

ИЗВЕСТИЯ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Год основания журнала 1957 Год основания серии 1963	Периодичность журнала 15 номеров в год Периодичность серии 3 номера в год	№ 3 (288) вып. 1	Февраль 1978
--	--	---------------------	-----------------

СОДЕРЖАНИЕ

Г. И. Дербунович, Е. У. Репик, Ю. П. Соседко. Об экспериментальном определении интегрального масштаба турбулентности в пограничном слое	3
Ю. В. Курочкин, А. В. Пустогаров, В. В. Уколов. Численное исследование течения и теплообмена в пористом канале плазмотрона	9
А. Л. Сурис. Скорость закалки в плазмохимических реакторах	16
Е. П. Сухович. Конвективный теплообмен при турбулентном смешении ограниченных коаксиальных струй	24
В. А. Дмитриев, В. В. Затолока, В. И. Звезгинцев. Весовые испытания тяжелых моделей в импульсной аэродинамической трубе	32
В. В. Затолока, В. Н. Зудов, В. И. Шевченко, В. И. Лушанов. Экспериментальное исследование течений на режимах перерасширения в плоском сопле	39
М. М. Мельман, Ю. А. Попов, А. С. Невский. Влияние отражения кладки на лучистый теплообмен в слое неизотермического селективного газа	49
Е. Ф. Целиковский. Об одном методе определения граничных условий при решении задач магнитостатики	
Л. М. Волкова, А. М. Девятков, Е. А. Кралькина, А. С. Меченов. О возможности выявления структуры функции распределения электронов по энергиям	56
В. А. Малков, Я. Я. Томсонс. Анализ схем включения электродиффузионного датчика скорости потоков и трения на стенке	62
С. П. Дегков. Сопоставление методов учета неизотермичности объема газа в расчетах поглощения лучистых потоков	68
Г. П. Алаев, В. В. Поляков, Я. Н. Сколяров, В. Л. Апасов. Некоторые мероприятия по снижению взрывоопасности систем пылеприготовления на тепловых электростанциях Иркутскэнерго	74
А. К. Ландман, В. М. Чебан. Приближенное аналитическое решение уравнения движения ротора генератора	79
В. З. Манусов, Ю. Н. Кучеров. Статистические модели эквивалентирования расчетных схем электрических систем	84
Э. С. Лукашов. О синхронизирующей мощности в сложной электроэнергетической системе	89
А. Н. Попов. Оптимальный режим регулируемого двигателя смешанного возбуждения	92
С. Н. Рычков. Исследование устойчивости колебаний в автогенераторах на сверхпроводящих переключающих элементах	97
Л. И. Мардер, Н. С. Морозова, А. Л. Мызин. Некоторые способы улучшения статистических моделей электропотребления и электрических нагрузок энергосистем	105
В. М. Макаров. Решение дифференциальных уравнений установившегося режима многопроводной системы с дискретным заземлением проводов	112
Ю. К. Горбунов. Расчет собственных и взаимных активно-индуктивных волновых параметров катушек обмотки статора электрической машины	119
Ю. К. Горбунов, В. Л. Основич. Влияние короткозамкнутого витка на волновые обмотки статора электрической машины	125
Ю. К. Горбунов, В. Л. Основич. Активно-индуктивные волновые параметры витка напряжения и параметры обмоток электрических машин	130
В. Н. Москвичева, А. А. Огуречников, Ю. М. Петин. К выбору исходной технико-экономической информации для расчетных исследований эффективности фреоновых энергетических установок	135

© Издательство «Наука»,
«Известия Сибирского отделения АН СССР», 1978 г.



ИЗВЕСТИЯ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

Главный редактор журнала чл.-корр. М. Ф. Жуков

Заместитель главного редактора д-р физ.мат. наук В. Г. Дулов

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ СЕРИИ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Ответственный редактор серии чл.-корр. М. Ф. Жуков

Чл.-корр. О. Ф. Васильев, д-р техн. наук Б. Н. Девятов, д-р физ.-мат. наук В. Г. Дулов, чл.-корр. Н. А. Желтухин (зам. ответственного редактора), д-р техн. наук В. Е. Накоряков, д-р техн. наук Н. А. Рубцов (ответственный секретарь серии), д-р техн. наук Б. А. Урюков, д-р техн. наук В. К. Шербаков

Адрес редакции: 630099, Новосибирск, 99, Советская, 18, комн. 331, Тел. 22-00-44

Редактор Т. Б. Мелкозерова

Художественный редактор Э. С. Филонычева

Технический редактор Г. Я. Герасимчук

Корректоры С. В. Блинова, Л. Л. Тычкина

Сдано в набор 28 ноября 1977 г. Подписано к печати 22 февраля 1978 г. МН 01520.
Формат 70×108^{1/16}. Бумага машинослованная. 9 печ. л., 12,6 усл.-печ. л., 12,6 уч.-пзд. л.
Тираж 2115 экз. Заказ № 784. Цена 70 коп.

Издательство «Наука». Сибирское отделение, 630099, Новосибирск, 99, Советская, 18.
4-я типография издательства «Наука», 630077, Новосибирск, 77, Станиславского, 25.

Г. И. ДЕРБУНОВИЧ, Е. У. РЕПИК, Ю. П. СОСЕДКО

ОБ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОМ ОПРЕДЕЛЕНИИ
ИНТЕГРАЛЬНОГО МАСШТАБА ТУРБУЛЕНТНОСТИ
В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

1. При количественном описании пространственной структуры турбулентности часто используется понятие интегрального масштаба турбулентности, который определяет меру статистической связанности между пульсациями скорости в двух точках потока и характеризует некоторый эффективный размер масс жидкости, движущихся как единое целое. Интегральный масштаб турбулентности L_y определяется интегрированием корреляционной функции R :

$$L_y(\eta) = \int_0^{\eta_0} R d\eta, \quad (1)$$

где

$$R = \frac{u'(y)u'(y \pm \eta)}{\sqrt{u'^2(y)} \sqrt{u'^2(y \pm \eta)}}. \quad (2)$$

Коэффициент корреляции R обычно измеряется с помощью двух термоанемометрических насадков, один из которых устанавливается неподвижно в выбранной точке потока (y), а другой перемещается относительно первого, удаляясь от него через небольшие интервалы (метод Тейлора). Значение η_0 соответствует такому расстоянию η между насадками, при котором коэффициент корреляции R обращается в нуль.

В условиях неоднородной турбулентности, например при течении жидкости в пограничном слое, когда профиль пульсационной скорости u' сильно изменяется по толщине пограничного слоя, значение поперечного масштаба турбулентности становится зависящим от направления перемещения подвижного насадка относительно неподвижного. Поперечный масштаб турбулентности в пограничном слое, измеренный при перемещении подвижного насадка относительно точки y к внешней границе пограничного слоя (знак $+$ в соотношении (2)), существенно отличается от масштаба турбулентности, измеренного при перемещении подвижного насадка от точки y к стенке (знак $-$ в соотношении (2)), т. е. одной и той же фиксированной точке y соответствуют два разных масштаба турбулентности.

В экспериментальной практике при измерении R часто используется симметричное перемещение насадков в обе стороны относительно фиксированной точки y (метод Фридмана — Келлера). В этом случае

$$L_y = \int_0^{\infty} \frac{u'(y - \eta/2)u'(y + \eta/2)}{\sqrt{u'^2(y - \eta/2)} \sqrt{u'^2(y + \eta/2)}} d\eta. \quad (3)$$

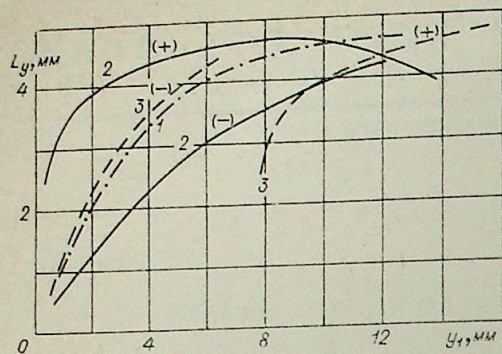


Рис. 1.

1 — метод Фридмана — Келлера; (+), (—) — метод Тейлора, прямой и обратный ходы; соответственно 2 — $y_1 = y$; 3 — $y_1 = y \pm \eta/2$.

но из значений пульсаций скорости. Это приводит к необходимости экстраполяции в нуль (при $y=0$) значений коэффициентов корреляции, измеренных в точке потока, наиболее близко расположенной к стенке. Следовательно, в этом случае изменение масштаба турбулентности по y в непосредственной близости от стенки будет во многом определяться не действительной степенью статистической связанности пульсаций скорости, а принимаемыми при этом допущениями.

Масштаб турбулентности, определяемый по формулам (1)–(3), существенно меньше, чем расстояние корреляции η_0 между двумя точками потока, при котором еще $R(\eta) > 0$. Опыты показывают, что это расстояние корреляции η_0 соизмеримо с толщиной пограничного слоя δ . В этом случае в неоднородном потоке на ход корреляционной кривой влияет наличие в слое областей с набором вихрей разного характерного размера, что естественно приводит к деформации кривой с увеличением η по сравнению со случаем, когда значение L_y остается постоянным по y . Вместе с тем вследствие неоднородности течения в пограничном слое поперечный масштаб турбулентности должен обладать свойством локальности, т. е. величина L_y должна быть функцией расстояния от стенки.

Все это приводит к неопределенности в выборе координаты y_1 , которой соответствуют локальные значения масштаба турбулентности, поскольку значение L_y является результатом осреднения по большой области пограничного слоя. В качестве иллюстрации на рис. 1 приведены значения интегральных масштабов L_y , определенных в турбулентном пограничном слое с использованием соотношений (1), (2) и (3). Здесь сплошные кривые (2) относятся к случаю, когда значение $y_1 = y$ соответствует расстоянию неподвижного насадка от стенки, как это обычно принимается, а штриховые линии (3) относятся к случаю, когда значение y_1 соответствует расстоянию от стенки до середины расстояния корреляции $\eta_0 (y_1 = y \pm \eta_0/2)$. Штрих-пунктирная линия (1) соответствует методу Фридмана — Келлера. В этом случае значение y_1 равно расстоянию от стенки до середины между насадками ($y_1 = y_{cp} = y \pm \eta/2$). Как видно, распределение L_y по слою зависит как от направления перемещения насадков при измерении корреляционных кривых, так и от выбора координаты y_1 , к которой относится локальное значение L_y , что существенно затрудняет получение нужной информации.

В настоящее время нет физически обоснованного экспериментального метода определения масштабов турбулентности в пограничном слое. Поэтому необходимы исследования, которые привели бы в конечном счете к разработке рациональной экспериментальной методики определения локальных масштабов турбулентности в пограничном слое. Некоторые результаты исследований в этой области приводятся ниже.

Значения L_y , полученные в условиях неоднородного потока с помощью соотношения (3), в свою очередь, не согласуются со значениями L_y , полученными с использованием метода Тейлора. При экспериментальном определении коэффициента корреляции в непосредственной близости от стенки обычно используется условие «прилипания» на стенке, согласно которому предполагается, что коэффициент корреляции на стенке равен нулю, поскольку равно нулю од-

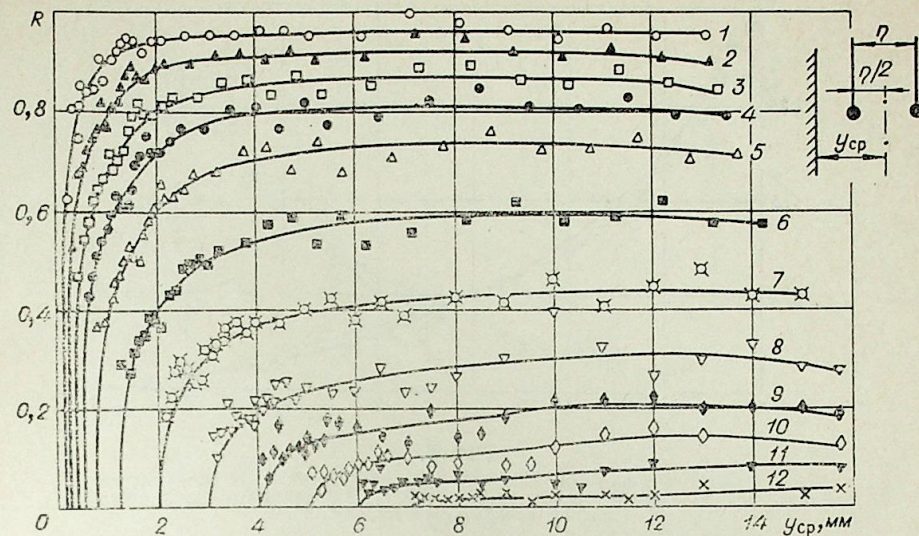


Рис. 2.

$\eta = 0,2$ мм (1); 0,4 (2); 0,7 (3); 1 (4); 1,5 (5); 2,5 (6); 4 (7); 6 (8); 8 (9); 10 (10); 12 (11); 14 мм (12).

На рис. 2 представлены значения коэффициентов корреляции, измеренных при фиксированном расстоянии η между термоанемометрическими насадками на разных расстояниях от стенки относительно средней точки y_{cp} между насадками. Измерения проводились в пограничном слое на плоской пластине при скорости $U_\infty = 17,2$ м/с, $Re_\delta = 2340$ ($\delta = 20,5$ мм) с помощью термоанемометрической аппаратуры ЭТАМ-3А и перемножающе-интегрирующего устройства ПИ-4. Как показывает анализ, представление опытных данных в виде зависимости $R = f(y_{cp}; \eta)$ целесообразно и может быть рекомендовано в практических измерениях, поскольку оно позволяет получить корреляционные кривые $R = f(\eta)$, соответствующие любому из трех указанных выше методов определения L_y , различающихся направлением перемещения насадка и выбором координаты y_1 . Так, при переходе к методу Тейлора $y_1 = y_{cp} \pm \eta/2$, а к методу Фридмана — Келлера — $y_1 = y_{cp}$.

Из рис. 2 видно, что на большей части пограничного слоя значения R при выбранном постоянном значении η практически не изменяются и заметно снижаются только в непосредственной близости от стенки. Это снижение R объясняется тем, что вблизи стенки (где происходит порождение турбулентности) преобладают вихри малых размеров, на долю которых приходится основная часть энергии турбулентности.

Если представить коэффициенты корреляции, приведенные на рис. 2, в зависимости от безразмерного параметра η/L_y в той области турбулентного пограничного слоя, где значения $R(\eta = \text{const})$ практически не зависят от координаты y_{cp} при всех значениях η , т. е., где $L_y = \text{const}$, то оказывается, что функция $R' = f(\eta/L_y)$ почти полностью совпадает с аналогичной зависимостью при течении жидкости за турбулизирующей решеткой (течение, близкое к однородному и изотропному) на разных расстояниях X от решетки (см. рис. 3). Здесь значение L_y определялось при $y_{cp} = 8$ мм по методу Фридмана — Келлера, поскольку, как будет показано ниже, в этом случае значение L_y близко к действительному. Таким образом, если макромасштаб турбулентности не изменяется вдоль координаты y ($L_y = \text{const}$), то независимо от типа течения (в пограничном слое или за решеткой) корреляционная кривая имеет одну и ту же функциональную зависимость от η/L_y .

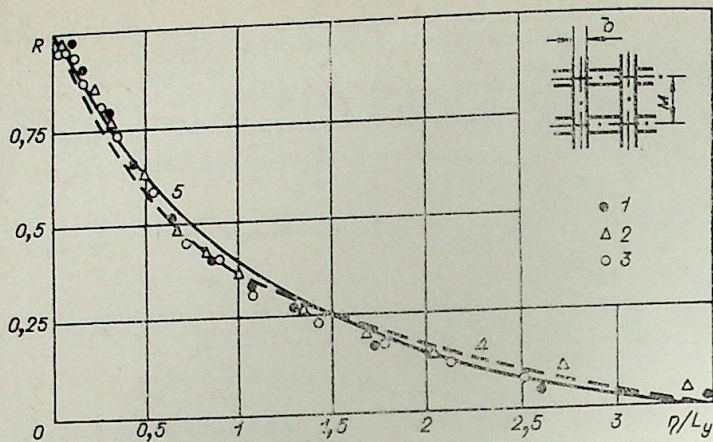


Рис. 3.

1, 2, 3 — данные опыты за решеткой при $x/b=30$; 80; 227 соответственно; $M=12$ мм, $b=3$ мм; 4 — опыты за решеткой [1]; 5 — данные опыты в пограничном слое ($y_{cp}=8$ мм, рис. 2).

Универсальный характер зависимости $R=f(\eta/Ly)$ наталкивает на мысль, что эта зависимость может оказаться полезной для определения интегрального масштаба турбулентности по результатам измерения лишь одного значения R при некотором заданном расстоянии между насадками. В самом деле на основании универсальной зависимости $R=f(\eta/Ly)$ можно построить зависимость $L_y=f(R)$ для ряда фиксированных значений расстояния η между насадками (рис. 4). Эта зависимость и может явиться рабочим графиком для определения масштаба турбулентности в той части пограничного слоя, где $R(\eta=const)$ слабо изменяется вдоль координаты y .

2. Возникает вопрос о применимости предложенного выше метода определения L_y и в непосредственной близости от стенки, а именно в той области пограничного слоя, где значения R уже не постоянны при $\eta=const$, а начинают резко уменьшаться с уменьшением y (см. рис. 2).

В случае малых расстояний η между насадками можно предположить, что в области течения, имеющей размер η , турбулентность однородна. Это подтверждается тем, что участок корреляционной кривой, полученный в непосредственной близости от стенки (т. е. в области неоднородной турбулентности), при малых расстояниях между насадками совпадает с универсальной корреляционной зависимостью (рис. 5),

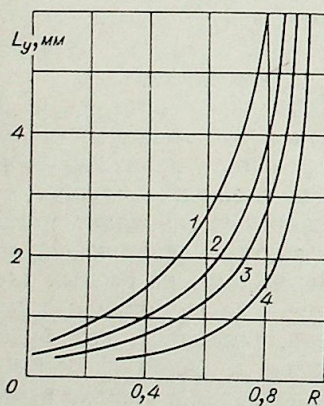


Рис. 4.

$\eta=1,5$ мм (1); 1 (2); 0,7 (3); 0,4 (4).

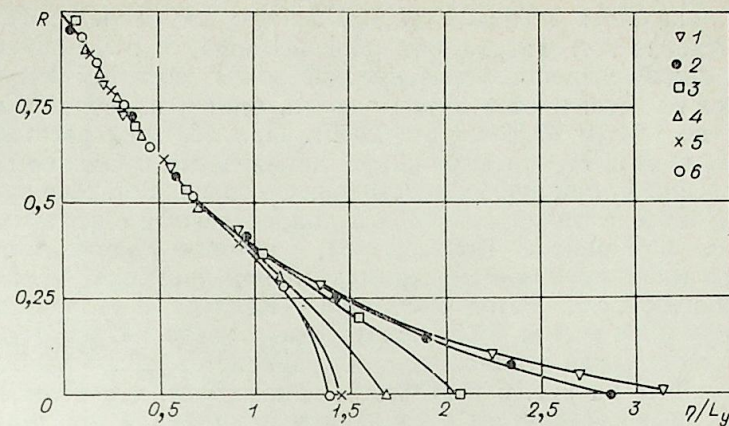


Рис. 5.

$y_{cp}=8$ мм (1); 6 (2); 4 (3); 3 (4); 2 (5); 1,5 мм (6). L_y — из рис. 6 при $\eta=0,4 \div 1,5$.

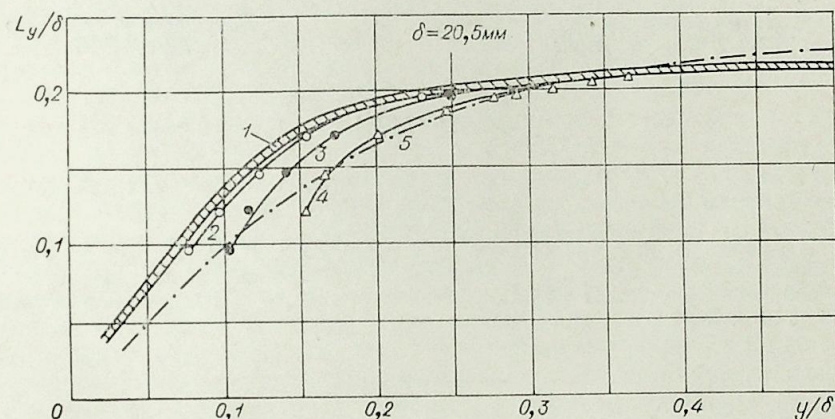


Рис. 6.

$\eta=0,4 \div 1,5$ мм (1); 2,5 (2); 4 (3); 6 мм (4). 1, 2, 3, 4 — данный метод; 5 — метод Фридмана — Келлера.

$R(\eta)$, свойственного турбулентности с $L_y=const$, т. е. от универсальной зависимости $R=f(\eta/Ly)$. Таким образом, правильное определение масштабов турбулентности в непосредственной близости от стенки с помощью зависимости $L_y=f(R)$, представленной на рис. 4, возможно только при малых расстояниях η между насадками*, когда турбулентность можно считать локально однородной ($L_y \approx const$).

Локальные значения масштаба турбулентности вблизи стенки, полученные предложенным методом, при малых значениях η должны соответствовать тем значениям L_y , которые получились бы в результате интегрирования корреляционной кривой, форма которой определялась бы только вихрями с одним характерным средним масштабом, свойственным турбулентности на заданном расстоянии от стенки. В связи с этим рассмотрим вопрос о влиянии расстояния η между насадками на результаты определения зависимости $L_y=f(y)$. Следует ожидать, что с увеличением расстояния η значения L_y должны все больше отличаться от

* Следует указать на принципиальное отличие предложенного метода определения макромасштаба турбулентности от известного метода определения микромасштаба турбулентности по кривизне корреляционной кривой $R(\eta)$ в окрестности точки $\eta=0$ [2].

истинных локальных значений $(L_y)_{\eta \rightarrow 0}$, поскольку усреднение $R(\eta = \text{const})$ будет происходить по все большей области пограничного слоя. Из рис. 6 видно, что найденные предлагаемым методом значения L_y практически не отличаются друг от друга, если η изменяется в пределах от 0,4 до 1,5 мм ($0,02 < \eta/\delta < 0,075$). При больших расстояниях η значения L_y вблизи стенки становятся заниженными. Однако вдали от стенки значения L_y при любых расстояниях η совпадают. Для сравнения на рис. 6 приведены также значения L_y , определенные с использованием соотношения Фридмана — Келлера (3), которое получило наиболее широкое распространение в экспериментальной практике [3]. Как видно, в пограничном слое метод Фридмана — Келлера, в отличие от предложенного метода, может быть использован только на некотором расстоянии от стенки, где неоднородность проявляется уже в малой степени.

Приведенные на рис. 6 результаты показывают, что вблизи стенки величина L_y резко возрастает с удалением от стенки, а при $y/\delta \geq 0,15 - 0,2$ практически не зависит от y . Отметим, что значение $y/\delta \approx 0,2$ соответствует границе области влияния закона стенки, выше которой профиль скорости в турбулентном пограничном слое начинает отклоняться от логарифмического закона.

Центральный аэрогидродинамический
институт им. Н. Е. Жуковского

Поступила в редакцию
30/VI 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. W. D. Baines, E. G. Peterson. An Investigation of Flow Through Screens.— J. Transactions of the ASME, July 1951, 73, № 5.
2. И. О. Хинце. Турбулентность. М., Физматгиз, 1963.
3. В. М. Поляев, И. В. Башмаков, Д. И. Власов, И. М. Герасимов. О некоторых особенностях течения в турбулентном пограничном слое на пронизываемой пластине при вдуве. Тр. XVIII Сиб. теплофизич. семинара «Пристенное турбулентное течение», 1975, ч. II.

Ю. В. КУРОЧКИН, А. В. ПУСТОГАРОВ, В. В. УКОЛОВ

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА В ПОРИСТОМ КАНАЛЕ ПЛАЗМОТРОНА

Экспериментальное исследование плазмотронов с подачей газа через пористую стенку показало перспективность стабилизации дугового разряда вдувом, поскольку в этом случае удается получить высокую плотность энерговыделения при практически 100%-ном к. п. д. на участке межэлектродной вставки [1, 2]. Сложность диагностики дугового разряда в пористом канале со вдувом обуславливает необходимость разработки расчетно-теоретических методов исследования. В работе Ватсона [3] приведено численное решение для участка установившегося течения. В [1, 4] представлены результаты решения для автомодельных уравнений.

Модель дугового разряда в пористом канале, рассмотренная в [5], учитывает возможность тангенциально направленного вдува. Система уравнений, описывающих такую модель, линеаризуется, а гидродинамическая задача решается отдельно от тепловой и электрической. В [6] в одномерном приближении исследовано влияние профилирования канала и вдува на энергетические характеристики разряда. В работе [7] в рамках приближения пограничного слоя выполнен расчет входного и установившегося участков дугового разряда. Показана возможность существенного увеличения к. п. д. и напряженности электрического поля. В перечисленных работах не рассматривались течение и теплообмен газа в пористой стенке, в то время как взаимное влияние процессов теплопереноса в стенке и в дуговом канале может быть существенным. Вместе с тем для практических расчетов задание условий на внутренней поверхности пористого канала, в котором горит дуга, затруднительно и представляет собой отдельную задачу. Более удобно задание условий на наружной поверхности канала или по параметрам газа в ресивере. Такой подход требует решения сопряженной задачи и дает возможность получить важные для практики зависимости температуры стенки и расхода охладителя от параметров газа в канале.

ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим течение электропроводного газа в пористом канале, по центру которого горит электрическая дуга. Основной расход газа подается через пористую стенку, часть расхода G_0 поступает со стороны катода. Пористый вдув осуществляется из ресивера, окружающего канал (рис. 1, а). Параметры газа T_∞ , P_∞ в ресивере считаются известными. Приэлектродные области разряда находятся вне рассматриваемого канала. Предполагается, что имеет место локальное термодинамическое равновесие и течение ламинарное. В приближении пограничного слоя

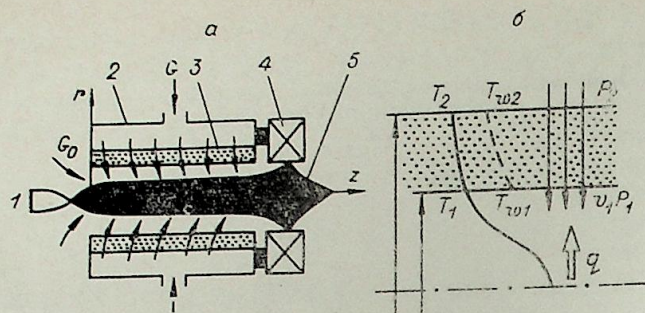


Рис. 1. Схема течения газа в канале плазматрона с пористой межэлектродной вставкой (а) и в пористой стенке (б).
1 — катод; 2 — МЭВ; 3 — пористый канал МЭВ; 4 — анод; 5 — дуга.

для области течения внутри пористого канала ($r_1 > r > 0$) можно записать следующую систему уравнений:

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial z} + \rho v \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{dP}{dr}, \quad (1)$$

$$\rho u C_p \frac{\partial T}{\partial z} + \rho v C_p \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \sigma E^2 - \Phi, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (\rho u r) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho v r) = 0. \quad (3)$$

Уравнения (1) — (3) замыкаются уравнением состояния

$$P = \rho R T \quad (4)$$

и зависимостью функций состояния среды от температуры и давления. Кроме того, должны выполняться интегральные соотношения для полного тока и расхода газа:

$$I = 2\pi E \int_0^{r_1} \sigma r dr, \quad G(z) = G_0 + 2\pi r_1 \int_0^z \rho_1 v_1 dz. \quad (5)$$

Для течения газа в пористой стенке (область $r_2 > r > r_1$, рис. 1, б) уравнения баланса тепла и гидродинамики, в предположении отсутствия осевых перетечек тепла и расхода и малости теплопроводности газа по сравнению с теплопроводностью материала стенки, имеют вид

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \lambda_w \frac{dT_w}{dr} \right) + \rho v C_p \frac{dT}{dr} = 0, \quad (6)$$

$$\rho v C_p \frac{dT}{dr} = \alpha_v (T_w - T), \quad (7)$$

$$\frac{dP}{dr} = \alpha \mu v + \beta \rho v^2. \quad (8)$$

Рассматриваемая постановка задачи не содержит допущения о равенстве температуры материала стенки и газа [1], что позволяет учитывать превышение температуры стенки над температурой газа, предельно допустимое значение которого определяет работоспособность стенки. В приведенных уравнениях, кроме общепринятых, используются следующие обозначения: E — напряженность электрического поля; I — ток дуги, Φ — объемная плотность излучения; R — газовая постоянная; σ — электропроводность; α_v — объемный коэффициент теплообмена внутри пористой стенки, α , β — вязкостной и инерциальный коэффициенты гидродинамического сопротивления при тчении газа в пористой стенке, индекс w относится к материалу пористой стенки.

ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Для уравнений (6) — (8) на внешней поверхности стенки ($r = r_2$) считаются заданными

$$r = r_2, \quad P = P_2, \quad -\lambda_w \frac{dT_w}{dr} = \alpha_0 (T_{w2} - T_\infty) + \sigma_0 \xi T_{w2}^4;$$

$$-\lambda_w \frac{dT_w}{dr} = \rho_1 v_1 \frac{r_1}{r_2} C_p (T_2 - T_\infty) + \sigma_0 \xi T_{w2}^4.$$

На внутренней поверхности стенки ($r = r_1$) граничные условия являются решением задачи (1) — (5) и имеют вид

$$-\lambda_w \frac{dT_w}{dr} = -\lambda \frac{dT}{dr} + q_\pi.$$

Для задачи (1) — (5) граничные условия на $r = r_1$ являются решением задачи (6) — (8) и имеют вид

$$r = r_1; \quad u = 0; \quad T_{1+0}(z) = T_{1-0}(z); \quad v_{1+0}(z) = v_{1-0}(z); \quad P_{1+0}(z) = P_{1-0}(z);$$

$$r = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial u}{\partial r} = v = 0;$$

$$z = 0; \quad r_1 > r > 0; \quad T = T^0(r); \quad u = u^0(r); \quad P = P^0; \quad v = v^0(r).$$

Как отмечалось в [8], при заданных значениях тока и расхода начальные распределения параметров при $z=0$ не могут быть выбраны произвольно и должны быть согласованы с полем течения в канале или с интегральными характеристиками, например с током дуги и расходом газа, при этом наибольшее значение имеет выбор начального распределения температуры $T^0(r)$. В настоящей работе $T^0(r)$ определялась следующим образом. Предполагалось, что на входном участке ($z=0$) основные потери определяются излучением и радиус токопроводящей зоны оценивался из выражения $r_\pi \approx (I/\pi)^{1/2} (\Phi\sigma)^{-1/4}$ [8], где Φ и σ были взяты при температуре соответствующей оси канала $T(0)$. Решая уравнение энергии для $z=0$ в виде $\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \lambda \frac{dT}{dr} \right) + \sigma E^2 - \Phi = 0$, при заданном

токе $I = 2\pi E \int_0^{r_\pi} \sigma r dr$, можно определить $T^0(r)$ на $r_\pi > r > 0$, тепловой поток на стенку и напряженность электрического поля в начальном сечении. Полученное значение $T(0)$ вновь использовалось для следующего приближения r_π и E . При сходимости E с заданной точностью в таком итерационном цикле можно считать, что полученные r_π и $T^0(r)$ соответствуют заданному току I . Распределение температуры от $T^0(r_\pi)$ до $T^0(r_1)$ аппроксимировалось параболой, при этом $T^0(r_1)$ определялась из уравнений (6) — (8).

Распределение осевой и радиальной составляющих скорости при $z=0$ находилось из выражений $u^0(r) = \frac{G_0}{\pi r_1^2 \rho(r)}$, $v^0(r) = v_1^0 \frac{r}{r_1}$, где G_0 — расход со стороны катода, $\rho(r)$ соответствует распределению $T^0(r)$.

В приведенных выше выражениях введены обозначения: α_0 , T_{w2} — коэффициент теплообмена и температура на наружной поверхности пористого канала; σ_0 — постоянная Стефана — Больцмана; ξ — интегральная излучательная способность; q_π — лучистый тепловой поток на внутреннюю поверхность канала. Индексы 1 и 2 относятся соответственно к внутренней и наружной поверхностям стенки пористого канала.

МЕТОД РЕШЕНИЯ ОСНОВНЫХ УРАВНЕНИЙ

Для решения системы уравнений (1)—(8) использовался численный метод с аппроксимацией уравнений конечно-разностными аналогами по неявной схеме [9]. Скорость течения газа в пористой стенке определялась из уравнения (8) по перепаду давления. Алгоритм решения предусматривал определение начальных профилей температуры и скоростей по методике, изложенной выше. По тепловому потоку от дуги и перепаду давления при заданных условиях на $r=r_2$ из решения задачи (6)—(8) определялись $T_1(z)$, $v_1(z)$ — граничные условия для решения внутренней задачи. В каждом сечении по z строился итерационный цикл из условия выполнения сопряжения по температуре и скорости газа для внутренней и внешней задачи. Переход к следующему сечению по z проводился после достижения сходимости по dP/dz [9]. Для решения задачи было характерно ухудшение сходимости с ростом вдува и увеличение числа итераций при переходе к последующим сечениям по координате z . Теплофизические свойства газа задавались в виде табличных зависимостей от температуры и давления.

Расчеты проведены для случая горения дуги в пористом канале из нержавеющей стали с внутренним диаметром 20 мм и толщиной стенки 4 мм, охлаждаемом вдувом аргона. Теплофизические свойства материала пористой стенки из нержавеющей стали принимались следующими: $\alpha_w=5 \cdot 10^6$ Вт/м³·град, $\alpha=0,84 \cdot 10^{11}$ м⁻², $\beta=0,12 \cdot 10^6$ м⁻¹, $\lambda_w=5$ Вт/м·град, $\alpha_0=100$ В·м⁻²К⁻¹. В качестве исходных параметров для расчета задавались $G_0=10^{-3}$ кг·с⁻¹, $P_0=1,2$ бар, $T_p=300$ К, $P=1,4 \div 2,3$ бар; $I=100, 200, 300$ А.

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА

На рис. 2 представлено изменение параметров течения газа в пористом канале с дугой по длине канала. Напряженность электрического поля (кривые 1, 2, 3) в начальных сечениях канала снижается, поскольку еще слабо влияние вдува, и характер развития дуги подобен входному участку в канале без вдува. По мере увеличения полного расхода газа по длине канала начинает сказываться эффект гидродинамического обжата дуги вдуваемым газом и напряженность электрического поля может возрастать. В этом отличие дуги, стабилизированной вдувом, от разряда с водоохлаждаемыми стенками, в котором напряженность электрического поля может только уменьшаться, стремясь к своему асимптотическому значению на предельном участке [9]. Напряженность электрического поля возрастает по длине с ростом давления в ресивере

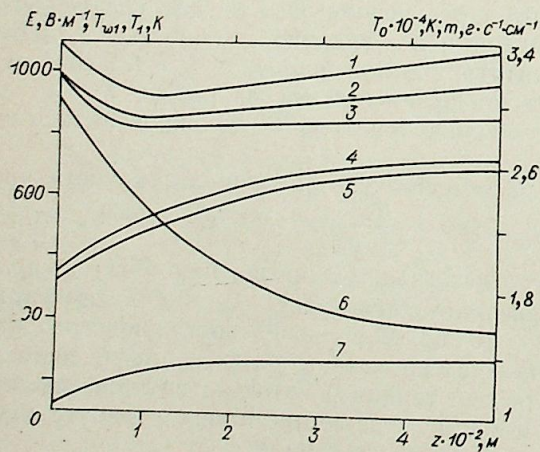
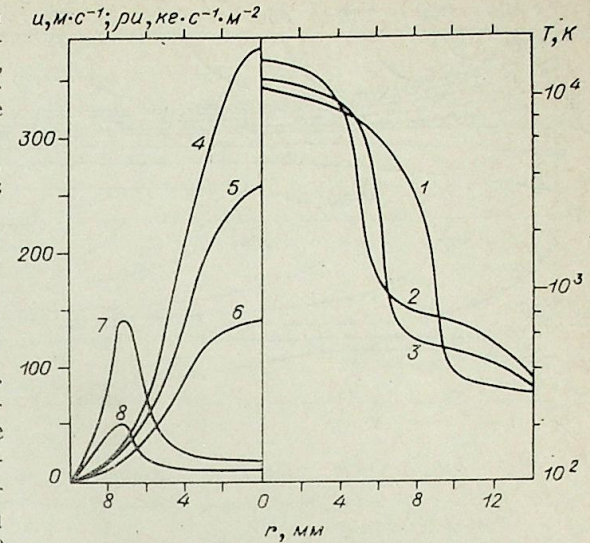


Рис. 2. Распределение по длине канала напряженности электрического поля E (1, 2, 3), температура внутренней поверхности пористого канала T_{w1} (4), газа на выходе из пористой стенки T_1 (5), удельного массового расхода через пористую стенку m (6), температуры газа на оси канала T_0 (7).
1 — $I=300$ А, $P=2,3$ бар; 2 — $I=200$ А, $P_{\infty}=2,3$ бар; 3, 4, 6, 7 — $I=200$ А, $P=1,9$ бар.

Рис. 3. Радиальные распределения температуры газа T (1, 2, 3), осевой составляющей скорости u (4, 5, 6) и удельного массового расхода газа через поперечное сечение канала ρu (7, 8).

$I=200$ А, $r_1=10^{-3}$ м, $r_2=1,4 \cdot 10^{-3}$ м, $P_{\infty}=1,9$ бар, $z=0$ (1); 10^{-2} м (3, 6, 8); $2,5 \cdot 10^{-2}$ (5); $5 \cdot 10^{-2}$ м (2, 4, 7).



или, что то же самое, с ростом вдува (кривые 2, 3) и тока разряда (кривые 1, 2). Учет процессов теплопереноса в пористой стенке выявил характерную особенность — изменение удельного массового расхода $\rho_1 v_1$ вдуваемого газа по длине канала (кривая 6), который в расчетах обычно принимается постоянным. Возможной причиной этого является увеличение температуры газа, выходящего из пористой стенки по длине канала (кривая 5), и, следовательно, уменьшение плотности вследствие теплообмена газа в пористой стенке, нагреваемой излучением. С увеличением вдува этот эффект компенсируется изменением статического давления в канале. На всей длине канала имеет место превышение температуры стенки над температурой газа на 30—50 К (кривые 4, 5). С ростом вдува или уменьшением α , это превышение может достигать более существенной величины. Температура газа на оси канала возрастает (кривая 7) за счет перестройки радиального профиля температуры (рис. 3, кривые 1, 2, 3), который существенно деформируется, образуя узкое высокотемпературное ядро на оси канала с нарастанием у стенки зоны относительно холодного газа ($T < 1000$ К).

На расстоянии 1—2 калибров градиент температурного профиля у стенки весьма незначителен, что обуславливает отсутствие потерь тепла за счет теплопроводности, и отвод энергии от дуги определяется излучением. Течение газа в канале происходит с быстрым нарастанием продольной составляющей скорости (рис. 3, кривые 4, 5, 6), что связано как с тепловым ускорением так и с уменьшением проходного сечения вследствие интенсивного нарастания пограничного слоя на проницаемой поверхности канала. При этом эффект оттеснения динамического пограничного слоя по течению снижается ввиду уменьшения параметра вдува $\rho_1 v_1 / \rho u$ для цилиндрического канала. Основная часть массового расхода газа приходится на периферийную область канала, где температура газа относительно невелика (рис. 3, кривые 7, 8).

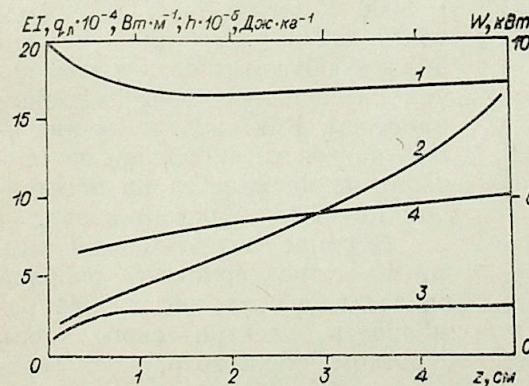


Рис. 4. Распределение по длине канала мощности, выделившейся в дуге EI (1), радиационных потерь W (3), мощности, пошедшей на нагревание газа, W (2) и энтальпии газа n (4).

На рис. 4 представлено изменение энергетических характеристик разряда по длине канала. Джоулево тепловыделение изменяется аналогично

Рис. 4. Распределение по длине канала мощности, выделившейся в дуге EI (1), радиационных потерь W (3), мощности, пошедшей на нагревание газа, W (2) и энтальпии газа n (4).
 $I=200$ А, $r_1=10^{-3}$ м, $P_{\infty}=1,9$ бар.

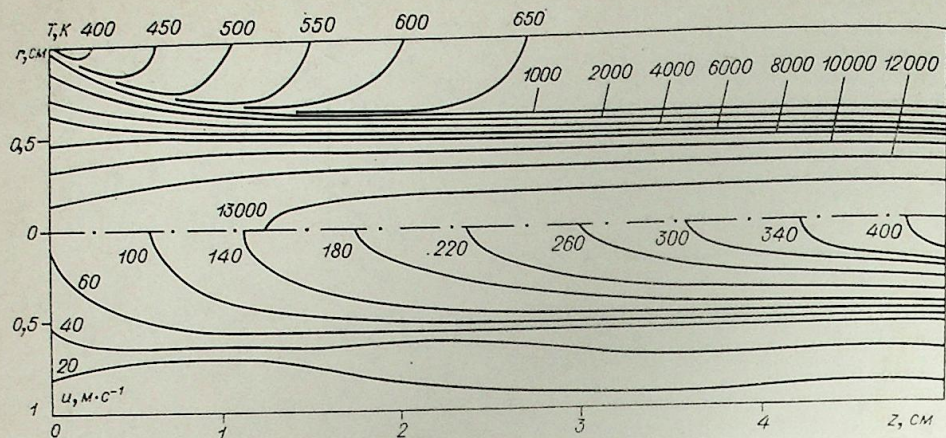


Рис. 5. Поле температур и скоростей в пористом канале с дугой.

$I = 200$ А, $P_{\infty} = 1,9$ бар, $r_1 = 10^{-3}$ м, $l = 5 \cdot 10^{-2}$ м.

напряженности электрического поля (кривая 1). Энергоотвод излучением (кривая 3) контролирует рост осевой температуры и составляет 7—10% от выделившейся мощности. При этом энергия излучения идет на нагрев пористой стенки и за счет внутреннего теплообмена в стенке возвращается с вдуваемым газом в основной поток. С этим фактором, а также с увеличением джоулева тепловыделения по длине канала связано некоторое возрастание среднемассовой энтальпии газа (кривая 4). Потери за счет конвекции и теплопроводности составляют менее 0,5% и на графике не приведены. В отличие от дуг, стабилизированных водоохлаждаемыми стенками, у которых полезная длина канала ограничена входным участком [8], для пористых каналов с ростом длины при постоянной энтальпии газа увеличивается мощность плазматрона, идущая на нагрев вновь поступающего со стенки газа (кривая 2).

На рис. 5 представлено поле температур и продольной составляющей скорости. Характерно явное деление течения при $r \approx 0,5r_1$ на высокотемпературную ($T = 5000—13000$ К) и высокоскоростную ($u = 100—400$ м·с⁻¹) область течения и на область относительно низких температур и скоростей ($T = 1000—500$ К, $u = 100—10$ м·с⁻¹). Названные области разделены зоной больших градиентов температур ($\partial T/\partial r \approx 8000$ К·см⁻¹) и скоростей ($\partial u/\partial r \approx 200$ м·с⁻¹·см⁻¹), что должно обуславливать в этой зоне интенсивные диффузионные процессы. Как следует из рисунка, участок установления по температуре начинается на расстоянии 1,5—2 калибров от входа.

Влияние интенсивности вдува на характеристики разряда представлено на рис. 6. Напряженность электрического поля с ростом вдува возрастает (кри-

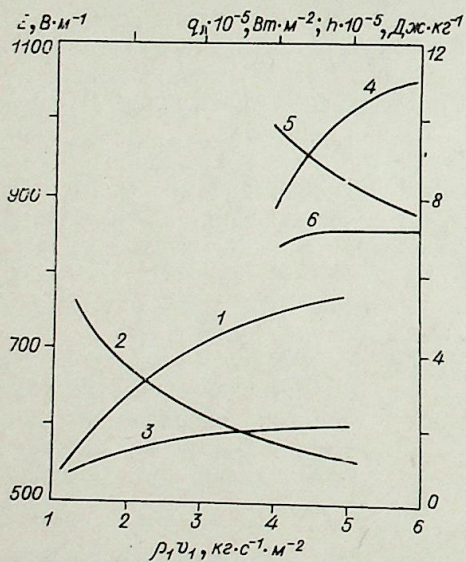


Рис. 6. Зависимость параметров разряда от интенсивности вдува.

$z = 5 \cdot 10^{-2}$ м, 1, 4 — E; 2, 5 — η ; 3, 6 — q_d ;
1, 2, 3 — $I = 100$ А; 4, 5, 6 — $I = 300$ А.

вые 1, 4). При большем токе этот рост более существен. При дальнейшем увеличении вдува (для $I = 300$ А, $m > 6$ кг·с⁻¹·м⁻², для $I = 100$ А, $m > 5$ кг·с⁻¹·м⁻²) рост напряженности поля замедляется и ее значение выходит на некоторую слабозависящую от вдува величину. В этом случае увеличение вдува приведет к снижению среднемассовой температуры газа при постоянной мощности, выделяющейся в дуге. Среднемассовая энтальпия газа уменьшается с увеличением вдува и сильно возрастает при повышении тока разряда (кривые 2, 5). Некоторый рост лучистого потока (кривые 3, 6) связаны с повышением температуры ядра разряда при увеличении вдува.

Поступила в редакцию
14/XII 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. I. Heberlein, E. Pfender, E. Eckert. ARL 70—0007, January, 1970.
2. А. Б. Карабут, Ю. В. Курочкин, В. Н. Коршунов, А. В. Пустогаров, М. Н. Супроненко. Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1976, № 8, сер. техн. наук, вып. 2.
3. V. R. Watson. Proceeding of the Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute, 1965.
4. Андерсон, Эккерт. Ракетная техника и космонавтика, 1966, № 4.
5. H. Druhes, G. Schmitz, H. Patt. Z. für Physik, 1967, 203.
6. А. М. Гонопольский, Ф. А. Слободкина. Изв. АН СССР, Механика жидкости и газа, 1975, № 1.
7. В. В. Бербасов, Б. А. Урюков. Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1974, № 1, сер. техн. наук, вып. 3.
8. Д. Э. Андерсон. Явления переноса в термической плазме. М., «Энергия», 1972.
9. Ю. В. Курочкин, Э. И. Молодых, А. В. Пустогаров. Тез. докл. V Всес. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Новосибирск, 1972.

А. Л. СУРИС

СКОРОСТЬ ЗАКАЛКИ В ПЛАЗМОХИМИЧЕСКИХ РЕАКТОРАХ

Для фиксации целевых компонентов плазмохимических реакций необходимо быстрое охлаждение (закалка) продуктов реакции.

Рассмотрим два наиболее распространенных способа закалки: охлаждение в рекуперативном теплообменнике («поверхностная» закалка) и охлаждение диспергированными частицами. В последнем случае ограничимся начальным периодом закалки, когда происходит лишь прогрев частиц. Охлаждение газа испаряющимися частицами рассмотрено в работах [1, 2].

Наибольший интерес представляет определение локальной скорости закалки по длине закалочного устройства, так как требования к темпу охлаждения продуктов реакции при различных температурах различны. В начальный момент времени, когда температура наиболее высокая и скорость обратных и побочных реакций наибольшая, необходима высокая скорость охлаждения продуктов, а затем, по мере снижения температуры, величина $dT/d\tau$ может быть существенно снижена.

Локальная среднemasовая скорость «поверхностной» закалки определяется на основании известных зависимостей по теплообмену в канале. Рассмотрим в качестве примера зависимость

$$\frac{Q}{N_{\Pi} - N_{\text{ст}}} \frac{d}{4l} = \text{St}(\text{Re}, \text{Pr}, l), \quad (1)$$

где $N_{\Pi} = N_0 - N_{\text{хим}}$; N_0 — располагаемая мощность продуктов реакции на входе в закалочное устройство; $N_{\text{хим}}$ — мощность, необходимая для осуществления химических реакций в закалочном устройстве; Q — поток тепла, отводимый закалочным устройством; d , l — диаметр и длина теплообменного канала; St — число Стэнтона.

Среднemasовая температура конечных продуктов по длине закалочного устройства определяется на основании известного значения теплового потока

$$T = \frac{N_{\Pi} - Q}{C_{\text{pm}} M},$$

где M — расход продуктов; C_{pm} — их средняя теплоемкость.

Отсюда найдем локальную скорость «поверхностной» закалки в канале:

$$\frac{dT}{d\tau} = W \frac{dT}{dl} = - \frac{W \frac{dQ}{dl} / (MC_{\text{pm}})}{1 + \frac{N_{\Pi} - QdC_{\text{pm}}}{MC_{\text{pm}}^2 dT}}. \quad (2)$$

Используя известный вид зависимости теплообмена в закалочном устройстве, можно определить тепловой поток (Q); входящий в (2). Например, для зависимости (1) получим

$$\frac{dT}{d\tau} = - \frac{4W (N_{\Pi} - N_{\text{ст}}) \left(\text{St} + l \frac{d\text{St}}{dl} \right) / (MC_{\text{pm}} d)}{1 + \frac{dC_{\text{pm}}}{dT} \left[N_{\Pi} - \frac{4}{d} (N_{\Pi} - N_{\text{ст}}) \text{St} l \right] / (C_{\text{pm}}^2 M)}. \quad (3)$$

Если вид экспериментальной зависимости теплообмена в закалочном устройстве отличается от (1), то скорость закалки может быть выражена аналогичным образом в соответствии с принятой аппроксимацией для теплового потока.

Из (3) выведем обобщенную переменную, характеризующую локальную скорость «поверхностной» закалки:

$$K_z = \frac{MC_{\text{pm}} d}{W (N_{\Pi} - N_{\text{ст}})} \cdot \frac{dT}{d\tau}. \quad (4)$$

Введя (4) в (3), получим

$$K_z = - \frac{4 \text{St} \left[1 + l \frac{d(\ln \text{St})}{dl} \right]}{1 + \frac{dC_{\text{pm}}}{dT} \left[N_{\Pi} - \frac{4}{d} (N_{\Pi} - N_{\text{ст}}) \text{St} l \right] / (C_{\text{pm}}^2 M)}. \quad (5)$$

Если теплоемкость продуктов реакции слабо зависит от температуры, то выражение (5) существенно упрощается

$$K_z = -4 \text{St} \left[1 + l \frac{d(\ln \text{St})}{dl} \right]. \quad (6)$$

При $l \rightarrow 0$, когда требования к скорости закалки наиболее жесткие, коэффициент закалки связан с числом Стэнтона довольно простым соотношением:

$$(K_z)_{l \rightarrow 0} = -4(\text{St})_{l \rightarrow 0}. \quad (7)$$

Для характеристики средней скорости закалки в канале можно вывести другую обобщенную переменную:

$$\tilde{K}_z = \frac{l}{W T_0} \frac{dT}{d\tau}, \quad (8)$$

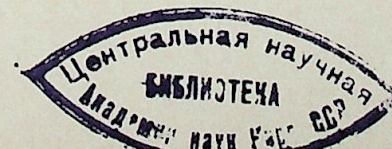
где \bar{W} — средняя скорость потока в канале; T_0 — температура продуктов на входе в закалочное устройство.

Вид зависимости числа Стэнтона от обобщенных переменных для плазмохимического реактора приведен в работе [3].

Необходимо заметить, что среднemasовая скорость «поверхностной» закалки — несколько условная величина, так как она не учитывает распределение температур и скоростей по сечению канала. Однако в виду того, что в подавляющем большинстве случаев распределение параметров потока по сечению неизвестно, среднemasовое значение $dT/d\tau$ может быть использовано для оценочных расчетов в одномерном приближении.

Рассмотрим другой способ закалки: охлаждение газа дисперсными частицами.

В начальный период процесса закалки продуктов реакции диспергированной жидкостью или другими конденсированными частицами газ охлаждается за счет нестационарного прогрева частиц. Если частицы имеют сферическую форму и одинаковый размер, то процесс закалки



описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{a}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (rT), \quad (9)$$

$$G_r C_r \frac{dT_r}{d\tau} + \alpha \frac{3G}{2R} [T_r - T(R, \tau)] = 0 \quad (10)$$

с начальными условиями

$$T(r, 0) = T_0; T_r(0) = T_n \quad (11)$$

и граничными условиями

$$\left[\frac{\partial T}{\partial r} + \omega (T - T_r) \right]_{r=R} = 0, \quad (12)$$

где $\omega = \alpha/\lambda$; T — температура в произвольной точке частицы; C, ρ, a, λ — теплоемкость, плотность и коэффициенты теплопроводности и теплопроводности частиц; G_r, G — массовые расходы газа и конденсированного материала; r, R — текущий радиус и радиус поверхности частицы; α — коэффициент теплоотдачи; τ — время; T_r, C_r — температура и теплоемкость газа.

В отличие от известной задачи о нестационарном прогреве шара в среде с постоянной температурой задача (9) — (12) учитывает изменение температуры газа по мере нагревания частиц и может быть сформулирована следующим образом: найти $T(r, \tau)$ на основании уравнения (9), начального условия (11) и граничного условия (12), в котором температура газа (T_r) не постоянна, а зависит от размера частиц и времени:

$$T_r = \frac{C_r T_n}{C_r} + \frac{GCT_0}{G_r C_r} - \frac{G}{G_r} \cdot \frac{C}{C_r} \cdot \frac{3}{R^3} \int_0^R r^2 T(r, \tau) dr.$$

Решение этой задачи, совпадающее с решением задачи (9) — (12), полученное операционным методом в предположении постоянства физических параметров, имеет вид

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_n - T_0} = \frac{1}{1+S} + 2Bi \frac{R}{r} \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin\left(\frac{\mu_n r}{R}\right) \exp(-\mu_n^2 Fo), \quad (13)$$

$$\theta_r = \frac{T_r - T_0}{T_n - T_0} = \frac{1}{1+S} + 6S Bi^2 \sum_{n=1}^{\infty} D_n \exp(-\mu_n^2 Fo). \quad (14)$$

Из (14) можно определить скорость закалки конечных продуктов конденсированными частицами:

$$\frac{dT_r}{d\tau} = 6(T_0 - T_n) S Bi^2 \sum_{n=1}^{\infty} D_n \exp(-\mu_n^2 Fo) \mu_n^2, \quad (15)$$

где

$$C_n = \frac{1}{(3+p)\mu_n \cos \mu_n + (q+2p-\mu_n^2) \sin \mu_n}; \quad (16)$$

$$D_n = \frac{C_n \sin \mu_n}{q - \mu_n^2} = \frac{1}{\mu_n^4 + \mu_n^2(\rho^2 + p - 2q) + 3q(\rho + 1) + q^2}; \quad (17)$$

μ_n — положительные корни уравнения

$$\operatorname{tg} \mu_n = \frac{(q - \mu_n^2) \mu_n}{\rho \mu_n^2 + q}; \quad (18)$$

$$\rho = Bi - 1; q = 3BiS.$$

Таблица 1

Значение корня μ_1 в зависимости от параметров

$\frac{p}{q}$	-0,9	-0,6	-0,4	0,1	1,1	2,1
0,1	0,626	1,096	1,299	1,656	2,076	2,320
0,5	0,885	1,252	1,428	1,749	—	—
0,8	1,038	1,358	1,518	1,815	—	—
1,1	1,171	1,456	1,602	1,879	2,224	2,429
1,5	1,328	1,576	1,708	1,960	2,371	2,437
2,1	1,533	1,742	1,854	2,076	2,359	2,531
3,1	1,824	1,985	2,075	2,242	2,484	2,626
4,1	2,074	2,201	2,272	2,414	2,601	2,716
6,1	2,499	2,573	2,615	2,701	2,811	2,879
8,1	2,859	2,892	2,912	2,949	2,996	3,026
10,1	3,176	3,172	3,170	3,165	3,159	3,156
13,1	3,592	—	3,497	3,439	3,368	3,326
16,1	3,943	—	3,759	3,659	3,541	3,470
20,1	4,275	—	4,01	3,879	3,723	3,627

Обобщенные параметры процесса

$$Bi = \frac{\alpha R}{\lambda}; S = \frac{GC}{G_r C_r}; Fo = \frac{a\tau}{R^2}.$$

В табл. 1—8 представлены значения первых восьми корней уравнения (18) в широком диапазоне изменения параметров.

В начальный период прогрева частиц, когда для соблюдения требуемой точности приходится пользоваться значительным числом членов в (13) — (15), можно получить более простое приближенное решение.

