impact Phenomena/Ed. by Ray Kinslow. N. Y.—L.: Acad. Press, 1970. Рус. пер.: Высокоскоростные ударные явления/Под ред. В. Н. Николаевского. М.: Мир, 1973.
2. Сагомонян А. Я. Проникание. М.: МГУ, 1974.
3. Витман Ф. Ф., Златин Н. А. О процессах соударения деформируемых тел и его моделирование.— ЖТФ, 1963, т. 33, вып. 8.
4. Гонор А. Л. Определение поля течения на поверхности тел в потоке несжимаемой жидкости.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, № 2.
5. Theory of optimum aerodynamic shapes/Ed. by Angelo Miele. N. Y.—L.: Acad. Press, 1965. (Рус. пер.: Теория оптимальных аэродинамических форм/Под ред. А. Л. Гонора. М.: Мир, 1969.)
6. Ведерников Ю. А., Дулов В. Г., Латыпов А. Ф. Оптимизация гиперзвуковых пространственных форт.— ПМТФ, 1979, № 1.
7. Ведерников Ю. А., Гонор А. Л., Зубин М. А., Остапенко Н. А. Аэродинамические характеристики звездообразных тел при $M=3\div 5$.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 4.
8. Ионов В. Н., Огибалов П. М. Напряжения в телах при импульсивном нагружении. М.: Высшая школа, 1975.
9. Ведерников Ю. А., Латыпов А. Ф. Оптимальные аэродинамические формы криволинейных поликлиновых тел.— В кн.: Тез. док. Всесоюз. симпози. по методам аэрофизических исследований. Новосибирск, 1976.
10. Gentellalli G. F. Broad Head Arrowhead. (Острые стрелы с широкой головкой). Пат. (США), № 3653664 от 11.10.1970.
11. Levy Huet J. Fleche a profil particulier. (Стрела специального назначения). Пат. (Франция), 2250090 от 22.02.1973.

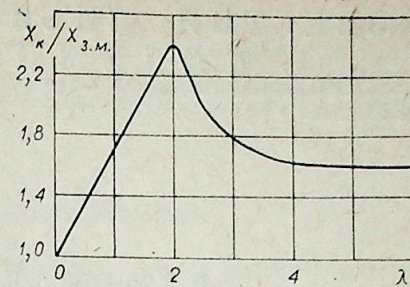


Рис. 5. Расчетная зависимость отношения сопротивлений эквивалентного конуса X_R и звездообразного носика $X_{3, \text{м}}$ от их удлинения.

УДК 537.523.5

О. Я. НОВИКОВ, В. Ф. ПУТЬКО, В. С. СОБОЛЕВ
СТАБИЛИЗАЦИЯ ДЛИННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ДУГ
ВРАЩАЮЩИМИСЯ МАГНИТНЫМИ ПОЛЯМИ
РАЗЛИЧНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ

В области генерации низкотемпературной плазмы с помощью электродуговых плазмотронов широко применяется воздействие на электродуговую разряд, а в ряде случаев и на струю истекающей плазмы, различными видами магнитных полей, создаваемых внешними источниками.

Воздействие на электрическую дугу в плазмотроне внешними магнитными полями позволяет решать широкий спектр задач — таких, как обеспечение пространственной стабилизации ствола электрической дуги в определенной области разрядной камеры [1—3], управление размерами зон нахождения опорных пятен дуги на рабочих поверхностях электродов, интенсификация теплообмена ствола дуги с рабочим телом [3, 4], управление уровнем и профилем энтальпии плазменной струи на выходе плазмотрона, повышение коэффициента полезного действия и единичной мощности плазменных установок [5], формирование вольт-амперных характеристик генератора плазмы [1—11], и т. п.

В настоящее время вращающееся магнитное поле (ВМП) является, пожалуй, наименее изученным типом поля, применяемым для управления параметрами электродугового разряда. Хотя количество научных работ, посвященных этому вопросу, крайне ограничено, результаты исследований свидетельствуют о весьма широких возможностях вращающегося магнитного поля в сфере управления параметрами электродугового разряда.

Воздействие на ствол электрической дуги магнитным полем, вращающимся со скоростью 50 об/с, позволило резко поднять напряжение на дуге, что приводило к ее гашению [12]. В дальнейшем вращающееся магнитное поле привлекало исследователей, как возможный метод эффективной пространственной стабилизации разряда [13]. Исследования [14, 15] подтвердили высокую степень эффективности стабилизации параметров разряда вращающимся магнитным полем. Движение коротких дуг под действием вращающегося магнитного поля по кольцевым электродам исследовалось в работах [16, 17]. Вращающееся магнитное поле находит применение в спектроскопии как средство воздействия на электрическую дугу — источник излучения, вызывающее изменение интенсивности спектральных линий [18, 19], улучшение воспроизводимости результатов спектрального анализа. Простота генерации вращающегося магнитного поля, его активное и, в то же время, гибкое воздействие на электрическую дугу выгодно отличает его от других видов полей, применяющихся для магнитного управления плазменными генераторами.

Использование того или иного способа магнитного воздействия на электродуговую разряд непосредственным образом связаны с характером движения электрической дуги в воздействующем на нее поле и возможностями управления параметрами движения разряда. Результаты исследований [12—16] зачастую несут противоречивую информацию о характере движения электродугового разряда во вращающемся магнитном по-

ле, не дают количественных характеристик разряда в широком диапазоне изменения параметров режима горения дуги во вращающемся магнитном поле, практически не определяют возможностей использования системы «электрическая дуга — вращающееся магнитное поле». Решению этих вопросов посвящена настоящая работа.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Экспериментальные исследования движения ствола электрической дуги во вращающемся магнитном поле проводились на лабораторной установке (рис. 1). Электродуговой разряд длиной $50 \cdot 10^{-3}$ м при токе $I = (8 \div 50)$ А осуществлялся между стержневыми медно-угольными электродами КП9-9076-249, установленными соосно с разрядной камерой, изготовленной из оптически прозрачного кварцевого стекла. Электрическая дуга обдувалась химически чистым аргоном, подаваемым в камеру без закрутки с расходом $G = (0,1 \div 0,47) \cdot 10^{-3}$ кг/с. ВМП создавалось статорами электродвигателей с различным числом пар полюсов, устанавливаемыми таким образом, что ось вращения магнитного поля совпадала с осью электродов.

Вращающееся магнитное поле, создаваемое индукторами с одной парой полюсов в диапазоне индукции $0,003 \div 0,035$, обладало в пределах разрядной камеры, диаметр которой изменялся от $18,5 \cdot 10^{-3}$ м до $32,5 \cdot 10^{-3}$ м, неоднородностью, не превышающей 3%, т. е. $B(\rho) \approx \text{const}$. Здесь ρ — радиальная координата. Индукторы с числом пар полюсов более одной (многополюсные) создают вращающееся магнитное поле, индукция которого на оси вращения поля практически равна нулю и достигает максимума на внутренней поверхности пакета стали индуктора. В некотором приближении можно считать, что распределение индукции магнитного поля B по радиусу разрядной камеры линейно, т. е. $B(\rho) = K\rho$, где K — коэффициент, зависящий от тока индуктора.

Поля многополюсных индукторов характеризуются значением магнитной индукции, измеренным на расстоянии $8 \cdot 10^{-3}$ м от оси вращения поля, поскольку даже при наименьшем значении диаметра разрядной камеры ($18,5 \cdot 10^{-3}$ м) эта точка находится в зоне возможного существования электродугового разряда.

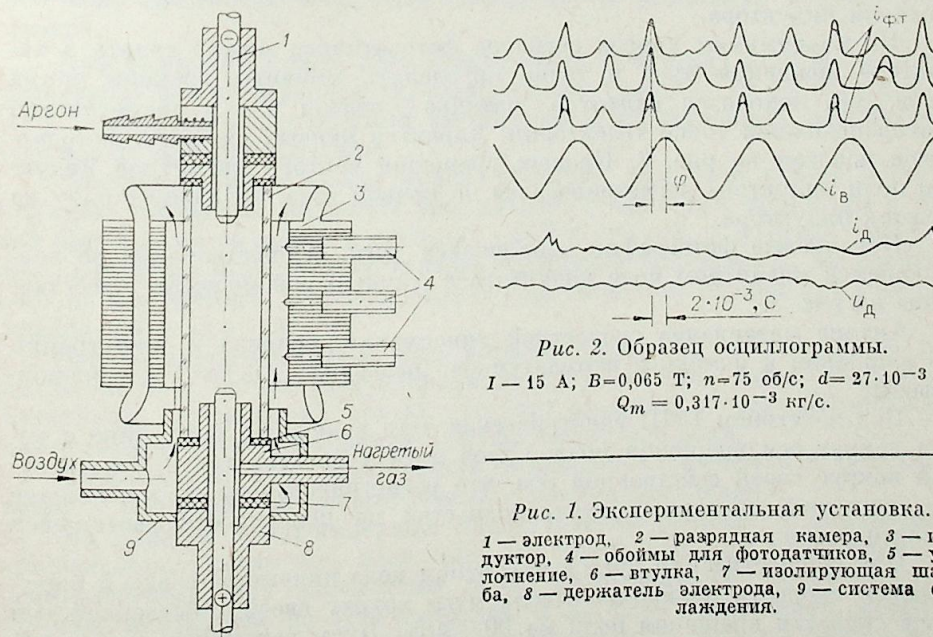


Рис. 2. Образец осциллограммы.

$I = 15$ А; $B = 0,065$ Т; $n = 75$ об/с; $d = 27 \cdot 10^{-3}$ м;
 $Q_m = 0,317 \cdot 10^{-3}$ кг/с.

Рис. 1. Экспериментальная установка.

1 — электрод, 2 — разрядная камера, 3 — индуктор, 4 — обоймы для фотодатчиков, 5 — уплотнение, 6 — втулка, 7 — изолирующая шайба, 8 — держатель электрода, 9 — система охлаждения.

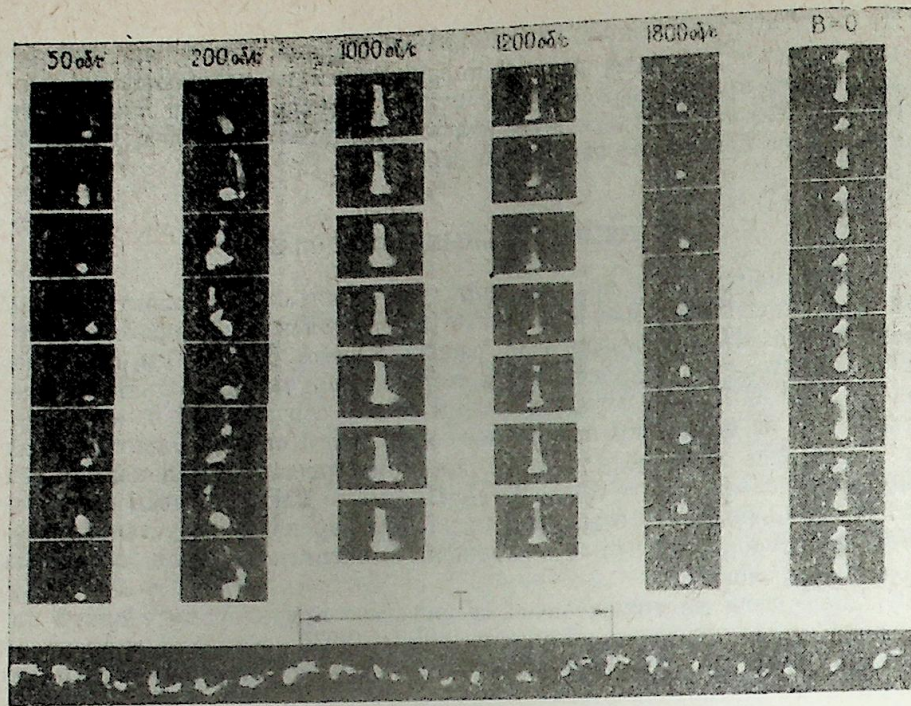


Рис. 3. Результаты скоростной киносъемки электродугового разряда во вращающемся магнитном поле двухполюсного индуктора.
 $I=14$ А; $B=0,015$ Т; $d=22 \cdot 10^{-3}$ м; $Q_m=0,46 \cdot 10^{-3}$ кг/с.

В процессе эксперимента осуществлялся контроль за круговой формой вращающегося магнитного поля посредством измерения угла сдвига фаз токов в обмотках индуктора, поддержанием требуемых величин токов в обмотках и их синусоидальной формы. Движение ствола электрической дуги регистрировалось с помощью скоростной камеры СКС-1М и фотодатчиков (фототриодов ФТ-2К), установленных в одном из зубцов пакета стали индуктора.

По максимумам кривой сигналов фотодатчиков можно судить о характере вращения дуги и точно определить моменты времени, когда ствол дуги находится напротив датчика — вблизи или в диаметральной противоположной точке траектории. Характер кривых сигналов фотодатчиков показан на рис. 2. Процесс вращения вектора магнитной индукции поля индуктора регистрировался по кривой тока, питающего одну из обмоток индуктора.

Покадровые фотографии движущейся дуги, осуществленной во вращающемся магнитном поле индуктора с одной парой полюсов, представлены на рис. 3.

Анализ материалов скоростной киносъемки разряда и регистрации его движения с помощью фотодатчиков позволили сделать следующие выводы:

Под действием ВМП электрическая дуга вращается синхронно с полем вокруг оси вращения поля. Ствол дуги участвует также во вращении вокруг своей собственной оси, что регистрировалось на киноплёнке по движению локальных неоднородностей на поверхности светящейся области разряда.

При осуществлении дуги в магнитном поле индуктора с одной парой полюсов скорость вращения ствола дуги вокруг своей собственной оси ниже скорости вращения поля на 20—30%. Дуга, осуществленная в поле многополюсного индуктора вращается вокруг своей оси со скоростью,

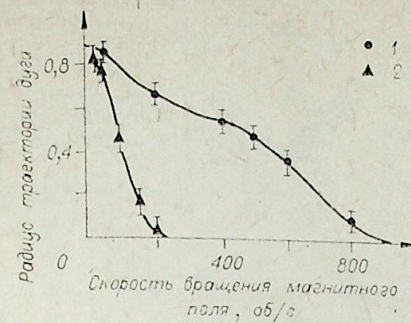


Рис. 4. Зависимости радиуса траектории движения дуги от скорости вращения магнитного поля.

1 — $p=1$; $I=14$ А; $B=0,015$ Т; $d=22 \cdot 10^{-3}$ м; $Q_m=0,46 \cdot 10^{-3}$ кг/с; 2 — $p=2$; $I=40$ А; $B=0,015$ Т; $d=20,5 \cdot 10^{-3}$ м; $Q_m=0,46 \cdot 10^{-3}$ кг/с.

в 4 ÷ 6 раз превышающей скорость вращения самой магнитной системы.

Увеличение скорости вращения поля индуктора от 25 об/с вызывает в основном диапазоне токов дуги и индукции уменьшение радиуса траектории движения ствола дуги. Начиная со скорости вращения магнитного поля 600—1000 об/с для индуктора с одной парой полюсов и 200—250 об/с для индуктора с двумя парами полюсов, ствол дуги жестко стабилизируется на оси вращения магнитного поля и вращается вокруг своей оси, совпадающей в таком случае с осью вращения поля со скоростями близкими к скорости вращения поля. На рис. 4 показаны экспериментальные зависимости радиуса траектории движения ствола электрической дуги в относительных единицах от скорости вращения магнитного поля для индукторов с одной и двумя парами полюсов.

Выяснилось также, что в стационарных режимах горения электрической дуги ствол дуги занимает относительно вектора магнитной индукции поля индуктора положение, определяемое условиями в разрядной камере.

При вращении ствола дуги имеют место изменения угла φ , не превышающие в исследованном диапазоне параметров 100° от оборота к обороту и вызванные случайными отклонениями интегральных параметров разряда от средних значений.

Значения угла φ между радиус-вектором движения ствола дуги и вектором магнитной индукции вращающегося поля для индуктора с одной парой полюсов лежат в пределах $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$, т. е. ствол дуги может находиться относительно вектора магнитной индукции \vec{B} , направленного по оси абсцисс, только в первом или четвертом квадрантах координатной плоскости (рис. 5).

Вращающееся магнитное поле, воздействующее на электрическую дугу, горящую в потоке газа в цилиндрическом канале, вызывает замену случайных перемещений ствола дуги его вращением, что обеспечивает симметрию кругового движения разряда вокруг оси поля.

Стабилизация пространственного положения электрической дуги приводит к стабилизации энергетического режима установки.

Из анализа вольт-амперных характеристик разряда в однородном вращающемся магнитном поле (рис. 6) видно, что при наложении на электрическую дугу магнитного поля, вращающегося со скоростью 50 об/с, напряжение на дуге возрастает в 2,5 раза. Увеличение скорости вращения поля вызывает снижение напряжения на дуге до уровня на-

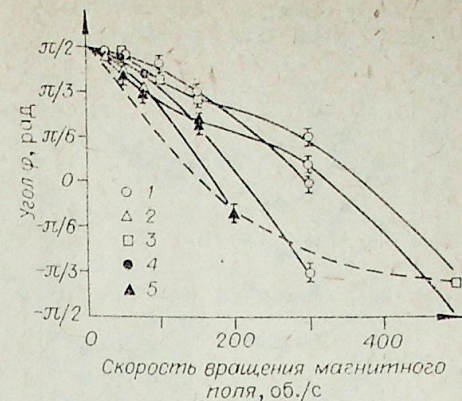


Рис. 5. Зависимости угла от скорости вращения магнитного поля двухполюсного индуктора.

1 — $I=15$ А; $d=18,5 \cdot 10^{-3}$ м; $Q_m=0,28 \cdot 10^{-3}$ кг/с; 2 — $I=15$ А; $d=27 \cdot 10^{-3}$ м; $Q_m=0,317 \cdot 10^{-3}$ кг/с; 3 — $I=10$ А; $d=18,5 \cdot 10^{-3}$ м; $Q_m=0,28 \cdot 10^{-3}$ кг/с; 4 — $I=10$ А; $d=18,5 \cdot 10^{-3}$ м; $Q_m=0,467 \cdot 10^{-3}$ кг/с; 5 — $I=20$ А; $d=18,5 \cdot 10^{-3}$ м; $Q_m=0,28 \cdot 10^{-3}$ кг/с; 1—5 — $B=0,0065$ Т (пунктиром показана расчетная зависимость).

