

ИЗВЕСТИЯ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

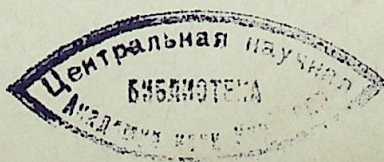
СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Год основания журнала 1957 Год основания серии 1963	Периодичность журнала 15 номеров в год Периодичность серии 3 номера в год	№ 13 (283) вып. 3	Октябрь 1977
--	--	----------------------	-----------------

СОДЕРЖАНИЕ

Н. Ф. Будунов. О некоторых расчетах закрученных течений несжимаемой жидкости	3
В. П. Рябченко. Расчет стационарного обтекания решетки профилей дозвуковым потоком газа методом последовательных приближений	11
Ю. Г. Головачев, О. Н. Маренникова, А. А. Тарнавский. Устойчивость стратифицированных потоков. Ч. II. Вязкое двухслойное течение	16
А. С. Земская, В. Н. Левицкий, Е. У. Репик, Ю. П. Соседко. Влияние близости стенки на показания термоанемометра в ламинарном и турбулентном пограничном слое	29
И. К. Яушев, Г. С. Хакимзянов. О численном расчете стационарных плоскопараллельных течений идеальной жидкости и газа в каналах сложной конфигурации	37
И. И. Гогонин, А. Р. Дорохов, В. Н. Бочагов. К вопросу образования «сухих пятен» в стекающих тонких пленках жидкости	46
В. М. Иевлев, А. С. Коротеев, В. В. Коба, И. Г. Кулаков. Экспериментальная установка для получения концентрированного пучка релятивистских электронов в атмосфере	52
В. М. Макаров. Эквивалентирование однородным полупространством кусочно-неоднородной земли вдоль трассы ЛЭП при определении ее средних продольных параметров	57
А. Л. Сурис. К вопросу о расчете плазмохимических реакторов	61
А. Л. Сурис. Оптимальный профиль температур и скоростей в химическом реакторе	68
А. Л. Сурис, Е. В. Фланкин, С. Н. Шорин. Исследование процесса смешения струй сырья с плазменным потоком в канале реактора	75
И. С. Буров, В. К. Литвинов, А. Л. Моссэ. Экспериментальное исследование локального теплообмена потока воздушной плазмы со стенками канала на начальном участке	80
А. Д. Лебедев, Б. А. Урюков. Напряженность электрического поля дуги в турбулентной свободной струе	85
В. С. Перегудов, Б. А. Урюков. Сопротивление дугового разряда по отношению к линейным возмущениям	90
Б. А. Гошмер, А. М. Шварцбург. Нестационарный радиационно-кондуктивный теплообмен в органических стеклах при наличии конвекции на поверхности	97
А. Х. Калужный, Ю. В. Соколов, А. А. Греб. Выбор алгоритма расчета послеаварийных режимов при больших небалансах мощности в энергосистеме и анализ аperiodической устойчивости таких режимов	101
В. С. Захарин, З. Г. Каганов, Л. С. Медведева. Применение полиномов Чебышева к расчету переходных процессов в однородных цепных схемах	107
К. Б. Кани, С. А. Дружинин, В. Н. Феклистов, Э. В. Хлыстунова. Кондуктометрическое измерение распределения жидкости в пене	112
Ю. Н. Веприк, Т. Б. Заславская. Получение однофазного эквивалента сети для расчетов устойчивости в условиях сложной несимметрии	118
С. С. Ананичева, Д. А. Арзамасцев, Л. И. Мардер, А. Л. Мызин. Модели удельных капиталовложений в сооружение тепловых электростанций	126
В. О. Хандрос, Н. А. Боголюбов. Установка для измерения электросопротивления и сплавов при высоких температурах	133
Михаил Федорович Жуков	137

© Издательство «Наука»
«Известия Сибирского отделения АН СССР», 1977 г.



ИЗВЕСТИЯ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

Главный редактор журнала чл.-корр. М. Ф. Жуков
Заместитель главного редактора д-р физ.-мат. наук В. Г. Дулов

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ СЕРИИ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Ответственный редактор серии чл.-корр. М. Ф. Жуков

Чл.-корр. О. Ф. Васильев, д-р техн. наук Б. Н. Девятов, д-р физ.-мат. наук В. Г. Дулов, чл.-корр. Н. А. Желтухин (зам. ответственного редактора), д-р техн. наук В. Е. Накоряков, д-р техн. наук Н. А. Рубцов (ответственный секретарь серии), д-р техн. наук Б. А. Урюков, д-р техн. наук В. К. Щербаков

Адрес редакции: 630099, Новосибирск, 99, Советская, 18, комн. 331.
Тел. 22-00-44

Н. Ф. БУДУНОВ

О НЕКОТОРЫХ РАСЧЕТАХ ЗАКРУЧЕННЫХ ТЕЧЕНИЙ
НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Работа посвящена расчету осесимметричных закрученных течений разностным методом на основе полных уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости.

Закрученные течения часто сопровождаются образованием замкнутых циркуляционных областей (приосевых вихрей) с возвратными течениями на оси. В передней и задней (по течению) точках приосевого вихря скорость равна нулю, поэтому при расчете такого вихря естественно учитывать вязкие эффекты и течение описывать уравнениями движения вязкой жидкости. В качестве первого простого примера, где может иметь место приосевой вихрь, рассмотрим установившееся ламинарное течение вязкой несжимаемой жидкости из равномерно вращающейся трубы в неподвижную того же диаметра (см. рис. 1). Частные случаи этой задачи рассмотрены в работе [1] на основе линейризованных уравнений. Течение будем считать осесимметричным, тогда уравнения движения можно представить в виде

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} - 2\Phi \right) - \frac{1}{\nu r} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\Phi \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\Phi \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \right] = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{1}{r} + \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \Omega) \right] - \frac{1}{\nu r} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\Omega \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\Omega \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \right] = - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} (\Phi^2), \quad (2)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x^2} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = - r^2 \Omega, \quad (3)$$

где ν — коэффициент вязкости, а Φ , Ω , ψ связаны с осевой u , радиальной v и окружной w компонентами скорости в цилиндрических координатах x , r , φ соотношениями

$$\Phi = wr, \quad \Omega = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial r} \right), \quad (4)$$

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad v = - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (5)$$

Пусть вращающаяся и неподвижная части трубы соприкасаются в плоскости $x=0$, тогда, считая на достаточно большом расстоянии от стыка труб течение установившимся (однородным) по длине канала и рассматривая уравнения (2) и (3) как одно уравнение четвертого порядка для ψ , можно записать граничные условия:

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = 0, \quad \psi = Ud^2/8, \quad \Phi = a(d/2)^2 \text{ при } r = \frac{d}{2}, \quad -\infty < x < 0, \quad (6)$$

Редактор Т. Б. Мелкозерова

Художественный редактор Э. С. Филонычева

Технический редактор Н. М. Бурлаченко

Корректоры С. В. Блинова, С. Ф. Липинская

Сдано в набор 22 июля 1977 г. Подписано к печати 12 октября 1977 г. МН 02083. Формат 70×108^{1/8}.
Бумага типографская № 2. 9 печ. л., 12,6 усл.-печ. л., 13 уч.-изд. л. Тираж 2035 экз. Заказ № 621.
Цена 70 коп.

Издательство «Наука». Сибирское отделение. 630099, Новосибирск, 99, Советская, 18.
4-я типография издательства «Наука», 630077, Новосибирск, 77, Станиславского, 25.

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = 0, \quad \psi = Ud^2/8, \quad \Phi = 0 \text{ при } r = \frac{d}{2}, \quad 0 \leq x < \infty, \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = 0, \quad \psi = 0, \quad \Phi = 0 \text{ при } r = 0, \quad -\infty < x < \infty, \quad (8)$$

$$\psi = Ur^2(1 - 2r^2/d^2), \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0, \quad \Phi = ar^2 \text{ при } 0 \leq r \leq \frac{d}{2}, \quad x = -\infty, \quad (9)$$

$$\psi = Ur^2(1 - 2r^2/d^2), \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0, \quad \Phi = 0 \text{ при } 0 \leq r \leq \frac{d}{2}, \quad x = -\infty, \quad (10)$$

где a, d — угловая скорость и диаметр вращающейся части трубы, U — средняя по сечению (среднерасходная) скорость в ней.

Задачу будем решать методом конечных разностей. Аппроксимируя симметрично уравнения (1), (2) и (3) на прямоугольной сетке ($l = x_{i+1} - x_i$, $h = r_{j+1} - r_j$), получим разностные уравнения [2], которые представим в виде

$$\Phi_{xx} + \frac{1}{r} \left[\left(r - \frac{h}{2} \right) \Phi_r \right]_r - \frac{2}{r} \Phi_x - \frac{1}{vr} \left[\left(\Phi \psi_r \right)_x - \left(\Phi \psi_x \right)_r \right] = 0, \quad (11)$$

$$\Omega_{xx} + \frac{1}{r} \left[\frac{1}{r - \frac{h}{2}} (r^2 \Omega)_r \right]_r - \frac{1}{vr} \left[\left(\Omega \psi_r \right)_x - \left(\Omega \psi_x \right)_r \right] = - \frac{1}{r^4} (\Phi^2)_x, \quad (12)$$

$$\psi_{xx} + r \left(\frac{1}{r - \frac{h}{2}} \psi_r \right)_r = -r^2 \Omega. \quad (13)$$

Составленная разностная схема является консервативной, так как уравнения (11)–(13) могут быть получены интегрированием методом, исходя из уравнений

$$\oint_L \Phi \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \Phi \frac{\partial \psi}{\partial r} dr = v \oint_L \left(2\Phi - r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) dx + r \frac{\partial \Phi}{\partial x} dr, \quad (14)$$

$$\oint_L \Omega \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \left(\Omega \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{\Phi^2}{r^3} \right) dr = v \oint_L - \frac{1}{r} \frac{\partial (r^2 \Omega)}{\partial r} dx + \frac{\partial (r \Omega)}{\partial x} dr, \quad (15)$$

$$\oint_L \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} dx - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x} dr = \iint_S r \Omega dx dr, \quad (16)$$

где L — замкнутая кривая в меридиональной плоскости, а S — ограниченная ею площадь.

Уравнение (14) представляет собой закон сохранения момента импульса в осесимметричном потоке. Левая часть этого уравнения характеризует поток момента импульса через фиксированную торондальную поверхность с меридиональным сечением L . Этот поток в идеальной жидкости по теореме Кельвина о сохранении циркуляции должен быть равен нулю, а в рассматриваемом случае вязкой жидкости равен представленному правой частью моменту вязких сил, действующих на торондальной поверхности. Уравнение (15) может быть истолковано как закон сохранения завихренности в вязком потоке. Его легко получить, взяв циркуляцию по кривой от уравнения движения в форме Лэмба — Громеки. Уравнение (16) вытекает из формулы Стокса.

Разностная задача решалась как по явной итерационной схеме, так и по неявной схеме, стабилизирующей поправки [3]. В силу условий (8) на оси симметрии ($r=0$) сеточные функции Φ и ψ равны нулю. Значения Ω на оси можно вычислить, аппроксимируя условие $\partial \Omega / \partial r = 0$ при $r=0$. Однако при последовательных приближениях значения Ω на оси симметрии не используются, так как, согласно уравнению (12), они входят в схему с нулевыми коэффициентами. Это находится в соответствии с тем, что условие $\partial \Omega / \partial r = 0$ при $r=0$ является следствием уравнения (2) [2].

Значения Φ и ψ на стенке ($r=mh$) определены условиями (6) и (7). Значения Ω на стенке в явной схеме вычислялись по формуле Кусковой и по формуле Вудса [4]. Результаты были близкими. Известно, что в неявных схемах применение такого способа аппроксимации условия прилипания (7) и (8) возможно только в сочетании с нижней релаксацией, что снижает скорость сходимости. В связи с этим в неявной схеме (аналогично [5]) последовательные приближения для $\Omega_{i,j}$ по уравнению (12) проводились на уменьшенной сетке с границей, отстоящей на один шаг от стенки. Последовательные приближения для $\psi_{i,j}$ по уравнению (13) проводились на полной сетке с учетом условия прилипания $\partial \psi / \partial r = 0$ при $r=mh$, после чего значения $\psi = Ud^2/8$ на стенке восстанавливались и по найденным значениям $\psi_{i,j}$ вычислялись по уравнению (13) значения $\Omega_{m-1,j}$ в пристеночных узлах. Такой способ аппроксимации условия прилипания (также как способ [5]) не требует релаксации, что позволяет увеличить скорость сходимости по сравнению с явной схемой примерно в три раза.

Согласно условиям (9) и (10),

$$\Omega = 16 U/d^2 \text{ при } x = \pm \infty, \quad 0 \leq r \leq d/2, \quad (17)$$

кроме того, в силу однородности течения по длине на большом расстоянии от стыка труб имеют место и такие условия:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Omega}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \text{ при } x = \pm \infty, \quad 0 \leq r \leq \frac{d}{2}. \quad (18)$$

Условия (9), (10), (17) и (18), строго выполняющиеся на бесконечности, при численном решении задавались на конечном расстоянии от стыка труб (на левой $x=-nl$ и правой $x=Nl$ границах сетки). Численные решения показали, что использование условий (9), (10), (17) или условий (18) дает близкие результаты в большей части области решения. Отличия, имеющие место вблизи левой и правой границ сетки, быстро уменьшаются при удалении от этих границ. При этом условия (18) дают более естественные результаты.

Численным экспериментом также установлено, что последовательные приближения на правой границе (в выходном сечении) можно проводить, используя различные экстраполяционные формулы, определяющие значения функций на правой границе через их значения в верхних по потоку узлах сетки. Это находится в соответствии с тем, что при удалении от стыка труб наряду с первыми производными стремятся к нулю и вторые производные по x , поэтому, как и в пограничном слое, все характеристики течения вдали от стыка труб должны определяться распределением этих характеристик в стоящих выше по потоку сечениях.

Численное решение задачи представлено на рис. 1 и 2. Как видно из рис. 1, затухание вращения жидкости при входе в неподвижную трубу сопровождается увеличением давления вниз по потоку в приосевой области и в соответствии с этим замедлением продольного движения вблизи оси. При увеличении угловой скорости вращающейся трубы это приводит к возникновению приосевого вихря, который усиливается также при увеличении среднерасходной скорости. Это явление демонстри-

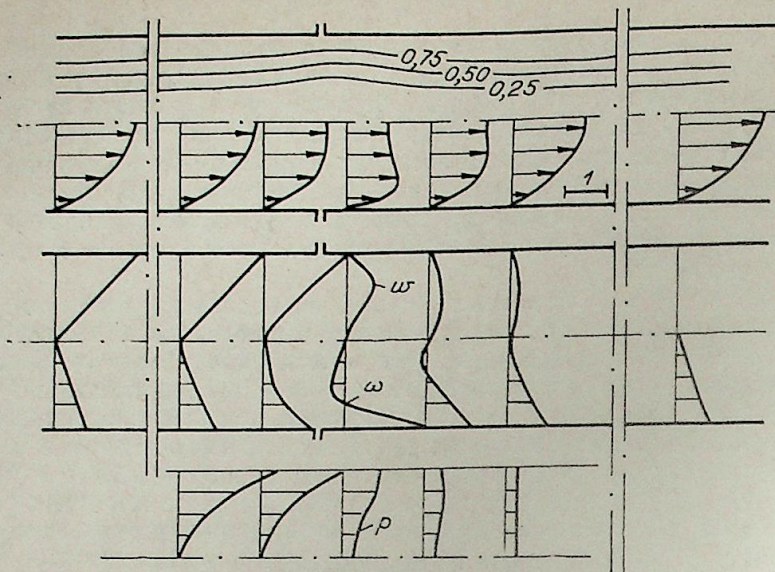


Рис. 1. Поверхности тока, профили продольной u и окружной w компонент скорости, профили завихренности ω и давления p при $Re=ad^2/2\nu=100$, $\sigma=ad/V=10$.

руется на рис. 2, где показаны поверхности тока при одном и том же параметре закрутки, но разных числах Рейнольдса. Из рис. 2 видно, как увеличиваются размеры вихря с увеличением числа Рейнольдса.

На рис. 3 представлено решение периодической по длине трубы задачи, когда труба состоит из чередующихся между собой неподвижных и вращающихся с одинаковой скоростью участков. Здесь показаны поверхности тока, профили продольной (сплошные линии) и окружной (штриховые линии) компонент скорости.

В этом случае при увеличении числа Рейнольдса приосевой вихрь, возникающий при входе жидкости из вращающейся части в неподвижную, ослабляется и далее исчезает. Это объясняется тем, что жидкость, проходя через вращающийся участок трубы вблизи оси, не успевает в достаточной мере вовлечься во вращательное движение, также как и затормозить вращение, проходя через неподвижный участок трубы (если число Рейнольдса достаточно велико или длины участков труб малы). Численными экспериментами установлено, что с увеличением длины периода приосевой вихрь усиливается тем быстрее, чем больше число Рейнольдса.

Сопоставление решений, представленных на рис. 3, показывает, как с увеличением среднерасходной скорости положение приосевого вихря смещается вниз по потоку.

При переходе жидкости из неподвижного участка во вращающийся происходит нечто обратное. Жидкость вовлекается во вращательное движение. При этом давление на оси резко уменьшается, а около стенки увеличивается вниз по потоку. В соответствии с этим продольное движение вблизи оси ускоряется, а вблизи стенки притормаживается и возникает возвратное течение около стенки.

Представляет интерес течение, когда оба участка трубы вращаются в противоположных направлениях. Три таких решения показаны на рис. 4. На рис. 4, а представлены поверхности тока, профили продольной и окружной компонент скорости при $\sigma=25$ и $Re=125$ в случаях, когда участки имеют разную длину и вращаются в противоположные стороны с одинаковыми по величине угловыми скоростями. Здесь

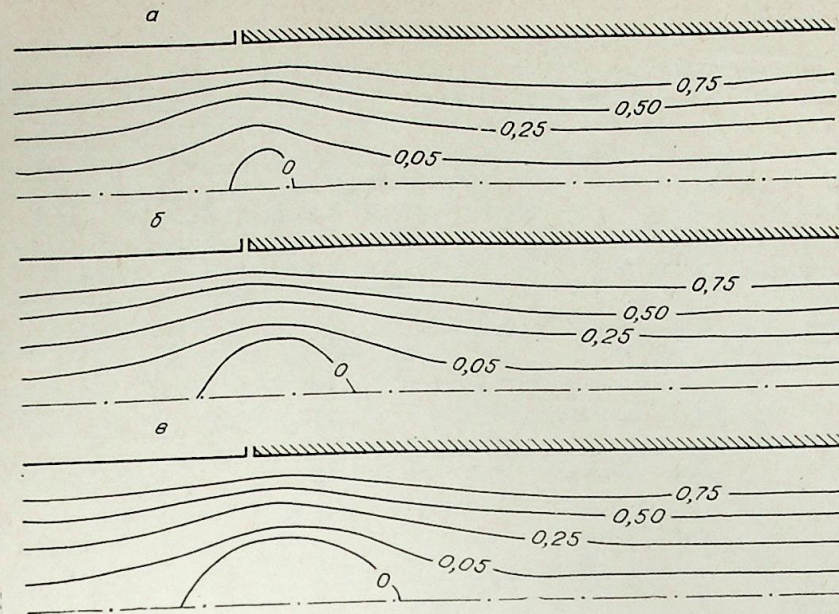


Рис. 2. Поверхности тока при $\sigma=20$.
а) $Re=80$; б) $Re=120$; в) $Re=160$.

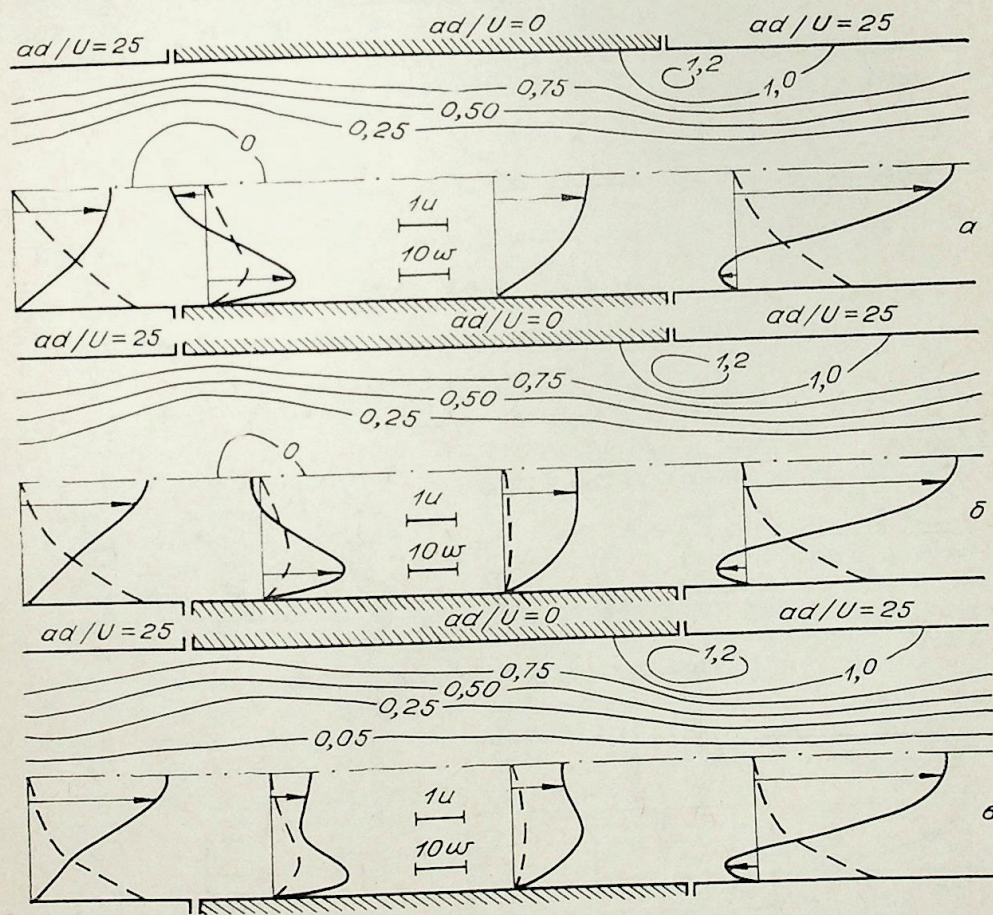


Рис. 3. Поверхности тока, профили продольной u и окружной w компонент скорости при $\sigma=25$.
а) $Re=125$; б) $Re=250$; в) $Re=500$.

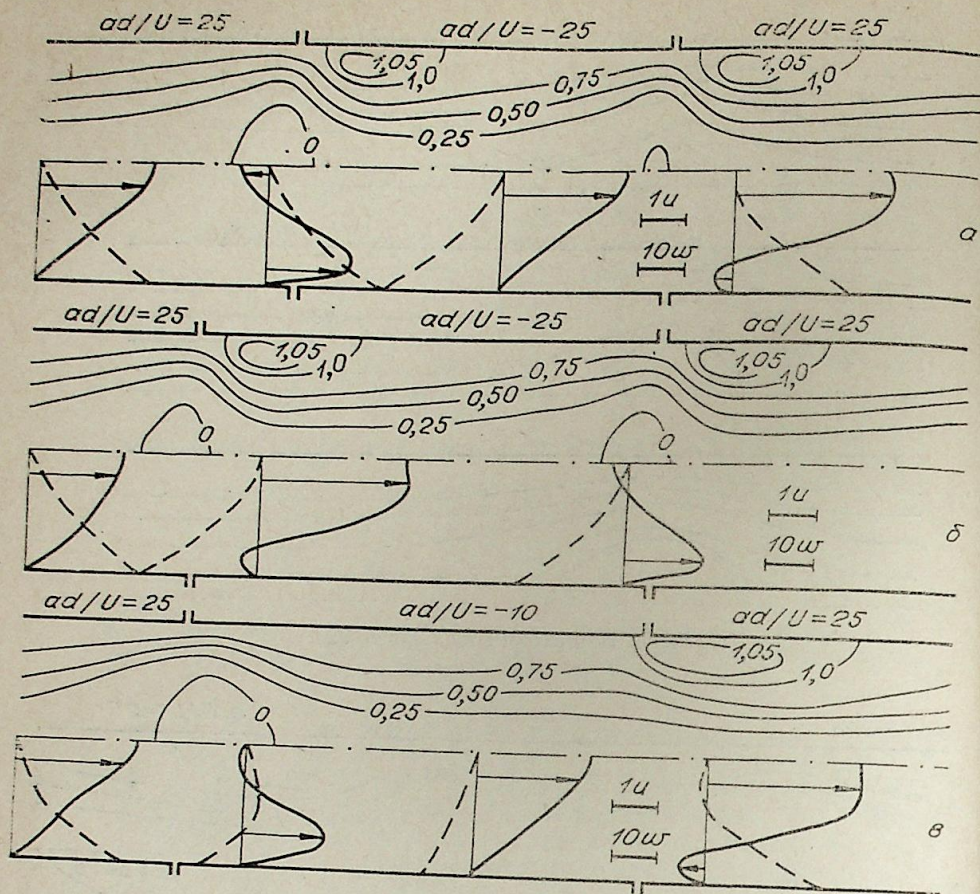


Рис. 4. Поверхности тока, профили продольной u и окружной ω компонент скорости при $\sigma=25$.
а) $Re=125$; б) $Re=125$; в) $Re=250$.

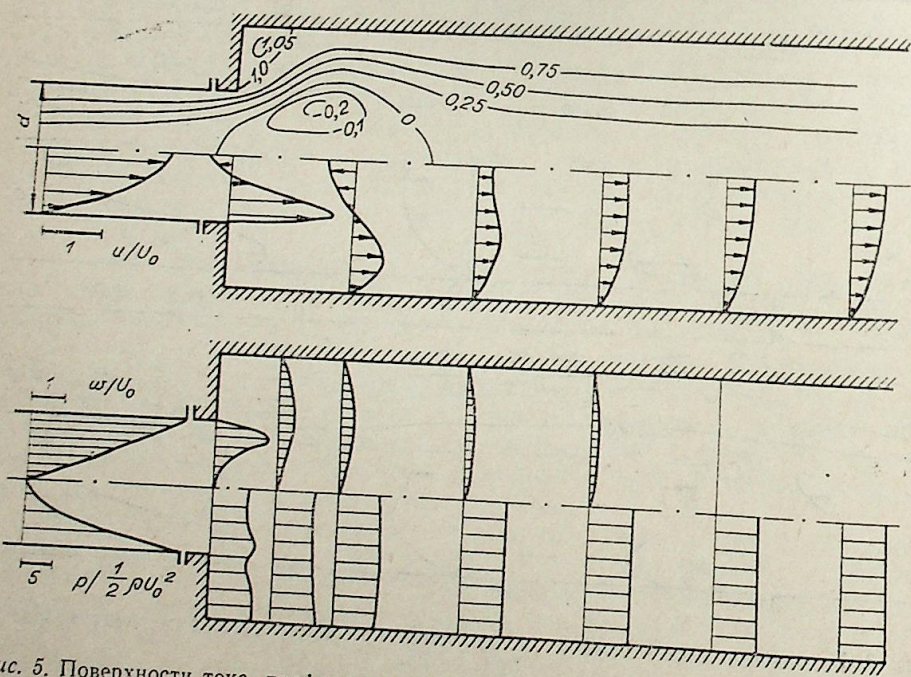


Рис. 5. Поверхности тока, профили продольной u и окружной ω компонент скорости и профили давления при $\sigma=10$, $Re=200$.

жидкость, текущая по трубе, изменяет направление вращения вблизи стыков труб. Поэтому перед такими сечениями вблизи оси возникают отрицательные продольные градиенты давления, определяющие возвратные токи на оси. Кроме того, на длинном участке жидкость, текущая вблизи оси, вовлекается в более сильное вращение, чем в коротком, в связи с чем в длинном участке приосевой вихрь больше, чем в коротком.

Если же оба участка сделать равными по длине, то приосевые вихри и распределения функции тока на обоих участках становятся одинаковыми, т. е. распределение ψ , Ω , u , v становится периодическим с периодом, уменьшенным в два раза. Это подтверждается численным решением при $\sigma=25$ и $Re=125$ (см. рис. 4, б). На рис. 4, в дано решение при $Re=250$, когда относительные скорости вращения ad/v соответственно равны 25, -10.

На рис. 5 представлено численное решение задачи о течении из вращающейся трубы в неподвижную, имеющую внезапное расширение с коэффициентом $D/d=2$ при $Re=ad^2/(2\nu)=200$, $\sigma=ad/U=10$.

Решение характеризуется отрывом потока на острой кромке и образованием угловой зоны отрыва. Расчеты показывают, что вращение жидкости в неподвижной части канала быстро затухает. Это происходит за счет трения о стенку и вследствие расширения потока. Последнее обусловлено тенденцией потока сохранять величину $\Phi=\omega r$ на жидких частицах в соответствии с теоремой Кельвина о циркуляции в невязком потоке. В результате приосевые возвратные токи в таком канале возникают при меньших значениях параметра σ .

На рис. 6 представлено распределение давления в продольном направлении на оси и на стенке канала. Из рис. 6 видно, как давление на оси вначале увеличивается с возрастанием x , достигая максимума в конце приосевой циркуляционной области, а затем медленно уменьшается. При этом скорость на оси постепенно восстанавливается до значения, соответствующего течению Пуазейля.

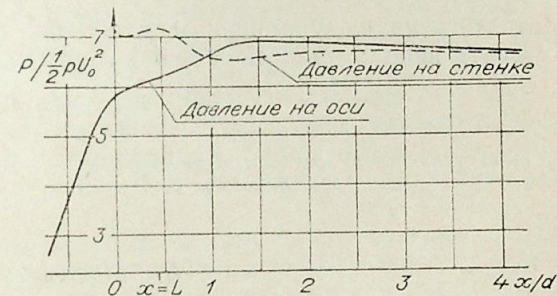


Рис. 6. Распределение давления на оси и на стенке широкой части канала при $\sigma=10$, $Re=200$.

Интересно распределение давления на стенке в широкой части канала. График давления на стенке имеет минимум в пределах угловой зоны отрыва, за которым при увеличении x давление возрастает, достигая максимума в конце угловой зоны отрыва. Затем по мере того, как продольная компонента скорости у стенки увеличивается за счет усиления возвратного течения на оси, а вращение жидкости притормаживается трением о стенку (центробежные силы ослабевают), давление начинает резко падать. При дальнейшем возрастании x продольная компонента скорости начинает уменьшаться и падение давления замедляется, а затем давление начинает медленно увеличиваться. Эта особенность распределения давления на стенке наблюдается в экспериментах [6].

Приложение

1. Для вычисления значений Ω на острой кромке были получены формулы второго порядка аппроксимации, которые в случае квадратной сетки $l=h$ имеют вид

$$\Omega_1 = \Omega_{i,j} = [11\psi_{i,j} - 2(\psi_{i+1,j+1} + \psi_{i-1,j-1}) - 8\psi_{i+1,j-1} + \psi_{i+2,j-2}] / (4r^2/h^2),$$

$$\Omega_2 = \Omega_{i,j} = [7\psi_{i,j} - 4(\psi_{i+1,j+1} + \psi_{i+1,j-1}) + 3\psi_{i+2,j} - \psi_{i+2,j+1} + \psi_{i+2,j-1}] / (2r^2h^2).$$

В расчетах использовалась линейная комбинация этих формул

$$\Omega_{i,j} = (2\Omega_1 + \Omega_2) / 3.$$

2. Зная распределение ψ , Ω и задав давление в одном из узлов сетки, распределение давления можно определить по формулам

$$E_1 = E_{i,j} = E_{i-1,j} - (\psi_{i,j} - \psi_{i-1,j}) \Omega_{i-\frac{1}{2},j} - \frac{v}{2r_j} \frac{h}{l} \left(r_{j+1}^2 \Omega_{i-\frac{1}{2},j+1} - r_{j-1}^2 \Omega_{i-\frac{1}{2},j-1} \right),$$

$$E_2 = E_{i,j} = E_{i,j\mp 1} \mp (\psi_{i,j} - \psi_{i,j\mp 1}) \Omega_{i,j\mp \frac{1}{2}} \mp \frac{v}{2} \frac{h}{l} \left[(r\Omega)_{i+1,j\mp \frac{1}{2}} - (r\Omega)_{i-1,j\mp \frac{1}{2}} \right] \pm \left(\frac{\Phi^2}{r^3} \right)_{i,j\mp \frac{1}{2}},$$

которые аппроксимируют со вторым порядком уравнений

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \Omega - v \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \Omega), \quad E = \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} (u^2 + v^2),$$

$$\frac{\partial E}{\partial r} = -\frac{\partial \psi}{\partial r} \Omega + \frac{\Phi^2}{r^3} + v \frac{\partial}{\partial x} (r\Omega),$$

соответствующих уравнениям движения в форме Лэмба — Громеки. В работе использовалась линейная комбинация этих формул

$$E_{i,j} = (E_1 + E_2) / 2.$$

Иркутский государственный университет
им. А. А. Жданова

Поступила в редакцию
14/11 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. L. Lavan, H. Nielsen, A. A. Fejer. Separation and Flow Reversal in Swirling Flows in Circular Ducts.— The Physics Fluids. vol. 12, n. 9, September, 1969.
2. Н. Ф. Будуннов. Ламинарное закрученное течение вязкой несжимаемой жидкости при внезапном расширении осесимметричного канала. Матер. 11-й научн. конф. ВСТИ. Улан-Удэ, 1973.
3. И. Н. Яненко. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск, 1967.
4. Т. В. Кускова, Л. А. Чудов. О приближенных граничных условиях для вихря при расчетах течения вязкой несжимаемой жидкости.— В кн.: Вычислительные методы и программирование, вып. XI, ВЦ МГУ, 1968.
5. В. И. Полежаев, В. Л. Грязнов. Метод расчета граничных условий для уравнений Навье — Стокса в переменных «вихрь, функция тока».— Докл. АН СССР, 219, № 2, 1974.
6. Н. Ф. Будуннов, В. М. Шахин. Закрученные течения в круглой трубе переменного сечения при наличии отрыва.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1971, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.

В. П. РЯБЧЕНКО

РАСЧЕТ СТАЦИОНАРНОГО ОБТЕКАНИЯ РЕШЕТКИ ПРОФИЛЕЙ ДОЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ГАЗА МЕТОДОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ

Задача стационарного обтекания решетки произвольных профилей дозвуковым потенциальным потоком газа может быть сведена к краевой задаче для нелинейного уравнения эллиптического типа. Решение последней представляет значительные трудности, которые могут быть преодолены с помощью приближенных методов. В случае решеток профилей используется метод Чаплыгина [1]. Для решения задачи обтекания крыла предложены различные варианты методов разложения в ряды и последовательных приближений [2, 3]. В работе [3] доказана сходимость метода последовательных приближений с помощью методов теории потенциала.

Расчет аэродинамических характеристик решеток произвольных профилей в настоящее время целесообразно производить с помощью ЭВМ. В этом случае метод последовательных приближений, по-видимому, более предпочтителен, так как более экономичен в смысле количества вычислений на каждом приближении и позволяет устранить ряд затруднений, возникающих при использовании других методов (в частности, разомкнутость контура профиля при циркуляционном обтекании в методе Чаплыгина).

В работе предложен экономичный и быстро сходящийся метод последовательных приближений, основанный на использовании численного метода решения краевой задачи для уравнения Лапласа, предложенного в работе [4]. Приведенные примеры расчетов иллюстрируют влияние числа Маха на бесконечности перед решеткой на ее аэродинамические характеристики.

1. Рассмотрим в плоскости переменных (x, y) стационарное безотрывное обтекание решетки произвольных профилей дозвуковым потоком газа со скоростью \vec{V}_∞ вдали перед решеткой. Введем декартову систему координат с началом в передней кромке одного из профилей L_0 . Ось y направим вдоль фронта решетки, а ось x — вниз по потоку. Профилям выше и ниже L_0 присвоим номера $m = \pm 1, \pm 2, \dots$ (рис. 1). Предпо-

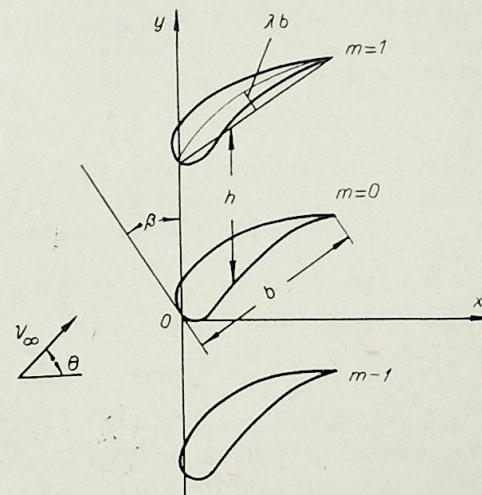


Рис. 1. Решетка произвольных профилей.

жим, что контуры L_m гладкие, в смысле Ляпунова, всюду, за исключением задних кромок B_m , которые являются угловыми точками. Движение газа вне профилей предполагаем потенциальным и адиабатическим.

При сделанных предположениях потенциал скорости $\varphi(x, y)$ в безразмерных переменных ($x \rightarrow x/b$, $y \rightarrow y/b$, $\varphi \rightarrow \varphi/V_\infty b$) удовлетворяет уравнению (см., например [5])

$$\Delta\varphi = M^2 \left[\varphi_x^2 \varphi_{xx} + 2\varphi_x \varphi_y \varphi_{xy} + \varphi_y^2 \varphi_{yy} + \frac{\gamma-1}{2} (\varphi_x^2 + \varphi_y^2 - 1) \Delta\varphi \right] \quad (1.1)$$

вне контуров L_m и граничным условиям непротекания газа через контуры профилей

$$(\nabla \vec{v})\varphi = 0 \quad (x, y) \in L_m \quad (1.2)$$

затухания возмущенных скоростей на бесконечности перед решеткой

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \nabla\varphi = (\cos\theta, \sin\theta) \quad (1.3)$$

конечности скорости газа в задних кромках профилей

$$|\nabla\varphi|_{B_m} < \infty. \quad (1.4)$$

Нижние индексы в уравнении (1.1) означают производные по соответствующим переменным; \vec{v} — вектор внешней нормали к контуру L_m ; θ — геометрический угол атаки; Δ — оператор Лапласа; $\nabla \equiv \text{grad}$; $M = V_\infty/a_\infty$ — число Маха вдали перед решеткой; γ — показатель адиабаты; b — хорда профиля решетки.

Перепишем уравнение (1.1) в виде

$$\Delta\varphi = \delta f(x, y), \quad (1.5)$$

где

$$\delta = \frac{2M^2}{2 + M^2(\gamma - 1)},$$

$$f(x, y) = \varphi_x^2 \varphi_{xx} + 2\varphi_x \varphi_y \varphi_{xy} + \varphi_y^2 \varphi_{yy} + \frac{\gamma-1}{2} (\varphi_x^2 + \varphi_y^2) \Delta\varphi.$$

2. Будем искать теперь решение уравнения потенциала (1.5), применяя метод последовательных приближений. Пусть $\varphi^{(n)}(x, y)$ есть приближенное выражение для потенциала, найденное каким-либо образом. Подставив его в функцию $f(x, y)$, получим приближенное выражение для правой части. После этого, проинтегрировав линейное неоднородное уравнение с частными производными

$$\Delta\varphi^{(n+1)} = \delta f^{(n)}(x, y) \quad (2.1)$$

и приняв во внимание граничные условия, получим выражение для следующего приближения $\varphi^{(n+1)}$. Таким же способом процесс продолжается до тех пор, пока последовательные приближения не перестанут различаться между собой в пределах требуемой точности.

В качестве начального приближения возьмем решение задачи при $f \equiv 0$ в переменных $(x, y/\sqrt{1-M^2})$, т. е.

$$\varphi^{(0)}(x, y) = \Phi(x, y/\sqrt{1-M^2}). \quad (2.2)$$

Если ввести функцию $v^{(0)}(s)e^{-i\alpha(s)} = \Phi_x - i\Phi_y$, заданную на профиле решетки L_0 , то задача отыскания начального приближения сводится к решению интегрального уравнения

$$v^{(0)}(s) - \int_{L_0} v^{(0)}(\sigma) R(s, \sigma) d\sigma = 2 \cos(\alpha(s) - \theta), \quad (2.3)$$

где $\alpha(s)$ — угол между положительной касательной к контуру L_0 и осью x ; i — мнимая единица; s, σ — дуговые координаты на профиле L_0 , отсчитываемые от задней кромки.

$$R(s, \sigma) = \tau \left[\frac{\sin \alpha(s) \operatorname{sh} X - \cos \alpha(s) \sin Y}{\operatorname{ch} X - \cos Y} + \sin \alpha(s) \right], \quad (2.4)$$

$\tau = b/h$ — густота решетки; h — шаг решетки;

$$X = 2\pi\tau[x(s) - x(\sigma)]; \quad Y = 2\pi\tau[y(s) - y(\sigma)].$$

Введем далее область основного периода решетки D , как это показано на рис. 2. Эту область разобьем на четыре части: область D_1 — перед решеткой; области D_2 и D_3 — внутри решетки сверху и снизу от профиля соответственно; область D_4 — за решеткой.

Решение уравнения (2.1) будем искать в виде

$$\Phi_1^{(n+1)} = \Phi_0^{(n+1)} + \Phi_1^{(n+1)}, \quad (2.5)$$

где $\Phi_0^{(n+1)}$ — общее решение однородного уравнения и $\Phi_1^{(n+1)}$ — частное решение неоднородного уравнения.

Частное решение уравнения Пуассона (2.1) в решетчатой области имеет вид

$$\Phi_1^{(n+1)}(x, y) = -\frac{1}{4\pi} \int_D \int f^{(n)}(\xi, \eta) \ln 2 [\operatorname{ch} 2\pi\tau(\xi - x) - \cos 2\pi\tau(\eta - y)] d\xi d\eta. \quad (2.6)$$

Несобственный интеграл (2.6) быстро сходится благодаря экспоненциальному убыванию на бесконечности функций $f^{(n)}(x, y)$, что позволяет в численных расчетах ограничиться конечными областями перед и за решеткой.

Таким образом, для функции $\Phi_0^{(n+1)}$ получаем краевую задачу

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_0^{(n+1)} &= 0, \\ (\nabla \cdot \vec{v})\Phi_0^{(n+1)} &= -(\nabla \cdot \vec{v})\Phi_1^{(n+1)} \quad (x, y) \in L_m, \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \nabla\Phi_0^{(n+1)} &= 0, \\ |\nabla\Phi_0^{(n+1)}|_{B_m} &< \infty. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Если теперь ввести функцию

$$v^{(n+1)}(s) e^{-i\alpha(s)} = \Phi_{0x}^{(n+1)} + \Phi_{1x}^{(n+1)} - i(\Phi_{0y}^{(n+1)} + \Phi_{1y}^{(n+1)}),$$

то задача отыскания функции $\Phi_0^{(n+1)}$ сводится к решению интегрального уравнения

$$v^{(n+1)}(s) - \int_{L_0} v^{(n+1)}(\sigma) R(s, \sigma) d\sigma = \psi^{(n+1)}(s), \quad (2.8)$$

где правая часть $\psi^{(n+1)}$ имеет вид

$$\psi^{(n+1)}(s) = \Phi_{1s}^{(n+1)} + \tau \operatorname{Re} \left\{ i e^{i\alpha(s)} \int_{L_0} (\Phi_{1x}^{(n+1)} - i\Phi_{1y}^{(n+1)}) [\operatorname{cth} \pi\tau(z - \zeta) + 1] d\zeta \right\} \quad (2.9)$$

при $z = x + iy$; $\zeta = \xi + i\eta$.

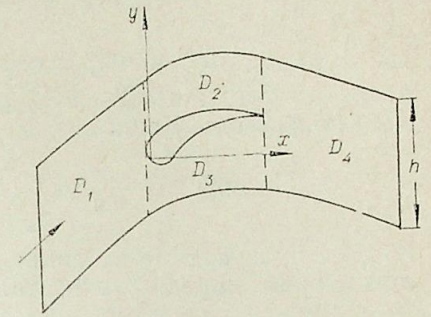


Рис. 2. Область основного периода решетки D .

Решения интегральных уравнений (2.3) и (2.9) ищутся в классе функций, ограниченных в задних кромках B_m , с помощью метода, предложенного в работе [4]. Таким образом, для нахождения $n+1$ -приближения осталось вычислить правую часть $\psi^{(n+1)}$, в которую входят производные функции $\Phi_1^{(n+1)}$, представляемые двойными интегралами по области основного периода решетки. Последние представляем в виде суммы интегралов по четырем областям D_k и вычисляем применением формулы трапеций по обоим переменным в каждой области. Производные $\Phi_x^{(n)}$ и $\Phi_y^{(n)}$ определяются формулой

$$\Phi_x^{(n)} - i\Phi_y^{(n)} = \Phi_{0x}^{(n)} + \Phi_{1x}^{(n)} - i(\Phi_{0y}^{(n)} + \Phi_{1y}^{(n)}), \quad (2.10)$$

где функции $\Phi_{1x}^{(n)}$ и $\Phi_{1y}^{(n)}$ известны с предыдущего приближения. Аналитическая функция $\Phi_{0x}^{(n)} - i\Phi_{0y}^{(n)}$ в произвольной точке (x, y) определяется по формуле Коши

$$\Phi_{0x}^{(n)} - i\Phi_{0y}^{(n)} = -\frac{1}{2}it \int_{L_0} (\Phi_{0x}^{(n)} - i\Phi_{0y}^{(n)}) [\operatorname{cth} \pi\tau(z - \zeta) + 1] d\zeta. \quad (2.11)$$

Вторые производные потенциала по y находятся по разностным формулам второго порядка точности. Внутри области

$$\omega_y[k, l] = \frac{1}{2}(\omega[k, l+1] - \omega[k, l-1])/h_y,$$

на границах

$$\omega_y[k, 0] = \frac{1}{2}(4\omega[k, 1] - \omega[k, 2] - 3\omega[k, 0])/h_y,$$

$$\omega_y[k, N] = \frac{1}{2}(3\omega[k, N] - 4\omega[k, N-1] + \omega[k, N-2])/h_y. \quad (2.12)$$

Здесь функция ω равна либо $\Phi_x^{(n)}$, либо $\Phi_y^{(n)}$; h_y — шаг по переменной y ; номер k определяет абсциссу, а l — ординату точки $P(x_k, y_l)$; N — число разбиений по переменной y .

Вторые производные Φ_{xx} находятся из дифференциального уравнения (2.1) всюду в области D , в том числе и на контуре L_0 . Вычислив теперь функции $f^{(n)}$, $\Phi_{1x}^{(n+1)}$, $\Phi_{1y}^{(n+1)}$, получаем правую часть $\psi^{(n+1)}$ и переходим к следующему приближению.

3. Используем полученное распределение скоростей для определения коэффициента давления $c_p = \frac{p - p_\infty}{1/2\rho_\infty V_\infty^2}$ на профиле L_0 . С помощью интеграла Бернулли

$$\frac{1}{2}(\nabla\varphi)^2 + \frac{p_\infty}{\rho_\infty} \frac{\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{p}{p_\infty}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} = \frac{1}{2}V_\infty^2 + \frac{p_\infty}{\rho_\infty} \frac{\gamma}{\gamma-1} \quad (3.1)$$

и выражения для скорости звука вдали перед решеткой

$$a_\infty^2 = \gamma \frac{p_\infty}{\rho_\infty} \quad (3.2)$$

получим

$$c_p = \frac{2}{\gamma M^2} \left\{ \left[1 + \frac{1}{2}(\gamma-1)M^2(1-v^2) \right]^{\gamma/(\gamma-1)} - 1 \right\}, \quad (3.3)$$

Здесь $v=v(s)$ — скорость жидкости на контуре профиля решетки L_0 .

4. В качестве примеров приведем некоторые результаты расчетов

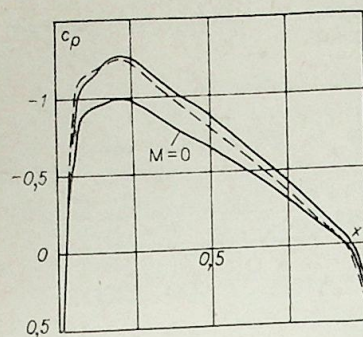


Рис. 3. Сравнение результатов расчета по формуле Кармана — Цзяна (пунктир) и по предложенному методу.
 $M=0,5; \tau=1; \Delta=0,21; \lambda=0.$

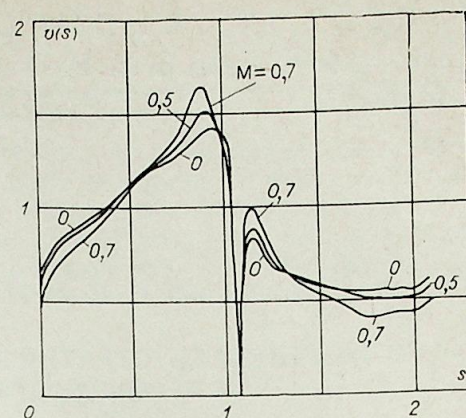


Рис. 4. Зависимость скорости на профиле от числа Маха.
 $\tau=1; \beta=30^\circ; \nu=53^\circ; \lambda=\Delta=0,1.$

обтекания решеток, составленных из профилей произвольной формы. На рис. 3 представлена зависимость коэффициента давления c_p на профиле решетки от расстояния вниз по потоку, отсчитываемого от передней кромки, для несжимаемой жидкости ($M=0$) и для сжимаемой при $M=0,5$. Пунктиром проведена кривая, рассчитанная по формуле Кармана — Цзяна [6, с. 331].

Расчеты были проведены для решетки симметричных профилей, установленных без выноса ($\beta=0$), с относительной толщиной $\Delta=0,21$; густота решетки $\tau=1$, угол атаки $\theta=0$, $\gamma=1,4$. Как известно, формула Кармана — Цзяна дает хорошие результаты при расчете бесциркуляционного обтекания, поэтому удовлетворительное совпадение расчетов свидетельствует о достаточной эффективности предложенного метода.

На рис. 4 представлена зависимость скорости на профиле решетки от числа Маха на бесконечности перед решеткой. Была рассмотрена решетка с густотой $\tau=1$, выносом $\beta=30^\circ$, профили которой имели относительный прогиб средней линии $\lambda=0,1$ и толщину $\Delta=0,1$; геометрический угол атаки $\theta=53^\circ$, $\gamma=1,4$. Расчеты показали, что сжимаемость жидкости сильнее влияет в областях, близких к входной и выходной кромкам профилей решетки.

Институт гидродинамики
СО АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
4/XI 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Ю. Степанов. Гидродинамика решеток турбомашин, ФМ, 1962.
2. Р. Зауер. Течения сжимаемой жидкости. ИЛ, 1954.
3. М. В. Келдыш, Ф. И. Франкль. Внешняя задача Неймана для линейных эллиптических уравнений в приложениях к теории крыла в сжимаемом газе.— Изв. АН СССР, 1934, сер. мат., № 4.
4. В. П. Рябченко, В. Э. Сарен. К расчету аэродинамических характеристик решеток профилей произвольной формы.— Изв. АН СССР, 1972, МЖГ, № 2.
5. М. Ван-Дайк. Методы возмущений в механике жидкости. М., 1967.
6. Л. Г. Лойцянский. Механика жидкости и газа. М., 1970.

Ю. Г. ГОЛОВACHEV, О. Н. МАРЕННИКОВА, А. А. ТАРНАВСКИЙ

УСТОЙЧИВОСТЬ СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ ПОТОКОВ
Ч. II. ВЯЗКОЕ ДВУХСЛОЙНОЕ ТЕЧЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Исследование устойчивости вязких стратифицированных течений встречает значительные математические трудности из-за нелинейности исходных уравнений. Поэтому в большинстве известных работ авторы идут на сознательное упрощение исходных посылок, пренебрегая многими физическими явлениями — диффузией, поверхностным натяжением, силой тяжести, градиентом вязкости, направлением вектора возмущения, хотя это может существенно влиять на устойчивость течения. Например, в работе [1] показано, что на устойчивость сильно воздействует соотношение коэффициентов диффузии верхнего и нижнего слоев для двухслойной модели течения. В работе [2] исследовано влияние изменения вязкости от температуры на характер течения Куэтта. На устойчивости стационарного плоскопараллельного течения различные физические факторы и их изменения сказываются в основном через деформацию профиля скорости, а непосредственное влияние этих факторов на поведение малых возмущений, связанное с появлением дополнительных членов в уравнениях, определяющих устойчивость течения, несущественно [3, 4].

В данной работе исследуется устойчивость малых возмущений в двухслойном течении, характеризуемом профилями скорости, представленными на рис. 1. Профили скорости *a* и *б* представляют собой интерполяцию реального профиля скорости с двумя характерными участками, а *в* — с тремя. Такая интерполяция позволяет свести дифференциальное уравнение устойчивости к алгебраическому уравнению третьей степени, что позволяет записать решение в аналитическом виде. Подобный метод существенно облегчает исследование течения при наличии различных физических факторов и в качестве оценочного имеет большое значение. В частности, таким методом легко доказывается устойчивость течения Куэтта.

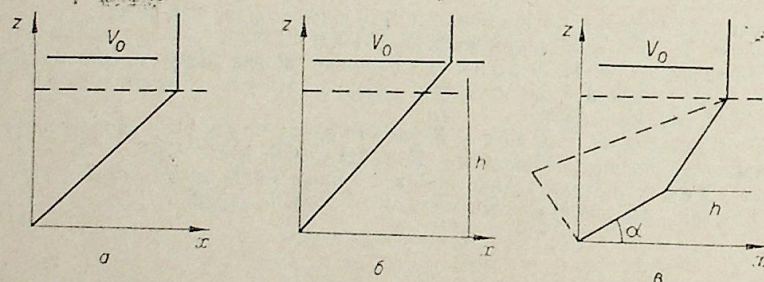


Рис. 1. Профили скорости двухслойного течения.

Некоторые профили скорости, рассмотренные в данной статье, по-видимому, не имеют физического смысла, однако авторы посчитали целесообразным включить их в работу с целью сохранения непрерывности картины.

Исходные уравнения рассматриваются в квазистационарном приближении. Хотя со временем вследствие диффузии и вязкости происходит смешение слоев, в каждый момент времени рассматривается резкая стратификация по плотности и вязкости. Так как все параметры течения зависят только от *z*, а вектор возмущения лежит в плоскости *x—y*, то задача в целом рассматривается в квазитрехмерной постановке.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим вязкое несжимаемое течение жидкости, подчиняющееся уравнениям Навье — Стокса, на которое наложены малые периодические возмущения. Возмущенное течение также подчиняется уравнениям Навье — Стокса. Проводя выкладки, аналогичные [5], которые в итоге приводят к уравнению Орра — Зоммерфельда, находим уравнение для *z*-компоненты скорости возмущения *W*(*z*). Интегрируя это уравнение в точках излома скорости основного потока и на границе раздела слоев и обезразмеривая, получаем систему уравнений

$$(k_x U_0 - c)^2 [\rho_0 W']_i - k_x (k_x U_0 - c) W \left[\rho_0 \frac{dU_0}{dz} \right]_i - \text{Ri} k^2 W [\rho_0]_i = - \frac{i (k_x U_0 - c) [\mu_0 W''']_i}{\text{Re}} + \frac{2ik^2 (k_x U_0 - c) [\mu_0 W']_i}{\text{Re}}, \quad (1)$$

где в качестве обезразмеривающих параметров выбраны скорость основного потока на границе раздела слоев *V₀*, толщина *λ*, плотность *ρ_{0н}* и вязкость *μ_{0н}* нижнего слоя. Скобки []_{*i*} означают скачок функции в точках излома скорости или на границе раздела слоев, индекс «*o*» показывает, что величина относится к основному течению в данной точке; *Re* — число Рейнольдса; *Ri* — аналог числа Ричардсона (в дальнейшем именуемый для краткости числом Ричардсона).

$$\text{Re} = \frac{V_0 \rho_{0н} \lambda}{\mu_{0н}}, \quad \text{Ri} = \frac{g \lambda}{V_0^2},$$

где *g* — ускорение свободного падения. Решение для *W* в случае *U₀ = const* имеет вид (с учетом обращения в нуль на бесконечности)

$$W = A \exp(-kz) + W_1,$$

где $W_1 = B \exp[-(a+ib)z]$,

$$a = \sqrt{\frac{k^2}{2} + \sqrt{\frac{k^4}{4} + \frac{\rho_0^2 (k_x U_0 - c)^2}{4\mu_0^2}}},$$

$$b = \frac{\rho_0 (k_x U_0 - c)}{2\mu_0 \sqrt{\frac{k^2}{2} + \sqrt{\frac{k^4}{4} + \frac{\rho_0^2 (k_x U_0 - c)^2}{4\mu_0^2}}}}.$$

Решение для *W* в случае *U₀ = αz* имеет вид

$$W = D \exp kz + E \exp(-kz) + W_{2,3},$$

где

$$W_{2,3} = -2k \exp kz \int [e^{-2kz} \cdot [\varphi_{2,3} dz]] dz$$

и $\varphi_{2,3}$ есть решение уравнения

$$\varphi'' + 4k\varphi' - i\rho_0 \operatorname{Re}(k_x \alpha z - c)\varphi = 0.$$

Зависимость амплитуды возмущенной z -компоненты скорости от частоты возмущения c означает, что часть решения $W_{1,2,3}$ есть самодействие волны возмущения. Поскольку в дальнейшем мы будем рассматривать динамику развития изолированной монохроматической волны, пренебрегая взаимодействием даже близких по частотам волн, то решения $W_{1,2,3}$ можно опустить. В данной статье исползуется решение для W либо в виде $A \exp(-kz)$ в зоне, распространяющейся до бесконечности, либо в виде $W = B e^{kz} + D e^{-kz}$ в остальных зонах. Указанные выше решения для W в виде экспонент есть точные решения для W в невязком течении, т. е. можно сделать вывод, что самодействие волн не описывается невязким приближением.