Применяя преобразование Лапласа к (9) — (12) и пренебрегая в изображении малыми членами [4], соответствующими малым τ , получаем более простое решение для небольших значений Fo :

$$\begin{aligned} \frac{T - T_0}{T_n - T_0} = & \frac{R Bi}{r(\kappa - \varphi)} \left[\exp\left(\kappa^2 Fo - \kappa \frac{R-r}{R}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{R-r}{2R\sqrt{Fo}} - \kappa\sqrt{Fo}\right) - \right. \\ & - \exp\left(\varphi^2 Fo - \varphi \frac{R-r}{R}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{R-r}{2R\sqrt{Fo}} - \varphi\sqrt{Fo}\right) - \\ & - \exp\left(\kappa^2 Fo - \kappa \frac{R+r}{R}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{R+r}{2R\sqrt{Fo}} - \kappa\sqrt{Fo}\right) + \\ & \left. + \exp\left(\varphi^2 Fo - \varphi \frac{R+r}{R}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{R+r}{2R\sqrt{Fo}} - \varphi\sqrt{Fo}\right) \right], \quad (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{T_r - T_0}{T_n - T_0} = & \exp(-q Fo) + \frac{3Bi^2 S}{\varphi - \kappa} \left[2\sqrt{\frac{Fo}{\pi}} \exp\left(-\frac{1}{Fo}\right) \left(\frac{1}{\varphi} - \frac{1}{\kappa}\right) - \right. \\ & - \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{Fo}}\right) \left(\frac{1-2\kappa}{\kappa^2} - \frac{1-2\varphi}{\varphi^2}\right) + \frac{1}{\kappa^2} \exp(\kappa^2 Fo - 2\kappa) \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{Fo}} - \kappa\sqrt{Fo}\right) - \\ & \left. - \frac{1}{\varphi^2} \exp(\varphi^2 Fo - 2\varphi) \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{Fo}} - \varphi\sqrt{Fo}\right) \right]. \quad (20) \end{aligned}$$

Дифференцируя по τ , получаем

$$\begin{aligned} \frac{dT_r}{d\tau} = & \frac{a}{R^2} (T_0 - T_n) q \exp(-q Fo) + \frac{a(T_0 - T_n) q Bi}{R^2(\kappa - \varphi)} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{\varphi} - \frac{1}{\kappa}\right) \times \right. \\ & \times \left[\frac{1}{2\sqrt{Fo}} \exp\left(-\frac{1}{Fo}\right) - Fo^{-3/2} \exp\left(-\frac{1}{Fo}\right) \right] - \left(\frac{1-2\kappa}{\kappa^2} - \frac{1-2\varphi}{\varphi^2}\right) \times \\ & \left. \times \frac{Fo^{-3/2}}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{1}{Fo}\right) + \exp(\kappa^2 Fo - 2\kappa) \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{Fo}} - \kappa\sqrt{Fo}\right) + \right. \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{\kappa^2 \sqrt{\pi}} (Fo^{-3/2} + \kappa Fo^{-1/2}) \exp\left(-\frac{1}{Fo}\right) - \exp(\varphi^2 Fo - 2\varphi) \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{Fo}} - \varphi \sqrt{Fo}\right) - \frac{1}{\varphi^2 \sqrt{\pi}} (Fo^{-3/2} + \varphi Fo^{-1/2}) \exp\left(-\frac{1}{Fo}\right), \quad (21)$$

где

$$\varphi = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}; \quad \kappa = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q};$$

$$\operatorname{erfc}(X) = 1 - \operatorname{erf}(X).$$

Таблица 2

Значение корня μ_2 в зависимости от параметров

$\frac{p}{q}$	0,1	4,1	8,1	12,1	16,1	20,1
-0,9	4,516	4,521	4,530	4,547	4,588	4,718
0,1	4,735	4,783	4,851	4,946	5,076	5,244
1,1	4,933	5,006	5,095	5,205	5,335	5,484
2,1	5,105	5,186	5,280	5,388	5,507	5,635
4,1	5,367	5,447	5,533	5,624	5,719	5,817
7,1	5,616	5,682	5,749	5,818	5,888	5,958

Таблица 3

Значение корня μ_3 в зависимости от параметров

$\frac{p}{q}$	0,1	4,1	8,1	12,1	16,1	20,1
-0,9	7,738	7,739	7,740	7,742	7,743	7,745
0,1	7,867	7,877	7,888	7,900	7,915	7,932
1,1	7,991	8,008	8,027	8,048	8,072	8,099
2,1	8,108	8,130	8,155	8,182	8,212	8,245
4,1	8,313	8,341	8,372	8,404	8,439	8,476
7,1	8,548	8,578	8,609	8,641	8,674	8,709

Таблица 4

Значение корня μ_4 в зависимости от параметров

$\frac{p}{q}$	-0,9	0,1	1,1	2,1	4,1	7,1
0,1	10,91	11,00	11,09	11,18	11,34	11,55
8,1	10,91	11,01	11,11	11,20	11,37	11,58
20,1	10,92	11,02	11,13	11,23	11,41	11,63

Таблица 5

Значение корня μ_5 в зависимости от параметров

$\frac{p}{q}$	-0,9	0,1	1,1	2,1	4,1	7,1
0,1	14,07	14,14	14,21	14,28	14,41	14,59
8,1	14,07	14,15	14,22	14,29	14,43	14,61
20,1	14,07	14,15	14,23	14,31	14,45	14,63

Таблица 6

Значение корня μ_6 в зависимости от параметров

$\frac{p}{q}$	-0,9	0,1	1,1	2,1	4,1	7,1
0,1	17,23	17,28	17,34	17,40	17,51	17,66
8,1	17,23	17,29	17,35	17,40	17,52	17,67
20,1	17,23	17,29	17,35	17,41	17,53	17,69

Таблица 7

Значение корня μ_7 в зависимости от параметров

$\frac{p}{q}$	-0,9	0,1	1,1	2,1	4,1	7,1
0,1	20,38	20,43	20,47	20,52	20,62	20,75
20,1	20,38	20,43	20,48	20,53	20,63	20,77

Следует отметить, что при $S \rightarrow 0$, когда можно пренебречь изменением температуры газа во времени, решения (13) и (19) переходят в известные решения [4] для изменения поля температур в шаре при граничном условии 3-го рода и постоянной температуре среды. А температура в центре частицы в начальный период нагрева вообще не зависит от параметра q и представляет собой известное решение:

$$\theta_{ц} = 2 \operatorname{Bi} \exp(p + p^2 Fo) \operatorname{erfc} \times \left(p \sqrt{Fo} + \frac{1}{2 \sqrt{Fo}} \right). \quad (22)$$

При $\tau=0$ из (21) получим

$$\left(\frac{dT}{d\tau} \right)_{\tau=0} = 3 \frac{a}{R^2} (T_0 - T_{ц}) \operatorname{Bi} S. \quad (23)$$

Из (15), (21), (23) видно, что скорость закалки газа прогреваемыми частицами возрастает с увеличением коэффициента теплоотдачи, расхода конденсированных частиц, начального перепада температур между газом и частицами и уменьшением размера частиц. По мере прогрева частиц скорость закалки падает (при $Fo \rightarrow \infty$ $dT/d\tau \rightarrow 0$).

На рис. 1 представлена относительная температура частицы в центре ($\theta_{ц}$) и на поверхности ($\theta_{п}$), относительная температура газа (θ_r) и без-

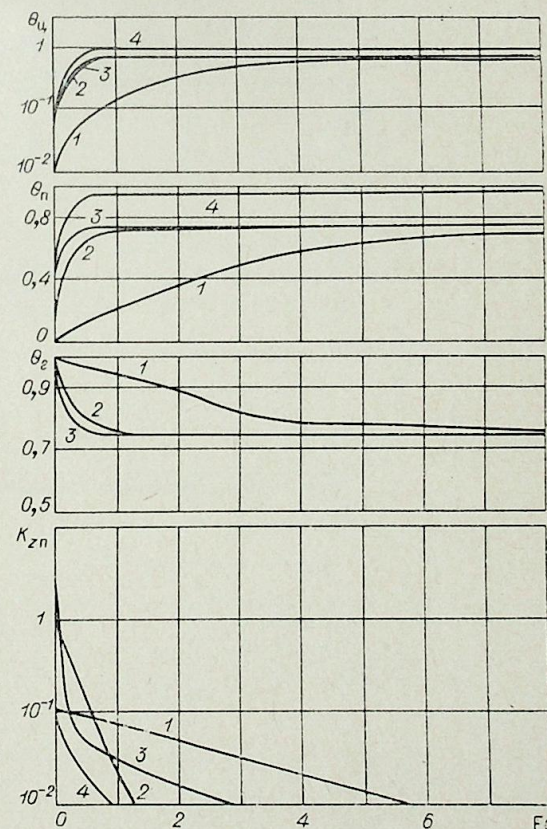


Рис. 1. Зависимость обобщенных переменных процесса закалки газа диспергированными частицами от критерия Fo .

1 — $\operatorname{Bi}=0,1$; $S=1/3$; 2 — $\operatorname{Bi}=1,1$; $S=1/3$; 3 — $\operatorname{Bi}=3,1$; $S=1/3$; 4 — $\operatorname{Bi}=3,1$; $S=0,0175$.

Таблица 8

Значение корня μ_3 в зависимости от параметров

q \ p	-0,9	0,1	1,1	2,1	4,1	7,1
0,1	23,52	23,57	23,61	23,65	23,73	23,85
20,1	23,52	23,57	23,61	23,66	23,74	23,86

размерная скорость охлаждения газа:

$$K_{\text{эл}} = \frac{R^2}{a(T_n - T_0)} \frac{dT}{d\tau}$$

в зависимости от критерия Фурье, рассчитанные по формулам (13)—(15) и (19)—(21) при разных значениях Bi и S . Из рисунка видно, что с увеличением Bi и уменьшением S время прогрева частиц уменьшается.

На рис. 2 показана скорость охлаждения продуктов плазмохимического пиролиза метана в водородной плазме прогреваемыми каплями воды ($T_n = 1800^\circ\text{C}$, $T_0 = 20^\circ\text{C}$) при различных значениях Bi , S и $X_0 = 2R$. Из рисунка видно, что увеличения скорости закалки можно достичь при

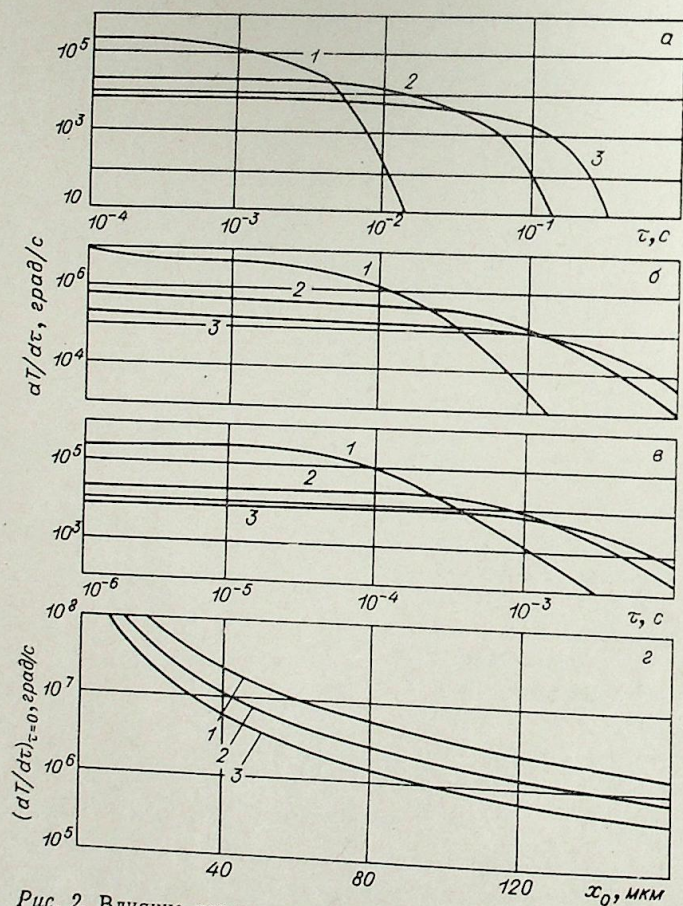


Рис. 2. Влияние параметров на скорость закалки газа конденсированными частицами.
 а) $Bi=0,1$; $S=1/3$, б) $Bi=3,1$; $S=0,0175$, в) $Bi=3,1$; $S=0,0175$, а-в) $X_0 = 20$ мкм (1); 70 (2); 120 мкм (3). г) $S=1,78$, $Bi=6$ (1); 3 (2); 1,5 (3).

малых величинах X_0 и больших значениях S и Bi . В начальный период закалки при небольших размерах диспергированных частиц может быть достигнута достаточно высокая скорость охлаждения конечных продуктов.

Московский институт
химического машиностроения

Поступила в редакцию
15/III 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Л. Сури с. Испарение жидкости в высокотемпературном газовом потоке.— ИФЖ, 1973, IV, № 1.
2. А. Л. Сури с. Закалка высокотемпературного газового потока жидкостью.— ХВЭ, 1973, VII, № 4.
3. Л. С. Аслаян, А. Л. Сури с, С. Н. Шори н.— В кн.: II симпозиум по плазмохимии. Рига, «Зинатне», 1975, 2.
4. А. В. Лыко в. Теория теплопроводности. М., «Высшая школа», 1967.

УДК 536.24.532.54

Е. П. СУХОВИЧ

КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН
ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ СМЕШЕНИИ
ОГРАНИЧЕННЫХ КОАКСИАЛЬНЫХ СТРУИ

Для защиты поверхности от воздействия высокотемпературного потока в современной технике применяются полуограниченные газовые струи, распространяющиеся вдоль охлаждаемой поверхности. Наблюдаемое в опытах уменьшение эффективности тепловой защиты по мере удаления от места ввода охлаждающего газа объясняется интенсивным турбулентным перемешиванием в струйном пограничном слое. Для улучшения характеристик газовой завесы большой интерес представляют гидродинамические методы подавления процессов турбулентного переноса импульса, тепла и массы.

Известно [1], что центробежная сила в криволинейном течении и гидростатическая подъемная сила в течении с градиентом плотности оказывают сильное влияние на пульсационные характеристики течения. Физическая сущность этого влияния заключается в следующем. При вращении потока любой элемент жидкости или газа находится в равновесии, если центробежная сила уравновешивается градиентом давления ($\partial P/\partial r = \rho v^2/r$). На сместившийся из своего слоя вследствие пульсационного движения элемент действует результирующая сила, равная разности центробежных сил, действующих на данный элемент и на элементы, расположенные в новом слое. Если момент количества движения и плотность увеличиваются с ростом радиуса, то любое радиальное перемещение газового слоя связано с совершением работы против результирующей центробежной силы, что приводит к подавлению пульсационного движения и способствует устойчивой стратификации по плотности и температуре.

Цель настоящей работы состоит в изучении влияния центробежных сил на турбулентное смешение и конвективный теплообмен при положительных значениях градиентов момента количества движения и плотности по радиусу канала:

$$\partial \rho / \partial r > 0, \quad \partial (vr) / \partial r > 0. \quad (1)$$

Для выполнения этих условий в приосевую область канала подавался подогретый поток газа, а в периферийную область — закрученный холодный поток. Экспериментальная установка состояла из подогревателя газа, камеры 1, сопла 2, устройства для закрутки спутного потока 3 и 4 и экспериментального канала 5 (рис. 1). Центральная струя с коэффициентом поджатия, равным 4. Спутный поток вводился в исследуемый участок через кольцевую щель, образованную стенкой трубы и внешней поверхностью сопла. Конструкция ввода спутной струи позволяла проводить исследования при закрученном и незакрученном периферийных потоках.

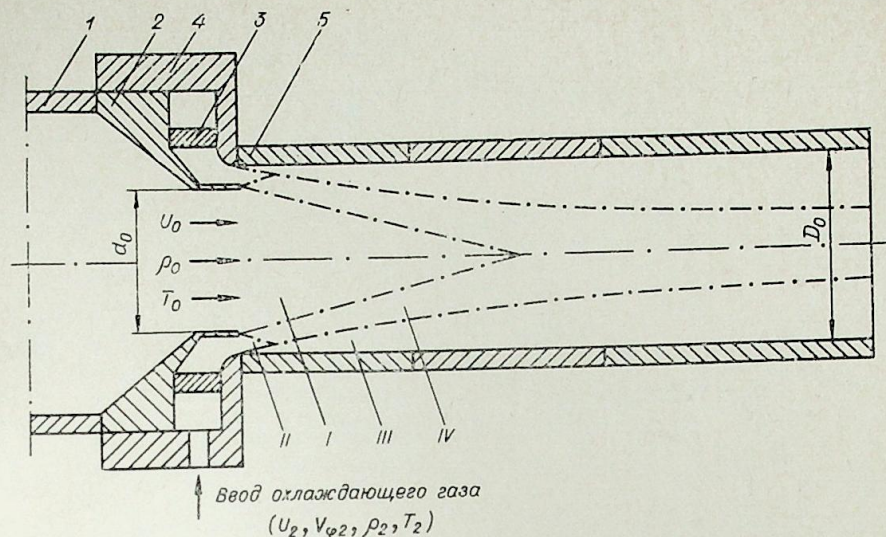


Рис. 1. Схематический чертеж экспериментального канала.

Основные элементы установки имели следующие размеры: диаметр канала $D_0 = 0,027$ м, диаметр сопла $d_0 = 0,020$ и $0,023$ м, размер щели для ввода спутного потока $s = 0,001$ и $0,0025$ м, длина трубы $L = 0,7$ м. Часть опытов проводилась в канале большего размера: $D_0 = 0,048$ м, $d_0 = 0,042$ м, $s = 0,00285$ м, $L = 0,875$ м. Режимные параметры изменялись в следующих пределах: температура центрального потока $T_0 = 300$ — 3700 К, температура спутного потока $T_2 = 300$ — 360 К, расходы газа $G_0 = (1,4-7) \cdot 10^{-3}$ кг/с, $G_2 = (0-9) \cdot 10^{-3}$ кг/с, число Рейнольдса, рассчитанное по средним параметрам на входе, $Re = (0,06-1,2) \cdot 10^4$. Опыты проводились на воздухе при температуре центральной струи до 1000 К и на аргоне при более высоких температурах. Аргон нагревался в электродуговом подогревателе газа с фиксированной дугой.

На рис. 1 показаны характерные зоны, на которые можно разделить область течения ограниченных струй. Области I и II — соответственно потенциальное ядро центральной и кольцевой струи, III — область пристеночного пограничного слоя, IV — область струйного пограничного слоя.

Известно, что в свободных струйных течениях уменьшение плотности или нагрев струи приводят к более быстрому смешению по сравнению с истечением в среду той же плотности. Например, для изотермической свободной струи длина начального участка равна 10 калибрам, тогда как для высокотемпературной струи начальный участок составляет всего 1—2 калибра, а полное смешение наступает на расстоянии нескольких калибров от среза сопла [2]. При смешении коаксиальных струй в ограниченном пространстве длина начального участка даже в условиях, близких к изотермическим, не превышает 3—5 калибров [3].

Закрутка периферийного потока может оказать противоположное воздействие на струйное смешение, если радиальные градиенты плотности и момента количества движения в области IV положительны. Исследования показали [4, 5], что в этих условиях центробежные силы подавляют турбулентные пульсации скорости. Вследствие этого в области IV можно ожидать подавления процессов переноса тепла и массы в радиальном направлении и создать условия для устойчивого расслоения по температуре горячего и холодного потоков. В этом случае длина участка, занимаемого областью I, должна увеличиваться, а радиальные размеры области струйного пограничного слоя станут уменьшаться.

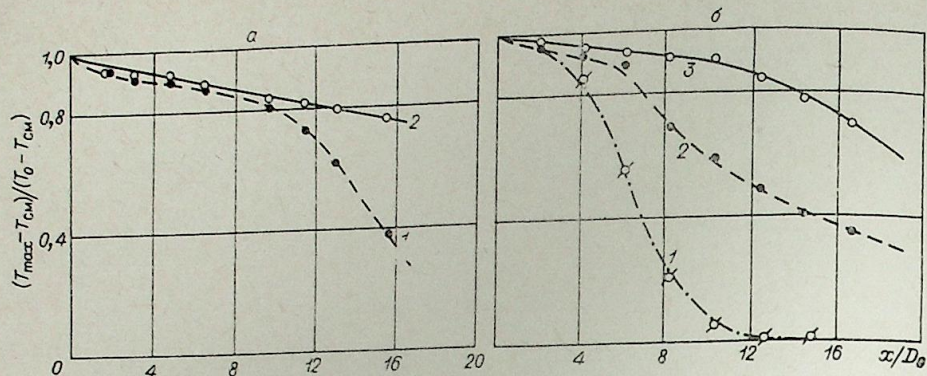


Рис. 2. Распределение температуры вдоль оси канала.

а) $T_0=845$ К, $T_2=300$ К, 1 — $V_2=35$ м/с, 2 — $V_2=70$ м/с; б) $T_2=300$ К, 1 — $T_0=375$ К, $V_2=110$ м/с, 2 — $T_0=490$ К, $V_2=150$ м/с, 3 — $T_0=740$ К, $V_2=220$ м/с.

Для характеристики турбулентного перемешивания струй в работе использовались экспериментальные кривые затухания температуры газа на оси канала. Опыты проводились на теплоизолированном канале. На рис. 2, а показаны распределения T_{\max} вдоль оси канала в зависимости от тангенциальной скорости на входе (V_2) при постоянном параметре вдува ($m = \rho_2 U_2 / \rho_0 U_0 = 1,5$) и температурах T_0 и T_2 . Характер затухания T_{\max} при постоянном отношении скоростей U_2 и U_0 ($m_1 = U_2 / U_0 = 1,1$) в зависимости от тангенциальной составляющей скорости и температуры центральной струи показан на рис. 2, б. Из представленных данных следует, что увеличение закрутки периферийного потока и подогрева приосевого потока значительно увеличивает разность между температурой газа на оси канала и температурой полного смешения потоков. Характер затухания T_{\max} вдоль оси канала показывает, что увеличение V_2 и $(T_0 - T_2)$ сопровождается ростом протяженности области потенциального течения центральной струи и длины участка канала, на котором происходит полное смешение потоков.

Измерения радиальных профилей температуры на различных расстояниях от среза сопла показали, что увеличение подогрева центральной струи приводит к наполнению радиальных профилей (рис. 3, б). Заштрихованный прямоугольник на рис. 3 при $r/R_0 = 0,8$ соответствует местоположению кромки сопла, разделяющей холодный и подогретый потоки. Аналогичное воздействие на перемешивание струй оказывает увеличение тангенциальной составляющей скорости охлаждающего потока при неизменном параметре вдува и температурах T_0 и T_2 (рис. 3, а). Эти данные указывают на то, что увеличение градиентов момента количества движения и плотности по радиусу канала оказывает подавляющее воздействие на смешение коаксиальных ограниченных струй.

Анализ экспериментальных данных, полученных в широком диапазоне изменения определяющих параметров (m , m_1 , T_2/T_0 , V_2/U_0), показывает, что при соблюдении условий (1) интенсивность смешения потоков уменьшается при увеличении параметра закрутки S_0 вплоть до возникновения возвратного течения в приосевой области канала

$$\left(S_0 = \int_0^{R_0} \rho v r^2 dr / R_0 \int_0^{R_0} \rho u^2 r dr \right). \text{ Если условия (1) не выполнены, увеличение}$$

S_0 способствует интенсификации процесса смешения.

Из данных рис. 3, б следует, что значительное увеличение T_0 от 530 (кривая 2) до 845 К (кривая 1) приводит к сравнительно небольшому увеличению температуры теплоизолированной поверхности канала $T_{\text{ак}}$. Исследования зависимости $T_{\text{ак}}$ от определяющих параметров, выполнен-

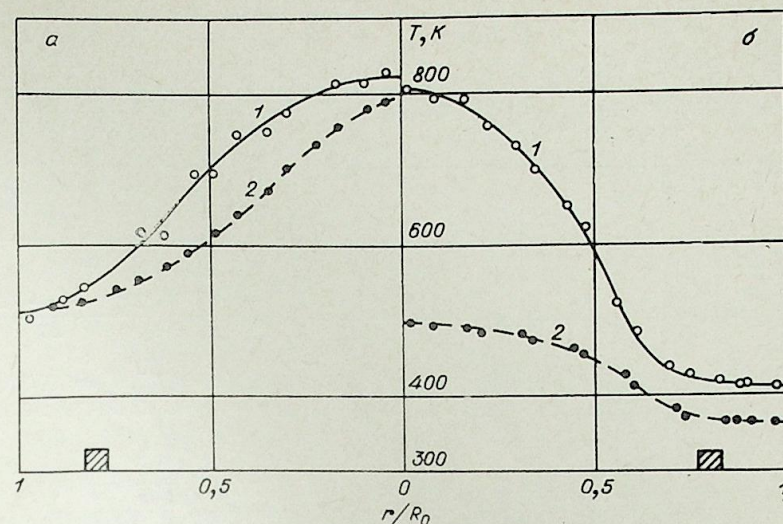


Рис. 3. Влияние вращательной составляющей скорости (а) и температуры газа на срезе центрального сопла (б) на радиальные распределения температуры при $x/D_0 = 13$.

а) $T_0=870$ К, $T_2=330$ К, 1 — $V_2=96$ м/с, 2 — $V_2=50$ м/с; б) $m=2$, $T_2=330$ К, $V_2=50$ м/с, 1 — $T_0=845$ К, 2 — $T_0=530$ К.

ные на плоской поверхности, показали, что для неизотермического несжимаемого течения опытные точки, полученные разными авторами, достаточно хорошо описываются формулой вида [6]

$$\theta = (1 + 0,25 K)^{-0,8}, \quad (2)$$

где

$$\theta = (T_0 - T_{\text{ад}}) / (T_0 - T_2). \quad (3)$$

Эффективность тепловой завесы;

$$K = \left(\frac{2}{\sqrt{T_{\text{ад}}/T_0 + 1}} \right)^2 \frac{\Delta x}{ms} \text{Re}_2^{-0,25} \left(\frac{\mu_0}{\mu_2} \right)^{0,25};$$

$$\text{Re}_2 = \rho_2 U_2 s / \mu_2;$$

μ_0 и μ_2 — динамическая вязкость соответственно горячего и охлаждающего потоков.

Расчет эффективности тепловой защиты на внутренних поверхностях каналов обычно ведется по формулам, полученным для плоской поверхности. Однако при распространении газовой завесы в канале корректное определение θ по формуле (2) возможно только в начальной области течения при $x < x_0$, где x_0 — длина участка потенциального течения центральной струи (см. рис. 1). В области I скорость и температура газа постоянны и равны U_0 и T_0 соответственно. Поэтому, если пренебречь влиянием поперечной кривизны канала, распространение кольцевой полуограниченной струи при $x < x_0$ будет соответствовать условиям течения полуограниченной струи на плоской поверхности. Эффективность тепловой защиты определялась в опытах по формуле (3). В качестве T_0 и T_2 использовались измеренные значения температуры газа на срезе центрального сопла и кольцевой щели, $T_{\text{ад}}$ — температура газа у теплоизолированной поверхности канала. Сравнение экспериментальных значений и эффективности тепловой защиты при $x < x_0$ с рассчитанными по формуле (2) показало (рис. 4), что закрутка потока позволяет повысить эффективность тепловой защиты в 2—2,5 раза по сравнению со случаем тепловой завесы на плоской поверхности. Обработка

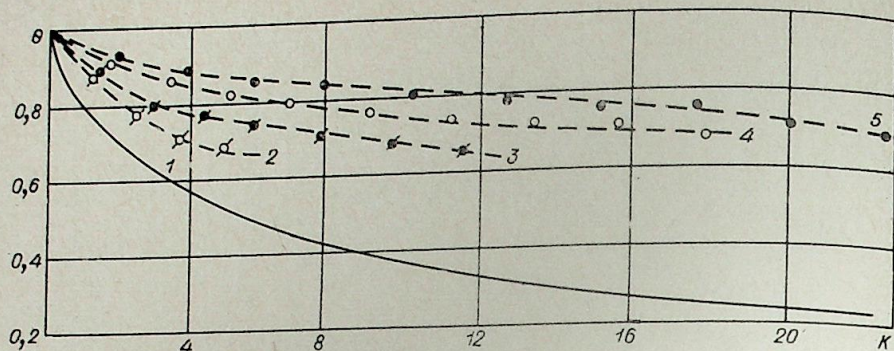


Рис. 4. Эффективность закрученной газовой завесы ($m=1,25$, $T_2=300$ К).
1 — расчет по формуле (2); 2 — $T_0=340$ К; 3 — $T_0=430$ К; 4 — $T_0=540$ К; 5 — $T_0=695$ К.

данных в виде зависимости θ от параметра K позволяет сделать вывод, что опытные точки расслаиваются в зависимости от величины $(T_0 - T_2)$ и тангенциальной скорости на входе. При этом увеличение V_2 и разности температур на входе приводит к увеличению θ .

Таким образом, центробежные силы, вызванные вращением периферийной кольцевой струи, способствуют устойчивому расслоению потоков по температуре и подавляют процессы переноса в области струйного пограничного слоя. Этот результат может быть использован для создания эффективных методов защиты поверхности канала от воздействия высокотемпературных газовых потоков.

В реальных установках газовая завеса обычно применяется совместно с водяным охлаждением поверхности. Исследования конвективного теплообмена при наличии закрученной газовой завесы проводились на установке, схематически изображенной на рис. 1. В работе измерялись тепловые потоки на стенке и профили скорости и температуры на входе и выходе из канала. Осредненные по поверхности канала тепловые потоки определялись калориметрированием отдельных секций. Теплоотдача измерялась в трех случаях организации потоков на входе: 1) когда в исследуемый участок газ вводился только через центральное сопло — течение без газовой завесы; 2) когда в исследуемый участок вводились центральный и периферийный незакрученные потоки — осевая газовая завеса; 3) когда в исследуемый участок вводились центральный незакрученный и периферийный закрученный потоки — закрученная газовая завеса.

Теплообмен при истечении подогретого газа через центральное сопло. Опыты проводились при ламинарном и турбулентном режимах течения. Ламинарный режим имел место в экспериментах на аргоне при высоких температурах центрального потока. Результаты опытов сравнивались с численным решением работы [7], в которой был рассмотрен теплообмен высокотемпературного потока газа в начальном участке канала с учетом зависимости физических свойств газа от температуры. Теплообмен при турбулентном режиме течения сравнивался с зависимостями работы [8]. В результате сравнения получено, что наши данные с точностью 8—10% согласуются с зависимостями работ [7, 9].

Теплообмен в канале с осевой газовой завесой. Анализ опубликованных работ показывает, что расчет тепловых потоков на поверхности при наличии газовой завесы представляет значительные трудности. В области ввода охлаждающего газа тепловой поток определяется не только уменьшением $T_{ад}$ при увеличении m , но и изменением скорости на границе пограничного слоя. При этом профили скорости и температуры в полуограниченной струе зависят от параметра

вдува, неизотермичности, входных профилей скорости и температуры и конструкции щелевого ввода.

При смешении коаксиальных струй в ограниченном пространстве ввод охлаждающего газа приводит к появлению дополнительных факторов, которые могут оказать существенное влияние на теплообмен. К таким факторам относятся: изменение длины гидродинамического и термического начальных участков, изменение скорости приосевого стесненного потока, изменение протяженности участков, занятых ламинарным пограничным слоем и переходной областью. Учет влияния перечисленных выше факторов представляет самостоятельную сложную задачу. Поэтому в данной работе обработка результатов велась в виде зависимости числа Нуссельта, рассчитанного по среднелогарифмической разности температур, от параметра вдува, безразмерной длины трубы, на которой проводилось осреднение измеренных тепловых потоков (l/D_0), и числа Рейнольдса, определенного по параметрам во входном сечении. При такой обработке данных интенсивность теплообмена в канале с газовой завесой сравнивалась с интенсивностью теплообмена при том же числе Re , но с равномерным распределением скорости и температуры во входном сечении.

Характер влияния параметра вдува на интенсивность теплообмена показан на рис. 5 (кривая 1). На рис. 5, а число Нуссельта осреднено на длине $l/D_0=3,7$, а на рис. 5, б — на длине $l/D_0=11$. При небольших значениях параметра вдува увеличение m приводит к уменьшению $Nu_l/Re^{0,8}$. Минимальные значения интенсивности теплообмена наблюдаются при равенстве скоростей на срезе центрального сопла и кольцевой щели. Дальнейшее увеличение параметра вдува приводит к росту $Nu_l/Re^{0,8}$, что объясняется увеличением местного коэффициента теплоотдачи и турбулентного смешения на границе потоков при увеличении скорости вдуваемого газа.

Теплообмен в канале с закрученной газовой завесой. Данные по теплообмену в канале с закрученной кольцевой струей сравнивались при прочих равных условиях с данными по теплообмену в трубе с осевой завесой (см. рис. 5). Значительное уменьшение $Nu_l/Re^{0,8}$ в канале с закруткой охлаждающего газа объясняется значительным уменьшением температуры газа вблизи поверхности канала $T_{ад}$. Уменьшение $T_{ад}$ — следствие подавляющего воздействия поля центробежных сил на процессы переноса тепла и турбулентное смешение горячего и холодного потоков. Это подтверждают измерения радиальных профилей температуры на расстоянии 26 калибров от среза сопла. На рис. 6, а представлены профили температуры, измеренные при различных значениях параметра вдува. Температура горячего потока в этих опытах была равна 865 К. Увеличение параметра вдува и, следовательно, закрутки приводит к расслоению потока по температуре. При этом на сравнительно большом расстоянии от среза сопла ($x/D_0=26$) тем-

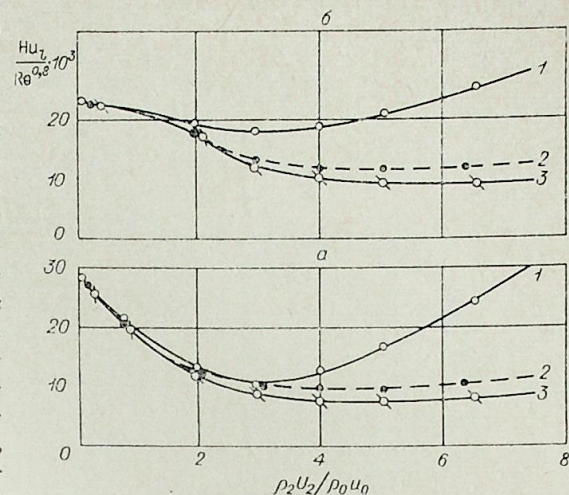


Рис. 5. Интенсивность теплообмена на поверхности канала.

1 — осевая газовая завеса $V_2/U_0=0$; 2 — закрученная газовая завеса $V_2/U_0=3,7-5,7$; 3 — закрученная газовая завеса $V_2/U_0=1,6-1,7$.

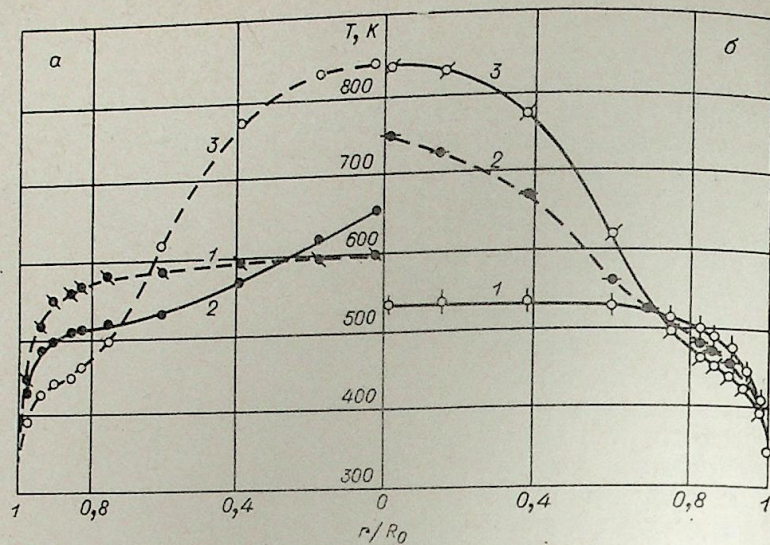


Рис. 6. Распределение температуры газа по радиусу канала при $x/D_0=26$.

а) 1 — $m=0$, $V_2=0$; 2 — $m=4$, $V_2=150$ м/с; 3 — $m=5$, $V_2=180$ м/с. б) 1 — $V_2=0$; 2 — $V_2=144$ м/с; 3 — $V_2=180$ м/с.

пература газа на оси трубы практически не изменяется при больших скоростях закрутки (см. кривую 3). Влияние вращательной составляющей скорости на радиальные профили температуры при постоянном m показано на рис. 6, б. В случае осевой завесы ($V_2=0$) наблюдается полное смешение горячего и холодного потоков. Увеличение вращательной составляющей скорости приводит к заметному расслоению по температуре и соответствующему увеличению эффективности тепловой защиты.

Сопоставление измеренных профилей температуры с данными по теплообмену показывает, что увеличение закрутки потока существенно уменьшает температуру газа вблизи поверхности при одновременном увеличении местного коэффициента теплоотдачи вследствие роста скорости на внешней границе пограничного слоя. Суммарное воздействие этих эффектов приводит к тому, что при $m=\text{const}$ увеличение вращательной составляющей скорости вначале уменьшает интенсивность теплоотдачи, а затем при более высоких значениях V_2 наблюдается увеличение $Nu/Re^{0,8}$ (см. рис. 5).

Таким образом, центробежные силы, вызванные вращением потока, существенно влияют на турбулентное смешение и суммарный теплообмен на поверхности канала. При больших вдувах охлаждающего газа интенсивность теплообмена вследствие вращения периферийного потока уменьшается в 2—2,5 раза. Увеличение тангенциальной составляющей скорости и радиального градиента температур приводит к уменьшению конвективного теплового потока на стенке и к расслоению газового потока по температуре.

На основании представленных данных можно сделать вывод о том, что закрученная газовая завеса может быть использована для создания эффективных методов тепловой защиты стенок каналов от воздействия высокотемпературных газовых потоков.

Институт физики АН ЛатвССР,
Саласпилс

Поступила в редакцию
12/IV 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Шлихтинг. Теория пограничного слоя. М., «Наука», 1969.
2. Грей. Экспериментальное исследование турбулентного перемешивания в частично ионизированном газе.— Ракетная техника и космонавтика, 1964, 2, № 3.
3. Г. Шлихтинг. Обзор некоторых современных исследований пограничного слоя и теплообмена.— Прикладная механика, 1971, № 2.
4. А. И. Борисенко, О. Н. Костиков, В. И. Чумаченко. Экспериментальное исследование турбулентных характеристик потока во вращающемся канале.— Инженерно-физический журнал, 1973, 24, № 6.
5. I. M. Beer, N. A. Chigier, T. W. Davis, K. Bassindale. Laminarization of Turbulent Flames in Rotating Environments.— Combustion and Flames, 1971, 16, № 1.
6. С. С. Кутателадзе, А. И. Леонтьев. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М., «Энергия», 1972.
7. Бэк. Теплопередача. Тр. амер. общества инженеров-механиков, 1973, 95, № 1.
8. Б. С. Петухов, Л. Г. Генин, С. А. Ковалев. Теплообмен в ядерных энергетических установках. М. Атомиздат, 1974.
9. Advances in Heat Transfer. London — N. Y., Pergamon Press, 1971, 7.

В. А. ДМИТРИЕВ, В. В. ЗАТОЛОКА, В. И. ЗВЕГИНЦЕВ

ВЕСОВЫЕ ИСПЫТАНИЯ ТЯЖЕЛЫХ МОДЕЛЕЙ
В ИМПУЛЬСНОЙ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТРУБЕ

Применение импульсных аэродинамических труб позволяет существенно упростить решение проблем аэрофизического моделирования, особенно в гиперзвуковом диапазоне скоростей [1—3]. Однако короткое время существования рабочего режима в таких трубах ($0,03 \div 0,1$ с) и нестационарность давления в набегающем потоке (при постоянном по времени числе Маха M) приводят к необходимости учета динамических погрешностей измерений, связанных с инерционностью измерительных систем. Это обстоятельство, в частности, затрудняет проведение наиболее распространенного аэродинамического эксперимента — весовых испытаний, заключающихся в определении сил, действующих на модель со стороны набегающего потока. На модели для весовых испытаний накладываются жесткие ограничения по массе (не более, например, 90 г [4]), поскольку динамическая погрешность пропорциональна массе модели. Такие ограничения приемлемы в случае простейших конфигураций, однако сильно сужают возможности эксперимента при испытаниях сложных моделей, особенно моделей со встроенными измерительными и управляющими системами.

Анализ методов весовых измерений с целью изыскания возможностей проведения весовых испытаний достаточно тяжелых моделей (от 1 до 10 кг) в импульсном режиме показал [5], что в этом отношении перспективен метод свободно перемещающихся моделей (СПМ). При использовании метода СПМ модель во время измерительного цикла перемещается без сопротивления по одной или нескольким степеням свободы, измеряются параметры такого перемещения (путь X , скорость V или ускорение a в зависимости от времени t) и по ним вычисляются действующие силы. Различные модификации метода СПМ, например метод свободно летающих моделей [6], широко применяются в экспериментальной аэродинамике.

Обычно в практике весовых испытаний требуется определить аэродинамические коэффициенты сил типа

$$C_R = \frac{2R}{\rho_H V_H^2 F}$$

Здесь R — действующая на модель аэродинамическая сила; $\rho_H V_H^2 / 2$ — скоростной напор набегающего потока; F — характерная площадь модели.

Приняв $C_R = \text{const}$ в течение измерительного цикла, что вполне реально, так как в импульсной трубе число Маха $M_H = \text{const}$ (при существенно изменяющемся скоростном напоре), рассмотрим вариант метода СПМ, в котором C_R определяется путем измерения времени свободного перемещения модели на заданное расстояние X . Для этого уравнение

$$R(t) = m \frac{d^2 X}{dt^2} = C_R \frac{\rho_H V_H^2}{2} F,$$

где m — масса модели (точнее, движущихся частей), интегрируем дважды:

$$X = \frac{C_R F}{m} \int_{t_1}^{t_2} \left(\int_{t_1}^t \frac{\rho_H V_H^2}{2} d\tau \right) dt, \quad (1)$$

считая, что при $t=t_1$ $X = \frac{dX}{dt} = 0$, в отличие от метода, используемого в баллистических трассах [7], где модель проходит мерный участок с начальной скоростью, т. е. при $t=t_1$ $X=0$, $\frac{dX}{dt} = V_0 \neq 0$.

Из (1) следует

$$C_R = \frac{mX}{F \int_{t_1}^{t_2} \left(\int_{t_1}^t \frac{\rho_H V_H^2}{2} d\tau \right) dt} \quad (2)$$

Для определения скоростного напора $q = \rho_H V_H^2 / 2$ можно измерить давление торможения за прямым скачком уплотнения p'_0 и воспользоваться соотношением [8]

$$q = \frac{\rho_H V_H^2}{2} \approx 0,535 p'_0.$$

Тогда

$$C_R = \frac{mX}{F \cdot 0,535 \int_{t_1}^{t_2} \left(\int_{t_1}^t p'_0 d\tau \right) dt} \quad (3)$$

Интеграл в (3) вычисляется численно или графически по экспериментально полученным данным: по непрерывной по времени записи $p'_0(t)$ в виде осциллограммы и по зафиксированным на осциллограмме моментам начала ($t=t_1$) и конца ($t=t_2$) движения модели на заданное расстояние X .

Из (3) следует, что максимальная погрешность вычисления C_R в данном случае определяется формулой

$$\epsilon_c \leq \epsilon_m + \epsilon_x + \epsilon_F + \epsilon_u \quad (4)$$

Здесь ϵ_c — относительная погрешность вычисления C_R ; ϵ_m — погрешность измерения движущейся массы m ; ϵ_F — погрешность определения характерной площади модели F ; ϵ_x — погрешность измерения длины мерного участка X . Погрешность интеграла в (3) ϵ_u определяется особенностями применения описываемого метода в аэродинамической импульсной трубе и поэтому заслуживает дополнительного анализа.

Интеграл в (3) представим в виде

$$\int_{t_1}^{t_2} \left(\int_{t_1}^t p'_0 d\tau \right) dt = p'_{0cp} \frac{(t_2 - t_1)^2}{2} \quad (5)$$

Тогда

$$\epsilon_u = \epsilon_p + 2\epsilon_t \quad (6)$$

Здесь $\epsilon_t = \frac{\delta t}{t_2 - t_1}$ — погрешность измерения интервала времени ($t_2 - t_1$),

$\epsilon_p = \frac{\delta p}{p'_{0cp}}$ — погрешность измерения некоего среднего в интервале времени ($t_2 - t_1$) давления p'_0 , величину которого можно найти из (5).

Для работы импульсной аэродинамической трубы (см. рис. 1, где 1 — форкамера трубы, 2 — сопло, 3 — модель) характерно непрерывное

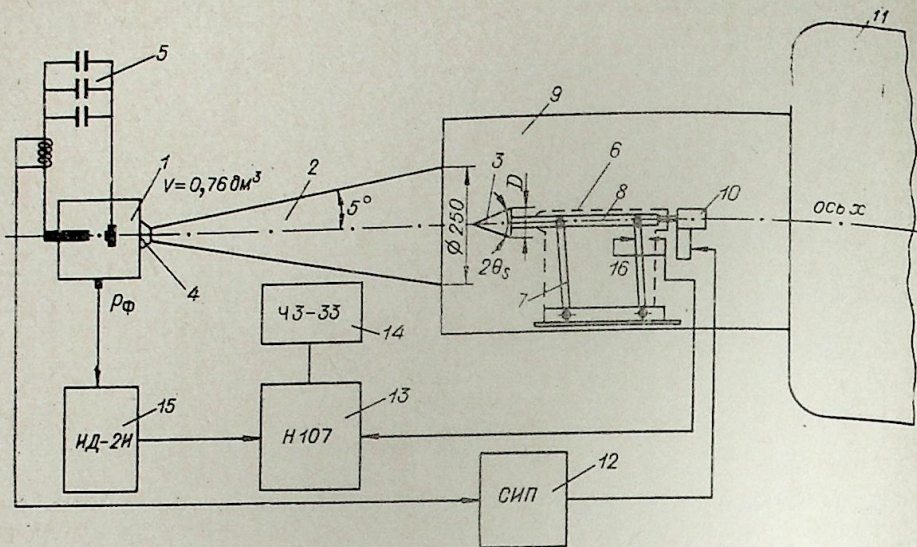


Рис. 1.

уменьшение давления p_ϕ в форкамере во время рабочего режима. Это объясняется тем, что рабочим режимом трубы является истечение газа из форкамеры как из замкнутого объема с отверстием — горлом сопла 2, внезапно открывшимся в результате разрыва диафрагмы 4. Разрыв происходит при разряде в форкамеру электроконденсаторной батареи 5. При постоянном по времени числе Маха в рассматриваемом сечении потока пропорционально давлению p_ϕ уменьшаются скоростной напор q и давление p'_0 .

Для анализа погрешностей зависимость $p'_0(t)$ в импульсной трубе удобно аппроксимировать функцией экспоненциального вида (см., например, [9]):

$$p'_0(t) = p'_{01} e^{-k(t-t_1)}, \quad t \geq t_1, \quad (7)$$

где p'_{01} — давление торможения за прямым скачком уплотнения при $t=t_1$.

Рассматривая задачу об истечении газа из форкамеры, можно получить оценку показателя k в (7) в виде

$$k \approx 16,2 \sqrt{T_\phi} \frac{F_*}{V_\phi}, \quad 1/c. \quad (8)$$

Здесь T_ϕ , K , — температура в форкамере импульсной трубы непосредственно после разряда батареи конденсаторов 5 (см. рис. 1); F_* , m^2 , — площадь критического сечения сопла 2; V_ϕ , m^3 , — объем форкамеры 1. Из (5) и (7) получаем

$$p'_{0\text{ср}} = \frac{2 \int_{t_1}^{t_2} \left(\int_{t_1}^t p'_0 d\tau \right) dt}{(t_2 - t_1)^2} = \frac{2p'_{01}}{k^2(t_2 - t_1)^2} [e^{-k(t_2 - t_1)} + k(t_2 - t_1) - 1]. \quad (9)$$

Тогда

$$\varepsilon_p = \frac{\delta p}{p'_{0\text{ср}}} = \varepsilon_{p1} \frac{T^2}{2(e^{-T} + T - 1)} = \varepsilon_{p1} \varphi(T), \quad (10)$$

где $\varepsilon_{p1} = \frac{\delta p}{p'_{01}}$ — погрешность измерения p'_0 в момент времени t_1 ; $\varphi(T) =$

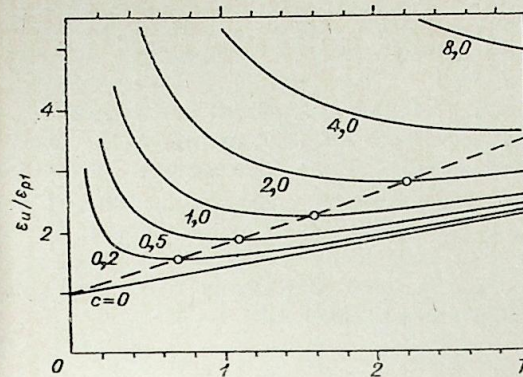


Рис. 2.

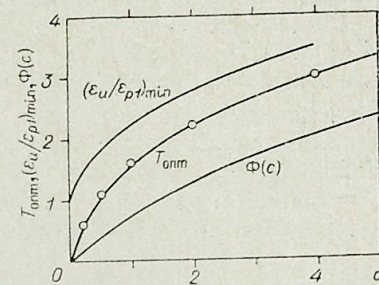


Рис. 3.

$= \frac{T^2}{2(e^{-T} + T - 1)}$; $T = k(t_2 - t_1)$ — безразмерный интервал времени перемещения модели.

Подставляя (10) в (6), получаем

$$\varepsilon_u = \varepsilon_{p1} \left[\varphi(T) + \frac{c}{T} \right], \quad (11)$$

$$c = \frac{2k\delta t}{\varepsilon_{p1}}. \quad (12)$$

Здесь c — безразмерный коэффициент, характеризующий соотношение относительных погрешностей измерения времени t и давления p'_0 , где в качестве относительной погрешности измерения времени принята величина $2k\delta t$.

На рис. 2 показаны зависимости $\varepsilon_u/\varepsilon_{p1}$ от T , рассчитанные по (11), при различных значениях c . Видно, что имеются наименее выгодные значения $T = T_{\text{opt}}$, зависящие от c , при которых погрешность ε_u минимальна (при постоянной погрешности ε_{p1}). Зависимости $(\varepsilon_u/\varepsilon_{p1})_{\text{min}}$ и T_{opt} от c показаны на рис. 3.

Зная интервал T_{opt} , вычисляем оптимальную длину мерного участка X_{opt} по формуле, следующей из (3), (5) и (9):

$$X_{\text{opt}} = 0,535 \frac{p'_{01} F C_R}{k^2 m} (e^{-T_{\text{opt}}} + T_{\text{opt}} - 1) = 0,535 \frac{p'_{01} F C_R}{k^2 m} \Phi(c). \quad (13)$$

Здесь $\Phi(c) = e^{-T_{\text{opt}}} + T_{\text{opt}} - 1$, где $T_{\text{opt}} = T_{\text{opt}}(c)$ (см. рис. 3). Значения функции $\Phi(c)$ могут быть взяты из рис. 3.

Из рис. 2 видно, что особой точности в обеспечении T_{opt} и, следовательно, X_{opt} не требуется — отклонения в 1,5 раза от T_{opt} почти не изменяют величину ε_u .

Очевидно, что нет принципиальных препятствий к тому, чтобы обеспечить малые погрешности ε_m , ε_x и ε_f в формуле (4), т. е.

$$\varepsilon_m \ll \varepsilon_u; \quad \varepsilon_x \ll \varepsilon_u; \quad \varepsilon_f \ll \varepsilon_u. \quad (14)$$

Из условия $\varepsilon_x \ll \varepsilon_u$ можно найти ограничения, накладываемые данным методом на массу модели:

$$\varepsilon_x = \frac{\delta X}{X} \ll \varepsilon_u. \quad (15)$$

Подставляя в (15) значение X_{opt} из (13) и решая неравенство относительно m , получаем

$$m \leq 0,535 \frac{p'_{01} F C_R}{\delta X k^2} \Phi(c) \varepsilon_u \Delta, \quad \text{кг} \quad (16)$$

где $\Delta \ll 1$.

Применение (16) к конкретным случаям весовых испытаний показывает, что рассматриваемый метод позволяет использовать модели с массой в несколько килограммов.

Рассмотрим в качестве примера условия эксперимента в импульсной трубе ИТ-301 [2]. При числе Маха $M_H = 10$ параметры трубы обеспечивают $k = 501/c$ и $p'_0 = 3 \cdot 10^5$ Па. Положим, что площадь поперечного сечения модели $F = 50$ см², а по коэффициенту сопротивления модель эквивалентна конусу с углом полураствора $\Theta_s = 18^\circ$, т. е. имеет $C_R = 0,25$. При $\epsilon_{p1} = 0,01$ и $\delta t = 0,2$ мс из (12) получаем $c = 2$, а из рис. 3 $T_{opt} = 2,2$. При этих значениях c и ϵ_{p1} из рис. 3 имеем $(\epsilon_u)_{min} = 2,8\%$. Оптимальный интервал времени движения модели при этом

$$t_2 - t_1 = \frac{T_{opt}}{k} = \frac{2,2}{50} = 44 \text{ мс.}$$

Полагая $\delta X = 0,01$ мм и задавая $\Delta = 0,1$, по формуле (16) находим $m \leq 29,5$ кг, а затем по формуле (13) $X \geq 3,5$ мм.

Видно, что даже при довольно тяжелых условиях опыта, взятых в данном примере: быстрое изменение небольших по абсолютной величине сил — рассматриваемый метод допускает большую массу модели, т. е. практически снимает ограничения на массу модели, присущие известным тензометрическим методам при использовании их в аэродинамических трубах с коротким временем режима.

Отметим, что если модель имеет массу, меньшую предельной по формуле (16), то необходимо пропорционально увеличить длину мерного участка X с тем, чтобы интервал времени движения $t_2 - t_1$ оставался постоянным, соответствующим T_{opt} (см. (13)).

Из рассмотренного примера видно, что $\epsilon_c \approx \epsilon_u$. Следовательно, дальнейшее повышение точности измерения C_R может быть достигнуто уменьшением погрешности ϵ_u , которая, как видно из формул (11), (12) и рис. 2 и 3, уменьшается с повышением точности измерения давления p'_0 или времени t , а также с уменьшением k (например, за счет увеличения объема форкамеры (см. (8))).

Для отработки описанного метода были проведены испытания по определению коэффициентов лобового сопротивления C_R тел простейших форм (конусов и шара) в импульсной аэродинамической трубе ИТ-301 [2] при $M_H \approx 11$. Массы испытанных моделей составляли от 0,7 до 4,3 кг (см. таблицу).

На рис. 1 показана схема эксперимента. Весовая стойка 6 представляет собой параллелограммный механизм 7, обеспечивающий свободное перемещение (до 40 мм) державки 8 с моделью 3 по оси трубы. Модель вместе со стойкой размещается в рабочей части 9 импульсной трубы и закрепляется в крайнем переднем положении с помощью стартового механизма 10.

До начала эксперимента в батарее конденсаторов 5 импульсной трубы накапливается электрическая энергия, а форкамера 1 заполняется рабочим газом (под давлением $(50 \div 150) \cdot 10^5$ Па). Форкамера отделена от рабочей части 9 и сопла 2 диафрагмой 4. В рабочей части 9 и в вакуумной емкости 11 создается разрежение ~ 10 Па.

После подготовки трубы к пуску включается регистрирующая аппаратура (синхронизированный источник питания 12, осциллограф 13, конденсаторы 5 в форкамере 1) и осуществляется разряд батареи давление и температуру рабочего газа, вследствие чего происходит разрушение диафрагмы 4 между форкамерой и соплом и поток газа из форкамеры через сопло обтекает модель 3, установленную в рабочей части трубы. Разрядом в форкамере запускается синхронизированный

Модель	Масса модели, кг	M_H	$Re_H \cdot 10^{-6}$	X , мм	$t_2 - t_1$, мс	C_R эксп	C_R теор. по [10]
Конус, $\Theta_s = 15^\circ$, $D = 80$ мм	1,978	10,6	$0,85 \div 0,34$	15,70	60	0,20	0,18
Конус, $\Theta_s = 20^\circ$, $D = 80$ мм	1,350	10,7	$0,83 \div 0,38$	15,70	46,5	0,27	0,29
Конус, $\Theta_s = 25^\circ$, $D = 80$ мм	1,041	10,7	$0,72 \div 0,33$	15,70	39,7	0,43	0,42
Конус, $\Theta_s = 25^\circ$, $D = 80$ мм	1,041	10,7	$1,15 \div 0,40$	15,70	35,3	0,40	0,42
Конус, $\Theta_s = 30^\circ$, $D = 80$ мм	0,849	10,8	$1,1 \div 0,46$	15,70	19,6	0,51	0,54
Конус, $\Theta_s = 35^\circ$, $D = 80$ мм	0,677	10,8	$0,74 \div 0,31$	15,70	22,5	0,66	0,67
Шар, $D = 100$ мм	4,314	10,9	$1,0 \div 0,58$	15,70	34,0	0,81	0,85 [12]

источник питания 12, который с заданной задержкой включает стартовый механизм 10, освобождающий модель.

Во время эксперимента с помощью преобразователя 15 и светолучевого осциллографа 13 записывались давление в форкамере $p_\Phi(t)$ и сигналы от контактных датчиков 16 начала и конца перемещения, по которым определялось время $t_2 - t_1$ перемещения модели под действием набегающего потока на заданное расстояние X , определяемое установкой датчиков 16. Для повышения точности измерения времени на осциллограмму записывались метки времени с частотой 1000 Гц от частотомера 14. Погрешность измерения времени составляла $\delta t = 0,2$ мс. Расстояние перемещения модели между контактными датчиками 16 измерялось до опыта с погрешностью 0,01 мм.

В качестве рабочего газа во всех опытах использовался азот. Условия испытаний в импульсной трубе и полученные значения C_R приведены в таблице. Указанное в таблице число Рейнольдса Re_H вычислено по параметрам набегающего потока: $Re_H = \rho_H V_H D / \mu(T_H)$. Здесь же приведены теоретические значения C_R для испытанных конусов, вычисленные по методике работы [10] с учетом пограничного слоя и донного давления.

На рис. 4 приведен график, взятый из [11], дополненный полученными экспериментальными точками. Для каждого опыта указан диапазон изменения параметра $\Theta_s^2 \sqrt{Re_0}$ за время опыта ($t_2 - t_1$), связанного с тем, что в импульсной трубе плотность ρ_H и скорость V_H набегающего потока постепенно уменьшаются по времени. Здесь $Re_0 = \frac{\rho_H V_H D}{\mu(T_\Phi)}$ — число Рейнольдса, в котором коэффициент вязкости μ берется при температуре торможения набегающего потока T_Φ (см. [11]). Видно, что в рассматриваемой области влияние изменения Re_0 на C_R незначительно, поэтому применение исходного предположения $C_R = \text{const}$ оправдано.