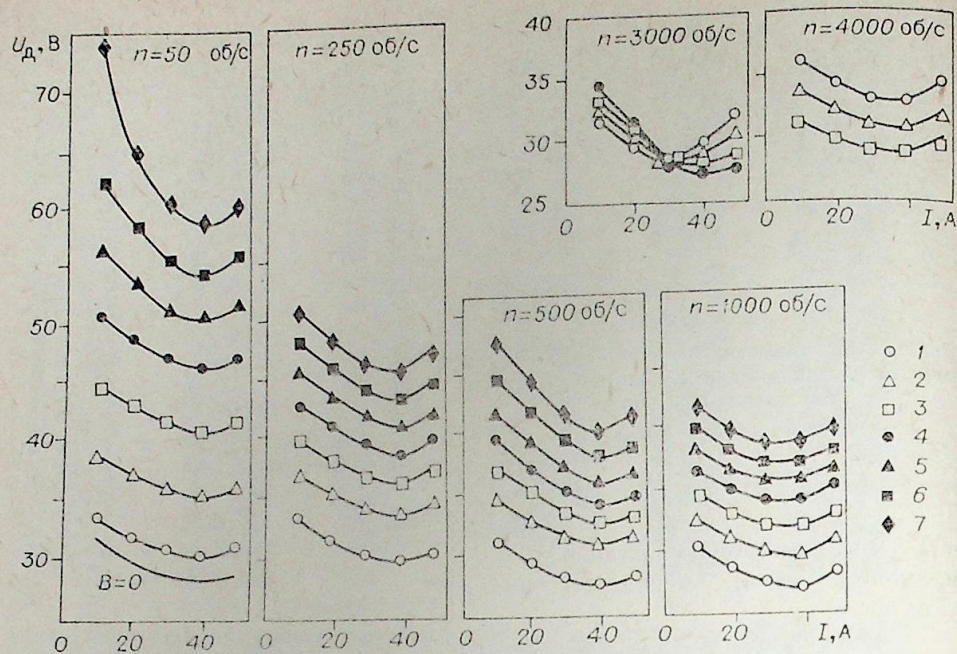


Рис. 6. Статические вольт-амперные характеристики электрической дуги во вращающемся магнитном поле двухполюсного индуктора.
 $d=18,5 \cdot 10^{-3}$ м; $Q_m=0,243 \cdot 10^{-3}$ кг/с; $l_g=50 \cdot 10^{-3}$ м; 1 — $B=0,05$ Т; 2 — $B=0,01$ Т; 3 — $B=0,015$ Т; 4 — $B=0,02$ Т; 5 — $B=0,025$ Т; 6 — $B=0,03$ Т; 7 — $B=0,035$ Т.

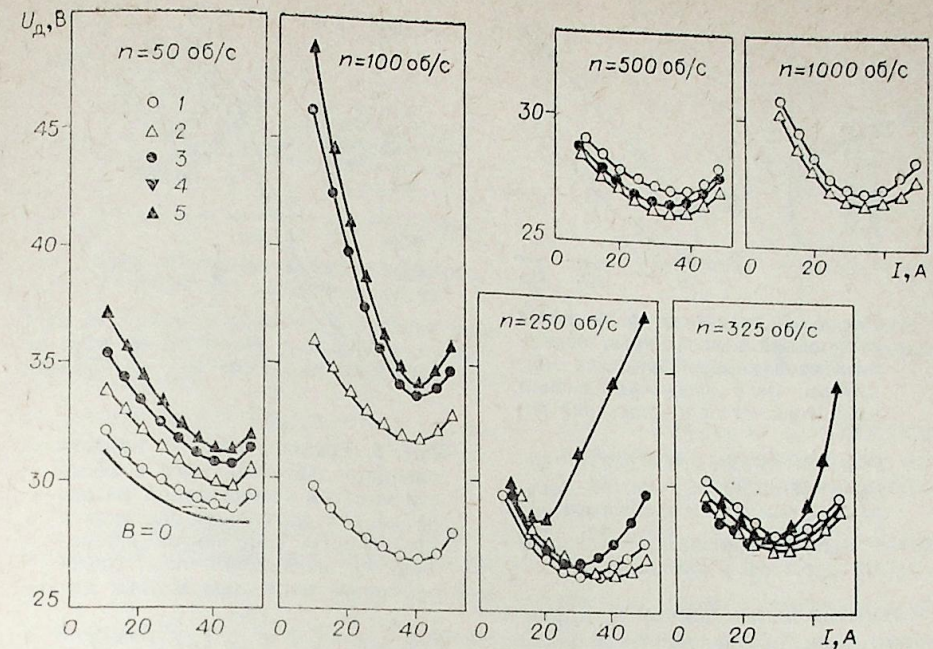


Рис. 7. Статические вольт-амперные характеристики электрической дуги во вращающемся магнитном поле четырехполюсного индуктора.
 $d=18,5 \cdot 10^{-3}$ м; $Q_m=0,243 \cdot 10^{-3}$ кг/с; $l_g=50 \cdot 10^{-3}$ м. 1 — $B=0,005$ Т; 2 — $B=0,01$ Т; 3 — $B=0,015$ Т; 4 — $B=0,0175$ Т; 5 — $B=0,02$ Т.

ряжения на свободно горящей дуге и ниже, причем порядок расположения вольт-амперных характеристик для разных значений индукций магнитного поля меняется на обратный. Разброс вольт-амперных характеристик дуги для различных значений магнитной индукции вращающегося поля уменьшается с ростом скорости вращения поля.

В диапазоне изменения тока дуги $10 \div 40$ А характеристики имеют падающий характер. Появление восходящего участка вольт-амперной характеристики при токах дуги, превышающих 40 А обусловлено тем, что исследуемая дуга является дугой с фиксированной длиной, а также, возрастающим с увеличением тока дуги влиянием холодной стенки камеры.

Вольт-амперные характеристики разряда, горящего во вращающемся магнитном поле индуктора с двумя парами полюсов (рис. 7), имеют явно выраженный U-образный характер. Увеличение индукции и скорости вращения магнитного поля в диапазоне скоростей вращения поля $50 \div 100$ об/с приводит к росту напряжения на дуге. При скоростях вращения магнитного поля, превышающих 200 об/с, увеличение магнитной индукции поля ведет к снижению напряжения на дуге, а в вольт-амперной характеристике дуги начинает преобладать восходящий участок.

Из сравнения ВАХ для различных скоростей вращения поля видно, что для получения восходящей ветви характеристики необходимо применение магнитных полей с тем большими индукциями, чем больше скорость вращения магнитного поля, воздействующего на дугу.

Отличие вольт-амперных характеристик дуги, осуществленной в неоднородном вращающемся поле (индуктор с двумя парами полюсов), от характеристик дуги в двухполюсном индукторе обусловлено отличиями в характере движения разряда:

- 1) более быстрым уменьшением радиуса прецессии дуги в неоднородном магнитном поле при увеличении скорости вращения;
- 2) тем, что дуга в четырехполюсном вращающемся магнитном поле вращается вокруг своей оси со скоростью, значительно превышающей скорость вращения поля индуктора.

По мере уменьшения радиуса траектории движения дуги с ростом скорости вращения поля четырехполюсного индуктора происходит уменьшение относительного превышения скорости вращения ствола дуги вокруг своей оси над скоростью вращения поля. При скоростях вращения поля, близких значениям, соответствующим режиму стабилизации дуги на его оси, обе скорости становятся практически равны.

Максимум напряжения на дуге соответствует максимальной скорости движения дуги относительно среды.

Максимум напряжения на дуге, осуществленной во вращающемся магнитном поле двухполюсного индуктора, не совпадает с максимумом зависимости скорости разряда относительно среды от скорости вращения поля. Он смещен в сторону меньших скоростей вращения поля, когда радиус траектории движения дуги, а значит и влияние холодной стенки разрядной камеры — максимальны.

Причины формирования восходящей ветви вольт-амперной характеристики дуги, осуществленной в многополюсном вращающемся магнитном поле, кроются в специфике топологии поля индуктора. Как видно из анализа вольт-амперных характеристик, явно выраженные восходящие ветви имеют место при осуществлении дуги в магнитном поле, вращающемся со скоростью, при которой возможна стабилизация разряда на оси вращения.

Увеличение тока дуги, стабилизированной на оси вращения поля индуктора, при определенных условиях вызывает дестабилизацию дуги. Ствол разряда отклоняется от оси поля и попадает в зону больших значений индукции внешнего поля, интенсивно турбулизуется, закручиваясь вокруг своей оси, одновременно вращаясь вокруг оси поля по траектории, по форме близкой к круговой. Это вызывает увеличение теплоотдачи в окружающий газ, приводит к росту напряжения на дуге.

Большому значению тока дуги соответствует большее значение напряжения разряда от оси поля (рис. 8) и соответственно большее отклонение дуги — вольт-амперная характеристика дуги имеет возрастающий характер.

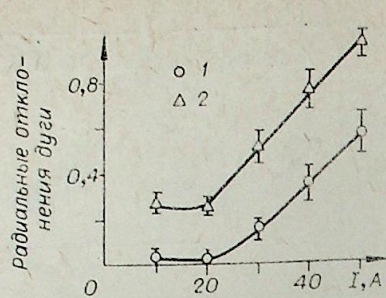


Рис. 8. Зависимость радиальных отклонений ствола дуги, осуществленной во вращающемся магнитном поле четырехполюсного индуктора, от величины тока дуги.

$n=250$ об/с $B=0,020$ Т; $d=20,5 \cdot 10^{-3}$ м; $Q_m=0,46 \cdot 10^{-3}$ кг/с. 1 — $\rho_e(n)$ — радиус прецессионного движения разряда в относительных единицах; 2 — $R_e(n)$ — эквивалентный радиус разряда в относит. ед.

Анализ вольт-амперных характеристик дуги, осуществленной во вращающихся магнитных полях (см. рис. 6, 7), и легко получаемых из них зависимостей напряжения на дуге от величины магнитной индукции поля индуктора позволяет сделать вывод о том, что существуют вполне определенные границы в поле параметров, обеспечивающие при заданном токе дуги стабилизацию ствола разряда на оси вращающегося поля (рис. 9, 10).

Исследование электрической дуги при ее осуществлении в магнитных полях индукторов с различным числом пар полюсов показали, что для характеристик разряда определяющим фактором является крутизна зависимости магнитной индукции поля индуктора от радиальной координаты, а не число пар полюсов индуктора.

АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ДУГИ

Теоретическое исследование движения электродугового разряда в цилиндрическом канале под действием ВМП представляет собой большие трудности для полевых методов, т. е. при рассмотрении процесса в частных производных.

Используем интегральный метод, когда компоненты уравнения движения для электродуговой плазмы интегрируются по сечению разряда и выделяются силы, действующие на дугу как целое. В результате получаем второй закон Ньютона применительно к единице дугового ствола:

$$M \frac{dV}{dt} = \sum \bar{F}_i, \quad (1)$$

где M — масса единицы длины ствола дуги с учетом присоединенной массы;

V — скорость движения дуги; F_i — внешние силы, действующие на единицу длины дуги.

При анализе движения в соответствии с [4] пренебрегаем электрической силой и силой тяжести. В качестве основных сил на ствол электрической дуги, движущейся под действием ВМП, действуют следующие силы (рис. 11):

1. Электромагнитная сила

$$\bar{F}_{эм} = [\bar{I}\bar{B}] = IB \exp j \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right), \quad (2)$$

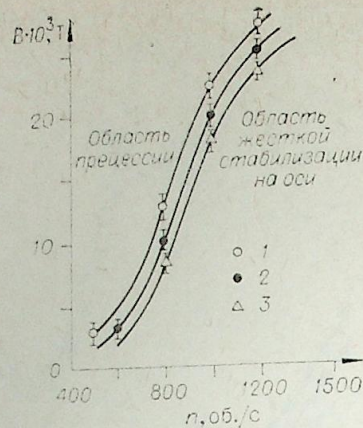


Рис. 9. Границы области прецессионного движения дуги и области жесткой стабилизации разряда на оси магнитной системы в пространстве параметров вращающегося магнитного поля двухполюсного индуктора и тока дуги.

$d=22 \cdot 10^{-3}$ м; $Q_m=0,46 \cdot 10^{-3}$ кг/с, 1 — $I=8$ А; 2 — $I=14$ А; 3 — $I=20$ А.

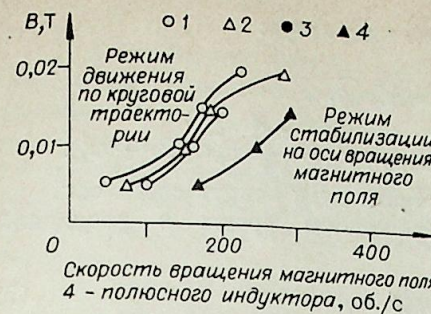


Рис. 10. Границы режимов движения ствола дуги по круговой траектории и стабилизации на оси вращения магнитного поля.

$d=18,5 \cdot 10^{-3}$ м; $Q_m=0,243 \cdot 10^{-3}$ кг/с, 1 — $I=20$ А; 2 — $I=30$ А; 3 — $I=40$ А; 4 — $I=50$ А.

При осуществлении дуги в поле двухполюсного индуктора в тангенциальном направлении действует выпуждающая сила $F_{эм}^r = F_{эм} \cdot \cos \varphi$, которая направлена в сторону вращения поля при нахождении ствола дуги в интервале $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$. Значения ρ и φ в любой момент времени определяют положение ствола дуги относительно вектора \bar{B} , вращающегося с угловой скоростью ω :

$$\bar{\rho} = \rho \exp j(\omega t + \varphi). \quad (3)$$

При наложении на электрическую дугу поля четырехполюсного индуктора сила направлена в сторону вращения поля в интервалах $-\pi/4 \leq \varphi \leq \pi/4$ и $3\pi/4 \leq \varphi \leq 5\pi/4$. Кроме того, следует учитывать, что при изменении радиуса траектории движения ρ ствол дуги попадает в зоны пространства, характеризующиеся новыми значениями индукции поля индуктора, и на него действует уже иная сила $F_{эм}$, изменение которой идентично изменению $|B|$.

2. Сила аэродинамического сопротивления

$$\bar{F}_{аэр} = C_x \delta r_1 \omega_0^2 \rho^2 = C_x \frac{\bar{V}^2 \delta}{2} d_1, \quad (4)$$

$C_x = 1 + 6,35B^{0,3}$ — коэффициент аэродинамического сопротивления, определенный в соответствии с [20]; δ — плотность набегающего газа; $V = \omega_0 \rho = (\omega - \omega_s) \rho$ — скорость ствола дуги относительно газа; ω_s — угловая скорость вращения среды; $d_1 = 2r_1$ — диаметр ствола дуги, определенный для заданного тока дуги и рода газа.

3. Сила инерции.

$$\bar{F}_{ин} = -m\bar{a}. \quad (5)$$

Используется при описании движения в неинерциальных системах отсчета и позволяет учесть движение координатной системы. Здесь a — разность ускорений тела в инерциальной и неинерциальной системах отсчета. Для системы координат, вращающихся вместе с вектором \bar{B} , $\bar{a} = -\omega^2 \rho$, $\bar{F}_{ин} = M \omega^2 \bar{\rho}$, где $M = \frac{\pi d_1^2}{4} (\delta + \delta_0)$. Здесь δ_0 — плотность плазмы в стволе разряда; δ — плотность окружающего газа, так как $\delta_0 \ll \delta$, то $M = \frac{\pi d_1^2}{4} \delta$.

4. Подъемная сила

$$\bar{F}_\pi = \delta V \Gamma, \quad (6)$$

где Γ — циркуляция вектора скорости вокруг сечения ствола дуги. При

воздействии на дугу полем двухполюсного индуктора:

$$\bar{F}_\pi = \frac{\pi d_1^2}{4} \delta \omega_0^2 \bar{\rho} = M \omega_0^2 \bar{\rho}.$$

В случае поля четырехполюсного индуктора $\bar{F}_\pi = \frac{\pi d_1^2}{4} \delta \bar{\rho} \omega_0 (\omega + \omega_1)$.

Здесь ω_1 — угловая скорость вращения ствола дуги вокруг своей оси.
5. Сила Архимеда. Обусловлена вращением среды в разрядной камере.

$$\bar{F}_A = -M \omega_s^2 \bar{\rho}. \quad (7)$$

На основании проведенного анализа сил можно сделать вывод, что движение дуги в поле четырехполюсного индуктора отличается наличием вращения ствола дуги вокруг своей оси со скоростью ω_1 , зависимость которой от радиуса траектории движения дуги описывается выражением

$$\omega_1 = (A \rho_e + 1) \omega, \quad (8)$$

где A — коэффициент, зависящий от тока дуги и индукции ВМП $\rho_e = \rho/R_1$. Оценка индукции ВМП четырехполюсного индуктора $0,015 T$ для тока дуги $40 A$, при радиусе разрядной камеры $R_1 = 10,25 \cdot 10^{-3} m$ дала значение коэффициента $A = 135$. Рассматривая разряд как цилиндр с радиусом r_1 , движущийся по круговой траектории со скоростью ωr во вращающейся вместе с полем системе координат, определяем результирующую всех сил, приложенных к стволу дуги. В установившемся режиме движения $F_{эм}^r = F_{аэр}$, поэтому

$$F_{рез} = F_{\pi\pi} + F_{эм} \sin \varphi + F_\pi - F_A. \quad (9)$$

При переходе к относительным единицам ρ_e получаем для однородного поля двухполюсного индуктора

$$F_{рез} = 2\pi r_1^2 R_1 \delta \rho_e \omega \omega_0 + IB \sin \varphi;$$

для поля четырехполюсного индуктора:

$$F_{рез} = 2\pi r_1^2 R_1 \delta \rho_e \omega_0 (\omega + \omega_1) + I \eta \sin \varphi,$$

где $\omega_0 = \omega - \omega_s = 2 \sqrt{\frac{\pi \eta \omega}{R_1 r_1 \delta C_x (1 - \rho_e^2)}}$. Здесь η — динамическая вязкость среды в разрядной камере.