МОДЕЛЬ 1 (ТЕЧЕНИЕ КУЭТТА)

Рассмотрим модель течения, представленного на рис. 1, а. Решение для W будем брать (с учетом затухания на стенке и на бесконечности) в виде

$$W = A_1 e^{-kz} \text{ в верхней зоне,}$$

$$W = A_2 (e^{-kz} - e^{kz}) \text{ в нижней зоне.}$$

Подставляя W в [1], получаем

$$k(k_x - c)^2(\rho + \operatorname{cth} k) - k_x(k_x - c) + \operatorname{Re} k^2(\rho - 1) = \frac{ik^3(k_x - c)}{\operatorname{Re}}(\mu + \operatorname{cth} k), \quad (2)$$

где ρ и μ — плотность и вязкость верхнего слоя. Представим $c = C_r + iC_i$, где C_r — частота колебания возмущения, а C_i — декремент затухания (нарастания). Подставляя c в (2) и производя выкладки, получаем

$$4k^3(\rho + \operatorname{cth} k)^2 C_i^4 + \frac{8k^5}{\operatorname{Re}}(\mu + \operatorname{cth} k)(\rho + \operatorname{cth} k)^2 C_i^3 +$$

$$+ \left\{ k_x^2 k(\rho + \operatorname{cth} k) + \frac{5k^7}{\operatorname{Re}^2}(\mu + \operatorname{cth} k)^2(\rho + \operatorname{cth} k) - 4\operatorname{Re} k^4(\rho - 1) \right\} \times$$

$$\times (\rho + \operatorname{cth} k)^2 C_i^2 + \left\{ k_x^2 \frac{k^3}{\operatorname{Re}}(\mu + \operatorname{cth} k) + \frac{k^9}{\operatorname{Re}^3}(\mu + \operatorname{cth} k)^3 - \right.$$

$$\left. - \frac{4\operatorname{Re}(\rho - 1)k^6}{\operatorname{Re}}(\mu + \operatorname{cth} k)(\rho + \operatorname{cth} k) \right\} C_i - \frac{\operatorname{Re} k^8(\rho - 1)(\mu + \operatorname{cth} k)^2}{\operatorname{Re}^2} = 0, \quad (3)$$

$$C_r = k_x - \frac{k_x C_i}{k^3/\operatorname{Re} \cdot (\mu + \operatorname{cth} k) + 2C_i k(\rho + \operatorname{cth} k)}. \quad (4)$$

В случае $\rho \leq 1$ все коэффициенты уравнения (3) положительны, и, следовательно, если существует волна возмущения малой амплитуды, то только затухающая. Иначе говоря, для устойчивой (или безразличной) стратификации течение Куэтта устойчиво для всех волновых чисел k во всем диапазоне чисел Рейнольдса. В случае $\rho > 1$ всегда есть хотя бы один положительный корень C_i , т. е. течение Куэтта при неустойчивой стратификации неустойчиво.

Рассмотрим предельные случаи $C_i \ll k^2/\operatorname{Re}$ (большие волновые числа) и $C_i \gg k^2/\operatorname{Re}$ (малые волновые числа). Если $C_i \ll k^2/\operatorname{Re}$; $\operatorname{Re}(\rho - 1) \ll \frac{k^3(\mu + \operatorname{cth} k)^2}{\operatorname{Re}^2}$, то, подставляя в (2) — (3), получаем $C_i = \frac{\operatorname{Re}(\rho - 1)}{k(\mu + \operatorname{cth} k)} \operatorname{Re}$;
 $C_r = k_x - \frac{k_x \operatorname{Re}^2 \operatorname{Re}(\rho - 1)}{k^4(\mu + \operatorname{cth} k)} \approx k_x$ (высокие частоты).

Если $C_i \gg k^2/\operatorname{Re}$, $\operatorname{Re}(\rho - 1) \gg \frac{k}{\rho + \operatorname{cth} k}$, то $C_i = \sqrt{\operatorname{Re}(\rho - 1) \frac{k}{\rho + \operatorname{cth} k}} - \frac{k^2}{2\operatorname{Re}} \cdot \frac{\mu + \operatorname{cth} k}{\rho + \operatorname{cth} k}$ (низкие частоты), $C_r = k_x - \frac{k_x}{2k(\rho + \operatorname{cth} k)} + \frac{k_x(\mu + \operatorname{cth} k)}{4(\rho + \operatorname{cth} k)} \times \frac{k^2}{\operatorname{Re} C_i}$.

Таким образом, вязкость оказывает различное воздействие на низкочастотные и высокочастотные возмущения. В случае невязкого течения при неустойчивой стратификации существует область устойчивости для определенных волновых чисел k [6]. Следовательно, в интегральном смысле наличие вязкости приводит к дестабилизации течения Куэтта.

МОДЕЛЬ 2

Рассмотрим течение, представленное на рис. 1, б. Решение для W возьмем в виде $W_1 = A_1 \exp(-kz)$, $W_2 = A_2 \exp(-kz) + A_3 \exp(kz)$, $W_3 = A_4(\exp(-kz) - \exp(kz))$. Подставляя W в систему (1) и производя вычисления, получаем для кривой нейтральной устойчивости $C_i = 0$

$$G_r^3 + ac_r^2 + bc_r + d = 0, \quad (4)$$

где $a = (C + EL - JK)/(EK - A)$;

$$b = (H + ME - JL)/(EK - A); \quad d = (I - JM)/(EK - A);$$

$$G = Ak_x(h + 2) + B_1 + C_1; \quad H = [Ak_x^2(2h + 1) + 2k_x B_1 + k_x(1 + h)C_1 + D_1]$$

$$I = Ak_x^3 h + k_x^2 B_1 + k_x^2 h C_1 + k_x D_1;$$

$$J = Ek_x h + F_1; \quad K = (B_2 + C_2)/F_2;$$

$$L = -(2k_x B_2 + k_x(1 + h)C_2 + D_2)/F_2,$$

$$M = (k_x^2 B_2 + k_x^2 h C_2 + k_x D_2)/F_2;$$

$$A = 2k^2(\rho + \operatorname{cth} k) e^{hh-h};$$

$$B_1 = -k_x k(\rho - \operatorname{cth} k) e^{h-hh} - k k_x(\rho + \operatorname{cth} k) e^{hh-h};$$

$$B_2 = -2(\rho + \operatorname{cth} k) \frac{\mu k^4}{\rho \operatorname{Re}} e^{hh-h};$$

$$C_1 = 2k k_x(\rho - 1) e^{hh-h}; \quad C_2 = -2 \frac{k^4}{\operatorname{Re}}(\mu + \operatorname{cth} k) e^{hh-h};$$

$$D_1 = k_x^2(\rho - 1) e^{h-hh} - k_x^2(\rho - 1) e^{hh-h} - 2(\mu + \operatorname{cth} k) \frac{\mu k^6}{\rho \operatorname{Re}^2} e^{hh-h};$$

$$D_2 = \frac{k_x k^3}{\operatorname{Re}}(\mu - \operatorname{cth} k) e^{h-hh} - 2k_x(\rho - 1) \frac{\mu k^3}{\rho \operatorname{Re}} e^{hh-h} + \frac{k_x k^3}{\operatorname{Re}}(\mu + \operatorname{cth} k) e^{hh-h};$$

$$E = 2k^3(\rho - 1) e^{hh-h}; \quad F_1 = k_x k^2(\rho - 1) e^{h-hh} - k_x k^2(\rho - 1) e^{hh-h};$$

$$F_2 = -2(\rho - 1) \frac{\mu k^5}{\rho \operatorname{Re}} e^{hh-h}.$$

Связь числа Ричардсона с частотой колебания на кривой нейтральной устойчивости имеет вид

$$Ri = -KC_r^2 - LC_r - M. \quad (5)$$

Решения (4) — (5) представлены на рис. 2—4. Рассмотрим случай безразличной стратификации ($\rho=1$). На рис. 2, а представлена зависимость критического числа Рейнольдса от соотношения вязкостей слоев. Течение устойчиво к малым возмущениям при $\mu=1$ (однородное те-

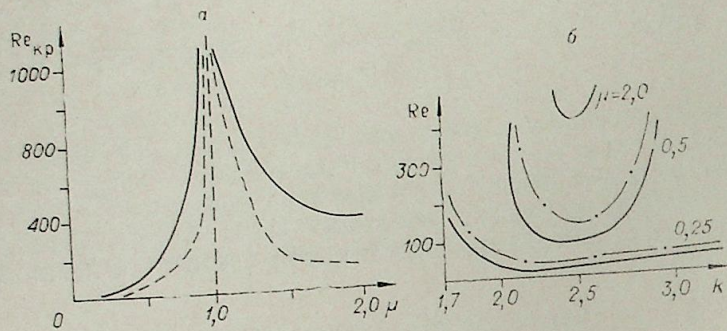


Рис. 2.
б) $h=1,2$. — $\theta=0^\circ$; --- $\theta=45^\circ$.

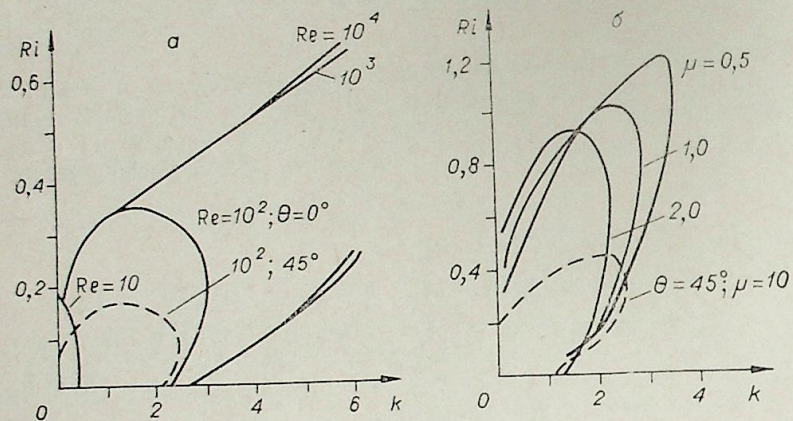


Рис. 3.
а) $h=1,2$; $\mu=1,0$; $\rho=0,5$. — $\theta=0^\circ$; --- $\theta=45^\circ$. б) $h=1,4$; $Re=10^2$; $\rho=0,5$. — $\theta=0^\circ$, --- $\theta=45^\circ$. $h=1,2$; $\theta=0^\circ$; $\mu=1,0$.

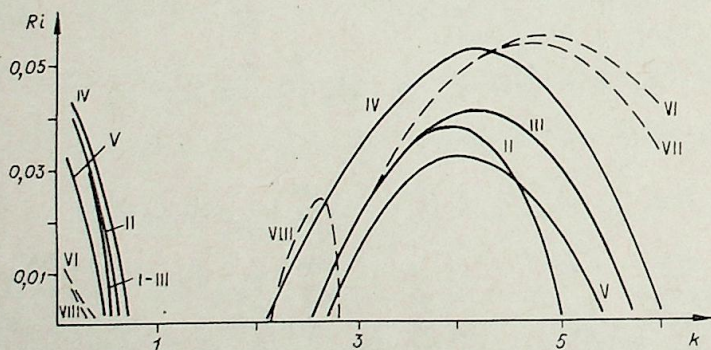


Рис. 4.
I — $Re=10$; $\mu=1,0$; $\rho=2,0$; II — $Re=100$; $\mu=1,0$; $\rho=2,0$; III — $Re=1000$; $\mu=1,0$; $\rho=2,0$; IV — $Re=1000$; $\mu=0,5$; $\rho=2,0$; V — $Re=1000$; $\mu=2,0$; $\rho=2,0$; VI — $Re=1000$; $\mu=1,0$; $\rho=4,0$; VII — $Re=100$; $\mu=1,0$; $\rho=4,0$; VIII — $Re=10$; $\mu=1,0$; $\rho=4,0$.

чение) и неустойчиво для $\mu \neq 1$ при $Re > Re_{кр}$. Области «опасных» волновых чисел k показаны на рис. 2, б. Если $Re < Re_{кр}$, то имеет место полная устойчивость. Критическое число Рейнольдса увеличивается с увеличением θ , а область неустойчивых волновых чисел k сужается. С ростом h $Re_{кр}$ уменьшается.

Рассмотрим случай устойчивой стратификации ($\rho < 1$). На рис. 3 представлены кривые нейтральной устойчивости для различных параметров течения. Если $Ri > Ri_{кр}$, то течение устойчиво для всех k . Устойчива также область больших k . При $Re \approx 1000$ течение носит асимптотический характер, а кривые нейтральной устойчивости для $Re > 1000$ практически совпадают с кривыми для невязкого течения. Зависимость Ri от направления θ вектора k сильная. Границы устойчивых волновых чисел k слабо зависят от θ (в невязком случае не зависят). С ростом h и уменьшением μ_1/μ_2 устойчивость течения понижается. При неустойчивой стратификации ($\rho > 1$) разрушают устойчивость два волновых пакета, один с волновыми числами $0 < k \leq 0,5$, другой $2 \leq k \leq 8$. Границы волновых пакетов существенно зависят от плотности верхнего слоя. Чем больше плотность, тем шире второй пакет и уже первый. Первый волновой пакет носит асимптотический характер, и практически при любом Re границы его неизменны. Для второго волнового пакета асимптотика наступает при $Re \sim 1000$. Таким образом, наиболее «угрожающие» для течения — длинные волны. Зависимость от соотношения вязкости слоев носит характер, аналогичный устойчивой плотностной стратификации.

МОДЕЛЬ 3

Рассмотрим модель течения, представленного на рис. 1, в. Решение для W возьмем в виде, аналогичном представленному для модели 2. Подставляя W в систему (1) и производя вычисления, на кривой нейтральной устойчивости получим уравнения, совпадающие по виду с (4) — (5), но с другими коэффициентами:

$$\begin{aligned} A &= k^2 [(\rho + 1)(1 + \text{cth } kh) e^{h-h} + (\rho - 1)(1 - \text{cth } kh) e^{hh-h}]; \\ B_1 &= k_x k \frac{1 - \text{ctg } \alpha}{1 - h} [(\rho + 1) e^{h-h} - (\rho - 1) e^{hh-h}]; \\ B_2 &= -\frac{k^4}{Re} [(\rho + 1)(1 + \text{cth } kh) e^{h-h} + (\rho - 1)(1 - \text{cth } kh) e^{hh-h}]; \\ C_1 &= -k k_x \frac{1 - h \text{ctg } \alpha}{1 - h} [(1 + \text{cth } kh) e^{h-h} + (1 - \text{cth } kh) e^{hh-h}]; \\ C_2 &= -\frac{k^4}{Re} [(\mu + 1)(1 + \text{cth } kh) e^{h-h} + (1 - \text{cth } kh) e^{hh-h}]; \\ D_1 &= \left[-\frac{k_x^2 (1 - \text{ctg } \alpha) (1 - h \text{ctg } \alpha)}{(1 - h)^2} - \frac{k^6}{Re^2} (\mu + 1) (1 + \text{cth } kh) \right] e^{hh-h} + \\ &\quad + \left[\frac{k_x^2 (1 - \text{ctg } \alpha) (1 - h \text{ctg } \alpha)}{(1 - h)^2} - \frac{k^6}{Re^2} (\mu - 1) (1 - \text{cth } kh) \right] e^{hh-h}; \\ D_2 &= \left[\frac{k_x k^3}{Re} (1 + \text{cth } kh) \frac{1 - h \text{ctg } \alpha}{1 - h} - \frac{k_x k^3}{Re} \frac{1 - \text{ctg } \alpha}{1 - h} (\mu + 1) \right] e^{h-h} + \\ &\quad + \left[\frac{k_x k^3}{Re} (1 - \text{cth } kh) \frac{1 - h \text{ctg } \alpha}{1 - h} + \frac{k_x k^3}{Re} \cdot \frac{1 - \text{ctg } \alpha}{1 - h} (\mu - 1) \right] e^{hh-h}; \\ E &= k^3 (\rho - 1) [(1 + \text{cth } kh) e^{h-h} + (1 - \text{cth } kh) e^{hh-h}]; \\ F_1 &= k^2 k_x (\rho - 1) \frac{1 - \text{ctg } \alpha}{1 - h} [e^{h-h} - e^{hh-h}]; \\ F_2 &= -\frac{k^5 (\rho - 1)}{Re} [(1 + \text{cth } kh) e^{h-h} + (1 - \text{cth } kh) e^{hh-h}]. \end{aligned}$$

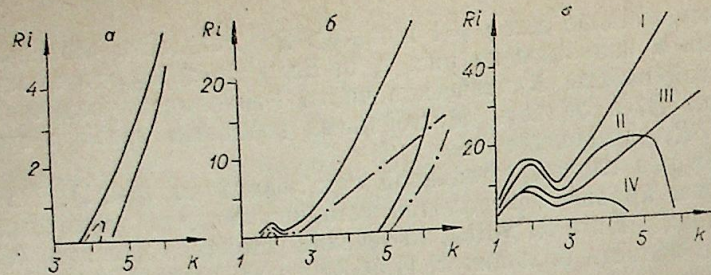


Рис. 5.

а) $\alpha=10^\circ$; $\rho=0,5$; $\Theta=0^\circ$; $\mu=1,0$; $h=0,4$. — $Re=1000$; — — $Re=100$; б) $\alpha=10^\circ$; $\rho=0,5$; $\Theta=0^\circ$; $\mu=1,0$; $h=0,6$. — $Re=100$; $\rho=0,5$; — — $Re=10$; в) $\alpha=10^\circ$; $\rho=0,5$; $\Theta=0^\circ$; $\mu=1,0$; $h=0,8$. I — $Re=100$; II — $Re=100$; $\rho=0,25$; е) $\alpha=10^\circ$; $\rho=0,5$; $\mu=1,0$; $h=0,8$. I — $Re=100$; $\Theta=0^\circ$; II — $Re=100$; $\Theta=45^\circ$; III — $Re=10$; $\Theta=0^\circ$; IV — $Re=10$; $\Theta=45^\circ$.

Для устойчивой стратификации ($\rho < 1$). Кривые нейтральной устойчивости для течения со скоростью во внутреннем слое, превышающей скорость на границе раздела сред, представлены на рис. 5. Для подобного течения опасен диапазон волн, сконцентрированный в области $k \sim 6$. Существует $Ri_{кр}$, выше которого все волны затухают. С ростом h это число увеличивается и зона нарастающих волн расширяется. Асимптотика течения по Re сильно зависит от h : для $h \geq 0,6$ она наступает при $Re \sim 100$, а для $h=0,4$ — при $Re \sim 1000$. Существенно влияние на устойчивость отношения вязкости слоев и направление движения возмущающей волны Θ .

Течение, характеризуемое параметрами $\alpha < 45^\circ$ и $h < \text{tg} \alpha$, устойчиво для любых k и Re . В частности, устойчив профиль Блазиуса [7], если его интерполировать значениями $h \approx 0,2$, $\alpha \approx 15^\circ$.

Кривые нейтральной устойчивости для заторможенного течения ($\alpha = 60^\circ$) представлены на рис. 6. С ростом h критическое число Ri понижается, однако увеличивается область неустойчивых k . Асимптотическое течение достигается при $Re \sim 1000$. $Ri_{кр}$ понижается также с увеличением вязкости верхнего слоя и ростом угла Θ .

Кривые нейтральной устойчивости для возвратного течения ($\alpha \geq 90^\circ$) представлены на рис. 7. В этом случае существует такое число Рейнольдса, выше которого течение абсолютно устойчиво. Асимптотика течения достигается при $Re \sim 1000$, и при этом h оказывает значительное влияние на устойчивость, а влияние α и μ незначительно. Для $h \leq 0,5$ область неустойчивости состоит из одной зоны $1 \leq k \leq 6$, смещающейся в область больших k с ростом h , длинноволновой неустойчивости нет. Для $h \geq 0,5$, особенно для $h \rightarrow 1$, имеет место длинноволновая неустойчивость. Для возвратного течения появляются неустойчивые моды с $\Theta > 90^\circ$, локализованные в области малых k .

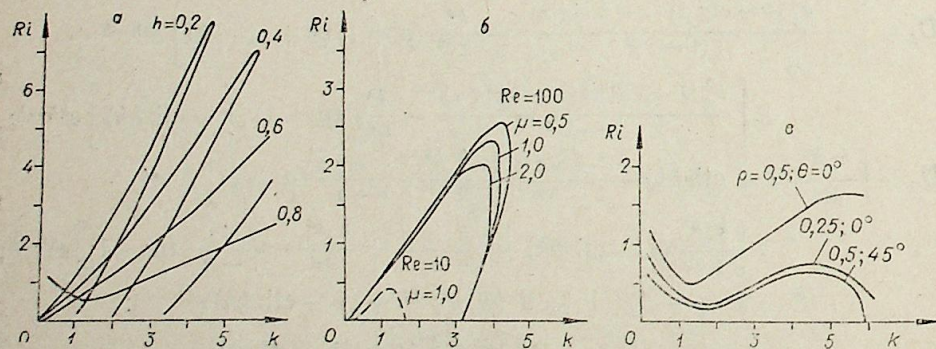


Рис. 6.

а) $\alpha=60^\circ$; $Re=10^3$; $\mu=1,0$; $\rho=0,5$; $\Theta=0^\circ$. б) $\alpha=60^\circ$; $\rho=0,5$; $h=0,6$; $\Theta=0^\circ$. в) $\alpha=60^\circ$; $h=0,8$; $\mu=1,0$; $Re=100$.

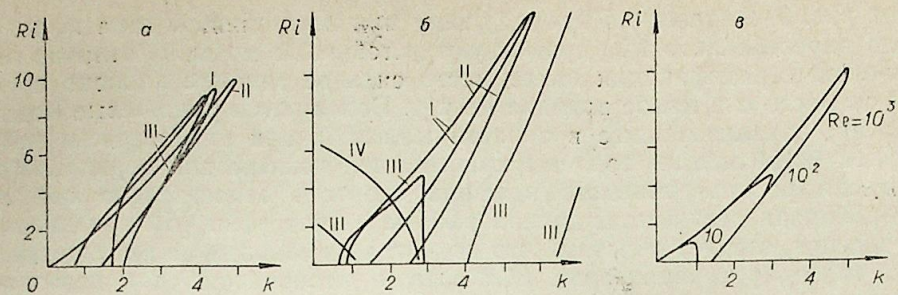


Рис. 7.

а) $Re=10^3$; $\mu=0,5$; $\rho=0,5$; $h=0,2$; $\Theta=0^\circ$. I — $\alpha=90^\circ$; II — $\alpha=120^\circ$; III — $\alpha=150^\circ$. б) $Re=10^3$; $\mu=0,5$; $\rho=0,5$; $\alpha=120^\circ$; $\Theta=0^\circ$; I — $h=0,2$; II — $h=0,4$; III — $h=0,6$; IV — $h=0,8$. в) $\alpha=120^\circ$; $h=0,2$; $Re=10^3$; $\mu=0,5$; $\rho=0,5$; $\Theta=0^\circ$.

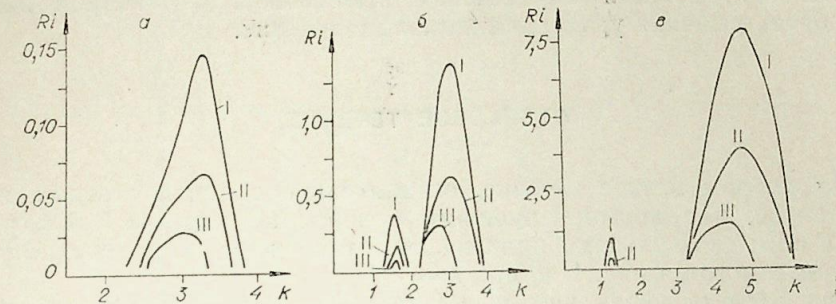


Рис. 8.

а) $h=0,4$; $\alpha=10^\circ$; $\mu=1,0$; $Re=10^3$. I — $\rho=2,0$; $\Theta=0^\circ$; II — $\rho=2,0$; $\Theta=45^\circ$; III — $\rho=4,0$; $\Theta=0^\circ$. б) $h=0,6$; $\alpha=10^\circ$; $\mu=1,0$; $Re=10^3$. I — $\rho=2,0$; $\Theta=0^\circ$; II — $\rho=2,0$; $\Theta=45^\circ$; III — $\rho=4,0$; $\Theta=0^\circ$. в) $h=0,8$; $\alpha=10^\circ$; $\mu=1,0$; $Re=10^3$. I — $\rho=2,0$; $\Theta=0^\circ$; II — $\rho=2,0$; $\Theta=45^\circ$; III — $\rho=4,0$; $\Theta=0^\circ$.

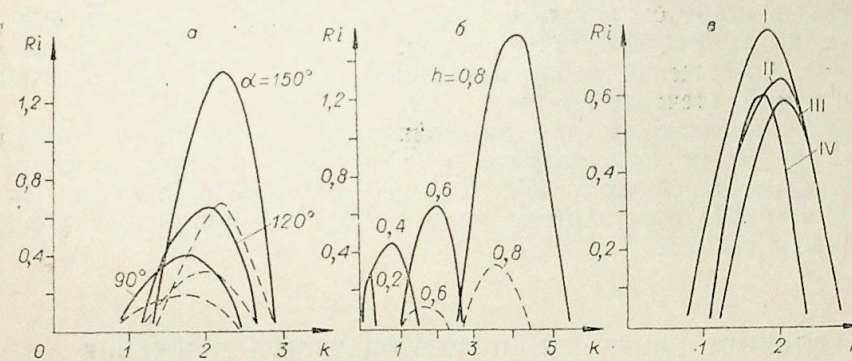


Рис. 9.

а) $Re=10^3$; $\mu=1,0$; $\rho=2,0$; $h=0,6$. — $\Theta=0^\circ$; — — $\Theta=45^\circ$. б) $Re=10^3$; $\mu=1,0$; $\alpha=120^\circ$; $\Theta=0^\circ$. — $\rho=2,0$; — — $\rho=4,0$. в) $\alpha=120^\circ$; $h=0,6$; $\Theta=0^\circ$; $\rho=2,0$. I — $Re=100$; $\mu=2,0$; II — $Re=100$; $\mu=1,0$; III — $Re=100$; $\mu=0,5$; IV — $Re=10$; $\mu=1,0$.

Для неустойчивой стратификации ($\rho > 1$). Кривые нейтральной устойчивости для течения, характеризуемого параметрами $\alpha < 45^\circ$ и $h > \text{tg} \alpha$, представлены на рис. 8. В этом случае существует точное число Рейнольдса, выше которого течение абсолютно устойчиво. Для $h \leq 0,4$ устойчив волновой пакет, локализованный в области $k \sim 3$. Для $h \geq 0,6$ устойчивы два волновых пакета. Влияние Re и μ намного меньше, чем плотностной стратификации; асимптотика течения достигается при $Re \sim 1000$. На положение границы волнового пакета существенное влияние оказывает направление возмущения. Вид кривых нейтральной устойчивости для возвратного течения представ-

лен на рис. 9. Аналогично предыдущему при неустойчивой стратификации до определенного $Ri_{кр}$ существуют устойчивые моды. В отличие от устойчивой стратификации имеет место сильное влияние наклона профиля скорости α и малое влияние Re и μ . Появляются устойчивые моды с $\Theta > 90^\circ$, локализованные в области малых k , при этом кривые нейтральной устойчивости подобны кривым, полученным для зеркального отражения рассматриваемого профиля скорости относительно оси z .

Сравнивая результаты данной работы с расчетами [6] для невязкого течения, следует отметить, что несмотря на совпадение критических чисел, характеризующих зоны абсолютной устойчивости, для невязкого течения и течения с большими числами Re , границы устойчивых или неустойчивых волновых пакетов не совпадают (особенно в части малых волновых чисел), поэтому для определения устойчивых (неустойчивых) мод даже при больших Re необходимо решать уравнения в вязком приближении, но для определения критических параметров достаточно брать решения уравнений невязкого течения.

СДВИГОВОЕ ТЕЧЕНИЕ

Рассмотрим вязкое течение, ограниченное с одной стороны твердой стенкой, а с другой — внешним однородным потоком, между которыми обмен импульсами практически отсутствует (т. е. течение типа, представленного на рис. 1, в, при $h \rightarrow 1$).

При расчете уравнений невязкого типа при неустойчивой стратификации имеет место абсолютная неустойчивость, а при устойчивой стратификации ($\rho < 1$) кривая нейтральной устойчивости имеет вид

$Ri = \frac{k_x^2 (1 - \text{ctg } \alpha)^2 (\rho + 4 \text{cth } k)}{k(1 - \rho)}$, причем для $\alpha \leq \text{arccotg } 2$ ($\alpha \approx 26^\circ 30'$) устойчивыми могут быть только моды с $0 < \Theta < 90^\circ$, а для $\alpha \approx 26^\circ 30' -$ только моды с $90^\circ < \Theta < 180^\circ$. Максимальная устойчивость имеет место при $k_x = 0$ (возмущения, перпендикулярные скорости основного потока) или при $\alpha = 45^\circ$ (течение Куэтта).

При учете вязкости для неустойчивой плотностной стратификации ($\rho > 1$) могут существовать устойчивые моды при выполнении условий, представленных в табл. 1. Для устойчивой плотностной стратификации ($\rho < 1$) неустойчивые моды существуют при условиях, представленных в табл. 2.

ВЛИЯНИЕ НАПРАВЛЕНИЙ ВОЗМУЩАЮЩЕГО ДВИЖЕНИЯ

Влияние возмущений, направленных к потоку под углами $\Theta = 0^\circ$ и $\Theta = 45^\circ$, описано выше. Остановимся отдельно на возмущении, направленном перпендикулярно скорости основного потока.

В случае невязкого течения перпендикулярные моды либо устойчивы (при устойчивой плотностной стратификации), либо неустойчивы (при неустойчивой плотностной стратификации), причем декремент затухания (нарастания) для $\Theta \sim 90^\circ$ равен $C_i \approx 1/\cos \Theta$.

Рассмотрим модели 1 и 2. Для вязкого течения при неустойчивой стратификации перпендикулярные возмущения нарастают. Для устойчивой стратификации дело обстоит несколько иначе. Перпендикулярные возмущения затухают, однако декремент их затухания не зависит от Θ . (В невязком случае затухание перпендикулярных мод происходит мгновенно.) Если $Ri > \frac{k^2 (\mu + \text{cth } k)^2}{4 Re^2 (\rho + \text{cth } k) (1 - \rho)}$, то фазовая час-

Таблица 1

α	k_x	ρ	μ	Re
$\alpha \geq 90^\circ$	$k_x > 0$	$\rho \geq \mu - 2 \text{cth } k \text{ctg } \alpha$	$\mu \geq -\text{cth } k \text{ctg } \alpha (2 - \text{ctg } \alpha)$	$A \leq Re^2 \leq A \frac{1}{1 - \frac{4(\mu + \text{ctg } k) \text{cth } k}{(\rho + \mu + 2 \text{cth } k)^2}}$
$\alpha > \text{arccotg} \left(\frac{\rho + \mu}{2 \text{cth } k} \right)$	$k_x > 0$	$\rho \leq \mu - 2 \text{cth } k \text{ctg } \alpha$	$\mu < -\text{cth } k \text{ctg } \alpha (2 - \text{ctg } \alpha)$	$A \leq Re^2 \leq A \frac{1}{1 - \frac{\mu + \text{cth } k}{\text{cth } k (1 - \text{ctg } \alpha)^2}}$
$\alpha < 45^\circ$	$k_x > 0$	Без ограничений	Без ограничений	$A \leq Re^2 \leq \frac{A}{1 - \frac{4(\mu + \text{cth } k) \text{cth } k}{(\rho + \mu + 2 \text{cth } k)^2}}$
$\alpha > 45^\circ$	$k_x < 0$	"	"	$A \frac{1}{1 - \frac{\mu + \text{cth } k}{\text{cth } k (1 - \text{ctg } \alpha)^2}} \leq Re^2 \leq \frac{1}{1 - \frac{4(\mu + \text{cth } k) \text{cth } k}{(\rho + \mu + 2 \text{cth } k)^2}}$

α	k_x	ρ	μ	Re
$\alpha < 45^\circ$	$k_x > 0$	Без ограничений	Без ограничений	$Re^2 \geq A \frac{1}{1 - \frac{4 \operatorname{cth} k (\mu + \operatorname{cth} k)}{(\rho + \mu + 2 \operatorname{cth} k)^2}}$
$\alpha < 26^\circ 30'$	$k_x > 0$	"	$\mu < -\operatorname{cth} k \cdot \operatorname{ctg} \alpha (2 - \operatorname{ctg} \alpha)$	$A \leq Re^2 \leq A \frac{1}{1 - \frac{\mu + \operatorname{cth} k}{\operatorname{cth} k (1 - \operatorname{ctg} \alpha)^2}}$
$45^\circ < \alpha < -\arccos \operatorname{ctg} \frac{\rho + \mu}{2 \operatorname{cth} k}$	$k_x < 0$	"	Без ограничений	$Re^2 \geq A \frac{1}{1 - \frac{\mu + \operatorname{cth} k}{\operatorname{cth} k (1 - \operatorname{ctg} \alpha)^2}}$
$\alpha > -\arccos \frac{\rho + \mu}{2 \operatorname{cth} k}$	$k_x < 0$	"	"	$Re^2 \geq A \frac{1}{1 - \frac{4 \operatorname{cth} k (\mu + \operatorname{cth} k)}{(\rho + \mu + 2 \operatorname{cth} k)^2}}$
$\alpha < 45^\circ$	$k_x < 0$	"	"	$Re^2 \geq A \frac{1}{1 - \frac{\mu + \operatorname{cth} k}{\operatorname{cth} k (1 - \operatorname{ctg} \alpha)^2}}$

$A = \frac{k^4 (\mu + \operatorname{cth} k)}{k_x^2 \operatorname{cth} k (1 - \operatorname{ctg} \alpha)^2}$

тога и декремент затухания равны соответственно

$$C_r = \sqrt{\operatorname{Ri} \frac{k(1-\rho)}{\rho + \operatorname{cth} k} - \frac{k^2(\mu + \operatorname{cth} k)^2}{4\operatorname{Re}^2(\rho + \operatorname{cth} k)^2}},$$

$$C_i = -\frac{k^2(\mu + \operatorname{cth} k)}{2\operatorname{Re}(\rho + \operatorname{cth} k)}.$$

Если $\operatorname{Ri} < \frac{k^2(\mu + \operatorname{cth} k)^2}{4\operatorname{Re}^2(\rho + \operatorname{cth} k)(1-\rho)}$, то в потоке могут существовать только стоячие волны, перпендикулярные скорости основного потока, с декрементом затухания

$$C_i = -\frac{k^2}{2\operatorname{Re}} \cdot \frac{\mu + \operatorname{cth} k}{\rho + \operatorname{cth} k} \pm \sqrt{\frac{k^4(\mu + \operatorname{cth} k)^2}{4\operatorname{Re}^2(\rho + \operatorname{cth} k)^2} - \frac{k \operatorname{Ri}(1-\rho)}{\rho + \operatorname{cth} k}}.$$

Рассмотрим модель 3. Картина, аналогичная описанной выше, имеет место и для течения, представленного на рис. 1, в. Однако связь между параметром стратификации Ri и числом Рейнольдса Re , отделяющим стоячие волны от бегущих, имеет вид $\operatorname{Ri} \leq \frac{k^3 B^2}{4\operatorname{Re}^2 A (1-\rho) C}$, а декремент затухания

$$C_{i \text{ ст}} = -\frac{k^2 B}{2\operatorname{Re} A} \pm \sqrt{\left(\frac{k^4 B^2}{4\operatorname{Re}^2 A^2} - \frac{k \operatorname{Ri}(1-\rho) C}{A} \right)},$$

$$C_{i \text{ бег}} = -\frac{k^2 B}{2\operatorname{Re} A}.$$

Фазовая скорость волны описывается уравнением

$$C_r = \frac{k \operatorname{Ri}(1-\rho) C}{A} - \frac{k^2 B^2}{4\operatorname{Re}^2 A^2},$$

где

$$A = (\rho + 1)e^k - (\rho - 1)e^{-k},$$

$$B = (\mu + 1)e^k - (\mu - 1)e^{-k},$$

$$C = e^k - e^{-k}.$$

Вид кривой нейтральной устойчивости для $\rho > 1$ при $\Theta \rightarrow 90^\circ$ показан на рис. 10.

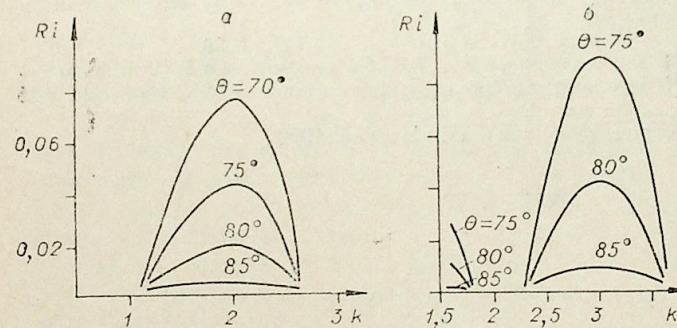


Рис. 10.

а) $\operatorname{Re}=10^3$; $\alpha=120^\circ$; $\rho=2.0$;
 $\mu=1.0$; $h=0.6$. б) $\operatorname{Re}=10^3$;
 $\alpha=10^\circ$; $\rho=2.0$; $\mu=1.0$; $h=0.6$.

ВЫВОДЫ

1. Влияние стратификации по плотности в вязком течении носит в основном характер, аналогичный влиянию в невязком течении в области всех длин волн возмущающего движения, за исключением длинных ($k \ll 2$).

Течение Куэтта при устойчивой (неустойчивой) стратификации по плотности абсолютно устойчиво (неустойчиво) к малым возмущениям для любых чисел Рейнольдса, волновых чисел и направлений возмущения.

В сдвиговом течении при неустойчивой (устойчивой) стратификации существуют узкие области устойчивых (неустойчивых) мод.

2. Устойчивость стратифицированных потоков возрастает с увеличением вязкости верхнего слоя или с уменьшением числа Рейнольдса как в случае неустойчивой, так и в случае устойчивой стратификации по плотности.

Вязкость оказывает различное влияние на низкочастотные и высокочастотные возмущения. Декремент возрастания возмущений для высоких частот пропорционален числу Рейнольдса, а для низких частот — обратно пропорционален числу Рейнольдса.

3. Направление возмущения Θ влияет не только на критические характеристики устойчивости течения, но и на область устойчивых волновых чисел в зависимости от характера плотностной стратификации, причем Θ в диапазоне $0 < \Theta < 45^\circ$ оказывает на эти границы более существенное влияние, чем $45^\circ < \Theta < 90^\circ$ (для невязкого течения границы волновых чисел k от Θ не зависят).

При неустойчивой стратификации по плотности перпендикулярные возмущения нарастают, а при устойчивой затухают, причем декременты роста (затухания) являются конечными величинами в отличие от невязкого течения.

Для возвратного течения при определенных условиях стратификации могут существовать устойчивые «встречные» моды ($90^\circ < \Theta < 180^\circ$).

Институт теплофизики
СО АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
25/VIII 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. W. K. Sartory. Instability in diffusing fluid layers.— Biopolymers, 1969, 7, 2.
2. J. Charrandeau. Sur l'importance des variations des propriétés physiques dans une couche limite laminaire incompressible. Comp. Rendus Acad. Sci., 1970, A270, 25.
3. R. C. Lock. The stability of the flow of an electrically conducting fluid between parallel planes under a transverse magnetic field.— Proc. Roy. Soc., 1955, A233, 1192, 105—125.
4. M. Lessen, M. G. Cheifetz. Stability of plane Couette flow with respect to finite two-dimensional disturbances.— Phys. Fl., 1975, 18, 8.
5. Ц. Ц. Линь. Теория гидродинамической устойчивости. М., ИЛ, 1958.
6. Ю. Г. Головачев, О. Н. Маренникова, А. А. Тарнавский. Устойчивость сдвиговых потоков. Ч. I. Невязкое стратифицированное течение.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1977, № 8, сер. техн. наук, вып. 2.
7. Г. Шлихтинг. Теория пограничного слоя. М., «Наука», 1960.

УДК 532.526.4 : 551.508.5

А. С. ЗЕМСКАЯ, В. Н. ЛЕВИЦКИЙ,
Е. У. РЕПИК, Ю. П. СОСЕДКО

ВЛИЯНИЕ БЛИЗОСТИ СТЕНКИ НА ПОКАЗАНИЯ ТЕРМОАНОМЕТРА В ЛАМИНАРНОМ И ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ *

Использование термоанометра для измерения распределения скорости в пограничном слое в непосредственной близости от стенки возможно лишь в том случае, если изучено влияние близости стенки на показания термоанометра. Влияние близости стенки проявляется в увеличении тепловых потерь от нагретой нити насадка, что приводит к завышению скорости, измеренной термоанометром, по сравнению с действительной скоростью потока.

В случае ламинарного пограничного слоя влияние близости стенки на результаты измерений наиболее полно исследовано в [1], где было установлено, что потери тепла от нити насадка зависят от отношения расстояния нити от стенки (y) к ее диаметру (d). На основании отдельных наблюдений в [1] делается предположение, что поправки к измеренному распределению скорости в турбулентном пограничном слое имеют тот же характер, что и в ламинарном пограничном слое, отличаясь только на величину постоянного коэффициента. Однако по данным опытов [2] величина тепловых потерь в случае турбулентного пограничного слоя зависит главным образом от расстояния нити от стенки. Что же касается влияния диаметра нити, то, согласно рекомендациям [2], при малых диаметрах нити (до 8 мк) этим влиянием в практических измерениях можно пренебречь.

Нет единой точки зрения и в вопросе о влиянии числа Рейнольдса на потери тепла от нити, обусловленные близостью стенки. Так, если из [1] следует, что тепловые потери не зависят от числа Рейнольдса, то в опытах [2] было замечено уменьшение тепловых потерь вблизи стенки с увеличением местной скорости. Зависимость тепловых потерь от числа Рейнольдса наблюдалась также и в опытах [3, 4].

Опыты [1—4] не носили характер систематического исследования и были ограничены или малым набором диаметров нити, или узким диапазоном изменения числа Рейнольдса. Выводы, как правило, делались на основании отдельных наблюдений, что, естественно, снижает их достоверность.

В настоящей статье приводятся новые экспериментальные данные, полученные в широком диапазоне изменения числа Рейнольдса при большом выборе диаметров нити насадка. Это позволило установить более ясные физические представления о механизме теплового взаимодействия между нитью и стенкой в условиях как ламинарного, так и турбулентного пограничного слоя.

* Работа была доложена на Всесоюзном симпозиуме по методам аэрофизических исследований в Новосибирске в 1976 г.

Опыты проводились в пограничном слое на плоской пластине, изготовленной из стали ($\lambda=51,7$ Вт/м·град) при изменении скорости набегающего потока u_∞ от 2 до 24 м/с. Число Рейнольдса, вычисленное по толщине пограничного слоя, изменялось от 198 до 2750.

При изготовлении насадков термоанемометра использовалась нить Волластона (платиновая жила в медной рубашке) диаметром d , равным 3,4; 4,4; 7,2; 41,6 мк, и вольфрамовая нить диаметром 22,4 мк, при этом отношение длины нити к ее диаметру было равным соответственно 1470, 960, 736, 476, 915. Диаметр нити измерялся с помощью оптиметра типа ИКВ с погрешностью $\pm 0,2$ мк. Начальное расстояние нити насадка от обтекаемой стенки измерялось катетометром типа КМ-6 с погрешностью ± 6 мк. Перемещение насадков поперек пограничного слоя осуществлялось с помощью микрокоординатника с ценой деления 10 мк. Измерения проводились при перегреве нити насадка относительно окружающей среды $\Delta T = T_w - T_\infty = 223^\circ\text{C}$. В качестве регистрирующей аппаратуры использовался термоанемометр ЭТАМ-3А.

Проведение методических исследований в турбулентном пограничном слое обычно осложняется из-за отсутствия надежного теоретического профиля скорости. Однако многочисленными опытами установлено, что влияние близости стенки на показания термоанемометра проявляется главным образом в непосредственной близости от стенки, в вязком подслое турбулентного пограничного слоя, где при безградиентном течении несжимаемой жидкости имеет место строго линейное распределение скорости. На это указывают многочисленные измерения скорости вблизи стенки, проведенные с помощью трубок полного напора и различных методов визуализации потока (см., например [5, 6]).

Наклон прямой, соответствующей истинному распределению скорости в вязком подслое, в настоящих опытах определялся по значению касательного напряжения на стенке (τ_w), которое измерялось трубками Престона, предварительно проградуированными путем непосредственного весового измерения силы трения с помощью плавающего элемента [7]. Для этой цели использовались магнитоэлектрические [8] и индуктивные [9] весы, обеспечивающие надежное измерение малых сил трения от $5 \cdot 10^{-6}$ до 10^{-3} н. Показания трубки Престона выводились на прецизионный спиртовый манометр, у которого среднеквадратичная погрешность измерения равна 0,004 мм. вод. ст. Слежение за уровнем спирта, отсчет и регистрация показаний манометра осуществлялись автоматически [10].

В настоящих опытах использовались только угловые термоанемометрические насадки (рис. 1), державки которых продольно обтекаются потоком, поскольку в [2] было показано, что при поперечном обтекании державок их взаимодействие с потоком в условиях резкого градиента скорости вблизи стенки заметно отражается на обтекании нити насадка.

Чтобы ослабить возможное влияние вибраций нити насадка, обтекаемого потоком, на его показания, нить припаивалась к державкам при небольшом предварительном ее натяжении. Использование насадков со значением $l/d > 700$ позволило полностью исключить влияние отвода тепла от нити к державкам насадки на результаты измерений [2].

Градуировка насадка термоанемометра по скорости проводилась с помощью трубок полного напора в потенциальном потоке с низкой интенсивностью турбулентности ($\epsilon \leq 0,2\%$), при этом использование прецизионного автоматического манометра для измерения давления обеспечивало высокую надежность градуировочных кривых. При малых скоростях потока ($u_\infty < 2,5$ м/с) в показания трубок полного напора

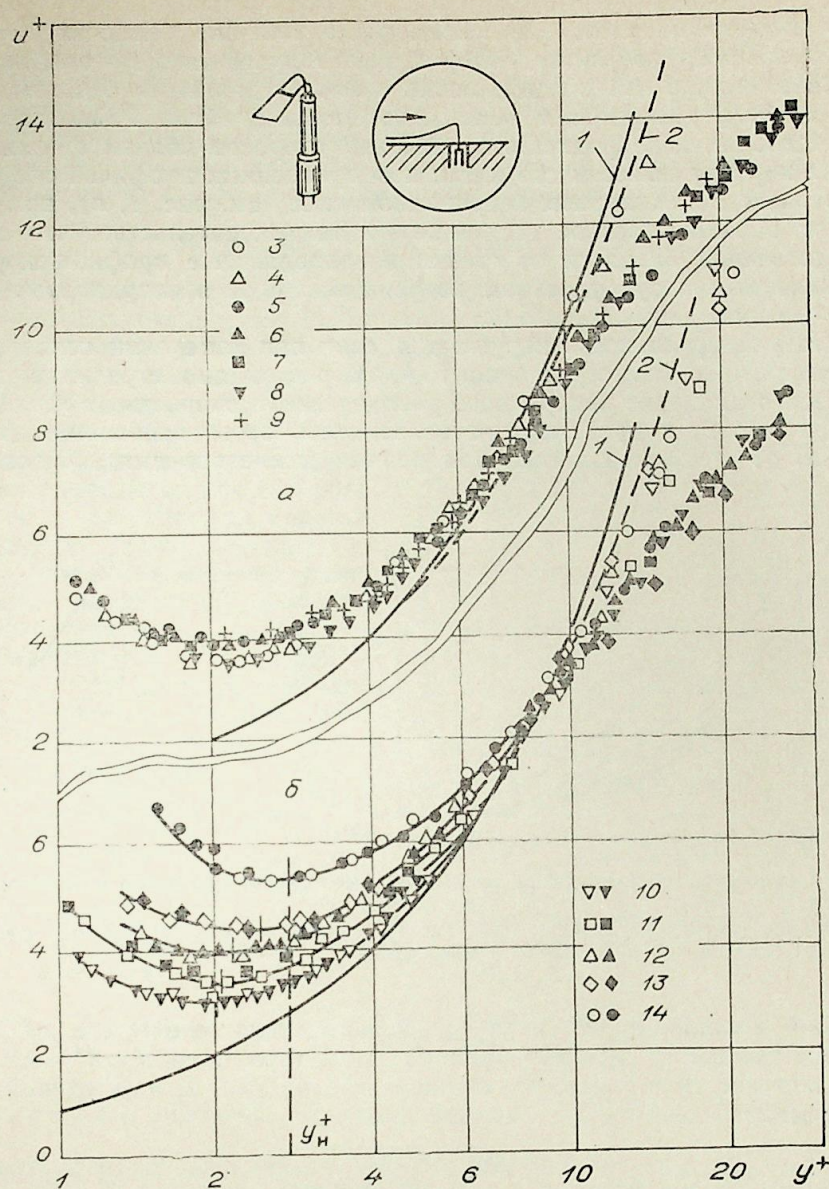


Рис. 1. Неправильный профиль скорости в пограничном слое в непосредственной близости от стенки, измеренный с помощью насадка термоанемометра.

а) при постоянном диаметре нити насадка, равном 7,2 мк; б) при постоянной скорости набегающего потока на внешней границе пограничного слоя. В ламинарном пограничном слое $u_\infty = 2,5$ м/с; $Re^{**} = 254$; в турбулентном — $u_\infty = 5,38$ м/с; $Re^{**} = 709$. 1 — $u^+ = y^+$; 2 — ламинарный профиль скорости по Л. Хойарту [14]; 3 — $u_\infty = 2$ м/с ($Re^{**} = 198$); 4 — 2,5 м/с (254); 5 — 4,4 м/с (524); 6 — 5,38 м/с (709); 7 — 8,0 м/с (1143); 8 — 11,8 м/с (1502); 9 — 14,7 м/с (1978); 10 — $d = 3,4$ мк; 11 — 4,4 мк; 12 — 7,2 мк; 13 — 22,4 мк; 14 — 41,6 мк.

вносились поправки на влияние вязкости потока в соответствии с рекомендациями [10].

Если представить измеренное с помощью термоанемометра распределение скорости в турбулентном пограничном слое в виде зависимости $u^+ = f(y^+)$ (здесь $u^+ = u/u_\infty$ и $y^+ = yu_\infty/\nu$), то независимо от скорости набегающего потока все опытные точки укладываются на одну общую кривую по всей толщине пограничного слоя, включая об-

ласть вязкого подслоя, где имеет место влияние близости стенки (рис. 1, а). Этот результат, который был получен также в опытах [4], указывает на то, что представление опытных данных в безразмерном виде $u^+ = f(y^+)$ позволяет исключить влияние числа Рейнольдса на распределение непоправленных значений скорости вблизи стенки. Такая же картина имеет место и для непоправленных профилей скорости, измеренных в ламинарном пограничном слое (см. рис. 1, а), при этом следует обратить особое внимание на то обстоятельство, что в непосредственной близости от стенки непоправленные профили скорости в ламинарном и турбулентном пограничном слое в координатах $u^+ = f(y^+)$ совпадают.

Эта универсальность нарушается, если при измерении используются нити разных диаметров (рис. 1, б). С ростом диаметра нити увеличивается отклонение измеренного распределения скорости от истинного. На рис. 2, а представлена зависимость этого отклонения $\Delta u^+ = \Delta u/u$, от y^+ вблизи стенки для разных диаметров нити. Умножение

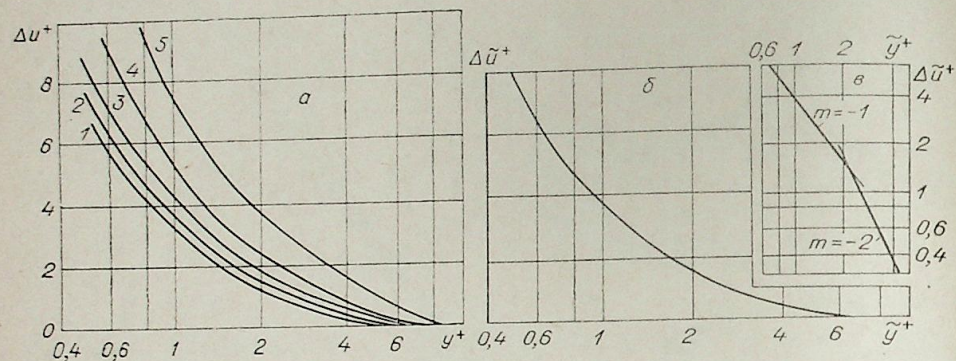


Рис. 2. Отклонение измеренного распределения скорости от истинного в области влияния стенки.

а) 1 — $d=3,4$ мк; 2 — $4,4$ мк; 3 — $7,2$ мк; 4 — $22,4$ мк; 5 — $41,6$ мк; б) обобщенная зависимость $\Delta \tilde{u}^+ = f(\tilde{y}^+)$.

значений координат Δu^+ и y^+ на безразмерный множитель $(d^*/d)^{0,15}$ (где в качестве d^* выбран один из диаметров нити $d=d^*=4,4$ мк) позволяет свести все кривые, приведенные на рис. 2, а, к единой кривой (рис. 2, б)

$$\Delta \tilde{u}^+ = f(\tilde{y}^+). \quad (1)$$

Здесь $\Delta \tilde{u}^+ = \frac{\Delta u}{u} \left(\frac{d^*}{d}\right)^{0,15}$ и $\tilde{y}^+ = \frac{y u_\tau}{\nu} \left(\frac{d^*}{d}\right)^{0,15}$.

В общем виде функция $f(\tilde{y}^+)$ может быть аппроксимирована степенной зависимостью

$$\Delta \tilde{u}^+ = C(\tilde{y}^+)^m, \quad (1a)$$

однако в этом случае значение показателя степени m зависит от безразмерного расстояния от стенки. Так, из рис. 2, б следует, что в зоне малых значений y^+ до точки излома прямой $\Delta \tilde{u}^+ = f(\tilde{y}^+)$, представленной в логарифмическом масштабе, значение $m_1 \approx -1$, а после точки излома $m_2 \approx -2$. Анализ показывает, что эта точка излома соответствует положению $y_n^+ = y_n u_\tau / \nu$ минимума непоправленных значений скорости в координатах $u^+ = f(y^+)$ (см. рис. 1, а, б).

Тогда из (1a) имеем

$$\Delta u_1^+ \sim d^{0,3} \text{ при } y^+ < y_n^+$$

$$\Delta u_2^+ \sim d^{0,45} \text{ при } y^+ > y_n^+.$$

и

Таким образом, по данным настоящих опытов, степень влияния диаметра нити на значение поправки к показаниям термоанемометра зависит от расстояния нити от стенки, при этом влияние диаметра нити существенно слабее, чем это следует из работы [1, 3].

Для практических задач можно рекомендовать единую для всей области влияния стенки эмпирическую зависимость

$$\Delta \tilde{u}^+ = -0,62 + 4,27/\tilde{y}^+, \quad 0,5 < \tilde{y}^+ < 6,9, \quad (2)$$

которая с допустимой для этих целей погрешностью позволяет оценить величину отклонения Δu при заданных значениях диаметра нити и расстояния от стенки. Соотношение (2) справедливо как в турбулентном, так и в ламинарном пограничном слое.

Из (2) следует, что величина отклонения Δu может быть определена, если известно значение скорости трения u_τ . Однако определение u_τ требует, как правило, проведения дополнительных и весьма сложных измерений, поэтому для упрощения процедуры введения поправок к показаниям термоанемометра была сделана попытка предложить способ определения u_τ по самим непоправленным профилям скорости вблизи стенки, измеренным непосредственно термоанемометром.

С этой целью выберем в качестве характерной точки непоправленного распределения скорости параметр y_n^+ , который имеет явно выраженную зависимость от диаметра нити насадка (рис. 3). В настоящих опытах эта зависимость имеет вид.

$$y_n^+ = 2,06 \left(\frac{d}{d^*}\right)^{0,15}. \quad (3)$$

Определив значение y_n^+ при заданном диаметре нити и известном расстоянии y_n , можно найти $u_\tau = \frac{y_n^+ \nu}{y_n}$, при этом значение y_n находится по положению минимума непоправленного профиля скорости, построенного в обычных размерных координатах $u = f(y)$.

Следует заметить, что такую же зависимость от диаметра нити имеет и параметр $y_n^+ = \frac{y_n u_\tau}{\nu}$ (см. рис. 3), где y_n соответствует расстоянию от стенки, при котором непоправленный профиль скорости смыкается с истинным профилем, т. е. y_n соответствует расстоянию, характеризующему протяженность области влияния стенки на показания термоанемометрических насадков.

Описанный метод определения u_τ может иметь в ряде случаев и вполне самостоятельное значение при измерении напряжения трения на стенке $\tau_w = \rho u_\tau^2$, например в случае малых скоростей набегающего потока, когда определение силы трения с помощью пневмометрических методов или с помощью весового измерения представляет значительные трудности. В основе этого метода лежит универсальность распределения непоправленных значений скорости вблизи стенки в координатах $u^+ = f(y^+)$ при разных скоростях набегающего потока и задан-

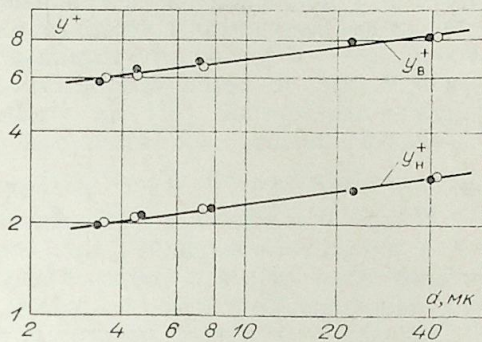


Рис. 3. Зависимость y_n^+ и y_n^+ от диаметра нити.