Полученные значения C_R хорошо согласуются с расчетными и многочисленными экспериментальными данными, указанными на рис. 4, а также с результатами расчетов по методике [10], приведенными в таблице. Результат эксперимента с шаром также согласуется с проведенными ранее измерениями в ИТ-301 [12], выполненными с помощью

В. В. ЗАТОЛОКА, В. Н. ЗУДОВ, В. И. ШЕВЧЕНКО,
В. И. ЛУШАНОВ

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ
НА РЕЖИМАХ ПЕРЕРАСШИРЕНИЯ В ПЛОСКОМ СОПЛЕ

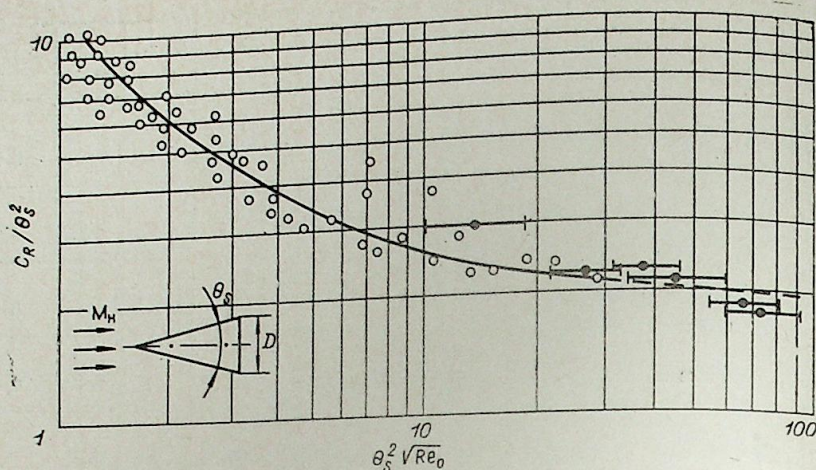


Рис. 4.

Опыты авторов; — диапазон изменения параметра $\theta_s^2 \sqrt{Re_0}$. Работа [11];
расчет; ● — эксперименты.

тензометрических весов ($C_R=0,85$) и с данными работы [7] ($C_R=0,86$), полученными в баллистической установке.

Описанный метод весьма прост и надежен в эксплуатации, а полученные результаты подтверждают возможность проведения весовых испытаний тяжелых моделей в импульсных аэродинамических трубах.

Институт теоретической и
прикладной механики
СО АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
8/VI 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Поуп, К. Гойн. Аэродинамические трубы больших скоростей. М., «Мир», 1968.
2. А. С. Антонов, Б. В. Бошнятов, В. А. Дмитриев, В. В. Затолока, Л. Н. Пузырев, М. И. Ярославцев. Аэродинамическая импульсная труба гиперзвуковых скоростей ИТ-301.— В кн.: Аэрофизические исследования. Новосибирск, 1972.
3. Б. В. Бошнятов, Г. М. Воронов, В. В. Затолока. Об импульсных аэродинамических трубах с закритическими числами Рейнольдса Re при числах Маха M от гиперзвуковых до трансзвуковых.— В кн.: Газодинамика и физическая кинетика. Новосибирск, 1974.
4. В. Эрхарт, Д. Байнум. Измерительное оборудование гиперзвуковой импульсной трубы.— В кн.: Техника гиперзвуковых исследований. М., «Мир», 1964.
5. В. В. Затолока, В. И. Звезгинцев. О весовых испытаниях тяжелых моделей в импульсных аэродинамических трубах.— В кн.: Вопросы газодинамики. Новосибирск, 1975.
6. Применение свободно летающих моделей для исследования динамики полета. Обзор ЦАГИ, 1971, № 352.
7. А. П. Красильщиков, В. П. Подобин. Экспериментальное исследование аэродинамических характеристик шара в свободном полете до чисел $M \sim 15$.— Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 4.
8. Д. Лукашевич, У. Гаррис, Р. Джексон, Д. Ван-дер-Блик, Р. Миллер. Разработка емкостных и индуктивных импульсных аэродинамических труб.— В кн.: Техника гиперзвуковых исследований. М., «Мир», 1964.
9. А. В. Зосимов. О методике измерения низких давлений в аэродинамических трубах кратковременного действия.— Тр. ЦАГИ, 1970, вып. 1299.
10. Ю. В. Абрамович, Е. П. Широкопояс. Инженерная методика расчета на ЭВМ аэродинамических характеристик летательных аппаратов при гиперзвуковых скоростях полета.— Тр. ЦАГИ, 1974, вып. 1580.
11. В. С. Галкин, В. Н. Гусев, Т. В. Климова. Особенности обтекания и аэродинамические характеристики тел простейших форм в вязком гиперзвуковом потоке.— Инж. ж., 1965, V, вып. 6.
12. А. С. Антонов, Б. В. Бошнятов, Ю. П. Гуныко, В. А. Дмитриев, М. И. Ярославцев. Измерения коэффициента лобового сопротивления и тепловых потоков на эталонных моделях в импульсной трубе ИТ-301 при $M=11,5$.— В кн.: Аэрофизические исследования, вып. 2. Новосибирск, 1973.

В соплах внутренне-внешнего расширения с боковыми кромками 2 (рис. 1) жидкая поверхность струи 3, по которой на течение в сопле влияет давление p_n в окружающей среде, имеет косые жесткие границы — боковые кромки, что приводит к трехмерности этого влияния, включая возможный трехмерный характер отрыва пограничного слоя. В работах о соплах внутренне-внешнего расширения (которые в литературе называют также несимметричными или кольцевыми [1—5]) особенности, связанные с наличием боковых кромок, не рассмотрены, хотя и указывается на необходимость изучения трехмерности в соплах [1—4], а в ряде работ рассмотрены другие виды трехмерности [4—6].

Цель настоящей работы — экспериментальное исследование основных особенностей указанного влияния боковых кромок.

Описание модели и техники эксперимента. Испытываемая модель (рис. 1) представляет собой типичное сопло внутренне-внешнего расширения. Его контур выбран из рассмотренных в [7] контуров, дающих максимальную тягу на расчетном режиме при заданной длине сопла. Взятый контур имеет следующие расчетные параметры: длина $x=52,7$ (x , а также другие размеры сопла отнесены к высоте канала на входе в сопло h_1 , см. рис. 1), расчетное число Маха на входе в сопло $M_{1p}=2,55$ (обоснование выбора контура с довольно большим M_{1p} см. в [18]). Длина прямой короткой стенки сопла $x=9$ определяется пересечением линии короткой стенки с характеристикой расчетного течения, проведенной против потока от задней кромки криволинейной длинной стенки. Боковые кромки 2 щек сопла идут примерно по этой характеристике. Ширина сопла $b=13$. Суммарная степень расширения сопла $F_a/F_1=(F_{вых}/F_1)$ ($F_a/F_{вых}=17,9$ составляется из внутреннего расширения $F_{вых}/F_1=5$ и внешнего $F_a/F_{вых}=3,6$. Здесь $F_1=bh_1$ — площадь сечения входа в канал сопла; $F_{вых}$ — площадь сечения выхода из канала; F_a — площадь выхода сопла, равная площади проекции фигуры кромки сопла на расчетную нормальную плоскость (см. сообщение [9] об экспериментальных данных, использованных в настоящем исследовании).

Испытаны два варианта: с боковыми щеками и без них.

Для наблюдения и фотографирования теневой картины течения устанавливались щеки из стекла. Длинная стенка была дренирована отверстиями диаметром 0,5 мм для измерения манометрами ГРМ-2 статического давления вдоль средней линии и поперек стенки на линиях $a-a$, $b-b$ и $v-v$ (рис. 1). Кроме того, визуализировалось течение при помощи саже-масляной пленки на стенках сопла.

Модель была присоединена к экспериментальной установке, представляющей собой форкамеру с выходом в виде плоского звукового

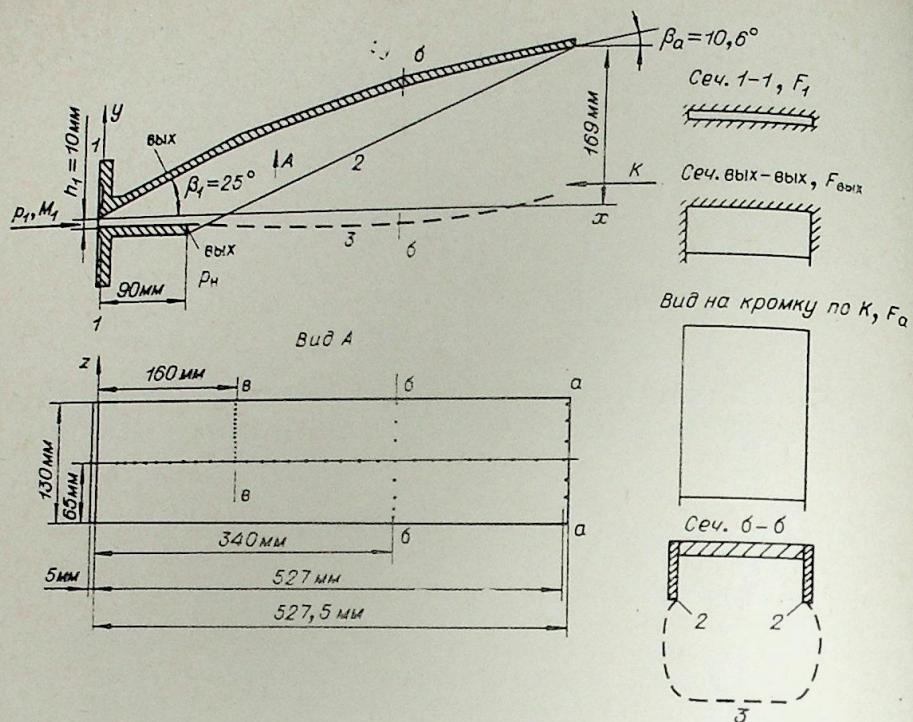


Рис. 1.

сопла. Таким образом, опыты проводились при $M_1=1$ на входе испытуемого сопла, что характерно для работы сопел на режимах с перерасширением.

Испытания проведены в широком диапазоне режимов, характеризующихся величинами $\Pi = p_n/p_n$: давление воздуха в форкамере p_n изменялось от 114 до 6 бар, а давление p_n в окружающей среде было атмосферным, т. е. равным примерно 1 бар.

Структура течения в сопле в предположении двумерности. Рассмотрим структуру течения для режимов перерасширения в предположении его двумерности (а также характерные давления), основываясь на проведенном для данного сопла расчете для случая $M_1=1$.

Согласно этому расчету, давления в конце длинной $p_{рд}$ и короткой $p_{рк}$ стенок равны окружающему давлению p_n при $\Pi = \Pi_{рд} = 200$ для длинной и при $\Pi = \Pi_{рк} = 63$ для короткой стенок. Так как в опытах $\Pi \approx (114/6) < \Pi_{рд}$, то все они были проведены на режимах перерасширения в конце длинной стенки ($p_{рд} < p_n$), а при $\Pi < \Pi_{рк} = 63$ — на режимах перерасширения в конце короткой стенки ($p_{рк} < p_n$). Как известно, при $\Pi < \Pi_{рк}$ с задней кромки короткой стенки в струю должен сходиться косой скачок. При условии двумерности течения лишь при $\Pi \leq 50 = \Pi_{нд}$ может начаться повышение давления в конце длинной стенки вследствие того, что возмущения от кромки короткой стенки (скачок) или от искривляющейся жидкой границы струи, сходящей с кромки короткой стенки, попадут на длинную стенку [1].

При $\Pi < \Pi_{рд} = 200$ с задней кромки длинной стенки в струю пойдет скачок с интенсивностью $p_2/p_1 = p_n/p_{рд}$. Его интенсивность начнет увеличиваться с уменьшением Π , но сначала он не будет влиять на распределение давления на длинной стенке. Однако при числе M в конце длинной стенки, по расчету равному $M_{рд} = 4,2$, скачок давления $(p_2/p_1)_{отр}$ при отрыве турбулентного пограничного слоя, согласно [10], равен $(p_n/p_{рд})_{отр.д} = 3,8$. Значит, при $\Pi \leq \Pi_{отр.д} = \Pi_{рд}/(p_n/p_{рд})_{отр.д} = 200/3,8 = 53$ должен произойти отрыв струи от длинной стенки в ее конце, ко-

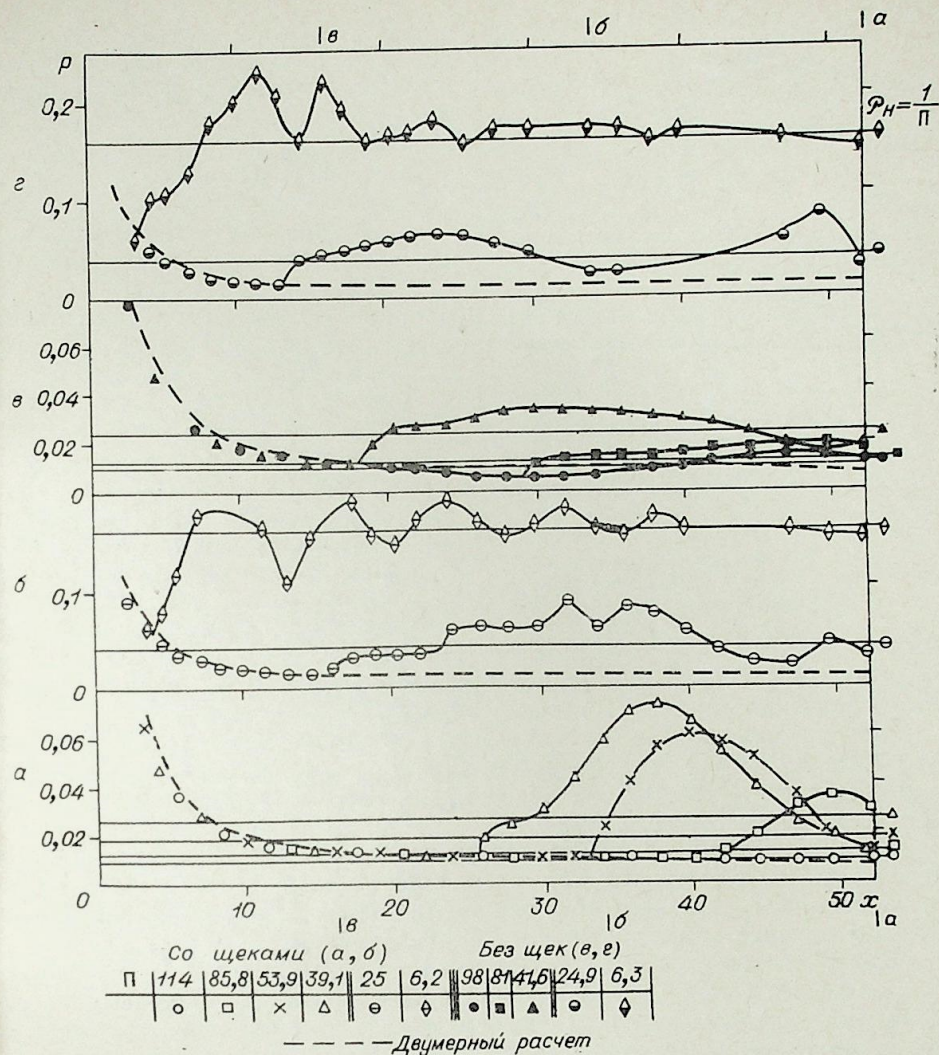


Рис. 2.

торый при дальнейшем уменьшении Π будет продвигаться по длинной стенке против потока, и в результате давление на конечном участке длинной стенки (за линией отрыва, проходящей поперек стенки) повысится до величины, не превышающей p_n . Отметим, что $\Pi_{отр.д} \approx \Pi_{к.д} \approx 50$. Таким образом, по двумерным представлениям, при $\Pi > 50$ окружающее давление p_n не должно влиять на распределение давления по всей длинной стенке. Влияние должно появиться лишь при $\Pi < 50$, причем оно возможно в виде отрыва струи от длинной стенки у ее конца.

Для короткой стенки при числе M в ее конце, по расчету равному $M_{рк} = 3,36$, $(p_2/p_1)_{отр.к} = (p_n/p_{рк})_{отр.к} = 2,8$ [10]. Значит, при $\Pi = \Pi_{отр.к} = \Pi_{рд}/(p_n/p_{рк})_{отр.к} = 63/2,8 = 23$ должен произойти отрыв потока в конце короткой стенки, который при дальнейшем уменьшении Π будет продвигаться по короткой стенке в глубь канала сопла.

Основной результат эксперимента. Обратимся к результатам опытов. На рис. 2, а видно, что для варианта сопла с боковыми щечками при наибольшем в опытах значении $\Pi = 114$ полученное в опытах распределение давления p (здесь и далее p отнесено к полному давлению, т. е. к p_n) вдоль средней линии длинной стенки почти по всей ее длине совпадает с двумерным расчетом (штриховая линия).

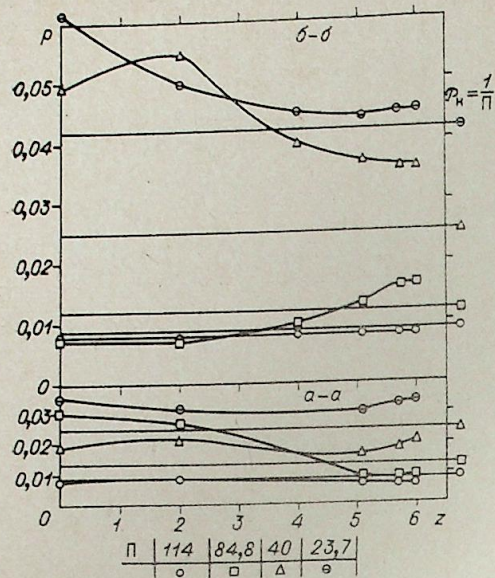


Рис. 3.

$= p_n/p_0 = 1/\Pi$. Однако двумерное представление не позволяет величинам p превысить \mathcal{P}_n при $\Pi > \Pi_{к.д} \approx 50$ для данного сопла.

Экспериментальные распределения p (рис. 3) поперек длинной стенки по линиям $a-a$ и $b-b$ (см. рис. 1) неравномерны: имеют то на середине стенки ($z \rightarrow 0$), то на ее краях ($z \rightarrow 6,5$) повышенные p , существенно превышающие \mathcal{P}_n .

Таким образом, опыты показали, что для сопла внутренне-внешнего расширения с боковыми кромками течение на режимах перерасширения в большом диапазоне Π в действительности трехмерно и коренным образом отличается от двумерного представления.

Выявление трехмерной структуры течения в сопле на основании эксперимента. Основываясь на экспериментальных данных, выясним действительную трехмерную структуру течения, механизм ее образования и ее поведение при изменении Π .

Саже-масляные картинки при $\Pi = 114-65$, пример которых для $\Pi = 84,4$ приведен на рис. 4, показывают, что от кромки каждой боковой щеки исходит косою пространственный скачок уплотнения 1 и, косо проходя по щекам, далее идет по линии 2 по длинной стенке. То, что скачки начинаются на гладких поверхностях щек, означает, что линии 1 одновременно являются линиями отрыва струи на щеках.

Этот отрыв косою, так как его линия 1 проходит под углом к линиям тока, тогда как двумерное представление допускает только прямой отрыв, при котором линия отрыва нормальна к линиям тока. В работе [11] показано, что при косою отрыве перепад давлений на скачке $(p_2/p_1)_{к.отр} \approx 1,5 \div 1,6$ и не зависит от числа M перед отрывом. При прямом отрыве $(p_2/p_1)_{отр}$ увеличивается с ростом M [10, 11] и становится в несколько раз больше, чем $(p_2/p_1)_{к.отр}$. Поскольку в двумерном представлении возможен только прямой отрыв, то и влияние p_n на $p(x)$ (рис. 2) в виде отрыва может начаться только при Π , значительно меньших, чем $\Pi_{р.д}$, а именно — при $\Pi/\Pi_{р.д} \leq 1/(p_2/p_1)_{отр.д} = 1/3,8 = 0,26$ или при $\Pi \leq \Pi_{р.д}/(p_2/p_1)_{отр.д} = 200/3,8 \approx 50$.

Наличие возможностей для возникновения косою отрыва означает, что тем самым созданы условия для того, чтобы влияние p_n началось при значительно больших Π , а именно — при $\Pi/\Pi_{р.д}$ порядка

Исключение составляет точка в самом конце длинной стенки, в которой p примерно в 1,5 раза больше, чем по двумерному расчету.

При $\Pi = 85,8$ и $53,9$ на значительных участках в конце длинной стенки опытные давления p в несколько раз больше расчетных, хотя, по двумерным представлениям, отличия могут наступить лишь при $\Pi < \Pi_{к.д} \approx \Pi_{отр.д} \approx 50$ для данного сопла. При всех Π , включая $\Pi = 85,8$ и $53,9$, опытные давления p в 2-3 раза превышают окружающее давление p_n , что видно из сравнения экспериментальных графиков и горизонтальных линий, отмечающих для каждого Π значения относительного окружающего давления $\mathcal{P}_n =$

$1/(p_2/p_1)_{к.отр} \approx 1/1,5 \approx 0,66$, или при $\Pi \leq \Pi_{р.д}/(p_2/p_1)_{к.отр} \approx 200/1,5 \approx 130$. Данное исследование показывает, что в случае сопла, имеющего боковые кромки, условия для возникновения косою отрыва создает наличие боковых кромок.

Для обоснования этого рассмотрим параметры течения по двумерному расчету на линии боковых кромок исследуемого сопла (рис. 5): распределение p и M вдоль характеристики 2, идущей почти по линии боковой кромки щек. Там же дана перенесенная с саже-масляной картинке при $\Pi = 84,4$ (рис. 4) линия 1 косою отрыва на боковой щеке. Она начинается на боковой кромке в точке C , в которой, по расчету, $p_c = 0,006$. Приняв приближенно, что давление за скачком около боковой кромки равно давлению в отрывной области, которое, в свою очередь, приблизительно равно окружающему давлению, т. е. в относительных величинах $\mathcal{P}_n = 1/\Pi = 1/84,4 = 0,0118$, можно оценить перепад давления \mathcal{P}_n/p_c при косою отрыве: $\mathcal{P}_n/p_c = 0,0118/0,006 = 1,96$. Видим, что он несколько больше, чем при-

веденная в [11] величина $(p_2/p_1)_{к.отр} \approx 1,5 \div 1,6$. Это объясняется тем, что в отрывную область втекает окружающий воздух, и поэтому давление в ней меньше, чем p_n . Именно втекание и отнесение струи от боковых щек, т. е. вызывает косою отрыв и скачки 1. Следы втекания 3 и вытекания 4 видны на саже-масляных картинках рис. 4.

Перепад $(p_2/p_1)_{к.отр}$, действительно имевший место в данных опытах, можно оценить еще одним независимым способом. На рис. 5 показано полученное в расчете направление 3 потока в точке C . Угол между ним и линией отрыва 1 $\theta_c \approx 23^\circ$. Число M в точке C $M_c = 4,1$. Как известно [10], соотношения для косою отрыва в первом приближении приводятся к соотношениям для прямого отрыва при числе M , равном составляющей M_n , нормальной к линии отрыва: $M_n = M_c \cdot \sin \theta_c = 4,1 \sin 23^\circ \approx 1,6$. Для $M = 1,6$, согласно [10], $(p_2/p_1)_{отр} = 1,5 \div 1,8$, что согласуется с приведенной в [11] величиной $(p_2/p_1)_{к.отр} \approx 1,5 \div 1,6$ для косою отрыва.

Таким образом, при косою отрыве на режимах перерасширения сопла с боковыми кромками имеются два характерных перепада давления: перепад в скачке при отрыве $(p_2/p_1)_{к.отр}$ и перепад между давлением перед скачком p и окружающим p_n : $(\mathcal{P}_n/p)_{отр.б}$ (перепад, вызывающий косою отрыв). Прямыми измерениями их величины были определены в данных опытах при испытаниях без щек (см. рис. 7), в которых получено $(p_2/p_1)_{к.отр} = 1,52 \div 1,62$ и $(\mathcal{P}_n/p)_{отр.б} = 1,75 \div 1,85$, что согласуется со сделанными выше оценками и с величиной $(p_2/p_1)_{к.отр} = 1,5 \div 1,6$ из [11].

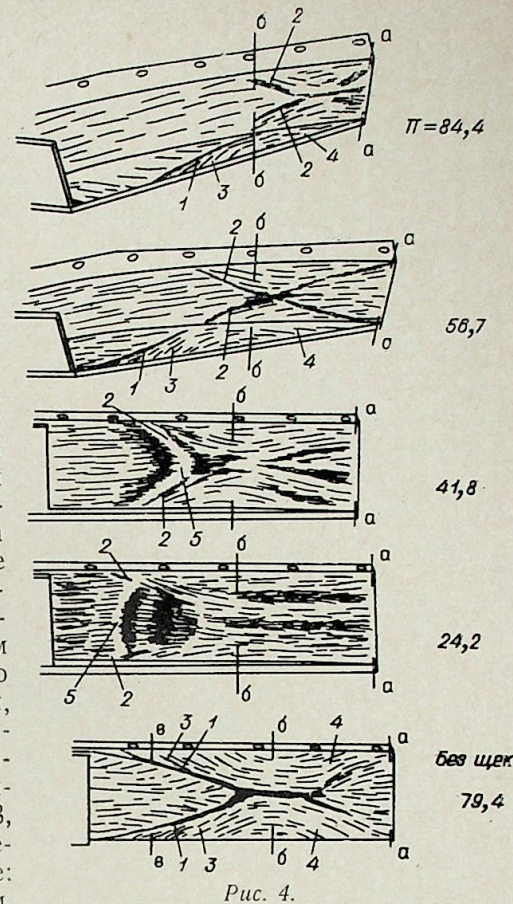


Рис. 4.

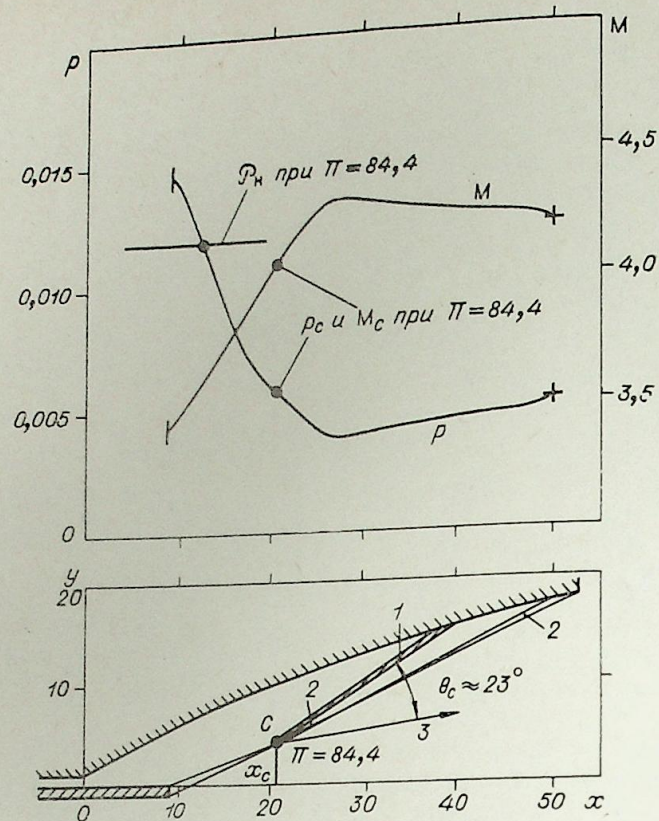


Рис. 5.

Итак, косой отрыв и сопутствующий скачок на боковой кромке сопла начинаются в той точке C боковой кромки, в которой возникает условие $\mathcal{P}_n/p = 1/\Pi \cdot p = (\mathcal{P}_n/p)_{отр.б} = 1,75 \div 1,85$, причем линия отрыва идет от точки отрыва C под таким углом θ_c к направлению потока в этой точке, что $M_c \cdot \sin \theta_c \approx 1,6$.

Исходя из этих условий и зная из двумерного расчета распределение p и M вдоль кромки боковой щеки сопла, можно оценить величину $\Pi_{отр.б}$, при которой возникнет косой отрыв, местоположение точки C его начала и направление линии косо отрыва на поверхности щеки (величину угла θ_c).

Применяя эти условия к распределениям p и M (рис. 5) для боковой кромки данного сопла, видим, что при $x \geq 27$ $p \approx \text{const} \approx p_{\min} = 0,004$. Значит, при уменьшении Π косой отрыв возникает сразу в точке кромки, имеющей $x \approx 27$, при $\Pi_{отр.б} \approx 1/1,8 \cdot p_{\min} = 1/1,8 \cdot 0,004 \approx 140$, т. е. при Π , лишь в $1,4 \div 1,5$ раза меньшем, $\Pi_{р.д} = 200$, и в $2,5 \div 2,7$ раза больше, чем $\Pi_{отр.д} \approx 50$, по двумерному представлению. Линия отрыва пройдет по щеке под углом $\sin \theta_c \approx 1,6/M_{p_{\min}} = 1,6/4,3$; $\theta_c \approx 22^\circ$. Таким образом, при наибольшем в данных опытах $\Pi = 114$ косой отрыв на щеках уже был. Грубая оценка линий следов вызванного им скачка на щеке (рис. 4, 1) и на длинной стенке (рис. 4, 2) показала, что этот скачок достигал средней линии длинной стенки перед последней дренажной точкой, что и подтверждается распределением p при $\Pi = 114$ (рис. 2, а), которое показывает повышенное давление в этой точке.

Продолжим выяснение влияния косо отрыва. Очевидно, что вызванный им пространственный скачок, косо пройдя около щеки, падает на длинную стенку и отражается от нее. Следовательно, давление на

длинной стенке при прохождении потока через видную на саже-масляных картинках рис. 4 линию падения — отражения 2 повышается сразу в двух скачках — падающем и отраженном. Это подтверждает рис. 3 для $\Pi = 84,8$, при котором линия 2 падения — отражения пересекает линию дренажных точек б—б. Видно, что, в отличие от прохождения через линию отрыва 1 на щеке, при прохождении потока через линию падения — отражения 2 указанные два скачка приводят к повышению давления на длинной стенке около щек ($z = 5 \div 6,5$) в $1,9 \div 2,4$ раза по сравнению с серединой ($z = 2 \div 4$), где оно равно давлению по двумерному расчету. Поэтому около щек давление значительно (в $1,2 \div 1,4$ раза) превышает окружающее давление \mathcal{P}_n . Пара, которую составляют падающий и отраженный скачки, встречается в плоскости симметрии сопла с такой же парой скачков, идущей от противоположной щеки, т. е. происходит отражение каждой пары скачков от плоскости симметрии сопла. В результате давление на средней линии сопла повышается в этом месте сразу в четырех косых скачках — в паре приходящих и в паре отраженных от плоскости симметрии. На рис. 2, а графики для $\Pi = 85,5$ и $53,9$ показывают, что в результате давление повышается в $3,9 \div 6,5$ раза по сравнению с давлением перед точкой встречи, совпадающим с расчетным по двумерному расчету, и становится в $2,9 \div 3,2$ раза выше окружающего давления \mathcal{P}_n .

Отсюда следует, что из-за образования этой трехмерной структуры исключается возникновение отрыва в конце длинной стенки, которое получалось по двумерному представлению, изложенному выше.

Видно, что с уменьшением Π точки отрыва и начала скачков C на боковых кромках и вся вызванная ими трехмерная структура будут продвигаться против течения к выходу из канала сопла (рис. 2, 4). При $\Pi \leq 65$ на теневых фотографиях, примеры которых для модели со стеклянными щеками 1 приведены на рис. 6, видно, что с линии задней кромки короткой стенки по всей ее ширине сходит в струю (видна ее граница 2) почти плоский скачок 3 (отметим, что $\Pi_{рк} = 65$ согласуется с приведенной выше величиной $\Pi_{рк} = 63$ из двумерного расчета). В результате картина усложняется: между сходящимися к середине сопла скачками от боковых кромок появляется скачок 3. При $45 < \Pi < 65$ он не доходит до длинной стенки, так как его почти плоскую поверхность постепенно «съедают» пересекающиеся с ним поверхности скачков, косо распространяющиеся от боковых кромок щек. Это подтверждают саже-масляные картинке рис. 4 для $\Pi = 56,7$ и $41,8$. Однако крутизна этого скачка увеличивается с уменьшением Π , и поэтому при $\Pi = 41,8$ он небольшим участком 5 уже добирается до длинной стенки. С дальнейшим уменьшением Π ширина участка 6 увеличивается (рис. 4, $\Pi = 24,2$).

Согласно теневым фотографиям (рис. 6) отрыв 4 потока от короткой стенки сразу по всей ее ширине наступает при $\Pi \leq 25$, что согласуется со значением $\Pi_{отр.к} = 23$ из двумерного представления. При $\Pi = 15,7$ и $6,9$ с дальнейшим уменьшением Π отрыв 4 (и вместе с ним скачок 3) на короткой стенке продвигается в глубь канала сопла.

Особенности течения в сопле, вызванные отсутствием боковых щек. Обратимся к опытам без боковых щек. Сравнение экспериментальных кривых $p(x)$ (рис. 2, в, г) вдоль средней линии сопла с двумерным расчетом (штриховые линии) и с экспериментальными кривыми $p(x)$ сопла со щеками (рис. 2, а, б) показывает что на начальной части начального участка кривых (участка, на котором Π не влияет на распределение $p(x)$), а именно — при $x \leq 20$, имеется хорошее соответствие. Однако при $x > 20$ (см. кривую для $\Pi = 98$ на рис. 2, б) величины p меньше, чем по расчету и по испытаниям варианты со щеками. Это вызвано растеканием потока от плоскости симметрии сопла, которое происходит из-за отсутствия щек. Однако влияние отсутствия щек начинается значительно раньше — от задних кромок боковых щек

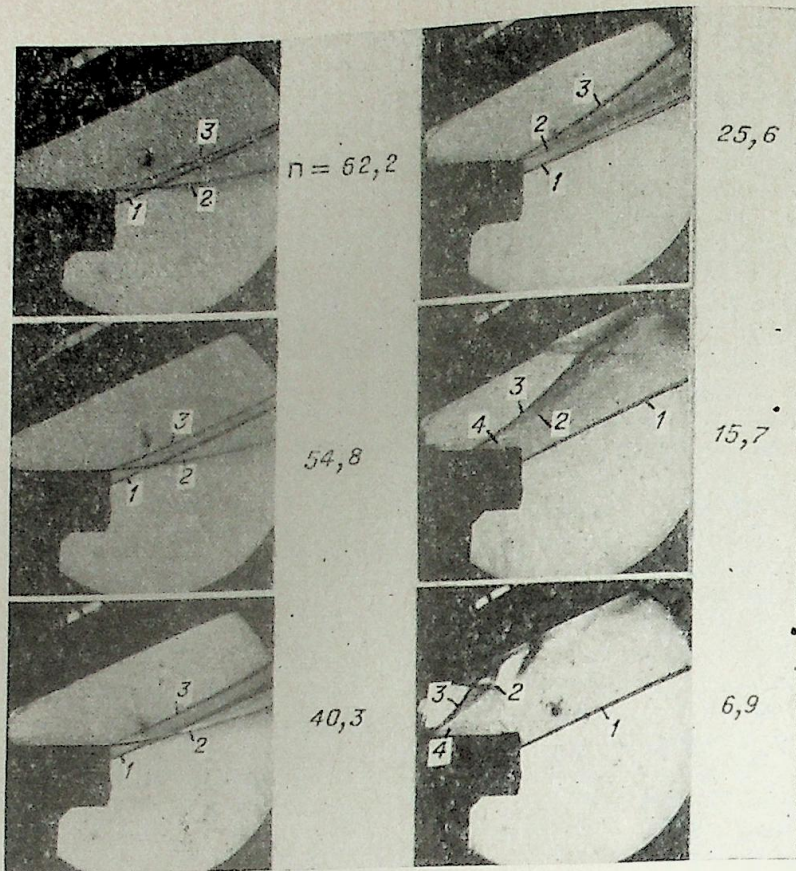


Рис. 6.

канала, подводящего воздух к соплу, и проявляется в «завалах» распределения $p(z)$ в поперечных сечениях, например в сечении $b-b$ ($x=16$). Из рис. 7 видно, что на некотором участке вблизи оси симметрии ($z=0 \div 1$) p постоянно и соответствует двумерному расчету, затем следует участок резкого понижения давления из-за бокового растекания. На этих участках p не зависит от окружающего давления \mathcal{P}_n или от $\Pi = \mathcal{P}_n$. Однако длина по z участка падения давления зависит от \mathcal{P}_n — уменьшается с ростом \mathcal{P}_n (уменьшением M). Участок падения давления заканчивается скачкообразным возрастанием давления до величины, почти постоянной по z , вызванным косым отрывом с косым скачком уплотнения, идущим, как и в случае со щекими, от боковой кромки, но в данном случае — непосредственно от боковой кромки длинной стенки.

Перепад давления в косом отрыве $(p_2/p_1)_{\text{к.отр}} = p_{\text{max}}/p_{\text{min}}$, где p_{min} — давление в конце участка падения давления, p_{max} — давление после скачкообразного роста на кривых рис. 7, равен $(p_2/p_1)_{\text{к.отр}} = 1,52 \div 1,62$ (кривые для $\Pi = 79,2 \div 50,2$). Перепад, вызывающий косой отрыв, $(\mathcal{P}_n/p)_{\text{отр.б}} = \mathcal{P}_n/p_{\text{min}} = 1,75 \div 1,85$ (кривые для $\Pi = 97,8 \div 50,2$).

Важное отличие от случая со щекими заключается в том, что из-за отсутствия щек косой отрыв с затеканием окружающего воздуха и косым скачком происходит непосредственно на длинной стенке, так как на этот раз боковые кромки сопла являются ее боковыми кромками. Поэтому отсутствует падение — отражение скачка, и давление за косым скачком на длинной стенке не превышает окружающее давление \mathcal{P}_n , оставаясь ниже его на 10% (рис. 7). При наличии же щек благодаря

явлению падения — отражения давление у боковых краев длинной стенки значительно превышает \mathcal{P}_n . Далее, в плоскости симметрии сопла встречаются не две пары скачков (как при наличии щек), а два скачка (от правой и левой боковых кромок длинной стенки), так что от плоскости симметрии отражается один скачок, а не пара скачков. В результате на средней линии длинной стенки максимальные давления за точками встречи (см. на рис. 2, в кривую $p(x)$ для $\Pi = 81$) лишь в $2,8 \div 2,2$ раза превышают давления перед ними (при наличии щек в $3,9 \div 6,5$ раза) и лишь в 1,2 раза превышают \mathcal{P}_n (при наличии щек в $2,9 \div 3,2$ раза).

Однако отсутствие щек приводит к тому, что участок с повышенным давлением (рис. 2, в, г) начинается на значительно меньшем расстоянии x от начала сопла и имеет большую протяженность по x , чем при тех же значениях Π при наличии щек (рис. 2а, б).

Во-первых, это вызвано тем, что начало воздействия окружающего давления \mathcal{P}_n на давление на длинной стенке при отсутствии щек находится непосредственно на боковых кромках длинной стенки (точки С начала косого отрыва, рис. 4, $\Pi = 79,4$); во-вторых, из-за падения давления поперек длинной стенки, вызванного боковым растеканием (рис. 7), это воздействие начинается при большем Π , чем при наличии щек, и быстрее продвигается к началу сопла с ростом \mathcal{P}_n . Обращаясь к саже-масляным картинкам, видим, что, например, при $\Pi = 79,4$ (рис. 4) косые скачки 1 с отрывом идут к середине длинной стенки от самого начала ее боковых кромок, тогда как при наличии щек, при близком $\Pi = 84,4$ (рис. 4), они попадают на длинную стенку лишь примерно на последней трети ее длины.

Основные результаты влияния трехмерности на распределение давления вдоль тяговой стенки сопла. На теневых фотографиях (например, на рис. 6 при $\Pi = 15,7$ и 6,9) видно, что как при наличии щек, так и без них на режимах перерасширения струя течет вдоль длинной (тяговой) стенки и имеет характерную структуру нерасчетной сверхзвуковой струи со свободной границей, в которой области сжатия чередуются с расширениями, что подтверждается распределениями давления на рис. 2, а, б, в, г. По мере уменьшения Π «пила» сжатий и расширений постепенно втягивается во все большую часть длинной стенки. Участки с давлениями $p < \mathcal{P}_n$ чередуются с участками с $p > \mathcal{P}_n$. Очевидно, что структура течения дополнительно усложнена рассматриваемыми здесь трехмерными эффектами, которые служат для данного сопла причинами возникновения участков с $p > \mathcal{P}_n$.

Влияние рассмотренных трехмерных эффектов, вызванных косым отрывом, тем сильнее, чем ближе друг к другу боковые кромки сопла,

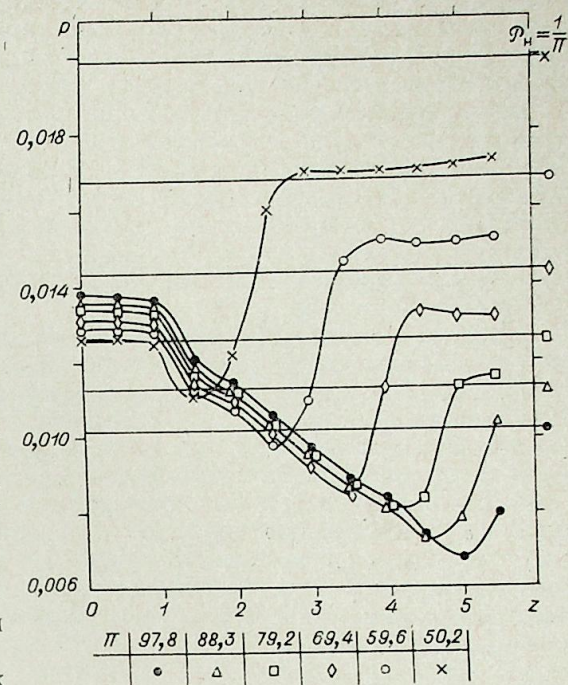


Рис. 7.

т. е. у более узкого сопла. Отсюда же следует, что оно более сильное у рассмотренных в [12] дивергентных сопел внутренне-внешнего расширения, поскольку у них боковые кромки на начальном участке расположены гораздо ближе друг к другу, чем у аналогичных плоских сопел.

Ввиду важной роли обнаруженного трехмерного явления при экспериментальных или расчетно-теоретических исследованиях сопел с внешним расширением и с боковыми кромками обязательен учет трехмерности струи. Кроме того, следует учитывать внешнее обтекание сопла, так как обнаруженную трехмерность течения определяют возмущающие у боковых кромок и у короткой стенки области отрыва, давление в которых, как известно, сильно зависит от числа M внешнего потока (см., например, [12]).

Заключение. На основании экспериментального исследования течения на режимах перерасширения в плоском сопле внутренне-внешнего расширения с боковыми кромками обнаружен сильный эффект трехмерности в этом течении, выяснена причина его возникновения и выявлены основные особенности сложной трехмерной структуры течения и ее влияния на распределение давления на длинной (тяговой) стенке сопла. Рассмотренные трехмерные эффекты фактически накладываются на двумерную структуру струи на режимах перерасширения. Полученные данные позволили выяснить здесь лишь основные особенности структуры в начале области трехмерности, которые, однако, оказывают сильное влияние и в значительной степени определяют дальнейшее течение.

Институт теоретической и прикладной
механики СО АН СССР, Новосибирск

Поступила в редакцию
23/VIII 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Ю. Степанов, Л. В. Гогиш. Квазиодномерная газодинамика сопел ракетных двигателей. М., «Машиностроение», 1973. 167 с.
2. Р. К. Тагиров, Ю. М. Шихман. Расчет сверхзвукового течения в плоских и осесимметричных соплах заданной геометрии с произвольными параметрами газа на входе.— Уч. зап. ЦАГИ, 1974, V, № 1, 17—26.
3. A. E. Gaede, H. J. Lopez. Selection of nozzle contours for a research scramjet.— AIAA Paper, 1967, N 67—453. 7 p.
4. C. L. Edwards, W. J. Small, J. P. Weinder, P. J. Johnson. Studies of scramjet/airplane interaction for hypersonic aircraft.— AIAA Paper, 1975, N 75—58. 14 p.
5. С. К. Годунов, А. В. Забродин, М. Я. Иванов, А. Н. Крайко, Г. П. Прокопов. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М., «Наука», 1976. 400 с.
6. S. M. Dash, P. D. Guidice. Three dimensional nozzle-exhaust flow analysis by a reference plane technique.— AIAA Paper, 1972, № 72—704. 12 p.
7. В. В. Затолока, В. Н. Зудов, В. В. Шумский. Расчетный анализ несимметричных сопел при сверхзвуковой скорости на входе.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1972, № 13, сер. техн. наук, вып. 3, 42—46.
8. Л. М. Ветлущая, В. В. Затолока, В. Н. Зудов. Нерасчетные режимы несимметричных сопел со сверхзвуковой скоростью на входе.— Изв. вузов, Авиационная техника, 1976, № 1, 21—27.
9. В. В. Затолока, В. Н. Зудов, В. И. Лушанов, В. А. Остапенко, В. И. Шевченко. Исследование течения в плоском сопле с внутренне-внешним расширением.— В кн.: Вопросы газодинамики. Новосибирск, 1975, с. 206—210.
10. Г. Н. Абрамович. Прикладная газовая динамика. М., «Наука», 1969, с. 320—321.
11. R. H. Kogei. A simple correlation for incipient turbulent boundary-layer separation due to a skewed shock wave.— AIAA J., 1973, 11, N 11, 1578—1579.
12. Л. М. Ветлущая, В. В. Затолока, А. И. Рылов. Дивергентные несимметричные сопла.— В кн.: Вопросы газодинамики. Новосибирск, 1975, с. 201—204.
13. В. Д. Соколов. Давление на срезе осесимметричных тел с центральной реактивной струей.— Уч. зап. ЦАГИ, 1971, II, № 4, 62—68.

УДК 536.3

М. М. МЕЛЬМАН, Ю. А. ПОПОВ, А. С. НЕВСКИЙ

ВЛИЯНИЕ ОТРАЖЕНИЯ КЛАДКИ НА ЛУЧИСТЫЙ ТЕПЛООБМЕН В СЛОЕ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОГО СЕЛЕКТИВНОГО ГАЗА

Задача о влиянии кладки на излучение изотермического слоя углекислого газа и водяного пара рассмотрена в работе [1]. В данной статье приводится аналогичный случай для неизомермического слоя, заполненного смесью углекислого газа и водяного пара.

Плоский слой среды толщиной l ограничен зеркально отражающими серыми поверхностями. Одна из них — лучевоспринимающая поверхность металла с коэффициентом отражения r_1 и температурой T_1 , другая — адиабатная кладка с коэффициентом отражения r_2 (см. рис. 1). Температура кладки T_2 неизвестна и находится из условия адиабатности кладки.

Для решения задачи используются приближение Куртиса — Годсона [2,3] и статистическая модель полос поглощения газов [2]. Параметры моделей полос взяты из [4]. В [5] на примере двухслойной модели показана удовлетворительная точность приближения Куртиса — Годсона для расчета интегральных потоков тепла.

Безразмерный результирующий лучистый поток на металл

$$q_1 = (1 - r_1)(Q_1 - \sigma_0 T_1^4) / \sigma_0 T_1^4. \quad (1)$$

Поток излучения, падающего на металл,

$$Q_1 = 2 \int_0^1 \left[(1 - r_1) r_2 B_v(T_1) \int_0^1 \mu \sum_{h=1}^{\infty} \tau_v(2kl/\mu) (r_1 r_2)^{h-1} d\mu + (1 - r_2) B_v(T_2) \int_0^1 \mu \sum_{h=1}^{\infty} \tau_v((2k-1)l/\mu) (r_1 r_2)^{h-1} d\mu \right] dv + Q'_1. \quad (2)$$

Для потока излучения газа на металл нами получено выражение

$$Q'_1 = 2 \int_0^1 \left\{ \int_0^l \left[B_v(T(x)) \frac{\partial}{\partial x} \int_0^1 \left(-\mu \sum_{h=0}^{\infty} \tau_v((x+2kl)/\mu) (r_1 r_2)^h d\mu + r_2 B_v(T(l-x)) \frac{\partial}{\partial x} \int_0^1 \mu \sum_{h=1}^{\infty} \tau_v((l-x+(2k-1)l/\mu) (r_1 r_2)^{h-1} d\mu \right) dx \right] dv. \quad (3)$$

В формулах (1) — (3) σ_0 — постоянная Стефана — Больцмана; ν — волновое число; B_ν — функция Планка; μ — косинус угла между направлением луча и осью, перпендикулярной поверхностям.

Пропускание, усредненное по узкому спектральному интервалу, запишется в виде

$$\tau_\nu(x/\mu) = \exp(-\xi(x/\mu)).$$

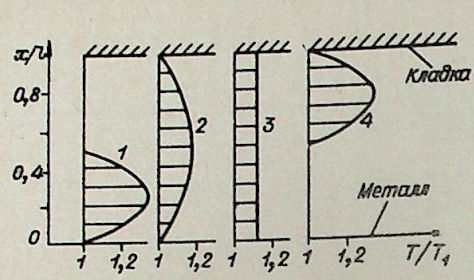


Рис. 1. Различные случаи распределения температур по толщине слоя.

Функция ξ_v в приближении Куртиса—Годсона для статистической модели имеет вид

$$\xi_v(x/\mu) = \frac{1}{\mu} \int_0^x \tilde{k}_v dx \left(1 + \frac{\delta}{\pi \alpha} \cdot \frac{1}{\mu} \int_0^x \tilde{k}_v dx \right)^{1/2},$$

где k_v — усредненный по узкому спектральному интервалу коэффициент поглощения газа; δ — среднее расстояние между линиями в полосе;

$$\bar{\alpha} = \int_0^x \alpha(x) \tilde{k}(x) dx \int_0^x \tilde{k}(x) dx,$$

α — полуширина линий в полосе газа. В случае наложения подполос следует пользоваться формулой умножения пропусканий [2]. Аргумент $x+ml$ означает, что слой продолжен m раз вдоль оси X . Величина потока излучения Q_2 , падающего на кладку, записывается аналогично (2), (3). Расчеты проведены на ЭЦВМ «Минск-32». Температура кладки T_2 при $r_2 \neq 1$ находится из уравнения

$$Q_2 = \sigma_0 T_2^4$$

методом деления интервала пополам.

На рис. 1 показаны четыре случая распределения температуры по сечению слоя, для которых сделаны расчеты.

- 1) $\theta = \begin{cases} -(96/17)(y-0,5)y+1 & 0 \leq y < 0,5, \\ 1, & 0,5 \leq y \leq 1, \end{cases}$
- 2) $\theta = -(12/17)(y-1)y+1, \quad 0 \leq y \leq 1,$
- 3) $\theta = 1900/T_1, \quad 0 \leq y \leq 1,$
- 4) $\theta = \begin{cases} 1 & 0 \leq y < 0,5, \\ -(96/17)(y-0,5)(y-1)+1, & 0,5 \leq y \leq 1, \end{cases}$

где $y=x/l, \theta=T/T_1$.

Во всех случаях средняя температура

$$\frac{1}{l} \int_0^l T(x) dx = 1900 \text{ К.}$$

Первая серия расчетов проведена с целью сравнения величин q_1 для распределений 1 и 4 при разных значениях отражательных способностей металла и кладки.

Параметры расчетов: $l=2,5$ м; парциальное давление углекислого газа $p_{CO_2}=0,12$ атм, водяного пара $p_{H_2O}=0,19$ атм; общее давление $p=1$ атм; $T_1=1700$ К; r_1 и r_2 варьировались.

Результаты расчетов (рис. 2, табл. 1) показывают, что увеличение отражательных способностей поверхности нагрева и кладки снижает величину q_1 . Последняя сильно зависит от вида температурного поля. Если сравнить варианты с максимальной температурой вблизи поверхности металла и вблизи кладки (распределения 1 и 4 соответственно), то окажется, что при малых r_1 и всех r_2 распределение 1 дает более

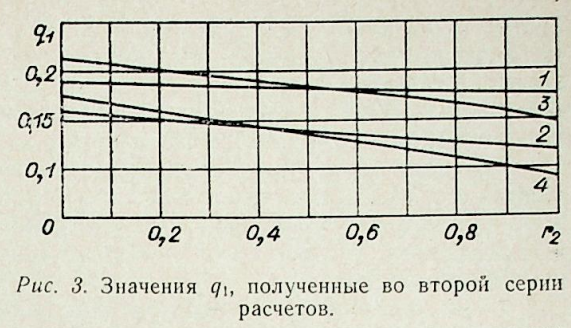
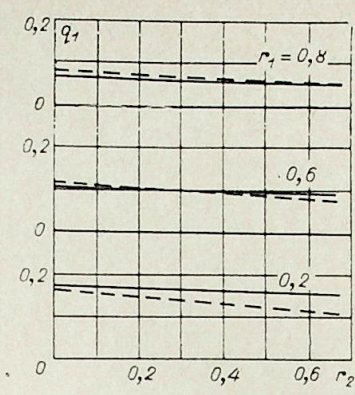


Рис. 2. Значения q_1 , полученные в первой серии расчетов.

Рис. 3. Значения q_1 , полученные во второй серии расчетов.

Сплошные линии — распределение 1, штриховые — распределение 4.

высокий результирующий поток на металл. Область значений r_2 , в которой этот поток выше для распределения 4, с ростом r_1 расширяется.

Изменение r_2 практически не влияет на безразмерную температуру кладки: $\theta_2=T_2/T_1$.

Во второй серии расчетов сравнивались между собой величины q_1 для распределений 1—4 при разных r_2 . Было принято:

$l=4$ м; $p_{CO_2}=0,1$ атм; $p_{H_2O}=0,2$ атм; $p=1$ атм; $T_1=1700$ К; $r_1=0,2$.

Полученные значения q_1 и θ_2 в зависимости от r_2 представлены на рис. 3 и в табл. 2. Здесь также наблюдается уменьшение результирующего потока на металл с ростом r_2 . Поскольку r_1 мало, то при всех r_2 приближение факела к металлу (распределение 1) дает значительно большие (на 9—91%) величины q_1 , чем приближение его к кладке (распределение 4).

В области $r_2 < 0,5$ распределение 3 ($T=\text{const}$) дает максимальный поток на металл из-за отсутствия экранирующего влияния относительно холодных пограничных слоев газа.

ВЫВОДЫ

1. С помощью метода Куртиса—Годсона и статистической модели полос сделан расчет радиационного теплообмена в неизотермическом слое, ограниченном серыми зеркально отражающими стенками и содержащем смесь углекислого газа и водяного пара.

2. Показано большое влияние вида температурного поля на величину безразмерного результирующего потока на металл q_1 .

Таблица 1

Значения θ_2 , полученные в первой серии расчетов (верхняя строка—распределение 1, нижняя — 4)

r_2	r_1		
	0,2	0,6	0,8
0	1,019 1,043	1,033 1,066	1,048 1,089
0,35	1,018 1,041	1,031 1,060	1,045 1,081
0,67	1,018 1,040	1,029 1,054	1,042 1,071

Таблица 2

Значения θ_2 , полученные во второй серии расчетов

r_2	Распределение температуры по толщине слоя			
	1	2	3	4
0	1,020	1,031	1,041	1,050
0,35	1,020	1,030	1,039	1,048
0,67	1,020	1,030	1,038	1,047

Из сравнения распределений с максимумом температуры вблизи металла и вблизи кладки (распределения 1 и 4) видно, что в случае, когда отражательная способность металла r_1 близка к нулю, распределение 1 дает более высокие, а если r_1 близка к единице, то более низкие значения q_1 , чем распределение 4.

3. Увеличение отражательной способности кладки r_2 ведет к снижению q_1 . Это объясняется тем, что с ростом r_2 большая часть падающего на кладку излучения среды отражается газом, чем собственное излучение кладки.

4. Изменение r_2 незначительно влияет на температуру кладки.

Всесоюзный научно-исследовательский
институт металлургической
теплотехники
Свердловск

Поступила в редакцию
11/V 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. А. С. Невский. Влияние отражательной способности кладки на величину радиационного теплообмена.— ТВТ, 1973, XI, № 5.
2. Р. М. Гудн. Атмосферная радиация. М., «Мир», 1966.
3. B. Krakow, H. J. Babrov, G. J. MacLay, A. L. Shabott. Use of the Curtis—Godson Approximation in Calculations of Radiant Heating by Inhomogeneous Hot Gases.— Applied Optics, 1966, 5, № 11, 1791—1800.
4. Ю. А. Попов, Р. Л. Шварцблат. Радиационные характеристики водяного пара и углекислого газа.— ТВТ, 1973, XI, № 4.
5. Ю. А. Попов. О приближении Куртиса—Годсона для расчета теплообмена в неизоотермическом газе.— ИФЖ, 1977, XXVII, № 4.

Е. Ф. ЦЕЛИКОВСКИЙ

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ МАГНИТОСТАТИКИ

Известно, что все статические магнитные поля описываются уравнением Лапласа для безвихревых областей. Однако задача численного определения гармонической функции встречает трудности из-за отсутствия методики определения ее значений на границе области.

В настоящей работе сделана попытка установить методику определения граничных условий для намагниченного тела путем конформного их переноса с поверхности тех тел, для которых они известны. В частности, осуществлялся перенос граничных условий с поверхности намагниченного шара [1]. Продемонстрируем предлагаемую методику на примере тела, образованного вращением овала Мюнгера и намагниченного вдоль оси вращения.

Уравнение овала Мюнгера в параметрической форме имеет вид [2]

$$x_m = 2d \cos^4 \gamma,$$

$$y_1 = 2d \cos^3 \gamma \sin \gamma,$$

где d — абсцисса центра окружности; $-\pi/2 \leq \gamma \leq \pi/2$ — параметр.

Тогда уравнение поверхности тела, образованного вращением овала Мюнгера, вокруг оси ox_1 можно записать как

$$x = 2d \cos^3 \varphi \sin \varphi \cos \omega,$$

$$y = 2d \cos^3 \varphi \sin \varphi \sin \omega, \quad (1)$$

$$z = 2d \cos^4 \varphi,$$

где $0 \leq \varphi \leq \pi/2$, $0 \leq \omega \leq 2\pi$ — криволинейные координаты точки F поверхности (рис. 1).