Результирующая всех сил, действующих на ствол дуги, определяет скорость потока массы в радиальном направлении [21].

$$V_m = \frac{F_{рез}}{8\pi \eta_z} \left[\frac{r_1^2}{(1 - \rho_e^2)^2 R_1^2} - \ln \frac{r_1^2}{(1 - \rho_e^2)^2 R_1^2} - 1 \right]. \quad (10)$$

Здесь η_z — динамическая вязкость плазмы дугового столба.

Пренебрегая влиянием потока массы на распределение температуры по сечению ствола разряда, в соответствии с [9] определяем скорость движения разряда относительно потока массы, обусловленную несимметрией теплоотвода от отклоненного ствола разряда:

$$V_c = - \frac{cE(1 - 0,4\rho_e) (\mu_g^2 - \mu_0^2)}{\rho_e R} \cdot \frac{\lambda_m}{c_p \delta_m}. \quad (11)$$

Здесь в соответствии с принятой моделью λ_m , c_p , δ_m — теплопроводность, теплоемкость при постоянном давлении и плотность газа, определенные при средней температуре в стволе дуги; c — размерный коэффициент; $E = E_0 + m \rho_e^2$ — напряженность электрического поля движущейся дуги; E_0 — напряженность электрического поля свободно горящей дуги; $m = \frac{E - E_0}{\rho_e^2}$ — эмпирический коэффициент.

При движении ствола дуги по траектории с неизменным радиусом должно наблюдаться равенство: $V_m = -V_c$. Отсюда получаем выражения, позволяющие определить значение радиуса траектории движения дуги при заданных параметрах внешнего поля.

На рис. 12 представлены результаты расчета радиуса траектории движения дуги от скорости вращения магнитных полей двух- и четырехполюсных индукторов, выполненные для двух крайних случаев по расходу плазмообразующего газа: а) для практически безрасходного режима $Q_m \rightarrow 0$; б) когда газ в объеме разрядной камеры полностью меняется за время, меньшее периода вращения дуги: $\omega_0 = \omega$ ($\omega_s = 0$).

Рассмотренный метод хотя и позволяет весьма наглядно представить механизм движения дуги в магнитном поле, однако не дает возможности проанализировать процесс по аналитическим выражениям параметров движения дуги.

Рассмотрим теперь процесс движения дуги не только по радиальной координате, но и по круговой траектории с центром вращения на оси магнитного поля. Движение ствола дуги описывается уравнениями:

$$M \frac{d\bar{V}_m}{dt} = \bar{F}_{эм} + \bar{F}_{аэр} + \bar{F}_\pi + \bar{F}_A, \quad d\rho/dt = \bar{V}_m + \bar{V}_c. \quad (12)$$

Здесь $d\bar{\rho}/dt$ — результирующая скорость движения разряда.

Записываем выражения для векторов скоростей потока массы V_m и скольжения разряда относительно среды V_c , а также, скорости потока газа в разрядной камере, закрученного движущейся дугой:

$$\bar{V}_m = (j\omega\rho + V_{cm}) \exp j(\omega t + \varphi), \quad (13)$$

$$\bar{V}_c = - \frac{A_1 \rho}{R_1^2 - \rho^2} \left(1 + A_2 \frac{\rho^2}{R_1^2} \right) \exp j(\omega t + \varphi), \quad (14)$$

$$\bar{V}_s = j\omega_s \rho \exp j(\omega t + \varphi). \quad (15)$$

Здесь V_{cm} — модуль скорости скольжения дуги относительно среды; A_1 и A_2 — коэффициенты, определяемые в соответствии с [22]. Получим такие выражения для сил, действующих на дугу:

$$\bar{F}_{аэр} = -C_x r_1 \delta (\bar{V}_m - \bar{V}_s) |\bar{V}_m - \bar{V}_s|,$$

$$\bar{F}_A = M \omega_s^2 \rho \exp j(\omega t + \varphi), \quad F_\pi = -j\pi r_1^2 \delta [\omega_0 (\bar{V}_m - \bar{V}_s)] \text{ — для двухполюсного индуктора}$$

$$F_\pi = -j\pi r_1^2 \delta (\omega_0 + \omega_1) (\bar{V}_m - \bar{V}_s) \text{ — для четырехполюсного индуктора.}$$

Электромагнитную силу в случае четырехполюсного индуктора запишем в виде: $F_{эм} = IK\rho \exp j \left[\omega t + \frac{\pi}{2} (3\tau + 1) \right]$.

Здесь $B = K\rho$; τ — номер полюсного деления. Для $-\pi/4 \leq \varphi \leq \pi/4$ $\tau = 0$, для $3\pi/4 \leq \varphi \leq 5\pi/4$ $\tau = 2$.

После подстановки этих выражений в исходные уравнения и соответствующих преобразований, можем получить значения ρ и φ при заданном сочетании параметров режима горения разряда.

Для поля четырехполюсного индуктора:

$$K^2 N^2 + 2DV_{cm} M \omega_0 \sqrt{N} (\omega_0 - \omega) + M^2 [\rho^2 \omega^2 (2\omega + \omega_1)^2 +$$

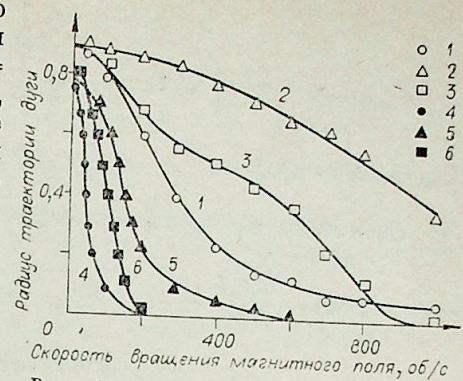


Рис. 12. Результаты расчета радиуса траектории движения дуги во вращающихся магнитных полях двух- и четырехполюсных индукторов в зависимости от скорости вращения внешнего поля в сравнении с экспериментом.

1, 2, 3 — $p=1$, $I=14 A$, $B=0,015 T$, $d=11 \cdot 10^{-3} m$; 4, 5, 6 — $p=2$, $I=40 A$, $B=0,015 T$, $d=11 \cdot 10^{-3} m$; 1; 4 — $Q_m \rightarrow 0$; 2, 5 — $\omega_s = 0$, $\omega_0 = \omega$; 3, 6 — эксперимент.

$$+ V_{cm}^2 (\omega + \omega_0 + \omega_1)^2] - I^2 K^2 \rho^2 = 0, \quad (16)$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} (3\tau + 1) - \operatorname{arctg} \frac{D\rho\omega_0 \sqrt{N} + V_{cm} M (\omega + \omega_0 + \omega_1)}{DV_{cm} \sqrt{N} - \rho M (\omega_0 (2\omega + \omega_1))}. \quad (17)$$

Здесь $N = \rho^2 \omega_0^2 + V_{cm}^2$, $D = C_x r_1 \delta$.

Для поля двухполюсного индуктора:

$$I^2 B^2 = \frac{C_x d_1 \delta}{2} (\rho^2 \omega_0^2 + V_{cm}^2) + 4M^2 \omega^2 \left[\rho^2 \omega_0^2 + \frac{V_{cm}^2}{4} \left(1 + \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \right] - C_x d_1 \delta M V_{cm} \rho \omega_0 \omega \sqrt{\rho^2 \omega_0^2 + V_{cm}^2}, \quad (18)$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{C_x d_1 \delta}{2} V_{cm} \sqrt{\rho^2 \omega_0^2 + V_{cm}^2} - 2M \rho \omega \omega_0, \quad (19)$$

$$\frac{C_x d_1 \delta}{2} \rho \omega_0 \sqrt{\rho^2 \omega_0^2 + V_{cm}^2} + M V_{cm} (\omega + \omega_0).$$

Здесь $V_{cm} = \frac{A_3}{R_1^3} \rho^2$ — зависимость, позволяющая аппроксимировать функцию $V_c(\rho)$, коэффициент A_3 определен из [22].

Качественный анализ этих формул для случая $\omega_0 = 0$ показывает, что при изменении скорости вращения внешнего магнитного поля четырехполюсного индуктора от нуля до бесконечности, значения угла φ меняются от $-\pi/4$ до $\pi/4$ при рассмотрении движения дуга в правой половине плоскости системы координат. При двухполюсном индукторе значения угла φ меняются от $-\pi/2$ до $\pi/2$.

Анализ условий устойчивости движения дуги по круговой траектории с учетом скольжения разряда относительно потока массы подтвердил результаты качественного анализа.

В рамках рассмотренной модели удалось удовлетворительно описать движение дуги по круговой траектории вокруг оси ВМП. Однако эта модель не применима для описания движения дуги, стабилизированной на оси ВМП, так как предложенный механизм сил, действующих на ствол дуги, в этом режиме существования разряда перестает работать.

В качестве первого приближения исследуется каналовая модель дуги, стабилизированной таким образом, что оси ВМП и ствола дуги совпадают. В этом случае характер движения ствола дуги однозначно определяется значением скорости его вращения ω , при заданной скорости вращения поля индуктора ω_0 .

На основе экспериментальных исследований ствол дуги рассматриваем как цилиндрическое тело, вращающееся вокруг оси, совпадающей с осью ВМП, с некоторым скольжением относительно ВМП индуктора.

Вращающий момент, который вызывает движение ствола дуги, можно считать результатом взаимодействия волны тока, индуцированного в стволе разряда вращающимся магнитным полем индуктора, с волнами распределения индукции ВМП вдоль окружности канала дуги.

Для определения электромагнитных сил, действующих на ствол дуги со стороны ВМП, необходимо найти распределение индуцированных в плазме дуги токов по сечению канала разряда.

Упрощая задачу о распределении электромагнитного поля в проводящей среде, принимаем следующие допущения:

- 1) продольные краевые эффекты отсутствуют;
 - 2) токи обмоток индуктора создают ВМП, индукция которого по длине индуктора постоянна, а по окружности его меняется по закону косинуса;
 - 3) рассматриваем только основную гармонику волны индукции ВМП.
- В соответствии с принятой моделью характеризуем плазму ствола

дуги некоторым усредненным значением электропроводности $\sigma_m = 2\pi \int_0^{r_1} \sigma(\rho) \rho d\rho / \pi r_1^2$, где ρ — радиальная координата.

Поле индуктора определим на поверхности расточки статора, т. е. при $\rho = R$ через его φ — компоненту, которую считаем равной

$$\bar{H} = H_0 \exp j(\omega t - p\varphi),$$

где ω — круговая частота тока, питающего обмотки индуктора; H_0 — амплитудное значение напряженности магнитного поля, создаваемого индуктором; p — число пар полюсов индуктора.

В основе математических методов решения задач о вращающемся магнитном поле лежат уравнения Максвелла, которые в дифференциальной форме для неподвижной среды имеют вид

$$\operatorname{rot} \bar{H} = j + \frac{\partial D}{\partial t},$$

$$\operatorname{rot} \bar{E} = - \frac{\partial B}{\partial t},$$

где $\bar{D} = \epsilon E$, $B = \mu \bar{H}$, $\bar{j} = \sigma E$.

Для упрощения расчета эти уравнения следует решать в системе координат, связанных с движущимся стволом дуги. В расчетных формулах при $S \neq 1$, где S — скольжение ствола дуги относительно ВМП, ω_1 обозначает величину ωS . Исходя из положения, что в плазме дугового ствола токи проводимости значительно больше токов смещения [4] в уравнении Максвелла член $\partial D / \partial t$ можно отбросить. Поскольку ВМП изменяется во времени по синусоидальному закону, считаем, что $\bar{H} = H_0 \exp j\omega t$; $\bar{E} = E_0 \exp j\omega t$; $\bar{j} = j_0 \exp j\omega t$.

Исходные уравнения принимают окончательный вид

$$\operatorname{rot} \bar{H}_0 = j_0, \operatorname{rot} E_0 = -j\omega \mu \bar{H}_0.$$

Решение этих уравнений в компонентах цилиндрической системы координат с учетом всех сделанных предположений, и принимая $\partial / \partial r = 0$ в областях пространства $0 \leq \rho < r_1$ и $r_1 \leq \rho \leq R$, при указанном граничном условии приведено в [23].

Вращающий момент находится путем интегрирования плотности вращающего момента по всему объему ствола дуги, которая вычисляется в усредненном по времени виде при помощи формулы:

$$n_\varphi = \rho \operatorname{Re} [j_{z0} \times B_{r0}^*], \quad (20)$$

где j_{z0} — плотность индуцированного тока; B_{r0}^* — сопряженный комплекс радиальной составляющей вектора \mathbf{n} .

После введения определяющих критериев подобия: $\bar{\omega} = 4\pi \sigma_m \mu \omega S r_1^2$; $\bar{\omega}_j = \sqrt{-j\bar{\omega}}$; $\bar{R} = R/r_1$, где μ — магнитная проницаемость плазмы ствола дуги, получаем выражение для определения вращающего момента, действующего на единицу длины ствола дуги, в безразмерном виде:

$$\bar{N} = \bar{R}^{2p+2} \operatorname{Im} [\bar{\omega}_j J_{p-1}(\bar{\omega}_j) J_p(\bar{\omega}_j^*)] / [pM(\bar{R}^{2p} - 1) J_p(\bar{\omega}_j) + \bar{\omega}_j (\bar{R}^{2p} + 1) J_p'(\bar{\omega}_j)]^2 \quad (21)$$

Здесь J_p — значение функции Бесселя p — порядка.

Зная значения тока дуги, а также параметры p , R , ω , B_0 и S , определяем зависимости вращающего момента от величины скольжения ствола дуги относительно ВМП.

При осуществлении разряда в бесконечно длинной разрядной камере радиуса R_1 в отсутствие продольного течения газа движению ствола ста-

билизированной дуги оказывают сопротивление лишь силы трения об окружающий газ.

Из рассмотрения потока, заключенного между двумя цилиндрами с радиусом R_1 и r_1 , вытекает, что в исследованном диапазоне параметров режима горения разряда движение газа в промежутке «дуга — стенка» происходит по концентрическим окружностям с центрами, лежащими на оси ВМП [24].

Момент трения ствола дуги об окружающий газ определяется из рассмотрения элементарного слоя газа на поверхности радиуса ρ_i , на которой на единицу ствола дуги действует относительно оси вращения z момент сил трения

$$M_{\text{тр}} = 2\pi\rho_i^2\tau, \quad (22)$$

где $\tau = \eta_i\rho_i \frac{d\omega}{d\rho}$ — напряжение трения на поверхности ρ_i ; η_i — динамическая вязкость газа при температуре соответствующей значению на поверхности.

Поскольку зависимость $T(\rho)$ известна лишь в диапазоне $0 \leq \rho \leq r_1$ при расчетах берется η_i , соответствующее T_i — температуре плазмы на поверхности ствола дуги. После расчета $T(\rho)$ во всем диапазоне ρ полученный результат может быть уточнен:

$$M_{\text{тр}} = 2\pi\eta_i\rho_i^3 \frac{d\omega}{d\rho}.$$

При установившемся движении газа момент сил трения не зависит от координаты ρ [24], тогда $\rho_i^3 \frac{d\omega}{d\rho} = \text{const}$. После интегрирования с учетом граничных условий на поверхности ствола дуги и стенки разрядной камеры (условий прилипания): при $\rho = r_1$, $\omega = \omega_1$, $\rho = R_1$, $\omega = 0$, получаем

$$\omega = \omega_1 r_1^2 \left(1 - \frac{R_1^2}{\rho^2} \right) / (r_1^2 - R_1^2). \quad (23)$$

Момент сил трения, действующих на единицу длины ствола дуги, равен:

$$M_{\text{тр}} = 4\pi\eta_i r_1^2 R_1^2 \omega_1 / (r_1^2 - R_1^2). \quad (24)$$

Зная зависимость $N(S)$ и $M_{\text{тр}}(\omega_1)$ и учитывая, что при квазистационарном движении разряда в любой момент времени $N = M_{\text{тр}}$, можем определить, применив формулу $\omega = \frac{\omega_1}{1 - S^2}$, зависимость величины скольжения ствола стабилизированной дуги относительно ВМП от скорости вращения магнитного поля или, что одно и то же, зависимость скорости вращения ствола дуги стабилизированной на оси ВМП, от скорости вращения поля индуктора.

Зависимость $\omega_1(\omega)$ делает возможным построение поля скоростей, давлений, температур в промежутке между поверхностью ствола дуги и стенкой разрядной камеры.

Расчет скольжения ствола дуги относительно ВМП по предложенной методике показал, что при $p = 2$ скольжение не превышает 12% в диапазоне скоростей 250 ÷ 100 об/с, что хорошо согласуется с результатами анализа данных эксперимента.

ВЫВОДЫ

1. Электрическая дуга постоянного тока, осуществленная во вращающемся магнитном поле, движется по круговой траектории с центром на оси магнитной системы синхронно с внешним полем. Ствол дуги при этом занимает относительно вектора магнитной индукции вращающегося поля положение, определяемое совокупностью параметров режима горения разряда.

2. При осуществлении дуги в поле двухполюсного индуктора, ствол дуги вращается вокруг своей оси со скольжением относительно ВМП 10—20%. Ствол дуги, находящейся под действием поля четырехполюсного индуктора, вращается вокруг своей оси в сторону вращения внешнего поля со скоростями, превышающими скорость его вращения.

3. В поле параметров режима горения разряда существуют определенные границы двух режимов движения дуги — движения по круговой траектории и жесткой стабилизации ствола дуги на оси вращения поля. При осуществлении дуги в поле четырехполюсного индуктора стабилизация разряда на оси поля имеет место при скоростях вращения поля, на порядок меньших скоростей вращения поля двухполюсного индуктора, при прочих равных условиях.

4. Воздействие вращающимися магнитными полями на электродуговой разряд позволяет значительно увеличить напряженность электрического поля дуги за счет поперечной конвекции.

5. Вращающееся магнитное поле делает возможным формирование восходящих ветвей вольт-амперных характеристик разряда, что особенно ярко проявляется в случае воздействия на дугу полями многополюсных индукторов. При этом дуга устойчиво горит при питании от жесткой сети в отсутствие балластного сопротивления в цепи питания, что увеличивает электрический коэффициент полезного действия установки.