○ — ламинарный пограничный слой; ● — турбулентный.

ном диаметре нити подобно тому, как в методе Клаузера [11] при определении местных коэффициентов поверхностного трения используется универсальный характер «закона стенки» в логарифмической области пограничного слоя.

Проверка работоспособности предложенного метода определения τ_w в практических условиях показала, что он дает результаты, хорошо согласующиеся с результатами определения напряжения трения другими известными независимыми методами [12].

Теперь рассмотрим некоторые характерные особенности процесса теплообмена между нитью и стенкой. На рис. 4, а приведена типичная зависимость $Nu' = Nu - Nu_0 = f(Re_w)$ при разных фиксированных расстояниях нити от стенки. Здесь $Nu = \alpha d / \lambda$ — число Нуссельта для нити, расположенной в пограничном слое в области влияния стенки, а $Nu_0 = \alpha_0 d / \lambda$ — число Нуссельта для нити, расположенной вдали от стенки ($y \rightarrow \infty$), при отсутствии потока в трубе ($u_\infty = 0$); α и α_0 — эффективные значения коэффициентов теплообмена между нитью и окружающей средой [2]; $Re_w = ud / \nu_m$; u — истинная скорость потока; ν_m — коэффициент кинематической вязкости воздуха при характеристической температуре $T_m = \frac{1}{2}(T_w + T_\infty)$.

Как видно, вблизи стенки при числах $Re_w \leq 0,2$ теплоотдача от нити слабо зависит от числа Рейнольдса, что указывает на преобладание потерь тепла от нити, обусловленных теплопроводностью воздушной прослойки между нитью и стенкой. В области более высоких чисел Рейнольдса, начиная с некоторых граничных значений $Re_{w, гр}$, обозначенных на рис. 4, а штриховой линией, зависимость теплообмена от числа Рейнольдса может быть описана степенным законом

$$Nu' = A Re_w^n \quad (4)$$

Изменение показателя степени n с расстоянием от стенки для разных диаметров нити представлено на рис. 4, б в виде зависимости

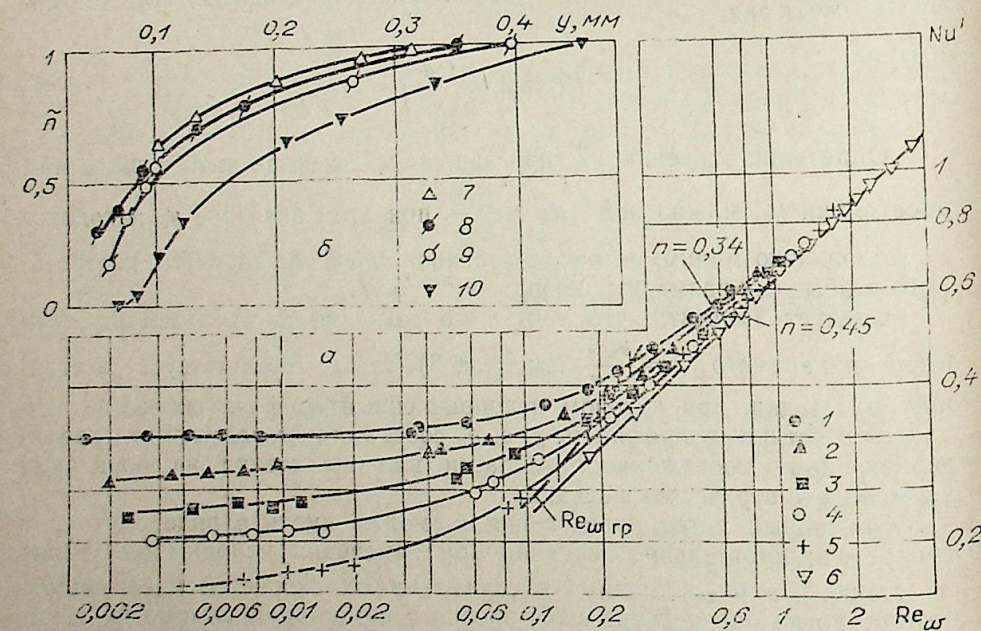


Рис. 4. Зависимость Nu' от Re_w для нити диаметром 7,2 мк при разных расстояниях нити от стенки (а) и изменение показателя степени n в законе теплообмена между нитью и окружающей средой с расстоянием от стенки при разных диаметрах нити (б). 1 — $y = 0,06$ мм; 2 — 0,072 мм; 3 — 0,09 мм; 4 — 0,108 мм; 5 — 0,144 мм; 6 — вне пограничного слоя ($y \rightarrow \infty$); 7 — $d = 3,4$ мк; 8 — 4,4 мк; 9 — 7,2 мк; 10 — 41,6 мк.

$\tilde{n} = \frac{n - n_0}{n_\infty - n_0} = f(y)$. Здесь n_∞ и n_0 — соответственно значения показателя степени вне пограничного слоя ($y \rightarrow \infty$) и в непосредственной близости от стенки. Диаметр нити насадка оказывает заметное влияние на зависимость n от y , что находится в соответствии с характером влияния диаметра нити на протяженность самой области влияния стенки. Однако для всех диаметров нити в области влияния стенки показатель степени n по мере приближения к стенке плавно убывает от 1 ($n_\infty = 0,45$) до 0 ($n_0 = 0,34$).

Поскольку вблизи стенки имеет место линейный профиль скорости ($\tau_w = \mu \frac{u}{y}$), то при постоянном значении y имеем $Re_w \sim u \sim \tau_w$.

Следовательно, при $y \rightarrow 0$ нить насадка должна полностью проявлять свойство теплового датчика трения, заделанного заподлицо со стенкой, для которого закон теплообмена имеет вид [13]

$$Nu \sim \tau_w^{1/3} \quad (5)$$

Отсюда следует, что в предельном случае при $y \rightarrow 0$ теплообмен между нитью и потоком газа при $Re_w > Re_{w, гр}$ определяется главным образом значением местного трения, т. е. величиной поперечного градиента скорости du/dy . По мере удаления от стенки относительное влияние градиента скорости на теплоотдачу от нити уменьшается и вне пределов области влияния стенки потери тепла от нити уже определяются только конвективным теплообменом.

Таким образом, для каждой из кривых, приведенных на рис. 4, а, можно выделить область преимущественного влияния теплопроводности ($Re_w < Re_{w, гр}$) и область с сильным проявлением влияния поперечного градиента скорости du/dy ($Re_w > Re_{w, гр}$), приводящего к отклонению прямолинейных участков зависимости $Nu' = f(Re_w)$ от закона теплообмена при $y \rightarrow \infty$. Как указывалось выше, граница между этими областями (штриховая линия на рис. 4, а) соответствует положению y_n на рис. 1, б и точке излома прямой на рис. 2, в).

О влиянии числа Рейнольдса на значение тепловых потерь от нити, обусловленных близостью стенки, при $Re_w > Re_{w, гр}$ можно судить по схождению пучка прямых линий на рис. 4, а, что указывает на уменьшение величины $\Delta Nu = Nu' - Nu_{y \rightarrow \infty}$ с ростом Re_w .

Центральный аэрогидродинамический институт
имени Н. Е. Жуковского

Поступила в редакцию
1/Х 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. J. A. Wills. The correction of hot — wire readings for proximity to a solid boundary. — J. of Fluid Mechanics. 1969, 12, pt. 3.
2. Е. У. Репик, В. С. Пономарева. Исследование влияния близости стенки на показания термоанемометра в турбулентном пограничном слое. — Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1969, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.
3. F. J. Mack. Wall effects on the heat loss from short hot — wire probes. — Proc. DISA Conf., 1972. Leicester, 1972, 1, p. 45—52.
4. S. Ока, Z. Kostič. Influence of wall proximity on hot — wire velocity measurements. — DISA Information, Measurement and Analysis. May 1972, N 13.
5. Е. У. Репик, Ю. П. Соседко, Н. С. Тронина. Исследование структуры течения в пристеночной области турбулентного пограничного слоя. — Тр. XVIII Сиб. теплоф. семинара, II. Изд. СО АН СССР, 1976.
6. S. J. Kline, W. C. Reynolds, F. A. Schraub, P. W. Runstadler. The structure of turbulent boundary layers. — J. Fluid Mech., 1967. 30, pt. 4.

7. Е. У. Репик, В. Н. Тарасова. Измерение силы трения в пограничном слое при малых и умеренных числах Re.— Тр. ЦАГИ, 1970, вып. 1218.
8. В. И. Зименков. Авт. свид. № 149919. Бюлл. изобр., № 17, 1962.
9. А. Г. Тарышкин, В. В. Свирин. Авт. свид. № 268680. Бюлл. изобр., № 14, 1970
10. Н. П. Михайлова, Е. У. Репик. Влияние вязкости на показания трубок полного напора при малых скоростях потока.— Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа, 1976, № 1.
11. F. H. Clauser. Turbulent boundary layers in adverse pressure gradient.— J. Aeron Sci., 1954, 21, N 2.
12. В. К. Кузенков, Е. У. Репик. Опытное определение коэффициента поверхностного трения в турбулентном пограничном слое с продольным градиентом давления.— ИФЖ, 1976, № 5.
13. D. A. Spence, G. L. Brown. Heat transfer to a quadratic shear profile.— J. Fluid Mech., 1968, 33, pt. 4.
14. Г. Шлихтинг. Теория пограничного слоя. М., «Наука», 1974.

И. К. ЯУШЕВ, Г. С. ХАКИМЗЯНОВ

О ЧИСЛЕННОМ РАСЧЕТЕ
СТАЦИОНАРНЫХ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ТЕЧЕНИЙ
ИДЕАЛЬНЫХ ЖИДКОСТИ И ГАЗА
В КАНАЛАХ СЛОЖНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

1. В работе рассматривается метод численного решения задач о плоскопараллельных стационарных течениях идеальной жидкости (газа) в каналах сложной формы, обусловленных наличием распределенных источников притока массы внутри области течения.

Постановка задачи о течении идеальной жидкости дается в переменных ψ и ω , где ψ — аналог функции тока [1], ω — функция вихря. Если рассчитывается дозвуковое течение газа, то задача ставится в переменных ψ , ω , Q и H , где ψ и ω имеют прежний смысл, Q — аналог давления, H — полное теплосодержание.

Постановки рассматриваемых задач в конечном итоге формулируются для системы интегральных уравнений. Для последних строятся конечно-разностные аппроксимации и указываются методы их решения. Рассмотрен численный пример, приведены результаты расчета.

2. Численный метод излагается на примере решения краевой задачи для следующей системы уравнений:

$$\frac{\partial}{\partial x} \rho uz + \frac{\partial}{\partial y} \rho vz = g, \quad (1)$$

$$\rho uz \frac{\partial u}{\partial x} + \rho vz \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial p}{\partial x} = (u_0 - u)g, \quad (2)$$

$$\rho uz \frac{\partial v}{\partial x} + \rho vz \frac{\partial v}{\partial y} + z \frac{\partial p}{\partial y} = (v_0 - v)g, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \rho uzH + \frac{\partial}{\partial y} \rho vzH = H_0g, \quad (4)$$

где u , v — компоненты вектора скорости в направлениях x и y ; ρ — плотность; p — давление; $H = e + \frac{p}{\rho} + \frac{|\vec{v}|^2}{2}$, e — внутренняя энергия.

Если $z(x, y) \equiv 1$, то система (1)–(4) описывает стационарное плоскопараллельное течение газа с непрерывно распределенными источниками притока (стока) массы с заданной интенсивностью $g(x, y)$ [2]. При этом u_0 , v_0 — компоненты вектора скорости источников массы, H_0 — полная энергия подводимого газа.

Если рассматривается квазидвумерная постановка с заданной отрицательной функцией $z(x, y)$ и

$$z_0 = \max_{x,y} z(x, y) \quad (5)$$

мала по сравнению с размерами канала в направлениях x и y , то система (1)–(4) может служить для приближенного описания течения

газа в узкой щели, осредненного по ее высоте $z=z(x, y)$. При этом плоская нижняя стенка щели непроницаема, а через верхнюю, которая задана уравнением $z=z(x, y)$, проводится впрыскивание газа в щель. Тогда

$$g(x, y) = m(x, y) \sqrt{1 + z_x^2 + z_y^2},$$

H_0 — полное теплосодержание, m — массовая скорость впрыскиваемого газа. Поэтому при $z=z(x, y)$

$$\rho_0 v_{0n} = m, \quad (6)$$

где $v_{0n} = (\vec{v}_0, \vec{n})$, \vec{n} — единичный вектор внутренней нормали, ρ_0 — плотность, \vec{v}_0 — скорость подводимого газа.

В уравнения (2), (3) входят величины u_0 и v_0 — компоненты \vec{v}_0 в направлениях x и y . Если предполагать, что впрыскивание газа проводится по внутренней нормали, то при $z=z(x, y)$

$$\rho_0 \vec{v}_0 = m \vec{n}. \quad (7)$$

Тогда u_0 и v_0 могут быть определены из условия (7) при заданной плотности ρ_0 . В частности, если поверхность, через которую впрыскивается газ, слабо искривлена и «почти» параллельна плоскости xOy , то величинами u_0 и v_0 по сравнению с u и v можно пренебречь. Неравномерность распределения параметров потока по высоте канала можно учитывать введением в систему уравнений коэффициентов неравномерности [3]. Однако в данной работе мы ограничимся рассмотрением системы (1)–(4), оставив в стороне вопрос о степени точности приближения трехмерного потока квазидвумерным.

Для замыкания системы (1)–(4) задается уравнение состояния $e=e(p, \rho)$. Тогда

$$H = e(p, \rho) + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2 + v^2}{2}. \quad (8)$$

Систему уравнений (1)–(4) будем рассматривать в односвязной области D плоскости xOy , ограниченной контуром Γ , при следующем краевом условии:

$$\rho v_n |_{\Gamma} = v, \quad (9)$$

где $v_n = (\vec{v}, \vec{n})$, \vec{n} — единичный вектор внешней нормали к границе Γ , $v=v(\zeta)$ — заданная функция точек $\zeta \in \Gamma$. В дальнейшем будем считать функцию v неотрицательной. Это соответствует предположению о том, что часть контура Γ непроницаема ($v=0$), а другая часть является выходом из канала ($v>0$). При этом выход представляет собой отрезок прямой, параллельный оси y . Кроме того, считаем выполненным условие

$$\int_D g dx dy = \oint_{\Gamma} v z ds, \quad (10)$$

которое получается из уравнения неразрывности с учетом условия (9) и является необходимым условием разрешимости поставленной задачи.

3. Рассмотрим постановку задачи (1)–(4), (8), (9) в новых переменных. Во-первых, введем аналог функции тока ψ с помощью соотношений

$$\rho u z = \frac{\partial \psi}{\partial y} + f(x, y), \quad \rho v z = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (11)$$

Функцию f выберем так, чтобы удовлетворялось уравнение неразрывности. Для этого достаточно положить $f(x, y) = \int_{x_0}^x g(\xi, y) d\xi$, где x_0 — некоторое фиксированное значение x , а y произвольно. Кроме того, введем функцию вихря

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}.$$

Тогда для ψ и ω получим следующие дифференциальные уравнения:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{1}{\rho z} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\rho z} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + f \right) \right) = \omega, \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \rho u \omega + \frac{\partial}{\partial y} \rho v \omega = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{u^2 + v^2}{2} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{u^2 + v^2}{2} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \frac{g v}{z} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{g u}{z}. \quad (13)$$

Задачу по определению давления p можно ставить так [4]. Обозначив

$$p_1 = -\frac{g u}{z} - \rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right),$$

$$p_2 = -\frac{g v}{z} - \rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right),$$

$$\Theta = -\frac{\partial p_1}{\partial x} - \frac{\partial p_2}{\partial y},$$

для p получим уравнение

$$\Delta p = -\Theta. \quad (14)$$

На контуре Γ будем считать заданной $\frac{\partial p}{\partial n}$, т. е.

$$\frac{\partial p}{\partial n} \Big|_{\Gamma} = \mu(s), \quad (15)$$

причем $\mu(s) = p_1$ на выходе, а на непроницаемой части Γ $\mu(s) = \kappa \rho (u^2 + v^2)$, где κ — кривизна контура Γ . При этом $\mu(s) = 0$, если непроницаемые части Γ совпадают с отрезками прямых.

Таким образом, p определяется как решение задачи Неймана для уравнения (14). Однако при численном решении такой задачи встречаются значительные трудности. Поэтому перейдем к задаче Дирихле, вводя функцию Q , связанную с p с помощью соотношений

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{\partial Q}{\partial x}, \quad \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial y} - \int_{x_0}^x \theta(\xi, y) d\xi. \quad (16)$$

Последние дают возможность получить уравнение для Q

$$\Delta Q = \int_{x_0}^x Q_y(\xi, y) d\xi. \quad (17)$$

Окончательно в переменных ψ , ω , Q и H задача заключается в решении системы уравнений (12), (13), (17) и (4) при следующих краевых условиях на контуре Γ :

$$\psi(s) = \psi(s_0) + \int_{s_0}^s (v z - f \cos(\vec{n}, x)) ds, \quad (18)$$

$$Q(s) = Q(s_0) + \int_{s_0}^s (\mu(s) + \cos(\vec{n}, x) \int_{x_0}^x \theta(\xi, y) d\xi) ds, \quad (19)$$

где (18) получено из условия (9) с учетом соотношений (11), а (19) — из условия (15) с учетом соотношений (16). Ввиду неотрицательности функции ν в условии (9) граничные условия для ω и H не задаются [5].

Задача в новых переменных обладает тем преимуществом, что для численного ее решения можно построить довольно простые и эффективные методы.

Поставленная задача не всегда имеет гладкие решения. Например, разрывы в решениях и производных возникают, если функция $m(x, y)$ терпит разрыв первого рода на некоторой кривой γ_1 , лежащей в области D . Поэтому приходится включать в рассмотрение обобщенные решения.

Множество кусочно-непрерывных функций (ψ , ω , Q , H) назовем обобщенным решением системы (12), (13), (17), (4), если для любого замкнутого контура C выполняются интегральные соотношения

$$\oint_C \frac{1}{\rho z} \frac{\partial \psi}{\partial n} ds = - \oint_C \frac{1}{\rho z} f \cos(\vec{n}, y) ds - \iint_{D_C} \omega dx dy, \quad (20)$$

$$\oint_C \rho v_n \omega ds = \oint_C \left(\frac{u^2 + v^2}{2} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} - \frac{g}{z} v_\tau \right) ds, \quad (21)$$

$$\oint_C \frac{\partial Q}{\partial n} ds = \oint_C \left(\cos(\vec{n}, y) \oint_{x_0}^x \theta(\xi, y) d\xi \right) ds, \quad (22)$$

$$\oint_C \rho v_n H z ds = \iint_{D_C} g H_0 dx dy, \quad (23)$$

где \vec{n} — внешняя нормаль к контуру C , направление обхода которого таково, что ограничиваемая им область D_C остается слева, $\vec{\tau}$ — касательный к C вектор единичной длины,

$$v_n = (\vec{v}, \vec{n}), \quad v_\tau = (\vec{v}, \vec{\tau}), \quad \frac{\partial \psi}{\partial n} = (\nabla \psi, \vec{n}), \quad \frac{\partial \rho}{\partial \tau} = (\nabla \rho, \vec{\tau}).$$

Эти интегральные соотношения положим в основу при составлении разностной схемы. Ради простоты область D будем считать составленной из конечного числа прямоугольников.

4. Для численного решения поставленной задачи область D покроем прямоугольной сеткой так, чтобы границы канала проходили по линиям сетки. На рис. 1 показано положение на расчетной сетке точек, в которых определяются различные переменные.

При аппроксимации уравнений (20) и (22) в качестве контура интегрирования C возьмем прямоугольник, стороны которого делят расстояния l_k от узла (i, j) до соседних узлов пополам (рис. 1). Тогда разностная ап-

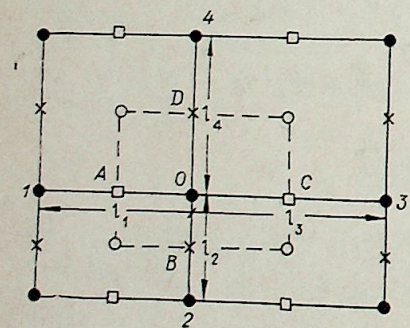


Рис. 1. Расположение расчетных величин на сетке.
● — ψ , Q ; ○ — ρ , v , ω , H ; × — u ; □ — v .

проксимация уравнений (20) и (22) примет вид

$$\{\alpha_1 \psi_1 + \alpha_2 \psi_2 + \alpha_3 \psi_3 + \alpha_4 \psi_4 - \alpha_0 \psi_0\}_{ij} = F_{ij}, \quad (24)$$

$$\{\beta_1 Q_1 + \beta_2 Q_2 + \beta_3 Q_3 + \beta_4 Q_4 - \beta_0 Q_0\}_{ij} = \Phi_{ij}, \quad (25)$$

где

$$\alpha_1 = \frac{2}{l_1(l_1 + l_3)(\rho z)_A}, \quad \alpha_2 = \frac{2}{l_2(l_2 + l_4)(\rho z)_B},$$

$$\alpha_3 = \frac{2}{l_3(l_1 + l_3)(\rho z)_C}, \quad \alpha_4 = \frac{2}{l_4(l_2 + l_4)(\rho z)_D},$$

$$\alpha_0 = \sum_{h=1}^4 \alpha_h, \quad F_{ij} = \left(\left(\frac{f}{\rho z} \right)_B - \left(\frac{f}{\rho z} \right)_D \right) \frac{2}{l_2 + l_4} - \omega_{ij},$$

$$\Phi_{ij} = \left(\left(\int_{x_0}^x \theta(\xi, y) d\xi \right)_D - \left(\int_{x_0}^x \theta(\xi, y) d\xi \right)_B \right) \frac{2}{l_2 + l_4},$$

а β_i получаются из α_i заменой ρz на единицу.

При аппроксимации уравнений (21) и (23) контур C выбирается в зависимости от знаков u и v , как показано на рис. 2. Например, в случае a разностные уравнения для ω_n и H_n имеют вид

$$\left((\rho v)_0 \omega_0 - (\rho v)_B \frac{\omega_0 + \omega_2}{2} \right) h_x + \left((\rho u)_0 \omega_0 - (\rho u)_A \frac{\omega_0 + \omega_1}{2} \right) h_y =$$

$$= ((M)_B - (M)_0) h_x - ((N)_0 - (N)_A) h_y, \quad (26)$$

$$\left((\rho v z)_0 H_0 - (\rho v z)_B \frac{H_0 + H_2}{2} \right) h_x + \left((\rho u z)_0 H_0 - (\rho u z)_A \frac{H_0 + H_1}{2} \right) h_y =$$

$$= (g H_0)_0 \frac{h_x h_y}{2}. \quad (27)$$

Здесь

$$M = \frac{u^2 + v^2}{2} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{u g}{z}, \quad N = \frac{u^2 + v^2}{2} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial y} - \frac{v g}{z}.$$

Уравнения (24) и (25) записываются для каждого внутреннего узла, требующиеся при этом граничные значения определяются из разностных аналогов условий (18) и (19) соответственно. Разностные уравнения (26) и (27), как и дифференциальные уравнения (13) и (14), не требуют задания граничных значений для ω_n и H_n .

В силу принципа максимума существует единственное решение каждой системы алгебраических уравнений (24) и (25). Для его нахождения мы использовали метод последовательной верхней релаксации. Матрицы рассматриваемых систем обладают свойствами, достаточными для сходимости этого метода [6]. В расчетах параметр релаксации был принят равным 1,7. Это уменьшало время расчетов в 3—4 раза по сравнению со временем, которое требуется при итерационном методе Зейделя.

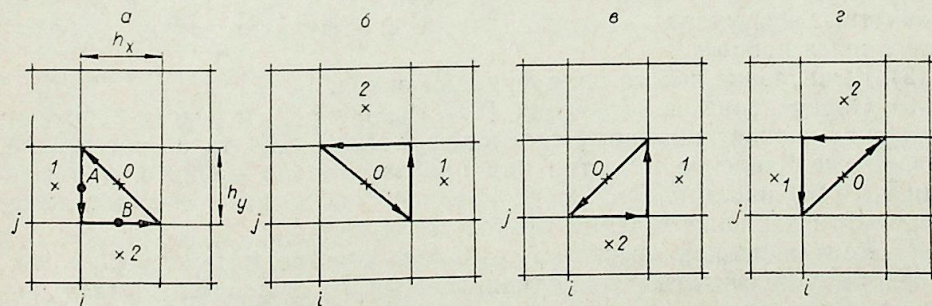


Рис. 2. Выбор контура интегрирования для уравнений (21) и (23).
а) $u_0 \geq 0, v_0 > 0$; б) $u_0 \leq 0, v_0 < 0$; в) $u_0 < 0, v_0 \geq 0$; г) $u_0 > 0, v_0 \leq 0$.

Если одна из компонент скорости знакопостоянна во всей области течения, то уравнения вида (26) и (27) решаются методом бегущего счета. Например, если $v > 0$, то счет проводится по каждой строке с перебором строк снизу вверх, причем в каждой строке изменение знака у компоненты u влечет за собой изменение направления счета. Если же обе компоненты скорости знакопеременны, то алгоритм прямого решения этих уравнений значительно усложняется, в этих случаях для решения применяется метод установления.

При использовании метода установления поступаем так. Разностную форму уравнений вихря для произвольной счетной ячейки с учетом всех возможных случаев (см. рис. 2) записываем в виде

$$a\omega_0 = b\omega_1 + c\omega_2 + F, \quad (28)$$

где

$$\omega_0 = \omega_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}; \quad \omega_1 = \begin{cases} \omega_{i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}, & u_0 > 0, \\ \omega_{i+\frac{3}{2}, j+\frac{1}{2}}, & u_0 < 0; \end{cases} \quad \omega_2 = \begin{cases} \omega_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}}, & v_0 > 0, \\ \omega_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{3}{2}}, & v_0 < 0; \end{cases}$$

F — результат приближенного интегрирования контурного интеграла $\oint \left(\frac{u^2 + v^2}{2} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} - \frac{g}{z} v \tau \right) ds$ по контуру одного из треугольников в зависимости от знака u и v . После этого для решения системы (28) применяем следующий итерационный процесс:

$$\frac{\omega_0^{k+1} - \omega_0^k}{\tau} + a\omega_0^{k+1} = b\omega_1^k + c\omega_2^k + F, \quad (29)$$

где k — номер итерации, τ — итерационный параметр. Если итерации сходятся, то решение системы (29) сходится к решению уравнений (28). При возникновении необходимости этот итерационный процесс применялся и при этом всегда сходился.

В заключение опишем порядок расчета разностных уравнений. Если требуется провести численный расчет вихревого течения жидкости, то применяется итерационный процесс, каждый шаг которого состоит из двух этапов: на первом, используя значения ω_h с предыдущего шага процесса, из уравнения (24) находим ψ_h ; на втором по полученным значениям ψ_h определяем компоненты скорости из конечно-разностной формы соотношений (11) и из уравнений вида (26) находим ω_h . При этом итерационный процесс начинается с расчета безвихревого течения жидкости, а заканчивается, когда значения ω_h сходятся с заданной точностью в разностной норме L_1 .

Полученное решение служит начальным приближением для решения задачи о вихревом течении сжимаемого газа. Здесь шаг итерационного процесса состоит из следующих этапов.

- 1) Вычисление новых значений функции тока с использованием в расчетных формулах значений плотности и функции вихря с предыдущего шага процесса.
- 2) Вычисление нового поля функции вихря.
- 3) Определение из уравнения (25) значений Q_h и расчет давления по конечно-разностной форме соотношений (16). Начать расчет можно с точки, где давление известно или предварительно принято, и интегрировать (16) вдоль направлений, параллельных осям x и y , для того, чтобы найти давление в любой другой точке поля.
- 4) Расчет полной энергии H_h . В большинстве интересующих нас случаев можно считать, что полная энергия H_0 подводимого газа постоянна. Тогда легко показать, что течение будет изоэнергетическим с $H \equiv H_0 = \text{const}$. Таким образом, в этих случаях отпадает необходи-

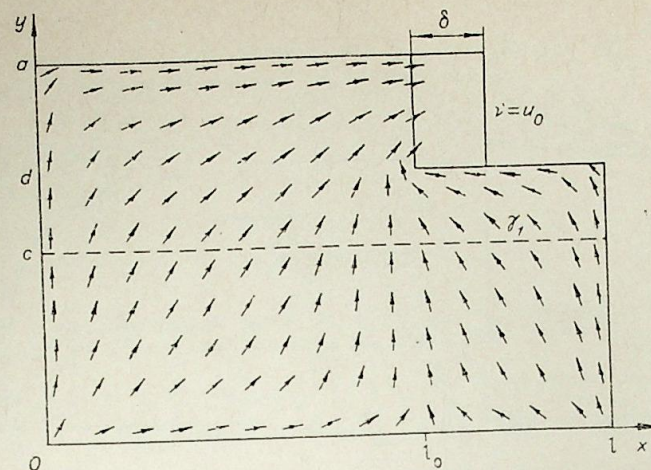


Рис. 3. Поле направлений вектора скорости \vec{v} при $\delta=0$, $\bar{u}_0=0,5$.

мость в решении уравнений вида (27) для H_h , и мы приходим к расчету изоэнергетических, но неизэнтропических течений.

5) Определение плотности из конечно-разностной формы соотношения (8).

Итерационный процесс заканчивается, когда, например, значения плотности сходятся с заданной точностью в разностной норме L_1 .

5. Изложенный выше метод применялся для расчетов течений жидкости и газа в различных каналах. Ниже приводятся результаты расчетов для канала, изображенного на рис. 3. На этом же рисунке показано поле направлений вектора скорости \vec{v} и указаны параметры, характеризующие линейные размеры канала. Величины, имеющие размерность длины, отнесены к ширине канала и их безразмерные значения таковы: $l=1,5$; $l_0=1$, $c=0,5$, $d=0,7$, $z_0=0,1$. Функция $z(x, y)$ зависела лишь от переменной y , а скорость впрыскивания было сочно-постоянной функцией:

$$z(x, y) = \begin{cases} z_0, & y < c, \\ z_0 \frac{(1-y)}{1-c}, & y \geq c; \end{cases} \quad m(x, y) = \begin{cases} m_0, & y < c, \\ 0, & y \geq c. \end{cases}$$

Выходом из канала служит отрезок $\gamma' = \{(x, y) | x=l_0+\delta, d < y < a\}$, остальные части границы были непроницаемыми, в том числе отрезок $\gamma'' = \{(x, y) | l_0 \leq x \leq l, y=d\}$. На выходе $v=u_0=\text{const}$, причем u_0 выбирался так, чтобы не нарушалось условие разрешимости (10).

Для сходимости ψ_h с точностью 10^{-9} требуется приблизительно 80—90 итераций на сетке 30×20 . При решении задачи о вихревом течении несжимаемой жидкости для сходимости процесса с точностью 10^{-5} по ω требовалось порядка 10 итераций.

В расчетах течений газа предполагалось, что газ совершенный с постоянным отношением удельных теплоемкостей $\gamma=5/3$. При расчете течения газа для сходимости процесса с точностью 10^{-7} по ρ необходимо не более 30 итераций при $\bar{u}_0 = \frac{u_0}{c_0} \leq 0,5$, где $c_0^2 = (\gamma-1) c_p T_0$, T_0 — температура подводимого газа.

При продолжении счета по учету сжимаемости заданные значения ψ на контуре остаются неизменными, причем разность значений ψ на выходе обеспечивает равенство прихода и расхода. При этом значения u на выходе восстанавливаются из первого соотношения (11), а ρ —

В заключение авторы выражают благодарность Н. Н. Яненко за обсуждение работы и полезные замечания.

Вычислительный центр
СО АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
28/VI 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. И. К. Яушев. Численный расчет потенциальных и вихревых течений идеальной жидкости. — В кн.: Численные методы механики сплошной среды, 1973, 4, № 5. 147—155.
2. Л. Г. Лойцянский. Механика жидкости и газа. М., «Наука», 1973, 847 с.
3. Б. А. Райзберг, Б. Т. Ерохин, К. П. Самсонов. Основы теории рабочих процессов в ракетных системах на твердом топливе. М., «Машиностроение», 1972, 383 с.
4. Дж. Фромм. Неустановившееся течение несжимаемой вязкой жидкости. Вычислительные методы в гидродинамике. М., «Мир», 1967, 383 с.
5. О. А. Олейник, Е. В. Радкевич. Уравнения второго порядка с неотрицательной характеристической формой. Математический анализ, 1969. Итоги науки. М., АН СССР, ВИНТИ, 1971, с. 252.
6. В. Вазов, Дж. Форсайт. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. М., ИЛ, 1963, 487 с.

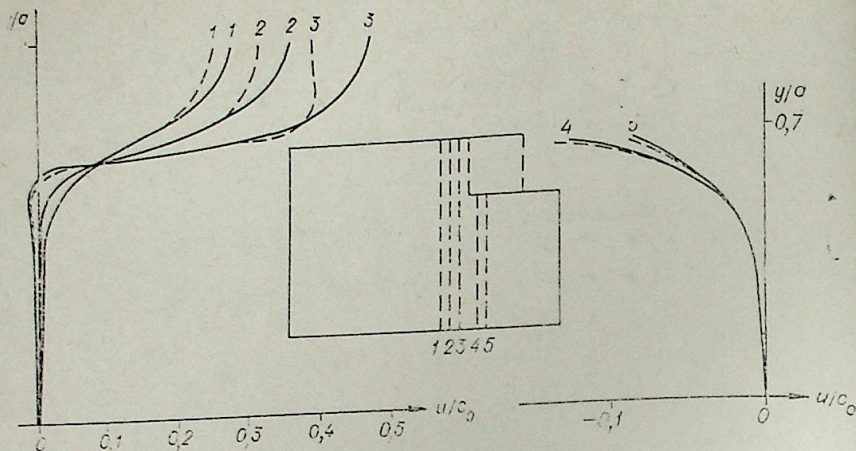


Рис. 4. Профили u в вихревом течении газа.
— $\delta=0$; --- $\delta=1/5$.

из соотношения (8) при заданных u , v , p и H , в результате чего u и p на выходе приобретают новые переменные значения, отличные от заданных.

Расчеты проведены при изменении параметра δ от нуля до некоторого $\Delta \leq l-l_0$. Оказалось, что течение практически перестраивается лишь вблизи выхода. На рис. 4 представлены профили u , полученные при $\delta=0$ и $\delta=0,3$ в различных сечениях канала при $\bar{u}_0=0,5$. На рис. 5 показаны профили u для несжимаемой жидкости и газа при $\bar{u}_0=0,5$ и $\delta=0$. Влияние сжимаемости сказывается сильно у выхода, где различие между значениями скоростей жидкости и газа достигает 25%, а для давления — 10%.

Отметим, что при неравномерной сетке численный метод будет обладать только первым порядком точности. Однако для рассматриваемых двумерных задач сгущением сетки всегда можно добиться требуемой точности.

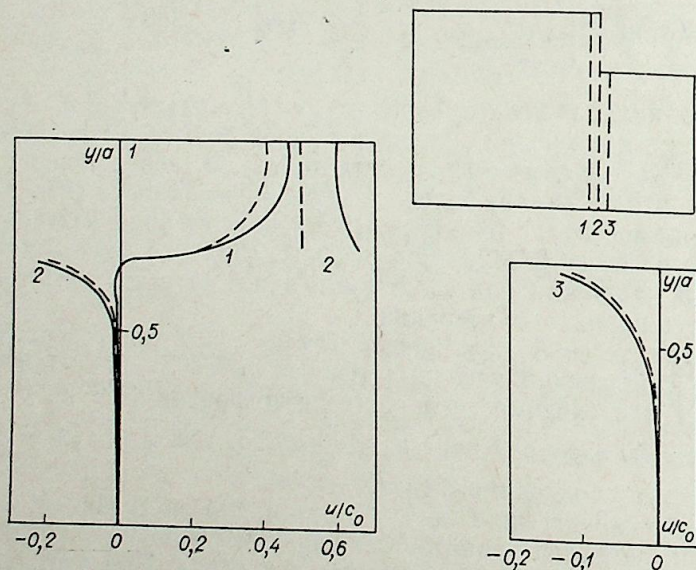


Рис. 5. Профили u в вихревом течении жидкости и газа.
--- жидкость; — газ.

И. И. ГОГОНИН, А. Р. ДОРОХОВ, В. Н. БОЧАГОВ

К ВОПРОСУ ОБРАЗОВАНИЯ «СУХИХ ПЯТЕН» В СТЕКАЮЩИХ ТОНКИХ ПЛЕНКАХ ЖИДКОСТИ

Явление разрыва тонкой пленки жидкости, стекающей по вертикальной обогреваемой поверхности, впервые было замечено Ю. П. Каретниковым [1] и качественно описано Лейденфростом [2]. В дальнейшем было установлено, что разрыв пленки имеет место: а) в изотермических условиях, когда расход жидкости достигает минимального значения [3, 4]; б) при массообмене между пленкой жидкости и окружающей средой [5].

Случай разрыва пленки на обогреваемой поверхности, важный с точки зрения обеспечения надежной работы теплообменных аппаратов, исследовался в работах [6—11]. В теоретических работах [6—8] рассчитывалась устойчивость уже образовавшегося «сухого пятна». Однако вследствие гистерезиса краевого угла смачивания θ минимальный расход жидкости, который может смочить «сухое пятно», не равен минимальному расходу, при котором это пятно образуется. Поэтому зависимости, полученные в этих работах, не могут быть использованы для сопоставления с экспериментами, проведенными на обогреваемых поверхностях при образовании «сухого пятна». В экспериментальных работах [7—11] исследовались частные случаи разрушения тонких пленок жидкости на вертикальных поверхностях.

Опыты проводились в основном с одним веществом — водой, на относительно коротких обогреваемых участках, в условиях отсутствия гидродинамической и тепловой стабилизации пленки жидкости. Форма представления опытных данных и способы их обобщения не позволяют распространить полученные результаты на другие условия. Актуальна задача изучения механизма разрушения тонких пленок жидкости в разнообразных гидродинамических условиях.

Целью настоящей работы было экспериментальное исследование образования «сухих пятен» на обогреваемой поверхности в стекающей пленке жидкости, недогретой до температуры насыщения. Опыты проводились на установке, принципиальная схема которой показана на рис. 1.

Жидкость из бака постоянного напора 3 через расходомеры 6, фильтр 7 подавалась в распределительное устройство 2. Равномерное распределение ее по периметру экспериментального участка 1 обеспечи-

валось с помощью пористой вставки. Далее жидкость стекала по экспериментальному участку в ресивер 4 и насосом 5 возвращалась в бак постоянного напора, т. е. осуществлялась замкнутая циркуляция рабочего вещества. Все детали установки были изготовлены из нержавеющей стали.

Экспериментальный участок представлял собой гладкую трубу из нержавеющей стали диаметром 28/27,2 мм, максимальной длины 2,2 м. Чистота ее поверхности соответствовала классу 6. Труба нагревалась пропусканием по ней постоянного электрического тока через тоководы 11. Экспериментальный участок был помещен в стеклянный кожух внутренним диаметром 80 мм, который обогревался снаружи компенсационными электронагревателями.

Температура жидкости на входе в распределительное устройство поддерживалась постоянной нагревателем 12, запитанным от регуляторов напряжения через реле и контактный термометр 10. Тепло, выделившееся на экспериментальном участке, отводилось в ресивере холодильником 13. Контроль за температурой жидкости осуществлялся термомпарами ХК 8, 9. Основные узлы установки и соединяющие трубопроводы были теплоизолированы асбестом.

В качестве рабочих жидкостей использовали воду, этанол (96%) и 20%-ный раствор глицерина в воде. Данные по теплофизическим свойствам брали из работы [12]. Применение различных веществ позволило проверить влияние теплофизических свойств на исследуемое явление.

В опыте определяли критический тепловой поток q_c , Вт/м², отнесенный к полной площади экспериментального участка, при котором происходило разрушение пленки жидкости, т. е. образование «сухого пятна», в зависимости от плотности орошения G , м²/с (расход жидкости на единицу длины периметра). Перед началом экспериментов трубку тщательно устанавливали по вертикали и прирабатывали под нагрузкой в течение нескольких часов перед каждой серией опытов.

Проведено 8 серий опытов, в ходе которых менялись температура жидкости перед распределительным устройством ($t_{вх}$, °C), длина экспериментального участка (l , м) и теплофизические свойства жидкостей. Экспериментальных точек получено свыше 500. Плотность орошения менялась в пределах $2 \cdot 10^{-5} \leq G \leq 1,5 \cdot 10^{-3}$ м²/с, тепловой поток достигал 10^5 Вт/м². Основные сведения о проведенных опытах приведены в таблице.

При заданной температуре жидкости перед распределительным устройством и заданном расходе жидкости плавно увеличивалась мощность, подаваемая на экспериментальный участок до образования «сухого пятна». Момент разрушения пленки жидкости и положение точки разрыва x , м, отсчитываемые от начала обогреваемого участка, фиксировались визуально. Проведены также опыты, в которых при заданном тепловом потоке уменьшался расход жидкости до момента появления «сухого пятна». В координатах $q_c - G$ результаты, полученные в обоих случаях, совпали между собой.

На рис. 2 приведены данные о зависимости критического теплового потока при стекании водяной пленки на трубах длиной 2,2; 1 и 0,5 м от плотности орошения ($t_{вх} = 25^\circ\text{C}$). До некоторых значений плотности орошения разрушение пленки происходит при очень небольших тепловых потоках, причем с уменьшением

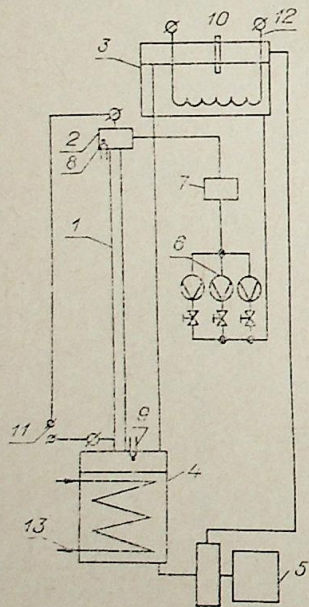


Рис. 1. Схема экспериментальной установки.

Вещество	$t_{вх}$, °C	l , м
Вода	25	2,2
	30	2,2
	40	2,2
	50	2,2
	25	1,0
Этанол Вода + 20% глицерина (по весу)	25	0,5
	25	2,2
	25	2,2

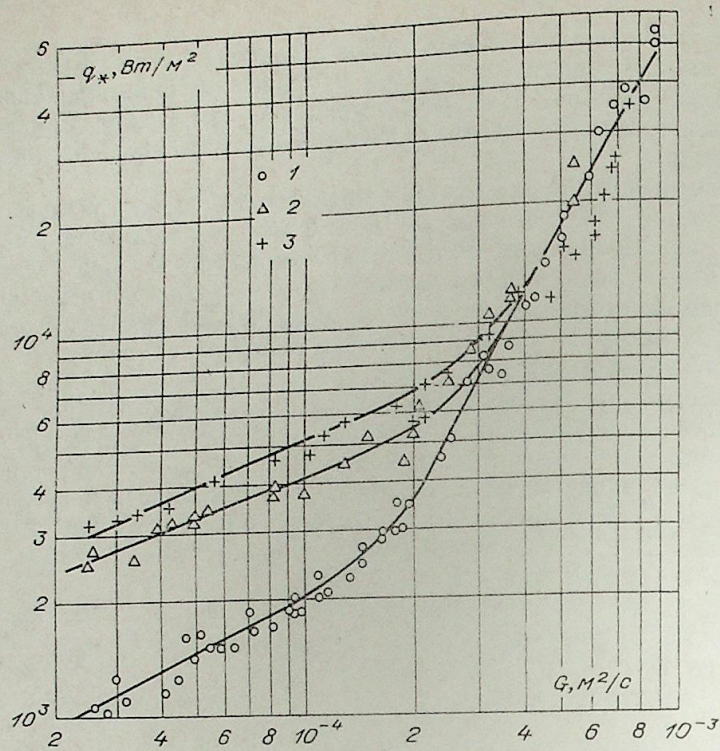


Рис. 2. Зависимость критического теплового потока q_* , Вт/м², от плотности орошения G , м²/с, в опытах с водой на трубах длиной: 1 — 2,2 м; 2 — 1,0; 3 — 0,5 м.

длины экспериментального участка тепловой поток возрастает. При дальнейшем увеличении расхода устойчивость пленки резко увеличивается и критический тепловой поток уже не зависит от длины экспериментального участка.

Изменение температуры воды от 25 до 50°C не влияло на величину критического теплового потока при фиксированном расходе жидкости, т. е. в области значений недогрева, характеризующихся $k < 10$ [3] ($k = r/c\theta$; $\theta = t'' - t_{вх}$ °C). Критический тепловой поток автомоделен относительно этого параметра. Следует заметить, что средняя температура жидкости на выходе из экспериментального участка отличалась от $t_{вх}$ не более чем на 5°C в опытах с водой и водо-глицериновой смесью и на 10°C — в опытах с этанолом в области расходов жидкости до точки перегиба q_* - G -кривых.

Было обнаружено, что образование «сухого пятна» при данном расходе жидкости всегда происходило в определенной точке трубы. При начальных расходах «сухое пятно» образовывалось на нижнем конце трубы, а с увеличением расхода точка разрыва перемещалась вверх до $x \approx 0,4 \div 0,5$ м. Данные о зависимости x от плотности орошения для случая стекания водяной пленки на трубах различной длины приведены на рис. 3. Видно, что x - G -кривые имеют две точки перегиба на трубах длиной 2,2 и 1 м. На трубе с $l = 0,5$ м пленка всегда разрушалась на нижнем конце экспериментального участка.

В опытах с этанолом и водо-глицериновой смесью были получены аналогичные результаты.

Изменение характера зависимостей q_* - G , x - G связано, по-видимому, с изменением режима течения пленки, который при отсутствии фазовых превращений и движения газа однозначно может быть определен по числу Рейнольдса $Re = G/\nu$ (здесь ν — кинематическая вязкость жидкости). Число Рейнольдса, определенное по перегибу q_* - G -

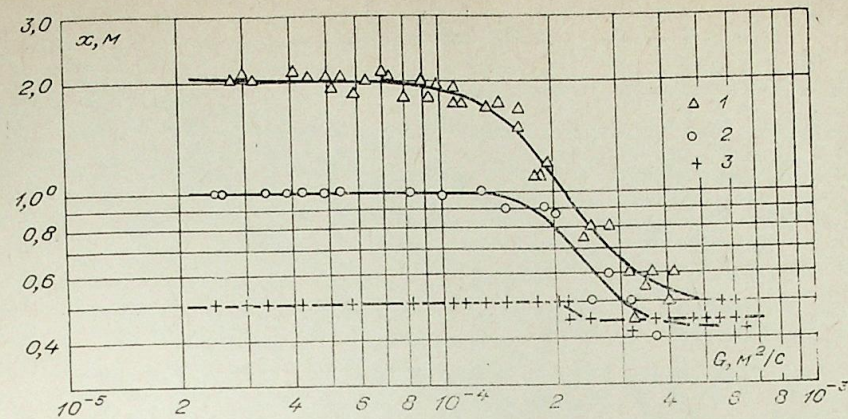


Рис. 3. Положение точки разрыва x , м, отсчитываемой от начала обогреваемого участка, от плотности орошения G , м²/с, в опытах с водой на трубах длиной:

1 — 2,2 м; 2 — 1,0; 3 — 0,5 м.

кривой и первому перегибу x - G зависит от длины трубы. В наших опытах это значение менялось при стекании водяной пленки в пределах $200 \leq Re \leq 400$. Второй перегиб x - G -кривой не зависит от длины экспериментального участка. В случае стекания водяной пленки $Re = 400$. По данным [3, 13, 14] при этом числе Рейнольдса происходит переход от ламинарно-волнового режима стекания пленки к турбулентному.

Числа Рейнольдса, определенные по второму перегибу x - G -кривых для воды, этанола и водо-глицериновой смеси, удовлетворительно согласуются с зависимостью Брауэра [15]:

$$Re_* = 35 K_F^{1/10}. \quad (1)$$

Здесь $K_F = \sigma^3/g\rho^3\nu^4$; g — ускорение свободного падения; ρ — плотность; σ — поверхностное натяжение жидкости.

Локальный характер появления разрыва пленки, а также тот факт, что в исследованном диапазоне недогрева критический тепловой поток определяется только расходом жидкости, позволяют предположить, что механизм появления «сухого пятна» — термокапиллярный.

В литературе нет расчетных зависимостей, с которыми можно было бы сопоставить полученные данные. Нами была предпринята попытка обобщить их по следующей критериальной зависимости:

$$\frac{q_* x}{\lambda} \cdot \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial t} We = f(Re). \quad (2)$$

Здесь $We = \frac{\sigma}{\gamma} \left(\frac{g}{\nu^2} \right)^{2/3}$; γ и λ — удельный вес и теплопроводность жидкости; $\partial \sigma / \partial t$ — температурный коэффициент поверхностного натяжения. Заметим, что $We = K_F^{1/3}$.

Зависимость (2) получена в предположении, что: а) при появлении «сухого пятна» средний тепловой поток q_* определяется обычными законами конвективного теплообмена; б) температурный градиент, обуславливающий термокапиллярный эффект, обратно пропорционален длине пробега пленки до точки разрыва x ; в) толщина пленки в критическом сечении пропорциональна капиллярной постоянной.

Критерий в левой части (2) аналогичен известному критерию Марантони [14]. На рис. 4 полученные данные обобщены по зависимости

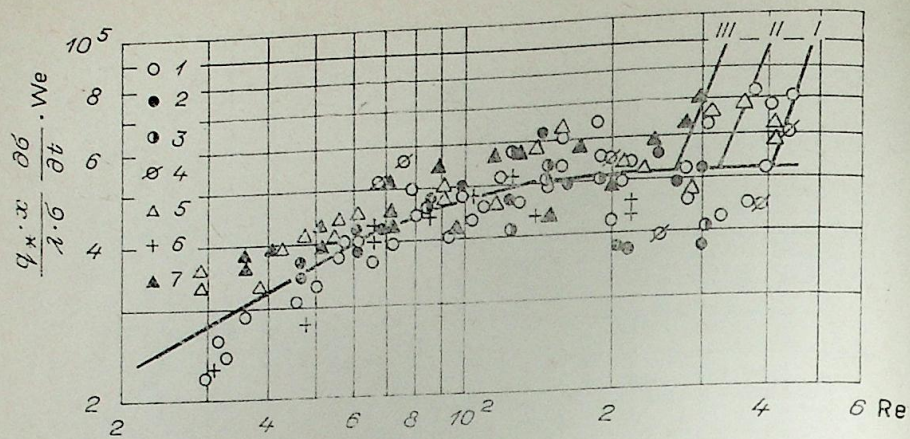


Рис. 4. Обобщение экспериментальных данных.

1 — $l=2,2$ м, $t_{\text{вх}}=25^\circ\text{C}$; 2 — $l=2,2$ м, $t_{\text{вх}}=30^\circ\text{C}$; 3 — $l=2,2$ м, $t_{\text{вх}}=40^\circ\text{C}$; 4 — $l=2,2$ м, $t_{\text{вх}}=50^\circ\text{C}$;
5 — $l=1,0$ м, $t_{\text{вх}}=25^\circ\text{C}$; 6 — $l=2,2$ м, $t_{\text{вх}}=25^\circ\text{C}$; 7 — $l=2,2$ м, $t_{\text{вх}}=25^\circ\text{C}$. 1—5 — вода; 6 — этанол (96%); 7 — вода+20% глицерина.

(2). Видно, что до значений $Re=Re_c$ опыты с точностью $\pm 25\%$ обобщаются этой зависимостью.

До $Re \approx 100$ имеет место слабый рост зависимости от числа Рейнольдса. Точка разрыва в этом случае всегда находится в конце трубы, и величина $\frac{q_* x}{\lambda} \cdot \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{d\sigma}{dt} We$ (где $x=l$) определяется только тепловым потоком и длиной трубы при прочих равных условиях. В области чисел $100 \leq Re \leq Re_c$ параметр $\frac{q_* x}{\lambda} \cdot \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{d\sigma}{dt} We$ остается практически постоянным для всех исследованных условий и точка разрыва с ростом теплового потока перемещается вверх по трубе, как это показано на рис. 3. Линии I—III соответствуют опытным данным в области $Re > Re_c$ (турбулентное стекание пленки) для воды, водо-глицериновой смеси и этанола соответственно.

Эксперименты, проведенные на трубке длиной $l=0,5$ м, отклоняются от полученной зависимости и на рис. 4 не приведены. Возможная причина отклонения — отсутствие тепловой и гидродинамической стабилизации на столь короткой трубке [16]. При $Re > Re^*$ устойчивость пленки резко возрастает и безразмерные координаты (2) не обобщают данных наших опытов, полученных на разных жидкостях.

Таким образом, опыты по образованию «сухих пятен» в стекающих пленках воды, этанола и водо-глицериновой смеси, проведенные на трубках различной длины и при разных недогревах до температуры насыщения, показали, что в области недогревов, характеризующихся значением $k < 10$, критический тепловой поток определяется гидродинамикой пленки. Его величина, а также положение точки разрыва однозначно определяются числом Рейнольдса.

Причиной разрыва пленки в рассматриваемых условиях, по нашему мнению, является действие термокапиллярных сил.

Определенные в эксперименте критические тепловые потоки в то же время минимальны, так как с уменьшением недогрева жидкости для разрушения пленки необходимы значительно большие тепловые потоки [11].

Институт теплофизики
СО АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
30/VI 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. П. Каретников. Исследование теплоотдачи к пленке кипящей жидкости.— ЖТФ, 1954, XXIV, вып. 2.
2. W. Leidenfrost. Strömungs- und Wärmeübergangsverhältnisse, bei frei fallenden Reiselfilm im Zustand der Verdampfung.— Naturwissenschaften, 1956, 46, 465.
3. С. С. Кутателадзе. Основы теории теплообмена. Новосибирск, «Наука», 1970.
4. И. В. Доманский, В. Н. Соколов. Определение режимов устойчивости работы выпарных аппаратов с падающей жидкостной пленкой.— ЖПХ, 1967, X, вып. 2.
5. W. S. Norman, D. T. Binns. The effect of surface tension changes on the minimum wetting rates in a wetted-rod distillation column.— Trans. J. Ch. Eng., 1960, 38, 294.
6. D. E. Hartley, W. Murgatroyd. Criteria for the break-up of thin liquid layers flowing isothermally over solid surfaces.— Int. J. Heat Mass Transfer, 1964, 7, 1003—1015.
7. Y. Y. Hsu, F. F. Simon, J. F. Lad. Restruction of a thin liquid film flowing over a heating surface.— Chem. Eng. Progress Symp. Series, 1965, 61, N 57.
8. N. Zuber, F. W. Staub. Stability of dry patches forming in liquid films flowing over heated surfaces.— Int. J. Heat Mass Transfer, 1966, 9, 897.
9. W. S. Norman, V. Mc. Intyre. Heat transfer to a liquid film on a vertical surface.— Trans. Inst. Eng., 1960, 38, N 6, 301—307.
10. V. A. Hallet. Surface phenomena causing breakdown of falling liquid films during heat transfer.— Int. J. Heat Mass Transfer, 1966, 9, N 4, 283—294.
11. Г. П. Дубровский, А. Я. Диденко, Л. С. Кокорев. Влияние неизотермичности на устойчивость свободно стекающих пленок воды.— Ж. атомной энергии, 1971, 31, вып. 6, 621.
12. Н. Б. Варгафтик. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М., Физматгиз, 1963, с. 708.
13. С. В. Алексеенко, В. Е. Накоряков, Б. Г. Покусаев, В. В. Христофоров. Трение при стекании пленки по вертикальной стенке.— ИФЖ, 1973, XXIV, № 5, 824—830.
14. Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкий. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М., «Наука», 1972, 392 с.
15. H. Brauer. Stromung und Wärmeübergang bei Rieselfilmen.— V. D. I. Forschungsheft, 1956, 457.
16. W. S. Wilke. Wärmeübergang, an Rieselfilmen.— V. D. I. Forschungsheft, 1962, 490.

УДК 537.533+533.95

В. М. ИЕВЛЕВ, А. С. КОРОТЕЕВ,
В. В. КОБА, И. Г. КУЛАКОВ

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ КОНЦЕНТРИРОВАННОГО ПУЧКА РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ В АТМОСФЕРЕ

Стационарный концентрированный электронный пучок в атмосфере мощностью в несколько сотен киловатт может быть эффективным средством энергетического воздействия и использоваться в различных технических приложениях, а также для исследования взаимодействия сильнооточных электронных пучков с плотными средами. В настоящей статье приводится описание экспериментальной установки, на которой, насколько известно авторам, впервые реализованы условия получения в атмосфере мощного электронного пучка.

Устройство для генерации концентрированного электронного пучка в атмосфере должно включать следующие основные составные части: источник электронов высокой энергии; систему транспортировки электронов из вакуума в область высокого давления; систему управления электронным пучком.