Известно, что отыскание конформного отображения поверхности на по-

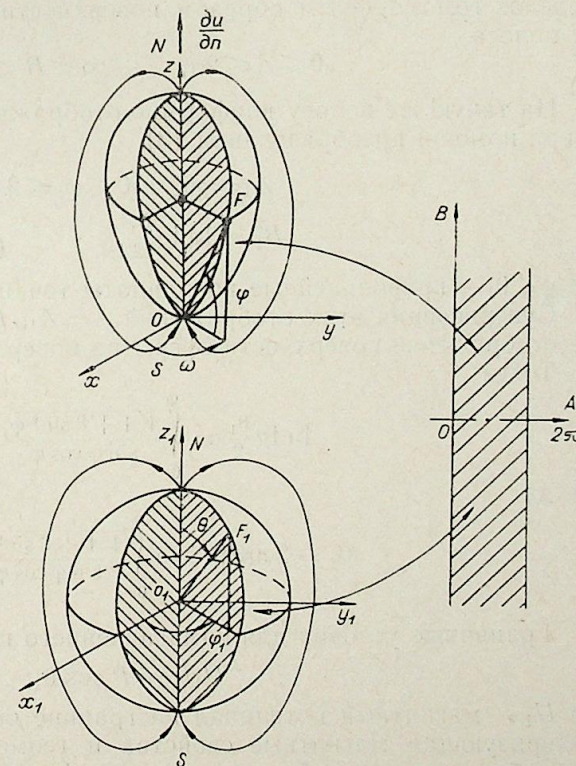


Рис. 1. Конформное отображение поверхности вращения на сферу.

верхность сводится к отысканию конформного отображения поверхности в плоскость. Для этого определим то множество точек, которое является прообразом линии пересечения в окрестностях любой точки поверхности (1) с бесконечно малой сферой

$$dr^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

в плоскости ω, φ .

Опуская несложные громоздкие преобразования, получаем

$$dr^2 = 4d^2 \cos^6 \varphi \sin^2 \varphi \left(\frac{1 + 8 \sin^2 \varphi}{\sin^2 \varphi \cos^3 \varphi} d\varphi^2 + d\omega^2 \right). \quad (2)$$

Нетрудно видеть, что преобразование (2) осуществляет квазиконформное отображение поверхности (1) в плоскость ω, φ .

Отображая (2) из плоскости ω, φ в плоскость A, B с помощью подстановки

$$\begin{aligned} A &= \omega, \\ B &= \int_0^\varphi \frac{\sqrt{1 + 8 \sin^2 \varphi}}{\sin \varphi \cos \varphi} d\varphi, \end{aligned} \quad (3)$$

получаем

$$dr^2 = 4d^2 \cos^6 \varphi \sin^2 \varphi (dA^2 + dB^2).$$

Последнее уравнение является уравнением окружности.

Таким образом, мы решили задачу конформного отображения поверхности (1) в плоскость A, B .

Исследуя интеграл в (3), нетрудно видеть, что он расходится в точках $\varphi=0, \varphi=\pi/2$. Следовательно, при изменении ω, φ в указанных пределах гомоморфным образом поверхности (1) в плоскости A, B будет полоса

$$0 \leq A \leq 2\pi, \quad -\infty < B < +\infty.$$

На такую же полосу конформно отображается сфера в плоскость A_1, B_1 при помощи преобразования (3)

$$\begin{aligned} A_1 &= \varphi_1, \quad 0 \leq \varphi_1 \leq 2\pi, \\ B_1 &= \ln \operatorname{tg} \frac{\theta_1}{2}, \quad 0 \leq \theta_1 \leq \pi, \end{aligned}$$

где φ_1, θ_1 — криволинейные координаты точки F_1 (см. рис. 1).

Суперпозиция этих отображений $A=A_1, B=B_1$ реализует конформное отображение поверхности сферы на поверхность (1).

Тогда

$$\ln \operatorname{tg} \frac{\theta_1}{2} = \int_0^\varphi \frac{\sqrt{1 + 8 \sin^2 \varphi}}{\sin \varphi \cos \varphi} d\varphi,$$

откуда

$$\theta_1 = 2 \operatorname{arctg} \exp \int_0^\varphi \frac{\sqrt{1 + 8 \sin^2 \varphi}}{\sin \varphi \cos \varphi} d\varphi. \quad (4)$$

Граничные условия для намагниченного шара имеют вид [4]

$$U_1/S = P \cos \theta_1,$$

где U_1 — магнитный потенциал на границе области; P — константа, характеризующая магнитные свойства и геометрические размеры шара; $0 \leq \theta_1 \leq \pi$ — криволинейная координата (см. рис. 1).

Если перейти к безразмерному значению граничных условий для намагниченного шара

$$U_2/S = \cos \theta_1, \quad (5)$$

то граничные условия для поверхности (1) с учетом (4) и (5) запишутся как

$$U/S = \cos 2 \operatorname{arctg} \exp \int_0^\varphi \frac{\sqrt{1 + 8 \sin^2 \varphi}}{\sin \varphi \cos \varphi} d\varphi. \quad (6)$$

Таким образом, расчет поля, возбужденного намагниченным телом, образованным вращением овала Мюнстера, сводится к решению уравнения Лапласа

$$\operatorname{div}(\operatorname{grad} U) = 0$$

при заданных граничных условиях (6).

В настоящее время решение такой задачи не представляет никакой трудности. Численное решение ее проводилось на ЭЦВМ типа «Минск-22» методом нелинейных параметров [5]. На рис. 2 приведено значение напряженности магнитного поля вдоль оси вращения.

ВЫВОДЫ

1. С использованием найденных граничных условий решена внешняя задача Дирихле и получены характеристики магнитного поля в заданной точке трехмерного пространства.

2. Полученные результаты могут быть использованы при решении инженерных задач, связанных с анализом магнитных полей.

Поступила в редакцию
11/V 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. В. П. Власов. О расчете магнита произвольной формы. — В кн.: Теоретическая электротехника. Ч. 2, вып. 5. Изд. Львовского гос. ун-та, 1968.
2. А. А. Савелов. Плоские кривые. М., Физматгиз, 1969.
3. Э. Гурса. Курс математического анализа. Т. 1, ч. 2. М.—Л., Гостехиздат, 1933.
4. К. М. Поливанов. Ферромагнетика. М.—Л., Госэнергоиздат, 1957.
5. А. И. Прусов, Б. В. Валько, И. В. Людкевич, Л. Е. Романов. Вычислительные системы. — Тр. 1-го Всес. семинара по численным методам решения задач электронной оптики. Новосибирск, «Наука», 1967.

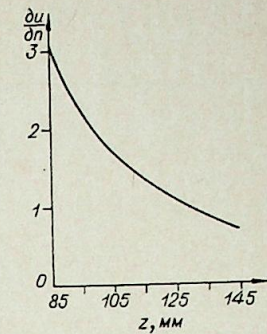


Рис. 2. Значения напряженности магнитного поля на оси вращения oz при $d=37,5$ мм.

Л. М. ВОЛКОВА, А. М. ДЕВЯТОВ, Е. А. КРАЛЬКИНА,
А. С. МЕЧЕНОВ

О ВОЗМОЖНОСТИ ВЫЯВЛЕНИЯ СТРУКТУРЫ
ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ПО ЭНЕРГИЯМ

В работах [1,2] был предложен, а в [3] апробирован метод расчета функции распределения электронов по энергиям (ФРЭЭ) $f(V)$ по интенсивностям спектральных линий $I(x)$ в случае, когда значения $I(x)$ связаны с $f(V)$ уравнением

$$Af = N_0 N_e h\nu(x) \int_{V_k(x)}^{\infty} Q(x, V) f(V) V \sqrt{V} dV = I(x). \quad (1)$$

Здесь x — параметр, характеризующий данную спектральную линию; N_0, N_e — соответственно концентрации нормальных атомов и электронов; ν, Q, V_k — соответственно частота, оптическая функция возбуждения и пороговая энергия возбуждения спектральной линии; V — энергия электронов.

Справедливость формулы (1) в каждом конкретном случае можно проверить, оценив скорости процессов, приводящих к заселению и расселению энергетических уровней атомов. Решая уравнение (1), можно получить $f(V)$, начиная от порога возбуждения исследуемого газа, т. е. в той области энергий, где применимость широко распространенного метода второй производной тока на зонд для определения ФРЭЭ ограничена.

При проведении экспериментов по изучению функции распределения быстрых электронов в плазме газового разряда выяснилось, что, как правило, число линий, по интенсивностям которых можно проводить расчет ФРЭЭ, бывает ограничено целым рядом факторов. Часть линий в спектре исследуемого элемента обычно лежит в далекой ультрафиолетовой или инфракрасной областях, интенсивности некоторых линий исчезающе малы, а главное интенсивности многих линий подчиняются не всегда уравнению (1). Поэтому условия эксперимента подбирались так, чтобы уравнение описывало процесс достаточно точно. Но всегда оставались ошибки эксперимента δI .

В такой постановке задача вычисления f_0 по I_0 из уравнения (1) относится к классу некорректно поставленных задач. Поэтому для ее решения необходимо применять метод регуляризации А. Н. Тихонова [4], который заключается в нахождении минимума сглаживающего функционала

$$M^\alpha [f, I] = \|Af - I\| + \alpha \Omega [f], \quad (2)$$

$$\Omega [f] = \int_{V_k(x)}^{\infty} [p(V) f^2(V) + K(V) f'(V)] dV$$

при значении положительного параметра α , определяемом из условия $\|Af^\alpha - I\| = \|\delta I\|$, где δI — известный уровень погрешности эксперимента. Заметим, что уравнение (1) не является уравнением Вольтерра первого рода в его обычном смысле, так как функция $I(x)$ — не непрерывная функция аргумента x , а набор конечного числа M δ -функций, поэтому ее норму будем вычислять в евклидовом пространстве E_n : $\|I\|_E = \sqrt{\sum_{i=1}^M I_i^2}$. Регуляризованное решение уравнения (1) определяется уравнением Эйлера для функционала (2)

$$(A^*A + \alpha\Omega)f = A^*I, \quad (3)$$

свойства которого — оператор A^* , сопряженный к оператору A , оператор Ω , самосопряженный, положительно определенный, невязку $\|Af^\alpha - I\|_E$ — монотонную функцию относительно изменения параметра α — будем называть теоретическими характеристиками метода регуляризации. Они обеспечивают существование и единственность решения уравнения Эйлера и значения параметра. Приближенное решение уравнения (1) на ЭВМ проводится методом конечных разностей. На сетках $V_j, j=1, N, h_j = V_j - V_{j-1}$ рассмотрим аппроксимацию функционала

$$M_h^\alpha [f_h, I] = (C_h A_h^* \tilde{C}_h A_h f_h, f_h) - 2(\tilde{C}_h A_h^* I, f_h) + (I, I) + \alpha(\tilde{C}_h \Omega_h f_h, f_h), \quad (4)$$

где значения известных величин $Q(x, V), I(x), p(V), K(V)$ взяты в заданных точках сеток, например $A_h = Q(x_i, V_j) \sqrt{V_j}$; C_h — квадратурные коэффициенты интеграционной формулы порядка K ; Ω_h — консервативная разностная схема порядка m .

Для решения уравнения необходимо построить численный метод регуляризации, который аппроксимировал бы сглаживающий функционал M^α и имел аналогичные теоретические характеристики: матрицу \tilde{A}^T , транспонированную к A , матрицу $\tilde{\Omega}$ — симметричную, положительно определенную.

Для того чтобы аппроксимирующий функционал $M_h [f_h, I]$ сохранял теоретические характеристики метода регуляризации, необходимо и достаточно равенство коэффициентов $C_h = \tilde{C}_h = \hat{C}_h$, симметричность при умножении на \tilde{C}_h матрицы коэффициентов разностной схемы Ω_h . При этом значения коэффициентов матриц вычисляются по формулам

$$\tilde{A} = A_h C_h, \quad \tilde{\Omega} = \tilde{C}_h \Omega_h. \quad (5)$$

В расчетах применялись квадратурные коэффициенты интеграционной формулы трапеций $C_h = \tilde{C}_h = h = (V_{j+1} - V_{j-1})/2, \tilde{A}_{ij} = Q(x_i, V_j) \sqrt{V_j} h_j$ и соответствующая им стандартная консервативная разностная схема первого типа [5]

$$\tilde{\Omega}_j = (0, \dots, 0, -p(V_j - 1/2h_j)/h_j, h_j K(V_j) + p(V_j - 1/2h_j)/h_j + p(V_j + 1/2h_{j+1})/h_{j+1}, -p(V_j + 1/2h_{j+1})/h_{j+1}, 0, \dots, 0), \quad j=2, N-1 \quad (6)$$

с соответствующей аппроксимацией граничных условий

$$\Omega_1 = (h_1 K(V_1) + p(V_1 + 1/2h_2)/h_2, -p(V_1 + 1/2h_2)/h_2, 0, \dots, 0),$$

$$\tilde{\Omega}_N = (0, \dots, 0, -p(V_N - 1/2h_N)/h_N, h_N K(V_N) - p(V_N - 1/2h_N)/h_N), \quad (7)$$

чем достигалась симметричность матрицы разностной схемы.

Согласно [5], здесь получается аппроксимация порядка $O(h)$ на неравномерной сетке и точность решения равна $O(h^2)$. Возможно также использовать квадратурные коэффициенты интеграционной формулы прямоугольников: $C_h = \bar{C}_h = h$, аппроксимацию дифференциального оператора стандартной консервативной схемой второго типа [5] или квадратурные коэффициенты интеграционной формулы Симпсона на равномерной сетке и аппроксимацию дифференциального оператора разностной схемой первого типа. При решении задачи на ЭВМ использовался комплекс программ [6].

Вторая особенность задачи состоит в необходимости вычисления решения по меньшему числу точек. Правая часть задачи известна в небольшом наборе точек. Ядро уравнения — функция $Q(x, V)$ может быть задана в гораздо большем числе точек. Поэтому неизвестные значения правой части экстраполировались по известным с учетом возникающих ошибок экстраполяции.

В связи с этим необходимо было выяснить зависимость точности восстановления ФРЭЭ от числа линий, по которым проводится расчет, и от других особенностей задачи.

Для этой цели были решены модельные задачи по следующей схеме: 1) задавалось модельное распределение электронов $f(V)$; 2) решалась прямая задача, т. е. по известным функциям $f(V)$, $Q(x, V)$ рассчитывалась функция $u(x) = I(x)/N_0 N_e h\nu(x)$; 3) на функцию $u(x)$ набрасывалась некоторая погрешность $\delta u(x)$, моделирующая ошибки эксперимента; 4) решалась обратная задача, т. е. по известным значениям $\tilde{u}(x) = u(x) + \delta u(x)$ рассчитывалась функция $\tilde{f}(V)$; 5) по отклонению вычисленного распределения $\tilde{f}(V)$ от заданного $f(V)$ рассчитывалась погрешность восстановления решения.

Функция $Q(x, V)$ задавалась аппроксимацией Фабриканта оптических функций возбуждения линий гелия, т. е. элемента с сильной зависимостью $Q(x, V)$ от x . Потенциалы возбуждения всех рассматриваемых линий предполагались одинаковыми и равными 23 эВ, так как реально величины $V_k(x)$ линий одного газа распределены в интервале энергий, значительно меньшем, чем интервал энергий, в котором ищется $f(V)$. Значения $\tilde{u}(x)$ представляли собой случайные числа, лежащие в промежутке $u(x)(1-K) \leq \tilde{u}(x) \leq u(x)(1+K)$ с равномерным законом распределения; $K=0,05$.

При анализе многочисленных неустойчивостей плазмы, исследовании прикатодных частей газового разряда вопрос о наличии структуры функции распределения принципиальный, поэтому в качестве модельного распределения использовалось не только равновесное распределение Максвелла с температурой электронов 10 эВ (рис. 1), а также функции с сильно и слабо выраженной структурой (рис. 2—5). ФРЭЭ восстанавливалась в интервале энергий 23—48 эВ через 1 эВ (в 24 точках) по значениям интенсивностей 5, 10, 15 и 24 линий.

На рис. 1—5 сплошной линией изображено модельное распределение, штриховой — восстановленные функции распределения. Можно видеть, что гладкое распределение можно восстановить с хорошей точностью, измерив всего 5 линий, в то время как для выявления структуры ФРЭЭ требования к эксперименту повышаются. Большой максимум в зависимости от его местонахождения на кривой можно зарегистрировать, измерив как минимум 10—15 линий, существование же малых максимумов можно выявить, измерив 24 линии.

Выводы, сформулированные при решении модельных задач, были использованы при проведении эксперимента. Измерения проводились в отрицательном свечении и положительном столбе разряда в He при давлениях 0,025—0,3 тор и разрядных токах 5—100 мА. При условиях эксперимента энергетические уровни атомов могут заселяться за счет ступенчатого возбуждения, каскадных переходов и передачи возбуж-

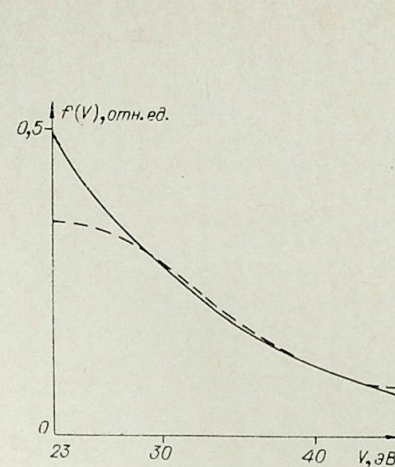


Рис. 1.

— модельное распределение;
- - - расчет ФРЭЭ по значениям интенсивностей 5 линий.

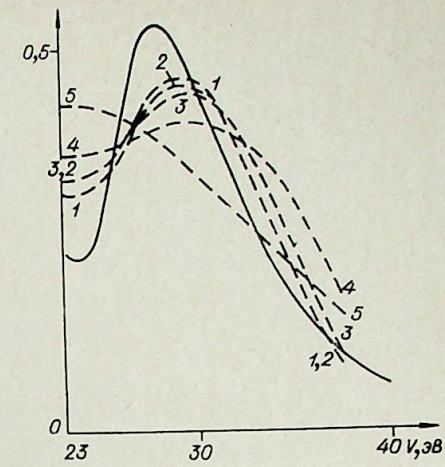


Рис. 2.

— модельное распределение; 1, 2, 3, 4, 5 — расчет ФРЭЭ по значениям интенсивностей соответственно 24, 20, 15, 10 и 5 линий.

дения от уровня к уровню. Информация о ходе сечения ступенчатого возбуждения для большинства уровней отсутствует, поэтому необходимо было выбрать уровни, которые незначительно заселяются за счет ступенчатого возбуждения. Как показано теоретически в работах [7,8], ступенчатым возбуждением ряда энергетических уровней не действительно можно пренебречь, если $N_e < 10^{11}$ и $N_0 < 10^{16}$ см⁻³. При условиях эксперимента концентрации электронов и атомов были меньше критических. Правильность предположения об отсутствии ступенчатого возбуждения была подтверждена экспериментально, так как интенсивности спектральных линий, по которым проводился расчет ФРЭЭ, в пределах ошибок измерений линейно изменялись с изменением концентрации электронов.

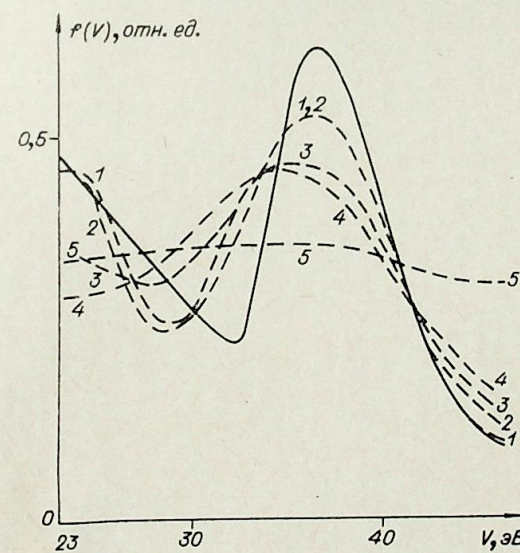


Рис. 3.

— модельное распределение; 1, 2, 3, 4 и 5 — расчет ФРЭЭ по значениям интенсивностей соответственно 24, 20, 15, 10 и 5 линий.

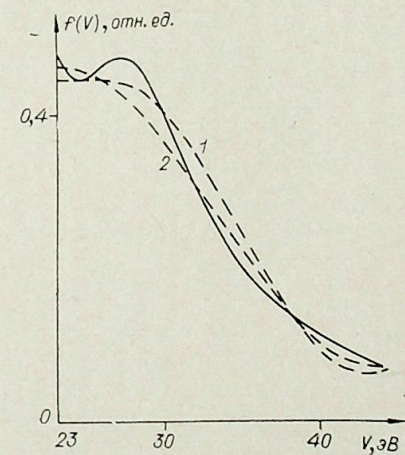


Рис. 4.

— модельное распределение; 1 и 2 — расчет ФРЭЭ по значениям интенсивностей соответственно 24 и 20 линий.

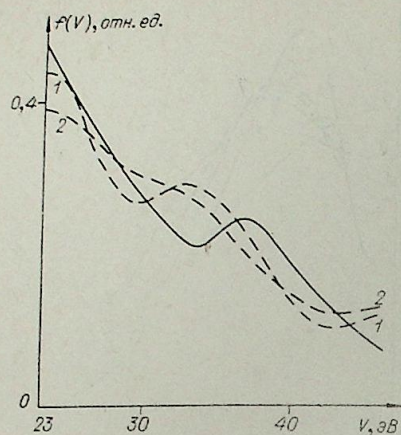


Рис. 5.

— Модельное распределение; 1 и 2 — расчет ФРЭЭ по значениям интенсивностей соответственно 24 и 20 линий.

ных линий ФРЭЭ определялась в интервале энергий 23 — (40—45) эВ. Рассчитанные ФРЭЭ сравнивались с ФРЭЭ, измеренными методом второй производной, в интервале энергий 0—25 эВ. Распределения, полученные независимыми методами, сшивались при энергиях порядка 23 эВ. Из рис. 6 видно, что кривые, представленные в полулогарифмическом масштабе, согласуются вполне удовлетворительно. Таким образом, по экспериментально измеренным 11 линиям было получено распределение в 24 точках, хорошо согласующееся с распределением, полученным независимым методом.

При давлении $p=0,025$ тор и $i_p=5$ мА пространство между катодом и анодом заполнило отрицательное свечение, о чем свидетельствовал характерный вид зондовой характеристики (рис. 7). В данном случае удалось зарегистрировать существование вторичного максимума у ФРЭЭ в области 30 эВ, измерив 11 линий. Полученный результат согласуется с зондовыми измерениями и результатами других авторов [10].

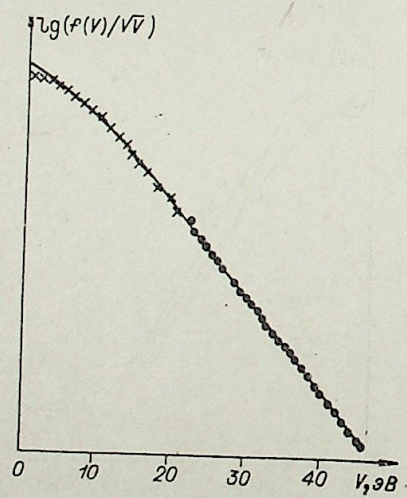


Рис. 6.

× — ФРЭЭ, измеренная методом второй производной; ● — ФРЭЭ, рассчитанная по интенсивностям спектральных линий.

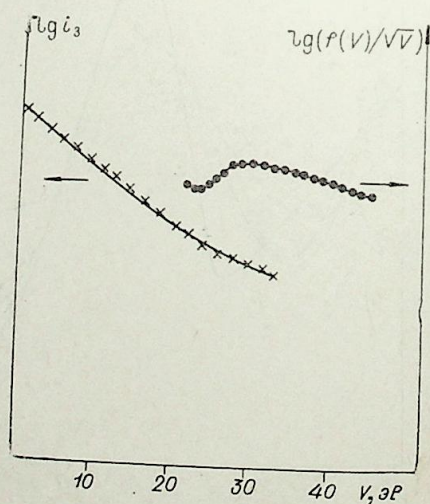


Рис. 7.

× — зондовая характеристика; ● — ФРЭЭ, рассчитанная по интенсивностям спектральных линий.

Таким образом, измеряя сравнительно небольшое число спектральных линий, можно получить надежную информацию о функции распределения быстрых электронов.

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

Поступила в редакцию 25/IV 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. А. С. Арбузов, А. М. Девятков, С. Ф. Шушурин Третья Всес. конф. по физике низкотемпературной плазмы. М., 1971.
2. A. S. Arbutov, A. M. Devyatov, S. P. Shushurin, T. N. Solovyov. Proc. n ICPiG, Conf. Papers, Oxford, 1971, p. 387.
3. Л. М. Волкова, А. М. Девятков, Е. А. Кралькина, Н. Н. Седов, М. А. Шериф. Вестник МГУ, серия физика, астрономия, 1975, № 4, 502.
4. А. Н. Тихонов. Докл. АН СССР, 1963, 151, 501.
5. А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. ЖВМиМФ, 1962, 2, № 5, 812.
6. А. С. Меченов. Алгоритмы и программы, 1975, № 3, П001412, 36.
7. Mewe, Вг. J. Appl. Phys, 1966, 17, 1239.
8. R. J. Sovie. JQSRT, 1968, 8, 833.
9. В. И. Яковлева. Оптика и спектроскопия, 1974, 37, 132.
10. В. Л. Грановский. Электрический ток в газе. М., 1971.

УДК 523.574.8

В. А. МАЛКОВ, Я. Я. ТОМСОНС

АНАЛИЗ СХЕМ ВКЛЮЧЕНИЯ
ЭЛЕКТРОДИФфуЗИОННОГО ДАТЧИКА
СКОРОСТИ ПОТОКОВ И ТРЕНИЯ НА СТЕНКЕ

При исследовании турбулентных потоков все шире применяется электродиффузионный метод измерения параметров течений [1—3], однако стандартной электронной аппаратуры, подобной термоанемометрической, пока не создано. В работе [4] было проведено сравнение двух схем измерения электродиффузионного тока по чувствительности к вариациям параметров усилителя и приведены характеристики лабораторного макета одной из схем.

В данной статье сравниваются две схемы измерения электродиффузионного тока по различным характеристикам, в том числе по чувствительности; даются рекомендации по выбору конструктивных элементов ЭДП и приводятся данные опытного образца ЭДП, работающего в системе сбора и обработки данных на базе ЭВМ.

Напомним кратко сведения об электродиффузионном датчике [5]. Его вольт-амперная характеристика изображена на рис. 1. Для обеспечения режима предельного диффузионного тока, когда рабочая точка находится на горизонтальном участке характеристики, датчику необходим режим заданного напряжения U_0 , т. е. нулевое сопротивление нагрузки в цепи датчика. Напряжение смещения U_0 обычно составляет 0,4—0,6 В. Диапазон изменения выходного тока датчика (для различных режимов течений и различных датчиков) 10^{-9} — 10^{-3} А. Полоса пропускания определяется геометрическими размерами датчика и не превышает, как правило, нескольких килогерц.

Встречаются две схемы включения датчика [1,3]. В схеме рис. 2, а режим заданного напряжения обеспечивается тем, что последовательно с датчиком включаются источник смещения $E_{см}$ и сопротивление R такой величины, чтобы выполнялось условие $I_d R \ll E_{см}$, где I_d — ток датчика.

В схеме рис. 2, б датчик и источник смещения подключены ко входу усилителя постоянного тока (УПТ), охваченного отрицательной обратной связью (ООС) по напряжению на выходе, со сложением токов на входе, чем обеспечивается режим заданного напряжения.

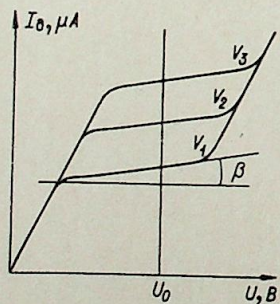


Рис. 1.

Сравним эти схемы по основным характеристикам. Для упрощения анализа будем считать входное сопротивление УПТ бесконечно большим, а его выходное сопротивление равным нулю.

Коэффициент передачи. Для первой схемы (рис. 2, а) коэффициент передачи

$$K_{п1}(p) = \frac{U_{вых}(p)}{I_{вх}(p)} = K(p)R, \quad (1)$$

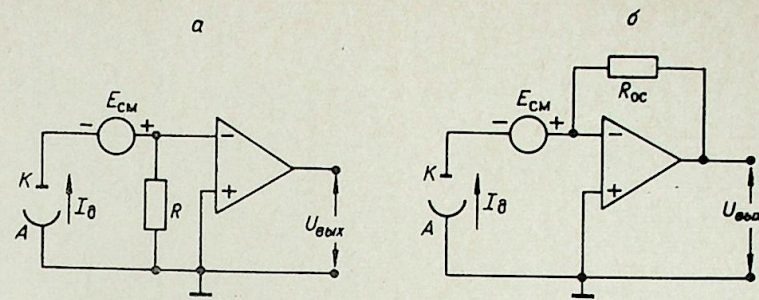


Рис. 2.

А, К — соответственно анод и катод электродиффузионного датчика.

а для второй схемы (рис. 2, б)

$$K_{п2}(p) = \frac{U_{вых}(p)}{I_{вх}(p)} \approx R_{ос} \frac{K(p)}{1+K(p)} \approx R_{ос}, \quad (2)$$

где $K(p)$ — коэффициент усиления УПТ. Для простоты аргумент p в дальнейшем всюду опускаем.

Логарифмические чувствительности коэффициента передачи к изменению K для обеих схем равны соответственно

$$S_1 = \frac{\partial \ln K_{п1}}{\partial \ln K} = 1; \quad S_2 = \frac{\partial \ln K_{п2}}{\partial \ln K} = \frac{1}{1+K}. \quad (3)$$

Таким образом, стабильность $K_{п}$ второй схемы в $(1+K)$ раз лучше, чем первой. Причем заставить K УПТ в схеме рис. 2, а очень трудно, так как пригодная для этой цели ООС по напряжению на выходе со сложением напряжений на входе требует незаземленного источника сигнала. В практических же случаях анод датчика всегда заземлен.

Входные сопротивления соответственно для первой и второй схем равны

$$R_{вх1} = R; \quad R_{вх2} \approx \frac{R_{ос}}{K}. \quad (4)$$

Дрейф нуля. Дрейфовые характеристики усилителей отображены эквивалентными источниками тока и э. д. с., включенными на входе УПТ, а динамическое сопротивление датчика на нулевой частоте — сопротивлением R_d (рис. 3). Величина R_d определяется по статическим вольт-амперным характеристикам датчика (см. рис. 1): $R_d = \text{ctg } \beta$.

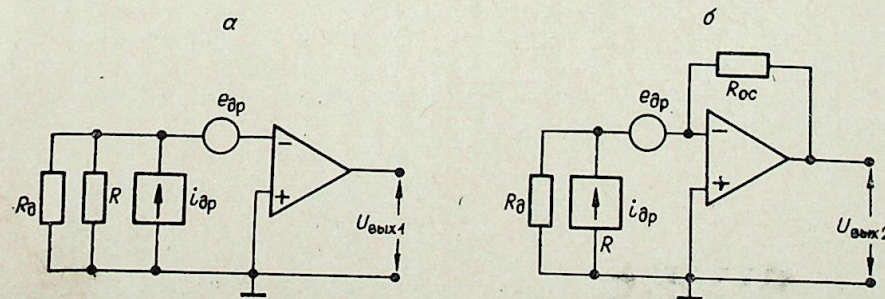


Рис. 3.

$e_{др}$ — эквивалентный источник э. д. с. дрейфа, приведенного ко входу УПТ; $i_{др}$ — эквивалентный источник тока дрейфа, приведенного к входу УПТ.

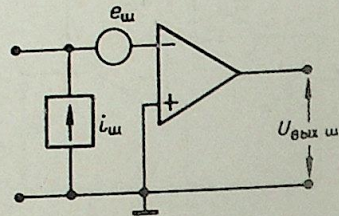


Рис. 4.

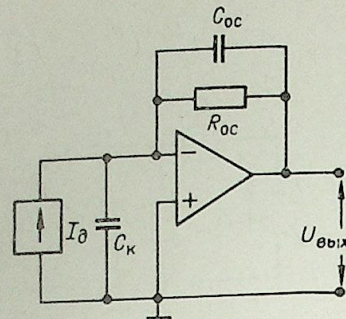


Рис. 5.

Считаем схемы на рис. 3, а, б эквивалентными по $R_{вх}$ и $K_{п}$, т. е. имеющими одинаковое входное сопротивление на зажимах датчиков и одинаковые коэффициенты передачи

$$R_{вх1} = R_{вх2}; K_{п1} = K_{п2}. \quad (5)$$

Сравним дрейфовые характеристики этих схем по напряжению дрейфа, приведенного к выходу ($U_{вых1}$, $U_{вых2}$). Пренебрегая влиянием входного сопротивления УПТ и учитывая, что $R_{д} \gg R$, получаем

$$U_{вых1} = Ke_{др} + KRi_{др},$$

$$U_{вых2} = \frac{Ke_{др}}{1 + K \frac{R_{п}}{R_{д} + R_{ос}}} + i_{др}R_{ос} \approx e_{др} + i_{др}R_{ос},$$

так как практически всегда $R_{д} > R_{ос}$. С учетом (5) имеем

$$U_{вых1} = Ke_{др} + KRi_{др}; U_{вых2} = e_{др} + KRi_{др}. \quad (6)$$

Дрейф по току для обеих схем одинаков, а дрейф по напряжению для второй схемы в K раз меньше. Отсюда открывается возможность эффективного использования микросхем с полевыми транзисторами на входе, которые в настоящее время имеют входные токи на $3 \div 4$ порядка меньше, а температурный дрейф напряжения на $1 \div 2$ порядка больше, чем у микросхем на биполярных транзисторах.

Отношение сигнал:шум. Как показано в [6], коэффициент шума не является показателем, который характеризовал бы оптимальные шумовые параметры усилителя. Правильнее пользоваться отношением сигнал:шум на выходе усилителя.

Отообразим шумовые свойства УПТ генератором тока и источником э. д. с. шума, включенными на его входе (рис. 4). Примем, что корреляция между ними отсутствует и что цепь ООС в схеме на рис. 2, б не шумит. Тогда отношение сигнал:шум на выходе первой схемы

$$\frac{\bar{U}_c}{\bar{U}_ш} = \sqrt{\frac{(I_{дR})^2}{(i_{шR})^2 + (e_{ш})^2}}.$$

Найдем аналогичное соотношение для схемы на рис. 2, б с учетом неравенства $R_{д} > R_{ос}$ и условия (5):

$$\frac{\bar{U}_c}{\bar{U}_ш} \approx \sqrt{\frac{(I_{дR})^2}{(i_{шR})^2 + \left(\frac{e_{ш}}{K}\right)^2}}.$$

Если $(i_{шR})^2 \leq (e_{ш})^2$, то вторая схема явно предпочтительнее первой, в противном случае схемы равноценны.

Итак, по всем рассмотренным характеристикам схема, изображенная на рис. 2, а, уступает схеме рис. 2, б. К недостаткам второй схемы

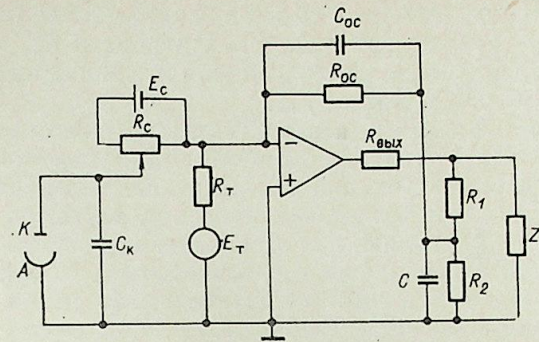


Рис. 6.

E_c — источник напряжения смещения датчика; R_c — резистор для регулировки напряжения на датчике; E_t и R_t — соответственно источник э. д. с. и резистор компенсатора для компенсации постоянной составляющей тока датчика; C_k — емкость входного кабеля; $R_{ос}$, R_1 , R_2 — резисторы цепи ООС, $C_{ос}$ — паразитная емкость в цепи ООС, C — емкость коррекции частотной характеристики устройства, компенсирующая влияние $C_{ос}$; $R_{в_ых}$ — выходное сопротивление УПТ; $Z_н$ — комплексное сопротивление нагрузки.

следует отнести влияние паразитной емкости $C_{ос}$ на $K_{п}$ (рис. 5) и влияние емкости кабеля C_k на устойчивость. Первый недостаток можно устранить схемным решением, усложнив цепь ООС. Второй недостаток устраняется конструктивно. Можно либо зафиксировать величину C_k , используя кабель только с определенной емкостью, либо совместить датчик с усилителем, исключив кабель.

Функциональная схема практического варианта прибора с фиксированной емкостью кабеля представлена на рис. 6. Для удобства рассмотрения приведем ее к более простому виду (рис. 7). Коэффициент передачи этой схемы

$$K_{п} = \frac{U_{п}}{I_{д}} = \frac{K(Z_1 + Z_{ос} + Z_{ос} \frac{Z_1}{Z_2}) - R_{в_ых}}{\Delta},$$

где

$$\Delta = 1 + \frac{Z_{ос}}{Z_к} + \frac{Z_1}{Z_к} + K + \frac{R_{в_ых}}{Z_н} + \frac{R_{в_ых}}{Z_2} + \frac{Z_1}{Z_2} + \frac{Z_{ос}Z_1}{Z_кZ_2} + \frac{Z_{ос}R_{в_ых}}{Z_кZ_н} + \frac{Z_1R_{в_ых}}{Z_2Z_н} + \frac{Z_{в_ых}Z_{ос}}{Z_2Z_к} + \frac{Z_{ос}Z_1R_{в_ых}}{Z_кZ_нZ_2}.$$

При $K \rightarrow \infty$, $Z_н \rightarrow \infty$, $R_{в_ых} \rightarrow 0$

$$K_{п} = \frac{Z_{ос}}{Z_2} (Z_1 + Z_2) + Z_1.$$

Если Z_1 образовано резистором $R=1$ кОм и емкостью монтажа $C=10$ пф, то частота сопряжения такого звена $f_c=10$ мГц, что далеко выходит за полосу пропускания датчика. Поэтому практически $Z_1=R_1$ и

$$K_{п} = \frac{Z_{ос}}{Z_2} (R_1 + Z_2) + R_1. \quad (7)$$

Из (7) найдем условие выбора емкостей коррекции так, чтобы коэффициент передачи стал чисто активным:

$$C = C_{ос} \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \cdot R_{ос}. \quad (8)$$

Тогда коэффициент преобразователя примет вид

$$K_{п} = R_{ос} \frac{R_1 + R_2}{R_2} + R_1. \quad (9)$$

Из (8) и (9) следует, что регулирование $K_{п}$ в небольших пределах можно осуществлять с помощью R_1 , если $R_1 \gg R_2$. Изменение $K_{п}$ в широком диапазоне проще получить коммутацией $R_{ос}$ и $C_{ос}$ при условии $R_{ос}C_{ос} = \text{const}$. Это позволяет зафиксировать C_1R_1 и R_2 , т. е. упрощает схему коммутации. Однако $C_{ос}$ нагружает выход УПТ, и в некоторых

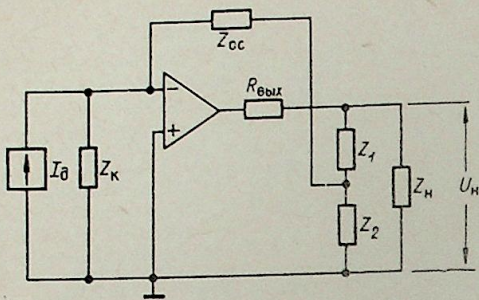


Рис. 7.

Z_K включает динамическое сопротивление датчика R_d , C_K и R_T ; $Z_{CC} = R_{oc} \parallel C_{oc}$; Z_1 включает R_1 и емкость монтажа; $Z_2 = R_2 \parallel C$.

Для устранения этого недостатка понадобится добавить к схеме еще усилитель с подавлением синфазной помехи, что значительно усложнит схему (особенно, если требуется значительная выходная мощность).

Необходимость компенсировать постоянную составляющую сигнала заставляет использовать генератор тока, который в случае использования подвешенного источника смещения представляет собой заземленный источник опорного напряжения и набор прецизионных резисторов. При подаче смещения на неинвертирующий вход потенциала инвертирующего входа усилителя становится не равным нулю и схема генератора тока компенсации сильно усложняется, особенно если учесть, что приходится стабилизировать ток, равный единице или долям микроампера.

Конструктивно подвешенный источник представляет собой гальванический элемент, изолированный от корпуса. В описанном электродиффузионном преобразователе используется элемент 145У, который служит без замены около года.

Ниже приводятся технические характеристики электродиффузионного преобразователя, опытная партия которых эксплуатируется в ИТФ СО АН СССР в течение нескольких лет в системе сбора и обработки информации на базе ЭВМ: по входному току прибор имеет 10 поддиапазонов со значениями: 0,1; 0,2; 0,5; 1; 2; 5; 10; 20; 50; 100 μ А; основная погрешность коэффициента передачи по постоянному току на любом поддиапазоне составляет не более 0,2%; компенсатор постоянной составляющей сигнала имеет 7 поддиапазонов: 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100 μ А; величина тока компенсации задается дискретно от 0,1 до 0,9 от номинального значения выбранного поддиапазона; основная погрешность компенсатора на любом пределе равна не более 0,2%; напряжение на датчике устанавливается по шкале вольтметра в пределах 0÷1 В; номинальное выходное напряжение на клеммах АЦП составляет ± 5 В; максимальный выходной ток с клеммы «Шлейф» равен ± 50 мА; полоса пропускания на уровне 0,7 по выходу АЦП не менее 10 кГц, по выходу «Шлейф» — не менее 100 кГц; уход нуля при переходе с предела 0,1 на предел 100 μ А составляет не более 50 мВ по выходу; дрейф выходного напряжения после 15 мин прогрева составляет не более 0,2% в час.

Институт теплофизики
СО АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
8/VI 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Mitchell, T. J. Hanratty. A study of turbulence at a wall using an electrical wall shear stress meter.— J. Fluid Mech., 1968, 26, 1.
2. В. Е. Накоряков. Теория электрохимического метода исследования пристенной турбулентности.— В кн.: Пристенная турбулентность. Новосибирск, 1968.
3. Т. Mizushima. The electrochemical method in transport phenomena.— In: Advances in heat transfer, 7, Academic Press, N. Y., London, 1971.
4. Я. Я. Томсонс, В. М. Горбачев, В. А. Малков. Аппаратурное обеспечение эксперимента при электродиффузионной диагностике турбулентных потоков.— В кн.: Электродиффузионная диагностика турбулентных потоков. Новосибирск, 1973.
5. С. С. Кутателадзе, Я. Я. Томсонс. Основные соотношения электродиффузионного метода и некоторые вопросы обработки теплофизического эксперимента.— В кн.: Электродиффузионная диагностика турбулентных потоков. Новосибирск, 1973.
6. Проектирование и применение операционных усилителей. Под ред. Дж. Грэма, Дж. Тоби, Л. Хьюлсмана. М., «Мир», 1974.

УДК 536.3; 535.343

С. П. ДЕТКОВ

СОПОСТАВЛЕНИЕ МЕТОДОВ УЧЕТА
НЕИЗОТЕРМИЧНОСТИ ОБЪЕМА ГАЗА
В РАСЧЕТАХ ПОГЛОЩЕНИЯ ЛУЧИСТЫХ ПОТОКОВ

В работе [1] сопоставлены простейшие приближения в расчетах теплообмена излучением газа с поверхностью. В качестве стандарта сравнения использовалось приближение Куртиса — Годсона (К—Г). В настоящей работе сопоставлены четыре наиболее корректных приближения, сравнимые по точности с приближением К—Г. В качестве стандарта сравнения использовано решение, которое названо точным в рамках принятых широко- и узкополосной моделей. Сопоставление показывает достоинства и недостатки приближений, а также создает предпосылки их дальнейшего развития и уточнения.

Важную роль играет тест для сравнения и оценки методов. Это должна быть типичная и простая задача, чтобы по мере продолжения работы полученные результаты легко воспроизводились. Как и в прежней работе [1], газ состоит из двух смежных плоскопараллельных изотермических зон с температурами 1000 и 2000 К. Их толщины равны, так как относительные погрешности методов максимальны в районе этого равенства. На зоны по нормали падает внешний поток. В отличие от работы [1], по всем методам определяется только интегральное поглощение в полосе спектра, так как два рассмотренных приближения не могут выразить спектральные поглощательные способности.

Важную роль играет выбор широко- и узкополосной моделей спектра. Первая модель сводится к огибающей, соответствующей гармоническому осциллятору и жесткому ротатору:

$$s/d = (S/\gamma) f \quad f = y \exp(-y^2) y = |\omega - \omega_0|/\gamma \int_{-\infty}^{\infty} f dy = 1, \quad (1)$$

где S и s — интегральные интенсивности полосы и линии, $\text{см}^{-1}/(\text{м} \cdot \text{атм})$; γ — параметр ширины, см^{-1} ; ω — волновое число, см^{-1} ; ω_0 — положение центра полосы; d — среднее расстояние между линиями, см^{-1} . Параметр вращательной структуры $\beta = 4b/d$, где b — средняя полуширина линии, см^{-1} , не зависит от волнового числа. Перекрывание линий учтено по статистической модели Р. Гуди, согласно которой в случае изотермического газа с постоянным давлением поглощающего компонента спектральная оптическая толщина равна

$$\tau_{\omega} = (sx/d) / \sqrt{1 + (sx/d)/\beta}, \quad (2)$$

где x — приведенная толщина, $\text{м} \cdot \text{атм}$.

По самому общему определению интегральное поглощение имеет вид

$$A = \int [1 - \exp(-\tau_{\omega})] d\omega. \quad (3)$$

Интеграл берется по всем волновым числам, для которых $\tau_{\omega} > 0$. Путем представления $A = 2\gamma_0 \bar{A}$ целесообразно перейти к безразмерному интегральному поглощению

$$\bar{A} = \int_0^{\infty} [1 - \exp(-\tau_{\omega})] dy_0 y_0 = |\omega - \omega_0|/\gamma_0, \quad (4)$$

где γ_0 — параметр ширины при температуре $T_0 = 300\text{К}$.

Приняты следующие зависимости параметров от температуры:

$$S = S_0(T_0/T), \quad \gamma = \gamma_0(T/T_0)^m. \quad (5)$$

Первая зависимость соответствует фундаментальным полосам, дающим наибольший вклад в поглощение при не слишком высоких температурах и оптических толщинах. Зависимость $\gamma(T)$ при $m = 0,5$ соответствует гармоническому осциллятору и жесткому ротатору. При учете ангармоничности колебаний и изменения момента инерции молекул полосы становятся асимметричными. В этих случаях целесообразно описать поглощение в левой и правой частях полосы отдельно с различными показателями степени температурных зависимостей величин S и γ . Можно считать, что настоящий расчет проведен для части (половины) полосы с величинами S и γ для этой части. В формуле интегрального поглощения $A = \gamma \bar{A}$ величина \bar{A} определяется по формуле (4) без изменений.

Для параметра вращательной структуры приняты два варианта:

$$\beta = 0,3f(T), \quad f = \sqrt{T/T_0} \quad \text{и} \quad f = \sqrt{T_0/T}. \quad (6)$$

Первый вариант функции f более реалистичен, так как в первом приближении $b = bP_* \sqrt{T_0/T}$, $d = d_0(T_0/T)$. Эффективное давление P_* принято равным единице. Однако в инженерных расчетах часто используется второй вариант функции f .

Варианты (6), резко различающиеся, достаточны для того, чтобы показать, что вращательная структура не играет существенной роли в оценке методов.

ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ

В решении, точном в рамках принятых моделей, использование результата (2) невозможно. Необходимо вернуться к основам статистической модели. Интеграл (4) представляется в виде

$$\bar{A} = \int_0^{\infty} [1 - \exp(-W/d)] dy_0. \quad (7)$$

Здесь W — интегральное поглощение в одиночной линии, см^{-1} . Согласно Гуди [2], для изотермического газа

$$\frac{W}{d} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(sx/b) f_*}{1 + (sx/b) f_*} dy_*, \quad y_* = |\omega - \omega_0|/d.$$

Здесь $f_* = \frac{b^2/\pi}{b^2 + (\omega - \omega_0)^2}$ — контур линии с нормировкой $\frac{d}{b} \int_{-\infty}^{\infty} f_* dy_* = 1$.

В случае дисперсионного контура получается результат (2). Контур линии может быть любым. Это замечательное свойство модели Гуди используется для точного расчета поглощения неизотермического газа. В каждой зоне контур линии дисперсионный. Но для группы зон кон-

Таблица 1

Безразмерная поглотительная способность в полосе спектра; расчет по формуле (4) по различным методам ($\beta=0,3\sqrt{T/T_0}$)

τ_0	Точная формула	Приближение К-Г	Трипараметрическое приближение				Приближение степенной зависимости	
			n=1	n=3	n=5	n=7	m=0,45	m=0,5
0,01	0,002249	0,002246	0,002247	0,002248	0,002248	0,002248	0,002247	0,002247
0,1	0,02221	0,022199	0,02220	0,02222	0,02224	0,02225	0,02216	0,02218
1	0,1982	0,1984	0,1988	0,2003	0,2016	0,2026	0,2962	0,1980
10	1,114	1,116	1,111	1,141	1,169	1,190	1,095	1,131
100	3,158	3,160	3,040	3,142	3,241	3,324	3,157	3,347
1000	5,300	5,300	4,839	4,992	5,142	5,274	5,275	5,711
10000	6,758	6,758	5,930	6,111	6,291	6,452	6,579	7,178

тур гипотетической линии эквивалентно поглощающего изотермического слоя будет недисперсионным. Тем не менее формула (7) пригодна и в этом случае. Для принятой модели двух зон величины W/d в (7) вычисляются по формуле

$$\frac{W}{d} = 2 \int_0^{\infty} \frac{a_1 + a_2}{1 + a_1 + a_2} dy_*, \quad (8)$$

$$a_1 = \frac{4}{\pi} \beta_1 \frac{s_1 x/d_1}{16y_*^2 + \beta_1^2}, \quad a_2 = \frac{4}{\pi} \beta_2 \frac{s_2 x/d_2}{16y_*^2 + \beta_2^2}$$

Толщина каждой зоны x , м·бар, одинакова. Согласно принятой широкополосной модели,

$$s_1 x/d_1 = (S_1 x/\gamma_1) f_1, \quad f_1 = y_1 \exp(-y_1^2),$$

$$s_2 x/d_2 = (S_2 x/\gamma_2) f_2, \quad f_2 = y_2 \exp(-y_2^2).$$

Согласно принятым температурным зависимостям параметров ($m=0,5$),

$$S_1 x/\gamma_1 = \tau_0 (T_c/T)^{3/2}, \quad S_2 x/\gamma_2 = \tau_0 (T_0/T)^{3/2},$$

где $\tau_0 = S_0 x/\gamma_0$ — безразмерная толщина одной зоны, одинаковая для зон:

$$y_1 = |\omega - \omega_0|/\gamma_1, \quad y_2 = |\omega'_0 - \omega_0|/\gamma_2, \quad y_1 = y_0 \sqrt{T_0/T_1}, \quad y_2 = y_0 \sqrt{T_0/T_2}.$$

Здесь появляется аргумент внешнего интеграла (7) — y_0 .

В численном расчете оба несобственных интеграла были ограничены конечными пределами с использованием простейших квадратур. Этот прямой путь не привел к успеху. Особенно трудным оказался внутренний интеграл (8), поскольку крылья дисперсионного контура спадают сравнительно медленно по мере удаления от центра линии. Число узлов потребовалось настолько большим, что производительность «Минска-22» оказалась недостаточной. Выход найден в переходе к новым переменным

$$u = 1/(1+y_0), \quad v = 1/(1+y_1)$$

и интервалу интегрирования $[0; 1]$. В этом случае оба интеграла вычислены с погрешностью 0,1%. Результаты представлены в табл. 1 и 2.

ПРИБЛИЖЕНИЕ КУРТИСА — ГОДСОНА

В этом и двух последующих приближениях используются различные приемы приведения реального пути потока к эквивалентному изотермическому пути. Интеграл (4) вычисляется как бы с условиями изо-

Таблица 2

То же, что в табл. 1, со вторым вариантом параметра вращательной структуры ($\beta=0,3\sqrt{T_0/T}$)

τ_0	Точная формула	Приближение К-Г	Трипараметрическое приближение			
			n=1	n=3	n=5	n=7
0,01	0,002239	0,002239	0,002239	0,002239	0,002239	0,002239
0,1	0,02149	0,02150	0,02146	0,02143	0,02141	0,02139
1	0,1620	0,1632	0,1602	0,1593	0,1584	0,1579
10	0,7049	0,7057	0,6868	0,6808	0,6755	0,6725
100	2,033	2,034	1,963	1,958	1,953	1,953
1000	4,125	4,125	3,927	3,971	4,014	4,057
10000	5,873	5,877	5,393	5,512	5,631	5,741

термичности объема. Тогда возможно использование формулы (2), где параметры s/d и β осреднены по глубине объема и принимают обозначения \bar{s}/d и $\bar{\beta}$. Подпрограмма вычисления интеграла (4) составлена отдельно. С новой переменной u он принимает вид

$$\bar{A} = \int_0^1 [1 - \exp(-\tau_0 u)] \frac{du}{u^2}, \quad \tau_0 = \frac{\bar{s}x/d}{\sqrt{1 + (\bar{s}x/d)/\bar{\beta}}}. \quad (9)$$

Двупараметрическое приближение (К-Г) состоит в осреднении параметров вращательной структуры по формулам

$$\bar{s}/d = \int_0^1 (s/d) dv, \quad (\bar{s}/d) \bar{\beta} = \int_0^1 (s/d) \beta dv, \quad v = x_1/x.$$

Параметры \bar{s}/d и $\bar{\beta}$ подставляют в формулу (9). Покажем эту подстановку более детально:

$$\bar{s}x/d = \tau_0 (K_1 + K_2), \quad \bar{\beta} = \frac{K_1 f_1 + K_2 f_2}{K_1 + K_2}.$$

Варианты функции f приведены выше (6). По первому варианту

$$f_1 = \sqrt{T_1/T_0}, \quad f_2 = \sqrt{T_2/T_0}.$$

Независимо от этих вариантов

$$K_1 = \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^2 \left(\frac{1}{u} - 1\right) \exp\left[-\frac{T_0}{T_1} \left(\frac{1}{u} - 1\right)^2\right],$$

$$K_2 = \left(\frac{T_0}{T_2}\right)^2 \left(\frac{1}{u} - 1\right) \exp\left[-\frac{T_0}{T_2} \left(\frac{1}{u} - 1\right)^2\right].$$

Сопоставление приближения К-Г с точным методом приведено в таблицах. Графическое представление результатов опущено из-за малых расхождений их по всем методам.

Приближение К-Г настолько хорошо изучено, что его результат можно было предсказать или, наоборот, по нему предсказать точное решение с погрешностью не выше десятых долей процента. Приведенное сопоставление продемонстрировало достоинства узкополосной модели Р. Гуди, по которой было получено точное решение.

Как видно, настоящий расчет значительно проще точного решения, особенно при большом числе зон. Однако он все еще нуждается в упрощении. В случае слабо перекрывающихся колебательно-вращательных полос рекомендуется следующее приближение.

ТРИПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

В работе [3] выведены формулы осреднения трех параметров по толщине объема

$$\bar{S} = \int_0^1 S dv, \quad \bar{S}\bar{\gamma}^n = \int_0^1 S\gamma^n dv, \quad \bar{S}\bar{\gamma}^n\bar{\beta}^{n*} = \int_0^1 S\gamma^n\beta^{n*} dv. \quad (10)$$

Показатель n_* равен единице для линий с дисперсионным контуром, принятым в теплотехнических расчетах. Он соответствует выбранной модели узкой полосы (2).

Показатель n зависит от формы огибающей и в случае дисперсионной формы также равен единице. Обычно огибающие полос не похожи друг на друга и имеют более резко спадающие крылья. Показатель n становится больше единицы и увеличивается по мере возрастания оптической толщины. Для огибающей (1), выбранной в настоящем расчете, в диапазоне толщин до $\tau_0 = 10^4$ можно принять среднее значение $n = 5$ с погрешностью поглощения не более 3,5%. Влияние показателя n на результат довольно слабое и в случае других огибающих, поэтому его значение может быть округленным.

В случае использования трипараметрического приближения безразмерное интегральное поглощение вычисляется по формуле

$$\bar{A}_* = (\bar{\gamma}/\gamma_0) \bar{A}(\bar{\tau}, \bar{\beta}). \quad (11)$$

Величина \bar{A} определяется по готовой программе для формулы (9), где $\bar{S}x/d = \bar{\tau}f(u)$, $f = \left(\frac{1}{u} - 1\right) \exp\left[-\left(\frac{1}{u} - 1\right)^2\right]$.

Согласно формулам осреднения (10),

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\gamma}}{\gamma_0} &= \sqrt[n]{\frac{(T_0/T_1)^{1-n/2} + (T_0/T_2)^{1-n/2}}{(T_0/T_1) + (T_0/T_2)}}, \\ \frac{\bar{\tau}}{\tau_0} &= \frac{1}{2} \frac{\gamma_0}{\bar{\gamma}} [(T_0/T_1) + (T_0/T_2)], \\ \frac{\bar{\beta}}{\beta_0} &= \frac{(T_0/T_1)^{(3-n)/2} + (T_0/T_2)^{(3-n)/2}}{(T_0/T_1)^{1-n/2} + (T_0/T_2)^{1-n/2}}. \end{aligned}$$

В данном случае использован второй вариант (6) для функции $f(T)$. В случае первого варианта изменяется только третье соотношение

$$\frac{\bar{\beta}}{\beta_0} = \frac{(T_0/T_1)^{(1-n)/2} + (T_0/T_2)^{(1-n)/2}}{(T_0/T_1)^{1-n/2} + (T_0/T_2)^{1-n/2}}.$$

Сопоставление результатов и влияние показателя n показаны в таблицах. Как видно, трипараметрическое приближение значительно проще предыдущего и имеет достаточно высокую точность. Главное оно обеспечивается гораздо меньшим объемом информации. В частности, сведения об огибающей могут быть приблизительными, необходимыми лишь для грубой оценки показателя n в формуле (10).