Куйбышевский политехнический институт
им. В. В. Куйбышева

Поступила в редакцию
9/IV 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. Шевцов В. П., Мельник Г. Е., Лукьяченко В. Г. Формирование восходящих вольт-амперных характеристик в плазмотроне-реакторе с магнитным управлением. — В кн.: XIII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы, т. 3. Новосибирск, 1980.
2. Жуков М. Ф., Смоляков В. Я., Урюков Б. А. Электродуговые нагреватели газа (плазмотроны). М.: Наука, 1973.
3. Коротеев А. С. и др. Генераторы низкотемпературной плазмы. М.: Наука, 1964.
4. Жуков М. Ф., Коротеев А. С., Урюков Б. А. Прикладная динамика термической плазмы. Новосибирск: Наука, 1975.
5. Управляемые плазменные генераторы плазмы. Патент 971.063. (Великобритания). Оpubл. 11.06.63, Н5.
6. Попенко В. Г., Уланов И. М. Влияние продольного магнитного поля на дугу в загруженном потоке газа. — В кн.: VIII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы, т. 1. Новосибирск, 1980.
7. Мельникова Т. О., Попенко В. Г., Уланов И. М. Влияние вихревой стабилизации на электрическую дугу в продольном магнитном поле. — В кн.: Материалы XII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы, т. 1. Алма-Ата, 1977.
8. Новиков О. Я., Кулаков П. А. Устойчивость горения продольно обдуваемой дуги при динамической стабилизации средней длины. — В кн.: Сложные электромагнитные поля и электрические цепи, вып. 4. Уфа, 1976.
9. Новиков О. Я. Устойчивость электрической дуги. Л.: Энергия, 1978.
10. Кулаков П. А. Исследование устойчивости движения дуги в бегущем магнитном поле. — В кн.: Материалы VII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы, т. 2, Алма-Ата, 1977.
11. Новиков О. Я., Егоров В. М., Кулаков П. А., Танаев В. В. Способ стабилизации электродугового разряда в плазмотроне, авт. свид. 681583 (СССР). Открытия, изобрет., пром. образцы, товарные знаки, 1979, № 44.
12. Каплянский А. Е., Полотовский Л. С., Соколов Н. Ф., Петров П. И. Гашение электрической дуги постоянного тока во вращающемся магнитном поле. — Электричество, 1956, № 2.
13. Новиков О. Я., Гурьянов В. П. Способ осуществления электрической дуги, авт. свид. № 177537 (СССР). Открытия, изобрет., пром. образцы, товарные знаки, 1969, № 1.
14. Гурьянов В. Н., Курбатов Е. П., Новиков О. Я. Исследование стабилизирующего воздействия на электрическую дугу вращающимся магнитным полем. — Тр. III Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. М., 1969.
15. J. Lotrian, A. Johannin-Gilles. Stabilisation d'un décharge d'arc par un champ magnetique tournant. — Spectrochim. Acto, 1973, v. 28 B, N 1.

16. Таран В. Д., Гаген Ю. Г., Суворов А. Ф. Дугоконтактная сварка труб с использованием вращающегося магнитного поля.— Разработка нефтяных и газовых месторождений, 1966, № 2.
17. Меккер Г. Причины движения и смещения дуги.— ТИИЭР, 1971, № 4, т. 59.
18. Pavlovich V. V., Mibailidi T. A. D. C. arc in External Rotating Magnetic field Applied as a spectroscopical Source.— Tehnička Fizika (Beograd), 1975, N 12.
19. Буянов П. В., Замараев В. П., Туманов А. И. Повышение точности спектрального анализа магнитной стабилизирующей. М., 1971.
20. Ясько О. И. Электрическая дуга в плазмотроне. Минск: Наука и техника, 1977.
21. Путько В. Ф. Электродуговая плазма во вращающемся магнитном поле. Канд. дис. Новосибирск, 1978.
22. Тапаев В. В. Исследование пространственной стабилизации электрической дуги применительно к аппаратам с жидкометаллическим рабочим телом: Канд. дис. Л.: ЛПИ, 1978.
23. Крумиш Ю. К. Задача о проводящем цилиндре, находящемся во вращающемся магнитном поле цилиндрического индуктора.— Изв. АН Латв. ССР, 1959, № 7 (144).
24. Дорфман Л. А. Гидродинамическое сопротивление и теплоотдача вращающихся тел. М.: Физматгиз, 1960.

УДК 532.517 : 621. 436

В. П. ЗАКРЖЕВСКИЙ, О. Н. ЛЕБЕДЕВ, С. Н. РУДИН

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ВИХРЕВОГО ДВИЖЕНИЯ ВОЗДУШНОГО ЗАРЯДА В ЦИЛИНДРЕ ДИЗЕЛЯ

Закрутка воздушного заряда в камере сгорания значительно улучшает качество струйного смесеобразования в дизелях [1]. Однако до настоящего времени теоретические основы этого способа разработаны далеко недостаточно. В частности, нет физически обоснованных методов расчета динамики движения заряда на такте сжатия. Попытки решения данной задачи, сделанные в [2—4 и др.], носят весьма приближенный характер. Поэтому исследования в этой области остаются по-прежнему актуальными. В данной статье, которая логически завершает работы [5, 6], изложен расчетный метод вихревого движения воздушного заряда в дизеле, учитывающий влияния стенок крышки цилиндра и донышка поршня.

Предположим, что в процессе наполнения воздушный заряд в цилиндре двигателя получил при помощи какого-либо устройства вращательное движение. Допустим далее, что это движение при положении поршня в НМТ (нижняя мертвая точка) описывается определенной закономерностью, которую будем считать известной. Условно положим, что в НМТ и при последующем движении поршня к ВМТ (верхняя мертвая точка) на всей границе внутрицилиндрового объема (стенка цилиндрической втулки, днища головки и поршня) скорость движения падает до нуля, т. е. выполняется условие прилипания. Вследствие газодинамических потерь, которые при этом возникнут, вращение заряда в период сжатия будет затухать и произойдет перестройка полей скорости движения. Требуется проследить за динамикой этих процессов на протяжении всего хода поршня от НМТ к ВМТ.

Параметры двигателя будем считать заданными. Выберем систему координат, как показано на рис. 1, и положим, что время t равно нулю при положении поршня в НМТ.

В приведенной общей постановке задачи для описания процесса следует использовать нестационарные трехмерные уравнения Рейнольдса. Очевидно, что для создания математической модели эволюции вихря в цилиндре ДВС следует использовать любые разумные упрощающие допущения, вытекающие из физической сущности исследуемого явления.

В соответствии с общими традициями анализа процессов в ДВС положим, что сжатие осуществляется по политропе, средний показатель которой n , известен. Тогда в любой момент времени можно считать, что коэффициент вязкости μ , плотность ρ и температура T_x не зависят от координат, т. е.

$$\mu = \mu(t), \rho = \rho(t), T_x = T_x(t).$$

Из экспериментальных данных [7, 8] следует, что пульсации плотности ρ' по сравнению

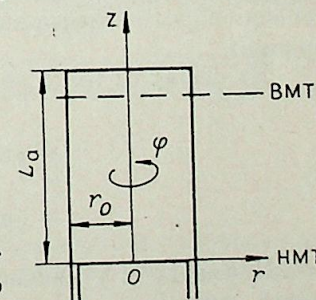


Рис. 1. Расположение систем координат по отношению к цилиндру двигателя.

с осредненными значениями этой величины являются очень малыми, т. е. без существенного ограничения общности можно считать $\rho' = 0$.

При сделанных допущениях уравнение движения в проекции на ось φ запишется в форме [9]:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u_\varphi}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} + \frac{u_\varphi \partial u_r}{r \partial \varphi} + u_z \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} + \frac{u_r u_\varphi}{r} = \\ & = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \frac{1}{3r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \\ & + \nu \left(\frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial z^2} - \frac{u_\varphi}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} \right) - \\ & - \frac{1}{r} \frac{\partial \langle u'_\varphi u'_\varphi \rangle}{\partial \varphi} - \frac{\partial \langle u'_\varphi u'_r \rangle}{\partial r} - \frac{\partial \langle u'_\varphi u'_z \rangle}{\partial z} - \frac{2}{r} \langle u'_\varphi u'_r \rangle, \end{aligned} \quad (1)$$

где u_φ , u_r , u_z — проекции вектора скорости; p — давление; $\langle u'_i u'_j \rangle$ — компоненты тензора напряжений Рейнольдса; $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ — кинематическая вязкость. Штрихом обозначены пульсирующие величины.

Дальнейшее упрощение системы, состоящей из уравнений вида (1), с помощью элементарных соображений вряд ли возможно. Поэтому воспользуемся методами теории размерностей. Если привести исходную систему к безразмерному виду и сделать соответствующий анализ полученных безразмерных масштабных комплексов, то нетрудно убедиться, что уравнения содержат один малый параметр, который физически равен отношению масштабов поперечного и тангенциального движений воздушного заряда [6]. Отметим, что такой выбор масштабных параметров отражает основной физический аспект исследуемого процесса, заключающийся в превалировании скорости «закрутки» над остальными течениями. Формальное применение метода малого параметра позволяет в нулевом приближении получить систему уравнений, значительно более простую, чем исходная. Так, например, уравнение (1) будет иметь вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial t^2} = \nu \left(\frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial z^2} - \frac{u_\varphi}{r^2} \right) - \\ - \frac{\partial \langle u'_\varphi u'_\varphi \rangle}{\partial r} - \frac{\partial \langle u'_\varphi u'_z \rangle}{\partial z} - \frac{2}{r} \langle u'_\varphi u'_r \rangle, \end{aligned} \quad (2)$$

где для упрощения записи опущен индекс нулевого приближения.

Система уравнений нулевого приближения является незамкнутой, так как содержит пока еще неопределенные компоненты дополнительных напряжений Рейнольдса. Для ее замыкания воспользуемся концепцией Буссинеска [9], в соответствии с которой положим

$$-\langle u'_i u'_j \rangle = -\frac{1}{3} \langle q^2 \rangle \delta_{ij} + \varepsilon_t D_{ij}, \quad (3)$$

где δ_{ij} — символ Кронекера; $\langle q^2 \rangle$ — удвоенная кинетическая энергия турбулентности; ε_t — коэффициент вихревой вязкости; D_{ij} — симметричный тензор скоростей деформации, записанный в цилиндрической системе координат.

Из формулы (3), в частности, имеем

$$\begin{aligned} -\langle u'_\varphi u'_r \rangle &= \varepsilon_t \left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} - \frac{u_\varphi}{r} \right), \\ -\langle u'_\varphi u'_z \rangle &= \varepsilon_t \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \varphi} + \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Применяя к уравнениям (4), как и ранее к исходной системе уравнений, методы теории размерностей и разложение в ряд по малому па-

раметру и подставляя полученные результаты в уравнение (2), окончательно получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_\varphi}{\partial t} = \nu \left(\frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r^2} + \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial z^2} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial r} \left[\varepsilon_t \left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon_t \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} \right) + \frac{2}{r} \varepsilon_t \left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

где для коэффициента вихревой вязкости справедливо общее функциональное представление

$$\varepsilon_t = \varepsilon_t(t, r, \varphi, z). \quad (6)$$

Уравнение (5) можно рассматривать как искомое модельное уравнение, которое позволит исследовать процесс эволюции вихревого заряда с достаточной полнотой.

Рассмотрим процесс затухания вихревого движения при неподвижном поршне за время полувихря T . Предположим, что вместо коэффициента вихревой вязкости ε_t , определяемого общей функциональной зависимостью (6), можно рассмотреть некоторое его осредненное значение $\tilde{\varepsilon}_t$, определяемое выражением

$$\tilde{\varepsilon}_t(t) = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \varepsilon_t d\Omega, \quad (7)$$

где Ω — область развития процесса.

Формально соотношение (7) можно рассматривать как применение теории о среднем к величине коэффициента вихревой вязкости. После операции осреднения (7) получим функциональную зависимость

$$\tilde{\varepsilon}_t = \tilde{\varepsilon}_t(t). \quad (8)$$

Подставляя (8) в уравнение (5) и выполняя формальные преобразования, запишем:

$$\frac{\partial u_\varphi}{\partial t} = (\nu + \tilde{\varepsilon}_t) \left(\frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r^2} + \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial z^2} \right). \quad (9)$$

Из (9) следует, что в случае принятия функциональной зависимости (8) скорость u_φ в нулевом приближении не зависит от координаты φ , т. е.

$$u_\varphi = u_\varphi(t, r, z).$$

Сформулируем необходимые граничные условия к уравнению (9). В силу условия прилипания на граничных поверхностях будем иметь

$$u_\varphi(t, r, 0) = 0; \quad u_\varphi(t, r, L_a) = 0; \quad u_\varphi(t, r_0, z) = 0. \quad (10)$$

Из условия симметрии течения на оси цилиндра имеем

$$u_\varphi(t, 0, z) = 0. \quad (11)$$

Начальное условие при $t = 0$ запишем в форме

$$u_\varphi(0, r, z) = \varphi(r, z), \quad (12)$$

где $\varphi(r, z)$ — заданное начальное распределение скоростей закрученного потока.

Краевая задача (9)–(12) может быть решена аналитически. Для удобства приведем ее к безразмерному виду, для чего введем в рассмотрение безразмерные величины

$$r_1 = \frac{r}{r_0}, \quad z_1 = \frac{z}{L_a}, \quad \tau = \frac{t}{T}, \quad v = \frac{u_\varphi}{W}, \quad (13)$$

где W — некоторый масштаб тангенциальной компоненты скорости; r_0 — радиус цилиндра; L_a — расстояние между днищами поршня и головки цилиндра (см. рис. 1).

Введем еще два безразмерных комплекса:

$$\alpha^2 = \frac{(v + \tilde{\varepsilon}_t) T}{r_0^2}, \quad \beta = r_0/L_a. \quad (14)$$

Подставляя (13) в уравнение (9) и учитывая обозначения (14), получим окончательный вид расчетного уравнения

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} = \alpha^2 \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r_1^2} + \frac{1}{r_1} \cdot \frac{\partial v}{\partial r_1} - \frac{v}{r_1^2} + \beta^2 \frac{\partial^2 v}{\partial z_1^2} \right), \quad (15)$$

причем условия прилипания (10) примут вид

$$v(\tau, r_1, 0) = 0; \quad v(\tau, r_1, 1) = 0; \quad v(\tau, 1, z_1) = 0; \quad v(\tau, 0, z_1) = 0. \quad (16)$$

Для условия симметрии (11) будем иметь

$$v(\tau, 0, z_1) = 0. \quad (17)$$

Начальное условие (12) запишем в форме

$$v(0, r_1, z_1) = \varphi_1(r_1, z_1). \quad (18)$$

Заметим, что в случае неподвижного поршня

$$\alpha = \text{const}, \quad \beta = \text{const}.$$

Краевую задачу (15)–(18) будем решать методом разделения переменных Фурье, для чего положим

$$v(\tau, r_1, z_1) = X(\tau) \cdot R(r_1) \cdot Z(z_1). \quad (19)$$

Подставляя (19) в уравнение (15) и разделяя переменные, для определения новых неизвестных функций $X(\tau)$, $R(r_1)$, $Z(z_1)$ получим следующую совокупность уравнений:

$$R''(r_1) + \frac{1}{r_1} R'(r_1) + \left(\lambda^2 - \frac{1}{r_1^2} \right) R(r_1) = 0, \quad (20)$$

$$Z''(z_1) + m^2 Z(z_1) = 0,$$

$$X'(\tau) + \alpha^2 (\lambda^2 + \beta^2 m^2) X(\tau) = 0,$$

где λ , m — постоянные разделения.

Решая уравнения (20) с учетом краевых условий (16) и (17), получим

$$\begin{aligned} R(r_1) &= c_1 I_1(\lambda_n r_1), \\ Z(z_1) &= c_2 \sin k\pi z_1, \\ X(\tau) &= c_3 \exp\{-\alpha^2 \lambda_n^2 + \beta^2 \pi^2 k^2\} \tau, \end{aligned} \quad (21)$$

где постоянная разделения λ_n определяется как последовательность положительных корней функции Бесселя первого порядка.

Нетрудно убедиться, что общее решение краевой задачи найдется в виде двойного ряда

$$v(\tau, r_1, z_1) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} A_{nk} I_1(\lambda_n r_1) \sin k\pi z_1 \exp\{-\alpha^2 (\lambda_n^2 + \beta^2 \pi^2 k^2) \tau\}. \quad (22)$$

Определяя постоянные A_{nk} с помощью начального условия, найдем

$$A_{nk} = \frac{4}{I_2^2(\lambda_n)} \int_0^1 \int_0^1 \varphi_1(r_1, z_1) r_1 I_1(\lambda_n r_1) \sin k\pi z_1 dr_1 dz_1. \quad (23)$$

Подстановка (23) в (22) дает окончательное аналитическое решение поставленной задачи, которое позволяет выяснить некоторые качественные зависимости процессов, происходящих с вихревым потоком в цилиндре двигателя.

Чтобы приблизить расчеты к реальной действительности, возьмем в качестве начального приближения эпюру, предложенную в [7], которая в наших обозначениях запишется в виде

$$u_{\varphi 0} = c \bar{u}_p I_1(\lambda r_1) \exp\{-\lambda^2 \alpha^2 \tau_0\}, \quad (24)$$

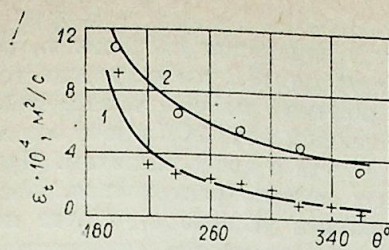


Рис. 2. Изменение коэффициента турбулентной вязкости воздушного заряда от угла поворота коленчатого вала экспериментального двигателя [7] при $n = 460$ об/мин. 1 — с подвижным поршнем, 2 — с неподвижным поршнем.

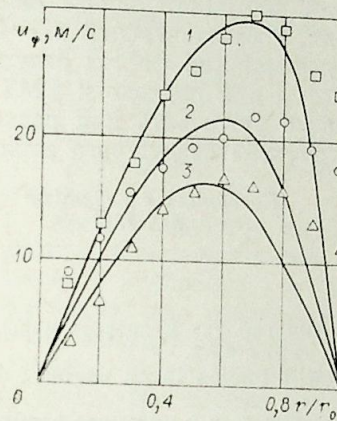


Рис. 3. Изменение скорости u_{φ} по радиусу цилиндра. $\theta = 200^\circ$ (1), 280° (2), 360° (3).