Принципиальная схема установки приведена на рис. 1. Высоковольтный трансформатор, выполненный в едином блоке с выпрямителем (разработка ИЯФ СО АН СССР [1]), подает ускоряющее напряжение на выносную электронную трубку. Пучок электронов после электронной трубки попадает в систему транспортировки из вакуума в атмосферу. Электронная трубка и весь тракт транспортировки расположены

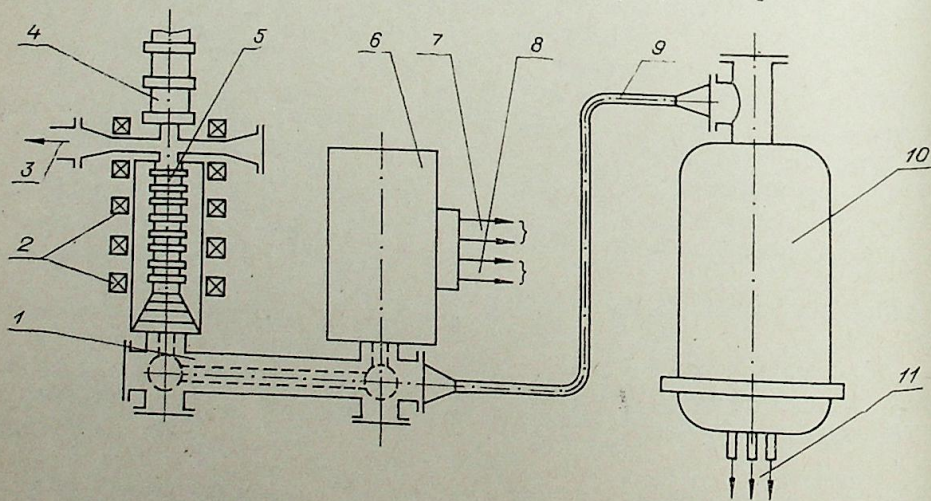


Рис. 1. Принципиальная схема установки.

1 — элегазовый фидер; 2 — магнитная система трубки; 3 — система откачки; 4 — блок шлюзовых камер; 5 — ускоряющая трубка; 6 — бак управления; 7 — система управления; 8 — система нагрева; 9 — высоковольтный кабель; 10 — трансформатор-выпрямитель; 11 — направление к электрической сети.

внутри соленоидов, создающих магнитное поле, меняющееся по определенному закону и обеспечивающее возможность управления электронным пучком и повышения электрической прочности тракта ускорения.

Перед выходом в атмосферу пучок проходит через магнитный блок вывода, где в зависимости от назначения он либо фокусируется, либо дефокусируется. В основу системы вывода пучка большой мощности из вакуума положена система шлюзовых камер [2, 3], так как мембранный вывод пучка оказывается нереальным при мощности свыше 100 кВт из-за перегрева мембран. Вдоль всего тракта шлюзовых камер пучок сопровождается продольным магнитным полем, которое создается соленоидами. Радиус пучка на этом участке определяется адиабатическим инвариантом $Br^2 = \text{idem}$ (B и r — индукция и радиус пучка соответственно).

При движении релятивистского сильнооточного пучка электронов существует опасность возникновения различного рода неустойчивостей, связанных с обменом энергией между пучком и плазмой, возникающей на его пути. Распределение давления вдоль тракта транспортировки пучка выбиралось таким образом, чтобы наиболее опасные в этом отношении зоны сделать минимально протяженными, совместив их с «горловинами» шлюзовых камер. Типичные распределения давления и магнитного поля вдоль тракта транспортировки электронного пучка приведены на рис. 2. Из расчета траектории движения электронов и допустимых тепловых нагрузок на стенки соединительных каналов шлюзовых камер следует, что при мощности электронного пучка в несколько сотен киловатт диаметр каналов должен быть около 10 мм. Для проведения пучка через отверстие такой величины индукция магнитного поля должна составлять около 1 тесла. При диаметре каналов около 10 мм и натекании через них газа из зоны атмосферного давления для обеспечения работоспособности ступеней с глубоким вакуумом необходимо большое количество высокопроизводительных вакуумных насосов, что делает всю систему шлюзовых камер громоздкой и дорогой. Поэтому были разработаны два специальных варианта шлюзовых камер. Первый вариант представлен на рис. 3.

Газ из рабочего объема с атмосферным давлением через запирающее сопло попадает в первый шлюз, в котором с помощью сверхзвукового эжектора поддерживается давление в несколько десятков торр. В полости критического сечения запирающего сопла установлен соленоид, который управляет по предложению А. А. Широкова введен газодинамический затвор — поперечное сверхзвуковое паровое сопло. Сверхзвуковая струя перегретого пара сдувает натекающий газ, не пропуская его во вторую ступень. Таким образом обеспечивается постоянство работы системы независимо от внешних условий. Пар, попадающий в последующие (II—V) ступени, конденсируется на криогенных пане-

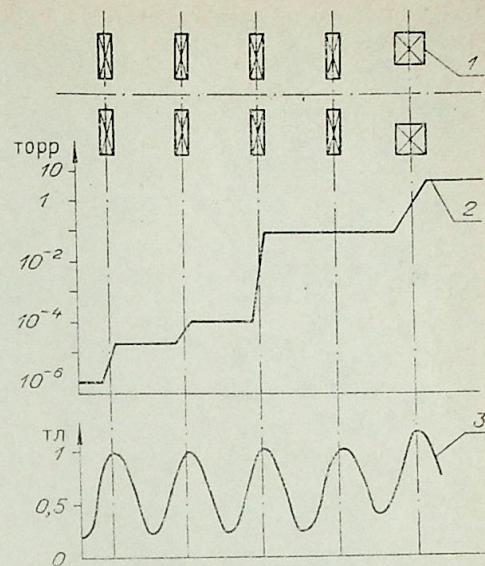


Рис. 2. Типичное распределение давления и магнитного поля вдоль тракта транспортировки электронного пучка.

1 — магнитная система шлюзовых камер; 2 — распределение давления вдоль тракта пучка; 3 — распределение индукции магнитного поля вдоль тракта пучка.

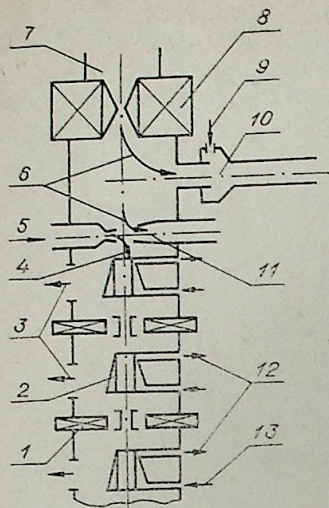


Рис. 3. Принципиальная схема шлюзовых камер с поперечным паровым соплом.

1 — фокусирующие соленоиды; 2 — криогенные панели; 3 — направление к вакуумным насосам; 4 — натекающий пар; 5 — подача пара в сопло; 6 — натекающий воздух; 7 — объем с атмосферным давлением; 8 — магнитный блок; 9 — эжектирующий газ; 10 — поперечное сопло; 11 — эжектор; 12 — сброс азота; 13 — подача жидкого азота.

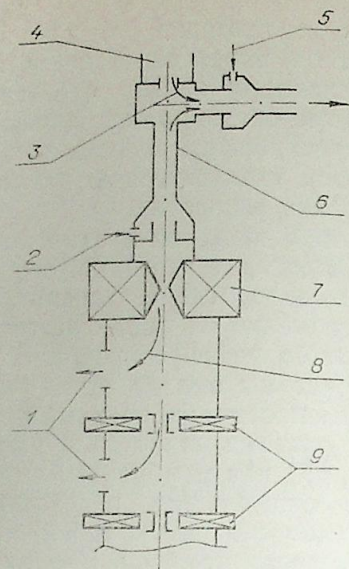


Рис. 4. Принципиальная схема шлюзовых камер с двухступенчатым эжектором.

1 — направление к вакуумным насосам; 2 и 5 — эжектирующий газ; 3 и 8 — натекающий газ; 4 — объем с атмосферным давлением; 6 — эжекторный блок; 7 — магнитный блок; 9 — фокусирующие соленоиды.

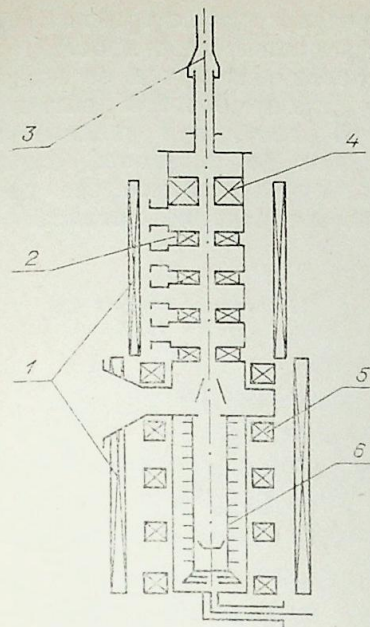


Рис. 5. Схема установки по выводу электронного пучка в атмосферу через эжекторный блок.

1 — корректирующие соленоиды; 2 — соленоиды шлюзовых камер; 3 — эжекторный блок; 4 — магнитный блок; 5 — соленоиды ускорительной трубки; 6 — ускорительная трубка.

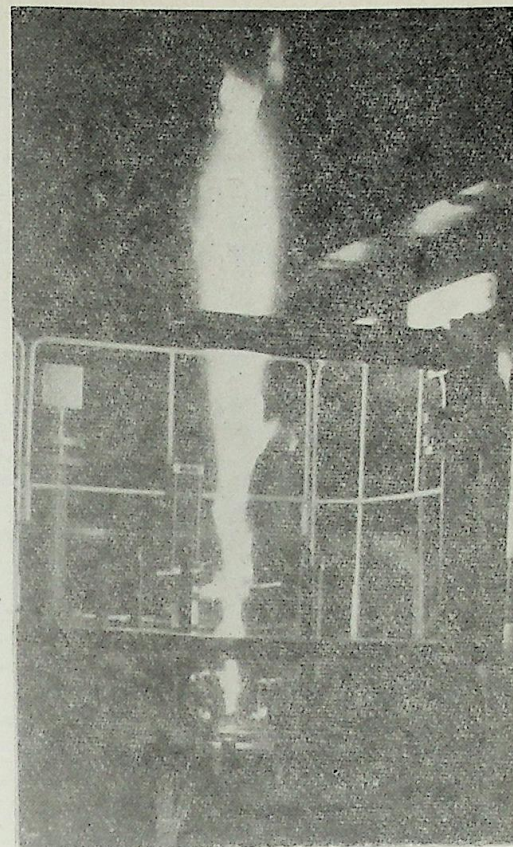


Рис. 6. Картина релаксации пучка в атмосфере при мощности 400 кВт.

лях, охлаждаемых азотом. Кроме того, к этим шлюзовым камерам подключены вакуумные насосы с производительностью, достаточной для откачки газа, попадающего в ступени вместе с паром. Типичное распределение давления по ступеням близко к следующему (в торр): I—100, II—0,1, III—10⁻², IV—5·10⁻⁵, V—10⁻⁶.

Второй вариант шлюзовых камер основан на применении эжектора и откачки натекающего в шлюзовые камеры воздуха вакуумными насосами. В этом случае система ступеней динамического давления включает двухступенчатый эжектор и четыре шлюзовые камеры (рис. 4). Для создания разрежения в несколько торр наиболее производительным откачным средством служит двухступенчатый эжектор, при этом первая низконапорная ступень установлена по оси тракта транспортировки электронного пучка таким образом, чтобы предотвратить попадание воздуха из атмосферы в шлюзовые камеры. Для снижения энергетических потерь от электронного пучка вторая высоконапорная ступень расположена в стороне от оси системы.

В экспериментах с выводом пучка в атмосферу в ступенях устойчиво в течение длительного времени поддерживается типичное распределение давления (в торр): I ступень (за блоком эжекторов) —3—5, I—IV—0,1, V—1·10⁻⁴, VI—2·10⁻⁵, полость В—1·10⁻⁶.

Вывод пучка в атмосферу состоит из двух этапов. Первый заключается в трассировке тракта транспортировки пучком низкой мощности. Второй — в выводе ускорителя на номинальную мощность. При номинальной мощности на различных участках тракта плотность энергии в пучке составляет (0,1—1)·10¹² Вт/м² и его взаимодействие с элементами конструкции приводит практически к мгновенному их разрушению. Трассировка тракта установки предшествует работе на большой мощности и проводится при изменении режима работы узлов магнитной

системы и после частичной или полной переборки установки. Задача заключается в том, чтобы при подготовке установки к работе добиться максимальной соосности магнитных полей, создаваемых отдельными соленоидными магнитной системы, с элементами конструкции, составляющими тракт транспортировки пучка. Полная длина тракта от катода ускорительной трубки до выхода в атмосферу для различных вариантов составляет 3—3,5 м. Наиболее ответственным является участок тракта, включающий шлюзовые камеры с каналами диаметром 10 мм и эжекторный блок с запирающим соплом.

Для управления положением пучка в установке предусмотрены системы корректирующих катушек в районе ускорительной трубки и шлюзовых камер (рис. 5). Контроль качества прохождения пучка проводится по величине тока, оседающего на стенки каналов и датчиков, расположенных вдоль тракта. Чтобы при работе на большой мощности не происходило разрушения элементов конструкции, суммарное оседание тока на стенки тракта не должно превышать долей процента от тока пучка. На различных этапах трассировки положение пучка на выходе из установки определяется по следу на мишени или по свечению на экране, покрытом люминофором. В этих случаях во всей установке создается разрежение, а мишень или экран устанавливаются в торце тракта. Окончательный этап трассировки проводится на установке, собранной по рабочей схеме, электронным пучком низкой мощности, но номинальной энергии. В этом случае положение пучка фиксируется датчиками, установленными на выходе из электронного блока.

Результаты трассировок показали, что при отсутствии вдоль тракта неуравновешенных магнитных масс и несимметричных магнитных полей

с напряженностью на уровне 10 эрстед проводка пучка по тракту в область атмосферного давления осуществляется сравнительно просто.

Наблюдается хорошая повторяемость положения пучка от эксперимента к эксперименту. Подготовленные таким образом системы и узлы установки обеспечивают ее надежную работу при увеличении мощности пучка до номинальной. Выполненная по указанной схеме установка позволяет получать стационарный пучок в атмосфере при мощности до 1000 кВт. На рис. 6 представлена картина релаксации пучка в атмосфере при мощности 400 кВт.

Поступила в редакцию
11/IV 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Гапонов, А. И. Грищенко и др. Выпрямитель на напряжение 500 кВ и ток нагрузки 10А. Препринт ИЯФ СО АН СССР, Новосибирск, 1974.
2. W. E. Pauli. Phys. Z., 1920, 21, № 1.
3. А. М. Трохан. О выводе электронных лучков из вакуума в газ через газодинамическое окно.— ПМТФ, 1965, № 5.

В. М. МАКАРОВ

ЭКВИВАЛЕНТИРОВАНИЕ ОДНОРОДНЫМ ПОЛУПРОСТРАНСТВОМ КУСОЧНО-НЕОДНОРОДНОЙ ЗЕМЛИ ВДОЛЬ ТРАССЫ ЛЭП ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ЕЕ СРЕДНИХ ПРОДОЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ

На протяжении трассы ЛЭП наблюдается непостоянство геоэлектрических характеристик проводящей среды (земли). В общем случае эта неоднородность носит сложный и в значительной степени случайный характер. Однако в каждом конкретном случае всю трассу можно разбить на несколько участков, где в пределах каждого структура проводящей среды носит явно выраженный слоистый характер и число слоев и проводимости каждого слоя меняются от участка к участку. В целях уменьшения затрат на расчет продольных параметров ЛЭП в этих условиях и ввиду того, что на практике, как правило, нужны суммарные, усредненные параметры ЛЭП, большое значение приобретает задача эквивалентирования таких неоднородных сред.

При наличии слоистой структуры земли в формулы расчета продольных параметров ЛЭП для однородного полупространства подставляют кажущееся сопротивление неоднородного (слоистого) геоэлектрического разреза, приводя этот разрез к однородному. Прохождение линий напряженности поля по слоям различной проводимости, а также относительное изменение длины этих линий внутри каждого слоя по мере удаления от источника приводит к появлению дополнительного фазового сдвига собственных и взаимных сопротивлений. Это явление учитывается введением комплексного эквивалентного сопротивления многослойного геоэлектрического разреза. Величину эквивалентной проводимости такого разреза можно определить по формуле [1]:

$$\gamma_0 = \frac{\gamma_1}{z_n^2}, \quad (1)$$

где

$$z_n = \operatorname{cth} \left\{ k_1 d_1 + \operatorname{arcth} \left[\frac{k_1}{k_2} \operatorname{cth} \left(k_2 d_2 + \dots + \operatorname{arcth} \frac{k_{n-1}}{k_n} \right) \right] \right\};$$

$k_i = \sqrt{j\omega\gamma_i\mu}$ — волновое число i -го слоя; γ_i — проводимость i -го однородного слоя; d_i — мощность (толщина) i -го слоя; n — число слоев.

Подставляя $\gamma_0 = \gamma_{01} + j\gamma_{02}$ в формулы для продольных сопротивлений [2], можно показать, что влияние слоистой структуры земли в большей степени отражается на активной составляющей сопротивлений z_c , $z_{вз}$ и в среднем приводит к увеличению (уменьшению: γ_{02} может быть разных знаков) этой составляющей на величину

$$\Delta R = \operatorname{arctg}(\gamma_{02}/\gamma_{01}). \quad (2)$$

Эта формула позволяет приближенно оценить возможность эквивалентирования слонстого геоэлектрического разреза модулем кажущегося сопротивления (1) эквивалентного однородного полупространства. Критерием является малость величины ΔR по сравнению с $\pi/2$. Исследование этого и ряда других вопросов, связанных с неоднородной структурой геоэлектрического разреза, широко представлено в [3—9]. Далее будем считать, что сведение многослойного геоэлектрического разреза к однородному выполнено.

Во многих случаях наблюдается непостоянство удельной проводимости земли вдоль трассы линии электропередачи. Для практических расчетов представляет интерес определение такого значения эквивалентной проводимости земли из значений ее проводимости на отдельных участках линии, чтобы расчетные величины продольных параметров этой линии с постоянной по трассе эквивалентной проводимостью грунта были равны среднему значению этих параметров в целом по линии:

$$z(\gamma_0) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^n z(\gamma_i) L_i, \quad (3)$$

где L_i — длина участка линии с постоянной проводимостью грунта; L — общая длина линии; n — число участков с постоянной проводимостью грунта.

Подставляя значения $\operatorname{Re} z$, $\operatorname{Im} z$ в виде степенных рядов в формуле для z [2], а затем полученные формулы в уравнение (3), после смены порядка суммирования и приравнивания соответствующих членов рядов в (3) получим бесконечную систему уравнений относительно γ_0 :

$$\gamma_{0m}^{(1)} = \left(\sum_{i=1}^n \frac{L_i}{L} \gamma_i^{m+1} \right)^{\frac{2}{m+1}}, \quad (4)$$

$$-(\gamma_{0m}^{(2)})^{2m} \ln \frac{1}{\gamma_{0m}^{(2)}} = \sum_{i=1}^n \frac{L_i}{L} \gamma_i^{2m} \ln \gamma_i, \quad m = 0, 1, \dots$$

Из (4) следует, что теоретически не существует единой удельной эквивалентной проводимости, не зависящей от частоты, высот подвеса проводов и расстояний между ними и выражающейся только через проводимости γ_i отдельных участков и их длин L_i . Величина эквивалентной проводимости своя для каждого слагаемого функции, описывающей продольные параметры. Тем не менее из (4) можно выделить такое приближенное значение γ_0 , которое удовлетворяет уравнению (3) с достаточной для практики точностью. Уравнения (4) носят усредняющий характер. Решение любого уравнения с индексом m_1 , подставленное в любое другое с индексом m_2 , удовлетворяет последнему с погрешностью, которая возрастает по мере увеличения разности $|m_2 - m_1|$. То есть если в качестве решений системы (4) выбрать решения $\gamma_{00}^{(1)}$, $\gamma_{00}^{(2)}$ первых двух ее уравнений

$$\gamma_{00}^{(1)} = \left(\sum_{i=1}^n \frac{L_i}{L} \gamma_i^{1/2} \right)^2, \quad \gamma_{00}^{(2)} = \prod_{i=1}^n \gamma_i^{L_i/L}, \quad (5)$$

то остальные уравнения, при подстановке в них (5), будут удовлетворяться с погрешностью, возрастающей по мере увеличения m . Члены рядов в формулах для z , которым соответствуют уравнения (4), имеют в качестве множителей быстро убывающие, как $1/m!$, функции текущего индекса m . Поэтому подстановка решений первых уравнений (5) в последующие уравнения не приводит к значительным погрешностям,

так как множители $1/m!$ намного быстрее убывают, нежели возрастает погрешность.

При равных длинах участков L_i , что не снижает общности, так как участок с постоянной проводимостью можно разбить на несколько участков одинаковой длины, $\gamma_{00}^{(1)}$, $\gamma_{00}^{(2)}$ являются «обратными» средне-квадратичным и средним геометрическим от величин γ_i :

$$\gamma_{00}^{(1)} = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \gamma_i^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad \gamma_{00}^{(2)} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n \gamma_i}. \quad (6)$$

В [10] при равных L_i приведена следующая формула для определения эквипотенциальной проводимости:

$$\tilde{\gamma}_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \gamma_i. \quad (7)$$

Величина $\tilde{\gamma}_0$ завышена по сравнению с $\gamma_{00}^{(1)}$ и $\gamma_{00}^{(2)}$ и совпадает с ними только в случае одинаковых между собой величин γ_i , которые в этом случае сами являются эквивалентной проводимостью. Применяя к (6) неравенства Коши — Гельдера и Коши — Бунаковского [11], можно показать, что величины эквивалентной проводимости, определенные по формулам (6), (7), удовлетворяют неравенству, которое обращается в равенство только в случае одинаковых γ_i :

$$\tilde{\gamma}_0 > \gamma_{00}^{(1)} > \gamma_{00}^{(2)}. \quad (8)$$

Величины $\tilde{\gamma}_0$, $\gamma_{00}^{(1)}$, $\gamma_{00}^{(2)}$ могут отличаться друг от друга во много раз. Это отличие увеличивается с ростом контрастности неоднородностей структуры земли вдоль трассы ЛЭП.

Ниже представлены примеры расчета эквивалентных проводимостей $\tilde{\gamma}_0$, $\gamma_{00}^{(1)}$, $\gamma_{00}^{(2)}$ для двух случаев — слабо и сильно контрастных неоднородных структур земли при $n=2$ (величины проводимостей даны в См/м).

N_2	γ_1	γ_2	$\tilde{\gamma}_0$	$\gamma_{00}^{(1)}$	$\gamma_{00}^{(2)}$
1	10^{-1}	10^{-3}	0,0505	0,0302	0,0100
2	1	10^{-5}	0,5000	0,2500	0,0031

Соотношения между $\tilde{\gamma}_0$, $\gamma_{00}^{(1)}$, $\gamma_{00}^{(2)}$ наглядно иллюстрируются равенствами

- $\tilde{\gamma}_0/\gamma_{00}^{(1)} = 1,6$; $\tilde{\gamma}_0/\gamma_{00}^{(2)} = 5$; $\gamma_{00}^{(1)}/\gamma_{00}^{(2)} = 3$.
- $\tilde{\gamma}_0/\gamma_{00}^{(1)} = 2$; $\tilde{\gamma}_0/\gamma_{00}^{(2)} = 160$; $\gamma_{00}^{(1)}/\gamma_{00}^{(2)} = 80$.

Для указанных разрезов в таблице приведены значения сопротивлений (ЛЭП 220 кВ, $f=50$ Гц) нулевой последовательности, рассчитанные по общей формуле (3) и с использованием эквивалентных проводимостей однородного полупространства $\tilde{\gamma}_0$, $\gamma_{00}^{(1)}$, $\gamma_{00}^{(2)}$ ($z(\tilde{\gamma}_0)$, ..., $z(\gamma_{00}^{(2)})$). Там же приведены отклонения (в %) действительной и мнимой составляющих $z(\tilde{\gamma}_0)$, ..., $z(\gamma_{00}^{(2)})$ от составляющих $z(\gamma_0)$.

N_2	z	Ом/км	Δ_1	Δ_2
1	(3)	0,3748 + j1,0854	13,5	8,1
	$\tilde{\gamma}_0$	0,3237 + j0,9973		
	$\gamma_{00}^{(1)}$	0,3382 + j1,0276		
	$\gamma_{00}^{(2)}$	0,3711 + j1,0915		
2	(3)	0,4259 + j1,1162	38,2	23,2
	$\tilde{\gamma}_0$	0,2631 + j0,8584		
	$\gamma_{00}^{(1)}$	0,2808 + j0,9004		
	$\gamma_{00}^{(2)}$	0,4088 + j1,1579		

Приведенные примеры подтверждают, что в случае неоднородной структуры земли вдоль трассы ЛЭП в качестве проводимости эквивалентного однородного полупространства следует принимать величину $\gamma_{\text{экв}}^{(2)}$, определяемую по формуле (6). Погрешность расчета продольных параметров в этом случае составляет 1—2%, достигая 3—4% в случае особо контрастной неоднородности земли вдоль трассы ЛЭП. Использование в качестве эквивалентной проводимости взвешенного среднего арифметического от проводимостей земли на отдельных участках приводит к значительной погрешности средних по длине ЛЭП продольных сопротивлений — до 10—20%.

ВЫВОДЫ

1. Исследовано влияние вариации проводимости земли вдоль трассы линии электропередачи на среднее значение удельных продольных параметров линии.
2. Рекомендовано в качестве проводимости однородного эквивалентного полупространства принимать взвешенное среднегеометрическое от значений проводимостей земли на отдельных участках линии; ошибка расчета сопротивлений при таком эквивалентировании не превышает 3—4%, достигая этих цифр в случаях особо контрастных неоднородностей земли вдоль трассы.
3. Использование в качестве эквивалентной проводимости среднеарифметического от проводимостей земли отдельных участков следует признать неудовлетворительным: ошибка в расчетах сопротивлений ЛЭП в зависимости от контрастности неоднородности земли вдоль трассы составляет 10—20%.

Сибирский научно-исследовательский институт энергетики,
Новосибирск

Поступила в редакцию
28/1 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Н. Бердичевский. Электрическая разведка методом магнитотеллурического профилирования. М., «Недра», 1968.
2. М. Г. Шалимов. Вектор-потенциальная функция бесконечно длинной воздушной линии провод — однородная земля. — Научн. тр. ОмИИТа, 1969, т. 104, ч. 1.
3. Э. П. Каскевич. О выборе кажущейся электропроводности земли для расчета электромагнитного влияния ВЛ на цепи проводной связи. — «Тр. СибНИИЭ», 1969, вып. 13.
4. В. У. Костиков. Метод определения эквивалентной удельной проводимости земли, основанный на исследованиях электромагнитного поля многопроводных линий. — Научн. тр. ОмИИТа, 1964, т. 45.
5. М. И. Михайлов. Влияние внешних электромагнитных полей на цепи проводной связи и защитные мероприятия. М., Связьиздат, 1959.
6. М. И. Михайлов, В. М. Чесноков. Кажущаяся проводимость земли при слоистой структуре. — Электросвязь, 1939, № 45.
7. Г. Г. Пучков. Коэффициент взаимной индукции между однопроводными линиями при горизонтально-слоистом строении земли. Автореф. канд. дис. Омск, 1974 (ОМИИТ).
8. Л. В. Шагарова. Исследование электромагнитного поля линейных источников в слоистых средах. Автореф. канд. дис. Омск, 1973 (ОМИИТ).
9. М. Г. Шалимов, В. Т. Черемисин. Исследование собственных и взаимных параметров элементов контактной сети при многослойной структуре земли в спектре повышенных частот. — Научн. тр. ОмИИТа, 1973, т. 150.
10. И. К. Федченко. Теория земляного провода. Киев, «Техника», 1964.
11. В. М. Фиктенгольц. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 2. М., Физматгиз, 1959.

А. Л. СУРИС

К ВОПРОСУ О РАСЧЕТЕ ПЛАЗМОХИМИЧЕСКИХ РЕАКТОРОВ

Плазмохимические процессы являются существенно неизотермическими и механизм их протекания в большинстве случаев неизвестен. Температура меняется как по длине, так и по сечению аппарата в связи со значительными тепловыми эффектами процессов и большими неоднородностями параметров. Поэтому использование для плазмохимических процессов существующих методик обобщения экспериментальных данных и расчета реакторов затруднительно.

Рассмотрим работу плазмохимического реактора в одномерном приближении. Такая упрощенная модель не позволяет учесть распределения параметров потока (а также времени пребывания продуктов по сечению аппарата), однако дает возможность получить критерии, характеризующие процессы химического взаимодействия различных реагентов с учетом перемешивания их по длине реактора.

С целью выявления обобщенных переменных плазмохимического процесса, не включающих в себя локальных параметров и позволяющих осуществлять приближенное моделирование процессов получения определенного целевого продукта из различного исходного сырья, запишем уравнения баланса потока импульса, массы, энергии и баланса химических элементов для произвольного сечения реактора в следующем виде (схема реактора представлена на рисунке):

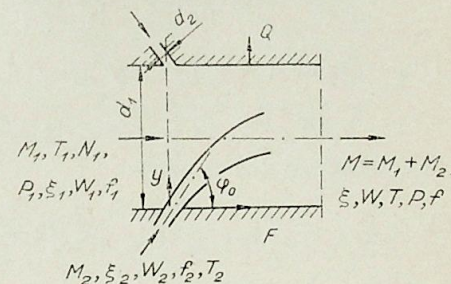


Схема плазмохимического реактора.

$$M_1 W_1 P_1 f_1 + M_2 W_2 \cos \varphi_0 = M W + P f + L F, \quad (1)$$

$$M_1 + M_2 = M = \xi W f, \quad (2)$$

$$N_0 = M_1 (H_1 + W_1^2/2) + M_2 (H_2 + W_2^2/2) = M (H + W^2/2) + Q + N_{\text{хим}}, \quad (3)$$

$$C_p T = \frac{K}{K-1} \frac{P}{\xi}, \quad (4)$$

$$\alpha_1^i M_1 + \alpha_2^i M_2 = \int_f \alpha_i \xi W df, \quad (5)$$

где

$$N_{\text{хим}} = (M_1 + M_2) [Q_x^n \gamma_{\text{н}} + Q_x^n (\Delta - \gamma_{\text{н}})], \quad (6)$$

ξ, W, P, T, H — соответственно плотность, скорость, статическое давление, температура и энтальпия потока газа; M — массовый расход

газа (индекс 1 относится к осевому, 2 — к поперечному потокам); i — площадь поперечного сечения канала и его поверхность; L — напряжение трения на стенке; Q — теплоперенос на стенку канала; N_0 — расходуемая мощность исходных реагентов; C_p , K — теплоемкость и показатель адиабаты газа; Δ , γ_{π} — полная степень превращения сырья и степень превращения в целевые продукты; Q_x^{π} , $Q_x^{\text{п}}$ — тепловой эффект реакций образования целевых и побочных продуктов при стандартной температуре (положительный для эндотермических и отрицательный для экзотермических реакций); κ_i — массовая концентрация какого-либо химического элемента в произвольной точке реактора, включающая в себя массу i -х атомов, присутствующих как в исходных компонентах, так и в конечных продуктах.

Уравнения (1)–(5) должны быть дополнены уравнениями химической кинетики, из которых можно определить общую степень превращения сырья Δ и степень превращения сырья в целевые продукты γ_{π} .

Тепловой поток на стенку реактора Q с помощью коэффициента теплоотдачи α можно выразить следующим образом:

$$Q = \alpha F (I_1 - I_{\text{ст}}), \quad (7)$$

где I_1 , $I_{\text{ст}}$ — полная энтальпия реагентов на входе в реактор и при температуре стенки.

Умножая обе части (7) на величину $(\xi W f)$ и полагая, что на стенке реактора происходит закалка продуктов реакции и их состав соответствует равновесному составу, определенному по известным затратам энергии и расходу сырья, получим

$$\text{St} = \frac{\alpha}{W \xi} = \frac{Q}{N_{\pi} - N_{\text{ст}}} \frac{f}{F} = \frac{Q f / F}{N_0 - N_{\text{хим}} - N_{\text{ст}}}. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (3) и учитывая, что

$$N_{\pi} = N_0 - N_{\text{хим}}, \quad (9)$$

преобразуем (3) к виду

$$\frac{N}{N_0} + \text{St} \left(1 - \frac{N_{\text{ст}}}{N_0} \right) \frac{F}{f} + \left[\frac{\gamma_{\pi}}{K_{\text{эн}}} + \frac{M(\Delta - \gamma_{\pi}) Q_x^{\pi}}{N_0} \right] \left(1 - \text{St} \frac{F}{f} \right) = 1, \quad (10)$$

где $K_{\text{эн}}$ — энергетический критерий, представляющий отношение мощности, подведенной для осуществления процесса, к мощности, необходимой для полного превращения исходного сырья в целевые продукты при стандартных условиях

$$K_{\text{эн}} = N_0 / M Q_x^{\pi}. \quad (11)$$

Энергетический критерий по физическому смыслу походит на критерий Дамкелера (Da_{III}) и «критерий пропорциональности полей температур и концентраций» Дьяконова [1]. Однако в отличие от них $K_{\text{эн}}$ не включает в себя текущих значений концентраций и скоростей химических реакций, а составлен из величин, заданных условиями однозначности.

Изменение состава используемого сырья учитывается в энергетическом критерии величиной теплового эффекта реакции образования целевых продуктов из исходного сырья при стандартных условиях Q_x^{π} , т. е. принимается во внимание только величина энергетических затрат, необходимых для получения целевого продукта, и игнорируется изменение кинетики химического процесса. Таким образом, приближенное моделирование процесса при изменении состава сырья с помощью $K_{\text{эн}}$ возможно в случае, если времена максимального накопления целевого

продукта при получении его из различного сырья не сильно различаются или если целевые продукты являются термодинамически равновесными в рассматриваемых условиях. Это требование часто выполняется в высокотемпературных химических процессах, когда равновесие достигается достаточно быстро.

В некоторых случаях вместо энергетического критерия удобнее пользоваться обобщенным переменным

$$K'_{\text{эн}} = - (N / N_{\text{хим}}), \quad (12)$$

также вытекающим из (3). В связи с тем, что величина $N_{\text{хим}}$ в произвольном сечении реактора неизвестна, целесообразно рассчитывать ее при стандартной температуре по равновесным концентрациям компонентов, определенных для соответствующих условий эксперимента по известному значению $K_{\text{эн}}$ (т. е. состав конечных продуктов считать равновесным). Для высокотемпературных процессов это допущение во многих случаях вполне приемлемо. Используя данные о составе исходных и конечных продуктов, при стандартной температуре можно определить тепловой эффект реакции и величину $N_{\text{хим}}$.

Преобразуя уравнения (1)–(5), можно получить также другие обобщенные переменные, характеризующие плазмохимический процесс. Из (1) получим коэффициент сопротивления трению

$$\zeta = \frac{(P_1 + \xi_1 W_1^2) - (P + \xi W^2) f / f_1 + \xi_2 W_2^2 \cos \varphi_0 \cdot f_2 / f_1}{\xi_1 W_1^2 / 2}. \quad (13)$$

Из (5) получим обобщенные характеристики процесса смешения

$$\bar{\kappa} = \frac{\kappa_m^i - \kappa_{\text{сп}}^i}{\kappa_1^i + \kappa_2^i - \kappa_{\text{сп}}^i} = \frac{(M_1 + M_2)}{J} \left[1 - \frac{\frac{\kappa_2^i}{\kappa_{\text{сп}}^i} + \frac{\kappa_1^i}{\kappa_{\text{сп}}^i} \frac{M_2}{M_1}}{(\kappa_1^i / \kappa_{\text{сп}}^i + \kappa_2^i / \kappa_{\text{сп}}^i - 1)(1 + M_2 / M_1)} \right], \quad (14)$$

где

$$J = \int_j^i \frac{(\kappa^i - \kappa_{\text{сп}}^i)}{(\kappa_m^i - \kappa_{\text{сп}}^i)} \xi W df. \quad (15)$$

Из уравнений (1)–(5) могут быть получены и другие обобщенные переменные:

$$M_2 / M_1, \quad (\xi_1 W_1^2 f_1) / (\xi_2 W_2^2 f_2). \quad (16)$$

Соотношение $N_0 / N_{\text{ст}}$ в (10) можно выразить через энтальпийный фактор $H_0 / H_{\text{ст}}$. Если вместо L в уравнении (1) записать его выражение через градиент скорости, то в качестве обобщенного переменного можно получить также число Re .

В начальной области канала реактора, где происходит ввод реагента в сносящий поток газа, обобщенные параметры, характеризующие распространение струи, легко получить из уравнения траектории струи [2], выведенного на основании уравнения сохранения количества движения,

$$\frac{dx}{dy} = 2C_x F_x \frac{q}{\pi d_2^2 \sin \varphi_0} + \text{ctg} \varphi_0, \quad (17)$$

где F_x — проекция струи на плоскость, перпендикулярную оси X . Из (17) видно, что основными параметрами, оказывающими влияние на

процесс распространения струи в сносящем потоке, являются началь-
ный угол ввода струи φ_0 и гидродинамический параметр

$$q = \xi_1 W_1^2 / \xi_2 W_2^2. \quad (18)$$

Согласно экспериментальным данным, коэффициент аэродинамиче-
ского сопротивления струи C_x зависит также от отношения плотностей
 ξ_1/ξ_2 струи и потока, а влияние на него величины $K_{\text{он}}$ незначительно.

Использование массовой концентрации химического элемента κ для
обобщения экспериментальных данных по химически реагирующим
системам, по-видимому, целесообразно, так как позволяет во многих
случаях с достаточной точностью рассматривать процесс перемешива-
ния реагентов и продуктов реакции, не учитывая химическую кинетику.

В качестве примера использования предложенного обобщенного пе-
ременного (безразмерной массой концентрации химического элемента)
рассмотрим химически реагирующую затопленную струю, вытекающую
из насадка вертикально вверх. Для этого случая запишем уравнение
сохранения потока импульса (с учетом подъемных сил)

$$\int_0^F \xi W^2 d\bar{F} - \xi_0 W_0^2 F_0 - \int_0^l \int_0^F (\xi - \xi_\infty) g d\bar{F} dx \quad (19)$$

и уравнение сохранения какого-либо химического элемента, присутст-
вующего в исходном газе,

$$\int_0^F (\kappa - \kappa_\infty) \xi W d\bar{F} = \xi_0 W_0 F_0 (\kappa_0 - \kappa_\infty). \quad (20)$$

Здесь F — площадь поперечного сечения струи на расстоянии x от соп-
ла (индекс 0 относится к начальному сечению струи); g — ускорение
силы тяжести.

Преобразуя уравнения (19) и (20) путем введения в них значений
параметров потока на оси струи (индекс m) и применяя теорему о сред-
нем значении к интегралу в правой части уравнения (19), получим

$$F \xi_m W_m^2 I_1 = F_0 \xi_0 W_0^2 - (\bar{\xi} - \xi_\infty) g \bar{V}, \quad (21)$$

$$(\kappa_m - \kappa_\infty) F \xi_m W_m I_2 = \xi_0 W_0 F_0 (\kappa_0 - \kappa_\infty), \quad (22)$$

где $\bar{\xi}$, \bar{V} — средние значения плотности и объема струи;

$$I_1 = \int_0^1 \frac{\xi}{\xi_m} \frac{W^2}{W_m^2} \frac{dF}{F}; \quad I_2 = \int_0^1 \frac{\xi}{\xi_m} \frac{W}{W_m} \frac{\Delta \kappa}{\Delta \kappa_m} \frac{dF}{F}.$$

Преобразуя (21) и (22), получим распределение относительной массо-
вой концентрации κ_m вдоль оси струи

$$\frac{\Delta \kappa_m}{\Delta \kappa_0} = \frac{\kappa_m - \kappa_\infty}{\kappa_0 - \kappa_\infty} = \frac{\sqrt{I_1} \xi_0 F_0}{I_2 \xi_m F} \sqrt{\frac{F_0 \xi_0}{F \xi_m} - \frac{\Delta \bar{\xi} g \bar{V}}{F \xi_m W_0^2}}, \quad (23)$$

где $\Delta \bar{\xi} = \bar{\xi} - \xi_\infty$.

Учитывая, что на больших расстояниях от устья сопла характерная
ширина струи b пропорциональна величине x , перепишем (23) в виде

$$\frac{\Delta \kappa_m}{\Delta \kappa_0} = C \frac{\xi_0 d_0^2}{\xi_m x} \sqrt{\frac{d_0^2 \xi_0}{\xi_m} - \frac{4 \Delta \bar{\xi} \bar{V}}{\pi \xi_m d_0^2 Fr_0}}, \quad (24)$$

где C — некоторая константа.

При больших числах Фруда $Fr_0 = W_0^2 / g d_0$, когда влиянием подъем-
ных сил можно пренебречь, выражение (24) существенно упростится:

$$\frac{\Delta \kappa_m}{\Delta \kappa_0} = C \frac{d_0}{x} \sqrt{\frac{\xi_0}{\xi_m}}. \quad (25)$$

В работе [3] по предложенной методике обработаны эксперимен-
тальные данные различных авторов по затопленным турбулентным диф-
фузионным факелам метана, пропана, водорода и др. При этом пока-
зано, что в области независимости от числа Фруда для диффузионных
факелов городского газа, его смесей с первичным воздухом, генератор-
ного газа, водорода и различных его смесей с азотом и гелием (от 0 до
50 об. % разбавителя) экспериментальные данные вполне удовлетвори-
тельно описываются зависимостью (25) при $C = 7,65$.

Для диффузионных факелов в формуле (25) ξ_m представляет собой
плотность продуктов сгорания при калориметрической температуре,
 x — длину факела l_ϕ , а величина массовой концентрации химического
элемента во фронте пламени на оси струи κ_m определяется из условия,
что во фронте соотношение реагентов стехиометрическое [4]. В работе
[3] в качестве массовой концентрации использовалась концентрация
водорода. Однако в работе [5] экспериментально показано, что в диф-
фузионном пламени существует подобие отношений $\Delta \kappa_m / \Delta \kappa_0$ для ато-
мов, входящих в состав исходной горючей смеси. Если в (25) плотность
продуктов сгорания (ξ_m) заменить плотностью окружающей среды (ξ_∞),
то для учета влияния температуры факела на изменение плотности не-
обходимо при обработке экспериментальных данных учитывать также
энергетический критерий $K'_{\text{он}}$, который в этом случае представляет
собой отношение энтальпии газа, вытекающего из сопла, к тепловому
эффекту реакции при стандартной температуре $Q_{\text{н}}^0$. Обобщение экспе-
риментальных данных в области независимости от числа Фруда позво-
лило рекомендовать [3] для этого случая зависимость

$$\frac{\Delta \kappa_m}{\Delta \kappa_0} = 4,75 \frac{d_0}{l_\phi} \sqrt{\frac{\xi_0}{\xi_\infty}} \left(1 + \frac{1}{K'_{\text{он}}}\right)^{0,5}, \quad (26)$$

которая при отсутствии химической реакции ($1/K'_{\text{он}} = 0$) в точности сов-
падает с зависимостью, предложенной в работе [6] для турбулентных
затопленных струй различных не реагирующих газов (фреона, гелия,
воздуха и др.).

Следует отметить, что для диффузионных факелов предложенная
обобщенная переменная (относительная массовая концентрация атома)
совпадает с приведенной концентрацией [7], позволяющей преобразо-
вать уравнения, описывающие процесс диффузионного горения, к тако-
му виду, когда отсутствуют члены, отвечающие химической кинетике.
Однако для большинства химических процессов не удастся преобразо-
вать систему уравнений таким образом, чтобы путем введения некото-
рой приведенной концентрации исключить из рассмотрения все ком-
поненты многокомпонентной смеси. В этом случае более целесообразно,
по-видимому, применять для обработки экспериментальных данных
приведенную массовую концентрацию химического элемента κ .

Таким образом, обработку результатов экспериментального иссле-
дования плазмохимических процессов можно осуществлять с использо-
ванием следующих зависимостей обобщенных переменных:

$$\bar{\kappa} = \frac{\kappa_m^i - \kappa_{\text{ср}}^i}{\kappa_1^i + \kappa_2^i - \kappa_{\text{ср}}^i} = F_1 \left(K_{\text{оп}}, \frac{H_0}{H_{\text{ст}}}, \frac{M_2}{M_1}, \frac{\xi_1 W_1^2}{\xi_2 W_2^2}, \frac{W_1}{W_2}, Re_1, Re_2, \pi_i \right), \quad (27)$$

$$st = F_2 \left(K_{эп}, \frac{H_0}{H_{ст}}, \frac{M_2}{M_1}, \frac{\xi_1 W_1^2}{\xi_2 W_2^2}, \frac{W_1}{W_2}, Re_1, Re_2, \pi_i \right), \quad (28)$$

$$\zeta = F_3 \left(K_{эп}, \frac{H_0}{H_{ст}}, \frac{M_2}{M_1}, \frac{\xi_1 W_1^2}{\xi_2 W_2^2}, \frac{W_1}{W_2}, Re_1, Re_2, \pi_i \right), \quad (29)$$

$$\gamma_{ц} = F_4 \left(K_{эп}, \frac{H_0}{H_{ст}}, \frac{M_2}{M_1}, \frac{\xi_1 W_1^2}{\xi_2 W_2^2}, \frac{W_1}{W_2}, Re_1, Re_2, \pi_i \right), \quad (30)$$

$$\frac{x}{d_1} = F_5 \left(\frac{y}{d_1}, \varphi_0, q, \frac{\xi_2}{\xi_1}, K_{эп}, \pi_i \right), \quad (31)$$

где π_i — геометрические комплексы.

В связи с тем, что для газофазных процессов критерии Прандтля и Шмидта близки к единице, эти параметры не включены в зависимости (27) — (31). Следует заметить также, что вместо обобщенных параметров (16), (18) в зависимости (27) — (31) можно включить параметрические критерии

$$\xi_1/\xi_2, W_1/W_2, l_1/l_2, \quad (32)$$

из которых составлены комплексы (16), (18). В случае высоких скоростей движения потока, соизмеримых со скоростью звука, в числе обобщенных переменных необходимо учитывать также критерий Маха, вытекающий из (1) и (4).

Расчет плазмохимического реактора можно проводить с использованием зависимости (30). Однако в этом случае для каждого конкретного процесса необходимо получать зависимость обобщенных переменных (30), что требует значительных затрат средств и времени.

Приближенное моделирование плазмохимического реактора для процесса получения определенного целевого продукта может быть осуществлено следующим образом.

Рассмотрим цилиндрический реактор. На основании термодинамических, кинетических расчетов и экспериментального исследования определяются значения обобщенных переменных $K_{эп}$, M_2/M_1 , $H_0/H_{ст}$, ξ , а также температура процесса и среднее время пребывания продуктов в реакторе τ , при которых на опытной установке получены оптимальные показатели. При этом величины физпараметров также можно считать неизменными.

Если переход от модельной установки (индекс m) к укрупненной сопровождается увеличением производительности в Z раз, то условия сохранения неизменными среднего времени пребывания продуктов в реакторе, а также траектории струи в сносящем потоке (31) и характеристики смещения $\kappa = F_1$ (27) запишутся соответственно в виде

$$ld_1^2 = Zl_m d_{1m}^2, \quad (33)$$

$$(F_5 = F_{5m})_{y/d_1} = idem, \quad (34)$$

$$F_1 = F_{1m}, \quad (35)$$

а условия увеличения производительности аппарата можно записать как

$$\xi_1 W_1 d_1^2 = Z \xi_{1m} W_{1m} d_{1m}^2, \quad (36)$$

$$N \xi_2 W_2 d_2^2 = Z N_m \xi_{2m} W_{2m} d_{2m}^2, \quad (37)$$

где N — число отверстий для ввода поперечных струй сырья; l — длина реакционного канала.

Для определения основных геометрических характеристик реактора в зависимости от масштабного фактора Z уравнений (33) — (37) недостаточно. Необходимо еще одно условие. В качестве такого условия для случая, когда величина Z ненамного больше единицы, можно принять

$$d_2 = d_{2m}. \quad (38)$$

Если же увеличение производительности аппарата значительное и не представляется возможным выполнить условие (38), то целесообразно в качестве дополнительного условия принять наименьшую возможную величину для диаметра отверстия d_2 . Перепишем условие (38) в общем виде:

$$d_2 = \tilde{c} d_{2m}, \quad (39)$$

где \tilde{c} — некоторая константа.

Рассмотрим в качестве примера случай, когда уравнения (34) и (35) имеют соответственно вид

$$\left(\frac{W_1}{W_2} \right)^a \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^b = \left(\frac{W_{1m}}{W_{2m}} \right)^a \left(\frac{d_{1m}}{d_{2m}} \right)^b, \quad (40)$$

$$N^h \left(\frac{l}{d_1} \right)^u \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^s \left(\frac{W_1}{W_2} \right)^r Re_1^m Re_2^n = N_m^h \left(\frac{l_m}{d_{1m}} \right)^u \left(\frac{d_{1m}}{d_{2m}} \right)^s \left(\frac{W_{1m}}{W_{2m}} \right)^r Re_{1m}^m Re_{2m}^n. \quad (41)$$

Следует отметить, что при записи уравнений (40) и (41) обобщенные параметры $K_{эп}$, ξ_1/ξ_2 и $H_0/H_{ст}$ приняты одинаковыми для укрупненной и модельной установок.

Решая (40) и (41) с учетом (33), (36), (37) и (39), получим зависимости для определения диаметра реактора

$$\lg \left(\frac{d_1}{d_{1m}} \right) = \frac{(u + m + n) \lg Z + [b(k + r - n)/(a - 2k - s + n)] \lg \tilde{c}}{3u + m - s - 2k + 2n + b(k + r - n)/a}$$

и его длины

$$l/l_m = Z (d_{1m}/d_1)^2.$$

ВЫВОД

Получены обобщенные переменные, позволяющие обрабатывать результаты экспериментального исследования плазмохимических процессов и предложен метод моделирования плазмохимических реакторов.

Московский институт
химического машиностроения

Поступила в редакцию
1/III 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. К. Дьяконов. Вопросы теории подобия в области физико-химических процессов. М., Изд. АН СССР, 1956.
2. Я. М. Визель, Н. П. Мостинский. Искривление струи в сносящем потоке. — ИФЖ, 1965, т. VIII, № 2.
3. А. Л. Сурис, Е. В. Фланкин, С. Н. Шорин. Обобщенные характеристики смешения высокотемпературных химически реагирующих струй. — В кн.: Термия-75. Л., 1975.
4. Я. Б. Зельдович. К теории горения перемешанных газов. — ЖТФ, 1949, т. 19, вып. 10.
5. В. Браун, Г. Пауэлл. Принцип подобия смешения. — В кн.: Вопросы горения. М., Металлургиздат, 1968.
6. Г. Н. Абрамович, С. Ю. Крашенинников, А. Н. Секундов, И. П. Смирнова. Турбулентное смешение газовых струй. М., «Наука», 1974.
7. Г. Н. Абрамович. Теория турбулентных струй. М., Физматгиз, 1960.

А. Л. СУРИС

ОПТИМАЛЬНЫЙ ПРОФИЛЬ ТЕМПЕРАТУР
И СКОРОСТЕЙ В ХИМИЧЕСКОМ РЕАКТОРЕ

При конструировании химических реакторов необходимо знать, какой профиль температур по сечению реактора позволяет получить максимальный выход целевого продукта при заданных энергетических затратах и расходе сырья. Это особенно важно при разработке плазмохимических реакторов, когда в некоторых процессах по экономическим соображениям среднemasсовая температура в реакторе ниже температуры, соответствующей равновесному максимуму целевого продукта. Причем в этих случаях возможно получить сверхравновесную концентрацию целевого продукта (например, в процессе получения окиси азота из воздуха в плазмохимическом реакторе [1] и др.).

Для многих плазмохимических процессов (а также для других высокотемпературных химических процессов) при разработке реактора на основании технологических расчетов известна мощность газового потока N и расход газа G . Представляет, однако, интерес для заданных N и G (т. е. для заданной среднemasсовой температуры) определить профиль температур и скоростей в реакторе, при которых выход целевого продукта максимален. Для высокотемпературных процессов, когда равновесие устанавливается быстро, можно с достаточной для практики точностью считать, что концентрации конечных продуктов в каждой точке некоторого сечения реактора равновесны. Таким образом, поставленную задачу математически можно сформулировать следующим образом.

Найти оптимальное распределение температур $T(r)$ и скоростей $W(r)$ по сечению реактора, обеспечивающих максимальное значение функционала

$$L = \int_0^R C(T) Z(T, u) r dr \quad (1)$$

при условиях

$$\int_0^R Z(T, u) r dr = G, \quad (2)$$

$$\int_0^R Z(T, u) \alpha(T) r dr = N, \quad (3)$$

$$T_{\max} \geq T \geq T_{\min},$$

где

$$Z(T(r), u(r)) = 2\pi W(u, T) \xi(T), \quad (4)$$

$$\alpha(T) = \sum_i C_i(T) I_i(T) - I_0 = I(T) - I_0, \quad (5)$$

N — мощность источника энергии; T_{\max}, T_{\min} — максимально допустимое и минимально возможное значения температуры; G — массовый расход исходного сырья; $C(T)$ — равновесная массовая концентрация целевого продукта; R — радиус реактора; $\xi(T)$ — плотность продуктов реакции; $W(u, T)$ — скорость потока в соответствующей точке, зависящая от температуры и режима течения. Влияние режима течения в выражении (4) характеризуется величиной $u(r)$, не зависящей от температуры; I_0 — полная энтальпия исходных продуктов; $I_i(T), C_i(T)$ — полная энтальпия и равновесная массовая концентрация соответствующего компонента в конечных продуктах.

Из постановки задачи (1) — (3) видно, что в качестве управляющего воздействия вместо скорости потока можно использовать его импульс $W\xi$ (или величину Z). Для высокотемпературных процессов, когда равновесие устанавливается достаточно быстро, предположение о том, что концентрации в каждой точке рассматриваемого сечения реактора равны их равновесным значениям при соответствующей локальной температуре, во многих случаях вполне приемлемо. Следует отметить, что задача (1) — (3) соответствует также задаче об определении минимальных удельных затрат энергии на единицу целевого продукта $\alpha_n = N/L$ при условиях (2) и (3).

Задача (1) — (3) является изопериметрической вариационной задачей. Рассмотрим ее в более общей постановке. Будем искать решение в классе кусочно-непрерывных функций (переключательный режим). Максимально возможное число кусочно-непрерывных функций (переключений), реализующих наибольшее значение функционала (1) при условиях (2) и (3), равно трем (на единицу превышает число связей [2,3]). Таким образом, задача (1) — (3) может быть поставлена следующим образом.

Требуется найти оптимальные распределения по сечению реактора функций $T_1(r), T_2(r), T_3(r), u_1(r), u_2(r), u_3(r), \gamma_1(r), \gamma_2(r), \gamma_3(r)$, при которых достигает наибольшего значения функционал

$$\Delta = \int_0^R [\gamma_1 Z(T_1, u_1) C(T_1) + \gamma_2 Z(T_2, u_2) C(T_2) + (1 - \gamma_1 - \gamma_2) Z \times \\ \times (T_3, u_3) C(T_3)] r dr \quad (6)$$

при наличии условий

$$\int_0^R [\gamma_1 Z(T_1, u_1) + \gamma_2 Z(T_2, u_2) + (1 - \gamma_1 - \gamma_2) Z(T_3, u_3)] r dr = G, \quad (7)$$

$$\int_0^R [\gamma_1 z(T_1, u_1) \alpha(T_1) + \gamma_2 z(T_2, u_2) \alpha(T_2) + (1 - \gamma_1 - \gamma_2) Z \times \\ \times (T_3, u_3) \alpha(T_3)] r dr = N, \quad (8)$$

где

$$0 \leq \gamma_i(r) \leq 1, \quad \gamma_1(r) + \gamma_2(r) \leq 1.$$

Задачу (6) — (8) можно отнести к классу изопериметрических задач, для которых, согласно приведенному в приложении доказательству, функции $T_i(r), u_i(r), \gamma_i(r)$ не зависят от r . Вынося их за знак интеграла в (6) — (8) и вводя обозначения

$$g_i = Z(T_i, u_i) \frac{R^2}{2}, \quad (9)$$

преобразуем исходную задачу к следующему виду.

Найти наибольшее значение функции

$$\Delta = \gamma_1 C(T_1) g_1 + \gamma_2 C(T_2) g_2 + (1 - \gamma_1 - \gamma_2) C(T_3) g_3 \quad (10)$$

при наличии условий

$$\gamma_1 g_1 + \gamma_2 g_2 + (1 - \gamma_1 - \gamma_2) g_3 = G, \quad (11)$$

$$\gamma_1 \alpha(T_1) g_1 + \gamma_2 \alpha(T_2) g_2 + (1 - \gamma_1 - \gamma_2) \alpha(T_3) g_3 = N. \quad (12)$$

Если в результате решения задачи (10) — (12) при определенных значениях N и G окажется, что ни одна из величин γ_i не равна нулю, то это означает, что наибольшее количество целевого продукта может быть получено при работе трех реакторов, в каждом из которых профиль температур и скоростей по сечению постоянный (или при работе одного реактора с тремя зонами течения, характеризующимися постоянством TuW).