ПРИБЛИЖЕНИЕ СТЕПЕННОЙ ЗАВИСИМОСТИ ПАРАМЕТРОВ ПОЛОСЫ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Данное приближение получается только в случае степенных зависимостей параметров S и γ от температуры. Его вывод и проверка опубликованы в работах [4—6]. Как для отдельной полосы, так и для полного спектра приближение имеет преимущества в том, что содержит два параметра, подлежащие определению, вместо трех. В данном слу-

чае, однако, это преимущество не проявляется в связи со спецификой примера. Оно приводится для полноты обзора, а также для того, чтобы показать удовлетворительную точность при удачном выборе показателя m . Следуя работе [5], запишем искомую величину:

$$\begin{aligned} \bar{A}_0 &= (T_1/T_0)^m [\bar{A}(\tau_1 + \tau'_2, \beta_1) + \langle (T_2/T_1)^m - 1 \rangle \bar{A}(\tau_2, \beta_2)], \\ \tau_1 &= (\tau_0/2) (T_0/T_1)^{1+m}, \quad \tau_2 = (\tau_0/2) (T_0/T_2)^{1+m}. \end{aligned}$$

Показатель m соответствует соотношению (5). Величина \bar{A} вычисляется по программе к формуле (9). Величина τ'_2 определяется из равенства

$$\bar{A}(\tau'_2, \beta_1) = \bar{A}(\tau_2, \beta_1)$$

путем последовательных приближений.

В данном примере имеется фактически только один параметр m , подлежащий определению. Из теории в первом приближении его значение равно 0,5. Значение 0,45 в данном случае значительно лучше. Результаты приведены в табл. 1.

ВЫВОДЫ

Точное решение поставленной задачи возможно, если известны огибающая полосы и контуры линий при случайном расположении центров линий. Численный пример получен для линий с дисперсионным контуром. Приближение Куртиса — Годсона в общем виде [3] уже не требует точной информации о контуре линий. Однако при его использовании необходимы данные об интенсивностях, полуширинах линий и средних расстояниях между ними, как и в точном решении.

Трипараметрическое приближение можно принять при довольно скудной информации о полосах спектра. Для оценки показателя n в формуле (10) достаточны приблизительные сведения о форме огибающей. Затруднения возникают при существенном перекрытии полос спектра.

Последнее приближение степенных зависимостей параметров полосы от температуры характеризуется минимумом необходимой информации. Наибольший эффект оно дает в группе полос, где спектроскопические данные по отдельным полосам отсутствуют.

Погрешности расчета по всем методам незначительные, если выбор показателей степени m , n и других сделан правильно. Однако в целом в порядке перечисленных методов уменьшение необходимой исходной информации сопровождается увеличением погрешности.

ВНИИЭНЕРГОЦВЕТМЕТ,
Свердловск

Поступила в редакцию
16/VII 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. С. П. Детков. ТВТ, 1972, 10, № 3, 609—614.
2. Р. Гуди. Атмосферная радиация. «Мир», 1966.
3. S. P. Detkov. Method of approximate calculation of radiant heat transfer between gas and surface.— Heat transfer in flames, editors N. H. Afgan, J. B. Beer. Scripta book company, Washington D. C., 1974.
4. С. П. Детков. Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1971, № 5, 128—134.
5. С. П. Детков. Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1972, № 8, сер. техн. наук, вып. 2, 15.
6. С. П. Детков. ТВТ, 1970, 8, № 4, 840—846.

УДК 621.311.22—621.311.18

Г. П. АЛАЕВ, В. В. ПОЛЯКОВ, Я. Н. СКОЛЯРОВ,
В. Л. АПАСОВ

**НЕКОТОРЫЕ МЕРОПРИЯТИЯ ПО СНИЖЕНИЮ
ВЗРЫВООПАСНОСТИ СИСТЕМ ПЫЛЕПРИГОТОВЛЕНИЯ
НА ТЕПЛОВЫХ ЭЛЕКТРОСТАНЦИЯХ ИРКУТСКЭНЕРГО**

Тепловые электрические станции Иркутскэнерго работают на трех видах топлива — черемховском, азейском и ирша-бородинском углях. Характеристика углей приведена в табл. 1.

Сжигаемые угли имеют широкий диапазон взрывоопасной концентрации угольной пыли и отличаются высокими максимальными давлени-

Таблица 1

Теплотехническая характеристика черемховских, азейских и ирша-бородинских углей

Технический анализ	Ирша-Бородинский	Азейский	Черемховский
W^p , %	33,0	25,0	14,0
A^p , %	6,0	18,0	27—28,0
$Q_{н}^p$, ккал/кг	3740	4020—4520	4270—4660
V_r , %	49,0	46,0	45,0

ниями взрыва (табл. 2). В области взрывоопасных концентраций работают все элементы систем пылеприготовления с одноступенчатым пылеулавливанием.

Типы парогенераторов, установленных на некоторых электростанциях Иркутскэнерго, и характеристика систем пылеприготовления приведены в табл. 3.

Эксплуатация пылеприготовительного оборудования Иркутских ТЭЦ протекает в суровых климатических условиях с низкими темпера-

Таблица 2

Характеристика взрывоопасности черемховских, азейских и ирша-бородинских углей

Показатели взрывоопасности	Ирша-Бородинский	Азейский	Черемховский
Характеристика летучих веществ $\beta_{лет}$	0,235	0,390	0,385
Максимальное давление при взрыве, атн	4,20	4,0	3,95

Примечание. Характеристика летучих веществ ($\beta_{лет}$) и максимальное давление при взрыве подсчитаны по рекомендации ЦКТИ [1,2]

Таблица 3

Пылеприготовительное и парогенерирующее оборудование некоторых электростанций Иркутскэнерго

Электростанция (индекс)	Парогенераторы		Характеристика систем пылеприготовления (t в °С)
	тип	т/ч	
ТЭЦ-1 (А)	ПК-10	230	а) ШБМ с промбункером пыли $t_{г.в} = 300—350$ б) ММТ с прямым вдуванием ШБМ с промбункером пыли $t_{г.в} = 240—250$ $t_{г.в} = 350—400$ $t_{г.в} = 240—250$
ТЭЦ-9 (Б)	ТП-81 ТП-85	420	ШБМ с промбункером пыли $t_{г.в} = 300—350$
ТЭЦ-10 (В)	ТП-10 ПК-24	220 270	ШБМ с промбункером пыли $t_{г.в} = 300—350$
ТЭЦ-11 (Г)	БКЗ-160 БКЗ-210 ТП-81 ТП-85	160 200 420	ШБМ с промбункером пыли $t_{г.в} = 300—350$ $t_{г.в} = 300—350$ $t_{г.в} = 350—400$ $t_{г.в} = 240—250$
ТЭЦ-6 (Д)	БКЗ-320—140	320	а) ММТ с промбункером, полуразомкнутая $t_{г.в} = 340—360^*$ $t_{г.в} = 1000$ б) То же $t_{г.в} = 1000$ $t_{ух} = 150$ в) разомкнутая, двухступенчатое пылеулавливание (схема ЦКТИ)

* Температура сушильного агента в схемах пылеприготовления а и б электростанции Д 600—900°С; в схеме в — 450—500°С.

турами наружного воздуха в зимний период. Это способствует отложениям угольной пыли в элементах систем пылеприготовления, находящихся вне помещения. Так, в 1972—1974 гг. более 50% нарушений работы пылесистем приходилось на зимние месяцы (ноябрь — февраль).

Сопоставление пылесистем различных типов (электростанция А) в одинаковых эксплуатационных условиях показало, что оба типа пылесистем в одинаковой мере подвержены нарушениям работы из-за взрывов пылеугольной смеси азейского и черемховского углей. Имели место повреждения мельниц (1967—1970 гг.), бункеров пыли (1971—1972 гг.), мельничных вентиляторов (1971—1973 гг.), сепараторов пыли (1972—1974 гг.).

В системах пылеприготовления электростанции Б, работающей на азейском угле, для регулирования температуры сушильного агента предусмотрена подача в мельницы воздуха после 1-й ступени воздухоподогревателя и присадок холодного воздуха. Проектные двухступенчатые питатели сырого угля (дисковые и ленточные) заменены двухшнековыми с электродвигателями постоянного тока. Большая часть взрывов и хлопков происходила в переходных режимах работы пылесистем. Около 70% нарушений работы пылесистем приходится на зимний период.

Парогенераторы электростанции В оборудованы одновентиляторными системами пылеприготовления с шаровыми барабанными мельницами и промежуточными бункерами пыли. Фактическое топливо — смесь черемховского и азейского углей. Доля последнего год от года возрастает. За последние 6 лет эксплуатации 80% хлопков и взрывов относятся к периодам пуска и останова мельниц и к стоящим в резерве пылесистемам.

На электростанции Г установлены парогенераторы 4 типоразмеров с однотипными пылесистемами. В последние годы сжигается уголь азей-

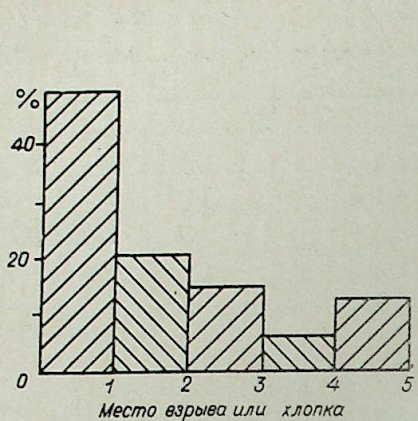


Рис. 1. Распределение хлопков и взрывов в пылесистемах электростанций Иркутскэнерго по элементам систем пылеприготовления в 1969—1975 гг.
1 — в мельницах; 2 — в сепараторах; 3 — в циклонах пыли; 4 — в бункерах пыли; 5 — в мельничных вентиляторах.

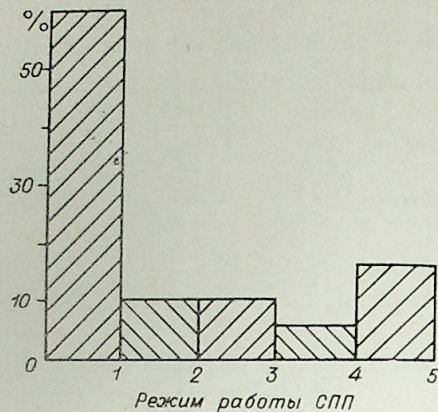


Рис. 2. Количество нарушений работы систем пылеприготовления на электростанциях Иркутскэнерго в зависимости от режима работы пылесистем в 1969—1975 гг.

1 — пуски и остановки; 2 — нормальная эксплуатация; 3 — в резерве; 4 — при переборах в подаче топлива; 5 — при расхолаживании мельниц.

ского месторождения. Температура горячего воздуха, используемого в качестве сушильного агента, регулируется присадом слабоподогретого воздуха после 1-й ступени воздухоподогревателя. На ряде пылесистем проектные питатели сырого угля заменены на двухшнековые с электродвигателями постоянного тока. Около 2/3 взрывов и хлопков связаны с переходными режимами работы пылесистем.

Электростанция Д работает на ирша-бородинском угле. Размол топлива осуществляется молотковыми мельницами. Схемы пылеприготовления выполнены по разомкнутой и полуразомкнутой компоновкам с использованием в качестве сушильного агента дымовых газов. Так же, как и на других электростанциях, бывают нарушения работы пылесистем, в том числе взрывы в бункерах пыли.

Взрывы и хлопки в системах пылеприготовления являются следствием многих эксплуатационных и конструктивных причин. Особое место занимают нарушения работы пылесистем в переходных режимах (пуск, останов, обрыв подачи топлива, расхолаживание мельниц). В эти периоды возникает большая вероятность возгорания пылевых отложений на отдельных элементах систем пылеприготовления. Применительно к пылесистемам с барабанными мельницами и промбункерами пыли повышенная взрывоопасность на этих режимах связана с уменьшением количества и размеров частиц возврата, с переизмельчением и пересушкой пыли, с уменьшением количества водяных паров в сушильном агенте.

Нередки случаи образования очагов горения в сепараторе пыли из-за попадания в них щепы и других посторонних предметов. Значительная доля хлопков и взрывов обусловлена наличием тлеющих отложений во входных горловинах мельниц, во входных патрубках циклонов, на горизонтальных участках подвода горячего воздуха к мельничным вентиляторам, а также повышенными присосами воздуха через неплотности в пылесистемах. При сушке топлива горячим воздухом взрывы и хлопки возникают и при температуре аэросмеси за мельницей 60—70°C, т. е. в пределах значений, допускаемых правилами взрывобезопасности установок для приготовления и сжигания топлива в пылевидном состоянии.

Статистика нарушений работы по элементам систем пылеприготовления приведена на рис. 1. За 100% здесь принято общее количество

хлопков и взрывов в 1969—1975 гг. на электростанциях Иркутскэнерго. На рис. 2 показано изменение количества нарушений (в % от общего их числа) в зависимости от режима работы пылесистем за этот же период.

Анализ статистических данных по взрывам в бункерах пыли показал, что на долю этих, наиболее тяжелых по своим последствиям, нарушений в период 1969—1975 гг. пришлось около 6,5% от общего количества взрывов и хлопков. Основные причины аварий — зависание угольной пыли на бетонных стенках пылевых бункеров; отложения пыли в ячейках над шнековыми питателями пыли; проникновение горячей пыли из циклонов через неплотности мигалок; доступ воздуха в бункеры пыли.

Ликвидации возможных аварийных ситуаций при работе со взрывоопасным топливом на электростанциях Иркутскэнерго уделяется большое внимание. На бункерах пыли демонтируются шнековые питатели. Устанавливаются щепоуловители на тракте топливоподачи, а также на входных и выходных горловинах мельниц. Реконструируются узлы подвода горячего воздуха к мельничным вентиляторам с увеличением угла наклона патрубков до 60°. Уплотняются пылепроводы к горелкам во избежание их пыления.

Все эти мероприятия в сочетании с улучшением общей культуры производства позволили значительно снизить в последние годы число нарушений работы пылесистем. Особенно отчетливо это проявляется на электростанциях, сжигающих топливо постоянного (или слабоменяющегося) качества (рис. 3, как и выше, за 100% здесь принято общее количество хлопков и взрывов в рассматриваемый период).

Дальнейшее снижение числа хлопков и взрывов при работе на взрывоопасных топливах требует отработки методов раннего обнаружения тлеющих отложений [3] и активного подавления очагов воспламенения [2]. Одним из возможных вариантов является использование высокочувствительного инфракрасного СО-анализатора для контроля за составом газовой среды в мельничных устройствах [4]. Для предотвращения хлопков и взрывов в переходных режимах необходимы контроль за прогревом пылепроводов при пуске; выбор оптимальных условий пуска и остановки пылесистем и их выхолаживания; консервация бункеров пыли при останове пылесистемы и др. Комплекс режимных и реконструктивных мероприятий позволит свести к минимуму число аварийных ситуаций.

В связи с этим представляется перспективным развитие методов сжигания топлива не в пылевидном состоянии, а в дробленке. Одним из способов сжигания топлива в дробленке может быть вихревой. В этом случае взрывы и хлопки в пылесистемах исключаются полностью, снижаются энергозатраты на подготовку топлива, однако возникает необходимость перевода топочных камер с факельного сжигания на вихревое. Низкотемпературное вихревое (НТВ) сжигание основано на многократной циркуляции частиц топлива с резким увеличением времени их пребывания в топке и с выравниванием тепловыделения по высоте топки [5, 6]. Освоение метода НТВ-сжигания началось в 1969—1970 гг. применительно к повышению бесшлаковочной мощности парогенераторов, работающих на торфе и сланцах (котлоагрегаты ПК-10 ГРЭС № 8 Ленэнерго, БКЗ-210 Тюменской ТЭЦ, БКЗ-75-39Ф_{ст} ТЭЦ

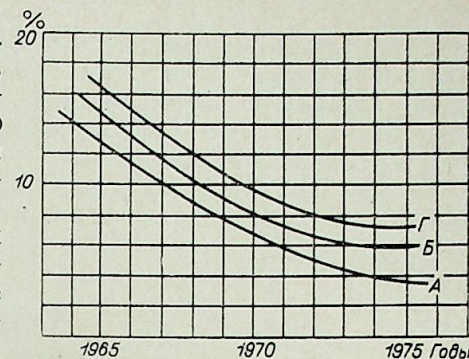


Рис. 3. Количество нарушений работы систем пылеприготовления электростанций А, Б и Г за десятилетие.

«Ахтме»). Была выполнена реконструкция парогенераторов, сжигающих бурые и каменные угли (котлоагрегаты ТП-230-2 ТЭЦ № 14 Ленэнерго; БКЗ-220 Дорогобужской ГРЭС и др.) с той же целью. Накопленный опыт позволяет считать возможной работу топочной камеры при вихревом сжигании на топливе грубого помола. Это обстоятельство делает перспективным использование вихревого метода для исключения аварий пылесистем при сжигании взрывоопасных топлив.

Иркутская ТЭЦ-10

Поступила в редакцию
29/IX 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. И. Пугач, А. Н. Казанский, В. В. Лисицин. Причины взрывов и загорания топливной пыли в пылепроводах и рекомендации по их защите. М., «Энергия», 1975.
2. В. А. Резник, С. Л. Шагалова, К. Я. Полферов, С. В. Гордеев, В. В. Кушнаренко, И. А. Кулешова. Повышение взрывобезопасности пылеприготовительного и пылесжигающего оборудования тепловых электростанций. — Теплоэнергетика, 1976, № 3.
3. Опыт эксплуатации пылеприготовительных установок с ШБМ и промбункером пыли при газовоздушной сушке топлива. М., 1975.
4. С. Birkly, F. Brown, P. Street. Combustion, v. 45, N 2, 1973.
5. В. В. Померанцев и др. В сб.: Горение твердого топлива, т. 2. Матер. IV конф. по горению. Новосибирск, 1974.
6. Основы практической теории горения. (Под ред. В. В. Померанцева). Л., «Энергия», 1973.

А. К. ЛАНДМАН, В. М. ЧЕБАН

ПРИБЛИЖЕННОЕ АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ РОТОРА ГЕНЕРАТОРА

Как известно, достаточно полную информацию об электромеханических переходных процессах в электрических системах дают аналитические зависимости углов роторов генераторов во времени [1—3]. В работе [1] приближенное аналитическое решение получено в виде ряда по степеням t (времени) для начальных интервалов времени ($0 \div 0,3$ с). В статье [2] предложено применять функции гибкой структуры и показано, что достаточно точное решение на значительном интервале времени удастся получить (даже для одномашинной системы) лишь путем пересчета соответствующих коэффициентов.

Возможно, более перспективным окажется сочетание качественных методов с аналитическими. При этом вначале с помощью качественных методов определяется характер переходного процесса (устойчивый или неустойчивый), а затем для известного характера электромеханического переходного процесса строится аналитическое решение.

В данной статье рассматривается возможность применения известного метода малого параметра [4] для получения некоторых аналитических приближенных решений при больших отклонениях режима, в частности при резких изменениях мощности, выдаваемой генератором. При этом рассматриваются только устойчивые динамические переходы (не расходящиеся во времени).

Рассмотрим простейшее дифференциальное уравнение, описывающее относительное движение угла ротора генератора без учета демпфирования при $P_m > P_T$:

$$T_j \frac{d^2\delta}{dt^2} + P_m \sin \delta = P_T \quad (1)$$

с начальными условиями

$$\delta(t = t_0) = \delta_0 \quad \text{и} \quad \delta'(t = t_0) = s_0,$$

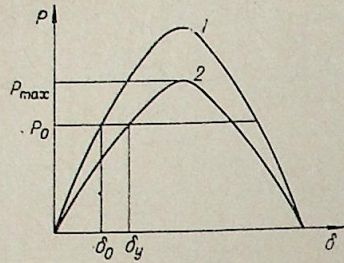
где δ_0 и s_0 — соответственно угол ротора генератора и величина скольжения в момент аварии.

Разделив правые и левые части уравнения (1) на T_j , получим

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} + \Omega^2 \sin \delta = R,$$

где $\Omega^2 = P_m/T_j$ — основная частота колебания угла δ при аппроксимации синусоиды, касательной в точке $\delta = 0$.

Разложим $P_m \sin \delta$ в ряд Тейлора в окрестности точки δ_0 , ограничившись при этом первыми тремя членами и поставив перед последним малый параметр ϵ , поскольку он имеет более высокий порядок малости. Точку δ_0 выберем таким образом, чтобы правая часть



уравнения (1) и первый член ряда Тейлора были равны между собой (см. рисунок), т. е.

$$\delta'_0 = \arcsin \left(\frac{P_T}{P_m} \right).$$

При этом дифференциальное уравнение (1) примет следующий вид:

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} + \Omega^2 x \left[(\delta - \delta'_0) \cos \delta'_0 - \varepsilon (\delta - \delta'_0)^2 \frac{\sin \delta'_0}{2} \right] = 0.$$

Далее, введя замену переменных $x = \delta - \delta'_0$, получим

$$\frac{d^2x}{dt^2} + x\Omega^2 \cos \delta'_0 = \varepsilon x^2 \frac{\Omega^2 \sin \delta'_0}{2}. \quad (2)$$

В этом уравнении $\cos(\delta'_0)$ является своеобразной поправкой к основной частоте Ω колебаний угла δ , учитывающей положение нового устойчивого состояния системы.

Будем искать решение уравнения (2) в виде периодической функции $z(\psi)$ [4] (с периодом 2π), где $\psi = \bar{\Omega}t + \varphi$, а $\bar{\Omega}$ — частота колебаний угла δ , что соответствует устойчивому динамическому переходу.

Тогда (2) примет вид

$$\bar{\Omega}^2 \frac{d^2z}{d\psi^2} + z\Omega^2 \cos \delta'_0 = \varepsilon z^2 \frac{\Omega^2 \sin \delta'_0}{2}. \quad (3)$$

Представим z и $\bar{\Omega}^2$ в следующем виде:

$$z(\psi) = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n z_n(\psi), \quad (4)$$

$$\bar{\Omega}^2 = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n \alpha_n, \quad (5)$$

где α_n — постоянные коэффициенты, а $z_n(\psi)$ — периодические функции. Учитывая (4) и (5), получаем

$$\sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n \alpha_n \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon^m \frac{d^2 z_m}{d\psi^2} + \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n z_n \Omega^2 \cos \delta'_0 = \varepsilon \left(\sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n z_n \right)^2 \frac{\Omega^2 \sin \delta'_0}{2}. \quad (6)$$

Приравнивая члены, стоящие при одинаковых степенях ε , найдем систему дифференциальных уравнений, последовательно решая которую определяем неизвестные функции $z_n(\psi)$ и коэффициенты α_n ($n=0, 1, 2, \dots$).

Количество функций z_n , требуемых для обеспечения достаточной точности решения, зависит от величины ε и от относительной величины самих функций z_n .

$$\alpha_0 \frac{d^2 z_0}{d\psi^2} + \Omega^2 z_0 \cos \delta'_0 = 0,$$

$$\alpha_0 \frac{d^2 z_1}{d\psi^2} + \Omega^2 z_1 \cos \delta'_0 = \frac{\Omega^2 \sin \delta'_0}{2} z_0^2 - \alpha_1 \frac{d^2 z_0}{d\psi^2},$$

$$\alpha_0 \frac{d^2 z_2}{d\psi^2} + \Omega^2 z_2 \cos \delta'_0 = \Omega^2 \frac{\sin \delta'_0}{2} z_0 z_1 - \alpha_1 \frac{d^2 z_1}{d\psi^2} - \alpha_2 \frac{d^2 z_0}{d\psi^2}. \quad (7)$$

$$\alpha_0 \frac{d^2 z_3}{d\psi^2} + \Omega^2 z_3 \cos \delta'_0 = \Omega^2 \frac{\sin \delta'_0}{2} (z_1^2 + 2z_0 z_2) - \alpha_1 \frac{d^2 z_2}{d\psi^2} - \alpha_2 \frac{d^2 z_1}{d\psi^2} - \alpha_3 \frac{d^2 z_0}{d\psi^2},$$

При определении коэффициентов α_n и функций $z_n(\bar{\Omega}t + \varphi)$ ($n=0, 1, 2, \dots$) обнаруживаем неопределенность, поэтому предполагаем, что $z_n(\psi)$ ($n=1, 2, 3, \dots$) не имеют в своем составе периодических членов, содержащих основную гармонику аргумента ψ .

Решая первое уравнение систем (7) ($n=0$), получаем

$$z_0 = a \cos \psi, \quad (8)$$

$$\alpha_0 = \Omega^2 \cos \delta'_0, \quad (9)$$

где a — постоянная, определяемая из начальных условий. Из второго уравнения ($n=1$) имеем

$$z_1 = a^2 \frac{\text{tg} \delta'_0}{4} \left(1 - \frac{\cos 2\psi}{3} \right), \quad (10)$$

$$\alpha_1 = 0. \quad (11)$$

Решая уравнение 3, 4 и 5 системы (7), для n , соответственно равных 2, 3, и 4, находим

$$z_2 = a^3 \frac{\text{tg}^2 \delta'_0}{192} \cos 3\psi, \quad (12)$$

$$\alpha_2 = -a^2 \Omega^2 \frac{5}{24} \text{tg} \delta'_0 \cos \delta'_0, \quad (13)$$

$$z_3 = a^4 \text{tg}^3 \delta'_0 \left(\frac{19}{576} - \frac{59}{3456} \cos 2\psi - \frac{1}{3456} \cos 4\psi \right), \quad (14)$$

$$\alpha_3 = 0, \quad (15)$$

$$z_4 = a^5 \text{tg}^4 \delta'_0 \left(\frac{41}{18432} \cos 3\psi + \frac{5}{321776} \cos 5\psi \right), \quad (16)$$

$$\alpha_4 = -\frac{359}{13824} a^4 \Omega^2 \cos \delta'_0 \text{tg}^4 \delta'_0. \quad (17)$$

Ограничиваясь первыми пятью членами ряда $\{z_n\}$, запишем приближенное решение уравнения (1):

$$\begin{aligned} \delta = & a \cos \psi + \varepsilon a^2 \frac{\text{tg} \delta'_0}{4} \left(1 - \frac{\cos 2\psi}{3} \right) + \varepsilon^2 a^3 \frac{\text{tg}^2 \delta'_0}{192} \cos 3\psi + \\ & + \varepsilon^3 a^4 \frac{\text{tg}^3 \delta'_0}{576} \left(19 - \frac{59}{6} \cos 2\psi - \frac{1}{6} \cos 4\psi \right) + \\ & + \varepsilon^4 a^5 \text{tg}^4 \delta'_0 \left(\frac{41}{18432} \cos 3\psi + \frac{5}{321776} \cos 5\psi \right) + \delta'_0, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\bar{\Omega}^2 = \Omega^2 \cos \delta'_0 \left(1 - \varepsilon^2 a^2 \frac{5}{24} \text{tg}^2 \delta'_0 - \varepsilon^4 \frac{359}{13824} a^4 \text{tg}^4 \delta'_0 \right).$$

Используя выражение (18), можно определить максимальный и минимальный вылеты угла δ .

Возможны два случая.

1. $a < 0$, тогда функция будет принимать максимальные значения в точках $\psi = (2\nu + 1)\pi$, ($\nu=0, 1, 2, \dots$), что соответствует времени $t = [(2\nu + 1)\pi - \varphi] / \bar{\Omega}$, а минимальные значения будут при

$$\psi = 2\nu\pi \quad (\nu=0, 1, 2, \dots), \quad t = (2\nu\pi - \varphi) / \bar{\Omega}.$$

Выражения для максимального и минимального вылетов угла примут вид

$$\delta_{\max}^{(1)} = -a + \varepsilon a^2 \frac{\text{tg} \delta'_0}{6} - \varepsilon^2 a^3 \frac{\text{tg}^2 \delta'_0}{192} + \varepsilon^3 a^4 \frac{\text{tg}^3 \delta'_0}{64} - \varepsilon^4 a^5 \frac{1481 \text{tg}^4 \delta'_0}{321776},$$

$$\delta_{\min}^{(1)} = a + \varepsilon a^2 \frac{\text{tg} \delta'_0}{6} + \varepsilon^2 a^3 \frac{\text{tg}^2 \delta'_0}{192} + \varepsilon^3 a^4 \frac{\text{tg}^3 \delta'_0}{64} + \varepsilon^4 a^5 \frac{1481 \text{tg}^4 \delta'_0}{321776},$$

Таблица 1

Зависимость постоянных интегрирования и частоты колебаний угла от числа членов ряда

Показатель	Число членов ряда				
	1(n=0)	2(n=1)	3(n=2)	4(n=3)	5(n=4)
a , рад	-23151	-24299	-24200	-242280	-242277
φ , рад	0	0	0	0	0
Ω , 1/c	18786	18786	18646	18646	18644

индекс (1) означает, что данные выражения получены для первого случая.

2. $a > 0$, при этом точки, соответствующие максимуму и минимуму для первого случая, станут соответственно точками минимума и максимума, аналогичная перестановка будет и с выражениями для максимального и минимального вылетов угла:

$$\delta_{\max}^{(2)} = \delta_{\min}^{(1)}, \delta_{\min}^{(2)} = \delta_{\max}^{(1)}$$

Полученные аналитические решения сравнивались с результатами численного интегрирования уравнения (1) методом Рунге — Кутта 4-го порядка с переменным шагом и точностью 0,001.

В качестве контрольного примера взята задача, приведенная в [5] со следующими данными: $\delta_0 = 34,53$; $P_r = 1$ — мощность первичного двигателя; $P_{\max} = 1,35$ — максимальное значение передаваемой мощности в новом режиме.

Сравнивались аналитические решения, составленные из одного, двух, трех, четырех и пяти членов ряда $\{z_n\}$. Результаты расчетов представлены в табл. 1—3.

Анализ результатов, приведенных в таблицах, показывает, что с увеличением числа учитываемых членов ряда $\{z_n\}$ погрешность уменьшается. Так, при учете одного члена ряда $z_0(n=0)$ относительная погрешность по сравнению с численным методом составляет примерно $5 \div 5\%$, а при учете четырех или пяти членов ряда $\{z_n\}$ — $0,1 \div 0,2\%$.

Из табл. 1 видно, что при вычислении частоты Ω и постоянной интегрирования a можно воспользоваться тремя ($n=2$) членами ряда $\{z_n\}$, а для обеспечения достаточно высокой точности вычисления угла δ необходимо четыре ($n=3$) члена ряда.

Таблица 2

Сравнение результатов расчетов, выполненных численным и аналитическим методами

Время, с	Численный метод, угол δ , град	Аналитический метод				
		Число членов ряда				
		1(n=0)	2(n=1)	3(n=2)	4(n=3)	5(n=4)
0	34,530	34,530	34,530	34,530	34,530	34,530
0,05	35,159	35,103	35,182	35,174	35,175	35,175
0,10	37,02	36,733	37,070	37,038	37,042	37,042
0,15	39,92	39,397	39,994	39,927	39,934	39,934
0,20	43,563	42,746	43,658	43,547	43,558	43,557
0,25	47,580	46,532	47,704	47,551	47,565	47,563
0,30	51,621	50,426	51,761	51,579	51,594	51,592
0,35	55,342	54,094	55,484	55,294	55,308	55,307
0,40	58,461	59,524	60,824	60,698	60,709	60,708
0,50	62,085	60,819	82,066	62,008	62,018	62,017
0,55	62,359	60,987	62,227	62,254	62,263	62,263
0,60	61,369	60,018	61,296	61,419	61,429	61,430
0,65	59,735	57,986	59,333	59,558	59,570	59,572

Таблица 3

Максимальный вылет угла δ , определенный численным и аналитическим методами

	Численный метод	Аналитический метод				
		1(n=0)	2(n=1)	3(n=2)	4(n=3)	5(n=4)
Время, с	0,55	0,535	0,535	0,540	0,540	0,540
Угол, град	62,360	61,061	62,291	62,291	62,300	62,303

Время расчета угла δ в любой момент переходного процесса с помощью аналитического метода, даже при учете пяти ($n=4$) членов ряда $\{z_n\}$, примерно в 15 раз меньше времени расчета по методу Рунге — Кутта каждого интервала, равного 0,05 с.

ВЫВОДЫ

Предложено использование метода малого параметра для решения дифференциального уравнения относительного движения ротора генератора простейшей электрической системы при больших возмущениях.

Имея достаточно высокую точность, аналитический метод обладает рядом преимуществ перед численными методами: высокой скоростью вычислений, независимостью времени счета при получении значений угла δ в любой интересующий момент переходного процесса, возможностью уточнения решений и их аналитического исследования.

Получены аналитические выражения для определения максимального и минимального углов. Рассмотренная методика может использоваться лишь при условии устойчивого динамического перехода.

Новосибирский электротехнический институт

Поступила в редакцию 12/VIII 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Горев. Избранные труды по вопросам устойчивости электрических систем. Госэнергоиздат, 1960.
2. В. А. Венников, Н. И. Зеленохат, С. Н. Асамбаев. Аналитическое решение дифференциальных уравнений переходного процесса в электрической системе.— Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт, 1975, № 1.
3. Б. Л. Константинов. К вопросу о приближенном аналитическом решении уравнения качания синхронной машины.— Электричество, 1958, № 5.
4. Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. «Наука», 1974.
5. Н. Д. Анисимова, В. А. Венников и др. Переходные процессы электрических систем в примерах и иллюстрациях. Госэнергоиздат, 1962. с. 175.

В. З. МАНУСОВ, Ю. Н. КУЧЕРОВ

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭКВИВАЛЕНТИРОВАНИЯ РАСЧЕТНЫХ СХЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Схемы замещения современных электроэнергетических систем (ЭЭС) содержат сотни и тысячи узлов. В то же время максимальный объем решаемых задач по программам расчета установившихся режимов, используемых в ЦДУ ЕЭС СССР, не превосходит 300 узлов. В подавляющем большинстве случаев для анализа режима сложной ЭЭС необходимы данные по отдельному району. При этом из полной схемы выделяется интересующий район, а остальная часть схемы представляется эквивалентными параметрами [1].

Тенденция к использованию при определении перспективных режимов работы и планирования энергосистем вероятностно-статистических методов еще более снижает объем решаемых задач вследствие необходимости переработки и хранения большого объема статистической информации.

В настоящей статье описывается алгоритм определения эквивалентных параметров ЭЭС в условиях вероятностно-определенной исходной информации для расчета стохастического потокораспределения; предлагаются выражения, позволяющие оценивать погрешности исходной информации при определении эквивалентных параметров. Привлечение для расчета потокораспределения электрической системы вероятностных методов позволяет оценить по некоторому критерию возможные отклонения режимных параметров от заданных вследствие технологического разброса входных возмущений системы. Отклонение параметров схемы можно оценить по статистическому критерию.

Ввиду того, что прямой аналитический расчет статистических характеристик нелинейной функции $F(X)$, определяющей рабочие характеристики схемы, крайне сложен, исходную функцию $F(X)$ аппроксимируют более простой функцией $f(X)$ — рядом Тейлора в окрестности точки решения функции

$$F(X) \approx f(X) = f(\bar{X}) + [\nabla f(\bar{X})]^T (X - \bar{X}) + 1/2 (X - \bar{X})^T H (X - \bar{X}) + \dots, \quad (1)$$

где T — знак транспонирования; ∇f — вектор первых производных; H — матрица вторых производных; $X = X - \bar{X}$ — отклонения параметров. В настоящее время, как правило, используется линейная модель [2]. Область применимости этой модели при заданных $\Delta x_i = x_i - \bar{x}_i$ ($i = 1, \dots, n$) зависит от вида функции $F(X)$, а именно от веса высших производных.

Если учесть, что

$$f(X) - f(\bar{X}) = \hat{f}(X), \quad (2)$$

то решение системы уравнений (1) относительно центрированных случайных величин (СВ) \hat{X} запишется в виде

$$\hat{X} = [\nabla f(\bar{X})]^{-1} \hat{f}(X). \quad (3)$$

Преобразуем выражение (3) для получения матрицы ковариационных моментов (МКМ). Тогда матрица ковариаций искомых параметров системы представит собой квадратичную форму и запишется следующим образом:

$$R_X = \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^T R \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right], \quad (4)$$

где R — МКМ входных возмущений системы.

При эквивалентировании схемы необходимо определить числовые характеристики: математические ожидания (МО) и дисперсии эквивалентных параметров. В случае учета статистической зависимости переменных, когда матрица R представлена не только своими диагональными элементами — дисперсиями $r_{ii} = \sigma_i^2$, но и ковариационными моментами $r_{ij} = r_{ji}$, нужно рассчитывать и новые взаимные ковариации, соответствующие параметрам эквивалентной схемы.

При определении эквивалентных активных параметров схемы нагрузка в узлах может быть представлена в виде неизменной мощности, что вполне справедливо в случаях автоматизации нагрузочных элементов моделей электрических систем. Устройство автоматизации при этом поддерживает заданное значение мощности при отклонениях напряжения от его исходного значения.

Принимая в качестве исходного уравнение узловых напряжений (УУН) в форме баланса мощностей в узлах, можно получить выражение для разнесения мощности [3], например s -го узла:

$$\dot{S}'_i = \dot{S}_i + \dot{S}_s \dot{Y}_{*si} \dot{U}_{si}, \quad (5)$$

где $\dot{Y}_{*si} = \dot{Y}_{si} / \dot{Y}_{ss} = y_{si}' + jy_{si}''$ — относительная проводимость; $\dot{U}_{si} = \dot{U}_i / \dot{U}_s$ — относительное напряжение, которое принимается равным единице, если нет данных о режиме полной схемы. При этом МО полной мощности узла, исключаемого на последующем этапе, определяется как

$$M(\dot{S}'_i) = M(\dot{S}_i) + y_{*si} M(\dot{S}_s), \quad (6)$$

где $M(\dot{S}'_i)$, $M(\dot{S}_s)$ — МО соответственно мощностей узла приведения и узла исключения.

Преобразуем выражение (5) для определения дисперсии эквивалентной мощности. Предварительно разделим переменные на вещественные и мнимые составляющие и перепишем полученные уравнения относительно МО переменных:

$$M(P'_i) = M(P_i) + y_{si}' M(P_s) - y_{si}'' M(Q_s), \quad (7)$$

$$M(Q'_i) = M(Q_i) + y_{si}' M(Q_s) + y_{si}'' M(P_s).$$

Аналогично по свойству дисперсии суммы СВ [4] можно получить зависимости для расчета дисперсии активной и реактивной мощностей узла приведения либо узла, исключаемого на последующем этапе:

$$\sigma^2(P'_i) = \sigma^2(P_i) + |y_{si}'|^2 \sigma^2(P_s) + |y_{si}''|^2 \sigma^2(Q_s) + 2y_{si}' \text{cov}(P_s, P_i) - 2y_{si}'' \text{cov}(P_i, Q_s) - 2y_{si}' y_{si}'' \text{cov}(P_s, Q_s), \quad (8)$$

$$\sigma^2(Q'_i) = \sigma^2(Q_i) + |y_{si}'|^2 \sigma^2(Q_s) + |y_{si}''|^2 \sigma^2(P_s) + 2y_{si}' \text{cov}(Q_i, Q_s) + 2y_{si}'' \text{cov}(Q_i, P_s) + 2y_{si}' y_{si}'' \text{cov}(Q_s, P_s). \quad (9)$$

При расчете вероятностного потокораспределения эквивалентной схемы в общем случае необходимо знать ковариационную матрицу входных параметров мощностей узлов для оценки погрешности в определенных искомым величинах [2]. В матричной форме записи она равна МО произведения соответствующих компонент вектора S_i , индекс i меняется от единицы до числа узлов преобразованной схемы

$$\text{cov}(S_i) = R = M(\hat{S}_i \hat{S}_i^T). \quad (10)$$

Диагональные элементы этой матрицы $r_{ii} = \sigma_i^2$, представляющие дисперсии активной и реактивной составляющих мощности, для узлов, изменившихся в процессе эквивалентирования значения мощности, пересчитываются по выражениям (8) и (9). Недиагональные элементы $r_{ij} = r_{ji}$ отличны от нуля и равны ковариации i -го и j -го векторов мощностей, т. е. $r_{ij} = M(S_i S_j)$, где компоненты вектора S рассматриваются как случайные величины. Если соответствующие компоненты вектора S статистически независимы (некоррелированы), то при $i \neq j$

$$r_{ij} = M(S_i S_j) = 0. \quad (11)$$

Ковариацию между эквивалентной мощностью и остальными можно уточнить по известному соотношению, задаваясь неизменным коэффициентом корреляции ρ :

$$\text{cov}(S'_j, S_i) = \rho \sigma(S'_j) \sigma(S_i), \quad (12)$$

где $\sigma(S'_j) = \sqrt{\sigma^2(S'_j)}$ — среднеквадратическое отклонение (СКО) эквивалентной мощности.

Условие $\rho = \text{const}$ для нагрузок исходной и преобразованной схем, видимо, не совсем строгое. По выражению (12) можно уточнить ковариацию, но наложение дополнительного ограничения, конечно, нежелательно. Поэтому дальнейший анализ может быть следующим.

Числовые характеристики случайного вектора мощностей узлов получаются в результате статистической обработки некоторой выборки. Если на ряд случайных величин, определяющих МО и дисперсию мощности узла приведения (либо узла, исключаемого на последующем этапе), перенести пропорционально коэффициентам разнесения соответствующие значения выборки нагрузки исключаемого узла, то статистическая обработка уже нового ряда приведет к получению эквивалентных числовых характеристик.

Для s -го узла исключения, j -го узла приведения и i -го узла, с активной мощностью которого определяется ковариация, например активной мощности узла j , можно записать:

$$\text{cov}(P'_j P_i) = M[\hat{P}'_j \hat{P}_i], \quad (13)$$

где $P'_j = P_j + y_{sj}' P_s - y_{sj}'' Q_s$ — случайное значение эквивалентной активной мощности j -го узла приведения. Подставляя P'_j в (13) и раскрывая оператор МО, получаем:

$$\text{cov}(P'_j, P_i) = \text{cov}(P_j, P_i) + y_{sj}' \text{cov}(P_s, P_i) - y_{sj}'' \text{cov}(Q_s, P_i). \quad (14)$$

Из выражения (14) следует, что при преобразовании активных параметров схемы ковариации между мощностями в одноименных узлах схемы до и после эквивалентирования изменяется на величину, определяемую последними членами уравнения (14).

В случае разнесения случайного значения мощности s -го узла, расположенного в центре n -лучевой звезды, между узлами i и j соответствующий элемент r_{ij} ковариационной матрицы мощностей определится как

$$\begin{aligned} \text{cov}(P'_j, P'_i) &= M[(P_j + y_{sj}' P_s - y_{sj}'' Q_s)(P_i + y_{si}' P_s - y_{si}'' Q_s)] = \\ &= \text{cov}(P_j, P_i) + y_{si}' \text{cov}(P_j, P_s) - y_{si}'' \text{cov}(P_j, Q_s) + \\ &+ y_{sj}' \text{cov}(P_s, P_i) + y_{sj}' y_{si}' \sigma^2(P_s) - y_{sj}' y_{si}'' \text{cov}(P_s, Q_s) - \\ &- y_{sj}'' \text{cov}(Q_s, P_i) - y_{sj}'' y_{si}' \text{cov}(Q_s, P_s) + y_{sj}'' y_{si}'' \sigma^2(Q_s). \end{aligned} \quad (15)$$

Аналогичным образом определяются ковариации реактивной нагрузки и в результате — вся МКМ, соответствующая эквивалентной схеме. Интересен факт, что если до преобразования схемы нагрузки были некоррелированными ($r_{ij} = 0$), то после преобразования наличие членов в уравнении (15), содержащих дисперсию мощности исключенного узла, свидетельствует о появлении некоторой корреляционной связи между эквивалентными нагрузками ($r_{ij} \neq 0$).

$$\text{cov}(P'_j, P'_i) = y_{sj}' y_{si}' \sigma^2(P_s) + y_{sj}'' y_{si}'' \sigma^2(Q_s). \quad (16)$$

Это объясняется тем, что теперь в некоррелированных нагрузках узлов приведения содержится частично мощность исключенного узла.

При расчетах вероятностного потокораспределения корреляционную зависимость между отдельными нагрузками трудно оценить. Вместе с тем корреляционное отношение между P и Q данного узла легко определяется и в действительности колеблется в пределах 0,6—0,8. В этом важном для практики случае МКМ нагрузок узлов имеет вид

$$R = \begin{pmatrix} \sigma^2(P_s) \text{cov}(P_s, Q_s) \\ \text{cov}(Q_s, P_s) \sigma^2(Q_s) & \sigma^2(P_i) \text{cov}(P_i, Q_i) \\ & \text{cov}(Q_i, P_i) \sigma^2(Q_i) \\ & & \sigma^2(P_j) \text{cov}(P_j, Q_j) \\ & & & \text{cov}(Q_j, P_j) \sigma^2(Q_j) \end{pmatrix} \quad (17)$$

Таким образом, исключая из рассмотрения взаимные ковариации между отдельными нагрузками, получаем выражения для пересчета дисперсий и корреляционных моментов эквивалентных нагрузок одноименных узлов. В соответствии с выражениями (8) и (9)

$$\sigma^2(P'_i) = \sigma^2(P_i) + |y_{si}'|^2 \sigma^2(P_s) + |y_{si}''|^2 \sigma^2(Q_s) - 2y_{si}' y_{si}'' \text{cov}(P_s, Q_s). \quad (18)$$

$$\sigma^2(Q'_i) = \sigma^2(Q_i) + |y_{si}'|^2 \sigma^2(Q_s) + |y_{si}''|^2 \sigma^2(P_s) + 2y_{si}' y_{si}'' \text{cov}(Q_s, P_s). \quad (19)$$

Новый элемент r_{ij} МКМ определится из выражения (15):

$$\text{cov}(P'_j, P'_i) = y_{sj}' y_{si}' \sigma^2(P_s) + y_{sj}'' y_{si}'' \sigma^2(Q_s) - (y_{sj}' y_{si}'' + y_{sj}'' y_{si}') \text{cov}(P_s, Q_s), \quad (20)$$

а выражение для пересчета корреляционного момента между эквивалентными нагрузками P'_i и Q'_i одного и того же узла будет иметь вид

$$\begin{aligned} \text{cov}(P'_i, Q'_i) &= M[\hat{P}'_i \hat{Q}'_i] = M[(P_i + y_{si}' P_s - y_{si}'' Q_s)(Q_i + y_{si}' Q_s + \\ &+ y_{si}'' P_s)] = \text{cov}(P_i, Q_i) + (y_{si}'^2 - y_{si}''^2) \text{cov}(P_s, Q_s) + \\ &+ y_{si}' y_{si}'' [\sigma^2(P_i) - \sigma^2(Q_i)]. \end{aligned} \quad (21)$$

Расчет вероятностного потокораспределения и эквивалентных параметров может быть существенно упрощен, если предварительно перейти к новым случайным величинам, которые являются некоррелированными.

В этом случае МКМ сходных СВ представляет собой диагональную матрицу.

Изложенный выше метод статистического эквивалентирования реализован в ФОРТРАН-программе. Предварительно проведенные расчеты вероятностного потокораспределения полной схемы с последующим эквивалентированием ее до заданного объема и расчетом потокораспределения преобразованной схемы показали, что цена эквивалентирования при многовариантных расчетах эквивалентных схем невелика.

Новосибирский электротехнический институт,
Сибирский научно-исследовательский
институт энергетики,
Новосибирск

Поступила в редакцию
24/V 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. В. С. Бятец, Л. Г. Волканова, Н. А. Качанова, Р. А. Макарович. Расчеты установившихся режимов сложных энергосистем при эквивалентировании исходной схемы до заданного объема.— В кн.: Проблемы технической электродинамики, 42. Киев, «Наукова думка», 1973.
2. В. З. Манусов, А. В. Лыкин. Анализ режимов электрической системы методом статистической линеаризации.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1974, № 8, сер. техн. наук, вып. 2.
3. Н. Г. Максимович. Линейные электрические цепи и их преобразования. М., «Госэнергоиздат», 1961.
4. В. С. Пугачов. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М., «Физматгиз», 1962.

УДК 621.311.018.51.026

Э. С. ЛУКАШОВ

О СИНХРОНИЗИРУЮЩЕЙ МОЩНОСТИ В СЛОЖНОЙ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

Понятие синхронизирующей мощности (момента) определено для синхронного генератора, работающего на шины бесконечной мощности (ШБМ), как отношение изменения электромагнитного момента, воздействующего на ротор генератора, к изменению абсолютного угла вылета ротора относительно положения равновесия. Синхронизирующая мощность характеризует данный установившийся режим генератора и показывает величину момента, удерживающего ротор генератора в положении равновесия. Важность этого понятия связана с тем, что величина синхронизирующей мощности может служить оценкой запаса статической устойчивости генератора. В связи с этим желательно определить синхронизирующую мощность и в сложной электрической системе ограниченной мощности. При наличии в некоторой точке электрической системы шин бесконечной мощности синхронизирующая мощность определяется так же, как и в простейшем случае. Однако введение ШБМ является грубой идеализацией любой реальной системы, что требует распространения понятия синхронизирующей мощности (момента) в условиях электрической системы конечной мощности.

Синхронизирующий момент есть реально существующая физическая величина, не зависящая от структуры электрической системы, поэтому речь может идти лишь о математической ее формулировке. Естественно при этом применить то же определение, что и в схеме генератор — шины. Для определения синхронизирующего момента необходимо несколько увеличить вращающий момент на валу генератора и зафиксировать возникшее при этом изменение угла вылета ротора. Главная особенность рассматриваемого случая заключается в том, что при увеличении момента на валу генератора увеличивается частота в системе, происходит перераспределение активной мощности в системе за счет регулирующих эффектов по частоте нагрузок и моментно-скоростных характеристик турбин. Взаимные углы между роторами всех генераторов изменяются. При этом невозможно отдать предпочтение какому-либо одному взаимному углу в качестве координаты для подсчета синхронизирующего момента и невозможно выделить абсолютный угол вылета ротора нагружаемого генератора.

Искомую координату, изменение которой определяет величину синхронизирующего момента, можно определить с использованием энергетических соотношений. Действительно, работа, совершенная дополнительным моментом на валу генератора, может быть подсчитана путем анализа изменения потенциальной энергии в электрической сети системы. При известном вращающем моменте это дает возможность определить изменение координаты.

Переход от простейшей схемы к сложной системе позволяет расширить понятие синхронизирующей мощности, распространить эту харак-

теристику на все узлы электрической схемы, а не только на точки подключения э. д. с. и считать совокупность этих величин для всех узлов электрической схемы системы некоторым обобщенным показателем ее статической устойчивости.

Рассмотрим электрическую систему, содержащую три узла, соединенных между собой линиями без потерь. Будем считать, что к каждому узлу схемы подключены некоторые нагрузки и генераторы и напряжение в этих узлах поддерживается неизменным. Исходный установившийся режим схемы характеризуется величинами взаимных углов между векторами напряжения в узлах схемы — δ_{12} ; δ_{13} ; δ_{23} .

Предположим, что активная мощность, генерируемая в узле 1, увеличилась на величину ΔP . В качестве первого шага нужно определить, как изменились взаимные углы и общий запас потенциальной энергии в схеме.

Новый установившийся режим в системе будет характеризоваться новой частотой, отличающейся от номинальной частоты (угловой скорости векторов напряжения) исходного режима на величину $\Delta\omega$, определяемую суммарными регулирующими эффектами системы по частоте. Активные мощности в узлах изменятся на величины ΔP_1 , ΔP_2 , ΔP_3 соответственно, причем

$$\Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_3 = \Delta P. \quad (1)$$

Отношения $\Delta P_n / \Delta P = k_n$ ($n=1, 2, 3$) назовем весовыми коэффициентами распределения нагрузки. Систему уравнений для определения нового распределения активной мощности составим на основе баланса мощности в узлах

$$\begin{aligned} \Delta P_2 &= \Delta P_{12} - \Delta P_{23} = c_{12} \Delta \delta_{12} - c_{23} \Delta \delta_{23}, \\ \Delta P_3 &= \Delta P_{23} + \Delta P_{31} = c_{23} \Delta \delta_{23} + c_{31} \Delta \delta_{31}, \\ \Delta \delta_3 &= \Delta \delta_{12} + \Delta \delta_{23}, \end{aligned} \quad (2)$$

где ΔP_{ji} — изменение мощности, передаваемой по связи между узлами j и i ; c_{ji} — коэффициенты жесткости связей, например

$$c_{12} = u_1 u_2 y_{12} \cos \delta_{12}. \quad (3)$$

Решая систему (2) относительно $\Delta \delta_{ji}$, получаем

$$\begin{aligned} \Delta \delta_{12} &= \frac{1}{c_{\Sigma}} [(c_{23} + c_{31}) \Delta P_2 + c_{23} \Delta P_3], \\ \Delta \delta_{23} &= \frac{1}{c_{\Sigma}} [-c_{31} \Delta P_2 + c_{12} \Delta P_3], \\ \Delta \delta_{31} &= \frac{1}{c_{\Sigma}} [c_{23} \Delta P_2 + (c_{12} + c_{23}) \Delta P_3], \end{aligned} \quad (4)$$

где $c_{\Sigma} = c_{12} c_{23} + c_{12} c_{31} + c_{23} c_{31}$.

В рассматриваемой нелинейной системе при изменении внешнего воздействия изменяется потенциальная энергия в связях. Изменение потенциальной энергии в связи между узлами j и i

$$\Delta A_{ji} = P_{ji} \Delta \delta_{ji} + \frac{1}{2} \Delta P_{ji} \Delta \delta_{ji} = \Delta A'_{ji} + \Delta A''_{ji}$$

складывается из работы основных моментов P_{ji} и дополнительных моментов ΔP_{ji} . Сумма вторых составляющих $\Delta A''_{ji}$ по всем связям должна быть равна работе момента ΔP .

$$\begin{aligned} \Delta A''_{12} &= \frac{c_{12}}{2c_{\Sigma}} [c_{23} \Delta P_3 + (c_{23} + c_{31}) \Delta P_2] \Delta \delta_{12}; \\ \Delta A''_{23} &= \frac{c_{23}}{2c_{\Sigma}} [c_{12} \Delta P_3 - c_{31} \Delta P_2] \Delta \delta_{23}; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\Delta A_{31} = \frac{c_{31}}{2c_{\Sigma}} [(c_{12} + c_{23}) \Delta P_3 + c_{23} \Delta P_2] \Delta \delta_{31}.$$

После суммирования с учетом выражения (1) и того, что

$$k_1 + k_2 + k_3 = 1,$$

получаем

$$\Delta A_{\Sigma} = \frac{1}{2} [\Delta P_2 \Delta \delta_{12} + \Delta P_3 \Delta \delta_{31}] = \frac{\Delta P}{2} (k_2 \Delta \delta_{12} + k_3 \Delta \delta_{31}) = \frac{\Delta P}{2} \Delta \delta_{10}, \quad (6)$$

где

$$\Delta \delta_{10} = k_2 \Delta \delta_{12} + k_3 \Delta \delta_{31}$$

— приращение величины

$$\delta_{10} = k_2 \delta_{12} + k_3 \delta_{31}. \quad (7)$$

Таким образом, в исходном установившемся режиме системы можно указать некоторую ось отсчета, определяемую выражением (7) и обладающую особым свойством — по изменению этой координаты определяется работа дополнительного момента, приложенного к узлу 1.

Дополнительный момент ΔP может быть приложен к другому узлу. При этом для определения δ_{20} и δ_{30} получаются выражения, аналогичные (7). Расположение оси отсчета углов оказывается при этом одним и тем же, независимо от места первоначального возмущения. Это позволяет рассматривать полученную точку (ось отсчета углов) как характерный показатель режима системы. Назовем ее центром скольжения системы. Инвариантность по энергии дает основание считать, что по заданному смещению вектора напряжения в узле j относительно центра скольжения при прочих заданных величинах может быть подсчитана реальная величина возмущения ΔP . Вследствие этого синхронизирующая мощность любого узла системы математически выражается отношением изменения активной мощности в узле к изменению его угла по отношению к центру скольжения системы ($dP/d\delta_{j0}$).

Расположение центра скольжения, согласно формуле (7), не зависит от коэффициентов жесткости связей, изменяющихся вследствие нелинейности характеристик мощности связей с изменением режима системы. Поэтому в пределах, определяемых статическими характеристиками по частоте в узлах системы, когда вместо этих характеристик допустимо пользоваться соответствующими регулирующими эффектами, расположение центра скольжения не зависит от изменения режима системы.

Центр скольжения системы был определен для схемы из четырех узлов по выражению, подобному (7). По аналогии можно записать общее выражение для определения центра скольжения системы с любым количеством узлов

$$\delta_{j0} = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{i=n} k_i \delta_{ji}, \quad (8)$$

определяющее угол между узлом j и центром скольжения. Расположение ШБМ в узле m смещает в него центр скольжения, так как при этом $k_m = 1$, а остальные весовые коэффициенты равны нулю.

Таким образом, статическая устойчивость электрической системы может характеризоваться совокупностью синхронизирующих мощностей (моментов) относительно центра скольжения системы для всех узлов схемы. Это положение справедливо как для простейшей, так и для сложных систем, как при наличии в системе шин бесконечной мощности, так и без них.

Сибирский научно-исследовательский
институт энергетики,
Новосибирск

Поступила в редакцию
21/III 1977

А. Н. ПОПОВ

ОПТИМАЛЬНЫЙ РЕЖИМ РЕГУЛИРУЕМОГО ДВИГАТЕЛЯ
СМЕШАННОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ

Регулирование частоты вращения двигателя смешанного возбуждения (рис. 1) в общем случае проводится изменением подводимого напряжения и тока в параллельной обмотке возбуждения. Ниже путем использования обоих каналов регулирования устанавливается возможность достижения оптимального режима работы двигателя, соответствующего минимуму потерь при заданных значениях частоты вращения и статистического момента нагрузки.

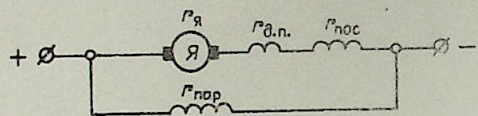


Рис. 1. Схемы включения двигателя смешанного возбуждения.