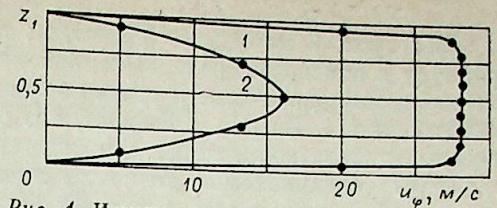


Рис. 4. Изменение скорости u_{φ} по оси $z_1 = z/L_a$. $r/r_0 = 0,5$; $\theta = 200^\circ$ (1), 360° (2).

где $c = 76,4$, $\lambda = 2,7$, α — экспериментальные постоянные; $\bar{u}_p = \frac{2}{\pi} r_k \omega$ — средняя скорость движения поршня; r_k — радиус кривошипа; ω — угловая скорость коленчатого вала; τ_0 — время, соответствующее положению поршня при угле поворота коленчатого вала $\theta = 200^\circ$; θ — угол поворота коленчатого вала, отсчитываемый от ВМТ.

Подставляя начальное распределение (24) в формулу (23), для коэффициента A_{nk} получим

$$A_{nk} = \frac{4c \bar{u}_p}{I_2^2(\lambda_n)} \cdot \frac{1 - \cos k\pi}{k\pi} \cdot \frac{\lambda_n I_1(\lambda_n) \cdot I_0(\lambda_n)}{\lambda_n^2 - \lambda_n^2},$$

после чего расчеты по формуле (22) не представляют труда вследствие быстрой сходимости рядов.

Разработанная методика расчета, как было отмечено выше, справедлива для случая неподвижного поршня. Однако она дает возможность

вести исследование вихревого движения воздушного заряда и применительно к действующим условиям, имеющим место в камерах сгорания дизелей (при изменяющихся по времени значениях r_0/L_a). Для этой цели продолжительность такта сжатия разбивается на m равных временных отрезков, для каждого из которых расчет ведется на среднее постоянное значение r_0/L_a . При этом конечные результаты i -го периода будут служить начальными условиями для временного отрезка $i+1$.

На рис. 2 приведена зависимость $\tilde{\varepsilon}_t = \tilde{\varepsilon}_t(t)$ (кривая 1), полученная для случая движущегося поршня на основе опытного материала работы [7]. Расчет производился по описанной выше методике. При этом для каждого временного отрезка i величина $\tilde{\varepsilon}_t$ выбиралась таким образом, чтобы скорость u_{φ} в конце рассчитываемого периода соответствовала экспериментальному значению. Из рис. 2 видно, что величина $\tilde{\varepsilon}_t$ интуитивно падает по ходу сжатия. Обращает на себя внимание и то, что вихревая вязкость воздушного заряда двигателя примерно на 3 порядка выше кинематической и поэтому последней в расчетах вполне закономерно пренебрегать.

Определенный интерес представляет влияние на динамику вихревого движения воздушного заряда днища поршня и головки цилиндра. Для оценки этого воздействия проведен специальный условный расчет (кривая 2) при неподвижном поршне, находящемся в положении, соответствующем $\theta = 200^\circ$. Сопоставление кривых 1 и 2 между собой показывает, что влияние торцевых поверхностей камеры сгорания на динамику вихревого движения весьма значительно и пренебрегать им нельзя.

На рис. 3 приведены расчетные кривые изменения скорости u_z по радиусу в плоскости, расположенной на расстоянии 8,7 мм от днища го- ловки цилиндра. Точками здесь обозначен опытный материал, заимство- ванный из [7]. Из рис. 3 следует, что до значений $r/r_0 \leq 0,7$ имеет место весьма удовлетворительное совпадение расчета с экспериментом. При $r/r_0 > 0,7$ сравниваемые величины начинают заметно расходиться. Пос- леднее объясняется тем, что нами было принято условие $\varepsilon_i = \text{idem}$ по всему объему камеры сгорания. Видимо, это допущение справедливо лишь в первом приближении, а в общем случае существует зависимость

$$\varepsilon_i = f(r, z, t).$$

На рис. 4 в качестве примера даны две кривые, характеризующие изменения скорости по высоте камеры сгорания (по оси $z_1 = z/L_a$). Кри- вая 1 построена для положения поршня, соответствующего $\theta = 200^\circ$, кривая 2 — $\theta = 360^\circ$ (ВМТ). Видно, что в этой плоскости эпюры скоро- сти u_z симметричны относительно горизонтали, соответствующей $z_1 = 0,5$. Обращает на себя внимание значительная деформация формы скорост- ной эпюры. В районе НМТ они весьма полные, а при подходе к ВМТ — втянутые, остроконечные. Последнее необходимо учитывать при расчете процессов смесеобразования в дизелях с «закруткой» воздушного заряда.

Новосибирский институт инженеров
водного транспорта

Поступила в редакцию
9/Х 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Орлин А. С., Вырубов Д. Н., Ивин В. И. и др. Теория рабочих процессов поршне- вых и комбинированных двигателей. М.: Машиностроение, 1971.
2. Asanuma Tsuyoshi, Obokata Tomio. Decay of air swirl motion in an engine cylin- der.— JARI Techn. Mem., 1972, N 10.
3. Копылов М. Л. К физическим основам модели движения газа в цилиндре четырех- тактного дизеля с наддувом.— Гесп. межвед. сб. «ДВС», 1975, вып. 17.
4. Ramos J. I., Humphrey A. C., Sirignano W. A. Numerical prediction of axisym- metric laminar and turbulent flow in motored reciprocating internal combustion engines.— SAE Techn. Pap. Ser., 1979; N 790356.
5. Закрежевский В. П. Физическая постановка задачи о вихревом движении воздуш- ного заряда.— Труды НИИВТа, 1980, вып. 151.
6. Закрежевский В. П., Лебедев О. П., Рудин С. Н. Анализ уравнений процесса вихре- вого движения воздушного заряда.— Труды НИИВТа, 1980, вып. 151.
7. Johnston S. C., Robinson C. W., Rorke W. S. et al. Application of laser diagnos- tics to an injected engine.— SAE Techn. Pap. Ser., 1979, N 790092.
8. Brondl F., Reverencic I., Cartellieri W., Dent I. C. Turbulent air flow in the combustion bowl of a D. I. Diesel engine and its effect on engine performance.— SAE Techn. Pap. Ser., 1979, N 7900040.
9. Хинце И. О. Турбулентность. М.: Физматгиз, 1963.

УДК 621.315.56 : 666.98 : 539.219.1

М. С. ДОБЖИНСКИЙ, Е. Л. КАЦ, Л. Н. РЕПЯХ

ПЕРКОЛЯЦИОННАЯ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ТРЕХФАЗНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Развитая в последние годы теория протекания [1, 2] позволила объяснить многие свойства сильно неоднородных сред. Доказано, что эта теория справедлива для описания бинарных композиционных мате- риалов типа полимер — мелкодисперсный металлический наполнитель [3]. Однако представления, изложенные в [3], не могут быть перенесены на трехфазные композиционные материалы, в которых, кроме прово- дящего компонента и связующего, имеется крупный диэлектрический наполнитель.

В данной работе на основе теории протекания рассматриваются трехфазные композиционные материалы на примере электротехническо- го бетона — материала, который получил широкое распространение в энергетике для изготовления мощных резисторов [4]. Этот материал образован мелкодисперсным порошком углерода в качестве проводящего компонента, портландцементом в качестве связующего и наполнителем в виде песка. Понимание механизма протекания электрического тока че- рез материал резисторов имеет важное значение для выбора путей уп- равления его характеристиками. Электропроводность σ исследуемых ком- позиций различного состава в зависимости от объемной концентрации проводящего компонента p представлена на рис. 1. Наблюдаемый при этом пороговый характер возникновения электропроводности обладает особенностью, заключающейся в зависимости порога протекания p_c от дисперсности проводящего компонента. Ниже приведены значения p_c и коэффициента α , для составов с различными средними размерами час- тич порошка углерода D :

Номер состава	p_c	α	D , мкм	Номер состава	p_c	α	D , мкм
1	0,01	0,07	0,2	4	0,08	0,53	2,2
2	0,06	0,40	1,6	5	0,10	0,67	4,3
3	0,07	0,47	1,9				

Согласно теории протекания [1, 2], зависимость электропровод- ности от объемной концентрации проводящей фазы должна иметь следу- ющий вид:

$$\sigma \sim (p - p_c)^t, \quad p > p_c, \quad (1)$$

где t — критический индекс, величина которого определяется размер- ностью пространства; для трехмерных систем $t_3 = 1,8 \pm 0,2$. Величина p_c для решеточных структур также определяется размерностью простран- ства, в трехмерном случае $p_c = 0,15 \pm 0,01$. Отличие приведенных выше значений порога протекания p_c от теоретического значения p_c объясня- ется влиянием диэлектрического наполнителя и особенностями свя- зующего.

Взаимодействие частиц цемента с водой приводит к образованию на их поверхности цементного геля, в котором в соответствии с закономер- ностями образования периодических коллоидных структур [5, 6] распре- деляется дисперсный проводник. Цементный гель объединяет дисперс-

1. Шкловский Б. И., Эфрос А. Л. Теория протекания и проводимость сильно неоднородных сред.— УФН, 1975, т. 117, вып. 3.
2. Шкловский Б. И., Эфрос А. Л. Электронные свойства легированных полупроводников. М.: Наука, 1979.
3. Колосова Н. Н., Бойцов К. А. Электропроводность бипарных композиционных материалов с сильно неоднородными свойствами компонентов.— ФТТ, 1979, т. 21, вып. 8.
4. Вершинин Ю. Н., Долгинов А. И., Добжинский М. С. Беталовые токоограничивающие сопротивления большой мощности.— Электрические станции, 1966, № 9.
5. Ефремов И. Ф. Периодические коллоидные структуры. Л.: Химия, 1971.
6. Добжинский М. С. Физико-химическая механика образования структуры и влияние ее на свойства бетала.— В кн.: Физико-химические исследования новых электрохимических материалов. Новосибирск: Наука, 1978.
7. Бернацкий А. Ф., Целебровский Ю. В., Чунчин В. А. Электрические свойства бетона. М.: Энергия, 1980.

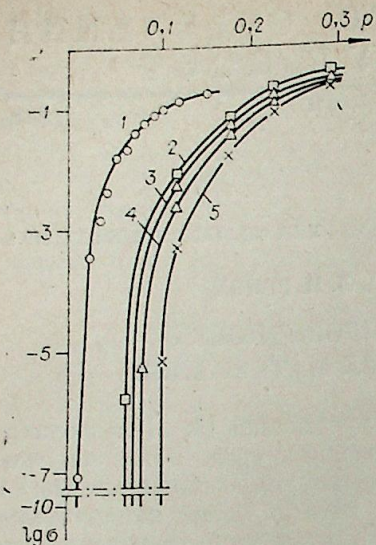


Рис. 1. Электропроводность композиций с различными средними размерами частиц проводящего компонента. Номера кривых соответствуют номерам составов.

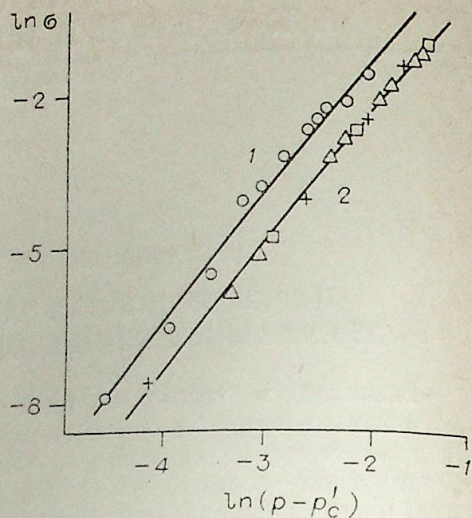


Рис. 2. Проводимость композиций при концентрации проводящего компонента выше пороговой.

Проводящие компоненты — сажа (1), пековый кокс различной дисперсности (2).

ную систему в единое твердое тело, в котором всегда остаются непрогидрировавшие зерна цемента размером 5—40 мкм [7]. Эти твердые зерна, как и частицы диэлектрического наполнителя (50—500 мкм), занимают объем, в который не проникают частицы дисперсного проводника, имеющие значительно меньшие размеры и образующие периодическую структуру на их поверхности. В рассматриваемой композиции, как и в обычном бетоне, имеется значительное количество пор различного происхождения с размером в поперечнике от 0,1 до 40 мкм. Таким образом, в данном материале имеются три фазы: 1) частицы углерода, 2) гель, диэлектрические частицы и поры, меньшие и сравнимые по размерам с частицами проводника, 3) крупные диэлектрические частицы и поры. Первые две фазы образуют непрерывную структуру. При концентрации углерода, равной пороговому значению p_c , наблюдается резкое увеличение электропроводности всей системы. Вследствие этих особенностей трехфазных композиций формулу (1) можно представить для них в виде

$$\sigma \sim (p - p'_c)^t, \quad (2)$$

где $p'_c = p_c \alpha$. При этом коэффициент α интерпретируется как доля объема, занимаемая первыми двумя фазами. Значения α , рассчитанные с использованием теоретического значения p_c для решеточных структур, приведены выше. Сопоставляя их со значениями среднего диаметра частиц углерода D , можно получить представление о характере распределения различных составляющих цементного камня по размерам.

Оценка методом наименьших квадратов дает для композиций на саже (состав 1) $t_3 = 2,54 \pm 0,55$, а для композиций на пековом коксе различной дисперсности (составы 2—5) $t_3 = 2,53 \pm 0,58$ (рис. 2).

Приведенная модель электропроводности трехфазных композиционных материалов имеет большое практическое значение при совершенствовании резисторов на их основе. Она позволяет сократить количество переменных факторов, учитываемых при расчете композиции с заданными свойствами.

УДК 669-412+536.252.001.5

А. Н. ЧЕРЕПАНОВ, В. И. ПОЛЯКОВА, Л. Н. МАКСИМОВ

ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ
ЖИДКОМЕТАЛЛИЧЕСКОГО ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ В УСТАНОВКАХ
НЕПРЕРЫВНОГО ЛИТЬЯ И ВАКУУМНО-ДУГОВОГО ПЕРЕПЛАВА

Интенсификация процесса непрерывной разливки металлов связана с необходимостью увеличения скорости затвердевания слитка. Поскольку ведущая роль в продолжительности фазового превращения расплава принадлежит внешнему теплоотводу, то ускорение затвердевания может быть достигнуто усилением теплообмена на поверхности слитка. В применяемых в настоящее время медных кристаллизаторах не удается обеспечить интенсивный теплоотвод по всей его высоте из-за образования зазора между охлаждаемой поверхностью слитка и стенкой кристаллизатора. Высокое термическое сопротивление зазора существенно снижает интенсивность теплоотвода, а, следовательно, и скорость затвердевания расплава. Так, например, в установках непрерывного литья в результате образования зазора величина коэффициента теплоотдачи от слитка к охлаждающей среде падает в 3—4 раза, а в установках вакуумно-дугового переплава — более чем в 10 раз по сравнению с теплопередачей в зоне плотного контакта [1—3].

В этой связи большой интерес представляет возможность использования легкоплавких сплавов в качестве среды, где происходит затвердевание слитка [4]. Использование жидкометаллической среды (теплоносителя), заполняющей некоторое пространство между поверхностью слитка и водоохлаждаемой стенкой кристаллизатора, исключает образование зазора, а высокая теплопроводность жидкометаллического теплоносителя позволяет интенсифицировать процесс теплоотвода, эффективно управлять им на всех этапах затвердевания.

В данной работе на основе численного моделирования процесса затвердевания непрерывного слитка проводится анализ эффективности охлаждения затвердевающего сплава через жидкометаллическую среду в установках непрерывного литья, а также в системах вакуумно-дугового переплава. В последнем случае жидкометаллическая среда, обеспечивая хороший термический контакт поверхности слитка с охлаждаемой стенкой кристаллизатора, служит гидрозатвором для сохранения вакуума в зоне переплава.

Рассмотрим установившийся процесс затвердевания непрерывного (плоско- или осесимметричного) слитка, движущегося с постоянной скоростью вдоль оси z . Слиток формируется вначале в коротком медном водоохлаждаемом кристаллизаторе, затем попадает в систему с жидкометаллическим теплоносителем, после чего выходит на воздух. Жидкометаллический теплоноситель заполняет узкий зазор между поверхностью слитка и стенкой кристаллизатора и может быть как неподвижным, так и циркулирующим, а внешнее водяное охлаждение считается секционированным. Последнее позволяет осуществлять управляемое охлаждение слитка по его длине. Скорость вытяжки слитка считается достаточно высокой, так что можно пренебречь осевым переносом тепла за счет теплопроводности по сравнению с конвективным теплопереносом. Выберем начало отсчета координат (x, y) на уровне зеркала расплава, а ось z расположим в плос-

кости (на оси) симметрии слитка. Тогда безразмерная система уравнений, описывающая распределение температуры в жидкой и твердой фазах с условием Стефана на поверхности раздела фаз, будет иметь вид

$$\text{Re } c_n \frac{\partial T_n}{\partial z} = \frac{1}{r \cdot v} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r^v \lambda_n \frac{\partial T_n}{\partial r} \right), \quad (1)$$

$$\left[\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} - \frac{\partial T_2}{\partial r} \right]_{r=\xi(z)} = -\kappa \text{Re } \xi'(z), \quad (2)$$

$$T_1|_{r=\xi(z)} = T_2|_{r=\xi(z)}, \quad (3)$$

где λ_n — теплопроводность, c_n — теплоемкость, зависящие от температуры T , ρ — плотность, v — скорость вытяжки слитка. Индекс $n=1$ соответствует жидкой, индекс $n=2$ — твердой фазам. $\text{Re} = \frac{c_{2k} \rho v r_0}{\lambda_{2k}}$ — критерий

Пекле. В качестве масштабов для физических величин приняты r_0 — радиус (полутолщина) слитка, температура кристаллизации T_k , теплопроводность λ_{2k} и теплоемкость c_{2k} твердой фазы при $T = T_k$. В случае цилиндрической геометрии $v=1$, в случае плоской — $v=0$. Система (1) — (3) решается при граничных условиях

$$T_1|_{z=0} = T_0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial T_n}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \quad (5)$$

$$\lambda_n \frac{\partial T_n}{\partial r} \Big|_{r=1} = -\text{Bi} (T_n|_{r=1} - T_b), \quad (6)$$

где T_b — безразмерная температура охлаждающей воды; $\text{Bi} = \frac{k r_0}{\lambda_{2k}}$ — критерий Био; $k = (1/k_r + \delta_s/\lambda_s + 1/\alpha_n)^{-1}$ — коэффициент теплопередачи от слитка к охлаждающей воде; δ_s, λ_s — толщина и теплопроводность стенки, отделяющей жидкометаллический теплоноситель от охлаждающей воды; α_n — коэффициент теплоотдачи от стенки к воде; k_r — коэффициент теплопередачи от слитка к стенке кристаллизатора.