Подставляя из (11) и (12) соответствующие величины в (10) при условии $\alpha(T_1) \neq \alpha(T_2)$, сведем задачу (10) — (12) к задаче о нахождении абсолютного максимума функции

$$\begin{aligned} \Delta &= (1 - \gamma_1 - \gamma_2) g_3 \left[C(T_3) + C(T_1) \frac{\alpha(T_3) - \alpha(T_1)}{\alpha(T_2) - \alpha(T_1)} + C(T_2) \frac{\alpha(T_1) - \alpha(T_3)}{\alpha(T_2) - \alpha(T_1)} \right] + \\ &+ \left[C(T_1) \frac{G\alpha(T_2) - N}{\alpha(T_2) - \alpha(T_1)} + C(T_2) \frac{N - G\alpha(T_1)}{\alpha(T_2) - \alpha(T_1)} \right] = \\ &= (1 - \gamma_1 - \gamma_2) g_3 f(T_1, T_2, T_3) + \varphi(T_1, T_2) + \varphi(T_1, T). \quad (13) \end{aligned}$$

Из (13) видно, что при $g_3 f(T_1, T_2, T_3) > 0$ функция Δ достигает наибольшего значения при $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ (стационарный режим без переключений), а при $g_3 f(T_1, T_2, T_3) < 0$ наибольшее значение Δ соответствует условию $\gamma_1 + \gamma_2 = 0$ (режим с двумя переключениями). Если же $g_3 f(T_1, T_2, T_3) = 0$, то наибольшее значение Δ не превышает наибольшего значения функции $\varphi(T_1, T_2)$. Это означает, что для решения задачи (1) — (3) достаточно двух переключений.

Физическую реализацию оптимальных условий осуществления процесса можно представить как работу двух реакторов с постоянным профилем температур и импульсов $W\xi$ и следующими массовыми расходами (на основании (11) и (12) при $\gamma_1 + \gamma_2 = 1$):

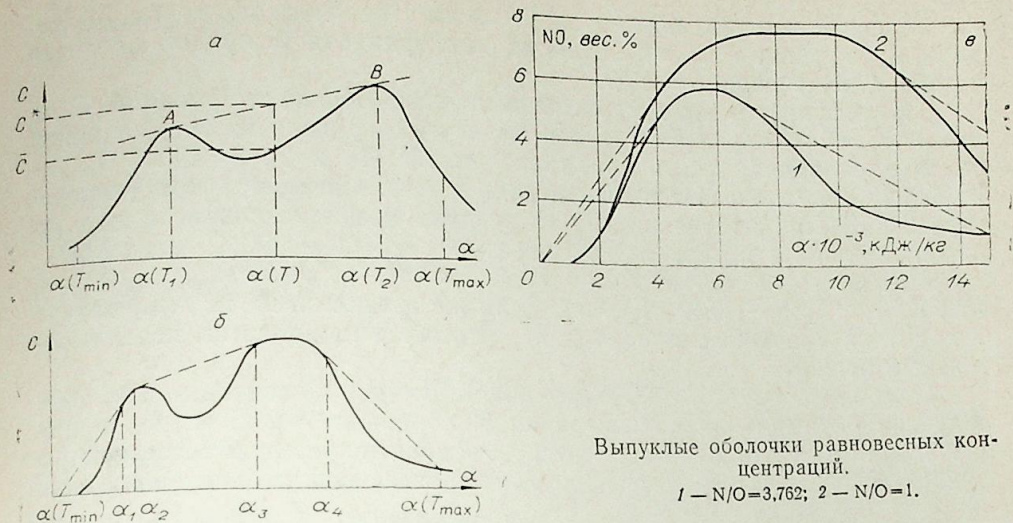
$$G_1 = \gamma_1 g_1 = \frac{G\alpha(T_2) - N}{\alpha(T_2) - \alpha(T_1)}, \quad G_2 = (1 - \gamma_1) g_2 = \frac{N - G\alpha(T_1)}{\alpha(T_2) - \alpha(T_1)} \quad (14)$$

или как работу одного реактора с двумя зонами течения (пристенным и приосевым). Если реализовать оптимальные распределения температур и скоростей в реакторе не удастся, то полученное решение позволяет определить максимально возможный выход целевых продуктов и минимальные удельные затраты энергии.

Рассмотрим условия, при которых достигает наибольшего значения функция $\varphi(T_1, T_2)$ в выражении (13), соответствующая режиму с двумя переключениями. Базовые значения T_1^* и T_2^* могут находиться численно известными методами. Можно, однако, предложить графический метод определения оптимальных параметров.

Если оптимальные значения T_1^* и T_2^* лежат внутри допустимого интервала изменения температуры, то условия стационарности функции φ дают следующие условия для определения T_1^* и T_2^* :

$$\left(\frac{dC}{d\alpha} \right)_{T_1^*} = \left(\frac{dC}{d\alpha} \right)_{T_2^*} = \frac{C(T_2^*) - C(T_1^*)}{\alpha(T_2^*) - \alpha(T_1^*)}. \quad (15)$$



Выпуклые оболочки равновесных концентраций.
1 — $N/O = 3.762$; 2 — $N/O = 1$.

Это означает, что при построении зависимости равновесной концентрации целевого продукта $C(T)$ от величины $\alpha(T)$ (или от полной энтальпии смеси) прямая, соединяющая базовые значения $C(\alpha_i^*)$, является касательной к кривой $C(\alpha)$ в этих точках (см. рисунок, а). Полученная на оптимальном режиме концентрация целевого продукта C^* при этом может существенно превышать равновесную концентрацию \bar{C} , соответствующую среднемассовой температуре \bar{T} , определенной из условия $\alpha(\bar{T}) = N/G$.

Если одно из базовых значений температуры находится на границе допустимой области ($T_i^* = T_{гр}^*$), а другое значение T_i^* — в стационарной точке функции φ , то получим условие для нахождения оптимального значения температуры

$$\left(\frac{dC}{d\alpha} \right)_{T^*} = \frac{C(T^*) - C(T_{гр}^*)}{\alpha(T^*) - \alpha(T_{гр}^*)}. \quad (16)$$

Из (16) видно, что на графике $C(\alpha)$ прямая, соединяющая точки $C(\alpha_{гр}^*)$ и $C(\alpha^*)$, является касательной к кривой $C(\alpha)$ в точке $\alpha(T^*)$.

Если среднемассовая температура \bar{T} равна какому-либо базовому значению T^* или находится вне отрезков $[T_1^*, T_2^*]$, то переключений нет и оптимальная концентрация может быть реализована на одном реакторе с постоянным профилем температур ($T^* = \bar{T}$), работающем с расходом сырья G .

На рисунке, б в качестве примера представлена некоторая функция $C(\alpha)$. Если величина $\alpha(\bar{T}) = N/G$ удовлетворяет требованиям

$$\alpha_1 \leq \alpha(\bar{T}) \leq \alpha_2 \quad \text{или} \quad \alpha_3 \leq \alpha(\bar{T}) \leq \alpha_4, \quad (17)$$

то переключений нет (один реактор) и оптимальной температурой является среднемассовая температура \bar{T} ; если же $\alpha(\bar{T})$ таково, что

$$\alpha(T_{min}) < \alpha(\bar{T}) < \alpha_1 \quad \text{или} \quad \alpha_2 < \alpha(\bar{T}) < \alpha_3, \quad (18)$$

или

$$\alpha_4 < \alpha(\bar{T}) < \alpha(T_{max}), \quad (18)$$

то оптимальным является режим с переключениями (например, работа двух реакторов с массовыми расходами G_1 и G_2 (14)), который реализуется на ближайших базовых значениях T_1^* и T_2^* ,

$$T_1^* < \bar{T} < T_2^*. \quad (19)$$

Максимально возможная концентрация целевого продукта при заданном значении N/G определяется как ордината выпуклой оболочки кривой $C(\alpha)$ в точке $\alpha = N/G$.

На рисунке, в представлении выпуклые оболочки функций $C(\alpha)$ для процессов получения оксидов азота из воздуха и из эквимолярной смеси кислорода и азота при давлении 10^5 Па и $T_{\min} = 400$ К, $T_{\max} = 6000$ К (предполагается, что исходное сырье вводится при температуре 298 К. При получении NO из воздуха среднemasсовая температура оптимальна в интервале температур $\sim 3100-3900$ К ($\alpha \approx 4200-7300$ кДж/кг), а для эквимолярной смеси — в интервале $\sim 3000-4300$ К ($\alpha \approx 4100-11700$ кДж/кг). Если же среднemasсовая температура выходит за указанные пределы, то оптимальным является переключа-тельный режим.

Например, при $\bar{T} = 2000$ К ($\alpha = 2000$ кДж/кг) в воздухе может быть получена оптимальная концентрация NO, равная $\sim 2,35$ вес. % и пре-вышающая в $\sim 2,87$ раза равновесную концентрацию, соответствующую среднemasсовой температуре. При этом процесс может быть реализован в двух реакторах, работающих с параметрами $T_1^* = 400$ К, $G_1^* = 0,524$ Г, $C_1^* = 0$, $T_2^* = 3100$ К; $G_2^* = 0,476$ Г; $C_2^* = 5$ вес. %.

Первый реактор не производит целевого продукта, поэтому целесо-образно работать на втором реакторе.

Подобный оптимальный режим может быть осуществлен также в одном реакторе, у которого в приосевой зоне параметры T_2^* , G_2^* , а вблизи стенок — T_1^* , G_1^* .

Следует отметить, что графическое определение базовых значений параметров можно осуществить и на основании построения зависимости степени превращения сырья в целевой продукт от энергетического кри-терия [4], являющегося обобщенным переменным процесса. Получен-ные базовые значения энергетического критерия позволяют находить оптимальный выход продукта для различного исходного сырья.

Приложение

Докажем, что если $F(\bar{u})$ и $f(x)$ — заданные функции, \bar{u}_j , \bar{u} — n -мер-ные вектор-функции, l_i — заданные константы, а $f(x)$ на отрезке $[x_1, x_2]$ не меняет знака, то функции $u_1(x)$, $u_2(x)$, ..., $u_n(x)$, реализующие наибольшее значение функционала

$$I_0 = \int_{x_1}^{x_2} F(\bar{u}) f(x) dx, \quad (23)$$

в классе кусочно-непрерывных функций при наличии условий

$$\int_{x_1}^{x_2} \varphi_i(\bar{u}) f(x) dx = l_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (24)$$

в общем случае являются векторами с постоянными, не зависящими от x элементами ($u_{11}, u_{12}, \dots, u_{1k}, \dots, u_{n1}, u_{n2}, \dots, u_{nk}$). Последние опреде-ляются из решения задачи о нахождении постоянных параметров $\bar{u}_1, \bar{u}_2, \dots, \bar{u}_k, \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_k$, реализующих наибольшее значение функции

$$R = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx \sum_{j=1}^k F(\bar{u}_j) \gamma_j \quad (25)$$

при наличии условий

$$\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx \sum_{j=1}^k \varphi_i(\bar{u}_j) \gamma_j = l_i \quad (i = 1, 2, \dots, m), \quad (26)$$

$$\sum_{j=1}^k \gamma_j = 1, \quad \gamma_j \geq 0, \quad k \leq m+1, \quad \bar{u}_j \in V_u. \quad (27)$$

Область допустимых значений V_u может быть как ограниченной, так и неограниченной.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

Известно [2, 3], что решение задачи (23), (24) в классе кусочно-непрерывных функций существует всегда, а число этих функций (k) не превышает $m+1$, т. е. неизвестные функции $u_j(x)$, являющиеся решени-ем задачи (23), (24), представляют собой векторы с элементами $u_{j1}(x), u_{j2}(x), \dots, u_{jn}(x)$.

«Вес» каждой функции $u_{ji}(x)$ в соответствующем функционале оп-ределяется некоторыми функциями $\gamma_i(x)$. Учитывая это, задача (23), (24) в более общей постановке может быть сформулирована в следую-щем виде.

Найти функции $\gamma_1(x), \gamma_2(x), \dots, \gamma_k(x), \bar{u}_1(x), \bar{u}_2(x), \dots, \bar{u}_k(x)$, реа-лизующие наибольшее значение функционала

$$I_0 = \int_{x_1}^{x_2} \sum_{j=1}^k \gamma_j(x) F(\bar{u}_j(x)) f(x) dx \quad (28)$$

при наличии условий

$$\int_{x_1}^{x_2} \sum_{j=1}^k \gamma_j(x) \varphi_i(\bar{u}_j(x)) f(x) dx = l_i \quad (i = 1, 2, \dots, m), \quad (29)$$

где $\gamma_j(x)$ — неизвестные функции x , удовлетворяющие следующим ус-ловиям:

$$\gamma_j(x) \geq 0, \quad (30)$$

$$\sum_{j=1}^k \gamma_j(x) = 1. \quad (31)$$

Составим функционал Лагранжа для задачи (28), (29):

$$L = \int_{x_1}^{x_2} H(\bar{u}_1, \bar{u}_2, \dots, \bar{u}_k, \bar{\gamma}, \bar{\lambda}, x) dx, \quad (32)$$

где $\bar{\lambda}$ — m -мерный вектор множителей Лагранжа; $\bar{\gamma}$ — $(k-1)$ -мер-ный вектор функций $\gamma_j(x)$;

$$H = f(x) \cdot \tilde{H}(\bar{u}_1(x), \bar{u}_2(x), \dots, \bar{u}_k(x), \bar{\gamma}(x), \bar{\lambda}), \quad (33)$$

$$\tilde{H} = \sum_{j=1}^{k-1} \gamma_j \left[F(\bar{u}_j) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \varphi_i(\bar{u}_j) \right] + \left(1 - \sum_{j=1}^{k-1} \gamma_j \right) F(\bar{u}_k) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \varphi_i(\bar{u}_k).$$

Причем $\bar{\gamma}$ и \bar{u}_j в (32) и (33) предполагаются пока некоторыми функциями x .

Но так как $H(\bar{u}_1, \bar{u}_2, \dots, \bar{u}_k, \gamma, \lambda)$ входит в функцию $H(\bar{u}_1, \bar{u}_2, \dots, \bar{u}_k, \gamma, \lambda, x)$ линейно, а $f(x)$ на отрезке $[x_1, x_2]$ по условию задачи не меняет знака, то оптимальные функции $\bar{u}_1(x), \bar{u}_2(x), \dots, \bar{u}_k(x), \bar{\gamma}^*(x)$ являющиеся решением задачи (28) — (31) и определенные из условий стационарности H внутри допустимой области изменений аргументов и локальных максимумов на границе области, не зависят от параметра x .

Значит, при каждом x в произвольном порядке может быть k переключений управлений \bar{u}_j , продолжительность (или «вес») которых определяется соответствующим значением γ_j . Область изменения \bar{u} может быть ограниченной и неограниченной.

Так как оптимальные \bar{u}_j и $\bar{\gamma}_j^*$ являются константами, то, вынося из-под знака интеграла выражения $\gamma_j F(\bar{u}_j)$ и $\gamma_j \Phi_i(\bar{u}_j)$, можно свести задачу (28) — (31) к задаче (25) — (27). При этом решение задачи (25) — (27) совпадает с решением исходной задачи (23), (24). Это и требовалось доказать.

Автор благодарит А. М. Цирлина за обсуждение работы и полезные замечания.

Московский институт
химического машиностроения

Поступила в редакцию
23/VI 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Н. Ганз, А. П. Мельник, В. Д. Пархоменко. Плазма в химической технологии. Киев, «Техника», 1969.
2. А. М. Цирлин. Основы оптимального управления. Учебное пособие. М., МИХМ, 1973.
3. А. М. Цирлин, В. С. Балакирев, Е. Г. Дудников. Вариационные методы оптимизации управляемых объектов. М., «Энергия», 1976.
4. А. Л. Сурис, С. Н. Шорин. К вопросу о моделировании эндотермических процессов в плазмохимических реакторах. — ХВЭ, 1971, т. V, № 3.

УДК 66.07

А. Л. СУРИС, Е. В. ФЛАНКИН, С. Н. ШОРИН

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА СМЕШЕНИЯ СТРУЙ СЫРЬЯ С ПЛАЗМЕННЫМ ПОТОКОМ В КАНАЛЕ РЕАКТОРА

Внедрение различных плазмохимических процессов в промышленность, осуществляемое в настоящее время в различных областях техники (химии, электронной промышленности, цветной металлургии), требует создания надежных и эффективных плазмохимических реакторов.

Такой реактор включает в себя камеру смешения реагентов с плазменным потоком, реакционный канал, являющийся часто продолжением камеры смешения, и закалочное устройство. Технологический процесс осуществляют в камере смешения путем ввода сырья радиальными струями в плазменный поток, перемешивая таким образом исходные вещества. При конструировании реакторов такого типа необходима методика расчета смесительного устройства, которая даст возможность рассчитать траекторию поперечной струи в сносящем плазменном потоке с целью выбора требуемых режимов истечения струй, а также позволит оценить эффективную длину процесса перемешивания реагентов при различных режимных параметрах.

Имеющихся работ [1—3], посвященных вопросам перемешивания химически реагирующих струй с поперечным плазменным потоком в канале реактора, недостаточно для разработки методик расчета смесительных устройств плазмохимических реакторов. В них рекомендуется при расчете сохранять неизменным число калибров канала реактора независимо от режимных и геометрических параметров смесителя. Однако, как показывают экспериментальные исследования, геометрия реактора и параметры смешивающихся потоков могут оказывать существенное влияние на процесс смешения.

В данной работе проведено экспериментальное исследование характеристик смешения системы химически реагирующих струй с поперечным плазменным потоком при различных конструкциях камеры смешения и разных режимных параметрах. Методика экспериментального исследования перемешивания струй холодного газа в сносящем плазменном потоке основана на фотографической регистрации траектории струи углеводорода в плазменном потоке различных смесей кислорода и азота, а также на визуальном наблюдении длины горящего факела и хромографическом анализе продуктов реакции (рис. 1). Ввод реагентов в плазменный поток осуществлялся с помощью водоохлаждаемых смесительных камер с разными геометрическими характеристиками (см. таблицу).

Использование различных углеводородов при разной концентрации кислорода в плазменном потоке позволяет осуществлять экзотермические и эндотермические химические реакции в струе (горение, конверсия, пиролиз), что дает возможность исследовать влияние химического процесса на распространение струи.

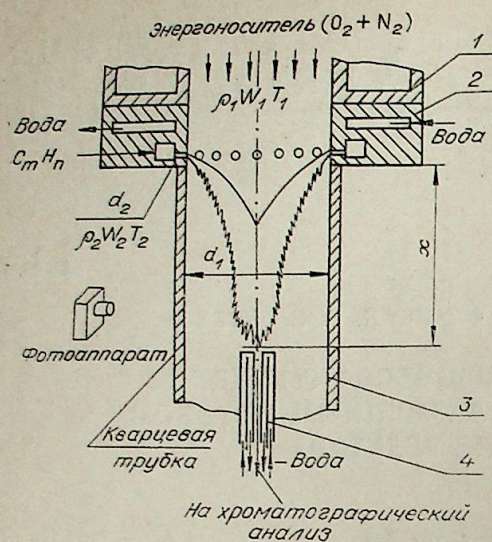


Рис. 1. Схема проведения экспериментов.

1 — плазмотрон; 2 — камера для ввода струй сырья; 3 — кварцевая трубка; 4 — водоохлаждаемый зонд.

свою концентрацию χ на определенной, фиксируемой визуально длине факела, не нарушая поток датчиками. При количествах окислителя, недостаточных для горения, массовая концентрация какого-либо атома χ определялась на основании результатов хроматографического анализа. Таким образом, находя на определенной длине струи массовую концентрацию χ (по стехиометрическому уравнению реакции в случае горения или хроматографически в случае пиролиза или конверсии) при различных режимных параметрах (концентрация кислорода в плазменном потоке, вид исходного углеводорода и количество инертной примеси в нем), можно получить зависимость обобщенных переменных для рассеивания химически реагирующих струй в сносящем плазменном потоке.

В качестве обобщенного переменного, характеризующего процесс перемешивания поперечных струй сырья в сносящем плазменном потоке, используется приведенная концентрация какого-либо химического элемента, который может присутствовать в различных компонентах (реагентах и продуктах реакций) [8]:

$$\bar{\chi} = \frac{\chi - \chi_{\text{ср}}}{\chi_2 - \chi_{\text{ср}}},$$

где χ_2 — массовая концентрация химического элемента в исходном сырье (в устье струи); $\chi_{\text{ср}}$ — массовая концентрация химического элемента в предположении полного перемешивания исходных реагентов; χ — массовая концентрация химического элемента в произвольном месте оси реактора. Использование безразмерного параметра $\bar{\chi}$ в каче-

Диаметр канала реактора, мм	8	8	10	10	10	10	14	14
Число радиальных отверстий	2	8	2	2	3	4	8	8
Диаметр отверстий, мм	1	0,5	1	0,5	0,8	0,5	0,5	1
Сырье	C_4H_{10}	C_3H_8	C_3H_8	C_3H_8	CH_4 C_4H_{10} C_3H_8	C_4H_{10}	CH_4 C_4H_{10}	CH_4

При избытке окислителя в окружающей среде, когда во фронте диффузионного пламени струи углеводорода протекает реакция горения, на основании экспериментальных и теоретических работ [4—7] можно с достаточной достоверностью утверждать, что соотношение реагентов во фронте пламени — стехиометрическое. Следовательно, зная вид использованного углеводорода и количество инертной примеси в нем, во фронте легко определить массовую концентрацию какого-либо химического элемента (χ), присутствующего в различных компонентах продуктов реакции, по стехиометрическому уравнению реакции. Это позволяет найти мас-

стве характеристики перемешивания химически реагирующих струй с плазменным потоком позволяет получить обобщенные зависимости, не учитывая химическую кинетику различных процессов.

Массовая концентрация химического элемента χ в некоторых случаях совпадает с так называемой «восстановленной концентрацией», использованной Бурке и Шуманом, Зельдовичем, Хоттелем, Абрамовичем [4—7] для расчета процессов диффузионного горения газообразных топлив. Однако «восстановленная концентрация» исходного реагента может быть получена лишь для достаточно простых механизмов химического процесса.

В работах [8, 9] для учета влияния химических процессов в плазменных реакторах предложен безразмерный параметр — энергетический критерий $K_{\text{он}} = N_1/N_{\text{хим}}$, представляющий собой отношение мощности N_1 , подведенной для осуществления процесса, к мощности $N_{\text{хим}}$, необходимой для полного превращения исходного сырья в целевые продукты при стандартных условиях. С помощью этого критерия авторам удалось обобщить показатели различных химических процессов, осуществляемых из разного исходного сырья при различных режимных параметрах. В настоящей работе влияние химических реакций на процесс перемешивания также учитывалось с помощью $K_{\text{он}}$.

В связи с тем, что в плазмохимических реакторах сырье вводится в плазменный поток поперечными струями, необходимо введение обобщенных переменных, характеризующих соотношение соответствующих потоков сырья и энергоносителя. В качестве последних многими исследователями используются такие критерии, как отношение массовых расходов поперечного потока сырья и плазмы $M_2/M_1 = \xi_2 W_2 f_2 / (\xi_1 W_1 f_1)$ (где f_1 и f_2 — сечения для расхода плазменного потока и сырья), гидродинамический параметр $q = \xi_1 W_1^2 / (\xi_2 W_2^2)$, отношение кинетических энергий потока и струй $M_1 W_1^2 / (M_2 W_2^2) = \frac{\xi_1 W_1^3 f_1}{\xi_2 W_2^3 f_2}$ и др. Однако можно заметить, что перечисленные обобщенные переменные могут быть получены из параметрических критериев ξ_1/ξ_2 , W_1/W_2 , d_1/d_2 , поэтому более целесообразно, по-видимому, при обработке экспериментальных данных использовать переменные последнего вида [11].

С целью проверки правильности определения величины $\bar{\chi}$ по стехиометрическому уравнению для случая реакции горения проводился хроматографический анализ продуктов реакций, отобранных через во-

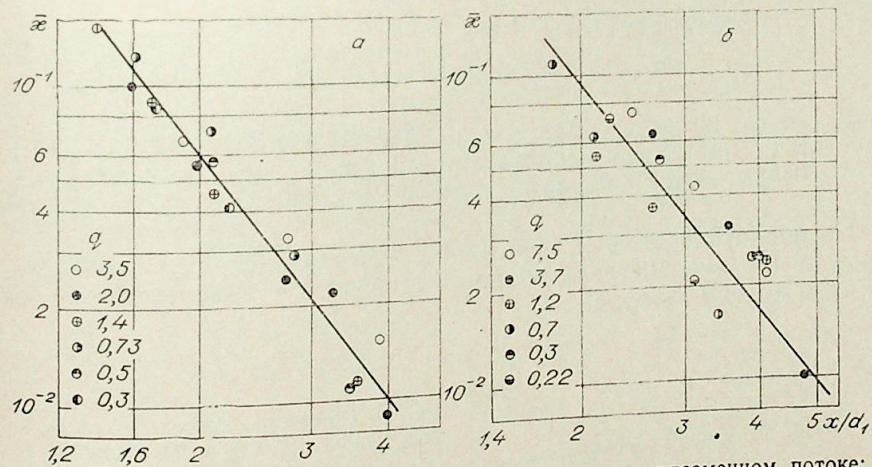


Рис. 2. Рассеивание струй различных газов в сносящем плазменном потоке: $d_1=10$ мм; $d_2=0,8$ мм; $N=3$.

а) $Re_1=900$; $T_1/T_2=10,3$; сырье — пропан; б) $Re_1=880$; $T_1/T_2=10$; сырье — бутан.

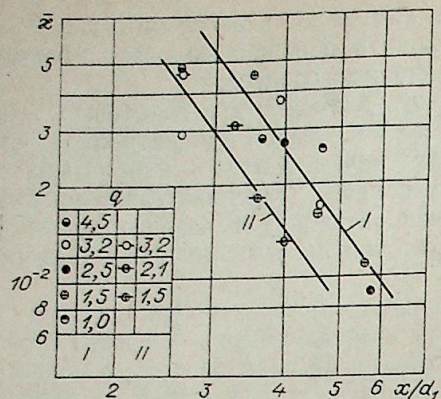


Рис. 3. Влияние числа Рейнольдса плазменного потока на рассеивание струй в поперечном сносимом потоке: $d_1=8$ мм; $d_2=1$ мм; $N=2$; сырье — бутан.

I — $Re_1=1100$; $\bar{T}_1/T_2=10,2$; II — $Re_1=1800$; $\bar{T}_1/T_2=8,5$.

плазменного потока Re_1 . Как следует из рис. 2, 3, возрастание критерия Рейнольдса приводит к некоторому снижению относительной массовой концентрации \bar{x} . Влияние величины Re_2 существенно лишь при малых стеснениях распространению струй ($d_2/d_1 \leq 0,05$), при больших соотношениях диаметров рассеивание массовой концентрации по длине реактора практически не зависит от Re_2 .

Полученные экспериментальные данные обобщались на ЭВМ методом наименьших квадратов с учетом параметров, оказывающих существенное влияние на процесс. На основании проведенного анализа возможных аппроксимаций можно рекомендовать следующую зависимость:

$$\bar{x} = 10,5 \left(\frac{\xi_1}{\xi_2} \right)^{-0,1} \left(\frac{x}{d_1} \right)^{-0,43-1,7 \frac{\bar{x}_{cp}}{\bar{x}_2} - 6 \frac{f_2}{f_1}} \left(\frac{W_1}{W_2} \right)^{-1,6} \left(\frac{f_2}{f_1} \right)^2 \exp \left(\frac{0,07}{K_{эн}} + \frac{74}{Re_2} + \frac{670}{Re_1} \right) \left(\frac{\bar{x}_{cp}}{\bar{x}_2} \right)^{-1,6} \quad (1)$$

Для упрощенных оценок можно использовать более простую зависимость

$$\bar{x} = 157 \left(\frac{x}{d_1} \right)^{-0,7} \left(\frac{\xi_1}{\xi_2} \right)^{-0,1} \left(\frac{W_1}{W_2} \right)^{-1,5} \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^{3,6} \exp(0,05/K_{эн}) N^2 \left(\frac{\bar{x}_{cp}}{\bar{x}_2} \right)^{-1,6} Re_1^{-0,46} \quad (2)$$

где N — число отверстий для ввода струй сырья. Зависимости (1) и (2) получены в следующем использованном диапазоне изменения параметров: $0,05 \leq \xi_1/\xi_2 \leq 0,11$; $600 \leq Re_1 \leq 1900$; $2000 \leq Re_2 \leq 20\ 000$; $-0,8 \leq \leq K_{эн} \leq 3$; $1 \leq W_1/W_2 \leq 12$.

На рис. 4 представлено сравнение формулы (1) с данными [2, 10]. Формула (1) удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными других авторов.

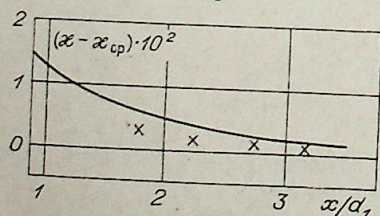


Рис. 4. Сравнение экспериментальных данных [2, 10] с расчетом по формуле (1).

x — расчетная кривая.

доохлаждаемый зонд из конца факела. Анализ показал, что массовая концентрация \bar{x} , полученная хроматографически, с достаточной для практики точностью совпадает со значением \bar{x} , рассчитанным для места отбора пробы (фронта реакции) по стехиометрическому уравнению.

На рис. 2 представлена зависимость распределения \bar{x} по длине реактора для рассеивания струй различных газов. Как видно, снижение плотности струй приводит к более интенсивному их рассеиванию.

На процесс рассеивания системы струй в канале реактора также оказывает влияние (рис. 3) изменение числа Рейнольдса

Обработка экспериментальных данных, полученных при исследовании траекторий струй в сносящем плазменном потоке в канале реактора (в соответствии с зависимостью, выведенной А. Л. Сурисом на основании рассмотрения системы уравнений, описывающих распространение струй в этих условиях), позволила получить траекторию переднего фронта струи в сносящем потоке

$$\bar{x}_\phi = \left\{ \bar{y}_\phi \operatorname{ctg} \varphi_0 + \left[\bar{y}_\phi^2 + 1,7q^{0,2} \left(\frac{\bar{y}_\phi^3}{3 \sin \varphi_0} + \frac{qC_x \bar{y}^4}{4\pi} \operatorname{ctg} \varphi_0 \right) \right] \frac{C_x}{\pi \sin \varphi_0} \right\}^{0,8} / [1,4(1/q+2)] - 0,5$$

и траекторию оси струи (представляющую совокупность точек, в которых поток импульса в направлении оси y наибольший)

$$\bar{x}_0 = \bar{y}_0 \operatorname{ctg} \varphi_0 + \left[\bar{y}_0^2 + 1,7q^{0,2} \left(\frac{\bar{y}_0^3}{3 \sin \varphi_0} + \frac{C_x q \bar{y}^4}{4\pi} \operatorname{ctg} \varphi_0 \right) \right] \frac{qC_x}{\pi \sin \varphi_0},$$

где

$$C_x = 0,8 \left(\frac{\xi_1}{\xi_2} \right)^{0,05} \left(\frac{W_1}{W_2} \right)^{-0,02} (1 + d_2/d_1)^{10} \exp(-0,03/K_{эн});$$

$$\bar{x}_0 = x_0/d_2; \bar{y}_0 = y_0/d_2; \bar{x}_\phi = x_\phi/d_2; \bar{y}_\phi = y_\phi/d_2;$$

x_0, x_ϕ — координата оси и фронта струи вдоль оси реакционного канала; y_0, y_ϕ — координата оси и фронта струи в радиальном направлении; φ_0 — угол между осью струи и координатой x в начальном сечении струи.

Московский институт
химического машиностроения

Поступила в редакцию
19/Х 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Овсянников, Л. С. Полак, М. Б. Сафонова, М. С. Федорова. Экспериментальное исследование перемешивания холодных газов с плазменной струей.— ТОХТ, 1971, т. V, № 6.
2. М. А. Куманцев, А. А. Овсянников, Л. С. Полак. Исследование процесса смещения плазменной струи с холодным газом при наличии химической реакции.— ТОХТ, 1974, т. VIII, № 6.
3. А. М. Цирлин. Смещение газовых потоков при высоких температурах и больших различиях в плотностях.— ТОХТ, 1967, т. I, № 4.
4. S. P. Burke, T. E. Schumann. Diffusion flame.— Jnd. End. Chem., 20, 998 (1928).
5. Я. Б. Зельдович. К теории горения неперемешанных газов.— ЖТФ, 1949, т. XIX, № 10.
6. В. Гаусорн, Д. Уинделл, Г. Хоттел. В кн. Вопросы горения, т. 1. М., ИЛ, 1953, с. 146—194.
7. Г. Н. Абрамович. Теория турбулентных струй. М., Физматгиз, 1960.
8. А. Л. Сурис. К вопросу о расчете плазмохимических реакторов.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1977, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.
9. А. Л. Сурис, С. Н. Шорин. К вопросу о моделировании эндотермических процессов в плазмохимических реакторах.— ХВЭ, 1971, т. 5, № 3, 204.
10. М. А. Куманцев. Исследование перемешивания струй холодного газа с плазменным потоком.— Автореф. канд. дис. ИНХС АН СССР, М., 1975.
11. А. А. Гухман. Введение в теорию подобия. М., «Высшая школа», 1973.

УДК 536.244+536.45

И. С. БУРОВ, В. К. ЛИТВИНОВ, А. Л. МОССЭ

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ
ЛОКАЛЬНОГО ТЕПЛОБМЕНА ПОТОКА
ВОЗДУШНОЙ ПЛАЗМЫ СО СТЕНКАМИ КАНАЛА
НА НАЧАЛЬНОМ УЧАСТКЕ**

Создание плазменных технологических аппаратов и необходимость разработки методики их расчета требуют постановки и проведения исследований теплообмена высокотемпературных струй и потоков газа со стенками охлаждаемых каналов. Исследовались течения на стабилизированном [1—3] и на начальном участках [1, 4—6] в условиях существенной неизотермичности. В диапазоне плазменных температур наибольший интерес представляют исследования течения на начальном участке, который характеризуется большим температурным напором, значительным изменением температурного градиента в пограничном слое по длине канала и постоянной температурой, а следовательно, и теплофизическими свойствами газа в ядре потока. Очевидна целесообразность использования именно начального участка течения для получения высокотемпературного потока теплоносителя с равномерным профилем температуры в широком диапазоне ее изменения [5], для эффективного смешения и нагрева газовых реагентов [7], а также для обработки дисперсных материалов.

Одной из эффективных схем генерации плазменного потока с равномерным температурным профилем является схема плазменного технологического аппарата с многоструйной камерой смешения [1, 4—7]. Под многоструйной камерой смешения следует понимать участок цилиндрического канала, по периферии которого перпендикулярно [4—7] или под наклоном [1, 8] к его оси установлен ряд плазмотронов. В [4] приведена зависимость для ламинарного теплообмена дозвукового потока аргона с температурой до 8000 К в канале диаметром 0,0495 м для чисел Рейнольдса на входе $Re_{D1} = 450—600$. Теплообмен в самой камере смешения не исследовался. Турбулентный теплообмен высокотемпературного потока воздуха в канале диаметром 0,0185 м и в диапазоне чисел Рейнольдса $Re_{D1} = 6900—240\,000$ на начальном и стабилизированном участках изучался в работе [1]. Теплообмен в камере смешения также не исследован.

В [5] получено выражение для теплового к. п. д. камеры смешения многодугового подогревателя воздуха. Исследован теплообмен в камере смешения диаметром 0,115 м и длиной 0,230 и 0,460 м для чисел Рейнольдса $Re_{D1} = 5000—20\,000$ при подаче по оси камеры смешения холодного воздуха.

В настоящей работе исследовался теплообмен сформированного в многоструйной камере смешения потока воздушной плазмы со стенками охлаждаемого канала диаметром 0,050 м и длиной 0,426 м в диапазоне чисел Рейнольдса $Re_{D1} = 690—2700$. Схема экспериментальной установки приведена на рис. 1.

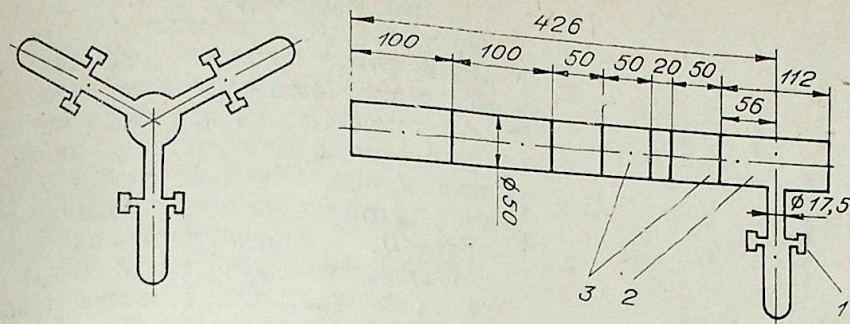


Рис. 1. Схема экспериментального участка.
1 — плазмотрон; 2 — камера смешения; 3 — секции реактора.

Экспериментальная установка включала вертикальную цилиндрическую охлаждаемую камеру смешения с равномерно расположенными на ней по окружности тремя плазмотронами постоянного тока с газовой и магнитной стабилизацией дуги. Снизу к камере смешения были присоединены цилиндрические охлаждаемые секции канала реактора. Стенки камеры смешения и первой секции канала выполнены из меди, остальных секций — из стали IX18H9T. Толщина стенок секций 0,005 м.

Электроды плазмотронов, камера смешения и секции канала охлаждались водой, расход которой замерялся ротаметрами РС-5, а температура — термосопротивлениями с выводом показаний на автоматический самопишущий мост МС-1-11. Расход воздуха через плазмотроны замерялся с помощью критических сопел и образцовых манометров с ценой деления 0,125 кг/см². Электрическая мощность определялась по замерам напряжения и силы тока дуги. Температура стенки вычислялась по среднеарифметической температуре воды $t = (t_{\text{вх}} + t_{\text{вых}})/2$, охлаждающей секцию канала, тепловому потоку к стенкам, толщине и теплопроводности стенок канала.

$$T_{\text{ст}} = t + 273 + \frac{Q_{\text{ст}}}{\pi D \Delta X} \cdot \frac{\delta}{\lambda_m} \quad (1)$$

Вычисленные значения температуры стенки хорошо совпадали с измерениями, выполненными в работах [2—4].

В работах [1, 4, 8] принято, что развитие пограничного слоя начинается в сечении, проходящем через начало канала постоянного диаметра. В [5] за начало камеры смешения принята перпендикулярная оси камеры плоскость, в которой расположены оси сопел плазмотронов. Для обоснования допущения о совпадении осевой плоскости сопел плазмотронов на камере смешения с начальным сечением формирования теплового пограничного слоя были поставлены специальные эксперименты. В результате измерений установлено, что тепловой поток к П-образному калориметру, установленному в верхней части камеры смешения, составляет менее 5% общего теплового потока к стенкам камеры смешения, что не превышает погрешности измерения теплового потока. Можно предположить, что тепловой поток к стенкам верхней части камеры смешения обусловлен только излучением и естественной конвекцией и что в основном весь тепловой поток от плазмы к стенкам камеры смешения воспринимается нижней частью камеры.

Таким образом, за начальное сечение канала следует принимать плоскость, перпендикулярную оси канала и проходящую через оси выходных электродов плазмотронов.

Распределение плотности теплового потока от плазмы к стенке вдоль канала представлено на рис. 2. Верхняя и нижняя кривые соответствуют экспериментам с максимальным и минимальными значениями чисел Re_{D1} на входе в канал.

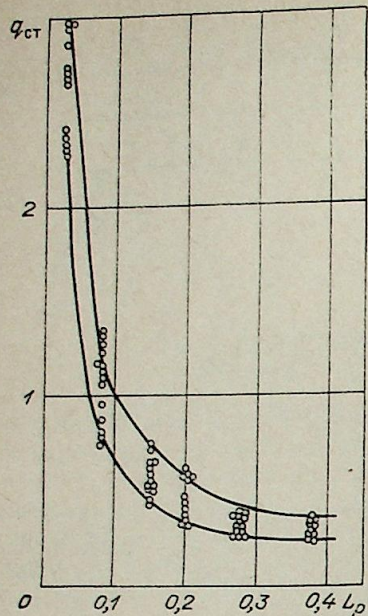


Рис. 2. Изменение плотности теплового потока $q_{ст}$, 10^6 Вт/м², по длине канала L_p , м.

Все экспериментальные данные в пределах точности эксперимента лежат между этими кривыми. Значительное падение плотности теплового потока с ростом относительной длины канала на первых сечениях соответствует нарастанию теплового пограничного слоя. Следует отметить, что на последних сечениях канала при $X/D > 5$ плотность теплового потока уменьшается незначительно, что указывает на стабилизацию толщины теплового пограничного слоя. Длина начального участка для экспериментов с указанными предельными числами Re_{D1} на входе в канал в соответствии с зависимостью, полученной в работе [8], равна значениям $X/D = 5,15$ и $6,00$. Характер изменения коэффициента теплообмена $d_{ст}$ по длине канала аналогичен характеру изменения плотности теплового потока.

При обработке экспериментальных данных в качестве определяющей принята энтальпия в ядре потока, равная среднemasовой энтальпии в начальном сечении канала. Для сравнения экспериментальных данных с наиболее близкими

по значению Re_{D1} результатами известного исследования [4] обобщение выполнялось в виде зависимости

$$St_1 = A Re_{x1}^m Pr_1^{-0,67}, \quad (2)$$

где

$$St_1 = \frac{q_{ст}}{\rho_1 \phi_1 (h_1 - h_{ст})}; \quad Re_{x1} = \frac{4GX}{\pi D^2 \mu_1}; \quad Pr_1 = \frac{\mu_1 c_1}{\lambda_1}.$$

Представленные экспериментальные данные для камеры смешения и секций канала обобщаются зависимостью

$$St_1 = 10,7 Re_{x1}^{-0,86} Pr_1^{-0,67} \quad (3)$$

Приведены также данные, полученные на другой установке, где камера смешения была выполнена из стали IX18H9T. Эти экспериментальные результаты также хорошо обобщаются зависимостью (3).

Зависимость (3) с относительной погрешностью $\pm 28\%$ обобщает экспериментальные данные в следующем диапазоне изменения параметров: энтальпия плазменного потока в начальном сечении канала $11,3 \times 10^6 - 15,5 \cdot 10^6$ Дж/кг, что соответствует среднemasовой температуре $5300 - 6100$ К; числа Прандтля находились в пределах $0,43 - 0,74$; суммарный расход воздуха $G = 0,0040 - 0,0077$ кг/с; энтальпийный фактор $h_1/h_{ст} = 22 - 44$. Число Маха не превышало $0,05$. Для сравнения на рис. 3 приведена также зависимость для ламинарного теплообмена [4] при переменных параметрах

$$St_1 = 0,364 Re_{x1}^{-0,5} Pr_1^{-0,67}. \quad (4)$$

Заштрихованная область соответствует экспериментальным данным работы [4] по теплообмену потока аргоновой плазмы со стенкой на начальном участке канала, не включающем камеру смешения, в диапазоне $Re_{D1} = 450 - 600$.

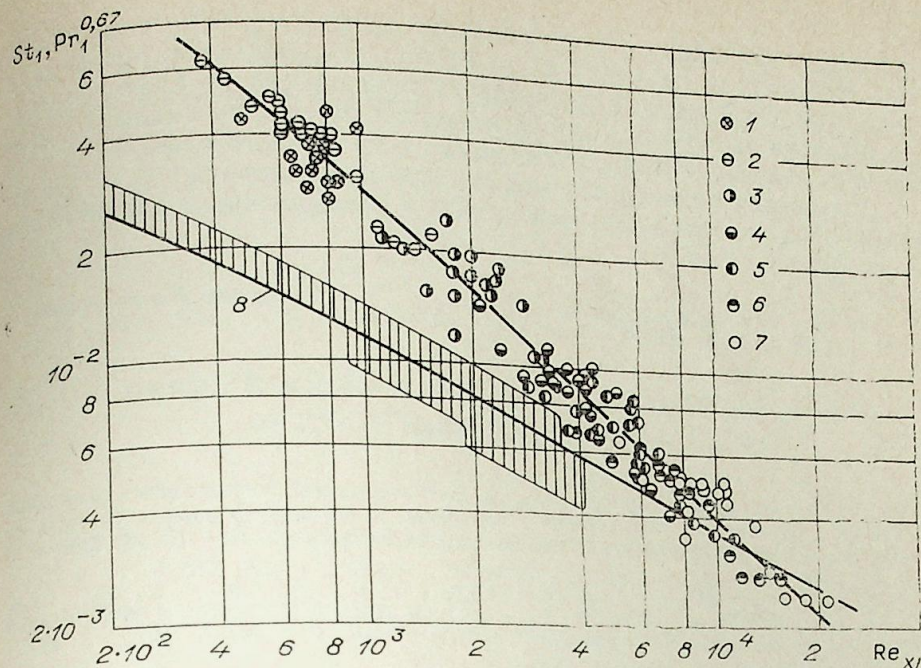


Рис. 3. Зависимость $St_1 \cdot Pr_1^{0,67}$ от Re_{x1} , $D = 0,050$ м.

1 - $X/D = 0,53$, $\lambda_m = 20$ Вт/(м · К); 2 - 0,56, 360; 3 - 1,62, 360; 4 - 3,02, 20; 5 - 4,02, 20; 6 - 5,52, 20; 7 - 7,52, 20; 8 - $St_1 = 0,364 Re_{x1}^{-0,5} Pr_1^{-0,67}$ [4].

Сравнение зависимостей, обобщающих экспериментальные данные по теплообмену потока воздушной плазмы со стенками канала, и экспериментальных данных работы [4] показывает, что существует отличие в характере теплообмена, вызванное, возможно, условиями формирования плазменного потока и пограничного слоя. В [4] диаметр камеры смешения больше диаметра канала, вход в канал плавный и расположен на расстоянии $1,4$ калибра от плоскости истечения плазменных струй. Динамическая вязкость аргона для условий эксперимента [4] выше, чем для воздуха при температурах, соответствующих экспериментальной работе.

Данные, полученные в работе [4], с относительным отклонением $+23$ и -29% укладываются на кривую зависимости теплообмена для ламинарного пограничного слоя.

В настоящей работе исследовались камеры смешения и канал равного диаметра и ставилась задача изучить теплообмен в канале и в камере смешения. Из рис. 3 следует, что тепловой поток к стенкам канала от воздушной плазмы больше, чем от аргоновой плазмы [4] при одинаковых числах Рейнольдса. Можно предположить, что ламинарный пограничный слой, который развивается в канале от начальной плоскости ввода плазменных струй, частично разрушается этими плазменными струями, проникающими до противоположной стенки канала [5, 6]. Это приводит к уменьшению термического сопротивления пограничного слоя и, следовательно, к увеличению теплового потока от плазмы к стенке по сравнению с такими же условиями для ламинарного пограничного слоя [4]. По мере удаления от плоскости ввода струй вниз по потоку влияние нарушения пограничного слоя уменьшается. На расстоянии более 5 калибров экспериментальные данные соответствуют зависимости для ламинарного пограничного слоя.

Таким образом, можно сделать вывод, что условия формирования плазменного потока в многоструйной камере смешения оказывают су-

существенное влияние на характер теплообмена плазмы со стенками канала. Несмотря на значения чисел Рейнольдса, соответствующие ламинарному режиму течения, зависимость теплообмена от плазмы к стенке канала на начальном участке, включающем камеру смещения, отличается от зависимости для ламинарного пограничного слоя.

Полученная зависимость может быть использована для расчета теплообмена плазмы со стенкой канала в исследованном диапазоне параметров.

Институт тепло- и массообмена
им. А. В. Лыкова,
Минск

Поступила в редакцию
3/VI 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Леонтьев, Б. П. Миронов, А. В. Фафурин. Экспериментальное исследование турбулентного теплообмена в начальном и стабилизированном участках цилиндрической трубы в условиях существенной неизотермичности.— ИФЖ, 1969, т. 16, № 4, с. 603—609.
2. П. Ю. Валаткявичюс, А. А. Жукаускас, А. Б. Амбразявичюс. Теплообмен и сопротивление трения при турбулентном течении высокотемпературных газов в трубе с холодными стенками.— Тр. АН ЛатвССР, сер. Б, 1971, с. 4 (67), с. 127—134.
3. П. Ю. Валаткявичюс. Исследование местной теплоотдачи при турбулентном течении в трубе газа, нагретого электродуговым способом. Автореф. канд. дис. Каунас, 1972. 19 с.
4. Массье, Бэк, Рошке. Распределение теплопередачи и параметров ламинарного слоя во внутреннем дозвуковом потоке газа при температурах до 7700°C.— Тр. Америк. об-ва инженеров-механиков, сер. С. Теплопередача, 1969, № 1, с. 77—85.
5. М. Ф. Жуков, Ю. И. Сухинин. Камера смещения многодугового подогревателя.— «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1970, № 8, сер. техн. наук, вып. 2, с. 12—19.
6. И. С. Буров, И. М. Ермолаева, А. Л. Моссэ. Многоструйная камера смещения плазменного нагревательного устройства.— В кн.: Исследования плазмохимических процессов и плазменных устройств. Минск, 1975, с. 71—78.
7. В. Д. Пархоменко, И. В. Коваленко, П. И. Сорока, Б. И. Мельников, В. К. Макоид. Механизм и кинетика химических реакций при взаимодействии азотной плазмы и метана с учетом их смещения.— Тез. докл. II Всесоюз. симпозиума по плазмохимии. Рига, «Знание», 1975, с. 142—145.
8. А. И. Леонтьев, Б. П. Миронов, А. В. Фафурин. Длина начального участка при турбулентном течении газа в цилиндрической трубе в условиях существенной неизотермичности.— ПМТФ, 1966, № 4.

А. Д. ЛЕБЕДЕВ, Б. А. УРЮКОВ

НАПРЯЖЕННОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ДУГИ В ТУРБУЛЕНТНОЙ СВОБОДНОЙ СТРУЕ

Электрическая дуга в канале плазмотрона на значительной длине горит в условиях турбулентного режима течения газового потока, который определяет пространственную неустойчивость столба дуги и значительное по сравнению с начальным участком увеличение напряженности электрического поля [1—4]. В связи с этим возникает необходимость разработки теоретических методов расчета и проведения экспериментальных исследований свойств дуги при переходе к турбулентному режиму горения. В настоящей работе описаны экспериментальные исследования развития неустойчивости дуги и изменения напряженности при переходе к турбулентному режиму горения дуги. Исследования проводились на установке, описанной в работе [5]. Дуга расположена (рис. 1) на оси затопленной воздушной струи и в пределах потенциального ядра струи (при уровне турбулентности $\varepsilon \sim 0,3 \div 1\%$) горит в ламинарном потоке. В конце потенциального ядра происходит разрушение теплового слоя около дуги, затем развивается пространственная неустойчивость самого столба дуги. С помощью кино съемки установлено, что процесс разрушения теплового слоя носит периодический взрывной характер. Это объясняется взаимодействием с турбулентным потоком симметричного «бочкообразного» возмущения (рис. 2, выделено кружком), которое периодически пробегает вдоль дуги от катода в направлении анода. В конце участка ламинарного режима горения дуги это возмущение приобретает вид диска, образованного, по-видимому, радиальным потоком плазмы вследствие разности магнитных давлений в невозмущенном столбе дуги и в бочкообразной конфигурации. При входе в турбулентную область диск разрушается, происходит интенсивное перемешивание холодного и горячего газа и разрушение теплового слоя. Частота появления «бочкообразных» возмущений ~ 200 Гц. Вероятно, этот процесс может определять резкое возрастание теплового потока в стенку канала плазмотрона в зоне перехода к турбулентному участку горения дуги и малую протяженность этой зоны [3].

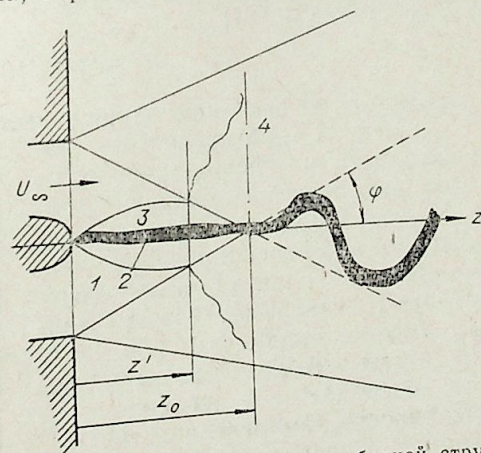


Рис. 1. Схема горения дуги в свободной струе. z_0 — координата разрушения теплового слоя; z' — координата конца ламинарного ядра; 1 — потенциальное ядро струи; 2 — столб дуги; 3 — тепловой слой; 4 — турбулентная зона.

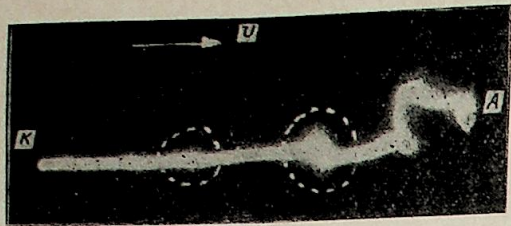


Рис. 2. Фотография симметричного возмущения столба дуги.

Измерения и расчеты показали, что в ламинарном потоке область перехода от свободного потока к газу, нагретому дугой, имеет порядок нескольких десятков длин свободного пробега молекул. Следовательно, в рамках сплошной среды эта область может рассматриваться как поверхность разрыва (скачок температуры на ней $\sim (0,9-1,0) \cdot 10^3$ К). Эта поверхность подвержена возмущениям довольно сложного вида: вблизи катода на ней появляются симметричные возмущения, которые по мере движения в сторону анода разбиваются по окружности на ряд отдельных образований (рис. 3). Возможно, что взаимодействие этих возмущений с хаотически пульсирующими турбулентными образованиями холодного внешнего потока может приводить к ускорению процесса разрушения теплового слоя. Для столба дуги характерны не только симметричные возмущения, но и спиральная (или винтовая) неустойчивость, которая возникает, как и первая, в ламинарной зоне. Особенно хорошо такой вид неустойчивости виден в турбулентной зоне при малых скоростях газа в струе. При увеличении скорости столб приобретает более сложную, хаотическую форму, появляются пробои между отдельными участками дуги, возникают несколько одновременно существующих проводящих каналов и т. д. (рис. 4). В зоне перехода к турбулентному режиму горения область колебаний столба дуги расширяется, а поперечный размер этой области, как показали статистические измерения, может быть описан формулой

$$D=0,3(z-z_0). \quad (1)$$

Измерения напряженности электрического поля, проведенные методом графического дифференцирования зависимости $U_g z$ и методом дифференцированного зонда [4], показали, что при переходе в область турбулентного режима горения ($z > z_0$) наблюдается возрастание напряженности электрического поля. На рис. 5 показано распределение напряженности по длине дуги. Кривая 1 рассчитана с помощью зависимости, полученной путем аппроксимации экспериментальных данных [5] без учета околоэлектродного участка (длина его порядка 5-6 диаметров столба дуги);

$$E_{0,л} = 6,04 \cdot 10^2 (U_\infty / I z)^{1/3} \quad (2)$$

и соответствует значению напряженности в ламинарном потоке.

Кривая 2 — распределение напряженности по длине, измеренное с помощью дифференциального зонда. Кривая 3 получена методом графического дифференцирования зависимости $U_g z$. Точки на кривых соответствуют экспериментальным данным. Можно видеть, что при $z < z_0$ результаты зондовых измерений хорошо совпадают со значением напряженности, вычисленной по (2). Начиная с координаты z' , происходит повышение напряженности, хотя пульсации дуги при съемках не регистрируются. Повышение напря-

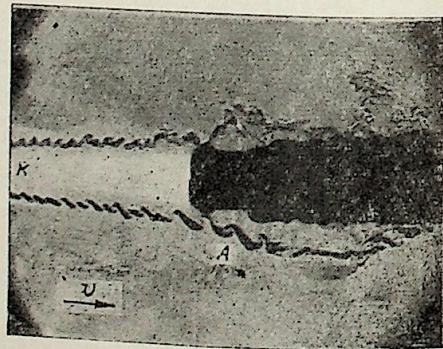


Рис. 3. Теневая фотография теплового слоя дуги.

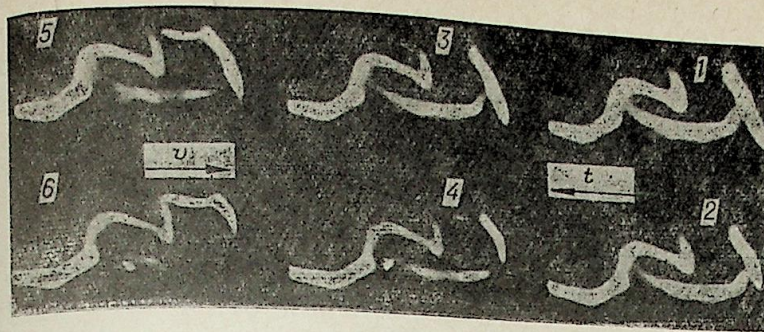


Рис. 4. Фотография столба дуги в турбулентном потоке.

женности связано, очевидно, с изменением условий теплообмена во внешней зоне теплового слоя дуги. По мере увеличения z появляются отклонения дуги относительно оси потока, что связано с проникновением турбулентных пульсаций во все более глубокие зоны дугового слоя. Наличие пульсаций может быть зафиксировано при съемках методом последовательного ослабления с большими экспозициями. Колебание столба дуги приводит к увеличению амплитуды пульсаций напряженности. Удлинение дуги приводит к тому, что измеряемая напряженность $E = dU_g/dz$ может отличаться от локального значения напряженности $E_0 = dU_g/ds$ в дуге на величину $E/E_0 = ds/dz$, определяемую приращением длины дуги. Подобный подход был принят в работе [1]. В качестве локального значения напряженности (E_0) принималось значение напряженности в конце ламинарного участка горения дуги. Возможно, что такой подход в какой-то мере оправдан, так как среди фиксируемых дифференциальным зондом значений напряженности отмечаются минимальные значения, близкие по своей величине к напряженности в ламинарном потоке. Эти точки нанесены на рис. 5 и отмечены звездочками. Вероятность их появления не превышает 10% от общего числа измерений.