Исходим из общих уравнений двигателя постоянного тока при установившемся движении [1]:

$$U = E + IR, \quad (1)$$

$$E = k\Phi_{\Sigma}\omega, \quad (2)$$

$$M_{\text{эл}} = k\Phi_{\Sigma}I = M_c + M_{\text{xx}}, \quad (3)$$

где U — подводимое напряжение; I — ток якоря; E — э. д. с. якоря; R — сопротивление цепи якоря; ω — частота вращения; k — конструктивная постоянная; $M_{\text{эл}}$, M_c и M_{xx} — электромагнитный момент, статический момент на валу и момент потерь холостого хода двигателя; Φ_{Σ} — магнитный поток возбуждения, слагающийся для двигателя смешанного возбуждения из потока последовательной Φ и параллельной Φ_o обмоток.

Введем в рассмотрение относительные величины, принимая за базовые номинальные значения параметров. Тогда уравнения (1) — (3) представятся в виде

$$u = e + i\rho, \quad (4)$$

$$e = f_{\Sigma}v, \quad (5)$$

$$\mu_{\text{эл}} = f_{\Sigma}i = \mu_c + \mu_{\text{xx}}, \quad (6)$$

где

$$u = \frac{U}{E_H}; \quad i = \frac{I}{I_H}; \quad v = \frac{\omega}{\omega_H}; \quad e = \frac{E}{E_H}; \quad f_{\Sigma} = \frac{\Phi_{\Sigma}}{\Phi_{\Sigma H}};$$

$$\rho = \frac{I_H R}{E_H}; \quad \mu_{\text{эл}} = \frac{M_{\text{эл}}}{M_{\text{эл.н}}}; \quad \mu_c = \frac{M_c}{M_{\text{эл.н}}}; \quad \mu_{\text{xx}} = \frac{M_{\text{xx}}}{M_{\text{эл.н}}}$$

Дополним (4) — (6) уравнениями кривой намагничивания и момента потерь холостого хода двигателя смешанного возбуждения [2]:

$$f_{\Sigma} = \frac{c(\epsilon i_o + i)}{1 + b(\epsilon i_o + i)}, \quad (7)$$

$$\mu_{\text{xx}} = \mu_o + C_{\text{xx}}f_{\Sigma} + v \left(A_{\text{xx}} + \frac{B_{\text{xx}}f_{\Sigma}}{1 - Nf_{\Sigma}} \right), \quad (8)$$

где

$$i_o = \frac{I_o}{I_H}; \quad \epsilon = \frac{\omega_o}{\omega}; \quad b = \frac{a-1}{\epsilon\lambda_o + 1}; \quad c = \frac{a}{\epsilon\lambda_o + 1}; \quad \lambda_o = \frac{I_{o.н}}{I_H}$$

Здесь a — коэффициент кривой намагничивания; ω и ω_o — числа витков на полюс последовательной и параллельной обмоток; I_o и $I_{o.н}$ — текущее и номинальное значения тока параллельной обмотки; μ_o , A_{xx} , B_{xx} , C_{xx} и N — постоянные холостого хода.

Потери двигателя смешанного возбуждения Q , вызывающие его нагрев, слагаются из потерь в цепи якоря Q_n , потерь холостого хода Q_{xx} и потерь в параллельной обмотке возбуждения Q_o :

$$Q = Q_n + Q_{\text{xx}} + Q_o, \quad (9)$$

где

$$Q_n = I^2 R; \quad Q_{\text{xx}} = \omega M_{\text{xx}}; \quad Q_o = I_o^2 R_o, \quad (10)$$

R_o — сопротивление параллельной обмотки возбуждения.

В относительных величинах вместо уравнений (9) и (10) получаем

$$q = q_n + q_{\text{xx}} + q_o, \quad (11)$$

$$q_n = i^2 \rho; \quad q_{\text{xx}} = v \mu_{\text{xx}}; \quad q_o = i_o^2 \rho_o, \quad (12)$$

где

$$q = \frac{Q}{P_{\text{эл.н}}}; \quad q_n = \frac{Q_n}{P_{\text{эл.н}}}; \quad q_{\text{xx}} = \frac{Q_{\text{xx}}}{P_{\text{эл.н}}}; \quad q_o = \frac{Q_o}{P_{\text{эл.н}}};$$

$\rho_o = \frac{I_o R_o}{E_H}$; $P_{\text{эл.н}} = M_{\text{эл.н}} \cdot \omega_H$ — номинальная электромагнитная мощность двигателя.

Представим уравнение (8) с помощью (7) в виде

$$\mu_{\text{xx}} = \mu_o + \frac{C_{\text{xx}}c(\epsilon i_o + i)}{1 + b(\epsilon i_o + i)} + v \frac{A_{\text{xx}} + F'_{\text{xx}}(\epsilon i_o + i)}{1 - H'_{\text{xx}}(\epsilon i_o + i)}, \quad (13)$$

где

$$H'_{\text{xx}} = \frac{1 + Na - a}{\epsilon\lambda_o + 1}; \quad F'_{\text{xx}} = D'_{\text{xx}} - H'_{\text{xx}} \cdot A_{\text{xx}}; \quad D'_{\text{xx}} = \frac{B_{\text{xx}}a}{\epsilon\lambda_o + 1}$$

На основании уравнений (4) — (7) и (13) находим

$$v = \frac{(u - i\rho)[1 + b(\epsilon i_o + i)]}{c(\epsilon i_o + i)}, \quad (14)$$

$$\mu_c = \frac{c(\epsilon i_o + i)(i - C_{\text{xx}})}{1 + b(\epsilon i_o + i)} - \mu_o - v \frac{A_{\text{xx}} + F'_{\text{xx}}(\epsilon i_o + i)}{1 - H'_{\text{xx}}(\epsilon i_o + i)}. \quad (15)$$

Из уравнений (11) — (15) следует, что при заданных $\mu_c = \text{const}$ и $v = \text{const}$ потери двигателя q будут функцией тока параллельной обмотки i_o . Эта функция не может быть представлена в явном виде, так как уравнение (15) неразрешимо относительно тока якоря i , поэтому для расчета потерь задаемся в уравнении (15) при данных μ_c и v значениями i_o , для которых определяем величину i , а затем по известным μ_c , v , i_o и i находим величины составляющих потерь по формулам (12) с учетом (13). Подобным образом на рис. 2 рассчитаны кривые изменения составляющих потерь q_n , q_{xx} , q_o и $(q_{\text{xx}} + q_o)$ в функции i_o при $v = 0,4$ и $\mu_c = 0,1$ для двигателя смешанного возбуждения МП-62, 46 кВт, 220 В,

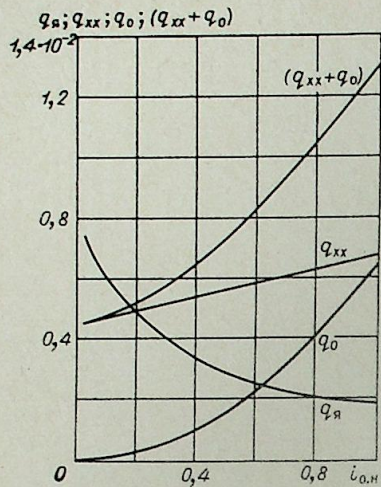


Рис. 2. Изменение составляющих потерь $q_я$, $q_хх$, $q_о$ ($q_хх+q_о$) в функции тока параллельной обмотки $i_о$ при частоте вращения $\nu=0,4$ и статическом моменте $\mu_c=0,1$ для двигателя смешанного возбуждения МП-62, 46 кВт.

235 А, 580 об/мин. Как видно по этим кривым, с увеличением тока параллельной обмотки $i_о$ потери в цепи якоря $q_я$ резко снижаются, но столь же резко нарастают потери холостого хода $q_хх$ и потери в параллельной обмотке $q_о$, так что их суммарная величина ($q_хх+q_о$) может значительно превысить потери в цепи якоря, чем обуславливается экстремальный характер изменения полных потерь двигателя q . На рис. 3 для двигателя МП-52,

46 кВт построено семейство кривых изменения потерь q в функции тока параллельной обмотки $i_о$ при частоте вращения $\nu=0,4$ и различных значениях нагрузочного момента $\mu_c=0,05 \div 0,4$. Эти кривые показывают, что глубина экстремума (минимума) функции (11), характеризующего наиболее экономичный, оптимальный, режим, увеличивается вместе со снижением статического момента. Кроме того, с увеличением μ_c экстремальное (оптимальное) значение тока параллельной обмотки $i_{о,опт}$, соответствующее минимуму потерь $q_{опт}=q_{мин}$, может превысить номинальный ток возбуждения $i_{о,н}$.

На рис. 4 для рассматриваемого двигателя с привлечением уравнений (14) и (7) построены зависимости оптимальных значений тока якоря $i_{опт}$, напряжения $u_{опт}$, тока параллельной обмотки $i_{о,опт}$, потока возбуждения $f_{\Sigma,опт}$ и потерь $q_{опт}$ от частоты вращения ν при статическом моменте $\mu_c=0,1$. Расчет оптимальных параметров при каждом значении частоты вращения и каждом значении статического момента может быть выполнен на основании семейств кривых потерь (рис. 3), однако удобнее находить минимум потерь от тока якоря i . Для этого решим уравнение (15) относительно тока параллельной обмотки:

$$i_о = \frac{\sqrt{K_2^2 + 4K_1K_3} + K_2 - 2K_1i}{2\epsilon K_1}, \quad (16)$$

где

$$K_1 = (\mu_c + \mu_o) b H'_{xx} - c(i - C_{xx}) \times H'_{xx} - \nu b F'_{xx};$$

$$K_2 = (\mu_c + \mu_o)(b - H'_{xx}) + \nu(F'_{xx} + A_{xx}b) - c(i - C_{xx});$$

$$K_3 = (\mu_c + \mu_o) + \nu A_{xx}.$$

Заменяя $i_о$ по (16) в уравнениях (11)–(13) и варьируя током яко-

Рис. 3. Семейство кривых изменения потерь q в функции тока параллельной обмотки $i_о$ при частоте вращения $\nu=0,4$ и различных значениях статического момента $\mu_c=0,05 \div 0,4$ для двигателя МП-62, 46 кВт.

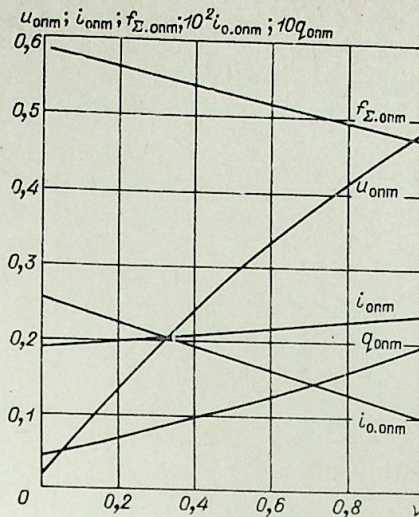
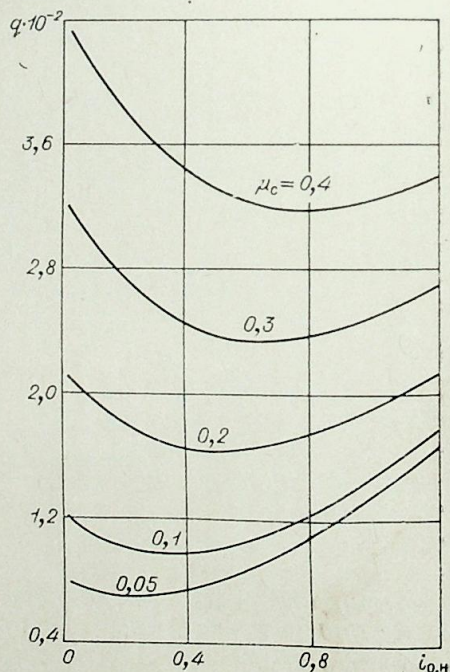


Рис. 4. Зависимость оптимальных значений тока якоря $i_{опт}$, напряжения $u_{опт}$, тока параллельной обмотки $i_{о,опт}$, потока возбуждения $f_{\Sigma,опт}$ и потерь $q_{опт}$ от частоты вращения ν при статическом моменте $\mu_c=0,1$ для двигателя МП-62, 46 кВт.

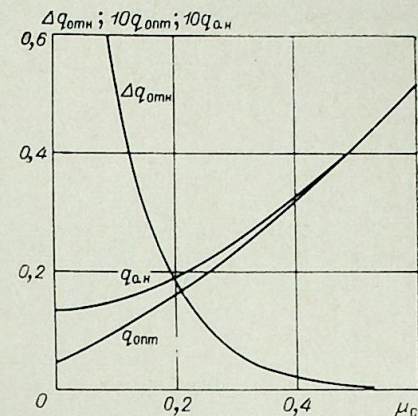


Рис. 5. Изменение оптимальных потерь $q_{опт}$, потерь при номинальном токе параллельной обмотки возбуждения $q_{о,н}$ и относительного увеличения потерь $\Delta q_{отн}$ от статического момента μ_c при частоте вращения $\nu=0,4$ для двигателя МП-62, 46 кВт.

ря i , находим для данных μ_c и ν значения тока якоря $i_{опт}$ при минимуме потерь $q_{опт}$ по уравнению (11), а затем определяем $i_{о,опт}$ и $u_{опт}$ по (15) и (14), а $f_{\Sigma,опт}$ по (7). Как видно по рис. 4, с увеличением заданной частоты вращения оптимальные параметры не выходят за допустимые пределы. Таким образом, возможность достижения оптимального режима лимитируется только величиной статического момента.

На рис. 5 для двигателя МП-62, 46 кВт в функции μ_c при $\nu=0,4$ построены зависимости оптимальных потерь $q_{опт}$, потерь при той же частоте вращения и том же номинальном токе в параллельной обмотке возбуждения $q_{о,н}$, а также относительного увеличения потерь $\Delta q_{отн}$ при переходе от оптимального тока в параллельной обмотке возбуждения к номинальному

$$\Delta q_{отн} = \frac{q_{о,н} - q_{опт}}{q_{опт}}. \quad (17)$$

Эта кривая показывает, что переход к оптимальному режиму работы двигателя, характеризующемуся током в параллельной обмотке возбуждения, меньшем номинального ($i_{о,опт} < i_{о,н}$), становится возможным при небольших статических моментах и сопровождается значительным снижением потерь, исчисляющимся десятками процентов. Поэтому достижение оптимального режима приобретает практическое значение при холостых ходах механизмов, а также в электроприводах с резко меняющейся нагрузкой, например в подъемно-транспортных устройствах.

ВЫВОДЫ

1. Для двигателя смешанного возбуждения, регулируемого изменением подводимого напряжения и тока параллельной обмотки возбуждения, возможно достижение оптимального режима, соответствующего

щего минимуму потерь при данных значениях частоты вращения и статического момента.

2. При небольших статических моментах переход к оптимальному режиму сопровождается значительным снижением потерь двигателя.

Липецкий политехнический институт

Поступила в редакцию
30/III 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. В. П. Андреев, Ю. А. Сабинин. Основы электропривода. Госэнергоиздат, 1963.
2. А. Н. Попов. К теоретическим основам проверки на нагрев двигателя постоянного тока. — «Электротехника», 1975, № 10.

С. Н. РЫЧКОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ КОЛЕБАНИЙ В АВТОГЕНЕРАТОРАХ НА СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ПЕРЕКЛЮЧАЮЩИХ ЭЛЕМЕНТАХ

Автогенераторы на сверхпроводящих переключающих элементах (криотронах) представляют собой эффективные устройства при исследованиях в области низких температур. Они могут быть использованы для измерения времени переходных процессов [1] и тока в сверхпроводящих цепях [2], слабых магнитных полей [3], температуры жидкого гелия в криостатах [4].

В общем случае схема генератора построена из n взаимосвязанных контуров (рис. 1). Здесь I_0 — ток питания, i_p ($p=1, 2n$) — токи в ветвях. Прямоугольниками обозначены сопротивления R_p вентилях криотронов K_p , причем K_p может состоять из любого количества m_p последовательно соединенных вентилях криотронов, т. е. $R_p = R_{p1} + R_{p2} + \dots + R_{pm_p}$. Каждое из сопротивлений $R_{p1}, R_{p2}, \dots, R_{pm_p}$ зависит от тока вентиля $i_p = i_p$ и от тока сетки i_c , который может быть равен любому из токов i_p .

Теория трехконтурного генератора при $m_p=1$ приведена в [5], n -контурного генератора ($n=3, 4, \dots$) при $m_p=1$ — в [6]. Двухконтурный автогенератор при $m_p=1$ был рассмотрен в работе [7], но анализ этого генератора не позволил получить устойчивые периодические решения.

Ввиду уникальности генераторов как измерительных приборов для сверхпроводящих цепей была поставлена задача исследовать устойчивость периодических решений в двухконтурном генераторе, тепловой режим n -контурного кольцевого генератора и обобщить результаты, полученные автором в работе [6].

ДИНАМИКА ДВУХКОНТУРНОГО ГЕНЕРАТОРА

1. Необходимое условие существования периодических решений. Рассматриваем обобщенную схему генератора (см. рис. 1) при $n=2$. Выбирая в качестве независимых токов i_1, i_2 , получаем систему из двух дифференциальных уравнений, описывающих схему на рис. 1,

$$\begin{aligned} L_1 di_1/dt &= -i_1(R_1+R_3) + I_0 R_1 = L_1 P(i_1, i_2, i_3, i_4), \\ L_2 di_2/dt &= -i_2(R_2+R_4) + I_0 R_2 = L_2 Q(i_1, i_2, i_3, i_4), \end{aligned} \quad (1)$$

где L_1, L_2 — индуктивности контуров; $i_3 = I_0 - i_1, i_4 = I_0 - i_2$.

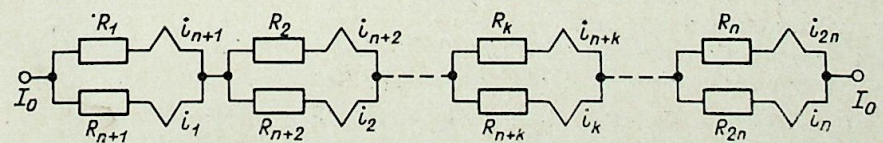


Рис. 1.

В общем случае можно считать, что

- 1) $R_p(i_c, i_a)$ ($R_p \geq 0$) — кусочно-гладкие функции,
- 2) $\partial R_p / \partial i_c \geq 0$, $\partial R_p / \partial i_a \geq 0$,

где i_c, i_a — токи сетки и вентиля криотронов K_p , $p = \overline{1, 4}$.

Пусть в системе (1)

$$R_1 = R_1(i_2, i_3, i_4); R_2 = R_2(i_1, i_3, i_4); R_3 = R_3(i_1, i_2, i_4); R_4 = R_4(i_1, i_2, i_3). \quad (3)$$

Применяя критерий Бендиксона [8], получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial i_1} + \frac{\partial Q}{\partial i_2} = & \frac{-1}{L_1} (R_1 + R_3) - \frac{i_1}{L_1} \frac{\partial R_3}{\partial i_1} + \frac{I_0 - i_1}{L_1} \frac{\partial R_1}{\partial i_1} - \\ & - \frac{1}{L_2} (R_3 + R_4) - \frac{L_3}{L_2} \frac{\partial R_4}{\partial i_2} + \frac{I_0 - i_3}{L_2} \frac{\partial R_2}{\partial i_2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Учитывая (2) и (3), устанавливаем, что выражение (4) знакопостоянно (знакоотрицательно) в фазовом пространстве системы (1), следовательно, эта система не может иметь замкнутых траекторий.

Выражение (4) может менять знак, если хотя бы одно из R_p будет функцией i_p . Таким образом, для существования периодических решений у системы (1) необходимо, чтобы хотя бы одно из R_p зависело от тока в соседней ветви. В следующем разделе предполагается, что это условие выполнено.

2. Число периодических решений и их устойчивость. Для дальнейшего анализа полагаем

$$R_{pm} = \begin{cases} 0 & \text{при } i_{cm} < I_{кр} \\ R_{pm}^H & \text{при } i_{cm} \geq I_{кр} \end{cases}, \quad (5)$$

где $I_{кр}$ — критический ток сетки, R_{pm}^H — сопротивление вентиля m -го криотрона в p -й ветви в нормальном состоянии; i_{cm} — ток сетки m -го криотрона в p -й ветви; $R_p = r_p + \sum_{m=1}^{m_p} R_{pm}$, r_p — постоянные сопротивления (в частности, может быть $r_p = 0$).

Замена переменных

$$x_1 = i_1 / I_{кр} - g, \quad x_2 = i_2 / I_{кр} - g, \quad \tau = Rt / L_1, \quad (6)$$

где R — некоторое фиксированное сопротивление, $g = I_0 / 2I_{кр}$, приведет систему (1) к виду

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 = & -x_1(\bar{R}_1 + \bar{R}_3) + g(\bar{R}_1 - \bar{R}_3), \quad \dot{x}_2 = \\ = & -x_2(\bar{R}_2 + \bar{R}_4) + g(\bar{R}_2 - \bar{R}_4), \end{aligned} \quad (7)$$

где точка обозначает операцию дифференцирования по τ , $\bar{R}_1 = R_1/R$, $\bar{R}_3 = R_3/R$, $\bar{R}_2 = L_1 R_2 / L_2 R$, $\bar{R}_4 = L_1 R_4 / L_2 R$.

Согласно формулам (5), (6), фазовое пространство системы (7) есть квадрат со сторонами $x_1 = \pm g$, $x_2 = \pm g$. Прямыми $x_1 = \pm b$; $x_2 = \pm b \times (b-1-g)$ оно разбивается в общем случае на девять областей. Это разбиение показано на рис. 2, причем без потери общности можно считать, что $b \geq 0$. В каждой области система (7) обращается в систему линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Предполагается, что девятая область либо вся состоит из точек покоя, т. е. описывается системой $\dot{x}_1 = 0$, $\dot{x}_2 = 0$, либо имеет единственное состояние равновесия.

Введем обозначения: \bar{R}_{pj} ($p = 1, 2, 3, 4$, $j = 1, 2, \dots, 9$) — значение \bar{R}_p в j -й области, $R_{1j} = \bar{R}_{1j} + \bar{R}_{3j}$; $R_{2j} = \bar{R}_{2j} + \bar{R}_{4j}$;

$$d_{1j} = g(\bar{R}_{1j} - \bar{R}_{3j}) / R_{1j}; \quad d_{2j} = g(\bar{R}_{2j} - \bar{R}_{4j}) / R_{2j}; \quad u_{1j} = \exp(-R_{1j} \cdot \tau_j);$$

$u_{2j} = \exp(-R_{2j} \tau_j)$, где τ_j — время, за которое фазовая точка проходит j -ю область.

Для анализа системы (7) применим метод точечных отображений [9]. На рис. 2 изображена последовательность точек пересечения (x_1, x_2) фазовой кривой с отрезками без контакта (обозначены жирными линиями), где s_k — координаты точек функции последования ($k = 1, 2, \dots, 8$).

Начнем построение точечного отображения с первой области, причем считаем, что $s_k \geq b$, $1 \geq u_{1j}$, $u_{2j} \geq 0$.

В первой области

$$\begin{aligned} -s_1 = & -(b + d_{11})u_{11} + d_{11}, \quad -b = \\ = & -(s + d_{21})u_{21} + d_{21}. \end{aligned} \quad (8)$$

Поскольку $1 \geq u_{11}$, $u_{21} \geq 0$, $s, s_1 \geq b$, то из (8) получаем

$$ds_1/ds \geq 0, \quad d^2 s_1/ds^2 \leq 0. \quad (9)$$

Во второй области

$$-s_2 = -(s_1 + d_{12})u_{12} + d_{12}, \quad b = -(b + d_{22})u_{22} + d_{22},$$

т. е.

$$ds_2/ds_1 \geq 0, \quad d^2 s_2/ds_1^2 = 0. \quad (10)$$

Аналогичное рассмотрение в областях 3, ..., 8 показывает, что

$$\begin{aligned} ds_{2m-1}/ds_{2m-2} \geq 0, \quad ds_{2m}/ds_{2m-1} \geq 0, \quad d^2 s_{2m-1}/ds_{2m-2}^2 \leq 0, \\ d^2 s_{2m}/ds_{2m-1}^2 = 0, \quad m = 2, 3, 4. \end{aligned} \quad (11)$$

Из неравенств (9) — (11) следует, что

$$ds_8/ds \geq 0, \quad d^2 s_8/ds^2 \leq 0. \quad (12)$$

Проведем исследование точечного отображения $s_8 = f(s)$.

1) Если одно из $\tau_j = +\infty$, то $s_8 = \text{const}$, следовательно, имеется единственная неподвижная точка $s^* = s_8 = \text{const}$ (устойчивая при $s_k > b$ и полуустойчивая, если хотя бы одно из s_k равно b). Далее полагаем, что все τ_j конечны, т. е. неравенства (12) приобретут вид

$$ds_8/ds > 0, \quad d^2 s_8/ds^2 < 0. \quad (13)$$

2) Если имеется неподвижная точка s_1^* и $(df/ds)_{s=s_1^*} = 1$ (т. е. s_1^* — двукратный корень уравнения $s - f(s) = 0$), то она единственная. Действительно, если найдется $s_2^* \neq s_1^*$ (без потери общности можно считать $s_1^* < s_2^*$), то дважды применив теорему Ролля, получим

$$1 - (df/ds)_{s=z_1} = 0,$$

где

$$s_1^* < z_1 < s_2^* \text{ и}$$

$$(d^2 f/ds^2)_{s=z_1} = 0, \quad (14)$$

где $s_1^* < \bar{z}_1 < z_1$. Равенство (14) невыполнимо, поскольку $d^2 f/ds^2$ не может принимать нулевых значений (13), т. е. неподвижная точка s_1^* единственная, причем полуустойчивая.

3) Если имеется единственная неподвижная точка s_1^* ($s_1^* > b$) и $(df/ds)_{s=s_1^*} \neq 1$, то она будет устойчивой. Действительно, если $(df/ds)_{s=s_1^*} > 1$,

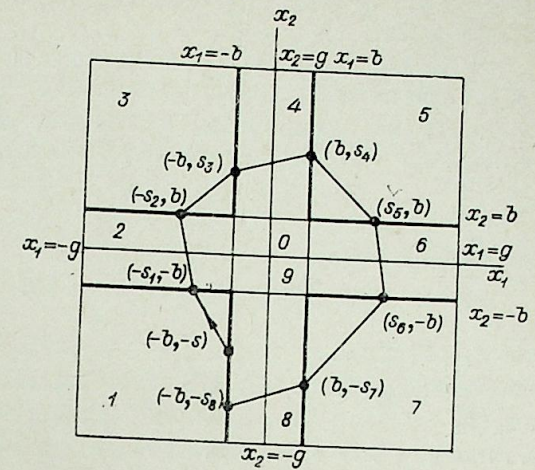


Рис. 2.

то $f(s=g) > g$, но $s_s \leq g$ — полученное противоречие и доказывает наше утверждение.

4) Пусть $s_k^* (k > 1)$ — различные неподвижные точки. Покажем, что $k \leq 2$. Действительно, если уравнение $s - f(s) = 0$ имеет $k (k > 2)$ корней s_1^*, \dots, s_k^* (без потери общности можно считать, что $s_1^* < s_2^* < \dots < s_k^*$), то, дважды используя теорему Ролля, получим

$$1 - (df/ds)_{s=z_1} = 0, \dots; 1 - (df/ds)_{s=z_{k-1}} = 0,$$

где $s_1^* < z_1 < s_2^*, \dots, s_{k-1}^* < z_{k-1} < s_k^*$, и

$$(d^2f/ds^2)_{s=z_1} = 0, \dots, (d^2f/ds^2)_{s=z_{k-2}} = 0, \quad (15)$$

где $z_1 < z_2 < \dots, z_{k-2} < z_{k-1} < z_k$. Но равенства (15) невыполнимы вследствие (13), т. е. $k \leq 2$. Если имеются две неподвижные точки s_1^* и $s_2^* (s_1^* < s_2^*)$, то на основании неравенств (13) и теоремы Ролля можно установить, что s_1^* — неустойчивая, а s_2^* — устойчивая неподвижные точки.

Объединение четырех рассмотренных случаев позволяет сформулировать следующую теорему: система (7) может иметь не более одного устойчивого предельного цикла, причем возможное число циклов не более двух.

3. Исследование четырехкриотронного генератора. Схема такого генератора представлена на рис. 3. Поскольку в этой схеме ни одно из $R_p (p=1, 2, 3, 4)$ не зависит от тока в соседней ветви, система (1) не может иметь замкнутых траекторий при выполнении условий (2). Если представить R_p в виде разрывных функций (5), также не найдем устойчивых периодических решений [7].

Физическая интерпретация полученного результата довольно прозрачна — при конечной частоте генерации система (1) не может дать требуемого фазового сдвига в 180° .

Согласно выводам работы [10], переключение вентиля криотрона происходит с некоторой задержкой T . Оказывается, что учет этого фактора позволяет получить устойчивые периодические решения.

Положим в (1)

$$R_p = \rho + \alpha [i_c(t-T) - g] + \gamma [i_n(t) - g] - \beta [i_c(t-T) - g]^3, \quad (16)$$

где $\rho, \alpha, \beta, \gamma$ — постоянные величины; T — постоянное запаздывание; $g = I_0/2$.

Перейдем к новым переменным $x_1 = i_1 - g, x_2 = i_2 - g$. Подставив (16) в (1), получим

$$\begin{aligned} Ldx_1/dt &= -Rx_1(t) + \alpha gx_2(t-T) - \beta gx_2^3(t-T), \\ Ldx_2/dt &= -\alpha gx_1(t-T) - Rx_2(t) - \beta gx_1^3(t-T), \end{aligned} \quad (17)$$

где $R = \rho + \gamma g, 2L = L_1 = L_2$.

Будем искать решение (17) в виде $x_1 = A \sin \psi, x_2 = A \sin (\psi + \pi/2)$. После преобразований найдем следующие уравнения первого приближения для $A(t)$ и $\psi(t)$:

$$\begin{aligned} Ld\psi/dt &= \cos \omega T (\alpha g - 3\beta g A^2/4), \\ LdA/dt &= -A [R - \sin \omega T (\alpha g - 3\beta g A^2/4)]. \end{aligned} \quad (18)$$

На рис. 4 заштрихована область существования устойчивых автоколебаний, построенная в результате анализа системы (18). Здесь $Q = 4RT/L, b = (2\alpha g T/L)^2$. Частота автоколебаний определяется из соотношения $2\pi f L/R = \text{ctg } 2\pi f T$.

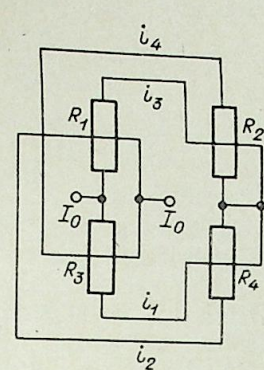


Рис. 3.

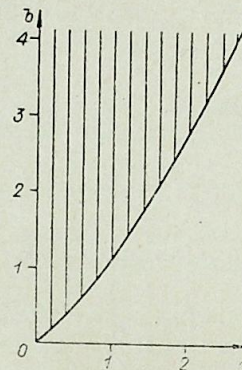


Рис. 4.

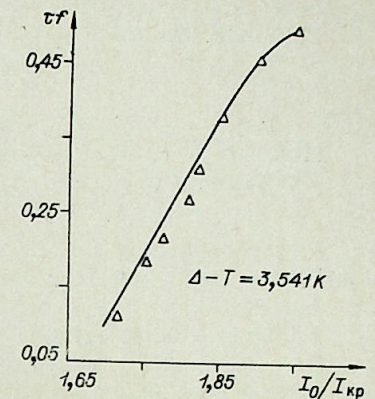


Рис. 5.

В предположении, что время задержки T обусловлено влиянием вихревых токов, был получен график зависимости нормированной частоты $\tau f (\tau = L/R^n, \text{ где } R^n \text{ — сопротивление вентиля криотрона в нормальном состоянии})$ от параметра $I_0/I_{кр}$ (рис. 5). Экспериментальные точки также нанесены на этот график*. Результаты анализа и эксперимента дают $T = 0,1\tau$ и достаточно хорошо согласуются друг с другом.

НЕОБХОДИМОЕ И ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ПРЕДЕЛЬНОГО ЦИКЛА В n -КОНТУРНОМ ($n = 2, 3, \dots$) ГЕНЕРАТОРЕ ОБЩЕГО ВИДА

Рассмотрим генератор, который построен из n контуров и описывается системой дифференциальных уравнений

$$2L\dot{x}_k = -x_k(R_k + R_{n+k}) + g(R_k - R_{n+k}), \quad k = \overline{1, n}, \quad (19)$$

где $R_p = r_p + \sum_{m=1}^{m_p} R_{p,m}, R_{p,m}$ описывается моделью [5]; r_p — постоянные сопротивления; $x_k = i_k/I_{кр} - g; p = \overline{1, 2n}$.

Предполагается, что функции R_p могут зависеть от любого количества токов i_p , но с единственным ограничением — система (19) не должна изменяться при заменах переменных $x' = \sigma_p x$, где x — вектор-столбец независимых переменных системы (19);

x' — вектор-столбец новых независимых переменных системы (19); σ_p — квадратная матрица преобразования ($p = 1, 2, \dots, 2n$).

По определению $\sigma_p = \sigma_p^1$, где элементы σ_{ik} матрицы σ_1 равны $+1$ при $i=2, \dots, n, k=i-1$; остальные, кроме $\sigma_{1n} = -1$, равны нулю. В частности, $\sigma_n = -E$ (E — единичная матрица), а $\sigma_{2n} = E$.

Анализ системы (19) для нахождения неподвижной точки точечного отображения дает уравнение в параметрической форме вида

$$au^n - hu + 1 = 0, \quad (20)$$

где $u (0 \leq u \leq 1)$ — параметр; $a, h (a, h \geq 0)$ — известные величины. Уравнение (20) может иметь не более двух корней в промежутке $(0, 1)$, и, следовательно, точечное отображение — не более двух неподвижных точек, которым соответствуют предельные циклы системы (19).

* Здесь и далее все измерения в жидком гелии проводились в Харьковском физико-техническом институте совместно с Я. С. Каном.

Если получено периодическое решение, то его устойчивость определяется величинами корней характеристического полинома

$$(\lambda + E)^n - \lambda^{n-1}(1 + E)^n = 0, \quad (21)$$

где $E = au_*^n$, u_* — корень уравнения (20) ($0 \leq u_* \leq 1$).
Полагая в (21) $\lambda = \rho^n$ и выделяя затем множитель $(\rho - 1)$, приходим к полиному

$$F(\rho) = \rho^{n-1} - E(\rho^{n-2} + \dots + \rho + 1) = 0. \quad (22)$$

Для того чтобы все $(n-1)$ корней полинома (22) были по модулю меньше единицы, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие $(n-1)E < 1$.

Необходимость. Пусть все $(n-1)$ корней уравнения (22) по модулю меньше единицы, тогда $(n-1)E < 1$. Действительно, если $|\rho_i| < 1$ (ρ_i — корни уравнения (22)), $i = 1, 2, \dots, n-1$ и $(n-1)E \geq 1$, то условия

$$F(\rho = 1) = 1 - (n-1)E \leq 0, \quad \lim_{\rho \rightarrow +\infty} F(\rho) \rightarrow +\infty$$

приводят к существованию по крайней мере одного корня уравнения (22), который либо больше, либо равен единице. Это противоречит принятому условию $|\rho_i| < 1$, следовательно, $(n-1)E < 1$.

Достаточность. Пусть $(n-1)E < 1$, тогда $|\rho_i| < 1$. Действительно, если имеется корень ρ_k уравнения (22) и притом

$$|\rho_k| \geq 1, \text{ то } |\rho_k|^{n-1} = E|\rho_k|^{n-2} + \dots + \rho_k + 1 \leq E(|\rho_k|^{n-2} + \dots + |\rho_k| + 1) \leq (n-1)E|\rho_k|^{n-2} \leq (n-1)E|\rho_k|^{n-1}.$$

То есть мы получили неравенство $(n-1)E \geq 1$, которое противоречит исходному предположению о том, что $(n-1)E < 1$. Следовательно, $|\rho_i| < 1$.

Итак, если найден предельный цикл и он не граничит с областями которые имеют собственные состояния равновесия, то необходимым и достаточным условием устойчивости этого цикла является неравенство $(n-1)E < 1$.

УСТОЙЧИВОСТЬ ТЕПЛООВОГО РЕЖИМА n -КОНТУРНОГО ($n=3, 4, \dots$) ГЕНЕРАТОРА ПРИ $m_p=1$

Температура T_b вентиля каждого криотрона описывается уравнением

$$cls_1 dT_b/dt = -hs(T_b - T_0) + i_b^2 R_b(i_c, i_b, T_b), \quad (23)$$

где c — теплоемкость материала вентиля; h — коэффициент теплоотдачи с поверхности вентиля; S — площадь поверхности вентиля; S_1 — площадь поперечного сечения вентиля; l — длина вентиля; T_0 — температура гелиевой ванны.

Присоединение $2n$ уравнений (23) к системе (19) приводит к значительному усложнению генератора. Мы предлагаем метод расчета устойчивости теплового режима, который свободен от этого недостатка.

Предположим, что генератор находится в автоколебательном режиме, т. е. $R_b(t) = R_b(t+T)$, $i_b(t) = i_b(t+T)$, где T — некоторый период колебаний. Усредняя обе части уравнения (23) за период, получаем

$$\bar{T}_b = T_0 + \overline{i_b^2 R_b / hs}, \quad (24)$$

где черта сверху означает операцию усреднения.

Считая все криотроны одинаковыми, будем иметь

$$\overline{i_b^2 R_b} = u_0 I_0 / 2n = (I_0^2 R / 2n) (R_0 / R), \quad (25)$$

где u_0 — постоянное напряжение на генераторе; $R_0 = u_0 / I_0$; R — сопротивление вентиля в нормальном состоянии.

Если $T_k - T_0 \ll T_k$, то

$$I_{кр} = 2I_{c0}(T_k - T_b) / T_k, \quad (26)$$

где T_k — критическая температура вентиля; I_{c0} — критический ток сетки криотрона при $T_b = 0$ К.

Усредняя обе части равенства (26) и учитывая формулы (24) и (25), получаем

$$\bar{T}_{кр} = \frac{2I_{c0}}{T_k} \left(T_k - T_0 - \frac{I_0^2 R}{2nhs} \cdot \frac{R_0}{R} \right). \quad (27)$$

Полагая в модели (5) критический ток сетки криотрона равным (27), можно установить, что автоколебательный режим будет неустойчивым, если

$$\frac{RI_0^3 I_{c0}}{nT_k^2 I_{кр}^2 hs} \frac{\partial}{\partial G} \left(\frac{R_0}{R} \right) > 1, \quad (28)$$

где $\bar{G} = I_0 / \bar{T}_{кр}$.

Формула (28) проверялась экспериментально на трехконтурном генераторе с $R = 2,2 \cdot 10^{-3}$ Ом (рис. 6, где I_{0max} — максимальный ток питания, прямая 1 — расчет при $T_b = T_0$ по формуле $I_{0max} = 2,521 I_{кр}$ (см. [6]), график 2 — расчет по формуле (28), точки Δ — экспериментальные данные). Можно считать, что результаты анализа достаточно хорошо согласуются с экспериментом.

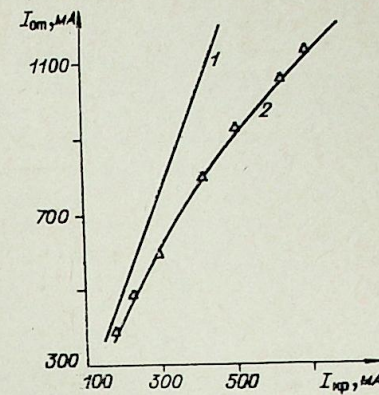


Рис. 6.

ВЫВОДЫ

В двухконтурном генераторе для существования периодических решений необходимо, чтобы хотя бы одно из сопротивлений вентиля криотронов зависело от тока в соседней ветви. Показано, что генератор может иметь не более одного устойчивого предельного цикла, причем общее число циклов не более двух.

Учет того фактора, что переключение вентиля криотрона происходит с некоторой задержкой T , позволило получить устойчивые периодические решения для двухконтурного четырехкриотронного генератора и подтвердить экспериментальные результаты.

Для n -контурного ($n \geq 2$) генератора общего вида доказано, что необходимым и достаточным условием устойчивости предельного цикла (если он не граничит с областями, которые имеют собственные состояния равновесия) является неравенство $(n-1)E < 1$, где E — известная величина.

Предложен метод расчета устойчивости теплового режима генератора. Результаты анализа подтверждены экспериментом.

Вычислительный центр
СО АН СССР,
Красноярск

Поступила в редакцию
28/VI 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Ф. Гурко. Вычислительные системы, вып. 33. Новосибирск, 1969, 91.
2. Я. С. Кан, В. А. Рахубовский. ПТЭ, 1966, № 1, 221.
3. Я. С. Кан, В. А. Рахубовский. Электронная техника, сер. 15. Криволинейная электроника, 1971, вып. 1 (3), 72.
4. Я. С. Кан, В. А. Рахубовский. ПТЭ, 1966, № 3, 228.
5. С. Н. Рычков, Б. М. Фомель. Изв. вузов, Радиофизика, 1969, 12, № 7, 1101.
6. С. Н. Рычков. Изв. вузов, Радиофизика, 1975, т. 18, № 5, 755.
7. Б. М. Фомель. Методы теории нелинейных колебаний. Новосибирск, ротопринт НГУ, 1970, с. 133.
8. В. Н. Бельх. Изв. вузов, Радиофизика, 1968, 11, № 11, 1860.
9. А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин. Теория колебаний. М., Физматгиз, 1959.
10. Мейерс. ТИРИ, 1962, № 12, 2476.

ИЗВЕСТИЯ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ
АКАДЕМИИ НАУК СССР

№ 3, вып. 1

СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

1978

УДК 621.311.001

Л. И. МАРДЕР, Н. С. МОРОЗОВА, А. Л. МЫЗИН

НЕКОТОРЫЕ СПОСОБЫ УЛУЧШЕНИЯ
СТАТИСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЭЛЕКТРОПОТРЕБЛЕНИЯ
И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ НАГРУЗОК ЭНЕРГОСИСТЕМ

В последнее время получили значительное развитие экономико-статистические методы прогнозирования электропотребления и электрических нагрузок энергосистем, основанные на использовании регрессионных моделей [1—4]. При этом прогноз указанных показателей, как правило, осуществлялся по детерминированной составляющей (тренду) и недостаточно отражалось влияние совокупности случайных факторов. Одним из направлений дальнейшего совершенствования моделей прогнозирования с целью повышения достоверности прогнозов в условиях частичной неопределенности информации может служить учет случайной компоненты.

В данной статье рассматриваются статистические модели, основанные на синтезе прогнозов по детерминированной и случайной компонентам. Эти модели в общем виде могут быть записаны в виде выражения:

$$y_t = y_d(t, x) + y_c(t) + Z_t, \quad (1)$$

где y_t , y_d , и y_c — соответственно прогнозируемый показатель и его составляющие — детерминированная и случайная компоненты; Z_t — остаточный член; t — календарное время; x — факторы-аргументы. В роли пос-

Таблица 1

Показатели роста годового электропотребления (Э) и максимальной электрической нагрузки (P_{max}) энергосистем (отн. ед.)

Годы	Энергосистемы			
	ЭС-1	ЭС-2	ЭС-3	ЭС-4
1960	1,00/1,00	1,00/1,00	1,00/1,00	1,00/1,00
1961	1,03/1,09	1,09/1,06	1,13/1,03	1,09/1,12
1962	1,09/1,17	1,19/1,15	1,25/1,18	1,25/1,39
1963	1,17/1,20	1,30/1,28	1,39/1,30	1,46/1,75
1964	1,25/1,35	1,43/1,31	1,51/1,47	1,77/2,21
1965	1,31/1,38	1,53/1,46	1,73/1,64	2,14/2,29
1966	1,35/1,45	1,59/1,56	2,00/2,28	2,36/2,58
1967	1,34/1,41	1,70/1,66	2,24/2,35	2,61/2,76
1968	1,36/1,47	1,78/1,80	2,44/2,59	2,88/3,01
1969	1,43/1,57	1,90/1,89	2,80/2,93	3,09/3,27
1970	1,46/1,66	2,01/2,05	3,17/3,50	3,33/3,65
1971	1,56/1,79	2,14/2,16	3,57/3,92	3,52/3,72
1972	1,67/1,87	2,29/2,28	3,87/4,23	3,60/3,85
1973	1,76/1,95	2,37/2,40	4,23/4,54	3,86/4,32
1974	1,80/2,06	2,46/2,44	4,40/4,84	4,16/4,67

Примечание. В числителе электропотребление; в знаменателе — электрическая нагрузка.

Коэффициенты регрессионных уравнений тренда электропотребления (Э) и максимальных электрических нагрузок (P_{max})

Модель	Коэффициенты моделей	Энергосистемы							
		ЭС-1		ЭС-2		ЭС-3		ЭС-4	
		Э	P _{max}	Э	P _{max}	Э	P _{max}	Э	P _{max}
Квадратичный тренд	a ₀	22809,0	3081,5	12468,0	1897,5	1910,1	296,9	719,1	111,87
	a ₁	124,1	178,5	1243,1	161,9	97,1	312,1	320,2	59,1
	a ₂	-2,2	1,9	12,2	4,6	27,0	5,1	1,8	-0,8
Авторегрессионный тренд	a ₁	10493,7	435,6	9473,7	-419,4	931,4	-80,6	18316,4	
	a ₂	-6102,2	108,2	3150,8	-233,9	1827,4	-139,9	-10352,9	
	a ₃	14822,4	-589,1	-3793,1	163,8	532,2	22,8	9383,8	
	a ₄	-23026,1	-152,8	43,3	202,2	14074,1	479,3	-10872,2	
	a ₅	14597,7	122,7	1934,8	508,5	-2650,2	350,6	3305,2	

ледних обычно выступают экономические, демографические и общеэнергетические показатели.

Исследования предложенных моделей проведены для ряда энергосистем (ЭС) на основе статистической информации, накопленной за период 1960—1974 гг. (табл. 1).

Для выделения тренда использовались традиционные способы выравнивания временных рядов с применением метода наименьших квадратов [5]. В качестве формального критерия для выбора вида тренда служила величина среднеквадратической погрешности S.

Исследования, выполненные ранее для рассматриваемых энергосистем [2], показали, что тренды электропотребления Э и максимальных электрических нагрузок P_{max} удовлетворительно описываются регрессионными уравнениями:

квадратичный тренд

$$y_d(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2, \quad (2)$$

авторегрессионный тренд

$$y_x(t) = a_1 y_d(t-1) + a_2 \times \\ \times y_d(t-1) + \dots + a_\tau y_d(t-\tau), \quad (3)$$

где τ — порядок авторегрессионной модели, принятый равным 5 [2]. Полученные модели тренда Э и P_{max} приводятся в табл. 2*.

На следующем этапе исследования проводилось моделирование случайной компоненты прогноза y_c(t). Последняя, как известно, представляет собой отклонение прогнозируемого показателя от тренда. Исследование случайной компоненты включало проверку трех основных гипотез: 1) о независимости случайной величины от фактора времени; 2) о стационарности случайного процесса; 3) о нормальности распределения случайной величины.

Проверка первой гипотезы проведена с помощью критерия

* Расчеты проводились по программе множественного регрессионного анализа на ЭВМ М-222.

знаковых серий, основанного на сравнении случайной величины y_c(t) с медианой выборки [6]. Указанный критерий непараметрический и может использоваться независимо от формы связи между отклонениями от тренда и фактором времени. Согласно критерию знаковых серий, выборка признается случайной, если соблюдаются следующие неравенства (для уровня значимости $\alpha=0,05$):

$$K_{\max}(n) < [3,3(\lg n + 1)], \quad (4)$$

$$v(n) > \left[\frac{1}{2}(n + 1 - 1,96\sqrt{n-1}) \right], \quad (5)$$

где K_{max}(n) — протяженность самой длинной серии знаков; v(n) — общее число серий; n — число членов временного ряда.

Расчеты показали, что для исследуемых временных рядов Э и P_{max} условия (4) и (5) выполняются (расчеты проведены для отклонений от квадратичного тренда). Это свидетельствует о независимости случайных компонент прогнозируемых показателей от фактора времени, подтверждается правильность исключения тренда вида (2) из временных рядов Э и P_{max}.

Проверка гипотезы стационарности случайной компоненты y_c(t) проведена путем установления зависимости автокорреляционной функции r_{y_c(t)}(φ) только от разности φ = t_i - t_j, где t — заданные моменты времени. Для этой цели применены Z- и χ²-критерии [7, 8]. Результаты проверки показали, что отклонения прогнозируемых показателей (Э, P_{max}) от тренда (2) представляют стационарный процесс.

В заключение была проведена проверка гипотезы о нормальности отклонений по критерию W [9]. Полученные результаты не опровергают данной гипотезы, что дает возможность при установлении доверительных интервалов прогнозов Э и P_{max} исходить из закона нормального распределения.

Учитывая приведенные выше результаты проверок гипотез о характере отклонений показателей Э и P_{max} от тренда, прогнозирование случайной компоненты можно осуществлять отдельно по модели прогноза стационарных случайных процессов, выбранной для случайной компоненты.

В данной работе для прогнозов составляющих Э_c и P_{c max} использовался один из методов моделирования стационарных случайных процессов, основанный на построении уравнений авторегрессии вида

$$y_c(t) = b_1 y_c(t-1) + b_2 y_c(t-2) + \dots + b_\tau y_c(t-\tau). \quad (6)$$

Коэффициенты уравнений авторегрессии, моделирующих отклонения от квадратичного тренда Э и P_{max}, для рассматриваемых энергосистем приводятся в табл. 3.

Таблица 3

Коэффициенты уравнений авторегрессии для случайной компоненты электропотребления (Э_c) и максимальной электрической нагрузки (P_{c max})

Коэффициенты уравнений	Энергосистемы							
	ЭС-1		ЭС-2		ЭС-3		ЭС-4	
	Э _c	P _{c max}	Э _c	P _{c max}	Э _c	P _{c max}	Э _c	P _{c max}
b ₁	0,523	-0,432	0,218	0,421	-0,373	0,112	0,544	0,493
b ₂	-0,622	-0,108	-0,039	0,233	-0,732	0,118	-0,632	1,108
b ₃	1,000	0,591	-0,372	-0,163	-0,491	0,091	0,638	1,291
b ₄	-1,761	0,153	-0,322	-0,202	0,080	-0,506	-0,741	0,348
b ₅	0,581	0,121	-0,467	-0,508	0,249	-0,369	0,148	0,868

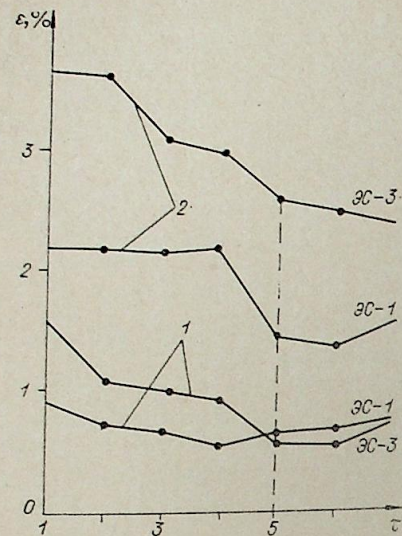


Рис. 1. Зависимость погрешности аппроксимации (ϵ , %) комбинированной модели от порядка авторегрессионной составляющей (τ).
1 — для электропотребления; 2 — для электрической нагрузки.

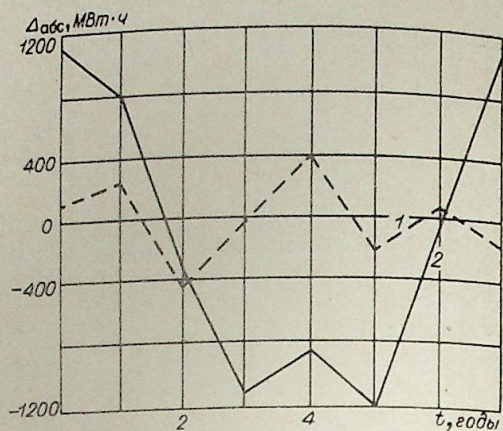


Рис. 2. Абсолютная погрешность аппроксимации годового электропотребления ЭС-1.
1 — для комбинированной модели; 2 — для квадратичной регрессии.

Суммируя результаты прогнозов электропотребления и максимальных электрических нагрузок энергосистем по моделям тренда (2) и случайной компоненты (6), приходим к комбинированной модели (1). Для оценки порядка авторегрессионной составляющей (τ) были изучены зависимости погрешности аппроксимации (ϵ , %) комбинированной модели от числа членов уравнения (6). Анализ показал (рис. 1), что порядок авторегрессионной составляющей целесообразно принимать равным не более 5, что согласуется с полученными ранее результатами [2].

Для сравнительной оценки моделей (1) и (2), (3) определены погрешности аппроксимации и прогнозирования (табл. 4, 5). Последние выявлены на основе ретроспективного анализа с использованием в качестве обучающей выборки значений Δ и P_{\max} за период 1960—1972 гг. и в качестве контрольных величин — значений рассматриваемых показателей в оставшиеся два года временного ряда — 1973 и 1974 гг.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что комбинированные модели (1) в большинстве случаев эффективнее моделей по одной лишь детерминированной составляющей (табл. 4, 5, рис. 2).

После получения комбинированной модели (1) была проверена гипотеза о наличии автокорреляции в остаточных членах. Как известно, возникновение автокорреляционных связей может быть обусловлено рядом причин: неполным учетом существенных факторов, неправильным выбором формы связей между зависимой и независимой переменными, неправильным выбором порядка авторегрессионной модели и др. Проверка данной гипотезы проводилась по критерию d Дарбина — Ватсона [10]

$$d = \frac{\sum_{t=1}^n (Z_{t+1} - Z_t)^2}{\sum_{t=1}^n Z_t^2}, \quad (7)$$

где Z_t — остаточные члены модели (1). В полученных моделях Δ и P_{\max} автокорреляционных связей не обнаружено.

Таблица 4
Сравнительная оценка погрешностей аппроксимации моделей электропотребления (Δ) и максимальной электрической нагрузки (P_{\max})

Энергосистемы	Модели					
	квадратичный тренд		авторегрессионный тренд		комбинированная модель	
	Δ	P_{\max}	Δ	P_{\max}	Δ	P_{\max}
ЭС-1	2,28	2,53	0,78	1,35	0,65	1,27
ЭС-2	1,13	0,91	0,85	0,55	0,53	0,14
ЭС-3	1,24	3,31	1,07	3,91	0,69	2,52
ЭС-4	3,96	2,99	1,85	2,41	1,33	0,95

Для повышения эффективности прогнозирования развития энергосистем большое значение имеет сокращение неопределенности в перспективных уровнях электропотребления и максимальных электрических нагрузок. Понятно, что неопределенность предсказания Δ и P_{\max} приводит к неопределенности в формировании структуры генерирующих мощностей, отражается на топливных балансах электростанций, влияет на развитие системообразующих сетей и т. д.

При использовании статистических моделей фактор неопределенности учитывается путем установления доверительных интервалов прогнозируемых показателей. Согласно [5], доверительные интервалы на участке прогнозирования (Δy_{t+n}) могут быть рассчитаны по формуле

$$\Delta y_{t+n} = \pm T_{1-\alpha/2} S \{X'_{t+n} (X'X)^{-1} X_{t+n} + 1\}^{\frac{1}{2}}, \quad (8)$$

где S — среднеквадратическая ошибка; $T_{1-\alpha/2}$ — $(1-\alpha/2)$ %-ная точка t — распределения Стьюдента при уровне значимости α с ν степенями свободы ($\nu = n - m - 1$, n — число членов временного ряда, m — число независимых переменных в модели); X_{t+n} — $(m+1)$ -мерный вектор независимых переменных, которому соответствует прогнозируемое значение y_{t+n} (H — период прогнозирования); X — $[n \times (m+1)]$ -мерная матрица независимых переменных.

При использовании регрессионных моделей ширина доверительного интервала с течением времени резко возрастает. Поэтому экстраполяция по таким моделям, как правило, приводит к значительной зоне неопределенности в результатах прогнозирования.

Таблица 5
Сравнительная оценка возможных погрешностей прогнозирования электропотребления (Δ) и максимальных электрических нагрузок (P_{\max})

Энергосистемы	Модели											
	квадратичный тренд				авторегрессионный тренд				комбинированная модель			
	Δ		P_{\max}		Δ		P_{\max}		Δ		P_{\max}	
	1973 г.	1974 г.	1973 г.	1974 г.	1973 г.	1974 г.	1973 г.	1974 г.	1973 г.	1974 г.	1973 г.	1974 г.
ЭС-1	5,6	5,7	2,8	4,0	1,4	1,0	1,1	1,4	4,3	1,1	1,0	3,4
ЭС-2	0,1	1,0	1,2	3,0	2,0	4,0	2,7	13,0	1,9	1,7	1,1	2,8
ЭС-3	1,7	7,7	7,3	11,0	4,2	4,4	8,0	15,0	0,4	7,6	1,0	10,0
ЭС-4	1,2	0,7	12,0	10,3	5,8	11,1	13,5	13,0	0,9	0,35	8,0	7,8

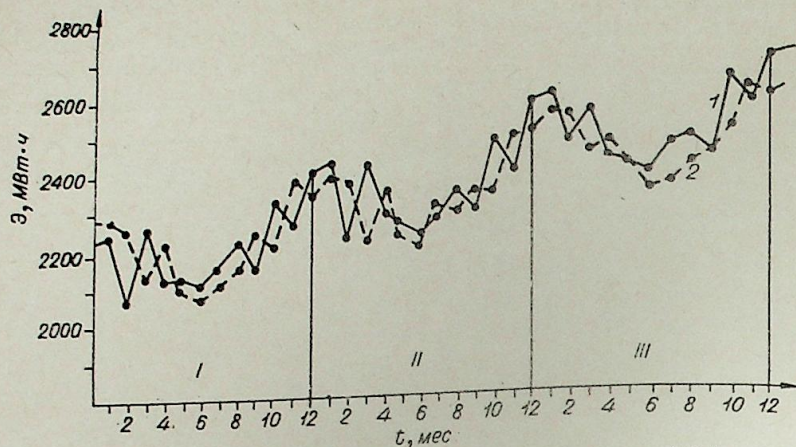


Рис. 3. Изменение месячного уровня электропотребления ЭС-1.
1 — фактическое, 2 — расчетное; I, II, III — годовые периоды.