При определении коэффициента теплопередачи k в случае цилиндрического слитка считается, что $r_0 \gg \delta_r + \delta_s$, где δ_r — ширина зазора с жидкометаллическим теплоносителем.

Система уравнений (1) — (6) интегрировалась численно методом конечных разностей с использованием 3-точечной неявной схемы [5]. При этом граница раздела фаз аппроксимировалась ломаной, а условие Стефана — неявным разностным уравнением с учетом положения этой ломаной относительно сеточных линий. Полученная система конечно-разностных уравнений решалась методом прогонки с итерациями на БЭСМ-6 по программе, написанной на языке «АЛГОЛ-60». Теплофизические величины λ_n, c_n аппроксимировались кусочно-линейными функциями температуры T .

Проведены численные расчеты процесса затвердевания цилиндрического слитка в установке непрерывной разливки стали. В качестве исходных данных принято: расплав — сталь 20, $r_0 = 4,1 \cdot 10^{-2}$, $T_k = 1753$, $T_0 = 1803$, $T_b = 313$, $\lambda_{2k} = 35,4$, $c_{2k} = 0,73$, $\rho = 7,54 \cdot 10^3$, $\kappa = 260,4$ где $r_0, \text{ м}$; $T, \text{ К}$; $\lambda_{2k}, \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$; $c_{2k}, \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$; $\rho, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$; $\kappa, \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$.

Оценка коэффициента k_r в зоне жидкометаллического теплоносителя (эвтектический сплав свинца с висмутом) проводилась в соответствии с [6] при условии вынужденного конвективного движения его по замкнутому контуру. При охлаждении на воздухе учитывается только теплообмен излучением [1].

На рис. 1 приведены графики распределения температуры по поверхности и по оси симметрии слитка. Кривые 1 характеризуют процесс затвердевания слитка в медном кристаллизаторе высотой 0,8 м с после-

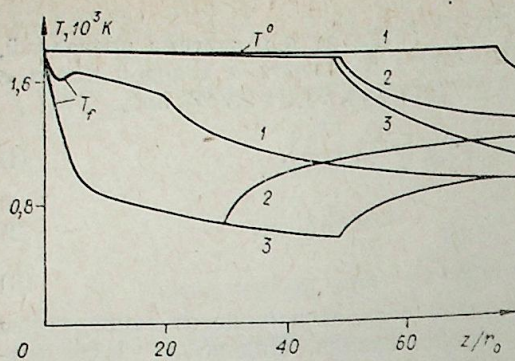


Рис. 1. Кривые распределения температуры T_f по поверхности и T^o по оси симметрии слитка.

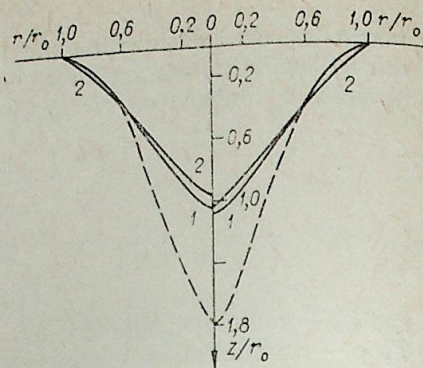


Рис. 2. Изотермы кристаллизации в слитках.

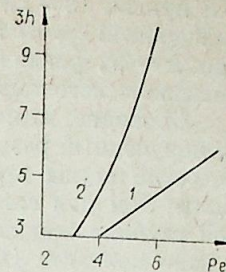
дующим вторичным водяным охлаждением (традиционное охлаждение) при $Re = 210$ ($v = 120$ м/ч). В соответствии с данными [1] здесь рассматривались четыре зоны теплоотдачи: зона плотного контакта ($L_1 = 0,035$, $k_1 = 2040$), зона пульсирующего контакта ($L_2 = 0,1$, $k_2 = 1080$), зона газового зазора ($L_3 = 0,605$, $k_3 = 600$) и зона вторичного водяного охлаждения ($k_4 = 1440$). (Здесь и далее L , м; k , Вт/м², К). Кривые 2, 3 относятся к случаю затвердевания расплава в системе с жидкометаллическим теплоносителем. При этом рассматривались три зоны охлаждения: зона теплоотдачи в медном формообразующем кристаллизаторе ($L_1 = 0,04$, $k_1 = 2040$); зона охлаждения в жидкометаллическом теплоносителе ($L_2 = 1,2 \div 2$; $k_2 = 4,8 \cdot 10^3$) и зона воздушного охлаждения после выхода слитка из системы с жидкометаллическим теплоносителем.

Из расчета следует, что при затвердевании слитка в системе с традиционным охлаждением скорость кристаллизации (особенно в области газового зазора) значительно меньше скорости кристаллизации, характерной для процесса затвердевания в системе с жидкометаллическим теплоносителем. Поэтому глубина жидкой лунки в условиях жидкометаллического охлаждения оказывается в 1,58 раза меньше глубины лунки, соответствующей традиционному охлаждению при равных скоростях вытяжки слитков ($v = 120$ м/ч, $Re = 210$). При одинаковой глубине жидких лунок ($h \approx 76 r_0$) скорость вытяжки слитка диаметром 82 мм в случае затвердевания в системе с жидкометаллической средой примерно в 1,43 раза выше скорости вытяжки при традиционном охлаждении. Увеличение ширины зоны жидкометаллического охлаждения с 1,2 до 2 м уменьшает глубину жидкой лунки, соответствующую $Re = 210$, лишь на величину $\sim 9\%$. Однако более протяженная зона жидкометаллического охлаждения может быть целесообразной для предотвращения интенсивного разогрева поверхностных слоев слитка после его выхода на воздух и для обеспечения регулируемого теплосъема на всех стадиях затвердевания расплава.

Проведен сравнительный теплофизический анализ процесса затвердевания стальных слитков при вакуумно-дуговом переплаве в условиях охлаждения через жидкометаллическую среду и обычного охлаждения в медном кристаллизаторе. Расчеты сделаны для слитков разных диаметров с целью исследования влияния внешнего теплосъема, ширины контактного пояса и внутреннего термического сопротивления на скорость затвердевания расплава и определения поперечного размера слитка, при котором интенсификация теплосъема наиболее эффективна. Для каждого диаметра слитка определялась оптимальная скорость вытяжки, при которой глубина жидкой лунки примерно равна радиусу [2].

В случае охлаждения слитка через жидкометаллическую среду рассматривались две зоны теплосъема: зона охлаждения в медном формообразующем кристаллизаторе ($k_1 = 2,4 \cdot 10^3$) и зона охлаждения через жидкометаллическую среду ($k_2 = (1,6 \div 3) \cdot 10^3$). При этом считалось, что зер-

Рис. 3. Зависимость глубины жидкой лунки от числа Re в случае охлаждения в жидкометаллической среде (1) и в медном кристаллизаторе (2).



кало расплава максимально приближено к входу в систему жидкометаллического охлаждения, расстояние до которого не превышает ширину контактного пояса ($L_1 = 0,02$). Оценка коэффициента теплопередачи в зоне жидкометаллического теплоносителя проводилась при условии, что последний неподвижен и представляет собой эвтектический сплав свинца с висмутом.

При исследовании процесса затвердевания в медном водоохлаждаемом кристаллизаторе рассматривались три зоны теплосъема в соответствии с данными [2, 3]: зона плотного контакта ($k_1 = 2,4 \cdot 10^3$), зона пульсирующего контакта ($k_2 = 1,2 \cdot 10^3$) и зона охлаждения излучением после образования вакуумного зазора. Величина перегрева поверхностные параметры сплава соответствуют стали марки Ст. 20. Влияние конвективной теплоотдачи в жидкой фазе на процесс кристаллизации исследовалось введением эффективной теплопроводности расплава ($\lambda_3 = n\lambda_1$, $n \geq 1$).

На рис. 2 представлены изотермы кристаллизации в слитках диаметром 0,2 м (справа от оси z) и диаметром 0,4 м (слева от оси z) при $Re = 4,45$. Сплошные линии относятся к процессу охлаждения через жидкометаллическую среду при двух значениях эффективной теплопроводности жидкой фазы $\lambda_3 = \lambda_1$ (кривые 1) и $\lambda_3 = 3\lambda_1$ (кривые 2), штриховые линии — к охлаждению в медном кристаллизаторе при $\lambda_3 = \lambda_1$. При этом ширина зоны плотного контакта для слитка диаметром 0,2 принималась равной 0,02 м, ширина пульсирующего контакта — 0,02 м, а для слитка диаметром 0,4 — соответственно 0,015 и 0,02 м.

Из результатов расчета следует, что при скоростях наплавки, соответствующих $Re = 4,45$, глубина жидкой лунки при затвердевании расплава в медном кристаллизаторе примерно в 1,7 раза больше соответствующей величины при охлаждении слитка через жидкометаллическую среду. Причем, если оптимальная скорость наплавки в условиях жидкометаллического охлаждения для слитка диаметром 0,2 равна 1 м/ч при величине перегрева $\Delta T_{пер} = 300^\circ$, а для слитка диаметром 0,4 м — 0,5 м/ч ($\Delta T_{пер} = 400^\circ$), то при затвердевании в медном кристаллизаторе эти скорости соответственно имеют значения 0,72 м/ч ($\Delta T_{пер} = 250^\circ$) и 0,32 м/ч ($\Delta T_{пер} = 350^\circ$). Следовательно, использование жидкометаллической среды позволяет увеличить производительность процесса на 40% для слитков диаметром 0,2 м и на 65% для слитков диаметром 0,4 м при сохранении глубины жидкой лунки $h \approx r_0$. Из расчета процесса затвердевания слитка диаметром 0,5 м следует, что это увеличение составляет $\sim 45\%$ при $h \approx r_0$. Увеличение теплопроводности жидкой фазы в 3 раза приводит вначале, при больших перегревах поверхностных слоев к уменьшению скорости кристаллизации, а затем по мере снятия перегрева — к некоторому возрастанию ее, в результате чего происходит относительно небольшое уменьшение глубины жидкой лунки, что согласуется с результатами работы [7].

На рис. 3 приведены зависимости глубин жидких лунок от числа Re для слитка диаметром 0,2 м в случае охлаждения в жидкометаллической среде (кривая 1) и в медном кристаллизаторе (кривая 2). Вследствие сильного различия в величинах теплоотдачи в зоне контактного пояса и в зоне вакуумного зазора зависимость глубины жидкой лунки от Re при затвердевании расплава в медном кристаллизаторе имеет нелинейный характер, в то время как при кристаллизации в жидкометаллической среде эта зависимость линейная, что объясняется небольшим различием в коэффициентах теплопередачи в первой и второй зонах теплосъема. Из графиков рис. 3 видно, что при формировании слитков с глубокой жид-

кой лункой ($h > r_0$) эффективность применения жидкометаллической охлаждающей среды возрастает. Так, например, для слитка диаметром 0,2 м при $h = 2r_0$ увеличение производительности при использовании жидкометаллического теплоносителя составляет $\sim 75\%$.

Очевидно, влиянием теплосъема в зоне контактного пояска объясняется полученный результат, показывающий, что использование жидкометаллической среды при затвердевании слитка диаметром 0,2 м менее эффективно, чем для слитков диаметром 0,4—0,5 м, поскольку при оптимальной глубине жидкой лунки, равной радиусу, время пребывания металла в зоне контакта ($t_k = L_k/v$) по отношению к времени кристаллизации ($t_{кр} = h/v$) больше, чем для слитков большого диаметра. Так, например, для слитка диаметром 0,2 м $t_k/t_{кр} = 0,4$, а для слитка диаметром 0,4 м $t_k/t_{кр} = 0,175$. При дальнейшем увеличении диаметра слитка снижение эффективности интенсификации внешнего теплосъема уже связано с влиянием внутреннего термического сопротивления. Поэтому при формировании слитков с неглубокой лункой существует оптимальное сечение слитка, для которого интенсификация теплосъема наиболее эффективна.

Ввиду сильного влияния контактной зоны на процесс кристаллизации и недостаточности экспериментальных данных по ее размеру для разных диаметров были проведены расчеты с целью оценки воздействия ширины контактного пояска на скорость затвердевания слитков разных сечений. На рис. 4 приведены изотермы кристаллизации в слитках диаметром 0,2 м (справа от оси z) при $Pe = 3,3$ и диаметром 0,4 (слева от оси z) при $Pe = 2,71$. Для слитка диаметром 0,4 м кривая 1 соответствует $L_1 = 0,02$, $L_2 = 2$; кривая 2 — $L_1 = 0,01$, $L_2 = 0,015$. Для слитка диаметром 0,2 м кривая 1 — $L_1 = 0,015$, $L_2 = 0,02$; кривая 2 — $L_1 = 0,01$, $L_2 = 0,012$. При одинаковых для каждого диаметра скоростях наплавки уменьшение размера контактного пояска приводит к увеличению времени затвердевания (увеличение глубины жидкой лунки). При этом для слитка меньшего диаметра это влияние сказывается значительно сильнее (см. рис. 4).

Для приближенных инженерных оценок удобно иметь простые аналитические зависимости, обладающие достаточной для практики точностью. В [8] найдено аналитическое решение задачи о затвердевании плоского непрерывного слитка при граничных условиях третьего рода на охлаждаемой поверхности. Для безразмерной глубины жидкой лунки получено соотношение

$$h = \frac{(1 + 2\lambda_{cp}/Bi) \kappa^* Pe}{2\lambda_{cp}(1 - T_n)} \quad (7)$$

где λ_{cp} — безразмерное среднее значение теплопроводности твердого металла в рассматриваемом интервале изменения температуры; $\kappa^* = \kappa + \frac{1}{2} \frac{(\rho_2 c_2)_{cp}}{\rho_1} \Delta T_{пер}$ — безразмерное значение эффективной теплоты кристаллизации, остальные обозначения физических величин те же, что и в данной работе.

Из соотношения (7) можно получить выражение, характеризующее увеличение скорости литья (производительности процесса) с увеличением числа Bi (интенсивности теплосъема) при условии постоянства глубины жидкой лунки h . Обозначив индексом n величины, относящиеся к большему значению числа Bi , найдем

$$\frac{v_n}{v_1} = \frac{Pe_n}{Pe_1} = \frac{\kappa_1^* (1 + 2\lambda_{cp}/Bi_1)}{\kappa_n^* (1 + 2\lambda_{cp}/Bi_n)} \quad (8)$$

Формула (8) учитывает различие в величинах перегрева расплава, которое имеет место при разных скоростях наплавки слитка при ВДП.

На рис. 5 приведена зависимость величины $\frac{\kappa_n^* v_n}{\kappa_1^* v_1}$ от критерия Bi при различных значениях числа Bi_n . Из графика видно, что наиболее

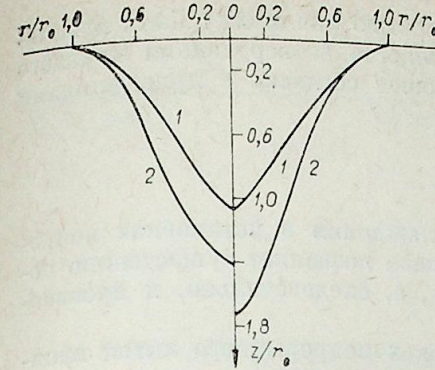


Рис. 4. Влияние ширины контактного пояска на глубину жидкой лунки.

сильно влияние внешнего теплосъема проявляется для значений $Bi_1 \ll 2$. Это, например, имеет место при сравнении двух процессов получения тонкостенных изделий непосредственно из расплава — с воздушным охлаждением и с охлаждением в жидкометаллической среде. Так, например, для профиля, имеющего характерный размер $r_0 \sim 10^{-2}$, а теплопроводность $\lambda_k \sim 30$, в случае воздушного охлаждения при естественной конвекции $Bi_1 \sim 10^{-2}$ ($k_1 \sim 36$), а в случае вынужденной конвекции $Bi_1 \sim 0,2$ ($k_1 \sim 600$). При охлаждении в жидкометаллической среде $Bi_n \sim 1$ ($k_n \sim 3 \cdot 10^3$). Поэтому полагая $\Delta T_{пер} = 0$, $\lambda_{cp} = 1$ по формуле (8) в первом случае будем иметь $v_n/v_1 \sim 56$, а во втором — $v_n/v_1 \sim 4$. Следовательно, использование жидкометаллического теплоносителя позволяет существенно увеличить производительность такого процесса. Возможное ограничение по скорости вытяжки изделия может быть вызвано гидродинамической неустойчивостью вытекающего жидкого металла.

Для сравнения аналитической зависимости (8) с результатами численного расчета, учитывающего переменность коэффициента теплопередачи (или числа Bi) по высоте слитка, введем среднее значение величины Bi , определив его как

$$\bar{Bi} = \frac{\sum_{i=1}^N Bi_i L_i}{h}$$

где Bi_i — значение числа Bi в i -й зоне теплосъема, имеющей ширину L_i .