Было сделано эмпирическое обобщение полученных результатов в виде зависимости величины $\delta E = E_\tau - E_\lambda$ от варьируемых в эксперименте определяющих факторов: I — силы тока дуги; v_∞ — скорости невозмущенного потока в ламинарном ядре струи; $(z - z_0)$ — координаты от начала турбулентной зоны. E_τ — измеряемое значение напряженности электрического поля; E_λ — значение напряженности в данной точке, если бы в ней течение оставалось ламинарным, т. е. в соответствии с формулой (2). В результате было получено соотношение

$$\delta E = c(z - z_0)^{1,27} v_\infty^{0,9} I^{-1}, \quad (3)$$

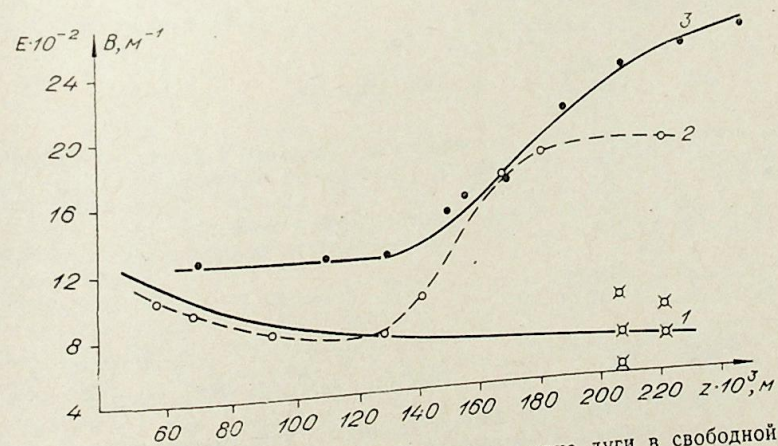


Рис. 5. Распределение напряженности по длине дуги в свободной струе. $I=100$ А; $v_\infty = 25$ м/с.

где $c=3,72$; $(z-z_0)$ [см]; E [В/см]; T [А]; v_∞ [м/с].

Сравнение экспериментальных данных с формулой (3) показано на рис. 6. На основании этой зависимости можно сделать вывод, что приращение мощности в турбулентной дуге $I\delta E$ определяется числом Рейнольдса $Re_z = \rho_\infty v_\infty z / \mu_\infty$ и некоторой функцией координат

$$I\delta E = c' Re_z^n f(z/z_0), \quad (4)$$

где $n=0,9$; $f(z/z_0) = [1 - (z_0/z)]^{1,27} (z/z_0)^{0,37}$.

Полученный результат отражает влияния на приращение мощности джоулева тепловыделения условий теплообмена (число Рейнольдса) и удлинения столба дуги $f(z/z_0)$. Была предпринята попытка теоретического получения формулы типа (4). Считается, что дуговой столб, прямолинейный в ламинарном ядре струи $0 \leq z < z_0$ (см. рис. 1), при попадании в турбулентную зону ($z > z_0$) приобретает винтообразную спиралевидную форму с осью, навитой на конус с полууглом φ . Предполагается, что повышение напряженности в столбе дуги осуществляется лишь за счет удлинения оси столба, а локальные свойства дуги остаются теми же, что и в ламинарном потоке, если бы он существовал в сечении с данной координатой z . Таким образом, для определения напряженности дуги достаточно найти длину оси дугового столба и воспользоваться результатами расчета дуги в свободном ламинарном потоке [4, 5]. Уравнение спирали, навитой на конус, с шагом h , который есть функция координаты, таково: $r = \text{tg } \varphi (z - z_0)$; $\varphi = 2\pi (z - z_0) / h$, где r —

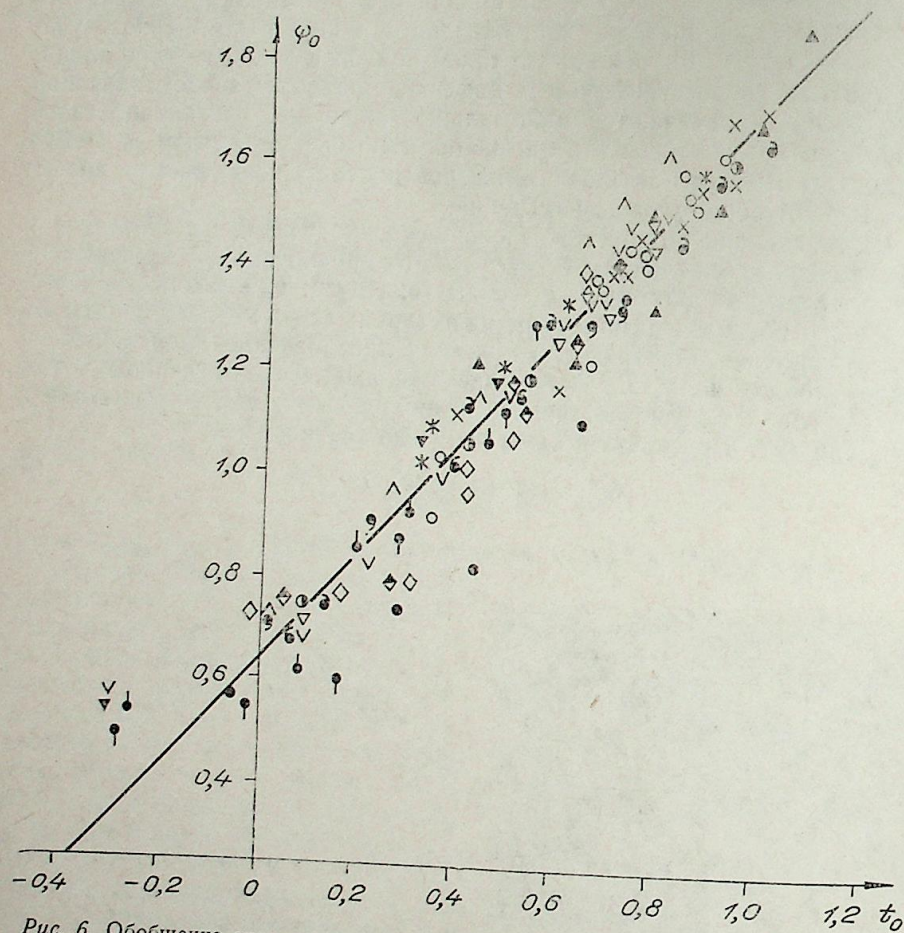


Рис. 6. Обобщение экспериментальных данных по напряженности электрического поля в турбулентной зоне свободной струи.

$$\psi_0 = I\delta E; t_0 = c' Re_z^n f(z/z_0).$$

радиус сечения конуса в данной точке. Длина спирали определяется уравнением

$$dl/dz = \{1 + \text{tg}^2 \varphi + [\text{tg}^2 \varphi 4\pi (z - z_0)^2 / h^2] \times [1 - d \ln h/d \ln (z - z_0)]^{1/2}\} \times \quad (5)$$

Чтобы определить h , воспользуемся соотношением [6]

$$h = Nr, \quad (6)$$

где N — некоторая постоянная, r — радиус дугового столба. Эксперименты показывают, что $r \approx \delta/k$, δ — радиальный размер теплового слоя дуги, горящей в ламинарном потоке; $k=4 \div 3$. Определим δ по формуле, аппроксимирующей расчетные и экспериментальные данные [4],

$$\eta = c_\eta \xi^m, \quad (7)$$

где

$$\eta = (2\pi\delta/l) (\lambda_\infty h_\infty \sigma_0 / c_{p_\infty})^{1/2},$$

$$\xi = 4\pi^2 h_\infty \lambda_\infty^2 \sigma_0 z / T^2 \rho_\infty v_\infty c_{p_\infty}^2,$$

индекс ∞ отвечает условиям в свободном потоке; σ_0 — характерное значение проводимости.

Приращение напряженности электрического поля дуги запишем в виде $\delta E = E_T - E_\pi$, т. е. на основании (5)

$$\delta E = E_\pi (dl/dz - 1). \quad (8)$$

Величину E_π найдем из формулы [4]

$$\psi = c_\psi \xi^p, \quad (9)$$

где $\psi = I E_\pi c_{p_\infty} / 2\pi \lambda_\infty h_\infty$.

Выражение (5) для dl/dz упростим, предположив, что $\text{tg}^2 \varphi \ll \ll 1$ ($\text{tg} \varphi \sim 0,15$), и взяв первый член разложения правой части (5). Тогда соотношение (8) может быть записано в виде

$$\delta\psi = (2\pi^2 \text{tg}^2 \varphi k^2 / N^2) Pe_z (\psi \xi / \eta^2) [(z - z_0)^2 / z^2] (1 - m(z - z_0) / z)^2. \quad (10)$$

Принимая $m=0,315$, $p=-0,370$ (при этом $c_\eta=2,82$, $c_\psi=7,60$), получаем выражение

$$\delta\psi = A \cdot Pe_z F(z/z_0), \quad (11)$$

которое по форме совпадает с (4). В постоянную A входит, по крайней мере, один коэффициент N , подбором которого можно вполне надежно совместить расчетные и экспериментальные данные. Главный результат заключается в том, что в формуле (11), так же как и в (4), нет зависимости приращения джоулевой мощности от силы тока, т. е. основные представления о процессах, влияющих на тепловыделение в дуге, горячей в турбулентной струе (по крайней мере, на начальном ее участке), достаточно верны.

Институт теплофизики
СО АН СССР, Новосибирск

Поступила в редакцию
29/VII 1976

ЛИТЕРАТУРА

- Л. И. Колонина, Б. А. Урюков. Напряженность электрической дуги в области взаимодействия с турбулентным пограничным слоем в плазмотроне с вихревой газовой стабилизацией. — Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1968, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.
- М. Ф. Жуков и др. Тепловые и электрические характеристики плазмотрона с секционированной межэлектродной вставкой. — Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1974, № 1, сер. техн. наук, вып. 3.
- М. Ф. Жуков, И. И. Засыпкин, М. И. Сазонов. Эффективность газовой завесы в плазмотронах осевой схемы. — Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1973, № 3, сер. техн. наук, вып. 1, с. 18—24.
- М. Ф. Жуков, А. С. Коротеев, Б. А. Урюков. Прикладная динамика термической плазмы. Новосибирск, «Наука», 1975. 300 с.
- В. М. Дубровин и др. Электрическая дуга в затопленной газовой струе. — ПМТФ, 1971, № 5, с. 17—23.
- K. Raggaller. Investigations on Instabilities of Electric Arcs. — Z. für Naturforschung, 1974, 290, S. 556—567.

В. С. ПЕРЕГУДОВ, Б. А. УРЮКОВ

СОПРОТИВЛЕНИЕ ДУГОВОГО РАЗРЯДА
ПО ОТНОШЕНИЮ К ЛИНЕЙНЫМ ВОЗМУЩЕНИЯМ

В работах [1, 2] получены уравнения динамической вольт-амперной характеристики дуги — зависимости между возмущенными величинами тока и напряжения для дуг, горящих в канале и в свободной струе. При этом применялся интегральный метод, основанный на постулировании существования подобных профилей энтальпии по сечению дуги. Изменение свойств дуги во времени учитывалось зависимостью от времени лишь одного параметра — энтальпии на оси столба дуги. Полученное выражение динамической вольт-амперной характеристики дуги в канале плазмотрона совпадает с полученным ранее [3] и используется при изучении динамики дуги постоянного тока и устойчивости работы плазмотрона [4—7]. На основе того же метода были рассчитаны «постоянные времени» дуги в разных газах [8], хорошо совпавшие с экспериментальными данными. Следует также упомянуть о расчетах свойств стационарных дуг [9], достаточно хорошо отвечающих эксперименту, проведенных тем же методом. Все это позволяет сделать вывод, что применение метода интегральных соотношений оправдано в исследованиях динамических свойств дуговых разрядов. Тем не менее упомянутая формула динамической вольт-амперной характеристики имеет один существенный недостаток — она верна только для длинноволновых возмущений, т. е. не учитывает изменения амплитуды возмущения по длине дуги или канала плазмотрона. Если длина канала достаточно велика или сравнима с длиной волны возмущения, то амплитуда возмущения может существенно изменяться вдоль канала, что, соответственно, может сильно влиять как на локальное сопротивление, так и на суммарное сопротивление дуги по отношению к малым возмущениям. В данной работе выведены соотношения для динамической характеристики дуги при возмущениях с произвольными длинами волн для случая, когда невозмущенное состояние характеризуется равновесием выделенного в дуге джоулева тепла и тепла, ушедшего в стенки канала плазмотрона.

1. Запишем уравнения динамики дуги, горящей в цилиндрическом канале, пренебрегая радиальной составляющей скорости, силой и работой силы трения, излучением, магнитным сжатием столба:
уравнение неразрывности

$$\partial \rho / \partial t + \partial (\rho u) / \partial x = 0, \quad (1.1)$$

уравнение движения

$$\partial (\rho u) / \partial t + \partial (\rho u^2) / \partial x = -\partial p / \partial x, \quad (1.2)$$

уравнение энергии

$$\begin{aligned} \partial (\rho h) / \partial t + \partial (\rho h u) / \partial x - \partial p / \partial t - u \partial p / \partial x = \\ = \sigma E^2 + (1/r) \cdot \partial (r \lambda / c_p \cdot \partial h / \partial r) / \partial r, \end{aligned} \quad (1.3)$$

уравнение состояния (газ считаем для простоты идеальным)

$$p = (\kappa - 1) \rho h / \kappa, \quad (1.4)$$

закон Ома

$$I = 2\pi E \int_0^R \sigma r dr. \quad (1.5)$$

В качестве одного из граничных условий принимается, что энтальпия газа на стенке канала остается постоянной во времени, т. е. предполагается достаточно большая тепловая инерционность системы теплопередачи через стенки и охлаждающей среды. Считается также, что давление и скорость постоянны по сечению канала. Последнее условие принято, во-первых, из соображений облегчения расчетов и, во-вторых, на основании того, что гидродинамика течения в цилиндрическом канале плазмотрона довольно слабо влияет на тепловые и электрические свойства дугового столба, если скорость потока дозвуковая (см., например [7, 9]). Уравнения (1.1)–(1.3) интегрируются по сечению канала. В последнем уравнении ρh заменяется на p через уравнение состояния.

Вводя понятие средней по сечению плотности

$$\rho_{\text{ср}} = (2/R^2) \int_0^R \rho r dr, \quad (1.6)$$

получаем в конечном счете те же уравнения, что и (1.1), (1.2), в которых ρ заменено на $\rho_{\text{ср}}$. Уравнение энергии (1.3) примет вид

$$\begin{aligned} [1/(\kappa - 1)] \partial p / \partial t + [\kappa/(\kappa - 1)] \partial (\rho u) / \partial x - u \partial p / \partial x = \\ = IE / \pi R^2 + (2/R) \cdot (\lambda / c_p \cdot \partial h / \partial r)_w, \end{aligned} \quad (1.7)$$

где индекс w означает условия на стенке. Зададимся, как и в ранее упомянутых работах, профилем энтальпии в сечении канала

$$h = h_w + (h_m - h_w) [1 - f(r/R)], \quad (1.8)$$

где h_m — значение энтальпии на оси, а $f(r/R)$ — некоторая четкая функция, причем $f(0) = 0$; $f(1) = 1$. В дальнейшем примем

$$f(r/R) = (r/R)^2 \quad (1.9)$$

Используя (1.9), можно найти последний член в уравнении (1.7):

$$(\partial h / \partial r)_w = -(h_m - h_w) \cdot 2/R \quad (1.10)$$

и найти связь между $\rho_{\text{ср}}$ и h_m , которая заменит уравнение состояния. Из (1.4) находим

$$\rho_{\text{ср}} = \kappa p^2 / [(\kappa - 1) R^2] \int_0^R r/h \cdot dr = \kappa p / [(\kappa - 1) (h_m - h_w)] \ln (h_m / h_w). \quad (1.11)$$

Примем зависимость проводимости от энтальпии в виде

$$\sigma = \sigma_0 (h/h_w - 1)^n. \quad (1.12)$$

Тогда закон Ома (1.5) вместе с (1.8), (1.9) примет вид

$$I = \pi \sigma_0 E R^2 (h_m/h_w - 1)^n / (n+1). \quad (1.13)$$

2. Исследуем реакцию полученной системы уравнений (1.1), (1.2), (1.7), (1.11), (1.13) на малые возмущения. Для этого, как обычно,

представим все параметры, входящие в систему, в виде $\varphi = \varphi^0 + \varphi'$, где φ^0 — значение параметра φ в невозмущенном состоянии. Для простоты рассмотрим лишь случай, когда в невозмущенном состоянии скорость течения равна нулю ($u^0 = 0$). Система уравнений имеет вид

$$\partial \rho' / \partial t + \rho^0 \partial u' / \partial x = 0, \quad (2.1)$$

$$\rho^0 \partial u' / \partial t = -\partial p' / \partial x, \quad (2.2)$$

$$[1/(\kappa - 1)] \partial p' / \partial t + [\kappa \rho^0 / (\kappa - 1)] \partial u' / \partial x = [I^0 E^0 / (\pi R^2)] (I' / I_0 + E' / E_0) - 4\lambda_w h_m' / (R^2 c_{p_w}), \quad (2.3)$$

$$\rho' / \rho^0 = \rho' / \rho^0 + ch_m' / h_m^0, \quad (2.4)$$

$$c = h_m^0 / (h_m^0 - h_w) - 1 / \ln(h_m^0 / h_w), \quad (2.4)$$

$$I' / I_0 = E' / E_0 + nh_m' / (h_m^0 - h_w) \quad (2.5)$$

В невозмущенном состоянии все параметры плазмы постоянны по длине дуги и имеют место соотношения

$$I^0 E^0 = 4\pi \lambda_w (h_m^0 - h_w) / c_{p_w}, \quad (2.6)$$

$$I^0 = [\pi \sigma_0 E^0 R^2 (h_m^0 / h_w - 1)^n] / (n + 1). \quad (2.7)$$

Системе уравнений (2.1) — (2.5) с постоянными коэффициентами удовлетворяет простая волна

$$\varphi' = \varphi_*' e^{i(\omega t + kx)}, \quad (2.8)$$

где ω — частота возмущения; k — волновой вектор (длина волны $\lambda = 2\pi/k$). Однако применительно к данной системе необходимо учитывать, что волна возмущения тока имеет бесконечную длину, что следует из уравнения Ампера в пренебрежении током смещения (т. е. считая, что электромагнитные волны движутся со скоростью, намного большей скорости звуковых и тепловых волн) $j = \text{rot } H$, $\text{div } j = 0$, или в нашем случае $dI/dx = 0$. Следовательно, волна тока может зависеть только от времени

$$I' = I_0' e^{i\omega t}. \quad (2.9)$$

Остальные возмущенные параметры имеют вид простой волны (2.8).

На основании этой особенности должна существовать связь между ω и k . Чтобы найти эту связь, представим все возмущения в виде подобном (2.9). Здесь φ_0 есть функция x . Тогда, произведя все необходимые преобразования, учитывая, что $I_0 = \text{const}$, получим

$$d^2 z / d\bar{x}^2 = [\kappa \bar{\omega}^2 (1 + i\bar{\omega}T) (z_0 - z)] / (1 + i\kappa \bar{\omega}T), \quad (2.10)$$

где

$$Z = E_0' I_0' / E_0 I_0'; \quad \bar{x} = x/R; \quad \bar{\omega} = \omega R / a^0; \quad \eta = -(n-1)/(n+1) = \partial \ln E^0 / \partial \ln I^0;$$

$$T = [\text{Re} ch_0 \rho^0] / [4\kappa h_m^0 \rho_0 (n+1)];$$

$$\text{Re} = [\rho_0 a^0 R c_{p_w}] / \lambda_w,$$

$$Z_0 = (\eta + i\bar{\omega}T) / (1 + i\bar{\omega}T), \quad (2.11)$$

ρ_0 , h_0 , ρ_0 — «начальные» значения плотности, энтальпии и давления, удовлетворяющие уравнению состояния (1.4); $a^0 = \sqrt{(\kappa \rho^0 / \rho^0)}$ — скорость звука в невозмущенной плазме. Величина z отражает сопротивление плазмы малым возмущениям; η — наклон вольт-амперной характеристики дуги.

В случае длинноволновых возмущений $dz/d\bar{x} = 0$ и $z = z_0$, что точно совпадает с выражением, полученным в [1, 3]. При произвольных длинах волн решением (2.10) является

$$Z - Z_0 = Z_* e^{k\bar{x}}, \quad (2.12)$$

где волновое число \bar{k} связано с $\bar{\omega}$ выражением

$$\bar{k}^2 = [-\kappa \bar{\omega}^2 (1 + i\bar{\omega}T)] / (1 + i\kappa \bar{\omega}T) \quad (2.13)$$

или

$$kT = \pm \omega_* (A + iB), \quad (2.14)$$

где $\omega_* = \bar{\omega}T$;

$$A = \{ \kappa/2 \{ \sqrt{[1 + (\kappa^2 + 1)\omega_*^2 + \kappa^2\omega_*^4]} - (1 + \kappa\omega_*^2) \} : (1 + \kappa^2\omega_*^2) \}^{1/2},$$

$$B = \{ \kappa/2 \{ \sqrt{[1 + (\kappa^2 + 1)\omega_*^2 + \kappa^2\omega_*^4]} + 1 + \kappa\omega_*^2 \} : (1 + \kappa^2\omega_*^2) \}^{1/2}. \quad (2.15)$$

Чтобы определить постоянные интегрирования $z_{1,2}$ в (2.12), соответствующие двум корням (2.14), необходимо удовлетворить определенным граничным условиям, которые будут различными в зависимости от того, закрыт или открыт тот или иной торец канала плазмодуны. Если торец открыт, то можно поставить условие $p' = 0$ в данном месте; если торец закрыт, то следует поставить условие $u' = 0$.

Возвращаясь к уравнениям в приращениях, находим, что для открытого торца имеет место соотношение

$$z = z' (\eta + i\omega_* \kappa) / (1 + i\omega_* \kappa), \quad (2.16)$$

для закрытого торца

$$dz/d\bar{x} = 0. \quad (2.17)$$

В случае, когда оба торца канала закрыты, получаем $z_1 = z_2 = 0$, т. е. $z = z_0$. Если оба торца открыты, то

$$(z - z_0) / (z' - z_0) = [e^{k\bar{x}} - e^{-k\bar{x}} + e^{k(\bar{L} - \bar{x})} - e^{-k(\bar{L} - \bar{x})}] : (e^{k\bar{L}} - e^{-k\bar{L}}), \quad (2.18)$$

где L — длина канала, $\bar{L} = L/R$; k — корень (2.14) со знаком плюс.

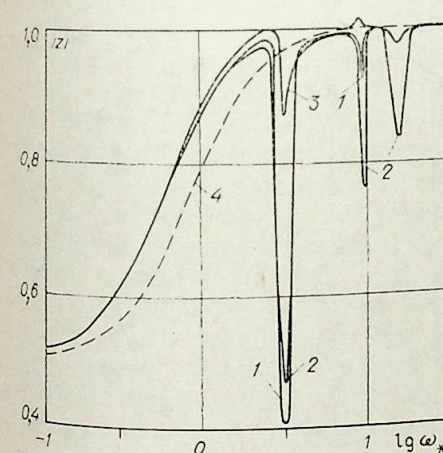


Рис. 1. Изменение сопротивления дуги по частоте при открытых торцах канала. 1 — $|z|$; 2 — $|z|$ при $x_* = 0.1$ и 0.9 ; 3 — $|z|$ при $x_* = 0.5$; 4 — $|z_0|$.

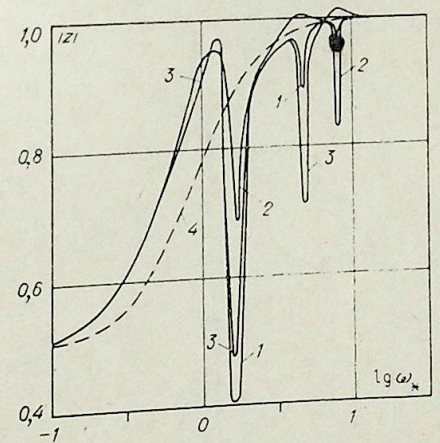


Рис. 2. Изменение сопротивления дуги по частоте при закрытом входном и открытом выходном торцах канала. 1 — $|z|$; 2 — $|z|$ при $x_* = 0.1$; 3 — $|z|$ при $x_* = 0.5$; 4 — $|z_0|$.

В том случае, когда начальный торец ($\bar{x}=0$) закрыт, а выходной торец ($\bar{x}=\bar{L}$) открыт, получаем

$$(z - z_0)/(z' - z_0) = (e^{k\bar{x}} + e^{-k\bar{x}})/(e^{k\bar{L}} + e^{-k\bar{L}}). \quad (2.19)$$

Для обратного случая в (2.19) следует заменить \bar{x} на $\bar{L}-\bar{x}$. Среднее значение сопротивления всего канала равно

$$\bar{z} = (1/\bar{L}) \int_0^{\bar{L}} z dx. \quad (2.20)$$

В случае закрытых торцов очевидно $\bar{z}=z=z_0$. При открытых торцах $(\bar{z} - z_0)/(z' - z_0) = 2(e^{k\bar{L}} + e^{-k\bar{L}} - 2) : [k\bar{L} \cdot (e^{k\bar{L}} - e^{-k\bar{L}})]. \quad (2.21)$

Для закрытого начального и открытого выходного торцов имеем

$$(\bar{z} - z_0)/(z' - z_0) = (e^{k\bar{L}} - e^{-k\bar{L}}) : [k\bar{L} (e^{k\bar{L}} + e^{-k\bar{L}})]. \quad (2.22)$$

3. Чтобы определить, насколько сильно может влиять на локальное и интегральное сопротивление дуги по отношению к малым возмущениям учет конечности длины волны возмущения, были проделаны расчеты, некоторые результаты которых представлены на рис. 1—8. Для определенности было принято: $\kappa=1,4$; $\eta=-0,5$; $L=\bar{L}/T=1$.

На рис. 1 и 2 показано изменение среднего сопротивления всей дуги и в отдельных сечениях канала ($x=\bar{x}/T$) в зависимости от частоты. Видно, что при определенных частотах возникает острое резонансное снижение сопротивления. За первым резонансом могут следовать еще несколько. Как в области сильного резонанса ($\omega=\omega_p$), так и при промежуточных значениях частоты ($0 < \omega < \omega_p$) заметно отличие сопротивления от значения, соответствующего формуле (2.11). Следует отметить, что локальное сопротивление может превысить величину $|z|=1$ (рис. 2), что невозможно, если следовать формуле (2.11). Зависимость сдвига фазы от частоты (рис. 3, 4) в большей части диапазона частот носит индуктивный характер, т. е. ток отстает от напряжения. В зоне резкого резонанса происходит изменение вида зависимости: ток опережает напряжение, т. е. сдвиг фазы становится емкостным. Экспериментальные результаты работы [10] подтверждают возможность подобного перехода вида зависимости $\varphi(\omega)$. Фазочастотная характеристика, подобно амплитудно-частотной, имеет несколько резонансных зон.

На рис. 5, 6 показано изменение локального сопротивления дуги по длине канала вблизи резкого резонанса. Видно, что сопротивление может изменяться по длине в 1,5—2 раза, тогда как по формуле (2.11) сопротивление постоянно по длине. Соответствующее изменение угла сдвига фазы показано на рис. 7, 8. Видно, что с изменением частоты локальный угол сдвига фазы может меняться немонотонно, причем в зависимости от рассматриваемой точки направление изменения угла φ может быть совершенно различным.

При изменении знака η качественная картина поведения $|z|$ не меняется, также как не меняется и вариация угла φ в резонансных зонах. Лишь при малых $\omega|z|=|\eta|$ и угол сдвига фазы существ-

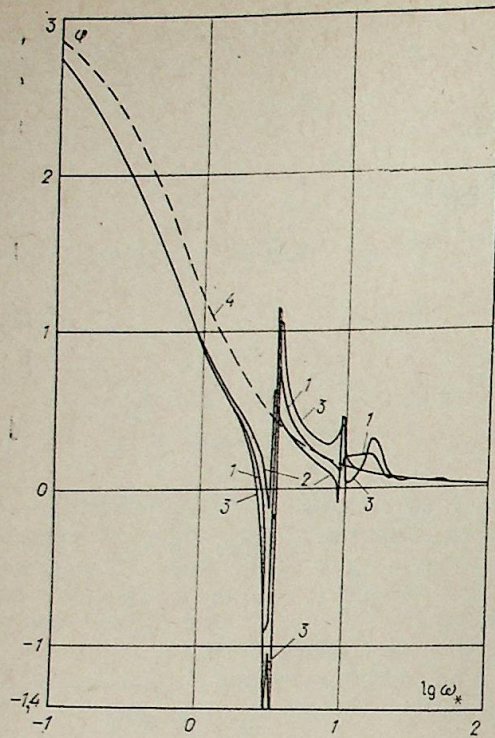


Рис. 3. Изменение угла сдвига фазы по частоте при открытых торцах канала.

1 — $\bar{\varphi}$; 2 — φ при $x_* = 0,1$ и $0,9$; 3 — φ при $x_* = 0,5$; 4 — φ_0 .

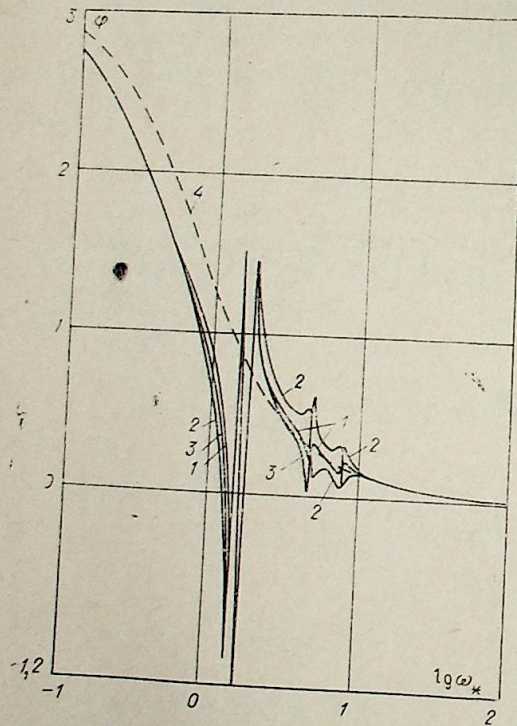


Рис. 4. Изменение угла сдвига фазы по частоте при закрытом входном и открытом выходном торцах канала.

1 — $\bar{\varphi}$; 2 — φ при $x_* = 0,1$; 3 — φ при $x_* = 0,5$; 4 — φ_0 .

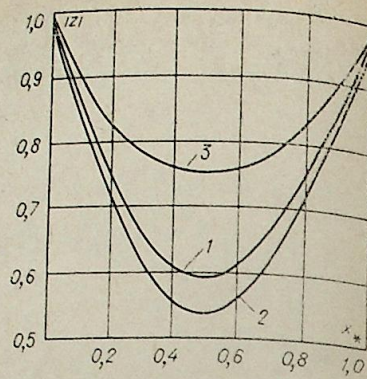


Рис. 5. Изменение сопротивления дуги по длине канала при открытых торцах.

1 — $\lg \omega_* = 0,45$; 2 — $\lg \omega_* = 0,5$; 3 — $\lg \omega_* = 0,55$.

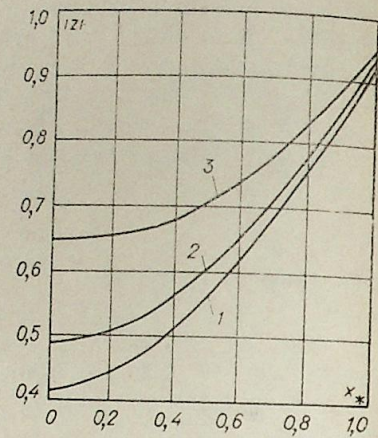


Рис. 6. Изменение сопротивления дуги по длине канала при закрытом входном и открытом выходном торцах.

1 — $\lg \omega_* = 0,15$; 2 — $\lg \omega_* = 0,2$; 3 — $\lg \omega_* = 0,25$.

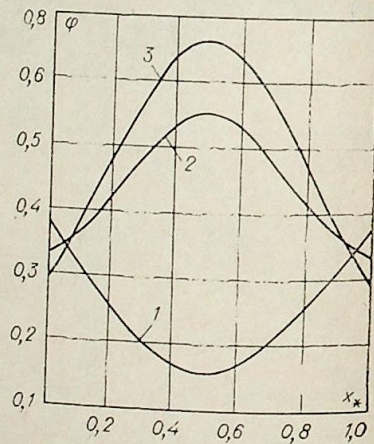


Рис. 7. Изменение угла сдвига фаз по длине канала при открытых торцах.

1 — $\lg \omega_* = 0,45$; 2 — $\lg \omega_* = 0,5$; 3 — $\lg \omega_* = 0,55$.

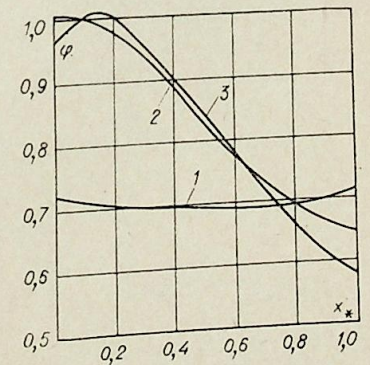


Рис. 8. Изменение угла сдвига фаз по длине канала при закрытом входном и открытом выходном торцах.

1 — $\lg \omega_* = 0,45$; 2 — $\lg \omega_* = 0,2$; 3 — $\lg \omega_* = 0,25$.

венно зависит от знака η , как и по формуле (2.11): если $\eta=0$, то $\varphi \rightarrow \pi/2$ при $\omega \rightarrow 0$; если $\eta>0$, то $\varphi \rightarrow 0$ при $\omega \rightarrow 0$; если $\eta<0$, то $\varphi \rightarrow \pi$ при $\omega \rightarrow 0$.

Таким образом, учет конечности длины волны возмущения может приводить к существенным изменениям как сопротивления дуги, так и угла сдвига фазы, что необходимо учитывать при проведении измерений, а также в теоретических исследованиях.

Институт теплофизики
СО АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
1/X 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. А. Урюков. О динамической вольт-амперной характеристике плазмотрона постоянного тока.— Тез. докл. V Всес. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы, ч. 1. Новосибирск, 1972, с. 84—86.
2. Б. А. Урюков, С. М. Хайтман. Динамическая характеристика дуги, находящейся в потоке газа.— «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1973, № 3, сер. техн. наук, вып. 1, с. 13—17.
3. М. Е. Заруди. Уравнение динамики дуги и динамические свойства дуги при малых возмущениях.— Тр. ВЗЭИ, вып. 29, 1965, с. 25.
4. Ю. П. Камаев, В. Н. Цапенко, М. И. Уманский, В. М. Егоров, Н. Г. Бабенко. Локальные частотные характеристики электрической дуги.— В кн.: Устойчивость горения электрической дуги. Новосибирск, 1973, с. 25—37.
5. В. С. Перегудов, Б. А. Урюков. Динамическая вольт-амперная характеристика плазмотрона постоянного тока (теория и эксперимент).— В кн.: Устойчивость горения электрической дуги. Новосибирск, 1973, с. 7—15.
6. Ю. П. Камаев, М. Н. Уманский, М. Г. Стулаченко, В. М. Дружинин. Внешние динамические характеристики дуги при низкочастотных возмущениях.— Тез. докл. VI Всес. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Фрунзе, 1974, с. 256—259.
7. М. Ф. Жуков, А. С. Коротеев, Б. А. Урюков. Прикладная динамика термической плазмы. Новосибирск, «Наука», 1975, с. 298.
8. Л. И. Колонина, Б. А. Урюков. Расчет постоянной времени электрической дуги в разных газах.— В кн.: Физика, техника и применение низкотемпературной плазмы. Изд. Каз. ПТИ, Алма-Ата, 1970, с. 142.
9. Л. И. Колонина, Б. А. Урюков. Приближенный расчет ламинарного электродугового разряда в цилиндрическом канале.— «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1972, № 3, сер. техн. наук, вып. 1, с. 3—13.
10. А. С. Сергиенко, А. Г. Шашков. ИФЖ, т. 19; № 41970, с. 669—677.

УДК 621.1.016+536.24

Б. А. ГОШМЕР, А. М. ШВАРЦБУРГ

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ РАДИАЦИОННО-КОНДУКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН В ОРГАНИЧЕСКИХ СТЕКЛАХ ПРИ НАЛИЧИИ КОНВЕКЦИИ НА ПОВЕРХНОСТИ

Нагрев органических стекол перед их последующей обработкой осуществляется горячим воздухом. Так как теплопроводность стекла мала, то нагрев его до заданной температуры по всей толщине требует больших затрат времени (так, для нагрева органического стекла типа СО-120 толщиной 45 мм до температуры 110°C необходимо 140 мин). Для интенсификации процессов в глубинных слоях органического стекла можно использовать высокотемпературные источники тепловой радиации, однако при этом поверхность стекла испытывает значительные тепловые нагрузки. Устранить это нежелательное явление можно путем конвективного охлаждения поверхности образца.

В настоящей работе исследуется возможность применения радиации и конвекции для нагрева органических стекол.

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 1. В качестве источников тепловой радиации использованы лампы типа КИ-220-1000 с температурой спирали 2400 К. При этой температуре спектр излучения ламп хорошо согласуется со спектральными характеристиками органического стекла [1] и тепловое излучение проникает в

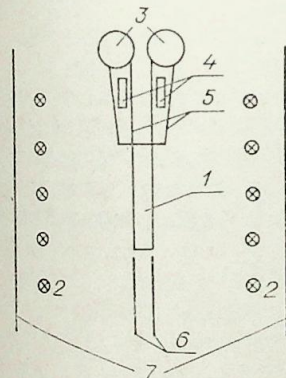


Рис. 1. Схема экспериментальной установки.

1 — пластина органического стекла; 2 — лампы КИ-220-1000; 3 — воздушные насосы; 4 — нагреватели; 5 — направляющие сопла; 6 — симметрирующие экраны; 7 — экраны.

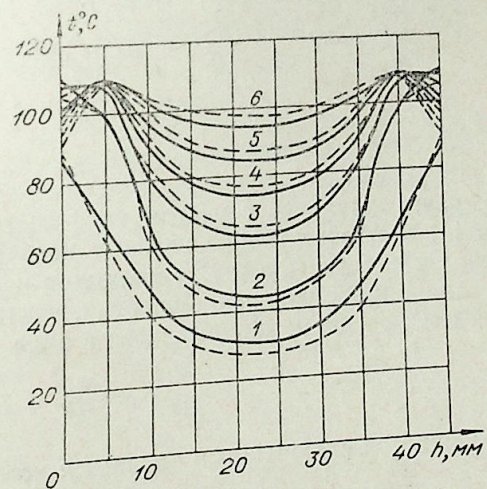


Рис. 2. Сравнение экспериментальных (сплошные линии) и расчетных (штриховые линии) температурных полей при нагреве оргстекла. 1 — через 2 мин после начала нагрева; 2 — через 5 мин; 3 — через 10 мин; 4 — через 15 мин; 5 — через 20 мин; 6 — через 25 мин.

глубь образца. Обдув стекла потоком воздуха производится вдоль поверхности центробежными насосами 3 с приводами от двигателей постоянного тока. Это позволяет осуществить плавную регулировку скорости подачи воздуха и поддержания ее на выходе из направляющих сопел 5 постоянной. Скорость на выходе сопел поддерживалась $15 \pm 0,3$ м. Нагреватели 4 из нихромового провода обеспечивают нагрев воздуха до заданной температуры. Температура воздуха на выходе из направляющих сопел 5 регулируется автоматическим потенциометром, работающим в комплекте с хромель-алюмелевой термопарой. Для повышения точности задания температуры воздуха напряжение питания нагревателей регулируется. Температура воздуха $70 \pm 1,5^\circ\text{C}$. Экраны 6 симметрируют плотность потока тепловой энергии, падающей на образец 1. Толщина образца органического стекла 45 мм. Хромель-алюмелевые термопары установлены в образце на глубине 0, 5, 10 и 15 мм от поверхности. Диаметр головки термопары 0,2 мм. В установке предусмотрен импульсный режим работы ламп, которые включаются в период, когда температура стекла ниже 110°C и выключаются в момент достижения этой температуры любой из точек установки термопар.

Полученные экспериментально результаты сопоставлялись с теоретически рассчитанным распределением температур в стекле. В связи с симметричным характером нагрева рассматривалась половина слоя и начало координат принималось в центре образца. При невысоких температурах собственное излучение прогреваемого образца приходится на те длины волн, для которых стекло непрозрачно (излучает только поверхность), и для расчета объемного результирующего поглощения излучения использовалось приближение холодной среды [2]:

$$\eta = 2 \int_0^\infty \tau_{o\lambda} (1 - r_\lambda) E_{\text{пл}\lambda} \{E_2 [\tau_{o\lambda} (1 + h)] + E_1 [\tau_{o\lambda} (1 - h)]\} d\lambda, \quad (1)$$

где $\tau_{o\lambda}$ — спектральная оптическая толщина; r_λ — спектральный полусферический коэффициент отражения поверхности тела; $E_{\text{пл}\lambda}$ — безразмерная спектральная полусферическая плотность падающего излучения; h — безразмерная координата; E_2 — экспоненциальный интеграл.

Плотность падающего излучения связана с максимальной температурой образца соотношением

$$E_{\text{пл}\lambda} = 0, \text{ если } \max \Theta = \Theta_{\text{max}}, \quad (2)$$

$$E_{\text{пл}\lambda} = E_\lambda, \text{ если } \max \Theta < \Theta_{\text{max}}, \quad (3)$$

где Θ — безразмерная температура.

Величины E_λ , зависящие от размеров и расположения ламп и экранов, рассчитывались с учетом конфигурации излучающей системы (см. рис. 1), соответствующие угловые коэффициенты определялись для цилиндра и пластины, а также цилиндра и двух параллельных пластин [2]. Нестационарное уравнение энергии, учитывающее перенос тепла кондукцией и излучением, записывается в виде

$$\frac{\partial \Theta}{\partial F_0} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial h^2} + Iw \eta \quad (4)$$

и замыкается следующими краевыми условиями:

$$\Theta|_{F_0=0} = \Theta_0, \quad (5)$$

$$\frac{d\Theta}{dh} = 0 \text{ при } h=0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial h} = Iw\epsilon (E_{\text{пл}} - \Theta^4) - \text{Bi} (\Theta - \Theta_c) \text{ при } h=1, \quad (7)$$

где F_0 — число Фурье; Iw — критерий Иванова; ϵ — интегральная полусферическая степень черноты поверхности стекла; $E_{\text{пл}} = \int_0^\infty E_{\text{пл}\lambda} d\lambda$ — интегральная полусферическая плотность падающего излучения; Bi — критерий Био, Θ_c — безразмерная температура набегающего потока воздуха. Граничное условие (6) отражает симметрию нагрева. Первый член уравнения тепловой энергии, второй — отвод теплоотдачи конвекцией. Коэффициент конвективной теплоотдачи рассчитывался по формуле [3]: $\text{Nu} = 0,3\text{Re}^{0,5}$.

Краевая задача (4) — (7) решалась методом конечных разностей и итераций. Использовалась неявная разностная схема на переменной сетке, сгущающейся вблизи границы $h=1$. Системы конечно-разностных уравнений на каждой итерации решались методом прогонки. Экспоненциальные интегралы, входящие в соотношение (1), вычислялись с помощью квадратурной формулы Гаусса. При интегрировании по длине волны весь спектр разбивался на ряд интервалов, в каждом из которых проводилось усреднение радиационных свойств. Условия (2) и (3) выполнялись приближенно: колебания максимальных значений температуры образца после первого отключения ламп допускались в пределах 2° .

Сравнение экспериментальных и расчетных значений температуры приводится на рис. 2. Следует отметить хорошее совпадение полученных результатов. Наибольшее расхождение результатов расчета и эксперимента наблюдается на поверхности и вблизи лежащих к поверхности слоев, т. е. в зоне наиболее интенсивного теплообмена. Это связано с тем, что режимы работы ламп, зависящие от скорости изменения максимальной температуры прогреваемого материала, неодинаковы в эксперименте и в расчете, так как точки регистрации максимальной температуры образца в эксперименте расположены реже, чем в расчете.

Обращает на себя внимание неодинаковый характер изменения температуры различных точек образца. В момент первого отключения ламп максимальное значение температуры наблюдается на поверхности стекла, постепенно максимум температуры смещается в глубь образца, а температура поверхности уменьшается. На расстоянии 5 мм от поверхности температура вначале резко возрастает, а затем почти не изменяется. В глубинных слоях температура растет в течение всего процесса.

Объяснение этого явления следует искать во взаимодействии различных видов переноса тепловой энергии. На начальной стадии нагрева во всем объеме образца происходит поглощение падающего извне излучения. Наиболее интенсивно тепловая радиация поглощается поверхностным слоем, температура которого быстро возрастает. После отключения ламп температура поверхностного слоя стекла уменьшается за счет конвективного отвода тепла и собственного излучения. Из-за низкой теплопроводности материала глубина охлаждения невелика, и вблизи поверхности образуются максимум температуры. В период повторного включения ламп в результате объемного поглощения тепловой радиации начинается увеличение температуры всех точек неравномерно нагретого образца. Скорости изменения температур таковы, что макси-

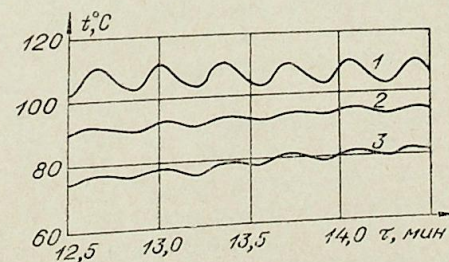


Рис. 3. Вид температурных волн. 1 — на поверхности оргстекла; 2 — на глубине 10 мм; 3 — на глубине 15 мм.

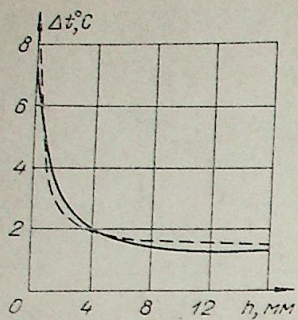


Рис. 4. Затухание температурных волн по глубине органического стекла.

Сплошные линии — экспериментальные данные. Штриховые линии — расчетные данные.

Результаты проведенного исследования могут оказаться полезными при проектировании промышленных установок и разработке технологических режимов нагрева органических стекол.

Новосибирский авиационный завод
им. В. П. Чкалова

Поступила в редакцию
8/XII 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. А. Рубцов, Е. И. Аверков, Б. А. Гошмер, А. А. Емельянов. Установки для исследования спектральных характеристик органического стекла. И.Л. ЦНТИ № 446—76. Новосибирск, 1976.
2. Р. Зигель, Дж. Хауэлл. Теплообмен излучением. М., «Мир», 1975.
3. М. А. Михеев, И. М. Михеева. Основы теплопередачи. М., «Энергия», 1973.

малое значение температуры по-прежнему наблюдается в толще слоя.

Импульсный режим работы источников излучения приводит к образованию близких по фазе температурных волн (рис. 3). Быстрое затухание амплитуды волн с глубиной (рис. 4) объясняется малой теплопроводностью органического стекла.

Скорость изменения максимальной температуры образца зависит от величин градиентов температур, определяющих кондуктивный отвод тепла, и от близости экстремальной точки к поверхности образца, что определяет влияние конвекции. В процессе нагрева происходит выравнивание температур в слое, а точка максимума температуры удаляется от поверхности. В связи с этим длительность включения ламп уменьшается, а отклю-

УДК 621.311.016

А. Х. КАЛЮЖНЫЙ, Ю. В. СОКОЛОВ, Л. А. ГРЕБ

ВЫБОР АЛГОРИТМА РАСЧЕТА ПОСЛЕАВАРИЙНЫХ РЕЖИМОВ ПРИ БОЛЬШИХ НЕБАЛАНСАХ МОЩНОСТИ В ЭНЕРГОСИСТЕМЕ И АНАЛИЗ АПЕРИОДИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ТАКИХ РЕЖИМОВ

В практике эксплуатации энергосистем возникают аварийные ситуации, связанные с небалансами мощности. Они обусловлены отключением генераторов, нагрузок или межсистемных связей. Если электро-механические колебания в системе, вызванные аварией, не приводят к нарушению динамической устойчивости, то они затухают, и изменение скорости вращения генераторов станции происходит монотонно.

При дефиците мощности и понижении частоты турбины, оборудованные автоматическими регуляторами скорости (АРС), нагружаются и ограничивают снижение частоты. Затем станции, которые выделены для вторичного регулирования, восстанавливают номинальную частоту в системе. Такое регулирование имеет место лишь при наличии необходимого вращающегося резерва. В противном случае мощности регулирующих станций достигают максимально возможных значений, а понижение частоты продолжается. При достижении 48,5 Гц начинается действие автоматической частотной разгрузки (АЧР), а также производится частотный пуск гидрогенераторов. При значительных избытках мощности частота повышается, генераторы разгружаются до минимально возможных значений, а затем действует автоматика, отключающая часть агрегатов.

Послеаварийные режимы (особенно при дефицитах мощности) характеризуются повышенными перетоками мощности, большими отклонениями напряжений от номинальных значений, введением ограничений. Поэтому следует проверять статическую устойчивость этих режимов.

Для анализа послеаварийных режимов следует моделировать измененное поведение энергосистемы. При этом необходимо учитывать изменение частоты. Однако до недавнего времени все программы расчета установившихся режимов не позволяли учитывать изменение частоты. Каждая из этих программ предполагает наличие балансирующего узла, активная мощность в котором определяется в результате расчета режима при фиксированной частоте, равной номинальной.

Для создания программы, учитывающей изменение частоты, разработан алгоритм, согласно которому частота рассматривается как параметр, фиксированный при расчете режима. Расчет режима при фиксированной частоте ω_i можно провести с помощью одной из существующих программ, для чего все исходные данные приводятся к частоте ω_i . Искомый режим при произвольной частоте определяется в результате расчета нескольких режимов при фиксированных частотах. Один из узлов схемы условно назначается балансирующим. Направленный поиск искомой частоты осуществляется методом Ньютона путем сравнения ве-

личины мощности, полученной из расчета режима, с действительной мощностью в этом узле [1]. Предположим, что в результате расчета режима при частоте ω_l мощность балансирующего узла оказалась равной $P_{\text{ст}}$. Действительная мощность генератора и нагрузки в этом узле равна $P_{\text{г}}$, $P_{\text{н}}$. Разность $\Delta P_l = P_{\text{ст}} - (P_{\text{г}} - P_{\text{н}})$ определяет различие между искомой частотой и ω_l . Уточнение значения частоты осуществляется по упрощенному выражению

$$\omega_{l+1} = \omega_l + \frac{\Delta P_l}{\sum_{j=1}^n \left. \frac{\partial P_{\text{н}j}}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_l} - \sum_{i=1}^m \left. \frac{\partial P_{\text{г}i}}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_l}}, \quad (1)$$

где ω_l — частота в относительных единицах, n — число узлов нагрузки, в m из которых имеются генераторы. Затем при ω_{l+1} рассчитывается режим. Аналогичные итерации по частоте проводятся до тех пор, пока не будет выполнено неравенство

$$\Delta P < \epsilon, \quad (2)$$

где ϵ — заранее заданная точность расчетов.

Описанный алгоритм использован в программе РАПУС — ОМЕГА, разработанной в 1974 г. [2]. На этом же алгоритме основана последняя модификация программы РАПУС-4. Обе программы позволяют рассчитывать нормальные и послеаварийные режимы с учетом изменения частоты и анализировать их статическую устойчивость. Для расчета режимов при фиксированных частотах в них используются блоки программы СДО-4, разработанной в Сибирском энергетическом институте СО АН СССР (г. Иркутск).

При расчете послеаварийных режимов по программе РАПУС-4 эквивалентные генераторы или станции моделируются в общем случае зависимостью, представленной на рис. 1. В диапазоне $P_{\text{min}} < P < P_{\text{max}}$ действует регулятор скорости. При достижении P_{max} или P_{min} действие АРС прекращается и $P_{\text{г}} \approx \text{const}$. Если частота понижается до $\omega \leq \omega''$, то моделируется пуск генераторов мощностью $\Delta P_{\text{г}}'$, а при $\omega \geq \omega''$ — отключение части генераторов $\Delta P_{\text{г}}''$. Нагрузки учитываются статическими характеристиками $P(U, \omega)$, $Q(U, \omega)$. Кроме того, в каждом узле моделируется АЧР с тремя уставками по частоте (рис. 2).

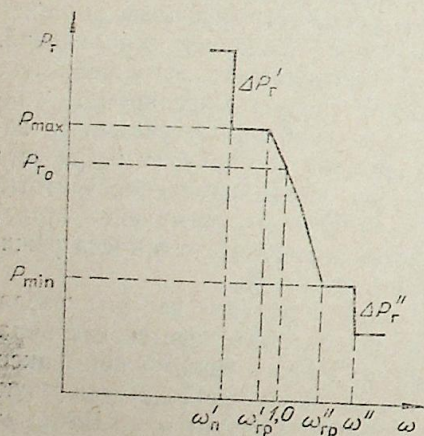


Рис. 1. Изменение мощности эквивалентной станции в зависимости от частоты с учетом ограничений и действия противоаварийной автоматики.

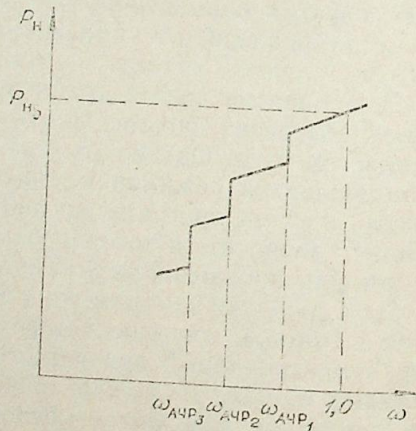


Рис. 2. Изменение мощности узла нагрузки с учетом действия автоматической частотной разгрузки.

При расчете послеаварийных режимов, обусловленных небалансом мощности, анализируется величина небаланса как функция частоты. При этом условно предполагается, что изменение частоты происходит монотонно и бесконечно медленно. Пусть известен доаварийный режим в энергосистеме при номинальной частоте. Необходимо рассчитать послеаварийный режим, обусловленный дефицитом мощности $\Delta P_{\Sigma 0}$. Если бы кривые $P_{\text{г}}(\omega)$ и $P_{\text{н}}(\omega)$ не имели изломов и разрывов, то величину изменения частоты можно было бы сразу оценить по выражению (1), как это показано на рис. 3. Для учета реальных зависимостей $P_{\text{г}}(\omega)$,

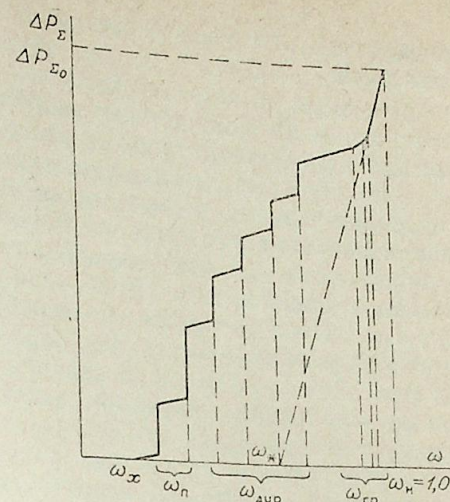


Рис. 3. Изменение небаланса мощности в энергосистеме в зависимости от частоты.

$P_{\text{н}}(\omega)$ величина ω_x сравнивается с величинами $\omega_{\text{гр}}$, $\omega_{\text{АЧР}}$, $\omega_{\text{п}}$ всех станций и нагрузок, расположенными в порядке убывания. При наибольшем значении $\omega_{\text{гр}1} > \omega_x$ вычисляются величины $P_{\text{г}}(\omega_{\text{гр}1})$, $Q(\omega_{\text{гр}1})$ всех генераторов и нагрузок и определяется суммарное изменение мощности в узлах. Таким образом, находится дефицит мощности $\Delta P_{\Sigma 1}$ в энергосистеме, соответствующий квазиустановившемуся режиму при снижении частоты до $\omega_{\text{гр}1}$. Аналогично рассчитывается остальная часть зависимости $\Delta P_{\Sigma} = F(\omega)$. Если снижение частоты доходит до величин $\omega_{\text{АЧР}}$ или $\omega_{\text{п}}$, то соответствующие мощности отключаемых нагрузок или включаемых гидрогенераторов вычитаются из величины ΔP_{Σ} . В результате такого построения зависимости $\Delta P_{\Sigma}(\omega)$ находится частота ω_x , при которой $\Delta P_{\Sigma} \approx 0$ (см. рис. 3). Величина ω_x является приближенной, так как зависимость $\Delta P_{\Sigma}(\omega)$ строится без расчета режимов*. При частоте ω_x рассчитывается послеаварийный режим. Если в результате расчета режима и уточнения небаланса ΔP_{Σ} окажется не выполненным условие (2), то проводятся, как показано выше, итерации по частоте, и послеаварийный режим вычисляется с необходимой точностью. Таким образом, программа РАПУС-4 позволяет рассчитать послеаварийный режим с учетом изменения частоты. При этом моделируются действия регуляторов скорости турбин, ограничения мощности генераторов сверху и снизу, пуск и отключение генераторов, автоматическая частотная разгрузка.