Ширину доверительного интервала можно сократить, снизив уровень значимости α , т. е. заплатив за это соответствующим уменьшением надежности прогноза. Другой путь сужения доверительных интервалов заключается в увеличении числа членов временного ряда моделируемых показателей. Такое увеличение предлагается осуществить путем включения в исходную совокупность внутригодовых показателей режимов электропотребления, например месячных или сезонных уровней потребления электроэнергии, месячных максимумов нагрузки.

В этом случае аппроксимирующая функция получится более сложной, так как кроме годовых тенденций роста будет учитываться сезонная (месячная) периодичность моделируемого процесса.

Траектории сезонных колебаний уровней электропотребления с известным приближением можно аппроксимировать функцией вида

$$y_{сез,t_m} = d_0 + d_1 \cos\left(\frac{2\pi}{T} t_m + \psi_0\right), \quad (9)$$

где d_0 соответствует сдвигу графика по оси ординат; d_1 — амплитуда колебаний; T — период колебаний (принимается $T=12$ мес); t_m — порядковый номер месяца; ψ_0 — начальная фаза.

С учетом внутригодовой (сезонной) неравномерности режима электропотребления аппроксимирующую функцию можно записать в следующей форме:

$$\mathcal{E}_{t_m} = b_0 + b_1 t_m + b_2 t_m^2 + b_3 \mathcal{E}_{t_m-1} + d_0 + d_1 \cos\left(\frac{2\pi}{T} t_m + \psi_0\right), \quad (10)$$

где b_0, b_1, b_2, b_3, d_0 и d_1 — коэффициенты уравнения, определяемые по методу наименьших квадратов. Здесь для упрощения автокорреляционная составляющая прогноза ограничена учетом моделируемого показателя за один предшествующий интервал времени, оказывающего наибольшее влияние на последующее значение показателя, а начальная фаза ψ_0 принята равной нулю на основе анализа кривой изменения месячных уровней электропотребления (рис. 3).

Предложенная модель (10) изучалась на примере одной из энергосистем. В обучающую выборку были включены месячные уровни электропотребления \mathcal{E}_{t_m} за период с 1960 по 1969 г. Уровни электропотребления за оставшиеся годы временного ряда (1970—1974) выполняли роль контрольной выборки, по которой оценивались прогностические свойства модели (ретроспективно).

В результате расчетов по методу наименьших квадратов была получена модель месячных уровней электропотребления:

$$\mathcal{E}_{t_m} = 791,40 + 0,12 t_m + 0,20 t_m^2 + 0,63 \mathcal{E}_{t_m-1} + 56,10 \cos\left(\frac{2\pi}{T} t_m\right). \quad (11)$$

Годовое электропотребление энергосистемы определялось суммированием месячных уровней:

$$\mathcal{E}_t = \sum_{t_m=1}^{12} \mathcal{E}_{t_m}. \quad (12)$$

Сравнительные результаты прогнозов уровней электропотребления рассматриваемой энергосистемы по моделям (10) и (2) с оценкой доверительных интервалов и погрешностей прогноза приводятся в табл. 6. Из таблицы видно, что применение модели (10) позволяет, во-первых, уменьшить погрешность прогнозов и, во-вторых, снизить темпы роста ширины доверительных интервалов прогнозов.

ВЫВОДЫ

1. Предложена модель прогнозирования электропотребления и максимальных электрических нагрузок энергосистем, основанная на комбинации моделей тренда и случайной компоненты.

2. Для рассмотренных энергосистем выявлено, что отклонения моделируемых показателей от тренда представляют собой стационарный процесс. Показано, что для прогнозирования случайной компоненты целесообразно использовать уравнение авторегрессии.

3. Предложен удобный прием сужения ширины доверительных интервалов прогноза электропотребления, основанный на расширении исходной статистической совокупности путем включения в нее внутригодовых (месячных или сезонных) уровней потребления электроэнергии. При таком подходе улучшается качество прогнозирования годового режима электропотребления.

Уральский политехнический институт
им. С. М. Кирова, Свердловск

Поступила в редакцию
20/XII 1976

ЛИТЕРАТУРА

- В. Г. Дерзкий, В. Б. Поляков. Метод долгосрочного предсказания на ЭВМ тенденций развития процессов электропотребления. — «Электрические станции», 1972, № 2.
- Л. И. Мардер, А. Л. Мызин. Регрессионные и авторегрессионные модели прогнозирования развития электроэнергетических систем. — «Электричество», 1975, № 2.
- Б. К. Козлов. Динамика электропотребления экономического района и ее прогноз. — В кн.: Исследование работы энергетического оборудования. Калинин, 1973.
- Тенденции энергопотребления и экономический рост. Под ред. Н. М. Виленского, «Наука», 1974.
- Н. Дрейпер, Г. Смит. Прикладной регрессионный анализ. «Статистика», 1973.
- С. А. Айвазян. Статистическое исследование зависимостей. «Металлургия», 1968.
- А. А. Френкель. Математические методы анализа динамики и прогнозирования производительности труда. М., «Экономика», 1972.
- Ж. Мот. Статистические предвидения и решения на предприятиях. М., «Прогресс», 1966.
- Г. Хан, С. Шапиро. Статистические модели в инженерных задачах. М., «Мир», 1969.
- С. Лизер. Эконометрические методы и задачи. М., «Статистика», 1971.

Годы	Модели			
	квадратичная регрессия		Модель учета внутригодовых изменений	
	δ	γ	δ	γ
1970	3,63	1,00	2,47	1,00
1971	0,42	1,26	2,08	1,01
1972	3,23	1,61	1,28	1,05
1973	5,63	2,10	2,06	1,07
1974	5,82	2,56	3,32	1,13

В. М. МАКАРОВ

РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ
УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА МНОГОПРОВОДНОЙ СИСТЕМЫ
С ДИСКРЕТНЫМ ЗАЗЕМЛЕНИЕМ ПРОВОДОВ

В настоящей работе предлагается решение уравнения многопроводной системы с дискретным заземлением ее проводов в установившемся моногармоническом режиме. Выражение этого решения представлено в виде матричных рядов и показано, что оно не зависит от кратности собственных чисел волновой матрицы. Из строгого решения дифференциальных уравнений многопроводной системы получены формулы представления этой системы в виде цепочно соединенных многополюсников.

Рассмотрим многопроводную систему, состоящую из n проводов линии электропередачи и m грозозащитных тросов этой линии. Совместим начало этой многопроводной системы с началом оси переменной x , направленной вдоль системы. Предположим, что все провода системы заземлены в точках с координатами x_{jv} через сопротивления R_{jv} , где v — номер провода линии или троса. Величина R_{jv} для тросов является сопротивлением заземления троса с номером v , а для проводов линии $1/R_{jv}$ — проводимостью утечки в месте крепления к изоляторам. Таким образом, активная проводимость проводов системы на землю в этом случае не постоянна вдоль системы и изменяется скачкообразно в точках x_{jv} . Величину этой проводимости для каждого провода или троса с номером v как функцию координаты x определим следующим образом:

$$g_v(x) = \sum_{j=1}^h \frac{1}{R_{jv}} \delta(x - x_{jv}). \quad (1)$$

где $\delta(x - x_{jv})$ — функция Дирака [1].

Обобщенная проводимость $g_v(x)$ непрерывно распределена по длине v -го провода или троса системы. Если $V_v(x)$ — напряжение v -го провода или троса в некоторой окрестности d_{jv} точки x_{jv} , то из (1) и свойства функции Дирака следует равенство

$$\int_{d_{jv}} g_v(x) V_v(x) dx = \frac{1}{R_{jv}} V_v(x_{jv}) = I_{jv}, \quad (2)$$

где I_{jv} — ток растекания через заземление v -го провода или троса в точке x_{jv} . Формула (2) выражает закон Ома для ветви заземления в точке x_{jv} . Заметим, что выражения типа (1) используются в теоретической физике при описании сосредоточенных неоднородностей различных процессов непрерывными функциями в дифференциальных уравнениях этих процессов.

Дифференциальные уравнения описанной многопроводной системы с учетом (1) для моногармонического установившегося процесса запишутся в виде

$$-\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \bar{V}(x) \\ \bar{I}(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} O & Z \\ Y & O \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}(x) \\ \bar{I}(x) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} O & O \\ G(x) & O \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}(x) \\ \bar{I}(x) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где $G(x)$ — диагональная матрица собственных обобщенных проводимостей (1) многопроводной системы с заземлениями; Z, Y — матрицы собственных и взаимных продольных и поперечных параметров многопроводной системы; $\bar{V}(x), \bar{I}(x)$ — векторы фазных напряжений и токов в точке с координатой x ; ось x направлена вдоль системы, начало — в начале системы.

Дифференциальные уравнения (3) многопроводной системы с заземлениями представляют собой уравнения с переменными коэффициентами специального вида. Применяя к (3) преобразование Лапласа [2], получаем систему уравнений относительно изображений токов и напряжений $\bar{I}^*(p), \bar{V}^*(p)$:

$$-p \bar{W}^*(p) + \bar{W}^*(0) = T \bar{W}^*(p) + \bar{B}(p), \quad (4)$$

где

$$\bar{W}^*(p) = \begin{bmatrix} \bar{V}^*(p) \\ \bar{I}^*(p) \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} O & Z \\ Y & O \end{bmatrix}, \quad \bar{B}(p) = \begin{bmatrix} O \\ [G \bar{V}(x)]^* \end{bmatrix}.$$

Не теряя общности, в дальнейшем будем считать, что точки заземления у всех проводов и тросов одни и те же. Если у какого-то провода или троса в точке x_j нет заземления, а у других есть, то формально можно считать, что этот провод или трос заземлен с проводимостью заземления, равной нулю. Тогда выражение для $\bar{B}(p)$ можно записать в виде

$$\bar{B}(p) = \sum_{j=1}^h Y_j \bar{W}(x_j) e^{-px_j}, \quad (5)$$

где $Y_j = \begin{bmatrix} O & O \\ Y_{jR} & O \end{bmatrix}$; Y_{jR} — диагональная матрица проводимостей заземления в точках x_j .

Общее решение $\bar{W}^*(p)$ линейного уравнения (4) можно представить следующим образом:

$$\bar{W}^*(p) = \bar{W}_1^*(p) + \bar{W}_2^*(p), \quad (6)$$

$$\bar{W}_1^*(p) = (T + pE)^{-1} \bar{W}^*(0), \quad \bar{W}_2^*(p) = (T + pE)^{-1} \bar{B}(p).$$

Находя определитель матрицы $(T + pE)$ по формуле определителя блочной матрицы [3]

$$\det(T + pE) = \det(p^2E - ZY) = D(p) \quad (7)$$

и обозначая через $C(p)$ матрицу, присоединенную к $(T + pE)$, запишем (6) в виде

$$\begin{aligned} \bar{W}_1^*(p) &= \frac{1}{D(p)} C(p) \bar{W}^*(0), \\ \bar{W}_2^*(p) &= \frac{1}{D(p)} C(p) Y_j \bar{W}(x_j) e^{-px_j}. \end{aligned} \quad (8)$$

Предположим, что уравнение $D(p) = 0$ не имеет кратных корней (потом обойдем это предположение). Переходя к оригиналам в (8) с помощью теорем разложения и запаздывания [2], получим общее реше-

ние исходной системы (3) как функцию корней α_i уравнения $D(p)=0$:

$$\bar{W}(x) = \left[\sum_{j=1}^{2(n+m)} \frac{1}{D'(\alpha_i)} C(\alpha_i) e^{\alpha_i x} \right] \bar{W}(0) - \sum_{j=1}^k \left[\sum_{i=1}^{2(n+m)} \frac{1}{D'(\alpha_i)} C(\alpha_i) e^{\alpha_i(x-x_j)} \right] Y_j \bar{W}(x_j) \chi(x-x_j), \quad (9)$$

где $\chi(x-x_j)$ — функция Хевисайда (1).

Из уравнения (9), положив $x=0$, можно получить частный случай известной интерполяционной формулы Лагранжа — Сильвестра [3]:

$$\sum_{i=1}^{2(n+m)} \frac{1}{D'(\alpha_i)} C(\alpha_i) = E. \quad (10)$$

Определим, как меняется решение (9) при переходе через точку заземления x_i , для чего рассмотрим разность $\bar{W}(x_i+0) - \bar{W}(x_i-0)$ предельных значений вектора $\bar{W}(x)$ с двух сторон точки x_i :

$$\bar{W}(x_i+0) - \bar{W}(x_i-0) = \sum_{i=1}^{2(n+m)} \frac{1}{D'(\alpha_i)} C(\alpha_i) [-Y_i \bar{W}(x_i-0)]. \quad (11)$$

Подставляя (10) в (11) и переходя к векторам значений напряжений и токов в окрестности точки заземления x_i , получим:

$$\begin{aligned} \bar{V}(x_i+0) &= \bar{V}(x_i-0) = \bar{V}(x_i), \\ \bar{I}(x_i+0) &= \bar{I}(x_i-0) - Y_{iR} \bar{V}(x_i). \end{aligned} \quad (12)$$

Первое уравнение (12) является уравнением непрерывности напряжения многопроводной системы в точке заземления. Второе — узловым уравнением Кирхгофа в матричной форме.

Рекуррентная формула (9) позволяет определить токи и напряжения установившегося режима многопроводной системы в любой ее точке. Но для практического использования эта формула неудобна из-за своей громоздкости, а главное при этом требуется нахождение корней уравнения $D(p)=0$, т. е. собственных чисел матрицы ZY . Формула (9) может быть значительно упрощена.

Пусть $C_1(p^2)$ — матрица, присоединенная к $(p^2E - ZY)$. Выразим $C(p)$ через $C_1(p^2)$. Для этого с помощью формулы Фробениуса обращения блочной матрицы [3] запишем выражение для матрицы, обратной к $(T+pE)$:

$$(T+pE)^{-1} = \frac{1}{D(p)} \begin{bmatrix} pC_1(p^2) & -C_1(p^2)Z \\ -YC_1(p^2) & \frac{1}{p}[D(p)E + YC_1(p^2)Z] \end{bmatrix}. \quad (13)$$

В последней формуле матрица в квадратных скобках является присоединенной к $(T+pE)$, и, следовательно, для любого корня α_i уравнения $D(p)=0$ справедливо равенство

$$C(\alpha_i) = \begin{bmatrix} \alpha_i C_1(\alpha_i^2) & -C_1(\alpha_i^2)Z \\ -YC_1(\alpha_i^2) & \frac{1}{\alpha_i} YC_1(\alpha_i^2)Z \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Из (7) следует, что характеристические уравнения $D(p)=0$, $D_1(p)=0$ матриц T и ZY и соответственно корни α_i , λ_i этих уравнений связаны соотношениями

$$D(p) = D_1(p^2),$$

$$\begin{aligned} D'(\alpha_i) &= 2\alpha_j D'_1(\alpha_i^2), \\ \alpha_i &= \pm \sqrt{\lambda_i}. \end{aligned} \quad (15)$$

Преобразуем выражение в квадратных скобках из (9). Для этого разложим экспоненциальные функции в ряд Тейлора, поменяем местами знаки суммирования и воспользуемся равенствами (14) и (15):

$$A(t) = \sum_{i=1}^{2(n+m)} \frac{1}{D'(\alpha_i)} C(\alpha_i) e^{-\alpha_i t} = \begin{bmatrix} A_{11}(t) & A_{12}(t) \\ A_{21}(t) & A_{22}(t) \end{bmatrix}, \quad (16)$$

где $A_{11}(t), \dots, A_{22}(t)$ — блоки матрицы $A(t)$:

$$\begin{aligned} A_{11}(t) &= \sum_{v=0}^{\infty} \frac{t^v}{v!} \left[\sum_{i=1}^{n+m} \frac{1}{D'_1(\lambda_i)} C_1(\lambda_i) \frac{\alpha_i^v + \alpha_{m+n+i}^v}{2} \right], \\ A_{12}(t) &= - \sum_{v=0}^{\infty} \frac{t^v}{v!} \left[\sum_{i=1}^{n+m} \frac{1}{D'_1(\lambda_i)} C_1(\lambda_i) \frac{\alpha_i^{v-1} + \alpha_{m+n+i}^{v-1}}{2} \right] Z, \\ A_{21}(t) &= -Y \sum_{v=0}^{\infty} \frac{t^v}{v!} \left[\sum_{i=1}^{n+m} \frac{1}{D'_1(\lambda_i)} C_1(\lambda_i) \frac{\alpha_i^{v-1} + \alpha_{m+n+i}^{v-1}}{2} \right], \\ A_{22}(t) &= Y \sum_{v=0}^{\infty} \frac{t^v}{v!} \left[\sum_{i=1}^{n+m} \frac{1}{D'_1(\lambda_i)} C_1(\lambda_i) \frac{\alpha_i^{v-2} + \alpha_{m+n+i}^{v-2}}{2} \right] Z. \end{aligned}$$

Здесь сгруппированы корни α_i и α_{m+n+i} уравнения $D(p)=0$, равные по модулю, но с противоположным знаком (15). Используя интерполяционную формулу Лагранжа — Сильвестра [3]

$$\sum_{i=1}^{n+m} \frac{1}{D'_1(\lambda_i)} C_1(\lambda_i) \lambda_i^k = (ZY)^k, \quad (17)$$

получаем разложение $A_{11}(t), \dots, A_{22}(t)$ в матричные ряды, представляющие собой не что иное, как гиперболические функции от матрицы $t\sqrt{ZY}$. Следовательно, матрица $A(t)$ (16) может быть представлена в виде

$$A(t) = \begin{bmatrix} \text{ch}(t\sqrt{ZY}) & -\text{sh}(t\sqrt{ZY})\sqrt{ZY}^{-1} \\ -\sqrt{ZY}^{-1}\text{sh}(t\sqrt{ZY}) & Z^{-1}\text{ch}(t\sqrt{ZY})Z \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Матрица $A(t)$ обладает важным свойством аддитивности по аргументу, на котором основан «каскадный» метод расчета электромагнитного состояния многопроводной системы и которое позволяет проводить анализ этого состояния в рамках общей теории многополюсника [4].

$$A(t_1)A(t_2) = A(t_2)A(t_1) = A(t_1+t_2). \quad (19)$$

Если L — длина многопроводной системы, а Δ_i — расстояние между i -й и $i+1$ -й точками заземления этой системы, то, используя свойство (19) матрицы $A(t)$, общее решение (9) можно переписать в виде

$$\bar{W}(x_v) = \left[\prod_{i=1}^{v-1} A(\Delta_i) \right] \bar{W}(0) - \sum_{i=1}^{v-1} \left[\prod_{j=1}^{v-j} A(\Delta_{v-j}) \right] Y_j \bar{W}(x_j). \quad (20)$$

Рекуррентная формула (20) может быть упрощена. При этом упрощенная формула допускает две формы записи, из которых первая связывает значения токов и напряжений в любой точке x_v многопроводной системы с начальными условиями $\bar{W}(0)$, а вторая — значения токов и

напряжений на концах ν -го участка длиной Δ_ν этой системы:

$$\bar{W}(x_{\nu+1}) = \left[\prod_{i=\nu}^1 A(\Delta_i) (E - Y_i) \right] \bar{W}(0), \quad (21)$$

$$\bar{W}(x_{\nu+1}) = A(\Delta_\nu) (E - Y_\nu) \bar{W}(x_\nu). \quad (22)$$

Все полученные формулы выведены в предположении, что характеристическое уравнение $D_1(p) = 0$ матрицы ZY не имеет кратных корней. В случае кратных корней получение оригиналов преобразования Лапласа из (8) достигается с помощью теоремы разложения для кратных корней, а в (16) вместо интерполяционных формул (17) используется обобщенная интерполяционная формула Лагранжа — Сильвестра [3]. Таким образом, изложенное справедливо для любой матрицы ZY , независимо от кратности ее собственных чисел.

Формулы (21), (22) описывают установившееся состояние многопроводной системы в терминах теории цепей и, в частности, многополюсников. Они позволяют проводить анализ многопроводных систем с заземлениями ее проводов в фазных координатах.

Из (21) можно получить представление линии с заземлениями в симметричных составляющих. Покажем это на примере трехфазной линии.

Запишем (21) в следующем эквивалентном виде:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \bar{U}_K \\ \bar{I}_K \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} S & 0 \\ 0 & S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{U}_H \\ \bar{I}_H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S & 0 \\ 0 & S \end{pmatrix} M \begin{pmatrix} S^{-1} & 0 \\ 0 & S^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S & 0 \\ 0 & S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{U}_H \\ \bar{I}_H \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} S & 0 \\ 0 & S \end{pmatrix} M \begin{pmatrix} S^{-1} & 0 \\ 0 & S^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{U}_H \\ \bar{I}_H \end{pmatrix} = M_S \begin{pmatrix} \bar{U}_H \\ \bar{I}_H \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (23)$$

где $\bar{U}_H, \dots, \bar{I}_H$ — векторы токов и напряжений в начале и в конце линии; $\bar{U}_K, \dots, \bar{I}_K$ — векторы симметричных составляющих напряжений и токов в начале и конце линии; S — преобразования к симметричным составляющим; M — матрица в (21).

M_S в (23) является матрицей параметров симметричных составляющих линии в комплексной схеме замещения. Рассмотрим выражение для M_S более подробно. Для удобства обозначим квазидиагональную матрицу в (23) через S_D

$$\begin{aligned} S_D M S_D^{-1} &= S_D \left[\prod_{i=n}^1 A(\Delta_i) (E - Y_i) \right] S_D^{-1} = \\ &= S_D \left[\prod_{i=n}^1 A(\Delta_i) S_D^{-1} S_D (E - Y_i) \right] S_D^{-1} = \\ &= S_D A(\Delta_n) S_D^{-1} S_D (E - Y_n) A(\Delta_{n-1}) S_D^{-1} S_D (E - Y_{n-1}) \dots \\ &\dots A(\Delta_1) S_D^{-1} S_D (E - Y_1) S_D^{-1} = \prod_{i=n}^1 [S_D A(\Delta_i) S_D^{-1}] [S_D (E - Y_i) S_D^{-1}] = \\ &= \prod_{i=n}^1 A_S(\Delta_i) [E - Y_{iS}], \end{aligned} \quad (24)$$

где $A_S(\Delta_i) = S_D A(\Delta_i) S_D^{-1}$, $Y_{iS} = S_D Y_i S_D^{-1}$.

На практике расстояние между заземлениями проводов (утечка через изоляторы) составляет около 0,5 км. Это позволяет в матричных рядах, представляющих $A(\Delta_i)$ в (21), ограничиться учетом первых членов этих рядов (например, при частоте $f = 50$ Гц и $\Delta_i \approx 100$ км

погрешность такого приближения $A(\Delta_i)$ составляет менее 1%):

$$A(\Delta_i) = \begin{pmatrix} E & -\Delta_i Z \\ -\Delta_i Y & E \end{pmatrix}, \quad (25)$$

где Y, Z — матрицы удельных (на единицу длины) поперечных и продольных параметров линии.

Равенство (24) означает, что для определения параметров симметричных составляющих линии с заземлениями достаточно определить параметры симметричных составляющих для каждого участка заземления.

На основании (25) можно получить следующие выражения для $A_S(\Delta_i)$ и Y_{iS} :

$$\begin{aligned} A_S(\Delta) &= \begin{pmatrix} S & 0 \\ 0 & S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E & -\Delta Z \\ -\Delta Y & E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S^{-1} & 0 \\ 0 & S^{-1} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} E & -\Delta S Z S^{-1} \\ -\Delta S Y S^{-1} & E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E & -\Delta Z_S \\ -\Delta Y_S & E \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (26)$$

$$Y_{iS} = \begin{pmatrix} S & 0 \\ 0 & S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Y_{iR} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S^{-1} & 0 \\ 0 & S^{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ S Y_{iRS}^{-1} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Y_{iRS} & 0 \end{pmatrix}. \quad (27)$$

Как известно, наибольший практический интерес в использовании симметричных составляющих заключается в независимости схем обратной, прямой и нулевой последовательностей токов и напряжений. В этом случае имеют дело с однолинейными схемами замещения линии (по последовательностям), что значительно упрощает расчет режимов линий.

Из (26), (27) следует, что в общем случае отдельные последовательности не являются независимыми друг от друга. Математически это выражается в том, что матрицы Z_S, Y_S — не диагональные. В этих условиях нужно рассматривать комплексную схему замещения.

Однако на практике линии транспонированные, т. е. в среднем по циклу транспозиции симметричные. Для таких линий Z_S, Y_S диагональны и определяются из Z, Y по известным правилам.

Что касается Y_{iS} , то здесь возникает необходимость рассмотреть ее определение более подробно:

$$\begin{aligned} S Y_{iR} S^{-1} &= \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 & 0 & 0 \\ 0 & y_2 & 0 \\ 0 & 0 & y_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 1/3(y_1 + y_2 + y_3) & 1/3(y_1 + y_2 a^2 + y_3 a) & 1/3(y_1 + y_2 a + y_3 a^2) \\ 1/3(y_1 + y_2 a + y_3 a^2) & 1/3(y_1 + y_2 + y_3) & 1/3(y_1 + y_2 a^2 + y_3 a) \\ 1/3(y_1 + y_2 a^2 + y_3 a) & 1/3(y_1 + y_2 a + y_3 a^2) & 1/3(y_1 + y_2 + y_3) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (28)$$

где y_1, y_2, y_3 — проводимости заземления первой, второй и третьей фаз;

$a = e^{j \frac{2\pi}{3}}$ — оператор фазного поворота.

Из (28) следует, что в случае несимметричного заземления ($y_1 \neq y_2 \neq y_3$) матрица Y_S комплексная и не диагональная. То есть отдельные последовательности зависимы друг от друга. Однако, если линия транспонирована, то в среднем можно принять проводимости заземления фаз одинаковыми и равными $1/3(y_1 + y_2 + y_3)$. В этом случае, так как $1 + a + a^2 = 0$, из (28) получаем

$$Y_{RS} = \begin{pmatrix} 1/3(y_1 + y_2 + y_3) & 0 & 0 \\ 0 & 1/3(y_1 + y_2 + y_3) & 0 \\ 0 & 0 & 1/3(y_1 + y_2 + y_3) \end{pmatrix} = y_c E, \quad (29)$$

где $y_c = 1/3(y_1 + y_2 + y_3)$.

Ю. К. ГОРБУНОВ

РАСЧЕТ СОБСТВЕННЫХ И ВЗАИМНЫХ
АКТИВНО-ИНДУКТИВНЫХ ВОЛНОВЫХ ПАРАМЕТРОВ
КАТУШЕК ОБМОТКИ СТАТОРА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЫ

Активно-индуктивные волновые параметры пазовой части обмоток электрических машин могут быть определены по их конструктивным данным на основании расчета магнитной цепи обмотки. В основе расчета магнитной цепи обмотки лежат следующие представления [1—3].

1. По обмотке электрической машины протекает синусоидальный ток с частотой от нескольких килогерц до нескольких сот килогерц, что соответствует диапазону частот свободных колебаний напряжений и токов в обмотке при волновых процессах.

2. Полагается, что напряженность магнитного поля в шихтованной стали равна напряженности магнитного поля в изоляции между листами стали. Учет поверхностного эффекта и потерь на вихревые токи в стали осуществляется введением в расчеты относительной магнитной проницаемости шихтованной стали $\tilde{\mu}_{ш}$:

$$\tilde{\mu}_{ш} = \frac{\tilde{\mu}_1}{\tilde{\Gamma}_1 (b_1 + b_2)} \operatorname{th} \tilde{\Gamma}_1 b_1 + \frac{b_2}{b_1 + b_2}, \quad (1)$$

где $\tilde{\Gamma}_1 = \sqrt{j\omega\mu_0\tilde{\mu}_1\gamma_1}$ — коэффициент распространения волны в стали; $\tilde{\mu}_1$ — относительная магнитная проницаемость стали с учетом потерь на гистерезис; γ_1 — удельная проводимость стали; $2b_1$ и $2b_2$ — толщина листа стали и прилегающего к нему слоя изоляции соответственно.

3. Все расчеты ведутся по среднему значению относительной магнитной проницаемости стали μ_1 , величина которой равна 150—250 и близка к начальному значению проницаемости стали.

4. При волновых процессах средние силовые линии магнитного поля в шихтованной стали замыкаются так же, как и при низких частотах. Магнитная проводимость i -го участка магнитопровода по шихтованной стали равна

$$Y_i = \mu_0 \tilde{\mu}_{ш} l_n \frac{a_i}{l_i}, \quad (2)$$

где l_n — длина паза; a_i и l_i — ширина и длина по средней силовой линии i -го участка магнитопровода.

5. Магнитные проводимости верхней части открытого или полузакрытого паза, по коронкам зубцов и в воздушном зазоре между статором и ротором могут быть определены по известным формулам, которые используются при расчете индуктивных сопротивлений обмоток при низких частотах [4, 5].

6. Не учитываются краевой эффект и отражение электромагнитной волны при ее переходе из пазовой части в лобовую, так как в рассмат-

На основании (26), (29) каждый сомножитель в (21) можно для транспонированных линий представить в следующем виде:

$$A_s(\Delta)(E - Y_s) = \begin{pmatrix} E & -\Delta Z_s \\ -\Delta Y_s & E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E & 0 \\ -Y_{rs} & E \end{pmatrix} = \\ = \begin{pmatrix} E - \Delta y_c Z_s & -\Delta Z_s \\ -\Delta \left(Y_s + \frac{1}{\Delta} y_c E \right) & E \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} E & -\Delta Z_s \\ -\Delta \left(Y_s + \frac{1}{\Delta} y_c E \right) & E \end{pmatrix} = \\ = \begin{pmatrix} E & -\Delta Z_s \\ -\Delta Y_{s0} & E \end{pmatrix}, \quad (30)$$

где $Y_{s0} = Y_s + \frac{1}{\Delta} y_c E$ — эквивалентная проводимость линии в симметричных составляющих; приближение, использованное в (30), основано на том, что y_c находится в пределах $10^{-3} \div 10^{-7}$ 1/Ом, поэтому в произведении с элементами Z_s составляет от единицы не более 0,1% и может быть отброшено.

Из (26), (30) следует, что расчет параметров симметричных составляющих транспонированной линии с заземлениями для продольных параметров аналогичен расчету для линии без заземлений, а для поперечных параметров состоит в увеличении поперечных параметров симметричных составляющих линии без заземлений на среднее значение проводимостей заземления проводов.

Формулы (21), (22) могут найти применение также в тех случаях, когда точка заземления «движется» по многопроводной системе с некоторой, в общем случае переменной, скоростью $v(t)$. При этом должно выполняться условие: поле линии с «движущимся» заземлением квазистационарно, т. е. в любой момент времени подобно стационарному. Другими словами, скорость $v(t)$ должна быть значительно меньше распространения электромагнитной волны в линии, а производная dv/dt должна быть настолько малой, чтобы можно было пренебречь возникающими вследствие изменения поля электродвижущими силами. Эти предположения заведомо выполняются, например при рассмотрении режимов контактной сети железнодорожного транспорта.

В электротехнических расчетах часто возникает задача получения параметров некоторой линии электропередачи без тросов, замещающей реальную линию с тросами, задача расчетов токов и напряжений тросов. Точки заземления при этом фиксированы и находятся на расстояниях порядка 6—10 км. Для решения этих задач можно использовать (21), (22) при упрощенном представлении (25) матрицы $A(\Delta)$.

Сибирский научно-исследовательский
институт энергетики,
Новосибирск

Поступила в редакцию
28/1 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. И. С. Ландкоф. Основы современной теории потенциала. М., «Наука», 1968.
2. М. Л. Левинштейн. Операционное исчисление в задачах электротехники. Л., «Энергия», 1972.
3. Ф. Р. Гантмахер. Теория матриц. М., «Наука», 1967.
4. Р. А. Воронов. Общая теория четырехполюсников и многополюсников. М.—Л., Госэнергоиздат, 1951.

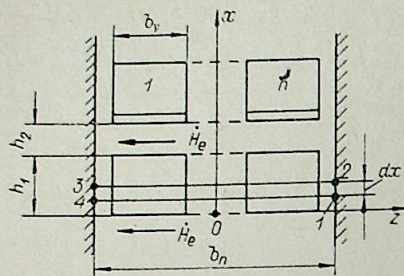


Рис. 1. Проводники обмотки статора во внешнем магнитном поле.

риваемом диапазоне частот электрическая длина волны в обмотке значительно больше длины витка катушки.

На основании изложенного можно определить активно-индуктивные параметры пазовой части группы катушек, расположенных в соседних пазах с одинаковым направлением тока, полагая, что катушки охватываются общим магнитным потоком [2]. Однако при расчете собственных активно-индуктивных параметров пазовых частей отдельных катушек и взаимных сопро-

тивлений между катушками необходимо составить более подробные схемы замещения магнитной цепи обмотки, более строго определять параметры отдельных ее элементов, учитывать магнитные проводимости паза не только в области изоляции [6], но и меди обмотки (особенно для глубоких пазов).

Как показали расчеты, в рассматриваемом нами диапазоне частот относительная магнитная проницаемость шихтованной стали по абсолютному значению намного больше единицы (т. е. относительной магнитной проницаемости воздуха или изоляции). Поэтому можно полагать, что при волновых процессах в изоляции между проводниками обмотки в области паза силовые линии магнитного поля направлены так же, как и при низких частотах, т. е. для открытых и полузакрытых пазов параллельно дну паза. Предположение о вытеснении тока к боковым стенкам паза [3] основано на ошибочном представлении о том, что в рассматриваемом диапазоне частот шихтованная сталь ведет себя как сплошной ферромагнитный массив.

Аналогично проницаемости шихтованной стали $\tilde{\mu}_m$ определим относительную магнитную проницаемость области проводников $\tilde{\mu}_{пр}$, учитывая поверхностный эффект в меди проводников. Полагаем, что в пазу шириной b_n в одном ряду расположено n прямоугольных проводников размерами b_v на h_1 (рис. 1). Проводники находятся во внешнем магнитном поле, силовые линии которого параллельны дну паза. Напряженность магнитного поля в изоляции между проводниками и на верхней и нижней поверхностях проводников (при $x=0$ и $x=h_1$) равна \dot{H}_e .

Усредненное значение напряженности магнитного поля в области проводников

$$\dot{H} = \dot{H}_e \frac{\text{ch } \tilde{\Gamma}_2 (0,5h_1 - x)}{\text{ch } 0,5h_1},$$

где $\tilde{\Gamma}_2 = \sqrt{j\omega\mu_0\gamma_2 \frac{nb_v}{b_n}}$ — коэффициент распространения электромагнитной волны в меди обмотки; γ_2 — удельная проводимость меди.

Поток, протекающий через проводники одного ряда обмотки и прилегающий к ним слой изоляции, равен

$$\begin{aligned} \dot{\Phi} &= \mu_0 l_n h_2 \dot{H}_e + 2\mu_0 l_n \int_0^{h_1} \dot{H} dx = \mu_0 l_n \left(h_2 + \frac{2 \text{th } 0,5 \tilde{\Gamma}_2 h_1}{\tilde{\Gamma}_2} \right) \dot{H}_e = \\ &= \mu_0 l_n \tilde{\mu}_{пр} \dot{H}_e (h_1 + h_2). \end{aligned} \quad (3)$$

$$\text{Отсюда } \tilde{\mu}_{пр} = \frac{2 \text{th } (0,5 \tilde{\Gamma}_2 h_1)}{h_1 + h_2} + \frac{h_2}{h_1 + h_2},$$

где h_2 — толщина изоляции между слоями проводников.

Магнитная проводимость паза обмотки в области меди проводников определяется далее по формуле

$$Y_{пр} = \mu_0 \tilde{\mu}_{пр} l_n \lambda_{пр}, \quad (4)$$

где $\lambda_{пр}$ — коэффициент проводимости пазового расстояния в области меди проводников, вычисленный по известным из литературы формулам [5] в предположении, что поверхностный эффект в меди отсутствует.

Полагаем, что в пазах статора электрической машины расположена двухслойная катушечная обмотка и по одной из катушек с числом витков ω протекает ток $J=1$ А. Составим схему замещения магнитной цепи одной из сторон катушки, расположенной в верхней или нижней частях паза, полагая, что магнитная цепь катушки симметричная и магнитным потоком с каждой стороны от катушки охватывается ν пазов ($\nu=4-6$, но не более половины шага обмотки по пазам статора). Разобьем магнитную цепь катушки на участки, как показано на рис. 2, а. Тогда магнитные проводимости участков 1—3 и 5, а при наличии ротора 9-го и частично 4-го участков могут быть определены по формулам (1), (2). При определении проводимостей участков 6 и 7 можно не учитывать проводимости шихтованной стали, так как во всем диапазоне частот $|\tilde{\mu}_m| \gg |\tilde{\mu}_{пр}|$, а проводимости в области меди обмотки можно вычислить по формулам (3), (4). Однако при расчете проводимости участка 8 необходимо учитывать проводимости как верхней части зубца (особенно для полузакрытых пазов), так и области изоляции паза. При наличии ротора к проводимости участка 8 магнитопровода необходимо отнести проводимость по коронкам зубцов. При отсутствии ротора можно полагать, что ширина участка 4 равна ширине зубца статора b_3 , ширина участка 9 равна $(b_3 + \frac{b_n}{2})$, ширина участка с 10 по $(\nu+8)$ равна $(b_3 + \frac{b_n}{2})$. Отсюда длина участка 4 равна $\frac{1}{2} (b_3 + \frac{b_n}{2})$. При расчете длины участков с 9 по $(\nu+8)$ необходимо учитывать вогнутость внутренней поверхности статора на ширине одного зубца и паза.

Схема замещения магнитной цепи пазовых частей одной из катушек двухслойной обмотки статора с учетом ее симметрии относительно паза, в котором расположена катушка с током, показана на рис. 2, б. Аналогично описанному можно составить схему замещения магнитной цепи катушки однослойной обмотки.

Если в одном из контуров магнитной цепи расположено ω витков с током J , то, согласно второму закону Кирхгофа, намагничивающие силы $\dot{F} = \omega J$ должны быть включены во все ветви схемы замещения магнитной цепи, которые пересекает линия, проведенная из данного контура в бесконечность. На схеме рис. 2, б намагничивающие силы $\dot{F}_1 - \dot{F}_3$ включены в ветви, расположенные под катушками с током. Их значения при числе витков ω и токе $J=1$ приведены ниже.

Расположение стороны катушки с током в пазу статора	\dot{F}_1	\dot{F}_2	\dot{F}_3
Обмотка в нижней части паза	ω	ω	$0,5\omega$
Обмотка в верхней части паза	ω	$0,5\omega$	0

Определим потенциалы узлов схемы рис. 2, б методом узловых потенциалов. В матричной форме

$$\vec{Y}\vec{\Phi} = \vec{A}, \quad (5)$$

где $\vec{\Phi}$ — вектор-столбец потенциалов узлов;

\vec{Y} — матрица проводимостей ветвей схемы;

\vec{A} — вектор-столбец правых частей.

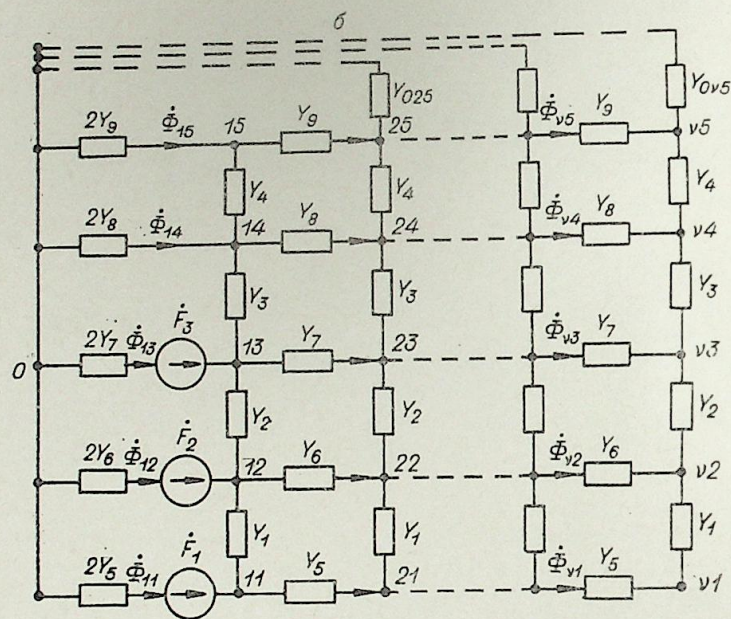
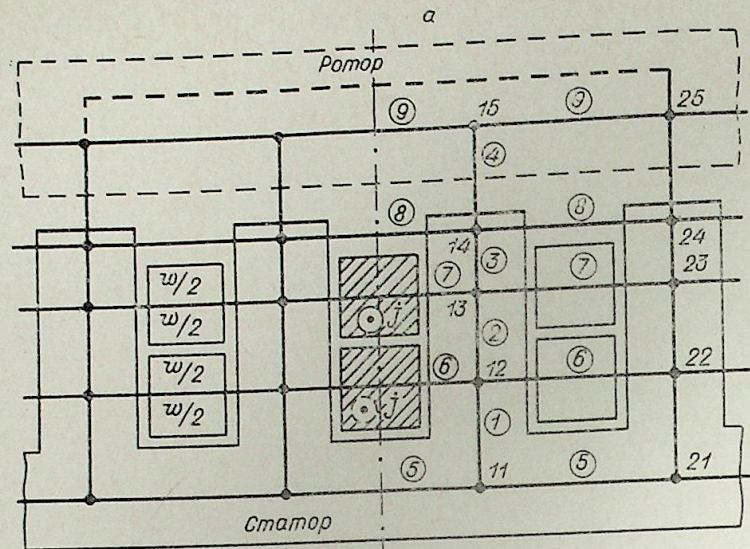


Рис. 2.

а) Магнитная цепь; б) схема замещения магнитной цепи обмотки статора электрической машины.

Для схемы рис. 2, б вектор $\vec{\Phi}$ имеет размерность 5v,

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 & -Y_0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ -Y_0 & Y_2 & -Y_0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & Y_k & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & Y_v \end{bmatrix}$$

Здесь матрицы проводимостей

$$Y_k = \begin{bmatrix} Y_{k1} & -Y_1 & & & \\ -Y_1 & Y_{k2} & -Y_2 & & \\ & -Y_2 & Y_{k3} & -Y_3 & \\ & & -Y_3 & Y_{k4} & -Y_4 \\ & & & -Y_4 & Y_{k5} \end{bmatrix}, \quad Y_0 = \begin{bmatrix} Y_5 & & & & \\ & Y_6 & & & \\ & & Y_7 & & \\ & & & Y_8 & \\ & & & & Y_9 \end{bmatrix}$$

$$Y_{k1} = Y_1 + Y_{0k1}, \quad Y_{k2} = Y_1 + Y_{k2} + Y_{0k2}, \quad Y_{k3} = Y_2 + Y_3 + Y_{0k3}, \\ Y_{k4} = Y_3 + Y_4 + Y_{0k4}, \quad Y_{k5} = Y_4 + Y_{0k5}, \quad 1 \leq k \leq v,$$

где $Y_{0k1} - Y_{0k5}$ — проводимости между узлом нулевого потенциала и узлами К1 — К5.

Вектор-столбец правых частей \vec{A} имеет размерность 5v, причем

$$A = \begin{bmatrix} A_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \text{где } A_1 = \begin{bmatrix} \dot{F}_1 & Y_5 \\ \dot{F}_2 & Y_6 \\ \dot{F}_3 & Y_7 \end{bmatrix}$$

Из уравнения (5)

$$\vec{\Phi} = Y^{-1} \vec{A}$$

По закону Ома для магнитной цепи магнитные потоки равны (рис. 2, б)

$$\Phi_{1i} = (0,5 \dot{F}_1 - \Phi_{1i}) 2Y_{i+4}; \quad \Phi_{ki} = (\Phi_{k, i-1} - \Phi_{ki}) Y_{i+4},$$

где $2 \leq k \leq v, i = 1, 2, 3$.

После расчета магнитных потоков могут быть определены собственные активно-индуктивные сопротивления Z_{1n} пазовых частей катушек (полагается, что ток в катушках $J = 1$ А)

$$Z_{1n} = r_{1n} + j\omega L_{1n} = j\omega \sum_{i=1}^3 \dot{F}_i \dot{\Phi}_{1i}$$

и взаимные сопротивления Z_{1kn} между пазовыми частями катушек, расположенными в верхней и нижней частях первого паза и k-м пазу:

$$Z_{1kn} = r_{1kn} + j\omega L_{1kn} = j\omega \sum_{i=1}^3 \dot{F}_{ki} \dot{\Phi}_{ki},$$

где $1 \leq k \leq v$; $\dot{\Phi}_{ki}$ — магнитные потоки, создаваемые в ветвях схемы рис. 2, б намагничивающими силами: \dot{F}_i — пазовой частью катушки, расположенной в нижней или верхней частях первого паза; \dot{F}_{ki} — пазовой частью катушки, расположенной в верхней или нижней частях первого или k-го пазов. (Если, например, \dot{F}_i взяты для катушки, расположенной в нижней части первого паза, то \dot{F}_{1i} — для катушки, расположенной в верхней части этого же паза, и наоборот. В зависимости от положения части катушки в k-м пазу \dot{F}_{ki} равно либо \dot{F}_i , либо \dot{F}_{1i} .)

По изложенной выше методике с помощью ЭВМ БЭСМ-6 были вычислены собственные и взаимные активные сопротивления и индуктивности пазовых частей катушек статоров ряда асинхронных и синхронных машин. Индуктивности и взаимные индуктивности лобовых частей катушек L_{1n} определялись по известным из литературы формулам [3, 5, 7].

На рис. 3 приведены опытные и расчетные значения активных сопротивлений и индуктивностей элементов обмоток асинхронного двигателя А 61/4 (ротор вынут): r_1 и L_1 — одной катушки, r_{11} и L_{11} — между двумя катушками, каждая из которых расположена одной стороной в одном и том же паду; r_{12} и L_{12} — между двумя катушками, расположенными в соседних пазах. (При расчетах круглые проводники обмотки за-

Ю. К. ГОРБУНОВ, В. Л. ОСНОВИЧ

АКТИВНО-ИНДУКТИВНЫЕ ВОЛНОВЫЕ ПАРАМЕТРЫ
ВИТКА ОБМОТКИ СТАТОРА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЫ

В настоящей работе изложена методика вычисления собственного и взаимного активно-индуктивных сопротивлений витка обмотки статора электрической машины при значительном числе витков в катушке. Это связано с исследованием надежности индикации короткозамкнутых витков в обмотках электрических машин при их испытаниях методом бегущей волны, а также с расчетом тока в короткозамкнутом витке при пуске в ход и в рабочем режиме электрической машины.

Полагается, что в диапазоне частот синусоидального тока от нескольких килогерц до нескольких сот килогерц силовые линии магнитного поля в области открытых и полузакрытых пазов параллельны дну паза [1]. Принятое в [2] направление силовых линий магнитного поля справедливо лишь для закрытых пазов.

При принятом направлении силовых линий магнитного поля из всех витков наибольшее активно-индуктивное сопротивление в пазовой части катушки будут иметь витки, расположенные в нижней части, а наименьшее сопротивление — витки, расположенные в верхней части катушки. Приблизительно волновые активно-индуктивные параметры отдельных витков, расположенных в верхней и нижней частях катушки, могут быть определены на основании расчета магнитной цепи катушки по значениям тех же потоков, по которым определяются активно-индуктивные параметры катушки [1]. Так, согласно [1] на основании расчета магнитной цепи катушки при однослойной катушечной обмотке определяются потоки Φ_1 и Φ_2 (рис. 1, а) и по их значениям вычисляется активно-индуктивное сопротивление одной стороны пазовой части катушки

$$Z_n = j\omega\psi(\Phi_1 - 0,5\Phi_2), \quad (1)$$

где ω — число витков катушки.

Общее активно-индуктивное сопротивление катушки

$$Z = 2Z_n + j\omega L_n, \quad (2)$$

где L_n — индуктивность лобовой части катушки.

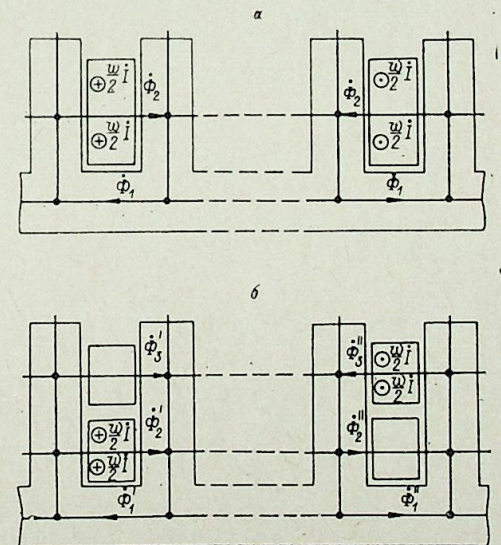


Рис. 1. Магнитные потоки, создаваемые катушкой с током:
а) при однослойной, б) при двухслойной обмотке статора электрической машины.

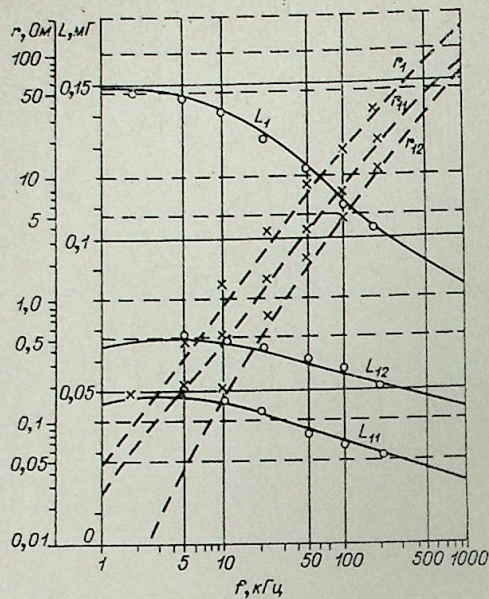


Рис. 3. Собственные и взаимные активные сопротивления и индуктивности катушек обмотки статора двигателя А 61/4.
— расчетные значения r и L ; \circ — опытные значения L ; \times — опытные значения r .

менялись квадратными из условия равенства активных потерь в меди обмотки [4, 5].)

Как следует из данных рис. 3, опытные и расчетные значения r и L удовлетворительно совпадают. Это свидетельствует о возможности вычисления собственных и взаимных активно-индуктивных волновых параметров обмотки электрической машины по ее конструктивным данным на основании расчета магнитной цепи обмотки.

В заключение следует отметить, что, как показали расчеты, связи между катушками, расположенными в соседних пазах статора, в диапазоне частот от 1 кГц до 1 мГц лежат в пределах от 0,35 до 0,5. Таким образом, катушки, расположенные в соседних пазах, имеют сильную магнитную связь. Аналогичные результаты были получены для синхронных двигателей и генераторов. Сделанный в [6] вывод о наличии слабой магнитной связи (менее 10%) между секциями, расположенными в соседних пазах статора гидрогенератора, можно объяснить лишь неточностью в определении магнитных проводимостей отдельных участков магнитопровода и ошибками в расчетах.

Новосибирский электротехнический институт связи

Поступила в редакцию 21/1 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. К. Горбунов. Распределение электромагнитного поля в шихтованной стали электрических машин при волновых процессах. — В сб.: Сложные электромагнитные поля и электрические цепи. Тр. Сибирского НИИ энергетики, вып. 12. Новосибирск, 1968.
2. Ю. К. Горбунов. Расчет продольных волновых параметров обмоток электрических машин. — «Электромеханика», 1969, № 10.
3. З. Г. Каганов. Волновые напряжения в электрических машинах. М., «Энергия», 1970.
4. А. И. Вольдек. Электрические машины. Л., «Энергия», 1974.
5. П. С. Сергеев, Н. В. Виноградов, Ф. А. Горяинов. Проектирование электрических машин. М., «Энергия», 1969.
6. Ю. Р. Смирнов. Расчет магнитной цепи паза при импульсном и высокочастотном режиме. — В сб.: Сложные электромагнитные поля и электрические цепи. Тр. Сибирского НИИ энергетики, вып. 12. Новосибирск, 1968.
7. П. Л. Калантаров, Л. А. Цейтлин. Расчет индуктивностей. М.—Л., Госэнергоиздат, 1955.

Поскольку при однослойной катушечной обмотке витки в нижней части катушки охватываются потоком $\dot{\Phi}_1$, в верхней части потоком $\dot{\Phi}_1 - \dot{\Phi}_2$, то можно принять, что среднее значение потока, охватывающего витки катушки,

$$\dot{\Phi}_{cp} = 1/2[\dot{\Phi}_1 + (\dot{\Phi}_1 - \dot{\Phi}_2)] = \dot{\Phi}_1 - 0,5\dot{\Phi}_2.$$

Тогда при значительном числе витков в катушке коэффициент связи $\tilde{k}_{пн}$ между витком, расположенным в нижней части катушки, и остальной ее частью в области паза будет равен

$$\tilde{k}_{пн} = \frac{\dot{\Phi}_1 - 0,5\dot{\Phi}_2}{\dot{\Phi}_1} \quad (3)$$

и коэффициент связи $\tilde{k}_{пв}$ между витком, расположенным в верхней части катушки, и остальной ее частью

$$\tilde{k}_{пв} = \frac{\dot{\Phi}_1 - \dot{\Phi}_2}{\dot{\Phi}_1 - 0,5\dot{\Phi}_2} \quad (4)$$

Обозначим активно-индуктивное сопротивление одной стороны пазовой части витка через $Z_{1п}$, сопротивление остальной части катушки в области одного паза через $Z_{2п}$ и взаимное сопротивление между витком и остальной частью катушки через $Z_{12п}$. Тогда при определении параметров витка, расположенного в нижней части катушки, будем иметь

$$Z_{1пн} + Z_{12пн} = j\omega\dot{\Phi}_1, \quad (5)$$

общее сопротивление катушки

$$Z_{п} = Z_{1пн} + Z_{2пн} + 2Z_{12пн} \quad (6)$$

и

$$Z_{12пн} = \tilde{k}_{пн} \sqrt{Z_{1пн} Z_{2пн}}.$$

Аналогично при определении параметров витка, расположенного в верхней части катушки,

$$\begin{aligned} Z_{1пв} + Z_{12пв} &= j\omega(\dot{\Phi}_1 - 0,5\dot{\Phi}_2), \\ Z_{п} &= Z_{1пв} + Z_{2пв} + Z_{12пв}, \\ Z_{12пв} &= \tilde{k}_{пв} \sqrt{Z_{1пв} \cdot Z_{2пв}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Решая систему уравнений (1), (3), (5) и (6) относительно $Z_{1пн}$, получаем

$$(1 - \tilde{k}_{пн}^2) Z_{1пн}^2 - \left(\tilde{k}_{пн}^2 - \frac{2\tilde{k}_{пн}}{\omega} + \frac{2}{\tilde{k}_{пн}\omega} \right) Z_{п} Z_{1пн} + \frac{Z_{п}^2}{\tilde{k}_{пн}^2 \omega^2} = 0.$$

Отсюда при значительном числе витков в катушке ($\omega \gg 1$) приближенно определяем

$$Z_{1пн} = \frac{Z_{п}}{\tilde{k}_{пн}^2 \omega^2}. \quad (8)$$

Далее из уравнений (1), (3), (5) и (6) могут быть определены приближенные значения $Z_{2пн}$ и $Z_{12пн}$:

$$Z_{2пн} = Z_{п} \left(1 - \frac{2}{\tilde{k}_{пн} \omega} \right), \quad Z_{12пн} = \frac{1}{\tilde{k}_{пн} \omega} Z_{п} \sqrt{1 - \frac{2}{\tilde{k}_{пн} \omega}}. \quad (9)$$

Аналогично из системы уравнений (1), (4), (7) определяются приближенные значения сопротивлений $Z_{1пв}$, $Z_{2пв}$ и $Z_{12пв}$:

$$Z_{1пв} = \frac{Z_{п}}{\omega^2}; \quad Z_{2пв} = Z_{п} \left(1 - \frac{2\tilde{k}_{пв}}{\omega} \right); \quad Z_{12пв} = \frac{\tilde{k}_{пв}}{\omega} Z_{п} \sqrt{1 - \frac{2\tilde{k}_{пв}}{\omega}}. \quad (10)$$

Индуктивность лобовой части катушки $L_{л}$ может быть вычислена по формулам, приведенным в справочной литературе, например в [3]. Если полагать, что коэффициент связи между витком и остальной частью катушки $k_{л}$ не зависит от положения витка в лобовой части катушки, то при значительном числе витков ($\omega \gg 1$) для индуктивностей витка $L_{1л}$, остальной части катушки $L_{2л}$ и взаимной индуктивности $L_{12л}$ справедливы приближенные соотношения

$$L_{1л} = \frac{L_{л}}{k_{л}^2 \omega^2}; \quad L_{2л} = L_{л} \left(1 - \frac{1}{\omega} \right)^2; \quad L_{12л} = \frac{\omega - 1}{\omega^2} L_{л}. \quad (11)$$

Для определения коэффициента связи $k_{л}$ заменяем лобовые части катушек круговыми катушками с прямоугольным или круглым сечением и с диаметром катушки

$$D = l_{л}/\pi,$$

где $l_{л}$ — длина лобовой части катушки.

По известным формулам [4] вычисляем индуктивность круговой катушки $L'_{л}$ с числом витков ω , индуктивность одного витка $L'_{1л}$ и определяем $k_{л}$ из формулы $k_{л}^2 = \frac{L'_{л}}{\omega^2 L'_{1л}}$.