Из численного расчета следует, что в случае затвердевания слитка диаметром 0,2 м в медном кристаллизаторе $h = 1,1$ при $Pe_1 = 3,3$, $Bi_1 = 2,1$ ($\kappa_1^* = \kappa$ Дж/кг); в случае затвердевания того же слитка в жидкометаллической среде $h = 1,1$ при $Pe_n = 4,45$, $Bi_n = 8,19$ ($\kappa_n^* = 384,4$ кДж/кг). Следовательно, $v_n/v_1 = Pe_n/Pe_1 = 1,35$, а по формуле (8) при $\lambda_{cp} = 0,93$ находим $v_n/v_1 = 1,45$. Для слитка диаметром 0,4 м соответственно имеем $Pe_1 = 2,21$, $Bi_1 = 2$ ($\kappa_1^* = 407,4$ кДж/кг) и выше, индекс 1 относится к $\kappa_1^* = 436,8$ кДж/кг, $\lambda_{cp} = 0,93$. (Здесь, как и выше, индекс n — в жидкометаллической среде). В этом случае из численного расчета следует: $v_n/v_1 = Pe_n/Pe_1 = 1,64$, а из формулы (8) — $v_n/v_1 = 1,65$. Отсюда видно, что совпадение результатов достаточно хорошее. При этом следует заметить, что, хотя формула (8) получена из решения плоскосимметричной задачи, однако, поскольку в ней представлено отношение двух физических величин

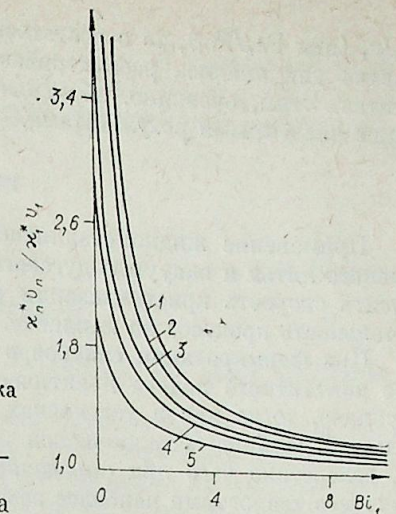


Рис. 5. Аналитические кривые, характеризующие увеличение скорости вытяжки слитка при увеличении среднего по высоте охлаждения числа Био в $N = Bi_n/Bi_1$ раз в зависимости от исходных значений Bi_1 при условии постоянства глубины жидкой лунки.

$N = \infty$ (1), 10 (2), 4 (3), 3 (4), 2 (5).

v_n/v_1 (или Re_n/Re_1), то с достаточной точностью она может быть использована для анализа рассматриваемого процесса затвердевания круглого слитка. Этим, очевидно, объясняется хорошее согласие с приведенными выше численными результатами.

ВЫВОДЫ

Применение жидкометаллического охлаждения в установках непрерывного литья и вакуумно-дугового переплава позволяет существенно повысить скорость кристаллизации расплава, а, следовательно, и производительность процесса по наплавке.

При формировании слитков в установках непрерывного литья влияние контактного пояска практически не влияет на время затвердевания расплава, тогда как в установках вакуумно-дугового переплава при небольшой глубине металлической ванны ($h \leq r_0$) это влияние существенно, вследствие чего при определенном сечении слитка, интенсификация внешнего теплосъема наиболее эффективна.

Институт теплофизики СО АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
31/VII 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Журавлев В. А., Китаев Е. М. Теплофизика формирования непрерывного слитка. М.: Металлургия, 1974.
2. Сергеев А. Б., Швед Ф. И., Тулин Н. А. Вакуумный дуговой переплав конструкционной стали. М.: Металлургия, 1974.
3. Готин В. Н., Огороков Г. Н., Волхонский Л. А. и др. Формирование крупных слитков сплавов на никелевой основе в вакуумной дуговой печи.— В кн.: Теория металлургических процессов, вып. 74. М.: Металлургия, 1971.
4. Герман Н. Э. Непрерывное литье. Справочное издание. М.: Металлургия, 1961.
5. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972.
6. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. Новосибирск: Наука, 1970.
7. Авдонин Н. А., Волхонский Л. А., Иванова Г. Ф., Цикерман А. Л. Расчет температурного поля слитка при затвердевании в водоохлаждаемом кристаллизаторе.— ИФЖ, 1970, т. 18, № 1.
8. Максимов Л. Н., Черепанова А. Н. Аналитическое решение задачи о затвердевании жидкого металла в установке непрерывного литья.— ПМТФ, 1977, № 3.

УДК 531.44+551.46

Г. С. МИГИРЕНКО

К ПРОБЛЕМЕ БЕЗДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА ДЛЯ СИБИРИ

Своеобразием Сибири — этого особого региона СССР — является кажущееся непреодолимым сочетание двух противоречивых обстоятельств: чрезвычайные богатства и необыкновенная трудность их освоения. Вследствие этого одной из задач современной науки стала всемерная помощь практикам в ускоряющемся развитии здесь добывающей и обрабатывающей промышленности.

Чем интенсивнее растет значение Сибири в народном хозяйстве страны, тем острее ощущается потребность в создании широкой сети путей сообщения и соответствующего транспорта. Указание на необходимость разработки новых видов транспортных средств содержится в документах XXVI съезда КПСС.

Действительно, если мы попытаемся вообразить Сибирь конца нынешнего и начала предстоящего столетий, то вряд ли она будет изборождена многочисленными железными и шоссейными дорогами и освоена могущественными самолетами со многими аэродромами. В этом плане перспективы неутрачены и дирижабли. Такой транспорт потребовал бы огромных средств и времени для его создания и был бы долго окупающимся в условиях этого сложного региона. Более того, он привел бы к недопустимым искажениям природы и сущности Сибири, отразился бы непоправимо на ее ландшафте.

Длинная и неизбежная зима с непрерывными снегопадами, метелями и пургой, образующими заносы и наледы, достаточно теплое лето, чреватое таянием верхних слоев мерзлоты, — все это предъявляет крайне тяжелые требования к создателям транспорта. Кому приходилось наблюдать тундру в разные времена года, тот знает, что зимой она предстает чем-то определенным, но весьма тяжелым не только для транспорта, но и для человека. Летом же она представляет собой топкую сушу, пересеченную обилием озер, мелких рек и больших болот. Прокладывать здесь железные и даже шоссейные дороги предельно трудно и дорого. Тайгу же недопустимо нарушать частыми путями сообщения.

Сибирь весьма богата реками. Но девять месяцев в году они замерзают под метровым и более льдом и глубоким снегом. Особый вопрос — северные моря и океан. При удачном состоянии льда и погоды они успешно преодолеваются атомными ледоколами, ведущими за собой специализированные транспортные средства. Но морской транспорт не может, по-видимому, рассматриваться как единственное средство овладения этой важной акваторией и развития здесь массовых грузопотоков. Уже сейчас можно предполагать, что подледное плавание и транспортирование, безусловно, составят необходимый комплекс для полного освоения арктических районов. Фактически уже доказана реальность плавания подо льдом, например, и отечественные, и американские проходы подводных лодок к Северному полюсу. Достоверные расчеты показывают, что всякое судно, если его водоизмещение и скорость превосходят 20 000 т и 20 узлов (около 37 км/ч), более экономично при подводном плавании, чем при надводном. Это тем более очевидно для арктических рейсов.

Необходимо также отметить, что создание новых видов транспорта и путей сообщения вовсе не отрицает разумного комбинирования его с

классическими способами перевозок. Иными словами, поезда, автоперевозки, самолеты, вертолеты и, возможно, дирижабли, речной и морской флот займут свое место в будущих грузопотоках Сибири.

Поэтому при создании новых видов транспорта для Сибири или других территориальных зон речь должна идти о перспективном и полном освоении ее ресурсов, о путях сообщения такого же размаха, как и в центральных районах СССР.

Значительная заслуга в современной постановке проблемы движения по Сибири принадлежит академикам М. А. Лаврентьеву и А. А. Трофимуку. Правда, у них имеются и предшественники, и последователи. Но всякая проблема становится особенно острой в соответствующий момент времени. И такой момент наступил в связи с усиленной разработкой нефтяных и газовых месторождений, интенсивным хозяйственным освоением большинства районов Сибири.

В большой степени мера научной ценности исследований определяется их заблаговременным предвидением будущих острых потребностей и обеспечением научного задела. Именно отсюда следует исходить при построении системы основных принципов, которыми необходимо руководствоваться в исследованиях и разработках по новому транспорту для Сибири, Севера вообще и других территорий. Все характеризующие принципы взаимосвязаны.

1. Принцип бездорожности. В давние времена человек для перемещения использовал просто удобные участки суши. Затем он стал двигаться и по воде, выбирая при этом отнюдь не любые места и направления. Так появились естественные дороги и маршруты. Далее началось строительство специальных дорог, возникли знаменитые римские тракты и «путь из варяг в греки». Образовались и великие морские пути, стал осваиваться Северный морской путь. Наше время характерно грандиозным дорожным строительством (США, СССР, Франция и др.). Бурно развивается и, так называемый, бездорожный воздушный транспорт. Началось создание космического транспорта.

Ближайшее будущее, можно полагать, станет эпохой бездорожного движения. И дело не только в приспособлении к северным частям планеты. Это движение должно охватить и развивающиеся страны Африки, Азии и Америки, пустыни и другие непроходимые места — собственно, всю планету. Для ряда участков Земли бездорожный транспорт является единственным мыслимым приближением к действительным путям сообщения. Следовательно, бездорожный транспорт — проблема глобальная. Интересным примером развития этого вида транспорта является Антарктика. Огромное значение имеют экономические и временные соображения. Но и не только они. Бездорожность стала также ответом на извечное стремление человека к росту скоростей перемещения, приведшему к воздухоплаванию, глиссированию, судам на подводных крыльях или воздушной подушке, снегоходам-амфибиям [4—6], экранопланам. Все это находит наиболее яркое выражение при создании бездорожного транспорта. Сначала ученые и изобретатели просто старались снизить сопротивление движению и увеличить скорость, что приводило к отказу от дороги. Теперь предстоит через бездорожность прийти к транспортному освоению всей земли и выйти за ее пределы. В бездорожности нуждается и выход человечества в космическое пространство.

Под бездорожностью следует понимать отсутствие необходимости сооружать специальные дороги. Но этим термином не определяется нечто абсолютное, т. е. движение, где угодно. В этом и нет никакой необходимости. Абсолютная бездорожность даже вряд ли потребует при высадке автоматов на планеты, ибо в них можно запрограммировать и выбор пути по мере движения.

Обратимся к карте Сибири и примыкающих к ней районов. Они буквально испещрены водными системами Оби, Енисея, Лены, Индигирки, Колымы и других рек. При этом основные русла пролегают приблизи-

тельно вдоль меридианов, а притоки расположены почти по параллелям.

По замыслу М. А. Лаврентьева, это и есть дороги для бездорожного транспорта. Дороги и летом и зимой. Поскольку речные системы почти зоны всегда возможно разметить наиболее рациональные пути движения. Для системы бездорожных перевозок, естественно, понадобится и определенная служба обеспечения. Базой для нее может явиться существующая служба речных и других перевозок. Одним из элементов этой службы должны стать средства устранения заносов и торосов, которые могут возникать на реках.

2. Принцип универсальности находит свое выражение, например, в амфибийности-способности водного средства выходить на сушу, или наоборот. Но это лишь частный случай универсальности. Универсальность транспортного средства в отношении среды обитания подразумевает значительно более широкие требования. Это возможность совершать экономически выгодное движение и по суше, и по воде, и по болотам, в шугу, ледоход и ледостав, по льду и снегам различного состояния, по заросшим водоемам. При этом суша тоже может быть разной.

Реализация этого свойства не должна быть связана с какими-то особыми манипуляциями и приспособлениями. Переход из среды в среду должен быть обычной операцией, сводящейся только к управлению средствами движения. Понятно, что наличие такого свойства обеспечивает истинную бездорожность.

Реки тогда будут действительно полностью использоваться. Можно будет пересекать перешейки и косы, перебираться из моря в море. Отпадут перегрузки и станут реальными настоящие межконтинентальные торговые-пассажирские перевозки. Может быть, наиболее оригинальной станет торговая операция через Северный Ледовитый океан.

Степень всякого качества является относительной. Как и бездорожность, универсальность будет зависеть от условий места и времени, диктоваться экономическими и техническими соображениями. Например, ее предельное значение может ограничиваться гористостью местности или ее особой всхолмленностью.

Универсальность поэтому будет конкурировать со специализацией, а также вариантно. Могут появиться бездорожные аппараты для сухопутно-речных и морских сообщений и т. п. В каждом таком варианте универсальность может быть оптимальной по назначению и более широкой по замыслу аппарата.

3. Принцип круглогодичности. По сути, это требование всепогодности, независимости от погодных и климатических ситуаций, уже существующему транспорту круглогодичность в большой мере свойственна. Но еще в большей степени этот принцип должен предъявляться к транспорту будущего. Отчасти он перекликается с принципом универсальности, но в действительности скорее обеспечивает максимальную универсальность.

Как и предыдущие, этот принцип не может быть универсальным, ибо всегда встает вопрос, следует ли при данном состоянии погоды продолжать операцию. По-видимому, исключения должны касаться экстремальных состояний стихии. Но переход из сезона в сезон или внутрисезонные изменения погоды, даже резкие, не должны быть препятствием для бездорожного транспорта. Например, движение вдоль Енисея чревато существенным изменением температуры воздуха и силы ветра, не говоря уже о выходе в северные моря.

Круглогодичность предполагает вообще полное использование рек, несмотря на ледоставы и ледоходы, разливы и летнее обмеление. То же относится к летнему использованию тундры.

Без таких возможностей транспорт будущего не станет способным обеспечить непрерывное наращивание роста производства.

4. Принцип сохранения среды обитания. Требование минимизации отрицательного, расширение возможного положительного влияния деятельности человека на окружающую среду уже сейчас стало законом и условием существования цивилизации. Особые аспекты этот принцип приобретает в связи с включением в зоны перевозок новых огромных территорий.

Современный транспорт медленно, но постоянно оказывает негативное влияние в отношении лесов, полей и рек, морей, океанов и воздуха. Даже простое сооружение дорог имеет свои отрицательные последствия, особенно, если это касается тайги и тундры. Но рассматриваемый транспорт бездорожный. У современного «бездорожного» способа сообщений влияние на среду проходит в основном по энергетическим каналам. Мы имеем в виду расход топлива и потребление кислорода, все виды выброса и взаимодействия, которые не так резко, но все-таки изменяют среду.

В конечном счете будущий транспорт должен использовать водородные или атомные двигатели с электроприводами. Можно легко представить поезда или караваны, ведомые тягачами с машинами, работающими на водороде или атомном горючем и содержащими МГД преобразователи, питающие электромоторы.

5. Принцип бесконтактности. Двигаться можно по земле и в земле, по воде и под водой, в воздухе и космосе. Минимальное сопротивление движению оказывают воздух и космическая среда. С этой точки зрения выбор среды обитания транспортных средств однозначен.

Конечно, межконтинентальные пассажирские перевозки тяготеют к космическим. Что же касается грузовых, то они еще достаточно длительный период будут привязаны к планете Земля. Отсюда следует вывод, что для повышения экономичности и скорости передвижений они должны быть ориентированы на уход от земли и воды в воздух. Это открывает новые перспективы для сохранения условий жизни. Так мы понимаем бесконтактность.

Она, как и все прочее, не может быть доведена до абсурда. Скажем, перспективным может быть и движение под землей, особенно, если имеется в виду прямая транспортировка грузов, городской и пригородный транспорт в северных широтах. Конкурентноспособным плаванию по воде может стать и движение под водой. Причем к указанному выше аспекту должен быть добавлен еще элемент сохранности планктона.

Однако наземный и надводный транспорт для массовых перевозок должен оторваться от этих сред, подняться над ними. Движение над сушей и водой — это еще не воздушный транспорт. Речь идет о перемещении вблизи поверхности суши или воды, не по ним, а в непосредственной близости от них. Эта «близость» и может определять степень бесконтактности и ее влияние на сушу и воду. Она должна быть варьируемой величиной, которую надо оптимизировать.

Различная степень бесконтактности может достигаться тремя путями: глиссированием, полупарением и парением. Они осуществляются глиссерами, аппаратами на воздушной подушке (АВП) и экранолетами. У глиссеров только небольшая часть корпуса связана непосредственно с сушей или водой. У АВП связь сводится к воздушной подушке и средствам ее удержания, у экранолетов при полете создается поток воздуха между корпусом и средой.

Таким образом, и этот принцип не может быть доведен до предела бесконтактности и должен осуществляться с обязательной ее минимизацией. И здесь большой простор для научной мысли.

6. Принцип комплексности получил большое распространение. Но и в данном случае он имеет свое конкретное выражение.

Бездорожный транспорт будущего должен представлять некоторую систему транспортных средств: и классических, и новых. Те и другие — тоже подсистемны. Новые средства движения — это глиссеры, АВП и экранолеты. В сочетании с классическими и космическими мы получим

комплекс транспортных средств будущего. Не исключена возможность возникновения и других идей.

Комплексность распространяется и на набор разновидностей каждого из новых видов транспорта, т. е. перекликается со специализацией.

Основы создания бездорожных аппаратов уже заложены. Мы имеем в виду малые глиссирующие универсальные аппараты, разработанные В. В. Сбоевым [1]. Сейчас они приняты к производству. Другим вариантом этого вида транспорта являются сапи, производимые некоторыми конструкторскими бюро. Строго говоря, они не являются глиссерами, ибо используют обычный вид скольжения по снегу и воде. Их главные характеристики таковы: малые могут иметь мощность двигателя 40 или 80 л. с., грузоподъемность 300—500 кг, вторые — соответственно 300 л. с. и более и являются многоместным пассажирским аппаратом, который, однако, можно просто превратить и в грузовой вариант.

АВП производятся сейчас уже в нескольких странах, в том числе в СССР, США, Англии, Японии, Канаде, Франции [2—8]. Основная их масса не предназначена для использования в массовых перевозках по северным районам. Непригодны они и для Сибири, вообще, для длительных передвижений по суше.

Экранопланы тоже не являются новинкой. В СССР они разрабатываются и испытываются в Сибири.

История развития технических средств начинается с создания хотя бы одного образца. Затем происходит ветвящийся процесс размножения различных вариантов нового средства. Далее большая их часть не выдерживает конкуренции и вымирает. Остается относительно небольшой набор действительно практически необходимых образцов, приспособленных к существенно различным практическим задачам.