Для проверки аperiodической устойчивости рассчитанных режимов анализируется знак определителя полной системы линеаризованных уравнений, учитывающих вариацию частоты [3]. Поскольку доаварийный режим заведомо устойчив, то смена знака у определителя, соответствующего послеаварийному режиму, свидетельствует о нарушении статической устойчивости.

Программы РАПУС — ОМЕГА и РАПУС-4 широко использовались для анализа послеаварийных режимов. Расчеты показали хорошую работу программ с точки зрения времени счета и сходимости итерационного процесса. Для расчета одного послеаварийного режима требовалось рассчитать 3—4 режима при фиксированной частоте. При этом последние два режима обычно сходились за одну итерацию. Учет из-

* В программе РАПУС-4 рассчитываются режимы при частотах $\omega_{\text{АЧР}}$ и $\omega_{\text{п}}$ в процессе построения $\Delta P_{\Sigma}(\omega)$ и уточняется величина небаланса мощности. Однако расчет этих квазиустановившихся режимов не является необходимым.

менения частоты увеличивает время расчета режима приблизительно в два раза.

Итерации по частоте сходились всегда, однако при больших дефицитах активной мощности итерационный процесс расчета режима при фиксированной частоте иногда расходился.

Наряду с изложенным существует прямой метод расчета установившихся режимов с учетом изменения частоты, при котором частота рассматривается как одна из переменных системы уравнений [4, 5]. На базе этого метода разработаны алгоритмы и составлены программы в Ташкентском [5] и Ленинградском [6] политехнических институтах. Представляется целесообразным сравнить оба алгоритма, рассматривая частоту как параметр и как переменную, и выбрать наилучший для расчета послеаварийных режимов.

В Сибирском научно-исследовательском институте энергетики наряду с программами РАПУС — ОМЕГА и РАПУС-4 была составлена экспериментальная программа расчета установившихся режимов при произвольной частоте Э1, использующая прямой метод. Система уравнений установившегося режима записана в виде

$$P_{Gi}(\omega) + P_{Ni}(U_i, \omega) + \sum_{j \in S_i} P_{ij}(U_i, U_j, \delta_i, \delta_j, \omega) = 0, \quad (3)$$

$$Q_{Gi}(\omega) + Q_{Ni}(U_i, \omega) + \sum_{j \in S_i} Q_{ij}(U_i, U_j, \delta_i, \delta_j, \omega) = 0,$$

где $i=1, 2, \dots, j, \dots, n$ — узлы системы; S_i — множество всех узлов системы, связанных с узлом i ; P_{ij}, Q_{ij} — перетоки мощности из узла i в узел j . Зависимыми переменными являются модули и углы напряжений в узлах (U_i, δ_i) и частота ω . Решение системы уравнений (3) в программе Э1 осуществляется методом Ньютона.

Составленную программу сравнивали с программой СДО-4. На примере нескольких схем проведено сравнение сходимости итерационного процесса при расчете режимов с учетом и без учета изменения частоты. При этом мощности генераторов и нагрузок задавались такими, чтобы частота рассчитанного режима была номинальной. Режимы без учета изменений частоты рассчитывались по СДО-4, с учетом изменений частоты — по Э1. Варьировались исходные приближения модулей напряжений, мощности нагрузок и генераторов. Во всех случаях, если сходилась итерационный процесс без учета изменений частоты, он сходилась и при учете этих изменений. При варьировании напряжений имели место случаи, когда при учете изменения частоты итерационный процесс сходилась, а без учета (по СДО-4) — расходился.

Для сравнения программ РАПУС — ОМЕГА и Э1 проводились расчеты послеаварийных режимов при больших дефицитах мощности. В подавляющем большинстве случаев результаты получены по обоим программам. Однако в ряде случаев, когда по программе Э1 вычислительный процесс сходилась, по программе РАПУС — ОМЕГА послеаварийный режим рассчитать не удавалось. Причина заключалась в том, что первый вспомогательный режим с фиксированной частотой, которому соответствует большой небаланс мощности ΔP_{Σ} , не может иметь места. Использование описанного блока, моделирующего изменение частоты и определение значения ω_x , при котором $\Delta P_{\Sigma} \approx 0$, позволяло рассчитать послеаварийный режим по РАПУС-4 практически при любых небалансах мощности.

При расчете режимов по Э1, когда частота рассматривается в качестве переменной, возникает трудность в моделировании $P_G(\omega)$ и $P_N(\omega)$ с учетом действия противоаварийной автоматики. В процессе итераций частота может принимать различные значения, при которых мощности генераторов и нагрузок меняются скачком, т. е. являются неоднознач-

ными (см. рис. 1, 2). Последнее может затруднить или даже сделать невозможной сходимость итерационного процесса, поэтому разработанные на базе прямого метода алгоритмы [5, 6] также не позволяют учесть действие противоаварийной автоматики.

Таким образом, проведено сравнение двух алгоритмов расчета послеаварийных режимов с учетом изменения частоты. Первый алгоритм, в котором частота рассматривается как параметр, оказался работоспособным и позволяет смоделировать действия противоаварийной автоматики. Используя его, можно легко учесть изменение частоты, дополнив существующую программу расчета нормальных режимов соответствующими блоками. Второй алгоритм, в котором частота рассматривается как переменная системы уравнений, характеризуется лучшей сходимостью итерационного процесса, менее чувствителен к исходным приближениям, является более быстродействующим. Однако он не позволяет эффективно учесть ограничения у генераторов и действия противоаварийной автоматики.

Анализ алгоритмов позволил синтезировать комбинированный алгоритм расчета послеаварийных режимов и проверки их устойчивости. Он включает три этапа. На первом этапе рассчитывается доаварийный, заведомо устойчивый режим, частота которого близка к номинальной. На втором этапе вводится небаланс мощности, вызванный аварийной ситуацией, который рассматривается как функция частоты $\Delta P_{\Sigma}(\omega)$. Затем моделируется монотонное изменение частоты с учетом ограничений мощности генераторов, действий противоаварийной автоматики и находится приближенно, без расчета режимов, значение частоты ω_x , при котором $\Delta P_{\Sigma}(\omega_x) \approx 0$. На третьем этапе рассчитывается послеаварийный режим и уточняется значение ω_x . При расчете послеаварийного режима частота рассматривается как переменная системы уравнений. В качестве исходных приближений для расчета послеаварийного режима используются векторы напряжений доаварийного режима и приближенное значение ω_x . Исходными данными служат параметры сети при частоте ω_x .

Предлагаемый алгоритм реализован в экспериментальной программе Э2. Расчеты, проведенные по Э2, показали, что предлагаемый алгоритм обладает преимуществами обоих алгоритмов, рассмотренных выше. Программа Э2 обеспечивает такую же сходимость итерационного процесса и скорость счета, как Э1, но одновременно позволяет учесть ограничения активной мощности генераторов, АРС, АЧР, пуск и отключение генераторов при изменении частоты. Комбинированный алгоритм пригоден для расчета любых самоустанавливающихся режимов.

В случае использования предлагаемого алгоритма расчет режима и проверка его аperiodической устойчивости проводятся при учете вариации частоты. Это обеспечивает лучшую сходимость итерационного процесса при расчете режимов, близких к предельным по устойчивости. Такой подход позволяет для проверки устойчивости анализировать знак того же якобиана, который используется при расчете самоустанавливающегося режима, как это предлагается в [6, 7]. Однако практически не удается ограничиться анализом знака этого якобиана из-за того, что допущения, принимаемые при расчете режимов и проверке их устойчивости, могут быть существенно разными. Например, регулирующие устройства, имеющие зону нечувствительности, следует учитывать при расчете режимов, но не при проверке устойчивости этих режимов. Кроме того, послеаварийные или близкие к предельным режимы характеризуются наличием ограничений по активной и реактивной мощности у некоторых генераторов. В перечисленных случаях якобиан уравнений, используемых для расчета режима, не позволяет судить об устойчивости. Поэтому предусмотрено вычисление определителя полной системы уравнений, учитывающих АРВ, сопротивления генера-

торов, зоны нечувствительности АРС и регуляторов напряжения у трансформаторов с РПН. Об устойчивости проверяемого послеаварийного режима следует судить по знаку этого определителя, как это сделано в РАПУС-4.

Сибирский научно-исследовательский
институт энергетики,
Новосибирск

Поступила в редакцию
27/XII 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Х. Калюжный, Э. С. Лукашов. Алгоритм расчета стационарного режима электрической системы с учетом изменения частоты.— В кн.: Режимы и устойчивость электрических систем. Новосибирск, 1974, с. 103—109. (Тр. НЭТИ).
2. А. Х. Калюжный, Ю. В. Соколов. Алгоритм и программа расчета установившихся нормальных и послеаварийных режимов сложных электроэнергетических систем с учетом изменения частоты.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1977, № 3, сер. техн. наук, вып. 1, с. 126—131.
3. Э. С. Лукашов, А. Х. Калюжный. Исследование статической устойчивости сложных электроэнергетических систем с учетом изменения частоты. «Электричество», М., «Энергия», 1976, № 8, с. 8—13.
4. Л. А. Крумм. Методы решения общих уравнений стационарного режима электрической системы с учетом статических характеристик нагрузок и генераторов при автоматическом регулировании частоты, напряжения и мощности.— Тр. Таллинского политех. ин-та, 1957, № 124, 19 с.
5. Х. Ф. Фазылов, Ю. М. Крамер, В. Б. Удовиченко. Вопросы расчета установившихся режимов электрических систем с учетом частоты.— Изв. АН УзССР, 1975, № 6, сер. техн. наук.
6. Н. В. Галкина, В. П. Ильина, А. М. Конторович, О. В. Щербачев. Методика и алгоритм определения предельных по статической устойчивости установившихся и послеаварийных режимов с учетом изменения частоты.— Тр. ЛПИ, Энергоэнергетика, 1976, № 350, с. 3—8.
7. В. А. Веников, В. А. Строев, В. И. Идельчик, В. И. Тарасов. Оценка статической устойчивости электрических систем на основе решения уравнений установившегося режима.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1971, № 5, с. 3—11.

УДК 621.3.011

В. С. ЗАХАРИН, З. Г. КАГАНОВ, Л. С. МЕДВЕДЕВА

ПРИМЕНЕНИЕ ПОЛИНОМОВ ЧЕБЫШЕВА К РАСЧЕТУ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ОДНОРОДНЫХ ЦЕПНЫХ СХЕМАХ

Электрические однородные цепные схемы (ОЦС) широко применяются в качестве физических и математических моделей многих устройств с распределенными параметрами любой физической природы. В связи с этим целесообразна разработка достаточно простых и эффективных методов расчета переходных процессов в них. Основная трудность подобных расчетов состоит в необходимости решения характеристических уравнений, порядок которых определяется числом элементов n , образующих ОЦС. В настоящей работе предложен метод, основанный на использовании некоторых свойств полиномов Чебышева, позволяющий обходиться без решения алгебраических характеристических уравнений высоких степеней.

Методы использования полиномов Чебышева для решения аналогичных задач, изложенные в [1], требуют составления и решения матричных операторных уравнений контурных токов или узловых потенциалов, что громоздко при высоких порядках матриц. Различные функции ОЦС (входные сопротивления, передаточные функции и т. д.) могут быть выражены с помощью полиномов Чебышева 1-го и 2-го рода от комплексного аргумента [2].

Зная операторное входное сопротивление цепи $Z_1(p)$ и изображение воздействия на ОЦС $U_1(p)$, легко получить изображение входного тока

$$I_1(p) = \frac{U_1(p)}{Z_1(p)}. \quad (1)$$

При необходимости определения напряжения или тока в e -м звене ОЦС можно воспользоваться выражениями

$$U_e(p) = W_U^{(e)}(p) U_1(p), \quad (2)$$

$$I_e(p) = W_I^{(e)}(p) \cdot I_1(p), \quad (3)$$

где $W_U^{(e)}(p)$, $W_I^{(e)}(p)$ — операторные передаточные функции по напряжению и току от 1-го к e -му звену ОЦС.

Оригиналы в (1)—(3) целесообразно вычислять по теореме разложения. Если правые части (1)—(3) выразить отношением полиномов Чебышева 1-го рода $T_n(\rho)$ или 2-го рода $U_{n-1}(\rho)$, где $\rho = \rho(p)$ — операторный аргумент, то определение корней их знаменателей заметно упрощается.

При этом необходимо учесть, что корни $T_n(\rho)$ и $U_{n-1}(\rho)$, при $|\rho| < 1$ задаются выражениями [3]

$$\rho_i^{(T)} = \cos \frac{2i-1}{2n} \pi, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (4)$$

$$\rho_i^{(U)} = \cos \frac{i}{n} \pi, \quad i = 1, 2, \dots, (n-1). \quad (5)$$

Полиномы $T_n(\rho)$ и $U_{n-1}(\rho)$ связаны:

$$\frac{d}{d\rho} [T_n(\rho)] = n \cdot U_{n-1}(\rho). \quad (6)$$

Для перехода к конкретным ОЦС, составленным из двухполосников произвольной структуры — продольных ($Z(p)$) и поперечных ($Y(p)$) — выразим аргумент полиномов Чебышева следующим образом:*

$$\rho(p) = 1 + \frac{Z(p)Y(p)}{2}. \quad (7)$$

Далее воспользуемся понятием «собственных чисел» ОЦС [4], задаваемых выражением

$$Z(p) \cdot Y(p) = v_i, \quad (8)$$

где v_i — действительные, отрицательные безразмерные числа, определяемые количеством звеньев n в ОЦС, инвариантные к конкретной структуре двухполосников $Z(p)$ и $Y(p)$. Подставляя (7) в (4) и учитывая (8), получим, что «собственные числа» v_i определяются так:

$$v_i = -4 \sin^2 \frac{2i-1}{4n} \pi \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (9)$$

Рассмотрим некоторые стандартные двухполосники $Z(p)$ и $Y(p)$ по табл. 1. Подставляя из табл. 1 в (8) и решая уравнения относительно p , получим, что каждому v_i соответствуют m корней p_j ($j = 1, 2, \dots, m$), показанных в табл. 1. Дальнейшее изложение удобнее проводить на конкретных примерах.

Допустим, что ОЦС состоит из n T -звеньев вида $Z/2 - Y - Z/2$. Тогда ее операторное входное сопротивление, например в режиме холостого хода, равно [2]:

$$Z_{1xx}(p) = \frac{T_n(p)}{Y(p) \cdot U_{n-1}(p)}, \quad (10)$$

где $\rho = \rho(p)$ задано (7).

Полагая, что на цепь воздействует ступенчатое напряжение с изображением

$$U_1(p) = U_1/p, \quad \text{где } U_1 = \text{const}, \quad (11)$$

получим входной ток

$$I_{1xx}(p) = \frac{U_1 \cdot Y(p) \cdot U_{n-1}(p)}{p \cdot T_n(p)}. \quad (12)$$

Для вычисления оригинала входного тока воспользуемся теоремой разложения. Последняя, с учетом (6), запишется в виде

$$i_{1xx}(t) = \frac{U_1 Y(0) \cdot U_{n-1}[\rho(0)]}{T_n[\rho(0)]} + \sum_{k=1}^{m \times n} \frac{U_1 \cdot Y(p_k)}{n \cdot p_k \cdot \rho'(p_k)} e^{p_k t}, \quad (13)$$

где

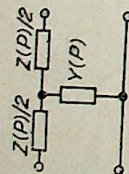
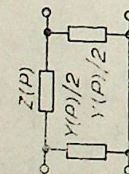
$$\rho'(p_k) = \left. \frac{d\rho(p)}{dp} \right|_{p=p_k}$$

* Подстановка (7) справедлива лишь для ОЦС со звеньями минимально-фазового типа.

Таблица 1

Структура	Значения корней p_j , соответствующие собственным числам v_i	Значения $Z(p) \cdot Y(p)$	Примечание
	$p^2 CL + pCR$	$-\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{v_i}{LC}}$	$m = 2$
	$p^2 LC + p(RC + GL) + GR$	$-(RC + GL) \pm \sqrt{(RC + GL)^2 - 4LC(GR - v_i)}$	$m = 2$
	$\frac{p^2 RLC}{R + pL}$	$\frac{v_i}{2RC} \pm \sqrt{\frac{v_i^2}{4RC} + \frac{v_i}{LC}}$	$m = 2$
	$\frac{pLR(G + pC)}{R + pL}$	$\frac{v_i}{2RC} - \frac{G}{2C} \pm \sqrt{\left(\frac{v_i}{2RC} - \frac{G}{2C}\right)^2 + \frac{v_i}{LC}}$	$m = 2$
	$\frac{p^2 LCR}{p^2 KLR + pL + R}$	$L v_i \pm \sqrt{(L^2 v_i^2 + 4R^2 L v_i (C - K v_i))} / (2RL(C - K v_i))$	$m = 2$
	$\frac{pLR(G + pC)}{p^2 KLR + pL + R}$	$L(v_i - GR) \pm \sqrt{L^2(v_i - GR)^2 + 4R^2 L v_i (C - K v_i)} / (2LR(C - K v_i))$	$m = 2$

Изображения и оригиналы входного тока ОЦС при ступенчатом входном воздействии в режимах холостого хода и короткого замыкания

Тип звена	Режим	Изображения	Оригиналы
	XX	$\frac{U_1 \cdot Y(p) U_{n-1}(p)}{p \cdot T_n(p)}$	$\frac{U_1 \cdot Y(0) \cdot U_{n-1}[\rho(0)]}{T_n[\rho(0)]} + \sum_{k=1}^{m \times n} \frac{U_1 \cdot Y(\rho_k)}{n \cdot \rho_k \cdot \rho'_k(\rho_k)} e^{\rho_k t}$
	KЗ	$\frac{U_1 \cdot T_n(p)}{p(\rho^2 - 1) U_{n-1}(p)}$	$\frac{U_1 \cdot Y(0) \cdot T_n[\rho(0)]}{[\rho^2(0) - 1] U_{n-1}[\rho(0)]} + \sum_{s=1}^r \frac{U_1 \cdot Y(\rho_s) \cdot T_n[\rho(\rho_s)]}{\rho_s \cdot 2\rho'_s(\rho_s) U_{n-1}[\rho(\rho_s)]} \cdot e^{\rho_s t} + \sum_{k=1}^{m \times (n-1)} \frac{U_1 \cdot Y(\rho_k) \cdot T_n[\rho(\rho_k)]}{\rho_k [\rho^2(\rho_k) - 1] U_{n-1}[\rho(\rho_k)] \cdot \rho'_k(\rho_k)} e^{\rho_k t}$
	XX	$\frac{U_1 \cdot Y(p)(\rho + 1) U_{n-1}(p)}{2p T_n(p)}$	$\frac{U_1 \cdot Y(0) [\rho(0) + 1] U_{n-1}[\rho(0)]}{2 T_n[\rho(0)]} + \sum_{k=1}^{m \times n} \frac{U_1 \cdot Y(\rho_k) [\rho(\rho_k) + 1] U_{n-1}[\rho(\rho_k)]}{2 \rho_k \cdot n \cdot \rho'_k(\rho_k)} e^{\rho_k t}$
	KЗ	$\frac{U_1 \cdot T_n(p) \cdot Y(p)}{2p(\rho - 1) U_{n-1}(p)}$	$\frac{U_1 \cdot Y(0) \cdot T_n[\rho(0)]}{2[\rho(0) - 1] U_{n-1}[\rho(0)]} + \sum_{e=1}^q \frac{U_1 \cdot Y(\rho_e) T_n[\rho(\rho_e)]}{2 \rho_e \cdot \rho'_e(\rho_e) \cdot U_{n-1}[\rho(\rho_e)]} \cdot e^{\rho_e t} + \sum_{k=1}^{m \times (n-1)} \frac{U_1 \cdot Y(\rho_k) \cdot T_n[\rho(\rho_k)]}{2 \rho_k [\rho(\rho_k) - 1] U_{n-1}[\rho(\rho_k)] \cdot \rho'_k(\rho_k)} \cdot e^{\rho_k t}$

Примечания. 1) $\rho = \rho(\rho) - 1 + \frac{Z(\rho) \cdot Y(\rho)}{2}$; 2) r — число корней ρ_s уравнения $\rho^2 - 1 = 0$; 3) q — число корней ρ_e уравнения $\rho - 1 = 0$.

Общее число корней в (13) будет равно $(m \times n)$.
Далее положим, что

$$Z(p) = R + pL; Y(p) = G + pC, \quad (14)$$

откуда (13), учитывая (7), примет вид

$$i_{1xx}(t) = \frac{U_1 \cdot G \cdot U_n \left(1 + \frac{GR}{2}\right)}{T_n \left(1 + \frac{GR}{2}\right)} + \sum_{k=1}^{2n} \frac{U_1 (G + p_k C) e^{\rho_k t}}{n \cdot p_k \left(p_k CL + \frac{CL + CR}{2}\right)}. \quad (15)$$

Подставляя P_k , из табл. 1 легко вычисляем оригинал входного тока, если задано число звеньев n , т. е. числа v_i по (9). При $R=G=0$ решение (15) значительно упрощается:

$$i_{1xx}(t) = \sum_{i=1}^n \frac{2U_1}{n} \sqrt{\frac{C}{L|v_i|}} \sin(\sqrt{|v_i|} \cdot \omega_0 t), \quad (16)$$

где

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}.$$

В табл. 2 помещены выражения для изображений и оригиналов входных токов в режимах холостого хода и короткого замыкания для ОЦС с Т- и П-звеньями.

Если $Z(p)$ или $Y(p)$ заданы не полиномами от p типа (14), а дробно-рациональными функциями, то в выражениях для оригиналов табл. 2 появляются дополнительные слагаемые, определяемые полюсами $Z(p)$ и $Y(p)$.

В заключение отметим, что расчет переходных напряжений и токов в любых точках ОЦС может быть произведен в соответствии с (2) и (3). Для этого достаточно выразить передаточные функции $W_U^{(e)}(p)$ и $W_I^{(e)}(p)$ через полиномы Чебышева и аналогично найти корни их знаменателей.

Уфимский авиационный институт
им. Орджоникидзе

Поступила в редакцию
12/VI 1976

ЛИТЕРАТУРА

- Ю. А. Асанбаев. Методы анализа переходных процессов в однородных цепных схемах, основанные на применении полиномов Чебышева.— В кн.: Передача энергии постоянным и переменным током. Тр. НИИПТ, вып. 20. «Энергия», 1974.
- Л. С. Медведева. Разработка методов исследования элементов систем управления, замещаемых цепными схемами с помощью полиномов Чебышева. Автореф. канд. дис. УФА, 1975.
- В. Л. Данилов и др. Математический анализ. Функции, пределы, ряды, цепные дроби. Физматгиз, 1961.
- З. Г. Каганов. Цепные дроби в электротехнике. Ч. 1. Новосибирск, «Наука», 1966.

с кратностью 40. Удельное сопротивление ρ_0 определялось по сопротивлению ячейки, заполненной пенообразующей жидкостью.

Пенный поток пропускался через кондуктометрическую ячейку, и, когда самописец регистрировал установившееся значение тока, пенный шланг убирался, удалялись избытки пены с торцевых поверхностей ячейки и включалось вращение. На рис. 4 приведена кривая зависимости электропроводности ячейки от времени, полученная из записи самописца. Нулевой отсчет времени соответствует моменту прекращения движения пены через ячейку. Хотя жидкость не вытекает, сопротивление пены, регистрируемое ячейкой, в первые минуты после получения

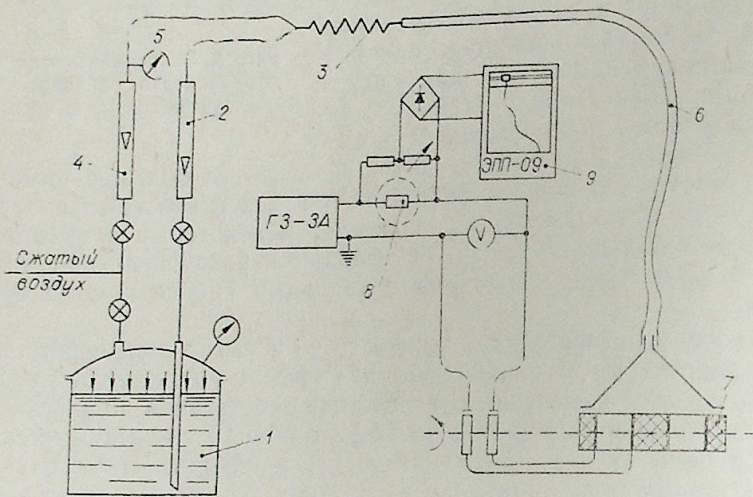


Рис. 2. Схема экспериментальной установки.

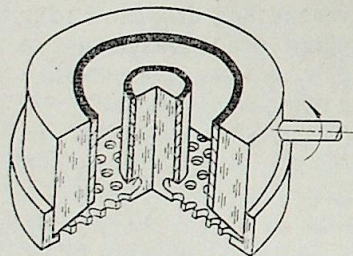


Рис. 3. Кваксальная кондуктометрическая ячейка.

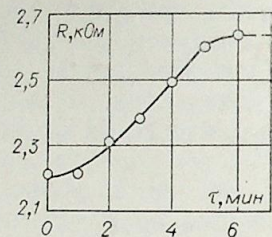


Рис. 4. Зависимость сопротивления пены во вращающейся ячейке от времени.

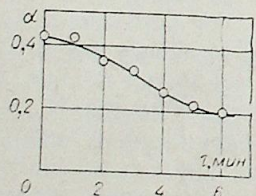


Рис. 5. Кинетика перетекания жидкости из пленок в каналы.

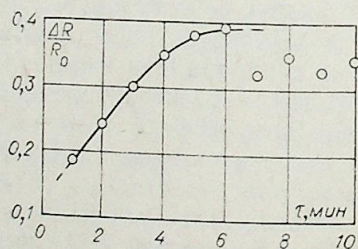


Рис. 6. Изменение скорости движения жидкости по каналам.

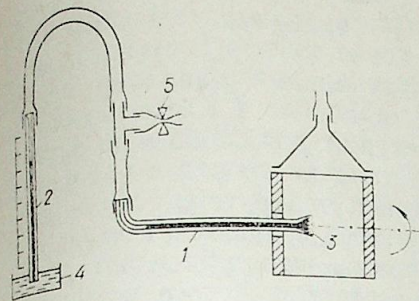


Рис. 7. Схема устройства для измерения капиллярного давления в пене.

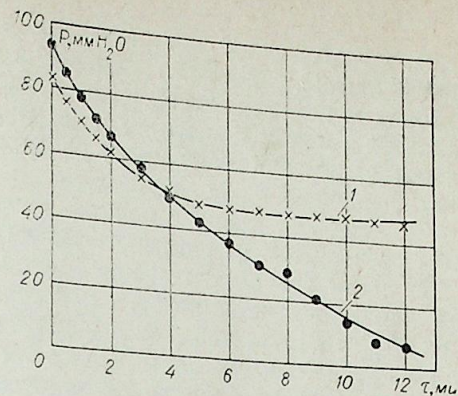


Рис. 8. Изменение капиллярного давления в разрушающейся пене:
1 — пена неподвижна; 2 — пена вращается.

пены растет. Это снижение электропроводности связано с перетеканием жидкости из пленок в каналы и связанным с этим изменением структурного коэффициента B . В соответствии с кривой рис. 4 были рассчитаны значения этого коэффициента.

Время, мин	0	1	2	3	4	5	6
B	2,11	2,11	2,20	2,27	2,38	2,48	2,50

С помощью зависимости (2) получена кривая кинетики перетекания жидкости из пенных пленок в каналы в отсутствие синерезиса (рис. 5).

В первые минуты под действием капиллярных сил происходит интенсивное перетекание жидкости из пленок в каналы и их сечение растет. При этом гидравлическое сопротивление каналов уменьшается. При вращении ячейки жидкость в каналах совершает колебания с возрастающей амплитудой. К концу 6-й минуты в каналах уже содержится 80% жидкости, а колебания возрастают настолько, что при данной конструкции ячейки мешают надежно регистрировать дальнейший ход процесса (измерения, проведенные на частоте 1,5 Гц в ячейке, симметричной относительно оси вращения, позволили продлить наблюдения до 1,5 ч и более).

С помощью описанной установки была измерена скорость стекания жидкости по каналам в течение нескольких минут с момента получения пены. Методически эксперимент проводился следующим образом: как и в предыдущем эксперименте, пенный поток пропускался сквозь кондуктометрическую ячейку, а после остановки потока включалось вращение ячейки. Через 40 с ячейка останавливалась, и в течение последующих 20 с в пене проходил нормальный синерезис. Затем на 40 с включалось вращение ячейки, после чего 20 с ячейка оставалась неподвижной и т. д.

Если пренебречь изменением структурного коэффициента за 20 с, то отношение изменения сопротивления пены в процессе синерезиса $\Delta R/R_0$ его значению в момент остановки ячейки R_0 фактически будет характеризовать среднюю скорость стекания жидкости по каналам за этот промежуток времени. На рис. 6 приведена кривая зависимости этой величины от времени. Видно, что скорость перемещения жидкости по каналам со временем нарастает. В конце 4-й минуты этот рост замедляется, а после 6-й экспериментальные точки ложатся нерегулярно, что, как и в предыдущем эксперименте, объясняется переполнением каналов и малой частотой вращения ячейки.

Чтобы убедиться в правильности нашей интерпретации полученных результатов, мы провели измерения капиллярного давления по мето-

дике, предложенной авторами [9], в неподвижной пене и во вращающейся ячейке. На рис. 7 приведена схема измерительного устройства, которое мы использовали. Оно состоит из двух капилляров — горизонтального (зондирующего) 1 и вертикального (измерительного) 2. Горизонтальный капилляр имеет на одном конце фильтр Шотта 3 и заполнен пенообразующей жидкостью, а вертикальный капилляр опущен одним концом в сосуд с подкрашенной жидкостью 4. Капилляры соединены резиновыми шлангами, а зажим 5 служит для сообщения внутренней полости устройства с атмосферой (установки уровня в измерительном капилляре на нулевую отметку). Конец зондирующего капилляра с фильтром Шотта вводили в ячейку вдоль оси вращения, и через ячейку пропускали поток пены. При этом уровень жидкости в измерительном капилляре повышался до значения, соответствующего капиллярному давлению в пене. Когда уровень устанавливался, пенный шланг убирал и регистрировали изменение капиллярного давления во времени. При измерении давления во вращающейся пене одновременно с остановкой пенного потока включали вращение ячейки. Результаты измерений представлены на рис. 8.

Известно, что капиллярное давление p связано с радиусом кривизны r поверхностей, образующих канал, уравнением Лапласа

$$p = \sigma/r, \quad (3)$$

где σ — поверхностное натяжение пенообразующего раствора.

Таким образом, снижение капиллярного давления свидетельствует об уменьшении кривизны образующих поверхностей, т. е. о наполнении каналов жидкостью. Из рис. 8 видно, что изменение капиллярного давления в неподвижной пене (кривая 1) существенно отличается от изменения капиллярного давления во вращающейся ячейке (кривая 2). Если во вращающейся пене каналы непрерывно утолщаются, то в неподвижной пене к концу 6-й минуты рост каналов практически прекращается, что свидетельствует о наступлении равновесия между притоком жидкости в каналы и истечением ее в процессе синерезиса.

При выводе зависимости скорости истечения жидкости из пены Кругляков и Таубе [10] исходили из предположения, что с самого начала основная масса жидкости находится в гиббсовых каналах и вытекание из них подчиняется закону Пуазейля. При этом зависимость величины τ/V' от времени (τ — время, V' — объем вытекшей жидкости) линейная. Однако в экспериментах, описанных в [7], авторы обнаружили отклонения от этой зависимости. Для пен с высокой кратностью (более 15—20) и повышенной вязкостью исходного раствора скорость вытекания жидкости из пены в первые минуты нарастала, достигала максимума и лишь потом укладывалась в полученную зависимость. Результаты экспериментов, приведенные в настоящей статье, подтверждают предположение авторов [7] о том, что увеличение скорости вытекания жидкости из пены в начальный период объясняется интенсивным перетеканием жидкости из пленок в каналы в первые минуты после получения пены.

Следует заметить, что зависимость количества жидкости в пленках от времени, полученная в первом эксперименте (рис. 5), характеризует лишь распределение жидкости между пленками и каналами, но ничего не говорит о механизме этого процесса. В частности, авторы [11] установили, что в первые минуты существования пены идет интенсивный процесс укрупнения газовых пузырьков в результате диффузии газа через пленки. При этом уменьшается удельная поверхность пены, а избыток жидкости распределяется между пленками и каналами. Так что зависимость, представленная на рис. 5, есть результат по меньшей мере двух процессов — перетекания жидкости из пленок в каналы и

распределения избытка жидкости в процессе укрупнения газовых пузырьков. А синерезис в свою очередь следует рассматривать как результат двух процессов, протекающих одновременно, — перераспределения жидкости между пленками и каналами и собственно истечения жидкости из пены.

ВЫВОДЫ

1. Предложен способ изучения распределения жидкости в пене между пленками и каналами Гиббса по измерению структурного коэффициента электропроводности.
 2. Получена кривая кинетики процесса перетекания жидкости из пленок в каналы в начальный период после формирования пены.
 3. С помощью вращающейся кондуктометрической ячейки показано, что в процессе перетекания жидкости из пленок в каналы скорость вытекания жидкости из пены нарастает.
 4. Результаты измерений капиллярного давления в неподвижной пене и во вращающейся ячейке находятся в хорошем согласии с данными, полученными кондуктометрически.
- Авторы выражают благодарность П. М. Круглякову за обсуждение предварительных результатов.

Институт теплофизики
СО АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
10/XII 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. К. Б. Канн, В. Н. Феклистов. Об электропроводности газожидкостных эмульсий и пен.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1977, № 8, сер. техн. наук, вып. 2, 116—120.
2. E. Manegold. Schaum. Heidelberg, 1953.
3. N. Clark. Trans. Faraday Soc., 1948, 44, 13.
4. J. Bikerman. Foams. Springer — Verlag, 1973, 228.
5. В. Н. Феклистов, К. Б. Канн, С. А. Дружинин. Кондуктометрическое измерение локальных кратностей пен.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1975, сер. техн. наук, № 3, вып. 1, 89.
6. В. Г. Глейм, В. Я. Хентов, В. М. Виленский. Исследование кинетики разрушения пен.— Кол. ж., 1966, 38, № 5, 648.
7. П. М. Кругляков, П. Р. Таубе. К закономерности стекания жидкости из пен.— ЖПХ, 1966, 39, № 7, 1499.
8. А. А. Балакирев, В. К. Тихомиров. Об электропроводности и некоторых других характеристиках пен при отрицательных температурах.— ЖПХ, 1971, № 6, 44, 1434.
9. Хр. Христов, П. М. Кругляков, Д. Ексерова. Влияние давления в гиббсовых каналах на устойчивость пены.— Тезисы докладов на VII Международном конгрессе по ПАВ, секция В, с. 64.
10. П. М. Кругляков, П. Р. Таубе. Некоторые вопросы кинетики разрушения пен.— ЖПХ, 1965, 38, № 7, 1514.
11. А. А. Балакирев, В. К. Тихомиров. Об изменении дисперсности пен.— ЖПХ, 1969, 42, № 10, 2354.

Ю. Н. ВЕПРИК, Т. Б. ЗАСЛАВСКАЯ

ПОЛУЧЕНИЕ ОДНОФАЗНОГО ЭКВИВАЛЕНТА СЕТИ
ДЛЯ РАСЧЕТОВ УСТОЙЧИВОСТИ
В УСЛОВИЯХ СЛОЖНОЙ НЕСИММЕТРИИ

Развитие отдельных ОЭС и объединение их в единую энергосистему приводит к увеличению числа элементов, одновременно включенных в работу. В связи с этим увеличивается вероятность случаев одновременных повреждений нескольких элементов системы. Только в ЕЭС европейской части СССР свыше 500 электростанций, а напряженность ЛЭП 35—500 кВ составляет 450 тыс. км. Вероятность безотказной работы (вероятность того, что в течение заданного промежутка времени не произойдет ни одного отказа) на 100 км линий 500, 330, 220 и 110 кВ составляет соответственно 0,76; 0,7; 0,826; 0,824 [1]. Другие элементы тоже подвержены повреждениям, хотя аварийность их ниже [2, 3]. Внедрение устройств однофазного отключения, ОАПВ, неполнофазных режимов — все это вместе с ростом и усложнением систем ведет к тому, что вероятность возникновения сложных несимметричных режимов в современных системах увеличивается и, следовательно, возрастает необходимость их исследования.

Рост энергосистем приводит также к тому, что при выполнении расчетов таких систем ограничения по памяти ЦВМ начинают сказываться не только в процессе решения задач, но и на стадии формирования расчетных уравнений, а при расчетах несимметричных режимов тем более, так как объем исходной информации увеличивается по сравнению с аналогичными расчетами симметричных режимов почти втрое.

Методика составления схем замещения и формирования уравнений для расчета установившихся режимов систем в условиях сложной несимметрии разработана подробно. Вопросы же, связанные с получением однофазного эквивалента и формированием уравнений для расчетов переходных электромеханических процессов в условиях сложной несимметрии, менее разработаны. Требуется выяснить, в частности, из какого представления сети исходить при формировании матриц собственных и взаимных проводимостей генераторов (W) в условиях сложной несимметрии, так как при большом количестве несимметричных элементов преимущества метода симметричных составляющих по сравнению с методом фазных координат не очевидны. Однофазным эквивалентом сети для расчетов устойчивости будем называть однофазную математическую модель системы, построенную из условия симметрии, в которой при приложении э. д. с., по величине и фазе равных э. д. с. фазы А генераторов, к сети, характеризуемой собственными и взаимными однофазными проводимостями, однофазная задающая мощность равна полной мощности на валу турбины. Предложений о целесообразном способе представления исходной схемы для получения однофазного эквивалента при расчетах устойчивости в условиях сложной несимметрии в литературе нет.

Для выяснения вопроса о целесообразном способе представления сети при получении однофазного эквивалента и расчетах матриц W в фазных координатах и в симметричных составляющих с целью их сокращения можно представить в виде

$$\begin{bmatrix} Y_{гг}^{\phi} & Y_{гс}^{\phi} & Y_{гп}^{\phi} \\ Y_{сг}^{\phi} & Y_{сс}^{\phi} & Y_{сп}^{\phi} \\ Y_{пг}^{\phi} & Y_{пс}^{\phi} & Y_{пп}^{\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{г}^{\phi} \\ U_{с}^{\phi} \\ U_{п}^{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{г}^{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

где $E_{г}^{\phi}$ и $I_{г}^{\phi}$ — столбцы фазных э. д. с. и токов генераторов; $U_{п}^{\phi}$ — столбец фазных напряжений в узлах сети, выделяющих несимметричные (поврежденные) элементы из остальной сети; $U_{с}^{\phi}$ — фазные напряжения остальных сетевых узлов.

Диагональные блоки матрицы $Y_{гг}^{\phi}$, $Y_{пп}^{\phi}$, $Y_{сс}^{\phi}$ — матрицы проводимостей в фазных координатах соответственно между генераторными узлами, между узлами, связанными с поврежденными элементами, и между сетевыми узлами, не связанными с поврежденными элементами, а остальные блоки включают проводимости ветвей, связывающих узлы, входящие в диагональные блоки. Матрица уравнений узловых потенциалов сети в фазных координатах (1) при наличии в ней произвольного числа несимметричных элементов может быть составлена по методике, изложенной в [4].

Исключая в уравнениях (1) все узлы, кроме генераторных, получаем

$$(W_{гг}^{\phi} - W_{гп}^{\phi} W_{пп}^{\phi -1} W_{пг}^{\phi}) E_{г}^{\phi} = I_{г}^{\phi}, \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} W_{гг}^{\phi} &= (Y_{гг}^{\phi} - Y_{гс}^{\phi} Y_{сс}^{\phi -1} Y_{сг}^{\phi}) \quad (a), & W_{гп}^{\phi} &= (Y_{гп}^{\phi} - Y_{гс}^{\phi} Y_{сс}^{\phi -1} Y_{сп}^{\phi}) \quad (б), \\ W_{пп}^{\phi} &= (Y_{пп}^{\phi} - Y_{пс}^{\phi} Y_{сс}^{\phi -1} Y_{сп}^{\phi}) \quad (в), & W_{пг}^{\phi} &= (Y_{пг}^{\phi} - Y_{пс}^{\phi} Y_{сс}^{\phi -1} Y_{сг}^{\phi}) \quad (г). \end{aligned} \quad (3)$$

Уравнения для мощностей генераторов по фазам можно записать в виде

$$\hat{E}_{г \text{diag}}^{\phi} (W_{гг}^{\phi} - W_{гп}^{\phi} W_{пп}^{\phi -1} W_{пг}^{\phi}) E_{г}^{\phi} = S_{г}^{\phi}. \quad (4)$$

Так как э. д. с. генераторов в несимметричном режиме остаются симметричными, то переход к однофазному эквиваленту может быть выполнен простым сложением уравнений мощностей фаз, относящихся к каждому генератору, по три при замене э. д. с. фаз В и С через э. д. с. E_A в соответствии с (5):

$$\dot{E}_B = a^2 \dot{E}_A, \quad \dot{E}_C = a \dot{E}_A, \quad (5)$$

что равносильно выполнению следующих операций:

$$W = F^{-1} (W_{гг}^{\phi} - W_{гп}^{\phi} W_{пп}^{\phi -1} W_{пг}^{\phi}) F = F^{-1} W_{гг}^{\phi} F - F^{-1} W_{гп}^{\phi} W_{пп}^{\phi -1} W_{пг}^{\phi} F, \quad (6)$$

где

$$F^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 & & & \\ & 1 & a & a^2 & & \\ & & \dots & \dots & \dots & \\ & & & & 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{|c|} \hline U_1^{(1)} \\ U_1^{(2)} \\ U_1^{(0)} \\ U_2^{(1)} \\ U_2^{(2)} \\ U_2^{(0)} \\ \hline U_3^{(1)} \\ U_3^{(2)} \\ U_3^{(0)} \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline I_1^{(1)} \\ I_1^{(2)} \\ I_1^{(0)} \\ I_2^{(1)} \\ I_2^{(2)} \\ I_2^{(0)} \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \\ \hline \end{array} = \end{array} \quad (\text{П.3})$$

Первые шесть уравнений соответствуют уравнениям узловых потенциалов для узлов 1 и 2 комплексной схемы замещения (рис. 2),

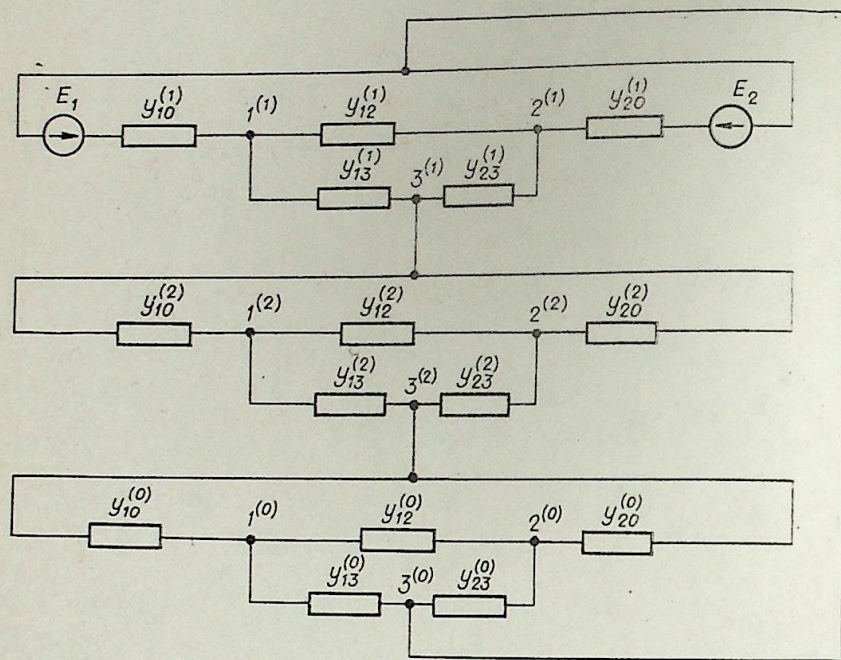


Рис. 2. Комплексная схема замещения при однофазном к. з.

а остальные три приводятся к виду

$$\begin{aligned} 2I_3^{(1)} - I_3^{(2)} - I_3^{(0)} &= 0, \\ -I_3^{(1)} + 2I_3^{(2)} - I_3^{(0)} &= 0, \\ y_{33}^{(1)}(U_3^{(1)} + U_3^{(2)} + U_3^{(0)}) &= 0, \end{aligned}$$

что равносильно соответствующим рассматриваемому повреждению граничным условиям

$$\begin{aligned} I_3^{(1)} &= I_3^{(2)} = I_3^{(0)}, \\ U_3^{(1)} + U_3^{(2)} + U_3^{(0)} &= 0. \end{aligned}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Я. Яковлев. Критерии и характеристики надежности высоковольтных линий.— Электрические станции, 1972, № 8.
2. М. А. Беркович, Ю. Д. Садовский, С. А. Совалов. Некоторые характеристики надежности работы электропередач 500 кВ ЕЭС.— «Изв. НИ ин-та постоянного тока», 1967, сб. 13.
3. Справочник по проектированию электрических систем. Под ред. С. С. Рокотяна, И. М. Шапиро. М., «Энергия», 1971.
4. Т. Б. Заславская. Применение метода узловых напряжений, распространенного на обратимые многополюсники, к расчету сложной несимметрии в электрических схемах.— «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1970, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.
5. Г. И. Атабеков. Теоретические основы релейной защиты высоковольтных сетей. М.— Л., Госэнергоиздат, 1957.

С. С. АНАНИЧЕВА, Д. А. АРЗАМАСЦЕВ, Л. И. МАРДЕР,
А. Л. МЫЗИН

МОДЕЛИ УДЕЛЬНЫХ КАПИТАЛОВЛОЖЕНИЙ В СООРУЖЕНИЕ ТЕПЛОВЫХ ЭЛЕКТРОСТАНЦИЙ

Для решения проблемы долгосрочного планирования оптимального развития энергетических систем целесообразно иметь по крайней мере три типа моделей удельных капиталовложений в строительство крупных тепловых электростанций (ТЭС) при различном агрегировании исходной информации (для различных ступеней иерархии задач): 1) модель для определения перспективных типов и мощностей агрегатов электростанций; 2) модель для распределения генерирующих мощностей ТЭС между крупными территориальными регионами; 3) модель для оптимизации местоположения и мощностей электростанций внутри крупных районов на уровне технико-экономического обоснования вариантов.

Как показано в [1], информационная обеспеченность моделей различных ступеней иерархии неодинакова. Поэтому для упомянутых типов моделей проведено деление информационной базы на три уровня.

Наибольшее влияние на удельные капиталовложения оказывает группа энергоэкономических параметров, куда включены суммарная мощность ТЭС ($P_{ст}$), единичная мощность блока ($P_{бл}$) и вид топлива. Эти параметры образуют I информационный уровень [2].

Информационный уровень II содержит многочисленную совокупность инженерно-географических параметров, характеризующих транспортные, географические, климатические, демографические и другие условия сооружения ТЭС, применительно к n крупным территориальным регионам (областям и автономным республикам).

Информационный уровень III образован инженерно-географическими параметрами конкретных площадок строительства электростанций. Сюда включены условия рельефа площадки, дорожного строительства, удаленности площадки от крупных населенных пунктов, условия водоснабжения и т. д.

Перечни учтенных инженерно-географических параметров II и III информационных уровней приведены в приложении I.

Использование параметров тех или иных информационных уровней тесно связано со степенью агрегирования моделей. Так, наиболее агрегированные модели первого типа используют только параметры I информационного уровня, а модели второго типа — параметры I и II информационных уровней. Наиболее подробные модели третьего типа требуют привлечения параметров всех трех информационных уровней.

Анализ исходной информации II и III уровней выявил следующие обстоятельства.

1. Число инженерно-географических параметров, образующих совокупности II и III уровней, очень велико. Например, приведенная

ниже модель, сформированная по сокращенной совокупности, содержит 56 параметров (38—II и 18—III уровня).

2. Каждый параметр в отдельности слабо влияет на функцию удельных капиталовложений в строительство ТЭС, но суммарное их воздействие весьма существенно.

3. Число параметров соизмеримо с размером выборки. Это объясняется ограниченным числом регионов и площадок сооружения ТЭС.

4. Инженерно-географические параметры II и III уровней коррелируют друг с другом как внутри, так и между уровнями.

Указанные обстоятельства препятствуют применению для моделирования экономических характеристик ТЭС классического регрессионного анализа и требуют специальных методов многомерного статистического анализа.

В данной работе использован метод главных факторов [3], наиболее приемлемый для такого рода задач [4]. Он основан на преобразовании исходного пространства коррелирующих параметров в ортогональное пространство факторов. При этом несколько первых главных факторов учитывают основную долю суммарной дисперсии параметров и поэтому с достаточной точностью описывают исходную совокупность параметров. Метод главных факторов требует предварительного определения числа выделяемых факторов. Это число выбирается так, чтобы оно было достаточно для учета заданной доли дисперсии параметров. Критерием достаточности служит незначительность элементов остаточной корреляционной матрицы $R_{ост}$. При невыполнении критерия число выделяемых факторов увеличивается и расчет проводится заново.

Указанное преобразование имеет смысл для II и III информационных уровней, так как совокупности параметров этих уровней многочисленны. Размерность пространства параметров I информационного уровня невелика, и его преобразование в факторное не требуется.

Метод главных факторов в качестве исходной использует корреляционную матрицу R параметров X с общностями на главной диагонали. Начальная оценка общностей проводится на основе компонентного анализа [3].

Факторы F оцениваются по формуле

$$F = WX. \quad (1)$$

Здесь

$$W = A_t R_b^{-1}, \quad (2)$$

где A — матрица нагрузок на факторы; R_b — матрица вычисленных коэффициентов корреляции:

$$R_b = AA_t. \quad (3)$$

Критерий достаточности использует матрицу $R_{ост}$ (см. выше):

$$R_{ост} = R - R_b. \quad (4)$$

Кроме того, число выделенных факторов проверяется по статистическому критерию Неймана — Пирсона [5].

Упомянутые выше совокупности инженерно-географических параметров были использованы при расчете корреляционной матрицы R_{II} только II информационного уровня, а также полной корреляционной матрицы R_{II-III} II и III уровней совместно. Факторизация матриц R_{II} и R_{II-III} проведена с выделением шести и восьми факторов соответственно. Учет главными факторами суммарной дисперсии параметров показан на рисунке.

Прежде чем дать математическое описание моделей, отметим следующее важное обстоятельство. Удельные капиталовложения в

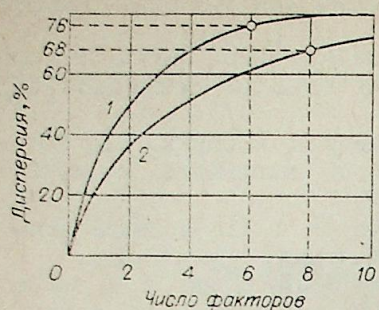


Рис. Учет факторами дисперсии параметров.

1 — II информационный уровень; 2 — II и III информационные уровни.

математические модели одинаково пригодны для описания переменных частей удельных капиталовложений как конденсационных, так и атомных электрических станций.

сооружение ТЭС можно представить состоящими из двух частей: постоянной, независимой от инженерно-географических параметров и обусловленной типом электростанций (конденсационная, атомная), и переменной, зависящей от указанных параметров. Приведенные ниже математические модели одинаково пригодны для описания переменных частей удельных капиталовложений как конденсационных, так и атомных электрических станций.

В настоящей работе сформированы модели с использованием классического регрессионного анализа [6] на основе выделенных факторов II и III информационных уровней и параметров I уровня. При этом качественный параметр (вид топлива) I уровня закодирован двумя фиктивными переменными T_1 и T_2 .

Кодировка качественного параметра приведена ниже.

Топливо	T_1	T_2
Ядерное	1	1
Газомазутное	0	0
Уголь	0	1
Торф и сланец	1	0

Модель переменных удельных капиталовложений в строительство ТЭС второго типа сформирована в линейном виде со свободным членом. В нее вошли три вышеназванных параметра I информационного уровня и шесть факторов, учитывающих 76% суммарной дисперсии параметров I уровня. Факторно-регрессионное уравнение имеет вид

$$K = 29,68 - 4,43 \frac{P_{ст}}{1000} + 3,15 \frac{P_{бл}}{100} - 12,12 T_1 + 9,63 T_2 - 4,77 F_1^{II} + 4,62 F_2^{II} + 2,16 F_3^{II} + 4,12 F_4^{II} - 3,26 F_5^{II} - 2,96 F_6^{II}. \quad (5)$$

Погрешность модели лежит в пределах 12—16%.

Соответственно для полных удельных капиталовложений погрешность составляет 4—8%. Матрица связи факторов с параметрами II информационного уровня приведена в приложении 2.

Полученная модель может быть рекомендована для решения задачи территориального размещения ТЭС между крупными регионами.

На основе этой модели проведена дифференциация территории РСФСР по агломерационному алгоритму [7] на тринадцать однородных таксонов, внутри которых переменные части удельных капиталовложений статистически не различимы.

Проверка корректности таксономии осуществлена по двум критериям. На каждом шаге объединения районов территории в таксоны контролировались средние внутригрупповые и межгрупповые расстояния (различия между удельными капиталовложениями). При их равенстве объединение прекращалось. Найденное таким способом число таксонов было проверено по критерию Фишера [7]. В случае его невыполнения число таксонов увеличивалось на один и т. д.

Модель переменной части удельных капиталовложений третьего типа сформирована в линейном виде со свободным членом. В нее вошли три параметра I информационного уровня и восемь главных инженерно-географических факторов II и III уровней совместно, учи-

тывающих 68% суммарной дисперсии параметров. Эта модель имеет вид

$$K = 123,3 - 3,6 \frac{P_{ст}}{1000} - 11 \frac{P_{бл}}{100} + 0,66 T_1 + 32,4 T_2 - 0,39 F_1 - 2,51 F_2 + 0,04 F_3 + 1,1 F_4 - 6,6 F_5 - 5,8 F_6 - 2,05 F_7 - 2,08 F_8. \quad (6)$$

Погрешность этой модели 5—7%, что для полных удельных капиталовложений составляет 2—3,5%. Ширина доверительных интервалов коэффициентов уравнений регрессии не более 10%. Матрица связи факторов с параметрами II и III информационных уровней приведена в приложении 3.

Полученная модель рекомендуется для использования при технико-экономическом обосновании площадок сооружений для ТЭС. Погрешности переменных удельных капиталовложений для моделей (5) и (6) определены по формуле

$$\Delta K = \frac{\sum_{i=1}^n |K_{выб,i} - K_{выч,i}|}{M(K_{выб,i})} \cdot 100\%, \quad (7)$$

где $K_{выб}$ — значения выборочных переменных удельных капиталовложений; $K_{выч}$ — переменные удельные капиталовложения, полученные на основе моделей; $M(K_{выб})$ — математическое ожидание выборочных удельных капиталовложений. Погрешности полных удельных капиталовложений определены аналогично, т. е. в (7) вместо переменных значений $K_{выб}$ и $K_{выч}$ подставлены полные.

Алгоритмы формирования факторно-регрессионных моделей и таксономии реализованы на алгоритмическом языке АЛГОЛ. Расчеты проводились на машинах БЭСМ-6 и М-222.

Программы носят исследовательский характер, однако с некоторой доработкой они внедряются в Уральском отделении института Теплоэлектропроект.

ВЫВОДЫ

1. Экономические показатели сооружения ТЭС сильно зависят от экономико-географических, физико-географических, гидрологических, биогеографических и инженерно-строительных условий их строительства. Поэтому при создании моделей удельных капиталовложений в сооружение ТЭС необходим по возможности полный учет инженерно-географических условий.

2. Для формирования моделей удельных капиталовложений в ТЭС на различных иерархических уровнях может быть рекомендован экономико-статистический подход, дающий хорошие результаты.

3. Построены модели удельных капиталовложений в сооружение ТЭС, погрешности которых малы (2—3,5%), что позволяет использовать их при технико-экономическом обосновании района строительства ТЭС.