Общие сопротивления витка Z_1 , остальной части катушки Z_2 и взаимное сопротивление Z_{12} определяем по формулам

$$Z_1 = 2Z_{1п} + j\omega L_{1л}; \quad Z_2 = 2Z_{2п} + j\omega L_{2л}; \quad Z_{12} = 2Z_{12п} + j\omega L_{12л}.$$

При двухслойной катушечной обмотке магнитные потоки, создаваемые сторонами катушки, расположенными в нижней и верхней частях паза (рис. 1, б), будут различными. Поэтому в зависимости от положения витка в катушке по формулам (8), (9) или (10) определяются сопротивления $Z'_{1п}$, $Z'_{2п}$ и $Z'_{12п}$ для пазовой части стороны катушки, расположенной в нижней части паза, при значениях коэффициентов связи

$$\tilde{k}'_{пн} = \frac{\dot{\Phi}'_1 - 0,5\dot{\Phi}'_2}{\dot{\Phi}'_1}; \quad \tilde{k}'_{пв} = \frac{\dot{\Phi}'_1 - \dot{\Phi}'_2}{\dot{\Phi}'_1 - 0,5\dot{\Phi}'_2},$$

и значения $Z''_{1п}$, $Z''_{2п}$ и $Z''_{12п}$ для стороны катушки, расположенной в верхней части паза, при значениях

$$\tilde{k}''_{пн} = \frac{\dot{\Phi}''_1 - \dot{\Phi}''_2 - 0,5\dot{\Phi}''_3}{\dot{\Phi}''_1 - \dot{\Phi}''_2}; \quad \tilde{k}''_{пв} = \frac{\dot{\Phi}''_1 - \dot{\Phi}''_2 - \dot{\Phi}''_3}{\dot{\Phi}''_1 - \dot{\Phi}''_2 - 0,5\dot{\Phi}''_3}.$$

Сопротивления Z_1 , Z_2 и Z_{12} будут равны

$$\begin{aligned} Z_1 &= Z'_{1п} + Z''_{1п} + j\omega L_{1л}; \quad Z_2 = Z'_{2п} + Z''_{2п} + j\omega L_{2л}; \\ Z_{12} &= Z'_{12п} + Z''_{12п} + j\omega L_{12л}. \end{aligned}$$

Коэффициент связи между пазовыми частями катушки и витка, не принадлежащего данной катушке, может быть определен как отношение потока, охватывающего виток, к потоку, охватывающему катушку, при условии, что магнитные потоки были вычислены для катушки с током, которой не принадлежит рассматриваемый виток. Так, для

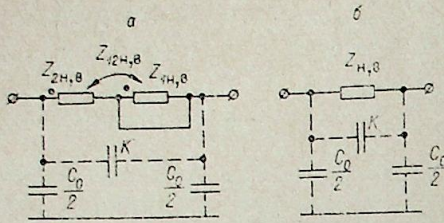


Рис. 2. Схема замещения катушки с короткозамкнутым витком.

двухслойной катушечной обмотки (рис. 1, б) коэффициент связи между пазовой частью витка, расположенного в верхнем слое катушки, находящейся в верхней части паза, и пазовой частью катушки, расположенной в нижней части этого же паза, равен

$$\tilde{k}_{12} = \frac{\dot{\Phi}'_1 - \dot{\Phi}'_2 - \dot{\Phi}'_3}{\dot{\Phi}'_1 - 0,5\dot{\Phi}'_2}$$

взаимное сопротивление между пазовыми частями витка и катушки

$$Z_{12п} = \tilde{k}_{12} \sqrt{Z_{1п} Z_{2п}}$$

Для проверки правильности вычисления по изложенной выше методике активно-индуктивных параметров витка определим активно-индуктивное сопротивление катушки с короткозамкнутым витком. Схема замещения катушки с короткозамкнутым витком при частотах до нескольких сот килогерц показана на рис. 2, а, где C_0 — емкость катушки относительно корпуса машины; K — продольная емкость катушки. Емкость между витком и остальной частью катушки не учитывается. Индексы «н» и «в» относятся к случаям замыкания витка, расположенного в нижнем и верхнем слоях катушки соответственно. Общее активно-индуктивное сопротивление катушки (рис. 2, б):

$$Z_{н,в} = r_{н,в} + j\omega L_{н,в} = Z_{2н,в} - Z_{12н,в}^2 / Z_{1н,в}$$

На рис. 3, а приведены расчетные значения активных сопротивлений и индуктивностей катушки двигателя А 51/4 с однослойной обмоткой при отсутствии короткозамкнутого витка r, L и при замыкании одного витка, расположенного в нижней r_n, L_n и в верхней r_v, L_v частях катуш-

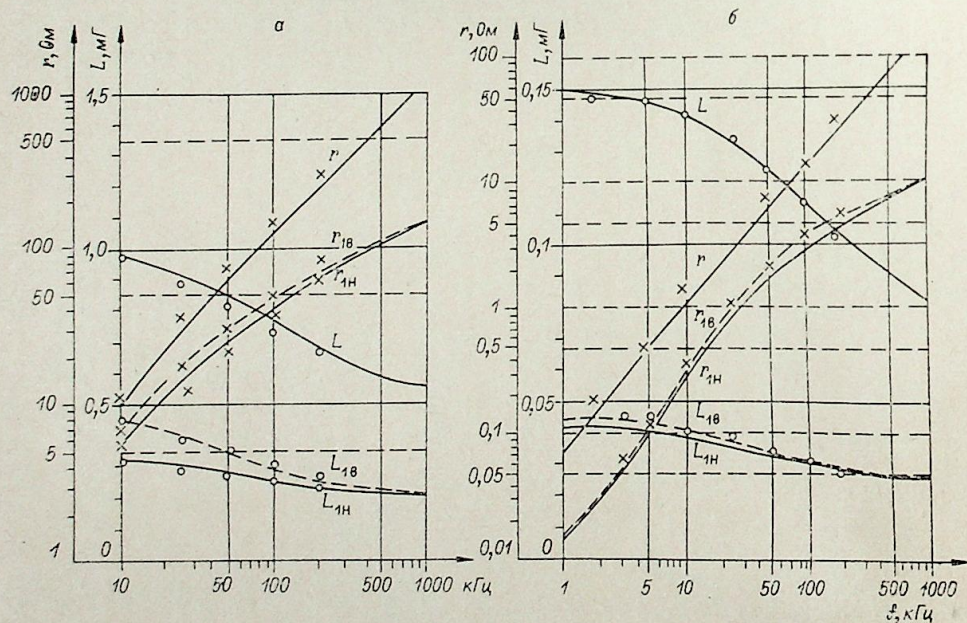


Рис. 3. Активные сопротивления и индуктивности катушки двигателей А 51/4 (а) и А 61/4 (б) при наличии и отсутствии короткозамкнутого витка в катушке. — расчет, \circ, \times — опыт.

ки. На рис. 3, б приведены аналогичные кривые, вычисленные для катушки двигателя А 61/4 с двухслойной обмоткой. На этом же рисунке для частот до 150—200 кГц (когда еще можно не учитывать влияние емкостных параметров катушки на ее общее сопротивление) приведены опытные значения активных сопротивлений и индуктивностей катушек, измеренные мостом полных проводимостей МПП-300 при отсутствии короткозамкнутого витка в обмотках, при замыкании витка верхнего слоя катушек и для двигателя А 51/4 при замыкании витка нижнего слоя катушки.

Удовлетворительное совпадение опытных и расчетных значений активных сопротивлений и индуктивностей катушек позволяет сделать вывод о применимости изложенной методики для расчета активно-индуктивных параметров витка обмотки статора электрической машины.

Новосибирский электротехнический институт связи

Поступила в редакцию 21/1 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. К. Горбунов. Расчет собственных и взаимных активно-индуктивных волновых параметров катушек обмотки статора электрической машины. — Изв. СО АН СССР, 1978, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.
2. Н. Л. Чагин. К расчету волновых параметров всыпных обмоток электрических машин. Изв. СО АН СССР, 1973, № 8, сер. техн. наук, вып. 2.
3. П. С. Сергеев, Н. В. Виноградов, Ф. А. Горяинов. Проектирование электрических машин. М., «Энергия», 1969.
4. П. Л. Калантаров, Л. А. Цейтлин. Расчет индуктивностей. М.—Л., Госэнергоиздат, 1955.

Ю. К. ГОРБУНОВ, В. Л. ОСНОВИЧ

ВЛИЯНИЕ КОРОТКОЗАМКНУТОГО ВИТКА НА ВОЛНОВЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ И ПАРАМЕТРЫ ОБМОТОК ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН

Один из широко применяемых методов обнаружения короткозамкнутых витков в обмотках асинхронных электрических машин основан на поочередном воздействии импульсным напряжением на обмотки каждой фазы, последовательно с которыми подключена емкость C_1 , и сопоставлении с помощью электронно-лучевой трубки формы напряжений, приходящихся на обмотки фаз [1]. При отсутствии в обмотке электрической машины короткозамкнутых витков на экране электронно-лучевой трубки наблюдается одна кривая напряжения, при наличии в обмотке одной из фаз короткозамкнутого витка — две кривые напряжений «здоровой» и поврежденной фаз.

Как показали экспериментальные исследования, при воздействии на обмотку электрической машины экспоненциального импульса в наблюдаемой на экране электронно-лучевой трубки кривой напряжения можно выделить аperiodическую составляющую, которая тем меньше, чем больше емкость C_1 по сравнению с емкостями обмотки, и одну периодическую составляющую напряжения, изменяющуюся с частотой ω и затуханием σ . Высокочастотные составляющие напряжения практически полностью затухают за первую четверть периода колебания напряжения с частотой ω .

Таким образом, при расчете напряжения, приходящегося на обмотку одной из фаз, последовательно с которой включена емкость C_1 , обмотка может быть заменена цепью с параметрами: активным сопротивлением r_ϕ и индуктивностью L_ϕ фазы, продольной емкостью K_ϕ и емкостью $C_{0\phi}$ фазы обмотки относительно корпуса (рис. 1, а). Емкости $C_{0\phi}$ и K_ϕ могут быть заменены эквивалентной емкостью C_2 (рис. 1, б):

$$C_2 = K_\phi + 0,25C_{0\phi}. \quad (1)$$

При воздействии на обмотку напряжения

$$u(t) = U_0 e^{-\alpha t} \quad (2)$$

напряжение $u_\phi(t) = u_{12}(t)$ в форме изображения $U_\phi(p)$ будет равно

$$U_\phi(p) = U(p) \frac{pC_1(r_\phi + pL_\phi)}{p^2L_\phi C + pr_\phi C + 1} = U_0 \frac{pC_1(r_\phi + pL_\phi)}{(p + \alpha)(p^2L_\phi C + pr_\phi C + 1)}, \quad (3)$$

где $C = C_1 + C_2$.

Напряжение $u_\phi(t)$ определяется из (3) по теореме разложения

$$u_\phi(t) = \frac{C_1}{C} \frac{\omega_0^2}{\omega^2 + \alpha^2 - 2\alpha\sigma} \left[\frac{\alpha^2 - 2\alpha\sigma}{\omega_0^2} e^{-\alpha t} + \left(\cos \omega t + \frac{\sigma - \alpha}{\omega} \sin \omega t \right) e^{-\sigma t} \right], \quad (4)$$

где $\omega_0 = \frac{1}{L_\phi C}$; $\sigma = \frac{r_\phi}{2L_\phi}$; $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \sigma^2}$.

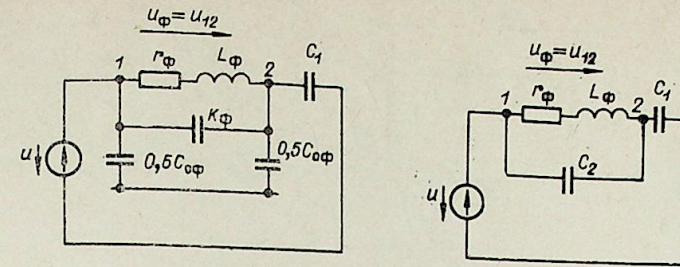


Рис. 1. Схема замещения фазы обмотки электрической машины с последовательно подключенной емкостью C_1 .

Короткозамкнутый виток в обмотке одной из фаз влияет на активное сопротивление и индуктивность как данной фазы, так и двух других фаз. Ниже на примере двигателя А51/4 изложена методика расчета активно-индуктивных параметров обмоток фаз при замыкании витка в одной из катушек обмотки. Схема расположения катушек в пазах статора двигателя А51/4 показана на рис. 2.

Полагаем, что короткозамкнутый виток расположен, например, в третьей катушке первой фазы. Для определения активно-индуктивных сопротивлений фаз обмоток двигателя за элементы схемы замещения обмотки принимаем активно-индуктивные сопротивления пазовой $Z_{п}$ и лобовой $Z_{л}$ частей каждой из катушек обмотки, сопротивление пазовой $Z'_{3п}$ или лобовой $Z'_{3л}$ частей третьей катушки без учета сопротивления короткозамкнутого витка. В расчетах при числе витков в катушке двигателя А 51/4, равном $\omega = 32$, можно принять

$$Z'_{3п} = Z_{3п} - Z_{вп} \approx Z_{3п} \quad \text{и} \quad Z'_{3л} = Z_{3л} - Z_{вл} \approx Z_{3л}.$$

Активно-индуктивные сопротивления пазовых и лобовых частей первой — третьей катушек $Z_{1п,л} - Z_{3п,л}$ вычисляются по методике, изложенной в [2], как сумма собственных сопротивлений катушек и взаимных сопротивлений между катушками рассматриваемой фазы обмотки. Тогда активно-индуктивное сопротивление фазы обмотки при отсутствии витковых замыканий, с учетом того, что сопротивления четвертой — шестой катушек двигателя такие же, как и первой — третьей, будет равно

$$Z_\phi = r_\phi + j\omega L_\phi = 2(Z_{1п} + Z_{2п} + Z_{3п}) + 2(Z_{1л} + Z_{2л} + Z_{3л}). \quad (5)$$

Обозначим коэффициенты связи между короткозамкнутым витком и остальной частью третьей катушки первой фазы, в которой расположен короткозамкнутый виток, для пазовых частей обмотки через $k_{11п}$ и для лобовых частей через $k_{11л}$. Аналогично обозначим коэффициенты связи между витком и катушкой, расположенной в соседнем с витком пазу, через $k_{12п}$ и $k_{12л}$; между витком и катушкой, расположенной от витка через паз, через $k_{13п}$ и $k_{13л}$. Коэффициенты связи между элементами обмотки, расположенными через два паза, незначительны*.

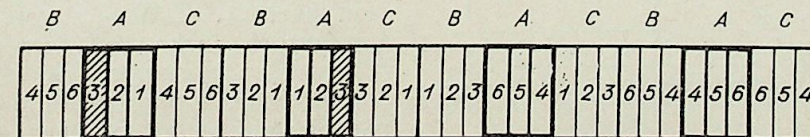


Рис. 2. Схема расположения катушки в пазах статора асинхронного двигателя А 51/4.

* Учет влияния короткозамкнутого витка на параметры секции, расположенной с короткозамкнутым витком в одном и том же закрытом пазу, проведен в работе З. Г. Каганова и Н. Л. Чагина [3].

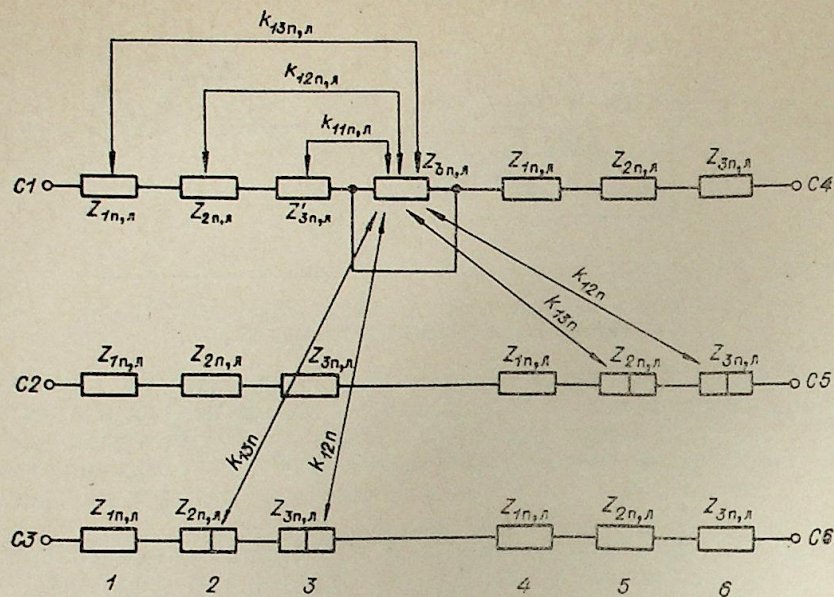


Рис. 3. Схема замещения обмотки двигателя А51/4 с короткозамкнутым витком активно-индуктивными сопротивлениями.

На рис. 3 показана схема взаимных связей между короткозамкнутым витком третьей катушки первой фазы и катушками двигателя А51/4. Полагаем, что сопротивление контакта в месте короткого замыкания витка незначительно. Тогда, производя развязку индуктивных связей

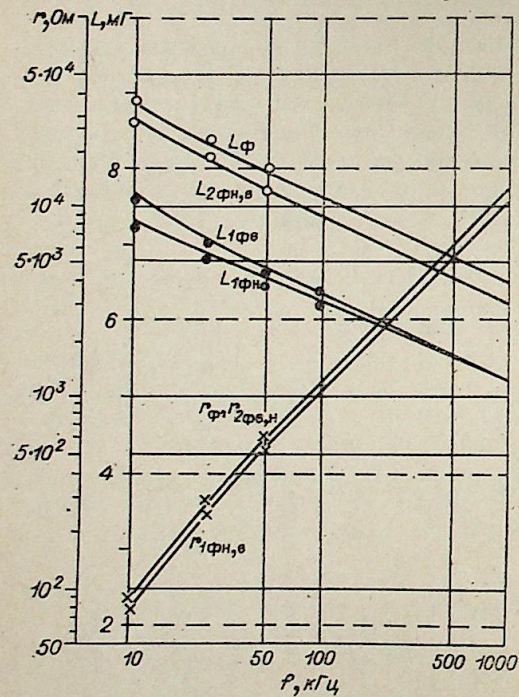


Рис. 4. Активные сопротивления и индуктивности обмоток первой и второй фаз двигателя А51/4 без короткозамкнутого витка и с короткозамкнутым витком в обмотке первой фазы.

○, ●, × — опыт, — расчет.

рис. 3, определим сопротивления фаз при наличии короткозамкнутого витка:

$$Z_{1\phi} = r_{1\phi} + j\omega L_{1\phi} = Z_{\phi} - (k_{11n}^2 Z'_{3n} + k_{12n}^2 Z_{2n} + k_{13n}^2 Z_{1n}) - (k_{11n}^2 Z'_{3n} + k_{12n}^2 Z_{2n} + k_{13n}^2 Z_{1n}); \quad (6)$$

$$Z_{2\phi} = Z_{3\phi} = r_{2\phi} + j\omega L_{2\phi} = Z_{\phi} - 0,5(k_{12n}^2 Z_{3n} + k_{13n}^2 Z_{2n}). \quad (7)$$

В формулу (7) введен коэффициент 0,5, поскольку в области паза рядом с третьей катушкой первой фазы расположена лишь одна сторона пятой и шестой катушек второй фазы, третьей и второй катушек третьей фазы (см. рис. 2). Влияние короткозамкнутого витка на параметры лобовых частей катушек второй и третьей фаз, принимая во внимание расположение катушек в лобовых частях обмотки, можно считать незначительным и в расчетах не учитывать. Методика определения коэффициентов связи $k_{n, \pi}$ в пазовых и лобовых частях об-

$C_1, \text{ пФ}$	Место распол. КЗ витка 3-й катуш. 1-й фазы	Исследуемая фаза	Расчет					Опыт	
			$L_{\phi}, \text{ мГ}$	$r_{\phi}, \text{ Ом}$	$\omega, \text{ мкс}^{-1}$	$T, \text{ мкс}$	$\sigma, \text{ мкс}^{-1}$	$T, \text{ мкс}$	$\sigma, \text{ мкс}^{-1}$
660	Низ	1	6,6	0,65	0,412	15,2	0,049	15,5	0,050
	Верх	1	6,5	0,65	0,417	15,0	0,050	15,2	0,051
	Низ } Верх }	2	7,7	0,67	0,380	16,5	0,043	16,8	0,045
2200	Низ	1	6,9	0,36	0,244	25,8	0,026	26,0	0,025
	Верх	1	6,65	0,36	0,250	25,1	0,027	25,0	0,025
	Низ } Верх }	2	7,9	0,38	0,227	27,6	0,024	28,5	0,024
6900	Низ	1	7,2	0,19	0,139	45,0	0,0132	46,0	0,0135
	Верх	1	7,0	0,19	0,141	44,5	0,0135	45,0	0,0135
	Низ } Верх }	2	8,2	0,20	0,131	48,0	0,0122	49,0	0,0117

мотки изложена в [4]. На рис. 4 приведены расчетные значения активных сопротивлений и индуктивностей фаз обмоток двигателя А51/4, вычисленные по формулам (5) — (7): r_{ϕ} и L_{ϕ} — при отсутствии короткозамкнутого витка в обмотках фаз; $r_{1\phi n}, L_{1\phi n}, r_{2\phi n}, L_{2\phi n}$ — при замыкании витка, расположенного в нижней части третьей катушки первой фазы, и $r_{1\phi в}, L_{1\phi в}, r_{2\phi в}, L_{2\phi в}$ — в верхней ее части. На этом же рисунке приведены опытные значения активных сопротивлений и индуктивностей фаз при наличии и отсутствии в третьей катушке первой фазы короткозамкнутого витка.

По данным рис. 4 при значениях емкостей фаз обмотки двигателя А51/4 $K_{\phi} = 27 \text{ пФ}$, $C_{0\phi} = 840 \text{ пФ}$ и значениях емкости C_1 660, 2200 и 6900 пФ (см. рис. 1) по формулам (4) были вычислены угловая частота ω , затухание σ и период $T = 2\pi/\omega$ колебания напряжения на обмотках первой и второй фаз при замыкании витка в третьей катушке первой фазы. Их значения приведены в таблице. Здесь же показаны опытные значения T и σ , определенные из осциллограмм фазных напряжений обмоток.

На рис. 5 приведены опытные и расчетные значения воздействующего импульсного напряжения $u(t)$ и напряжений на обмотках первой $u_{1\phi}$ и второй $u_{2\phi}$ фаз двигателя А51/4 при замыкании витка в нижней части третьей катушки первой фазы и при подключении последовательно с обмоткой емкости $C_1 = 2800 \text{ пФ}$. Расчет напряжений $u_{1\phi}$ и $u_{2\phi}$ проведен по формуле (4) при замене воздействующего напряжения по (2) при $\alpha = 0,02 \text{ мкс}^{-1}$.

Достаточно близкое совпадение опытных и расчетных значений параметров фаз обмоток (см. рис. 4), затуханий и периодов колебаний напряжений на обмотках (см. таблицу) и формы напряжений на фазах

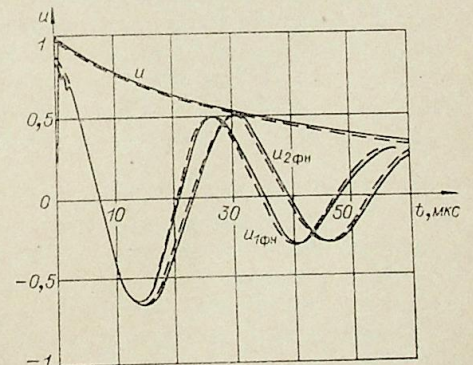


Рис. 5. Опытные и расчетные значения напряжений на обмотках первой и второй фаз при воздействии на обмотку экспоненциального импульса. — опыт, --- расчет.

обмотки двигателя А51/4 при замыкании витка в обмотке одной из фаз позволяет сделать вывод о применимости изложенной выше методики для расчета волновых параметров и волновых напряжений фаз обмоток статора электрической машины при витковых замыканиях в обмотках.

Новосибирский электротехнический
институт связи

Поступила в редакцию
1/III 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Аппарат ЕЛ-1. Техническое описание и инструкция по эксплуатации. Внешторгиздат, 1970.
2. Ю. К. Горбунов. Расчет собственных и взаимных активно-индуктивных волновых параметров элементов обмоток электрических машин.—Изв. Сиб. отд. АН СССР, см. настоящий номер журнала.
3. З. Г. Каганов, Н. Л. Чагин. Влияние витковых замыканий на волновые параметры двигателей со всеполюсной обмоткой.—Изв. вузов. Электромеханика, 1975, № 11.
4. Ю. К. Горбунов, В. Л. Основич. Активно-индуктивные волновые параметры витка обмотки статора асинхронной машины.—Изв. Сиб. отд. АН СССР, см. настоящий номер журнала.

УДК 621.311.2.004.86 : 621.165

В. Н. МОСКВИЧЕВА, Л. А. ОГУРЕЧНИКОВ, Ю. М. ПЕТИН

К ВЫБОРУ ИСХОДНОЙ ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ РАСЧЕТНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФРЕОНОВЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК

Обзор деятельности предприятий химической, нефтеперерабатывающей, металлургической и других отраслей промышленности показывает, что в промышленности имеют место значительные потери энергии, связанные со сбросом в окружающую среду низкопотенциального тепла различных технологических процессов. По техническим и экономическим соображениям тепло низких параметров ($\leq 130^\circ\text{C}$) не находит применения в пределах существующих технологических циклов.

Совокупность технических средств, предназначенных для использования такого тепла, ограничена. В то же время накоплен определенный опыт в области энергетического использования сбросного тепла. Экспериментальные опытно-промышленные исследования, проводимые в СССР и за рубежом, подтвердили возможность создания надежных энергетических установок, работающих по закрытому циклу на низкокипящих веществах, например фреонах [1—3]. Использование в качестве источника тепла сбросов промышленных предприятий позволит в издержках производства электроэнергии фреоновой энергетической установкой (ФЭУ) исключить топливную составляющую, которая на тепловых электростанциях составляет примерно 70% от полных эксплуатационных затрат. Это создаст предпосылки для повышения экономической эффективности предприятий в связи с промышленной реализацией фреоновых энергетических установок.

При обосновании параметров и конструктивно-компоновочных решений по основному оборудованию ФЭУ необходимы комплексные технико-экономические исследования. Известно, что технико-экономические показатели по установке определяются в результате термодинамического, конструкторского и экономического расчетов. Основные принципы, связанные с выполнением таких расчетов, применительно к фреоновой энергетической установке, изложены в [1]. Данная работа представляет собой один из этапов исследований, проводимых авторами по технико-экономическому обоснованию ФЭУ, ее цель — реализация методических принципов экономических расчетов и выбор исходных технико-экономических данных.

В качестве итогового показателя экономической эффективности фреоновых энергетических установок принята величина приведенных расчетных затрат. Минимальное значение этого показателя послужило критерием сравнительной экономичности различных решений по фреоновым установкам.

В соответствии с методикой технико-экономических расчетов [4] приведенные расчетные затраты по установке 3 для периода нормальной эксплуатации определяются выражением

$$Z = E_n \sum_{i=1}^n K_i + \sum_{j=1}^m I_j, \quad (1)$$

где E_n — нормативный коэффициент эффективности капиталовложений; K_i — капитальные затраты в i -й элемент оборудования; I_j — отдельные составляющие производственных издержек по установке.

Для получения удельных показателей по нестандартному оборудованию была использована технико-экономическая формация по экспериментальной фреоновой геотермической станции Института теплофизики СО АН СССР на Паратунских термах Камчатки. Опыт эксплуатации этой станции в 1964—1971 гг. был также учтен при определении издержек производства. В ряде случаев привлекались технико-экономические показатели, соответствующие действующим и проектируемым тепловым конденсационным электростанциям. Ниже рассматриваются отдельные составляющие затрат, соответствующие (1).

Капитальные затраты в электрогенератор с выводами и электротехнические устройства $K_{1,2}$ определены по зависимости

$$K_{1,2} = \bar{K}_{1,2}(N_{ген}) N_{ген} z_{1,2}, \quad (2)$$

где $N_{ген}$ — установленная мощность генератора; z_i (где $i=1, 2, 3, \dots$) — коэффициент, учитывающий монтажные работы.

Обработка отечественной технико-экономической информации позволила получить (рис. 1) удельные капитальные затраты в электрогенератор с выводами и электротехнические устройства в виде зависимости $\bar{K}_{1,2}(N_{ген})$, которая с точностью $\leq 0,35\%$ аппроксимирована полиномом вида

$$\bar{K}_{1,2}(N_{ген}) = a_0 + a_1 N_{ген} + \dots + a_n N_{ген}^n. \quad (3)$$

Из литературных источников известны 12 установок с фреоновыми турбинами [3], в том числе одна из них создана в Советском Союзе [2]. Однако технико-экономической информации по зарубежным фреоновым турбинам практически нет. Поэтому авторы использовали лишь данные по единственному головному образцу отечественной установки и проектные проработки Новосибирского отделения Теплоэлектропроекта (НО ТЭП) по ряду объектов Камчатской области. Естественно такое положение не позволяет проводить обобщающий анализ, подобный тому, который проводился выше для стандартного оборудования. В этих условиях целесообразно определять капитальные затраты по фреоновой турбине K_3 следующим образом [5]:

$$K_3 = \bar{K}_6 N_T (N_6/N_T)^{1-c} z_T, \quad (4)$$

где \bar{K}_6 — удельные капиталовложения в базовую фреоновую турбину мощностью N_6 ; N_T — текущее значение мощности фреоновой турбины; $(1-c)$ — показатель степени, характеризующий изменение капиталовложений в зависимости от мощности оборудования; z_T — коэффициент, учитывающий влияние некоторых параметров (давление, температура и т. д.).

Для расчета единовременных затрат в теплообменные аппараты $K_{4,5,6,7}$ (конденсатор, подогреватель, испаритель, пароперегреватель) каждый из них условно представлен состоящим из двух элементов: труб-

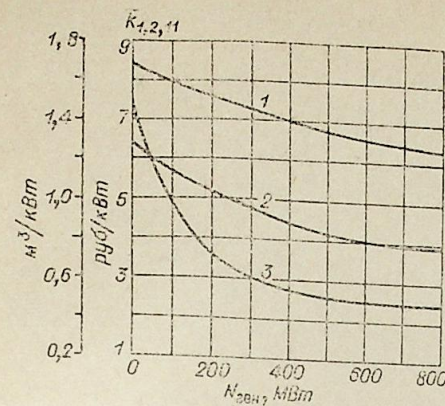


Рис. 1. Влияние мощности энергетического блока на изменение удельных показателей.

1, 2 — капиталовложения соответственно в электротехнические устройства и электрогенератор с выводами. 3 — строительный объем главного корпуса.

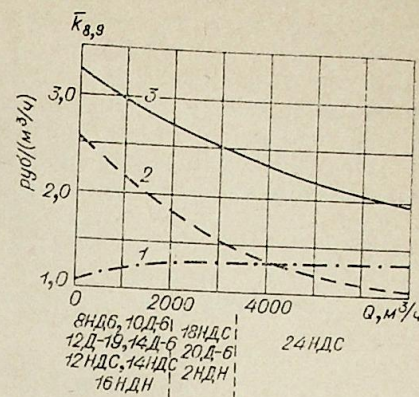


Рис. 2. Изменение удельных капитальных затрат в насосы.

1 — оборудование; 2 — монтажные работы; 3 — всего (оборудование + монтаж).

ного пакета и корпуса. При этом считается, что капитальные затраты в трубный пучок пропорциональны поверхности теплообмена.

Удельные капиталовложения по насосам (питательному фреоновому, насосу первичного контура) $K_{8,9}$ аппроксимированы полиномом 3-й степени (рис. 2). Расчет полных затрат выполнен по выражению аналогичному (3), в котором в качестве характерного параметра принят расход фреона.

Капиталовложения в стационарные трубопроводы K_{10} определяются по расходу фреона D в контуре и базовым затратам в стационарные трубопроводы $K_{ст}$, соответствующие Паратунской ГеоТЭС:

$$K_{10} = K_{ст} (D_6/D)^m z_{10}. \quad (5)$$

В качестве расчетного показателя при определении капиталовложений в строительную часть ФЭУ K_{11} приняты удельные затраты на 1 м^3 производственного помещения \bar{K}_{11} :

$$K_{11} = \bar{K}_{11} V. \quad (6)$$

здесь $V = \bar{K}(N_T) N_T$ — строительный объем главного корпуса; $\bar{K}(N_T)$ — удельный объем главного корпуса (см. рис. 1).

Математическая модель фреоновой энергетической установки предусматривает применение различных систем технического водоснабжения: прямоточных, оборотных с водохранилищами-охладителями, оборотных с градирнями. Для расчета капиталовложений K_{12} по этому узлу использованы исходные данные Теплоэлектропроекта, принимаемые при проектировании тепловых электростанций:

$$K_{12} = K_n + \bar{K}_{12} G_n (G_6/G_n)^n, \quad (7)$$

где K_n — затраты, несвязанные с изменением расхода циркуляционной воды G_n ; \bar{K}_{12} — удельные капиталовложения, определяемые количеством охлаждающей воды; G_6 — базовый расход циркуляционной воды.

В соответствии с перечнем материальных ресурсов, подлежащих учету в разделе оборудования, определены единовременные затраты K_{13} на фреон как рабочее тело закрытого технологического цикла:

$$K_{13} = \bar{z}_\Phi (D/D_6) G_{\Phi 6}, \quad (8)$$

здесь \bar{z}_ϕ — удельная стоимость фреона; $G_{зв}$ — заправочный вес фреона для базового варианта ФЭУ [2].

Рассчитаны капиталовложения в склад фреона K_{14} и маслохозяйство K_{15} , необходимые для покрытия эксплуатационных расходов фреона, изоляционного и турбинного масел, их регенерации.

На начальной стадии предварительных технико-экономических исследований энергетических установок учесть все виды затрат промышленного строительства ФЭУ трудно. В связи с этим ряд статей из полной стоимости установки вынесены в прочие затраты. Сюда относятся капиталовложения в транспортное хозяйство, внешние коммуникации, временные здания и сооружения, непредвиденные затраты и т. п. Поэтому такие затраты по ФЭУ учтены в виде некоторой части от полных капиталовложений в установку.

Специфика структуры производственных издержек фреоновой энергетической установки состоит в наличии эксплуатационных расходов I_ϕ , обусловленных восполнением фреона, безвозвратно потерянного в цикле установки:

$$I_\phi = \bar{z}_\phi \Delta D h_n, \quad (9)$$

где ΔD — потери фреона в единицу времени; h_n — число часов использования установки в году.

В соответствии с этим годовые издержки по эксплуатации ФЭУ включают следующие составляющие: амортизационные отчисления; затраты на производство текущих ремонтов оборудования, зданий и сооружений; затраты на восполнение потерь фреона; заработную плату обслуживающего персонала; общестанционные и прочие расходы. Определение отдельных составляющих эксплуатационных расходов выполнено в соответствии с общепринятыми методами. При этом ежегодные издержки на амортизацию (реновацию и капитальный ремонт) определяются по каждому элементу оборудования ФЭУ в соответствии с нормами амортизационных отчислений [6].

Для определения оптимального варианта из совокупности перспективно рассматриваемых приходится сопоставлять различные решения. При сравнении этих решений различные варианты имеют разный энергетический эффект из-за различия в расходе электроэнергии на собственные нужды. Поэтому для приведения сравниваемых вариантов к одинаковому энергетическому эффекту в методику технико-экономического расчета ФЭУ вводится понятие замещающей мощности [7]. Расчетные затраты в замещающую электростанцию определяются по замыкающим затратам на электроэнергию \bar{z}_3 [8].

Таким образом, с учетом изложенного выше выражение для функции цели — приведенных расчетных затрат Z — имеет следующий вид:

$$Z = E_n \sum_{i=1}^n K_i + \left[(1 + p_{т.р.})(1 + p_0) \sum_{i=1}^n p_i K_i \right] + h_n (\bar{z}_\phi \Delta D + \Delta I_{з\bar{z}_3}) + e n_1 N_y, \quad (10)$$

где p_i , $p_{т.р.}$, p_0 — нормы отчислений соответственно на амортизацию, текущий ремонт и общестанционные расходы; e — среднегодовой фонд заработной платы одного работающего; n_1 — штатный коэффициент; N_y — установленная мощность фреоновой установки; $\Delta I_{з\bar{z}_3}$ — замещающая мощность.

Будучи источником тепла для ФЭУ, промышленные предприятия определяют условия сооружения и функционирования фреоновых энергетических установок. Это обусловлено районом расположения, клима-

тическими условиями, количеством и качеством сбросного тепла, а также стоимостными показателями. В свою очередь площадка промышленного предприятия определяет наличие водного бассейна, его температуру и объединенную энергосистему (ОЭС), элементом которой следует рассматривать ФЭУ. Поэтому исследования внутренней структуры и параметров фреоновой энергетической установки необходимо проводить с учетом указанных влияющих факторов.

Разработанный блок экономических расчетов был подключен к общей математической модели ФЭУ для оценки влияния основных факторов и параметров на технико-экономические показатели промышленных установок.

В качестве иллюстрации рассмотрен один из возможных вариантов фреоновой энергетической установки [1], работающей на сбросной горячей воде с фиксированными параметрами сбросного теплоносителя на входе в установку $P_1 = 0,35$ МПа, $T_1 = 388$ К, начальными параметрами фреоновой пары перед турбиной $P_0 = 1,25$ МПа, $T_0 = 383$ К и конечным давлением $P_k = 0,18$ МПа. Рабочим телом ФЭУ выбран фреон-21. Термические сопротивления поверхностей нагрева конденсатора, подогревателя, испарителя, пароперегревателя со стороны первичного теплоносителя и фреона приняты в соответствии с [9]. Число часов использования установки в году — 8000. По данным НО ТЭП отчисления на общестанционные расходы приняты в размере 15% ввиду отсутствия в ФЭУ систем топливоподачи и химической обработки питательной воды. С учетом действующих преискурантов [10, 11] в технико-экономические расчеты введены следующие основные стоимости материалов: трубные пакеты фреоновой парогенератора из гладких медных труб — 17 руб/м²; трубные пакеты конденсатора из оребренных медных труб — 22 руб/м²; фреон-21 — 2 руб/кг. Среднегодовой фонд заработной платы обслуживающего персонала — 1700 руб/год. Затраты в строительную часть главного корпуса, в котором размещается основное оборудование ФЭУ, приняты в размере 7,5 руб/м³ [12]. Применительно к району Центра европейской части СССР рассматривается оборотная система технического водоснабжения с водохранилищем-охладителем и удельными капиталовложениями 16 руб/(м³/ч)*.

Задача исследования ставилась таким образом, чтобы в первую очередь определить влияние мощности генератора на технико-экономические показатели ФЭУ.

Из представленных на рис. 3 зависимостей следует, что фреоновая станция относится к энергетическим установкам с относительно большими капиталовложениями и малыми эксплуатационными расходами. Для рассмотренного диапазона мощностей фреоновой установки и принятых исходных данных удельные капитальные затраты на установленный киловатт мощности (нетто) находятся на уровне 200—260 руб., а производственная себестоимость в зависимости от мощности ФЭУ изменяется от 0,24 до 0,92 коп/кВт·ч. Несмотря на повышенные капиталовложения в ФЭУ, отсутствие топливной составляющей и простота техно-

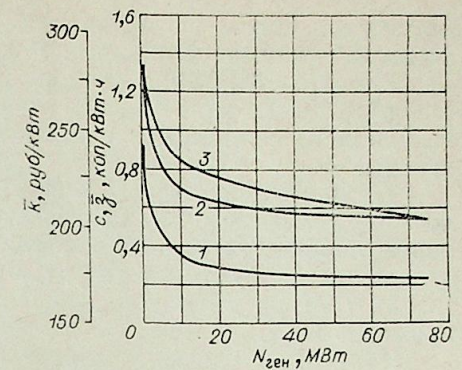


Рис. 3. Влияние электрической мощности генератора на технико-экономические показатели ФЭУ.

1 — производственная себестоимость 1 кВт·ч электроэнергии; 2 — удельные расчетные затраты; 3 — удельные капиталовложения во фреоновую энергоустановку к.

* Указанный показатель должен быть значительно ниже, поскольку ФЭУ — часть существующей на промышленном предприятии системы технического водоснабжения.

логической схемы позволили получить расчетные затраты на электроэнергию, отпущенную с шин установки, в размере 0,55—1,35 коп/кВт·ч.

Характер зависимости 2 (рис. 3) показывает, что, начиная с мощности фреоновой энергетической установки — 4—6 МВт удельные расчетные затраты соответствуют их средним значениям по электростанциям страны.

Технико-экономический анализ позволил выявить основные капиталоемкие элементы ФЭУ: конденсатор фреоновой турбины — 32%, фреоновый парогенератор — 40%, в том числе подогреватель фреона — 20% от полных капитальных затрат в установку. В полных расчетных затратах (10) на долю составляющей от капиталовложений приходится примерно 50%.

Нормативы удельных капиталовложений во фреоновую турбину и станционные трубопроводы получены в результате обработки данных применительно к району Камчатской области, для которой поправочный коэффициент к стоимости промышленного строительства относительно первого территориального района равен 1,67.

ВЫВОДЫ

1. Проведен технико-экономический анализ работы фреоновых энергетических установок на сбросном тепле промышленных предприятий. Показана перспективность использования его в ФЭУ.

2. Определены предельные значения мощности ФЭУ с точки зрения конкурентоспособности по расчетным затратам в сравнении с традиционными тепловыми энергоустановками.

3. Выявлены основные капиталоемкие элементы фреоновой энергетической установки, оказывающие существенное влияние на величину приведенных затрат.

Институт теплофизики
СО АН СССР
Новосибирск.

Поступила в редакцию
9/ХІІ 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Проблемы эффективного использования вторичных энергоресурсов. Под ред. В. Н. Москвичевой. Новосибирск, 1976, с. 50.
2. Использование фреонов в энергетических установках. Под ред. В. Н. Москвичевой. Новосибирск, 1974, с. 4.
3. Sega Kōji, Nēnre kēkai sei, Nenryo Kyōkaishi.—J. Fuel. Soc. Jap., 1975, 54, № 575, 157.
4. Типовая методика определения экономической эффективности капитальных вложений. М., «Экономика», 1969, с. 10.
5. А. Э. Гельтман, Д. М. Будняцкий, Л. Е. Апатовский. Блочные конденсационные электростанции большой мощности. М.—Л., «Энергия», 1968, с. 70.
6. Нормы амортизационных отчислений по основным фондам народного хозяйства СССР и положение о порядке планирования, начисления и использования амортизационных отчислений в народном хозяйстве. М., «Экономика», 1974, с. 3—141.
7. Л. А. Мелентьев, М. А. Стырикович, Е. О. Штейнгауз. Топливо-энергетический баланс СССР. М.—Л., Госэнергоиздат, 1962, с. 42—47.
8. Руководящие указания к использованию в технико-экономических расчетах показателей замыкающих затрат на топливо, электрическую и тепловую энергию. М., 1972, с. 26.
9. О. Н. Маньковский, А. Р. Толчинский, М. В. Александров. Теплообменная аппаратура химических производств. Инженерные методы расчета. Л., «Химия», 1976, с. 346.
10. Госкомитет цен Совета Министров СССР. Прейскурант № 02—06. Оптовые цены на прокатно-тянутые и прессованные изделия из цветных металлов и сплавов. М., «Прейскурантиздат», 1974, с. 198.
11. Министерство химической промышленности СССР. Прейскурант № 05—11—45. Оптовые цены на химические реактивы и препараты. Ч. 1. М., «Прейскурантиздат», 1974, с. 169.
12. Электрификация СССР. Под ред. П. С. Непорожного. М., «Энергия», 1970, с. 144.

УДК 519.272 : 532.517.2

К вопросу об экспериментальном определении интегрального масштаба турбулентности в пограничном слое. Дербунович Г. И., Репик Е. У., Соседко Ю. П. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1978, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Проведен анализ методов экспериментального определения макромасштаба турбулентности в пограничном слое. Показано, что известные методы определения масштаба турбулентности неприменимы в условиях неоднородного пристеночного течения. Предложена усовершенствованная методика экспериментального определения пространственных корреляционных функций и макромасштаба турбулентности в пограничном слое. Рис. 6, библи. 3.

УДК 537.525.5

Численное исследование течения и теплообмена в пористом канале плазмотрона. Курочкин Ю. В., Пустогаров А. В., Уколов В. В. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1978, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

В статье представлены результаты численного расчета параметров дугового разряда, стабилизированного распределенным поперечным вдувом газа через пористый материал стенки канала. Уравнения течения и теплообмена в канале решены совместно с уравнениями течения и теплообмена в пористом материале. Решение сопряженной задачи позволяет учесть изменение параметров на внутренней поверхности стенки вдоль оси канала. Получено поле температур, скоростей и расходов, тепловые потоки на стенки канала, напряженность электрического поля при токах до 300 А и удельных расходах вдуваемого газа до $6 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$. Рис. 6, библи. 9.

УДК 541.118

Скорость закалки в плазмохимических реакторах. Сурис А. Л. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1978, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

В работе рассмотрены два метода закалки конечных продуктов плазмохимических реакций: поверхностная закалка в рекуперативных теплообменниках и закалка прогреваемыми частицами. Получены обобщенные переменные, характеризующие скорость закалки в определенных условиях.

На основании решения системы уравнений, описывающих нестационарный нагрев дисперсных сферических частиц в газовом потоке, определены поле температур в частицах и скорость закалки газа. На ЭВМ рассчитаны корни характеристического уравнения в широком диапазоне изменения параметров. Табл. 8, рис. 2, библи. 4.

УДК 536.24.532.54

Конвективный теплообмен при турбулентном смешении ограниченных коаксиальных струй. Сухович Е. П. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1978, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Выполнено экспериментальное исследование конвективного теплообмена высокотемпературной газовой струи с коаксиальным закрученным потоком в неподвижной трубе. Показано, что центробежные силы в закрученном течении с отрицательным градиентом температуры по радиусу способствуют устойчивому раслоению потока по температуре и существенному уменьшению тепловых потоков на поверхности канала.

Предложено использовать закрученную газовую завесу для тепловой защиты внутренней поверхности цилиндрического канала от воздействия высокотемпературной среды. Рис. 5, библи. 9.

Весовые испытания тяжелых моделей в импульсной аэродинамической трубе. Дмитриев В. А., Затолока В. В., Звегинцев В. И. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1978, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Проанализирован метод свободно перемещающейся модели для измерения действующих на модель аэродинамических сил при испытаниях в аэродинамических трубах с коротким временем режима (десятки миллисекунд). В частности, рассмотрен случай, когда в рабочем потоке трубы, при постоянном по времени числе M , давления, скоростной напор и аэродинамические силы за время режима плавно уменьшаются в 2–4 раза, что характерно для импульсных аэродинамических труб. Показано, что метод позволяет использовать модели массой в несколько килограмм, т. е. практически снимает ограничения на массу моделей, присущие известным тензометрическим методам при использовании их в трубах с коротким временем режима.

Экспериментальные данные, полученные при испытаниях шара и конусов массой 0,7–4,3 кг в импульсной трубе при числе $M \approx 11$, хорошо совпадают с известными экспериментальными и расчетными данными. Опыты показали простоту и надежность метода в эксплуатации. Табл. 1, рис. 4, библи. 12.

Экспериментальное исследование течений на режимах перерасширения в плоском сопле. Затолока В. В., Зудов В. Н., Лушанов В. И., Шевченко В. И. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1978, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Расчетно-экспериментальным путем исследованы течения на режимах перерасширения в плоском сопле внутренне-внешнего расширения с боковыми кромками. Выявлен сильный пространственный эффект, заключающийся в том, что на этих режимах с боковых кромок сопла сходят в струю скачки уплотнения, вызванные косым отрывом пограничного слоя. Они вызывают значительное повышение давления на тяговой стенке сопла. Испытывались два варианта сопла — с боковыми щеками и без них. Рис. 7, библи. 13.

Влияние отражения кладки на лучистый теплообмен в слое изотермического селективного газа. Мальман М. М., Попов Ю. А., Невский А. С. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1978, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

В статье приводится метод расчета лучистого теплообмена в слое селективного изотермического газа с учетом отражения от стенок. Расчеты для смеси углекислого газа и водяного пара показали, что вид температурного поля (при одинаковой средней температуре газа) существенно влияет на теплообмен. Это указывает на необходимость расчета теплообмена для конкретных случаев распространения температур газа. Увеличение отражательной способности кладки ведет к снижению результирующего потока на металл. Табл. 2, рис. 3, библи. 5.

Об одном методе определения граничных условий при решении задач магнитостатики. Целиковский Е. Ф. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1978, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Расчет магнитостатического поля для безвихревых областей предлагается проводить интегрирование уравнения Лапласа с граничными условиями, найденными путем конформного переноса их с поверхности намагниченного шара на поверхность тела, поле которого рассчитывается.

Данная методика, с последующим численным решением, рассмотрена на примере тела, образованного вращением вокруг вертикальной оси овала Мюнстера и намагниченного вдоль оси вращения. Рис. 2, библи. 5.

Анализ схем включения электродиффузионного датчика скорости потока и трения на стенке. Малков В. А., Томсон Я. Я. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1978, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

В статье рассматриваются схемы электродиффузионного преобразователя, дается сравнение их по различным характеристикам (системы, динамические характеристики разработанного в ИТФ СО АН СССР электродиффузионного преобразователя). Рис. 7, библи. 6.

Сопоставление методов учета неизотермичности объема газа в расчетах поглощения лучистых потоков. Детков С. П. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1978, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

В работе сопоставлены различные методы учета неизотермичности газа в расчетах поглощения лучистых потоков: «точный» метод, приближение Курти — Годсона, трипараметрическое приближение и приближение степенных зависимостей параметров колебательно-вращательной полосы от температуры. Спектр газа представлен системой неперекрывающихся колебательно-вращательных полос. В численном расчете приняты следующие модели: система тел состоит из двух смежных слоев равной толщины с температурами 1000 и 2000 К. Огибающая полосы соответствует модели гармонического осциллятора и жесткого ротатора. Поглощение изотермического участка в узкой полосе спектра описывается по статической модели. Приняты степенные зависимости параметров полосы от температуры. По всем методам определяется интегральное поглощение в полосе спектра. Все методы дали близкие результаты. Расчетами иллюстрируются объемы исходной информации и вычислений по каждому методу.

Оценка методов облегчает их выбор в расчетах теплообмена излучением. Табл. 2, библи. 6.

Некоторые мероприятия по снижению взрывоопасности систем пылеприготовления на тепловых электростанциях Иркутскэнерго. Алаев Г. П., Поляков В. В., Сколяров Я. Н., Апасов В. Л. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1978, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Приводятся статистические данные о нарушениях работы систем пылеприготовления электростанций Иркутскэнерго, сжигающих черемховские, азейские и ирша-бородинские угли. Анализируются основные причины взрывов и хлопков в пылесистемах. Рассматриваются мероприятия по снижению взрывоопасности систем пылеприготовления. Табл. 3, рис. 3, библи. 6.

Приближенное аналитическое решение уравнения движения ротора генератора. Ландман А. К., Чебан В. М. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1978, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Предлагается использование метода малого параметра для расчета устойчивого динамического перехода в одномашинной электрической системе.

Для систем данного вида выведены аналитические зависимости угла ротора генератора от времени, а также формулы для вычисления максимального и минимального углов ротора.

Результаты расчетов переходного процесса по предложенной методике сравнивались с результатами численного интегрирования методом Рунге-Кутты 4-го порядка, при этом относительная погрешность аналитического решения составила 0,1–0,2%. Табл. 3, библи. 5.

Статистические модели эквивалентирования расчетных схем электрических систем. Манусов В. З., Кучеров Ю. Н. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1978, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Предлагается алгоритм расчета эквивалентных параметров электрической системы в условиях вероятностно-определенной информации. Приведены основные выражения, позволяющие проводить статистическое эквивалентирование: расчет ожидаемых значений активных параметров преобразованной схемы, расчет дисперсий эквивалентных мощностей узлов и при учете статистической зависимости переменных — эквивалентных ковариаций. Библи. 2.

О синхронизирующей мощности в сложной электроэнергетической системе. Лукашов Э. С. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1978, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Понятия синхронизирующей мощности (момента) распространяются на все узлы схемы сложной электроэнергетической системы. Вводится понятие центра скольжения системы, и синхронизирующая мощность определяется как отношение приращений активной мощности в узле к изменению угла вектора напряжения в узле по отношению к центру скольжения. Предлагается оценивать статическую устойчивость любой электрической системы совокупностью синхронизирующих мощностей (моментов) для всех узлов электрической схемы системы.

Оптимальный режим регулируемого двигателя смешанного возбуждения. А. Н. Попов. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1978, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Для двигателя смешанного возбуждения, регулируемого изменением напряжения, подводимого к цепи якоря, и тока параллельной обмотки возбуждения обосновано понятие оптимального режима работы, соответствующего минимуму потерь при данных значениях частоты вращения и статического момента нагрузки. Установлена методика определения параметров двигателя в оптимальном режиме. Показано, что переход к такому режиму может сопровождаться значительным снижением потерь двигателя. Рис. 5, библи. 2.

УДК 621.373.42

Исследование устойчивости колебаний в автогенераторах на сверхпроводящих переключающих элементах. Рычков С. Н. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1978, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Проведено исследование устойчивости автоколебаний в генераторах, построенных на сверхпроводящих переключающих элементах (криотронах) и применяемых для измерения времени переходного процесса и тока в сверхпроводящих цепях, слабых магнитных полей, температуры жидкого гелия в криостатах и других величин. Обобщенная схема генератора описывается системой n ($n=2, 3, \dots$) дифференциальных уравнений первого порядка с разрывными правыми частями и анализируется методом точечных отображений.

Сделаны выводы о числе предельных циклов и их устойчивости, найдены устойчивые периодические решения для двухкаскадного генератора. Получено условие устойчивости теплового режима генератора. Приведено сопоставление расчетных результатов с экспериментальными данными. Рис. 6, библи. 10.

УДК 621.311.001

Некоторые способы улучшения статистических моделей электропотребления и электрических нагрузок энергосистемы. Мардер Л. И., Морозова Н. С., Мызин А. Л. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1978, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Предложены статистические модели прогнозирования электропотребления и электрических нагрузок энергосистем, основанные на комбинации моделей тренда и случайной компоненты. Показано, что для сужения доверительных интервалов точечных прогнозов моделируемых показателей целесообразно учесть в модели составляющую периодических (сезонных) изменений показателей. Табл. 6, рис. 3, библи. 10.

УДК 621.315.1

Решение дифференциальных уравнений установившегося режима многопроводной системы с дискретным заземлением проводов. Макаров В. М. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1978, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Составлены и решены дифференциальные уравнения со специальными коэффициентами многопроводной системы с заземлениями проводов в произвольных точках через заданные сопротивления. Решение этих уравнений проведено с применением нестационарных формул Лагранжа — Сильвестера и не зависит от кратности собственных чисел волновой матрицы многопроводной системы. Получены

представления многопроводной системы в виде каскадного соединения многополюсных элементов, включающих в себя параметры заземлений.

Полученные формулы могут быть использованы при анализе установившихся режимов многоцепных линий электропередачи с тросами различной конструкции заземления, при эквивалентировании ЛЭП с тросами линией без тросов, при анализе режимов многопроводных систем с «движущимися» точками заземления. Библи. 4.

УДК 621.313.226

Расчет собственных и взаимных активно-индуктивных волновых параметров катушек обмотки статора электрической машины. Горбунов Ю. К. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1978, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Дана методика расчета параметров схемы замещения магнитной цепи обмотки статора электрической машины по ее конструктивным данным при частотах синусоидального тока в обмотке от нескольких килогерц до нескольких сот килогерц. На основании расчета магнитной цепи вычисляются собственные и взаимные активные сопротивления пазовых частей катушек обмотки статора электрической машины. Индуктивности лобовых частей катушек могут быть определены по известным из литературы формулам. Вычисленные для асинхронного двигателя активные сопротивления и индуктивности катушек удовлетворительно совпадают с опытными данными. Рис. 3, библи. 7.

УДК 621.313.226

Активно-индуктивные волновые параметры витка обмотки статора электрической машины. Горбунов Ю. К., Основич В. Л. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1978, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Дана методика расчета собственного и взаимного активно-индуктивных сопротивлений витка, расположенного в верхней или нижней частях катушки статора электрической машины, основанная на расчете магнитной цепи катушки с током в предположении, что силовые линии магнитного поля в пазовой части открытых или полужакрытых пазов параллельны дну паза. Составлена схема замещения катушки с короткозамкнутым витком, и для асинхронных двигателей с однослойной и двухслойной обмотками вычислены эквивалентные сопротивления катушек, которые в диапазоне частот от 1 до 200 кГц удовлетворительно совпадают с опытными значениями. Рис. 4, библи. 4.

УДК 621.313.001.24

Влияние короткозамкнутого витка на волновые напряжения и параметры обмоток электрических машин. Горбунов Ю. К., Основич В. Л. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1978, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Дана методика расчета волновых активных сопротивлений и индуктивностей обмоток каждой фазы асинхронного двигателя при витковом замыкании в обмотке одной из фаз. Обмотка заменяется цепью с сосредоточенными параметрами, и определяется напряжение в цепи при поочередном воздействии на обмотки каждой фазы импульсного напряжения и подключении последовательно с обмотками емкости. Табл. 1, рис. 5, библи. 4.

К выбору исходной технико-экономической информации для расчетных исследований эффективности фреоновых энергетических установок. Москвичева В. Н., Огуречников Л. А., Петин Ю. М. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1978, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Промышленные предприятия несут потери энергии, связанные со сбросом в окружающую среду низкопотенциального тепла. Использование его в качестве источника тепла в установках, работающих на низкокипящих веществах, например фреонах, позволит в издержках производства электроэнергии ФЭУ исключить топливную составляющую, которая на обычных ТЭС составляет около 70% от полных эксплуатационных затрат. Излагается методика технико-экономического расчета ФЭУ, сообщаются основные исходные данные. Применительно к району Центра европейской части страны рассмотрен один из возможных вариантов ФЭУ, работающей на сбросной горячей воде. В диапазоне рассмотренных мощностей фреонового блока от 0,75 до 75 МВт удельные расчетные затраты на отпущенный с шин установки 1 кВт·ч электроэнергии составляют 0,55—1,35 коп. при себестоимости от 0,24 до 0,92 коп/кВт·ч и удельных капиталовложений в размере 200—260 руб/кВт в зависимости от мощности ФЭУ. Рис. 3, библи. 12. †