Примерно так обстоит дело с АВП. Однако все сделанное еще весьма далеко от создания настоящего бездорожного транспорта, в частности, и для Сибири. Глиссирующие аппараты только вступили в стадию завершения первых образцов. Практически пригодные образцы экранопланов как элементы будущих транспортных и пассажирских средств еще не предложены. Предстоит поэтому большая и достаточно длительная деятельность по созданию и элементов и комплекса бездорожных транспортных аппаратов будущего. Поэтому тем более важно руководствоваться определенными принципами их создания.

По-видимому, главным компонентом этого транспорта должны стать разномасштабные АВП. Между тем уже имеющиеся их экземпляры обладают уже, как можно полагать, главным недостатком. Относительная их грузоподъемность, или вес груза на единицу мощности, значительно отличается от обычных транспортных средств. Для автомобилей она равна 50, в то время как для АВП не превосходит 10. Это расхождение связано прежде всего с еще большими утечками воздуха, образующего подушку. Другими словами, способы удержания воздуха в подушке, пригодные для воды, оказываются малоподходящими для суши. Необходимо создание принципиально новых средств сохранения подушки, в основе которых должна лежать гидростатика, а не гидродинамика.

Не решена для АВП и проблема удержания их на курсе, особенно при сильном боковом ветре. Пока недостаточна маневренность. Желательно по связать улучшение этих качеств с двигателем. Наиболее удачной в этом плане является идея В. И. Меркулова [10], состоящая в образовании между АВП и поверхностью, над которой он движется, некоторой своеобразной неизотропной среды, допускающей свободное движение воздуха вниз и запрещающей его боковую утечку. Без создания такой среды АВП вряд ли смогут выполнить свою задачу.

Другим направлением специализации АВП и вообще бездорожных аппаратов может стать придание им некоторых уникальных качеств. Например, перепрыгивание через овраги или перелет через холмы, сочетание глиссирования с воздушной подушкой или АВП с экранолетом.

ХРОНИКА

ПРОБЛЕМЫ ПОРОШКОВОЙ МЕТАЛЛУРГИИ

11 июня 1981 г. в Новосибирске состоялся научно-практический семинар по проблеме «Порошковая металлургия и методы нанесения защитных покрытий». Цель мероприятия по организации более широкого использования на предприятиях Сибирского региона порошков и других материалов, по созданию безотходных технологий, повышению надежности и долговечности работы машин и механизмов.

Ускоренное развитие производства порошковых материалов и нанесение покрытия на детали машин позволяет обеспечить большую экономию металла и рациональное его использование, значительно снижает трудоемкость процессов, себестоимость продукции, обеспечивает большую долговечность отдельных деталей и машин в целом.

В работе семинара приняли участие около 300 человек из Новосибирска, Томска, Омска, Бердска и других городов. В прочитанных докладах и прошедших дискуссиях обобщен накопленный опыт; обсуждены перспективные задачи научных организаций СО АН СССР, Минвуза РСФСР, отраслевых институтов различных министерств, предприятий г. Новосибирска по производству порошковых материалов, изготовлению изделий из них, нанесению защитных покрытий; по разработке соответствующего оборудования и проведению научно-исследовательских, опытно-конструкторских и технологических работ по указанной тематике.

На семинаре отмечено, что Новосибирская область имеет значительный научно-технический потенциал и опыт производства порошковых материалов, применения газотермических методов (плазменный, детонационный, газопламенный и др.) нанесения защитных покрытий, статических и динамических методов прессования порошков. На заводах Сибтекстильмаш и имени XVI партсъезда в течение десятилетия освоены выпуск изделий из порошка. Новосибирским филиалом института «Оргстанкинпром» разработана технология получения высокопрочных изделий методом горячего прессования. Новые высокотемпературные изоляционные материалы получены методом прессования взрывом порошков неорганических материалов в Институте гидродинамики СО АН СССР и внедрены на производственном объединении Сибэлектротерм. Процессы химического синтеза неорганических соединений и технология получения УДП (ультрадисперсных порошков) разработаны в Институте химии твердого тела и переработки минерального сырья СО АН СССР. Успешно ведутся работы по изучению механики сыпучих материалов в Институте горного дела СО АН СССР.

В Институте теплофизики СО АН СССР и СКБ «Энергохиммаш» разработаны новые высокоэффективные электродуговые генераторы, предназначенные для плазменного напыления износостойких жаропрочных, антикоррозионных, теплозащитных, электроизоляционных и других видов покрытий на металлических и неметаллические поверхности.

Резко возросший за последние годы интерес к плазменному напылению связан с такими его преимуществами, как универсальность, легкость управления процессом напыления, возможность нанесения покрытий на большие и малые поверхности изделий сложной формы и т. д. Плазменное напыление позволяет существенно увеличить срок службы деталей и механизмов, сократить затраты на восстановление изношенных узлов, открывает принципиально новые возможности конструирования машин.

Для ускорения практического применения защитных покрытий и производства изделий из порошковых материалов семинар рекомендовал Сибирскому региональному научному центру, секциям по порошковой металлургии и нанесению защитных покрытий Совета содействия при Новосибирском обкоме КПСС, руководителям промышленных предприятий, НИИ и конструкторских бюро:

— изучить и обобщить имеющийся опыт использования в Новосибирске и в других городах страны материалов для изготовления деталей и нанесения защитных покрытий;

— организовать на некоторых предприятиях новые и расширить действующие участки для централизованного изготовления деталей из порошков на принципах межведомственной кооперации;

— провести стандартизацию и унификацию специализированного оборудования для производства покрытий, а также методов и аппаратуры для контроля качества покрытий.

М. Ф. Жуков

7. Принцип безаварийности выражает собой извечное стремление создать машину с предельной надежностью, которое, однако, реализовать пока не удается. Бездорожный универсальный и всепогодный транспорт требует в еще большей степени удовлетворения этого принципа. Представляется, что соответствующие аппараты должны содержать автоматическую диагностику состояния аварийноопасных деталей, заблаговременное оповещение и даже принятие мер для обеспечения безопасности. Понятно, что и все сколько-нибудь опасные части аппарата должны проходить достоверный статический и динамический контроль.

Не следует смотреть на такое жесткое требование как на техническую фантастику. Уже сейчас плавают по морям корабли, имеющие непрерывный контроль напряженного состояния прочных деталей корпуса. Практически созданы и средства для стопроцентной проверки выносливости и долговечности ответственных частей механизмов.

8. Принцип виброударозащищенности. В наше время защита от вибраций и сотрясений все расширяет область своего распространения. Но бездорожные транспортные средства — механизмы особого типа в том смысле, что источников для возникновения недопустимых колебаний в них будет более чем достаточно. Вместе с тем требования по обеспечению безопасности людей, приборов и конструкций непрерывно ужесточаются. Поэтому для данных сооружений предупреждение нарушений конструкций, неправильных показаний приборов и дискомфорта экипажей и пассажиров является принципиальным и по важности, и по мощности вибраций. Специфические нормативы здесь для вибропрочности связаны с низкими и высокими температурами среды, с хладоломкостью и жаропрочностью.

Таким образом, создание бездорожного транспорта для Сибири и иных регионов является действительно весьма сложной и длительной задачей. Поэтому ее научная постановка имеет особое значение, а дискуссия по ней сыграла бы свою положительную роль.

Новосибирский электротехнический институт

Поступила в редакцию
18/X 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Сбоев В. В. О некоторых особенностях скольжения плоскокилеватой поверхности по глубокому рыхлому снегу в режиме глассирования. Новосибирск: НЭТИ, 1979.
2. Маклеви Р. Суда на подводных крыльях и воздушной подушке. Л.: Судостроение, 1981.
3. Кардос Дж. Вездеход для Арктики. Канада, 1977.
4. Киркин С. Ф. и др. Разработка, изготовление и испытание опытной партии снегоходов-амфибий на воздушной подушке САВР-1. Марийск: Политехнический ин-т, 1980.
5. Честнов Е. И. Зарубежные суда на воздушной подушке, вып. 117. М.: Транспорт, 1975.
6. Бенуа Ю. Ю. и др. Основы теории судов на воздушной подушке. Л.: Судостроение, 1971.
7. Злобин Г. П., Симонов Ю. А. Суда на воздушной подушке. Л.: Судостроение, 1971.
8. Сырмай и др. Предложения о мерах по развитию и внедрению в транспортную систему новых видов транспорта (судов и наземных аппаратов на воздушной подушке) для освоения вездорожных перевозок в северных и северо-восточных районах страны. М.: ИКТП, 1979.
9. Панченко А. Н. Гидродинамика больших скоростей. Киев: Наукова думка, 1976.
10. Меркулов В. И. Популярная гидродинамика. Киев: Наукова думка, 1976.

К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

- Журнал «Известия СО АН СССР. Серия технических наук» публикует новые результаты научных исследований по разделам:
 - термодинамика и теплообмен;
 - прикладная газо- и реодинамика;
 - газоразрядная плазма;
 - физические проблемы нанесения покрытий и новые методы обработки порошковых материалов;
 - модели тепло- и массообменных процессов и вопросы управления;
 - устойчивость, режимы, вопросы управления электрических систем.
- Оригинал статьи должен быть подписан автором (авторами) с указанием имени, отчества, почтового домашнего адреса, места работы и телефонов.
- К статье прилагается направление от учреждения, в котором выполнена работа, акт экспертизы.
- Статья представляется в двух экземплярах, напечатанных без помарок и вставок через 2 интервала на машинке (не портативной), на одной стороне стандартного листа; не более 30 строк на странице, по 60 знаков в строке вместе с интервалами. Поле с левой стороны листа не менее 4 см. Объем статьи не должен превышать 10—12 стр. машинописного текста, включая список литературы, таблицы, рисунки (не более 5 рис.).
- Статья должна быть полностью отредактирована, считана после перепечатки. Стилистическая правка, дополнения и сокращения в корректуре не допускаются.
- На отдельных страницах печатаются список литературы, подписи к рисункам, таблицы, список принятых обозначений (для редакции), реферат с индексом УДК.
- В статьях должна быть использована только международная система единиц СИ.
- Формулы и обозначения следует вписывать от руки тушью или черными чернилами. Пробелы между формулами должны быть не менее 1 см. Необходимо соблюдать строгое различие в написании строчных (малых) и прописных (больших) букв, например, V и v , S и s , K и k , U и u , P и p и т. д. (для этого прописные буквы подчеркнуть двумя черточками снизу, строчные — двумя черточками сверху), а также — букв, похожих по начертанию: q и g , l и e , и т. п. Латинскую букву I (i) следует писать, как римскую I , в отличие от буквы J (йот). Индексы и степени должны быть написаны ниже, и выше символов, к которым они относятся, и соответственно отмечены простым карандашом: подстрочные индексы — \subscript , надстрочные — \supscript .
- Необходимо в нижних индексах четко отличать единицу от запятой, а в верхних — единицу от штриха.
- Математические символы типа \ln , \log , \lim , const , \sin , \cos , tg , \max , \min и т. д., а также — обозначения химических элементов (Cu , H_2 , O_2 , N_2 ...), критериальных зависимостей типа Re , Pr , Kn , M_∞ подчеркиваются квадратной скобкой снизу.
- Трудно различимые в рукописном обозначении знаки и буквы обязательно поясняются на полях. Разметку делать простым карандашом; греческие буквы подчеркивать красным карандашом: рукописные и готический шрифт желателен не употреблять.
- При нумерации формул следует пользоваться десятичной системой, нумеровать только те формулы, на которые есть ссылки в тексте.
- Необходимо тщательно следить за идентичностью написания формул в 1-м и 2-м экз. статьи, за точным соответствием обозначений в тексте и на рисунках.
- Данные таблиц и рисунков не должны дублировать текст.
- Иллюстрированный материал прилагается отдельно в двух экземплярах. Фотографии должны быть изготовлены с хорошего негатива контрастной печатью. Рисунки необходимо выполнять тушью на кальке или плотной бумаге. Надписи, сопровождающие рисунок, должны быть заменены цифровыми или буквенными обозначениями и вынесены в подписи или текст статьи.
- Все иллюстрации должны иметь сквозную нумерацию. На обороте каждого рисунка указывается название статьи и фамилии авторов. Ссылки на рисунки и таблицы выносятся на поля рукописи при первом упоминании их в тексте (рис. 1, табл. 1 и т. п.).
- Литература приводится в порядке цитирования в конце статьи; в тексте ссылка на литературу обозначается арабской цифрой в квадратных скобках: [1], [12—14].
- Список литературы оформляется в соответствии с ГОСТом
 - для книг: указывается фамилия и инициалы авторов, полное название книги, номер тома, место издания, название издательства, год издания;
 - для журнальных статей: фамилия и инициалы авторов, полное название статьи — название журнала, год, том, номер.Ссылки на неопубликованные работы не допускаются.
- Рукописи, не удовлетворяющие настоящим правилам, возвращаются авторам для доработки. Датой поступления рукописи считается день ее поступления в редакцию.

Даниэлян Ю. С., Аксенов Б. Г. Приближенное решение нелинейных задач лучистого теплообмена. — Изв. СО АН СССР, 1982, № 3. Сер. техн. наук, вып. 3.

Рассмотрены вопросы полученных приближенных решений тепловых задач с нелинейным граничным условием типа излучения по закону Стефана — Больцмана. Применение теорем сравнения для таких задач позволило получить верхние и нижние оценки точного решения и с их помощью построить приближенные решения. Точность таковых решений зависит от значений физических констант, входящих в задачу, и в некоторых случаях не является удовлетворительной. Приведен алгоритм улучшения начесходимости алгоритма и приведены результаты приближенного решения. Доказана простота и другой алгоритм, дающий результаты расчетов по полученным формулам.

Приведены аналитическими выражениями, оценивающими сверху и снизу точное решение. Этот алгоритм также проиллюстрирован численными расчетами. Описаны возможности применения предложенных методов для других тепловых задач с нелинейными граничными условиями. Табл. 2, библиогр. 10.

Бурдуков А. П., Дорохов А. Р., Казаков В. И., Нечасва П. В. Теплоотдача во вращающемся барботажном слое. — Изв. СО АН СССР, 1982, № 13. Сер. техн. наук, вып. 3.

Приведены экспериментальные данные по теплоотдаче в контактом вихревом газом — водой, водным раствором бромистого лития и вакуумным маслом. Результаты эксперимента представлены в безразмерных координатах и сопоставлены с литературными данными. Рис. 4, библиогр. 8.

Дорохов А. Р., Бочагов В. И. О влиянии смесей и растворов. — Изв. СО АН СССР, 1982, № 13. Сер. техн. наук, вып. 3.

Экспериментально исследовалась теплоотдача при кипении смесей хладагентов R11 + R12, водного раствора бромистого лития, морской воды в большом объеме на горизонтальном цилиндре с полимерным или пористым металлическим покрытием. Приводятся расчетные формулы для коэффициента теплоотдачи смесей фреонов и растворов солей при кипении на чистой металлической поверхности. Показано, что в общем случае свойства наносимого на металл покрытия влияют на механизм теплоотдачи при кипении. Рис. 6, библиогр. 13.

Покусаев Б. Г., Ермаков В. А., Бондарик В. В. Исследование отрыва частиц потоком жидкости. — Изв. СО АН СССР, 1982, № 13. Сер. техн. наук, вып. 3.

Приведены результаты исследования отрыва твердых нерастворимых частиц загрязнений от плоской поверхности потоком жидкости. Выведены критерии отрыва частиц от поверхности и произведено экспериментальное определение величины критерия отрыва частиц при ламинарном обтекании. Описан применяемый метод изучения отрыва частиц. Рис. 3, библиогр. 8.

Гешев И. И., Черных А. П. К теории электрохимического метода измерений скорости. — Изв. СО АН СССР, 1982, № 13. Сер. техн. наук, вып. 3.

В работе построена полная математическая модель электрохимического датчика скорости типа «любовая точка». Рассмотрены гидродинамика обтекания датчика и уравнения конвективной диффузии ионов. Учтены эффекты электрохимической кинетики и емкость конденсатора двойного слоя на датчике. Выведена система дифференциальных уравнений, описывающих работу датчика. Получены стационарные решения этих уравнений, рассчитан переходный процесс включения напряжения и высокочастотной импеданс ячейки. Определены частотные характеристики датчика скорости. Рис. 7, библиогр. 21.

Белолипецкий В. М. Аналитическое решение для двумерных установившихся течений стратифицированной жидкости. — Изв. СО АН СССР, 1982, № 13. Сер. техн. наук, вып. 3.

Рассматриваются двумерные стационарные течения неоднородной несжимаемой жидкости. Для течений с линейной зависимостью плотности от функции тока найдено аналитическое решение. Построенное решение применяется для моделирования селективного водозабора из стратифицированных водоемов. Рис. 3, библиогр. 2.

Максимова Е. М., Павлюченко А. М. Сравнение расчетных и летных данных по теплообмену для осесимметричных тел, движущихся по траектории при $M_\infty < 5$. — Изв. СО АН СССР, 1982, № 13. Сер. техн. наук, вып. 3.

Представлена экономическая методика приближенного численного расчета на ЭВМ теплового состояния осесимметричных объектов, движущихся в плотных слоях атмосферы, с учетом газодинамических особенностей обтекания, эффектов неадиабатичности, сжимаемости, ламинарного и турбулентного режимов течения в пограничном слое, продольного градиента давления для чисел Маха $M_\infty < 6$.

Проведено сравнение расчетных и летных данных по тепловому состоянию ракеты «Викинг» 10 и метеоракеты М100 при $M_\infty < 5$ и показано хорошее согласование результатов расчета и экспериментов. Рис. 13, библиогр. 32.

Мажуль И. П. Аэродинамические характеристики полигональных несущих корпусов при сверхзвуковых скоростях. — Изв. СО АН СССР, 1982, № 13. Сер. техн. наук, вып. 3.

Приведены результаты экспериментальных исследований влияния формы несущей поверхности в плане, характера распределения объема по длине и формы поперечного сечения на аэродинамические характеристики несущих корпусов. Экспериментальные данные получены в диапазоне чисел Маха набегающего потока $M_\infty = 2 \div 4$ на серии пональных конфигураций в классе тел с заданным значением относительной площади миделя $S_m = \text{const}$ и удлинения несущей поверхности в плане $\lambda = \text{const}$. Рис. 7, библиогр. 8.