Приложение 1

ПЕРЕЧЕНЬ ИНЖЕНЕРНО-ГЕОГРАФИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

№	Параметры	Единица измерения
		3
I информационный уровень		
1	Территория	тыс. км ²
2	Плотность населения	%
3	Удельный вес городского населения	га/км ²
4	Удельный вес сельскохозяйственных угодий	км/км ²
5	Густота железных дорог	»
6	Густота автодорог	тыс. руб./км
7	Удельный вес народного хозяйства	»
8	Удельный вал сельского хозяйства	»
9	Удельные капиталовложения в народное хозяйство	руб/га
10	Экономическая оценка пашни	коп/м ³
11	Экономическая оценка воды	руб/т. у. т.
12	Замыкающие затраты на топливо	коп/кВт · ч
13	Замыкающие затраты на электроэнергию	руб/гкал
14	Замыкающие затраты на теплоэнергию	шт.
15	Число городов от 100 до 250 тыс. чел.	»
16	Число городов с 250 тыс. чел. и более	°С
17	Средняя температура наиболее холодного месяца	»
18	Средняя температура наиболее жаркого месяца	»
19	Средняя температура наиболее холодной пятидневки	»
20	Продолжительность отопительного периода	сут
21	Глубина промерзания грунта	мм
22	Солнечная радиация (среднегодовая)	ккал/м
23	Скорость ветра зимой	м/с
24	Скорость ветра летом	»
25	Отопительная влажность воздуха летом	%
26	Относительная влажность воздуха зимой	»
27	Удельный вес сильно пересеченной местности	»
28	Коэффициент температурной стратификации атмосферы	°/с ² · град
29	Модуль местного стока	л/с · км ²
30	Модуль стока общий	о. е.
31	Вариация стока	см
32	Испарение с водной поверхности	млн кВт · ч/км
33	Плотность электропотребления	тыс. руб./км
34	Удельный объем строительно-монтажных работ	о. е.
35	Коэффициент на заработную плату	руб. за смену
36	Стоимость экономии машин и механизмов	руб/т
37	Коэффициент стоимости строительных материалов	руб/100 м ³
38	Стоимость земельных работ	»
II информационный уровень		
39	Источник и вид техводоснабжения	баллы
40	Разность НПУ и отметки пола главного корпуса	м
41	Площадь водохранилища, приведенная к предельной мощности	кв/МВт
42	Длина плотины	км
43	Суммарная длина подводящих и отводящих каналов	км
44	Протяженность водоводов подпитки	»
45	Предельная мощность станции	МВт · 10 ⁻³
46	Протяженность железных дорог	км
47	Протяженность автодорог	»
48	Условия строительства железных и автомобильных дорог	баллы
49	Условия рельефа	»
50	Глубина залегания грунтовых вод	м
51	Общая площадь, приведенная к мощности	га/МВт · 10 ⁻³
52	Пашня	»
53	Лес	»
54	Наличие собственного жилого поселка (фиктивная переменная)	0 или 1
55	Расстояние до жилья	км
56	Расстояние до крупного города (численностью населения более 100 тыс. чел.)	»

Приложение 2
МАТРИЦА СВЯЗИ ФАКТОРОВ С ПАРАМЕТРАМИ II ИНФОРМАЦИОННОГО УРОВНЯ

№	Оценки факторов					
	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅	F ₆
1	-0,024	0,016	0,022	0,028	0,040	-0,018
2	0,046	-0,095	0,153	-0,151	0,012	0,199
3	-0,036	-0,047	0,174	-0,087	0,346	-0,168
4	0,052	0,117	-0,098	-0,112	-0,212	-0,204
5	0,013	-0,097	0,049	0,035	0,051	0,011
6	0,249	-0,043	0,049	-0,011	-0,031	0,153
7	0,051	-0,084	0,123	-0,308	-0,031	0,19
8	0,027	0,036	-0,020	0,008	-0,106	0,155
9	0,242	0,095	0,419	0,879	-0,618	-0,861
10	-0,007	0,036	0,021	0,021	0,016	0,051
11	-0,004	0,021	0,002	0,037	0,029	0,076
12	0,068	-0,081	-0,094	-0,005	0,122	-0,062
13	0,106	-0,119	-0,124	0,006	0,182	-0,047
14	-0,021	0,021	0,020	-0,073	0,060	0,127
15	0,049	-0,031	-0,083	0,002	0,067	0,003
16	0,006	0,131	0,069	0,092	0,134	0,099
17	0,152	-0,032	-0,187	0,169	0,420	0,182
18	-0,049	0,013	0,034	-0,167	0,126	-0,227
19	-0,001	-0,003	-0,052	-0,030	-0,045	-0,055
20	0,020	-0,020	-0,051	-0,101	-0,031	-0,199
21	0,019	-0,089	-0,012	0,083	0,157	0,197
22	0,046	-0,054	-0,099	-0,098	-0,029	-0,144
23	-0,054	0,053	0,103	0,179	0,083	0,233
24	-0,031	0,079	-0,005	0,034	0,016	-0,039
25	0,258	-0,267	-0,158	0,189	0,208	0,006
26	0,017	0,019	0,011	-0,034	0,048	-0,085
27	0,012	0,287	0,052	0,051	0,251	-0,131
28	0,038	-0,087	0,190	-0,123	0,113	0,103
29	0,134	-0,044	0,161	-0,092	0,045	0,081
30	0,062	0,020	0,044	0,012	0,108	-0,107
31	-0,044	0,094	0,024	-0,008	0,110	-0,129
32	-0,121	0,137	0,074	0,033	0,075	0,093
33	-0,006	0,019	-0,131	0,091	0,111	0,009
34	-0,031	0,231	0,111	-0,109	0,075	-0,083
35	-0,172	-0,111	-0,109	-0,131	0,083	0,038
36	-0,028	0,032	-0,077	-0,079	-0,132	-0,047
37	0,047	0,047	-0,071	0,021	-0,058	0,141
38	0,032	0,099	0,098	0,037	-0,131	0,121

Приложение 3

МАТРИЦА СВЯЗИ ФАКТОРОВ С ПАРАМЕТРАМИ II И III ИНФОРМАЦИОННЫХ УРОВНЕЙ

№	Оценки факторов							
	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅	F ₆	F ₇	F ₈
1	+0,024	0,007	0,042	0,077	-0,048	+0,138	-0,244	0,008
2	0,003	-0,009	-0,008	-0,036	-0,018	-0,023	-0,196	0,039
3	0,012	-0,006	-0,004	-0,065	0,028	0,192	0,078	-0,0002
4	-0,006	-0,003	0,025	0,033	0,007	0,023	0,102	0,005
5	-0,004	0,008	0,013	0,013	-0,008	-0,001	-0,024	0,034
6	0,004	0,003	0,013	0,007	-0,015	-0,013	-0,029	0,044
7	0,004	0,003	-0,007	0,007	-0,011	-0,247	0,125	-0,010
8	-0,015	0,010	0,046	0,112	-0,011	-0,247	0,125	-0,042
9	-0,002	0,001	0,006	-0,009	0,019	0,036	0,048	-0,066
10	-0,001	-0,025	0,026	0,022	0,023	0,003	0,056	0,047
11	-0,006	-0,029	0,038	0,018	0,045	0,003	-0,011	0,047
11	-0,015	0,006	0,076	0,047	0,050	-0,003	-0,038	0,149

№	Оценки факторов							
	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8
12	-0,007	-0,003	0,023	0,019	-0,026	0,004	-0,014	0,047
13	-0,008	-0,003	0,067	0,084	-0,023	-0,054	0,030	0,007
14	-0,006	-0,012	0,028	0,041	0,009	-0,034	-0,076	0,089
15	-0,026	0,013	0,019	0,024	-0,045	0,001	0,033	-0,018
16	-0,007	-0,006	-0,004	0,033	0,016	-0,127	-0,037	0,003
17	-0,004	0,003	0,010	0,036	-0,007	-0,053	0,075	0,050
18	-0,002	0,018	0,014	0,012	0,010	-0,003	0,056	-0,057
19	-0,022	-0,043	-0,023	-0,028	-0,003	-0,019	0,037	-0,038
20	-0,066	-0,022	-0,134	0,167	0,068	0,034	-0,061	-0,051
21	0,012	0,046	-0,114	-0,093	0,164	0,040	-0,122	-0,136
22	-0,038	-0,029	0,073	0,071	0,027	0,047	-0,107	0,114
23	-0,017	-0,043	-0,063	0,025	0,012	-0,034	-0,090	-0,048
24	-0,043	-0,050	-0,093	0,082	-0,146	0,030	-0,022	-0,026
25	-0,067	0,016	-0,074	0,153	0,073	0,125	-0,013	0,136
26	-0,066	-0,013	-0,015	0,124	-0,053	0,038	0,128	0,0253
27	-0,021	0,063	-0,026	0,022	0,075	0,049	-0,036	0,026
28	-0,039	0,023	-0,064	0,045	0,034	-0,085	0,236	0,170
29	-0,006	-0,084	-0,028	-0,033	0,093	-0,157	0,154	-0,0914
30	-0,058	-0,136	0,079	-0,048	0,066	-0,047	0,237	-0,041
31	-0,096	-0,182	0,118	-0,078	0,112	0,003	-0,089	0,143
32	-0,095	0,012	0,142	-0,091	0,122	-0,107	-0,136	-0,031
33	-0,009	0,013	-0,051	0,013	0,044	-0,036	0,066	-0,025
34	0,007	-0,004	-0,049	-0,005	0,051	-0,030	-0,089	-0,037
35	-0,094	0,122	-0,077	-0,123	-0,073	-0,155	0,015	0,042
36	-0,062	0,010	-0,005	-0,049	0,017	0,048	-0,181	-0,015
37	-0,097	-0,104	-0,034	-0,068	0,049	-0,178	-0,016	-0,053
38	0,090	-0,024	0,023	0,002	0,092	0,119	-0,016	-0,044
39	0,146	0,117	0,025	0,150	0,170	-0,076	0,030	0,159
40	-0,031	-0,006	-0,049	-0,017	0,031	0,012	-0,072	0,102
41	0,001	-0,020	0,048	0,016	0,048	-0,019	0,023	-0,032
42	-0,014	-0,028	0,017	-0,034	0,000	-0,122	-0,057	0,171
43	0,022	-0,024	-0,013	0,025	-0,111	-0,059	0,013	0,021
44	-0,020	0,027	0,048	-0,019	-0,036	0,016	0,022	-0,042
45	0,006	0,087	-0,040	0,009	-0,034	-0,136	0,070	0,029
46	0,006	-0,067	-0,020	-0,096	-0,001	0,027	-0,012	0,076
47	0,049	-0,044	-0,129	-0,075	-0,205	-0,124	0,075	0,0728
48	0,023	0,015	-0,120	-0,115	-0,179	0,012	-0,094	0,1251
49	-0,001	0,134	0,050	0,030	-0,107	-0,071	0,116	-0,102
50	-0,035	-0,026	0,013	-0,088	0,141	0,020	-0,100	-0,060
51	-0,024	-0,026	-0,155	0,057	0,160	-0,022	-0,064	-0,229
52	-0,040	0,000	-0,088	0,058	0,016	-0,080	-0,024	0,068
53	0,052	-0,004	-0,055	-0,029	0,171	-0,172	-0,025	0,207
54	0,024	-0,027	-0,039	-0,069	0,143	-0,042	-0,004	0,200
55	-0,010	-0,6020	0,008	-0,032	0,047	0,016	0,059	-0,058
56	0,047	-0,018	0,058	-0,087	0,170	-0,061	0,024	0,190

Уральский политехнический институт им. С. М. Кирова, Свердловск

Поступила в редакцию 12/III 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. А. Арзамасцев. Модели и методы оптимизации развития электрических сетей энергосистем. Свердловск, УПИ, 1973.
2. Д. А. Арзамасцев, Л. И. Мардер, А. Л. Мызин.—Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1975, № 3.
3. Г. Харман. Современный факторный анализ. М., «Статистика», 1972.
4. С. С. Ананичева, Д. А. Арзамасцев, Л. И. Мардер, А. Л. Мызин.—Изв. вузов СССР. Энергетика, 1976, № 2.
5. Д. Лоули, А. Максвелли. Факторный анализ как статистический метод. М., «Мир», 1967.
6. Н. Дрейпер, Г. Смит. Прикладной регрессионный анализ. М., «Статистика», 1973.
7. С. А. Айволян, З. И. Бежаева, О. В. Староверов. Классификация многомерных наблюдений. М., «Статистика», 1974.

УДК 537.312.6

В. О. ХАНДРОС, Н. А. БОГОЛЮБОВ

УСТАНОВКА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ЭЛЕКТРОСОПРОТИВЛЕНИЯ И СПЛАВОВ ПРИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

Электропроводность — важная характеристика металлов и сплавов. Поскольку в современной технике материалы используются в широком интервале температур, важно иметь надежные данные об электросопротивлении и его температурной зависимости не только при комнатной, но и при высоких температурах. Исследование электросопротивления — один из самых удобных и быстрых методов построения фазовых диаграмм. Большой интерес представляет изучение температурной зависимости сопротивления вблизи фазовых переходов для понимания физических процессов, происходящих в образце.

Для надежного и быстрого измерения электросопротивления проводящих образцов в широком интервале температур и подробного исследования поведения сопротивления вблизи фазовых переходов предназначена описываемая установка.

В качестве рабочей вакуумной камеры (рис. 1) используются стандартные стеклянные вакуумные колпаки 1, установленные на металлическом основании 2. Уплотнением между колпаком и основанием служит прокладка 3 из силиконовой резины. Прокладка предварительно тренировалась в течение 15 ч в вакуумном шкафу при температуре 80—90°C, что резко снижало газовыделение из резины [1]. Для прогрева камеры использовалась спираль 4 из сплава WRe, установленная внутри рабочей камеры. Мощность ее излучения значительно превосходит максимальную мощность излучения образца. Применение такого нагревателя позволяет после вскрытия установки быстро (в течение 1—1,5 ч) получить рабочий вакуум; предварительная тренировка камеры с помощью мощного нагревателя дает возможность вести длительные измерения.

При этом нагрев стенок камеры излучением образца не ухудшает вакуум. В центре основания 2 находится откачной трубопровод, прикрытый колпачком-отражателем 5, снижающим вероятность попадания паров рабочей жидкости насоса в камеру. Основание имеет 12 металло-стеклянных вводов 6, через которые вводятся питающие потенциальные провода и термодпары. Чтобы свести к минимуму карбидизацию и окисление образцов, особенно тонких, применялась безмасляная откачка (паротурбинный насос ДРН-10). Система откачки обеспечивала рабочее давление в камере 270÷400 мкн/м². Нагрев образца 1 осуществлялся пропусканием постоянного тока (рис. 2).

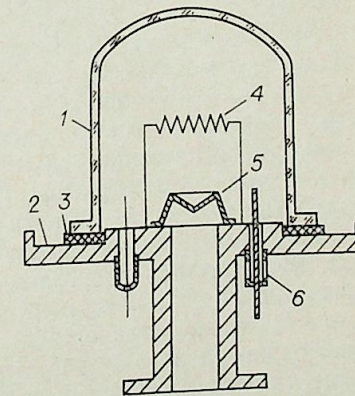


Рис. 1. Схема вакуумной камеры.

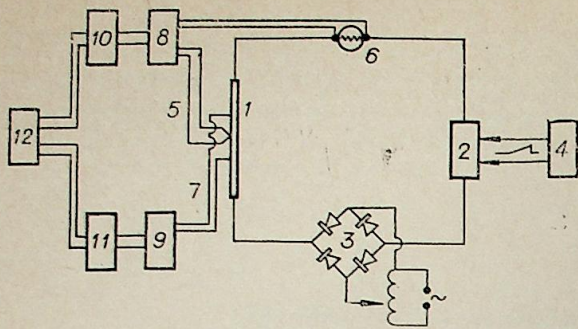


Рис. 2. Схема измерения электросопротивления в широком температурном интервале.

Основной элемент схемы питания — стабилизатор тока П-138 2, обеспечивающий высокую стабильность тока в пределах 0—30 А при напряжениях 6—1,2 В. Верхний предел рабочих напряжений стабилизатора мал, и для его расширения последовательно с П-138 включен еще один нестабилизированный выпрямитель 3. Регулируя напряжение этого выпрямителя, мож-

но обеспечить необходимый режим нагрева образца. При этом стабилизация общего тока по-прежнему выполнялась стабилизирующим элементом П-138. При токе нагрева образца 10 А колебания тока не превышали 100 мкА, что обеспечивало стабильность температуры 0,1 К. Температурная развертка, т. е. изменение тока, а следовательно, и температуры образца во время измерений, осуществлялась автоматически. Для этого в цепь опорного элемента стабилизирующей схемы П-138 подавалось напряжение от низкочастотного генератора НГПК 4. Регулируя выходное напряжение НГПК, его частоту, форму и полярность, можно получить желаемые скорость, амплитуду и «направление» температурной развертки. Обычно использовались пилообразные импульсы развертывающего напряжения с частотой 0,001 Гц.

Температура образца контролировалась Pt—Pt Rh-термопарой 5. Величина тока, текущего через образец, определялась по падению напряжения на образцовой катушке — сопротивлении 6. Для измерения напряжения на центральной рабочей части образца к ней приваривались точечной сваркой потенциальные провода 7. Чтобы уменьшить искажения температурного поля образца, для изготовления термопары и потенциальных проводов использовалась проволока диаметром не более 0,1 мм.

Напряжение на катушке V_i и э. д. с. термопары ϵ последовательно измерялись (компенсировались) потенциометром Р-348 8, а напряжение на рабочей части образца V — потенциометром Р-309 9. После включения температурной развертки V_i , V и ϵ начинали изменяться. Некомпенсированная часть этих напряжений ΔV_i , ΔV , $\Delta \epsilon$ с выходов фотокомпенсационных усилителей потенциометров подавалась на входы цифровых вольтметров Ф4202 10, 11, преобразующих их в цифровой код, и регистрировалась цифropечатающим устройством — транскриптором Ф595 км 12. ΔV_i , ΔV и $\Delta \epsilon$ измерялись и печатались последовательно. Общее время измерения и регистрации этих величин 9—11 с. При выбранных скоростях температурной развертки температура образца менялась за это время примерно на 1°. Подачу команды на измерение — печать и периодическую компенсацию основной части величин V_i , V и ϵ -оператор проводит вручную. В случае замены вольтметров Ф4202 на более совершенные приборы измерительная схема упрощается, а процесс измерений полностью автоматизируется.

Для контроля воспроизводимости результатов, помимо пилообразных, применялись треугольные импульсы с частотой 0,001 Гц. В этом случае исследуемый температурный интервал повторялся дважды — при возрастании и уменьшении температуры. В проведенных измерениях амплитуда развертки регулировалась в пределах 30—100°, а скорость развертки менялась от 2 до 7 град/мин. За один цикл регистрировалось 50—70 точек, т. е. средний температурный интервал между точками со-

ставлял не более 1,5°. Для исключения влияния термо-э. д. с., которая может возникнуть при разности температур в точках присоединения потока нагрева.

Сопротивление рабочего участка образца вычисляли по формуле

$$R = VR_n / V_i,$$

где R_n — сопротивление образцовой катушки.

Для подробного исследования зависимости R от T вблизи фазовых переходов использовалась схема, изображенная на рис. 3. Образец, как и в первом случае, нагревался постоянным током. Температурная развертка в узком интервале (2—6°) осуществлялась малой добавкой переменного тока с изменяющейся амплитудой. Для этого в цепь образца 1 включалась вторичная обмотка трансформатора 2. На первичную обмотку подавалось напряжение, амплитуда которого может линейно изменяться с помощью схемы, состоящей из трансформатора 3, транзистора 4 и задающего генератора НГПК. Период изменения амплитуды может варьировать в широких пределах. Нагрев образец до нужной температуры потенциометрами 5 и 6, компенсируют напряжения V и ϵ и включают температурную развертку. С изменением температуры изменяется сопротивление образца. Стабилизатор тока 7, поддерживая постоянный ток, меняет напряжение питания цепи и, следовательно, постоянное напряжение, падающее на рабочем участке образца. Эта добавка ΔV прямо пропорциональна изменению сопротивления образца. С выхода усилителя потенциометра 5 некомпенсированная добавка ΔV подается на ось y двухкоординатного самописца 8. Потенциометры 5, 6 не чувствительны к переменной составляющей (100 Гц), а самописец шунтируется конденсатором. Таким образом, по оси V самописца регистрируется только величина ΔV , пропорциональная изменению сопротивления образца. На ось X подается величина $\Delta \epsilon$ с выхода потенциометра 6. В результате получаем графическую зависимость величины, пропорциональной сопротивлению, от э. д. с. термопары, т. е. зависимость R от T . Использование усилителей потенциометров 5, 6 позволило получить высокую чувствительность регистрирующей схемы. Нами выбраны режимы, при которых чувствительность по оси э. д. с. равнялась 1 мкВ/5 мм, а по оси напряжений 1 мкВ/0,4 мм, что позволяло даже при низких температурах надежно регистрировать изменение V на величину, меньшую 0,1 %.

При измерении сопротивления погрешность результатов складывается из погрешностей определения величин V_i и V , а при определении удельного сопротивления ρ добавляется погрешность определения размеров рабочего участка образца. Относительная величина этих погрешностей и равномерность температурного поля рабочего участка образца существенно зависят от его размеров.

Для обеспечения необходимой точности размеры рабочего участка образца должны быть такими, чтобы при самых низких температурах его сопротивление было не меньше 10^{-2} Ом. При выполнении этого условия инструментальная погрешность определения R с помощью схемы, изображенной

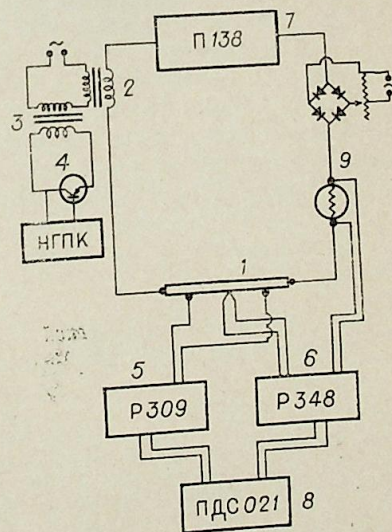


Рис. 3. Схема измерения электросопротивления в узком температурном интервале.

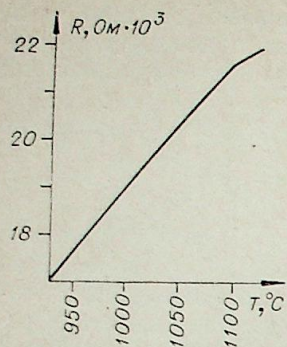


Рис. 4. График температурной зависимости электросопротивления кобальта.

лени температуры за счет теплоотвода, искажения амплитуды и фазы колебаний температуры не превосходит 1%. На образцах кобальта длиной 80 и 150 мм проводилась проверка точности абсолютных измерений температуры. В качестве реперных точек использовались температуры фазовых переходов 1-го (425—427°C) и 2-го (1095—1110°C) рода. В обоих случаях погрешность измерения температуры составляла 2,5%. Температура образца и ее однородность на рабочем участке могут дополнительно контролироваться с помощью оптического пирометра. Заканчивая анализ погрешностей, следует отметить, что предлагаемая установка уступает в точности установкам, описанным в работах [3, 4], но позволяет значительно быстрее и подробнее исследовать температурный ход электросопротивления.

На установке с применением схемы, изображенной на рис. 2, проводились измерения сопротивления кобальта в интервале температур 950—1125°C. Полученные результаты представлены на рис. 4 и в таблице. Инструментальная погрешность приведенных в таблице наших данных $\pm 3\%$. Точность результатов работы [5] неизвестна.

С помощью схемы, представленной на рис. 3, удалось впервые исследовать температурный ход электросопротивления кобальта вблизи точки Кюри. Полученные кривые зависимости (dR/dT) — T подобны аналогичным зависимостям в железе и никеле.

Авторы выражают благодарность Я. А. Крафтмахеру за ценные советы.

Институт неорганической химии СО АН СССР, Новосибирск

Поступила в редакцию 2/VI 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Пипко, В. Я. Плисковский, Е. А. Пенчко. Конструирование и расчет вакуумных систем. М., «Энергия», 1970.
2. Л. П. Филиппов. Измерение тепловых свойств твердых и жидких металлов при высоких температурах. Изд-во МГУ, 1967.
3. В. А. Вертоградский, В. Я. Чеховской. Электросопротивление вольфрам-рениевых сплавов ВР-5 и ВР-10 при 1200—3000°K.— ТВТ, 1973, 11, № 2.
4. В. Э. Пилецкий, В. П. Дружинин. Экспериментальное исследование некоторых физических свойств гафния в области высоких температур.— ТВТ, 1971, 9, № 3.
5. W. Kierspe, R. Kohlhaas, H. Gonska. Die Untersuchung elektrisches Widerstand von Ni, Fe and Co.— Z. angew. Phys., 1967, 24, 28.

на рис. 2, меньше 0,2%. Случайный разброс точек от графически сглаженной кривой составил в наших экспериментах 0,4% (рис. 4). При подробном исследовании сопротивления по схеме рис. 3 инструментальная погрешность равна 1,2%, а разброс снятых с графика значений от сглаженной кривой — 0,01%. Погрешность определения ρ при пользовании обычным измерительным инструментом (микрометр, штангенциркуль) — 2—4%.

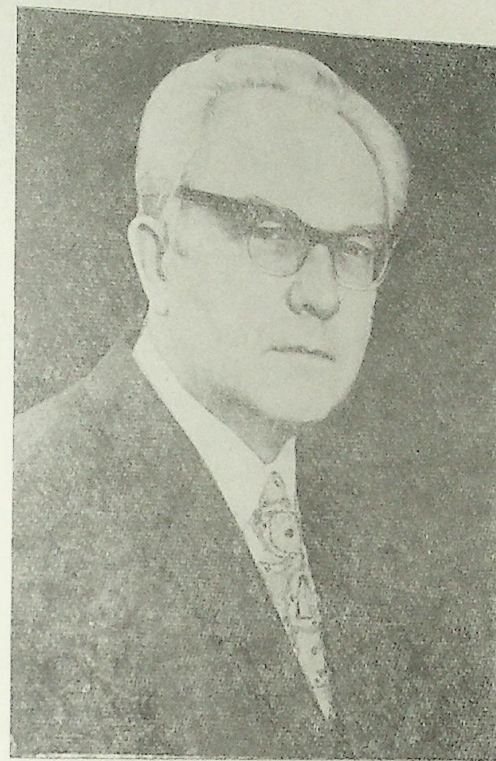
Отношение общей длины образца к его поперечным размерам должно обеспечивать достаточную однородность температуры на рабочем участке (см. [2]).

Анализ показывает [2], что при применении образцов сечением 0,2—0,5 мм², термонар и потенциальных проводов диаметром 0,1 мм и при периоде развертки 500—1000 с ошибка в определении

Удельное сопротивление кобальта, мкОм/м

T_k	Наши данные	Данные работы [5]
1398	0,898	0,8917
1373	0,874	0,8745
1348	0,850	0,8527
1323	0,826	0,8297
1273	9,788	0,7845
1223	0,732	0,7348

МИХАИЛ ФЕДОРОВИЧ ЖУКОВ



Исполнилось 60 лет со дня рождения и 35 лет научно-педагогической деятельности крупного ученого в области низкотемпературной плазмы, аэродинамики и газодинамики, Главного ученого секретаря Президиума СО АН СССР, заместителя директора Института теплофизики СО АН СССР, члена-корреспондента АН СССР Михаила Федоровича Жукова.

М. Ф. Жуков родился в 1917 г. в Орловской области в семье железнодорожника, в 1935 г. окончил рабфак, а в 1941 г. — механико-математический факультет Московского государственного университета.

Во время войны Михаил Федорович Жуков работал в ЦАГИ им. Н. Е. Жуковского, отдавая все силы повышению обороноспособности нашей Родины. В послевоенные годы, в период работы в ЦИАМЕ, в связи с интенсивным развитием скоростей турбореактивной авиации его интересы сосредоточиваются на исследованиях течения сверхзвуковых потоков газа в каналах турбокомпрессоров, на выяснении особенностей течения газа вблизи притупленных кромок профилей решеток при сверхзвуковых скоростях.

В 1957 г. М. Ф. Жуков обращается к исследованиям в области низкотемпературной газоразрядной плазмы. Он занимается изучением сложнейших физических процессов, происходящих в электродуговых генераторах. Это было связано в первую очередь с требованиями аэрокосмической техники, требовавшей высоких температур газового потока в аэродинамических трубах для моделирования полета аппаратов с гиперзвуковыми скоростями и условий входа космических аппаратов в атмосферу Земли и других планет.

В последующие годы интерес к низкотемпературной плазме и устройствам, ее генерирующим, возрос еще больше в связи с увеличившейся потребностью технических прило-

жений плазменных генераторов в традиционных отраслях промышленности и в первую очередь в химической и металлургической.

С 1958 г. Михаил Федорович Жуков работает заместителем директора ИТиПМ СО АН СССР. В этот период под его руководством складывается сибирская школа «плазменщиков», пользующаяся заслуженным авторитетом у коллег в нашей стране и за рубежом. Уже в 1961 г. появились первые публикации результатов исследования физических процессов в генераторах низкотемпературной плазмы. Михаилом Федоровичем и его коллегами изучен и описан ряд фундаментальных физических процессов, позволяющих не только объяснить различные явления в электрических дугах, но и наметить конструктивные пути разработки мощных и эффективных генераторов плазмы.

Генераторы низкотемпературной плазмы, разрабатываемые в лабораториях, руководимых М. Ф. Жуковым, находят все большее применение в новых технологических процессах, в химической и металлургической промышленности.

Важным этапом в исследовании явилась разработка критериев подобия, отражающих специфику плазменного генератора как электротехнического, газодинамического и теплового устройства. Полученные критериальные уравнения позволяют успешно рассчитывать натурные объекты по результатам лабораторных испытаний.

С 1970 г. коллектив ученых, возглавляемый чл.-корр. АН СССР М. Ф. Жуковым, успешно трудится в Институте теплофизики СО АН СССР.

Труды ученых, занимающихся исследованием низкотемпературной плазмы, быстро становятся достоянием широкой научной общественности, заводских лабораторий, работников СКБ, студентов и аспирантов, занимающихся исследованием и применением низкотемпературной газоразрядной плазмы.

В 1973 г. вышла в свет монография М. Ф. Жукова, В. Я. Смолякова, Б. А. Урюкова «Электродуговые нагреватели газа», подводящая итоги почти 10-летней исследовательской деятельности коллектива под руководством М. Ф. Жукова. В книге содержатся результаты теоретических и экспериментальных исследований газового разряда в условиях различных внешних воздействий.

В 1975 г. была опубликована книга М. Ф. Жукова, А. С. Коротеева, Б. А. Урюкова «Прикладная динамика термической плазмы». И, наконец, в 1977 г. вышли из печати под редакцией и при непосредственном участии М. Ф. Жукова три книги: «Теория электрической дуги в условиях вынужденного теплообмена», «Экспериментальные исследования плазмотронов», «Свойства низкотемпературной плазмы и методы ее диагностики», подводящие итоги современным достижениям в исследовании и применении газоразрядной плазмы.

Михаил Федорович придает огромное значение популяризации достижений науки. Наряду с изданием многочисленных статей и книг он организовал выпуск альбома конструкций «Электродуговые плазмотроны», вызвавшего большой интерес у работников промышленности и конструкторских бюро.

Всесоюзная конференция по генераторам низкотемпературной плазмы, проводившаяся с 1963 г. по инициативе Михаила Федоровича, становится традиционным форумом, в работе которого принимают участие советские и зарубежные ученые.

Большая научная деятельность члена КПСС М. Ф. Жукова сочетается с педагогической работой, с подготовкой научных кадров высшей квалификации.

Михаил Федорович Жуков в течение многих лет — бессменный главный редактор журнала «Известия СО АН СССР».

Родина высоко оценила научную, организаторскую и общественную деятельность М. Ф. Жукова, наградив его орденами «Трудового Красного Знамени», «Октябрьской революции», медалями «За трудовую доблесть в Великой Отечественной войне 1941—1945 гг.», «В честь 100-летия со дня рождения В. И. Ленина».

Редколлегия.

СПИСОК СТАТЕЙ, ОПУБЛИКОВАННЫХ В СЕРИИ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК В 1977 Г.

- Ананичева С. С., Арзамасцев Д. А., Мардер Л. И., Мырин А. Л. Модели удельных капиталовложений в сооружении тепловых электростанций, № 13, вып. 3.
- Баранников А. Л., Пекшев П. Ю. Газоразрядные приборы с отрицательной проводимостью, № 8, вып. 2.
- Богатырев Л. Л. Распознавание аварийных ситуаций в электроэнергетической системе, № 3, вып. 1.
- Богдевич В. Г., Рубак Н. К. Всплывание сферического пузырька с растворением в покоящейся жидкости, № 8, вып. 2.
- Боголюбов Ю. Е., Смирнова Л. П. Массоотдача в окрестности лобовой точки в пульсирующем потоке, № 8, вып. 2.
- Болотов А. В., Тобяков Д. О. Экспериментальное исследование плазмотрона, генерирующего ламинарную струю, № 3, вып. 1.
- Бродецкий М. Д., Косорыгин В. С., Рафаэлянец А. А., Черемухин Г. А. Экспериментальное исследование сопротивления крыльев при сверхзвуковых скоростях, № 8, вып. 2.
- Будунов Н. Ф. О некоторых расчетах закрученных течений несжимаемой жидкости, № 13, вып. 3.
- Буров И. С., Литвинов В. К., Моссэ А. Л. Экспериментальное исследование локального теплообмена потока воздушной плазмы его стенками канала на начальном участке, № 13, вып. 3.
- Васильковская А. С., Лебедев А. Д., Урюков Б. А., Хайтман С. М., Щербик Н. М. Теоретическое и экспериментальное исследование дуги в ламинарном потоке, № 3, вып. 1.
- Веприк Ю. Н. Расчет матриц собственных и взаимных проводимостей генераторов при коммутационных изменениях в схеме, № 3, вып. 1.
- Веприк Ю. Н., Заславская Т. Б. Получение однофазного эквивалента сети для расчетов устойчивости в условиях сложной несимметрии, № 13, вып. 3.
- Волчков Э. П., Козьменко В. К., Лебедев В. П. Экспериментальное исследование эффективности газовой завесы в сверхзвуковом осесимметричном сопле, № 8, вып. 2.
- Воробьев О. Ю. О множественных характеристиках состояний распределенных вероятностных процессов, № 3, вып. 1.
- Гогонин И. И., Дорохов А. Р., Бочагов В. Н. К вопросу образования «сухих пятен» в стекающих тонких пленках жидкости, № 13, вып. 3.
- Головачев Ю. Г., Мареникова О. Н., Тарнавский А. А. Устойчивость стратифицированных потоков. Сообщение I. Невязкое двухслойное течение, № 8, вып. 2.
- Головачев Ю. Г., Мареникова О. Н., Тарнавский А. А. Устойчивость стратифицированных потоков. Ч. II. Вязкое двухслойное течение, № 13, вып. 3.
- Гошмер Б. А., Шварибург А. М. Нестационарный радиационно-кондуктивный теплообмен в органических стеклах при наличии конвекции на поверхности, № 13, вып. 3.
- Грач И. М., Поляков Б. М. К расчету электромагнитных полей в диэлектрике, № 3, вып. 1.
- Гулько Ю. П., Мажуль И. И. Обтекание нижней поверхности V-образных крыльев на пересчетных режимах при числах Маха, меньших расчетного, № 3, вып. 1.
- Демиденко Н. Д., Александрова Е. А. Метод численного анализа нестационарных режимов технологических процессов, № 8, вып. 2.
- Дерibas А. А., Зуев А. А., Маньковский В. В., Перегоедов В. Г., Ставер А. М., Штерцер А. А. Взрывное обжатие смеси из порошков стали и меди, № 3, вып. 1.
- Джакупов К. Б. Численный расчет ламинарного течения вязкой несжимаемой жидкости в кожухе с вращающимися дисками, № 3, вып. 1.
- Драч В. А., Кудрявцев О. А. Радиальное сопло, № 8, вып. 2.
- Дулов В. Г., Щепановский В. А. Торможение сверхзвукового потока за криволинейной ударной волной с предшествующим изэнтропическим сжатием, № 8, вып. 2.
- Елин М. В. О задаче оптимального управления в двухступенчатом процессе перемешивания многокомпонентных потоков, № 3, вып. 1.
- Жданов И. А., Киндяков В. С., Лысенко А. Н. Учет двухслойной структуры диэлектрика при определении напряженности электрического поля под ЛЭП, № 3, вып. 1.
- Жуков Михаил Федорович. № 13, вып. 3.
- Забилов Т. А., Столярова Н. Н., Уфимцев А. А., Фоменко Б. А., Ярин Л. П. Структура потока в аэродинамической трубе с механическим турбулизатором, № 3, вып. 1.
- Захарин В. С., Каганов З. Г., Медведева Л. С. Применение полиномов Чебышева к расчету переходных процессов в однородных цепных схемах, № 13, вып. 3.
- Земская А. С., Левицкий В. Н., Репик Е. У., Соседко Ю. П. Влияние близости стенки на показания термоанемометра в ламинарном и турбулентном пограничном слое, № 13, вып. 3.
- Зинченко А. П., Щербаков Г. И. Экспериментальное определение размеров токопроводящей зоны электрического разряда в кольцевом зазоре, № 3, вып. 1.
- Иевлев В. М., Коротеев А. С., Коба В. В., Кулаков И. Г. Экспериментальная установка для получения концентрированного пучка релятивистских электронов в атмосфере, № 13, вып. 3.

- Калюжный А. Х., Соколов Ю. В. Алгоритм и программа расчета установившихся нормальных и послеаварийных режимов сложных электроэнергетических систем с учетом изменения частоты, № 3, вып. 1.
- Калюжный А. Х., Соколов Ю. В., Греб А. А. Выбор алгоритма расчета послеаварийных режимов при больших небалансах мощности в энергосистеме и анализ аперриодической устойчивости таких расплавов, № 13, вып. 3.
- Канн К. Б., Феклистов В. Н. Об электропроводности газожидкостных эмульсий и пен, № 8, вып. 2.
- Канн К. Б., Дружинин С. А., Феклистов В. Н., Хлыстунова Э. В. Кондуктометрическое измерение распределения жидкости в пене, № 13, вып. 3.
- Королюк Ю. Ф. Алгоритм расчетов аварийных режимов неполнофазных электропередач методом двух координат, № 3, вып. 1.
- Курочкин Ю. В., Пустогаров А. В., Старшинов В. И., Уколов В. В. Исследование эффективности пористого охлаждения стабилизирующего канала плазмотрона, № 8, вып. 2.
- Лебедев О. Н. К вопросу о распыливании топлива дизельными форсунками, № 3, вып. 1.
- Лебедев А. Д., Урюков Б. А. Напряженность электрического поля дуги в турбулентной свободной струе, № 13, вып. 3.
- Макаров В. М. Эквивалентирование однородным полупространством кусочно-неоднородной земли вдоль трассы ЛЭП при определении ее средних продольных параметров, № 13, вып. 3.
- Маркеев Б. М. О граничной скорости изотермического скольжения при течении бинарной смеси слабозреженного газа вдоль твердой поверхности, № 8, вып. 1.
- Мельникова Т. С. Измерение радиального распределения температуры в нестационарной дуге во времени, № 8, вып. 2.
- Охорзин В. А. Применение принципа инвариантности в системах программного управления технологическими процессами, № 3, вып. 1.
- Паневин И. Г., Хазов В. Н. Структура электрического поля в приторцевом пространстве цилиндрического электрода, № 3, вып. 1.
- Паневин И. Г., Хазов В. Н. Структура электрического поля сложных электродных систем, № 3, вып. 1.
- Перегудов В. С., Урюков Б. А. Сопротивление дугового разряда по отношению к линейным возмущениям, № 13, вып. 3.
- Петраковский И. А., Хлебопрос Р. Г. Метод получения и анализа спектральных характеристик природных образований, № 8, вып. 2.
- Попов Ю. А. Тепловое излучение слоя однородной газопылевой среды, № 3, вып. 1.
- Рубцов Н. А., Бурка А. Л., Степаненко П. И. Нестационарный радиационно-кондуктивный теплообмен в селективно поглощающих слоях газов, № 3, вып. 1.
- Рубцов Н. А., Тарасов А. Г. Излучательные свойства кристаллоориентированного пиролитического графита при высоких температурах, № 8, вып. 2.
- Рябченко В. П. Расчет стационарного обтекания решетки профилей дозвуковым потоком газа методом последовательных приближений, № 13, вып. 3.
- Стихановский Б. Н. Об одном механоэлектрическом процессе, сопровождающем удар твердых тел, № 8, вып. 2.
- Суриков Ю. А. Обобщенный зональный метод исследования и расчета лучистого теплообмена в поглощающей и рассеивающей среде, № 8, вып. 2.
- Сурис А. Л. К вопросу о расчете плазмохимических реакторов, № 13, вып. 3.
- Сурис А. Л. Оптимальный профиль температуры и скоростей в химическом реакторе, № 13, вып. 3.
- Сурис А. Л., Фланкин Е. В., Шорин С. Н. Исследование процесса смещения струй сырья с плазменным потоком в канале реактора, № 13, вып. 3.
- Счастливый Г. Г., Титко А. И. Задача определения характеристик электромагнитного поля в проводящей шине с воздушным окном, № 8, вып. 2.
- Урюков Б. А., Хайтман С. М. Автомодельные свойства электрической дуги, горящей в турбулентной струе, № 8, вып. 2.
- Филиппова Т. А., Секретарев Ю. А. Учет эксплуатационного состояния при управлении составом агрегатов в АСУ технологическими процессами ГЭС, № 3, вып. 1.
- Хандрос В. О., Боголюбов Н. А. Установка для измерения электросопротивления металлов и сплавов при высоких температурах, № 13, вып. 3.
- Хозе А. Н., Захаров А. С. Объемный коэффициент теплоотдачи при конденсации водяного пара в проточном динамическом двухфазном слое, № 8, вып. 2.
- Шишкин Н. Е., Дворников Н. А. Структура вращающегося потока газа в кольцевой щели и эффективность закрученной газовой завесы, № 3, вып. 1.
- Шумилова Э. Д., Шумилов Ю. Н., Вдовико В. П. Тепловое воздействие частичных разрядов на многослойную пленочную изоляцию, № 3, вып. 1.
- Шумский Г. М. Нелинейная задача о движении профиля вблизи волнистой стенки, № 8, вып. 2.
- Яушев И. К., Хакимзянов Г. С. О численном расчете стационарных плоскопараллельных течений идеальной жидкости и газа в каналах сложной конфигурации, № 13, вып. 3.

УДК 532.517.2.01

О некоторых расчетах закрученных течений несжимаемой жидкости.
Будунов Н. Ф. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.

Обсуждаются примеры численных расчетов осесимметричных закрученных течений с обратными токами на оси, полученных разностным методом на основе уравнений Навье — Стокса. Сравняются решения при разных физических предположениях граничных условиях. Уделяется внимание физическому толкованию результатов расчета. Рис. 6, библиограф. 6.

УДК 532.5 : 533.6

Расчет стационарного обтекания решетки профилей дозвуковым потоком газа методом последовательных приближений. Рябченко В. П. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.

Предложен экономичный и быстро сходящийся метод последовательных приближений решения задачи стационарного обтекания решетки произвольных профилей дозвуковым потенциальным потоком газа. Он основан на использовании численного метода решения краевых задач для уравнения Лапласа, предложенного автором ранее. Приведенные примеры расчетов иллюстрируют влияние числа Маха на бесконечности перед решеткой на ее аэродинамические характеристики. Рис. 4, библиограф. 6.

УДК 532.516

Устойчивость стратифицированных потоков. Ч. II. Вязкое двухслойное течение. Головачев Ю. Г., Мареникова О. Н., Тарнавский А. А. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.

Рассматривается устойчивость течения к малым возмущениям для различных профилей скорости потока, возникающих в двухслойном вязком течении при наличии стратификации потока по плотности, вязкости, при различных числах Рейнольдса и в зависимости от направления возмущенного движения. Решается система уравнений движения таких потоков, которая путем применения ряда операций из дифференциальной формы переводится в алгебраическую. Это позволяет записать выражение для кривой нейтральной устойчивости в аналитическом виде.

Найдены кривые нейтральной устойчивости для различных профилей скорости потока, чисел Рейнольдса, условий вязкой и плотностной стратификации и в зависимости от направления вектора возмущения. Показано, в частности, что течение Куэтта при устойчивой (неустойчивой) стратификации по плотности является абсолютно устойчивым (неустойчивым) к малым возмущениям для любых чисел Рейнольдса, волновых чисел и направлений возмущения; устойчивость стратифицированных потоков возрастает с увеличением вязкости верхнего слоя или с уменьшением числа Рейнольдса в случае как неустойчивой, так и устойчивой стратификации по плотности. Показано также, что вязкость по-разному влияет на низкочастотные и высокочастотные возмущения, причем декремент нарастания возмущений для высоких частот пропорционален, а для низких частот обратно пропорционален числу Рейнольдса. Найдено, что направление вектора возмущения влияет не только на критические характеристики устойчивости течения — числа Рейнольдса или Ричардсона, но и на область устойчивых или неустойчивых волновых чисел в зависимости от характера плотностной стратификации. Табл. 2, рис. 10, библиограф. 7.

УДК 532.526.4 : 551.508.5

Влияние близости стенки на показания термоанемометра в ламинарном и турбулентном пограничном слое. Земская А. С., Левицкий В. Н., Репик Е. У., Соседко Ю. П. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.

Приведены результаты экспериментального исследования влияния близости стенки на показания термоанемометра при измерении распределения скорости в ламинарном и турбулентном пограничном слое в непосредственной близости от стенки. Рассмотрены некоторые характерные особенности процесса теплообмена между нитью и стенкой.

Исследовано влияние числа Рейнольдса и диаметра нити насадок на величину поправки к показаниям термоанемометра при измерении скорости в непосредственной близости от обтекаемой стенки в ламинарном и турбулентном пограничном слое. Отмечены некоторые характерные особенности теплообмена между нитью насадка и обтекаемой стенкой. Даны рекомендации по определению поправок к показаниям термоанемометра в практических измерениях. Рис. 4, библиограф. 14.

УДК 533.6.011

О численном расчете стационарных плоскопараллельных течений идеальных жидкости и газа в каналах сложной конфигурации. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.

В работе рассматриваются плоскопараллельные стационарные вихревые течения идеальных жидкости и газа в каналах сложной формы, обусловленные наличием распределенных источников массы жидкости (газа) внутри области течения. Постановки задач сформулированы для систем дифференциальных и интегральных уравнений, для них построены конечно-разностные аппроксимации, указаны методы решения последних. Рассмотрен численный пример. Рис. 5, библиограф. 4.

УДК 532.68.001.5 : 536.42

К вопросу образования «сухих пятен» в стекающих тонких пленках жидкости. Гогонин И. И., Дорохов А. Р., Бочагов В. Н. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.

В работе приведены результаты экспериментального исследования «сухих пятен» в стекающих пленках жидкости на обогреваемой вертикальной поверхности. Опыты проведены с водой, этанолом и водо-глицериновой смесью на участках различной длины в области глубоких недогрева. В предположении, что разрыв пленки обусловлен термокапиллярными силами, получена критериальная зависимость, по которой и обобщены полученные данные. Рис. 4, библиограф. 16.

УДК 537.533+533.95

Экспериментальная установка для получения концентрированного пучка релятивистских электронов в атмосфере. Иевлев В. М., Коротев А. С., Коба В. В., Кулаков И. Г. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.

Разработана экспериментальная установка для получения стационарного концентрированного пучка электронов в атмосфере с мощностью до 1000 кВт и энергией до 500 кэВ. Установка состоит из следующих основных составных частей: источника электронов высокой энергии, системы транспортировки электронов из вакуума в область высокого давления, системы управления электронным пучком. В качестве источника электронов использован ускоритель ЭСУ, разработанный ИЯФ СО АН СССР.

Для вывода пучка из вакуума в атмосферу разработаны специальные шлюзовые камеры, включающие газодинамический затвор на основе поперечного сверхзвукового парового сопла, криогенные конденсирующие панели и блок вакуумных ступеней. Вдоль всего тракта шлюзовых камер пучок сопровождается продольным магнитным полем, которое создается соленоидами. Для управления положением пучка в установке предусмотрены системы корректирующих катушек в районе ускорительной трубки и шлюзовых камер.

Установка может быть использована для исследования взаимодействия электронных пучков с плотными средами и генерации плазмы.

УДК 621.315.1.

Эквивалентирование однородным полупространством кусочно-неоднородной земли вдоль трассы ЛЭП при определении ее средних продольных параметров. Макаров В. М. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.

Рассмотрен вопрос об эквивалентировании однородным полупространством кусочно-неоднородной земли вдоль трассы ЛЭП (когда вся трасса разбита на несколько участков с постоянными, неравными между собой, проводимостями земли) при определении средних продольных параметров ЛЭП.

Получена и рекомендована формула эквивалентной проводимости. Погрешность расчета параметров ЛЭП при использовании этой формулы составляет менее 3—4%, достигая этих цифр в случае особо контрастной неоднородности грунта.

Показано, что используемая в настоящее время эквивалентная проводимость (среднее арифметическое от проводимости отдельных участков) при заданной структуре земли может превышать по величине рекомендуемую в сотни раз и приводить к погрешности расчета продольных параметров ЛЭП до 10—20%. Табл. 1, библиограф. 11.

УДК 541.118.

К вопросу о расчете плазмохимических реакторов. Сури с А. Л. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.

На основании анализа системы уравнений, описывающих процессы в плазмохимическом реакторе, получены основные обобщенные переменные, характеризующие процессы смешения, теплообмена и аэродинамического сопротивления при наличии химических реакций. В качестве примера использования обобщенных переменных рассмотрены химически реагирующие затопленные струи. Получена формула для расчета турбулентных диффузионных факелов различных горючих газов и их смесей. Предложен метод моделирования плазмохимических реакторов. Рис. 1, библиограф. 7.

УДК 533.9.02

Оптимальный профиль температур и скоростей в химическом реакторе. Сури с А. Л. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.

В работе решена задача о нахождении оптимального профиля температур и скоростей по сечению химического реактора при заданном расходе сырья G и мощности источника энергии N в предположении о равновесных значениях концентраций в каждой точке рассматриваемого сечения.

Показано, что в зависимости от величины N/G максимальный выход целевого продукта может быть достигнут при постоянном по сечению реактора профиле скорости и температуры или при работе двух реакторов с постоянными профилями параметров.

Предложен метод определения оптимальных значений температуры и скорости. Рис. 1, библиограф. 4.

УДК 66.07.

Исследование процесса смешения струй сырья с плазменным потоком в канале реактора. Сури с А. Л., Фланкин Е. В., Шорина С. Н. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.

Проведено экспериментальное исследование процесса смешения поперечных струй сырья с плазменным потоком в канале плазмохимического реактора. Показано, что на процесс смешения существенное влияние оказывают число Рейнольдса, соотношение плотностей смешиваемых потоков, а также геометрические размеры реактора.

На основании проведенных исследований рекомендована зависимость обобщенных переменных, позволяющая рассчитывать процесс смешения реагентов по длине канала реактора. Рис. 4, табл. 1, библиограф. 11.

УДК 537.523.

Напряженность электрического поля дуги в турбулентной свободной струе. Лебедев А. Д., Урюков Б. А. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.

Описаны экспериментально наблюдаемые виды неустойчивости столба дуги в потенциальном ядре и переходном участке турбулентной затопленной струи. Измерена напряженность электрического поля в пределах обоих участков струи. Получена эмпирическая формула расчета напряженности, вид которой подтвержден теоретическим анализом. Рис. 6, библиограф. 6.

УДК 536.244+536.45

Экспериментальное исследование локального теплообмена потока воздушной плазмы со стенками канала на начальном участке. Буров И. С., Литвинов В. К., Моссе А. Л. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.

Исследован локальный теплообмен сформированного в многоструйной камере смешения потока воздушной плазмы при среднемассовой температуре до 6000 К со стенками охлаждаемого канала в диапазоне чисел Рейнольдса на входе $Re_{D1} = 690—2700$. Экспериментальные данные для всего канала, включая камеру смешения, обобщены единой зависимостью. Рис. 3, библиограф. 8.

Сопротивление дугового разряда по отношению к линейным во уще-
нениям. Перегудов В. С., Урюков Б. А. «Изв. Сиб. отд. АН С СР»,
1977, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.

Рассмотрено прохождение возмущений малой амплитуды в стационарно
го постоянного тока при условии, что длина дугового канала больше или сравнима
с длиной волны.

Определены полное и локальное сопротивления плазмы по отношению к ма-
лым возмущениям. Установлено наличие резонансного спада амплитудной и фазо-
частотной характеристик сопротивления при определенных частотах и зависимость
сопротивления от условий на концах канала.

Показано, что локальное сопротивление может существенно изменяться по
длине канала. Рис. 8, библи. 10.

Нестационарный радиационно-кондуктивный теплообмен в органиче-
ских стеклах при наличии конвекции на поверхности. Гошмер Б. А.,
Шварцбург А. М. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 13, сер. техн.
наук, вып. 3.

Исследуется применение радиации и конвекции для нагрева органических
стекел. Дана схема экспериментальной установки при обдуве стекла вдоль поверх-
ности. В качестве источников тепловой радиации использованы лампы КИ-220-1000.
Экспериментально полученные данные сопоставлены с теоретическим рас-
четом распределения температур в оргстекле. Для расчета объемного результиру-
ющего излучения использовалось приближение холодной среды.

Нестационарное уравнение энергии, учитывающее перенос тепла кондукцией
и излучением при наличии конвекции на поверхность, решалось методом конечных
разностей и интераций. Использовалась неявная разностная схема на переменной
сетке, сгущенной вблизи поверхности. При расчете спектр разбивался на ряд интер-
валов, в каждом из которых проводилось осреднение радиационных свойств.

Дан карткий анализ полученных результатов. Показан вид температурных
волн, возникающих в оргстекле и интенсивность их затухания в глубине образца.
Рис. 4, библи. 3.

Выбор алгоритма расчета послеаварийных режимов при больших не-
балансах мощности в энергосистеме и анализ аperiodической устойчивости
таких режимов. Калюжный А. Х., Соколов Ю. В., Греб А. А.
«Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.

Рассмотрены алгоритмы расчета послеаварийных режимов с учетом измене-
ния частоты. В результате их сравнения предложен комбинированный алгоритм,
обеспечивающий хорошую сходимость вычислительного процесса и позволяющий
рассчитать послеаварийный режим при произвольной частоте с учетом действия
регуляторов скорости и противоаварийной автоматики. Предусмотрена проверка
аperiodической устойчивости послеаварийных режимов. Рис. 3, библи. 7.

Применение полиномов Чебышева к расчету переходных процессов
в однородных цепных схемах. Захарин В. С., Каганов З. Г., Мед-
ведева Л. С. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 13, сер. техн. наук,
вып. 3.

Излагается метод расчета переходных процессов в однородных цепных схе-
мах, основанный на использовании некоторых свойств полиномов Чебышева 1-го
и 2-го рода от комплексного аргумента и теории собственных чисел. Решение полу-
чается в виде отношения полиномов Чебышева от операторного аргумента с из-
вестными нулями и полюсами, что позволяет обходиться без решения алгебраиче-
ских характеристик уравнений высоких степеней. Табл. 2, библи. 4.

Кондуктометрическое измерение распределения жидкости в пене.
Кани К. Б., Дружинин С. А., Феклистов В. Н., Хлыстуно-
ва Э. В. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.

В предыдущей статье мы показали, что удельное электросопротивление пены

$$\rho_n = V \rho_0 K, \quad (1)$$

где ρ_0 — удельное электросопротивление пенообразующего раствора; K — кратность
пены. Структурный коэффициент $V=1,5$, если вся жидкость сосредоточена в пен-
ных пленках, $V=3,0$, когда пленки отсутствуют, а пена представляет собой каркас
из каналов Гиббса. Из соотношений, приведенных в этой работе, можно получить
зависимость коэффициента V от доли жидкости α , содержащейся в пленках:

$$V = 3/(1+\alpha). \quad (2)$$

Если синерезис отсутствует, то уменьшение электропроводности пены объяс-
няется лишь изменением коэффициента V , связанным с перетеканием жидкости
из пленок в каналы Гиббса. Измеряя электросопротивление пены во вращающейся
ячейке, с помощью соотношения (2) мы получили кривую кинетики перетекания
жидкости из пленок в каналы в первые минуты после получения пены. Измерения
показывают, что в момент получения в пенных пленках содержится несколько бо-
лее 40% жидкости, а через 6 мин в них остается около 20% жидкости.

С помощью той же установки получена кривая относительного изменения
скорости движения жидкости по каналам Гиббса по мере их наполнения в процессе
вытекания жидкости из пленок. Результаты измерения капиллярного давления
находятся в хорошем согласии с кондуктометрическими измерениями. Рис. 8,
библи. 11.

Получение однофазного эквивалента сети для расчетов устойчивости
в условиях сложной несимметрии. Веприк Ю. Н., Заславская Т. Б.
«Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.

При расчетах, связанных с получением однофазного эквивалента сети для
определения устойчивости энергосистем в условиях сложной несимметрии, пре-
имущества метода симметричных координат не очевидны. Для нахождения целе-
сообразного способа представления сети при получении однофазного эквивалента
рассмотрены алгоритмы, основанные на уравнениях в фазных координатах и в
симметричных составляющих, с целью их сопоставления. Рис. 2, библи. 5.

Модели удельных капиталовложений в сооружение тепловых электро-
станций. Ананичева С. С., Арзамасцев Д. А., Мардер Л. И.,
Мызин А. Л. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 13, сер. техн. наук,
вып. 3.

В статье рассмотрены вопросы получения экономических характеристик элект-
рических станций с учетом инженерно-географических факторов методами много-
мерного статистического анализа. Приведены результаты моделирования пере-
менной составляющей удельных капиталовложений в тепловые электрические стан-
ции и дифференциация экономических характеристик по территории РСФСР.
Рис. 1, библи. 7.

Установка для измерения электросопротивления металлов и сплавов
при высоких температурах. Хандрос В. О., Боголюбов Н. А.
«Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.

Вакуумная полуавтоматическая установка для измерения электросопротив-
ления работает в двух режимах.

Для измерения сопротивления в широком температурном интервале, не
имеющем аномалий, применяется автоматическая температурная развертка, пере-
крывающая диапазон в 30—100°. Напряжение на образце, катушке сопротивления
и температура образца полуавтоматически регистрируется с помощью АЦПУ.

Во втором режиме для подробного изучения сопротивления вблизи фазовых
переходов используется медленная температурная развертка в узком (2—6°) ин-
тервале, а температурная зависимость сопротивления записывается двухкоорди-
натным самописцем.

На установке исследовано сопротивление кобальта в интервале температур
1223—1398 К и впервые получена зависимость R от T вблизи точки Кюри. Табл. 1,
рис. 4, библи. 5.