

П-167/2
1.

4

ИЗВЕСТИЯ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

ВЫПУСК 1

1977

№ 3

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
НОВОСИБИРСК

ИЗВЕСТИЯ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Год основания
журнала 1957
Год основания
серии 1963

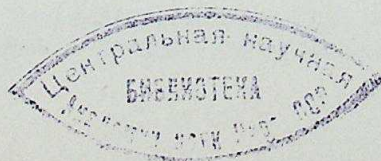
Периодичность журнала
15 номеров в год
Периодичность серии
3 номера в год

№ 3 (273)
вып. 1

Февраль
1977

СОДЕРЖАНИЕ

О. Ю. Воробьев. О множественных характеристиках состояний распределенных вероятностных процессов	3
Ю. П. Гунько, И. И. Мажуль. Обтекание нижней поверхности V-образных крыльев на пересчетных режимах при числах Маха, меньших расчетного	8
Т. А. Забиrow, Н. Н. Столярова, А. А. Уфимцев, Б. А. Фоменко, Л. П. Ярин. Структура потока в аэродинамической трубе с механическим турбулизатором	13
К. Б. Джакупов. Численный расчет ламинарного течения вязкой несжимаемой жидкости в кожухе с вращающимися дисками	18
Н. А. Рубцов, А. Л. Бурка, П. И. Степаненко. Нестационарный радиационно-кондуктивный теплообмен в селективно поглощающих слоях газов	29
Н. Е. Шишкин, Н. А. Дворников. Структура вращающегося потока газа в кольцевой щели и эффективность закрученной газовой завесы	35
О. Н. Лебедев. К вопросу о распыливании топлива дизельными форсунками	40
А. А. Дерibas, А. А. Зуев, В. В. Маньковский, В. Г. Перегосдов, А. М. Ставер, А. А. Штерцер. Взрывное обжатие смеси из порошков стали и меди	45
Э. Д. Шумилова, Ю. Н. Шумилов, В. П. Вдовико. Тепловое воздействие частичных разрядов на многослойную пленочную изоляцию	51
Ю. А. Попов. Тепловое излучение слоя однородной газопылевой среды	56
А. С. Васильковская, А. Д. Лебедев, Б. А. Урюков, С. М. Хайтман, Н. М. Щербик. Теоретическое и экспериментальное исследование дуги в ламинарном потоке	61
А. В. Болотов, Д. О. Тобаяков. Экспериментальное исследование плазмотрона, генерирующего ламинарную струю	70
И. Г. Паневин, В. Н. Хазов. Структура электрического поля в приторцевом пространстве цилиндрического электрода	75
И. Г. Паневин, В. Н. Хазов. Структура электрического поля сложных электродных систем	82
А. П. Зинченко, Г. И. Щербаков. Экспериментальное определение размеров токопроводящей зоны электрического разряда в кольцевом зазоре	87
И. М. Грач, Б. М. Поляков. К расчету электромагнитных полей в диэлектрике	94
В. А. Охорзин. Применение принципа инвариантности в системах программного управления технологическими процессами	100
М. В. Елин. О задаче оптимального управления в двухступенчатом процессе перемешивания многокомпонентных потоков	108
Л. Л. Богатырев. Распознавание аварийных ситуаций в электроэнергетической системе	116
А. Х. Калужный, Ю. В. Соколов. Алгоритм и программа расчета установившихся нормальных и послеаварийных режимов сложных электроэнергетических систем с учетом изменения частоты	126
Т. А. Филиппова, Ю. А. Секретарев. Учет эксплуатационного состояния при управлении составом агрегатов в АСУ технологическими процессами ГЭС	132
И. Л. Жданов, В. С. Киндяков, А. Н. Лысенко. Учет двухслойной структуры диэлектрика при определении напряженности электрического поля под ЛЭП	137
Ю. Н. Веприк. Расчет матриц собственных и взаимных проводимостей генераторов при коммутационных изменениях в схеме	141
Ю. Ф. Королюк. Алгоритмы расчетов аварийных режимов неполнофазных электропередач методом двух координат	146



ИЗВЕСТИЯ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

Главный редактор журнала чл.-корр. *М. Ф. Жуков*
Заместитель главного редактора д-р физ.-мат. наук *В. Г. Дулов*

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ СЕРИИ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Ответственный редактор серии чл.-корр. *М. Ф. Жуков*

Чл.-корр. *О. Ф. Васильев*, д-р техн. наук *Б. Н. Девятов*, д-р физ.-мат. наук
В. Г. Дулов, чл.-корр. *Н. А. Желтухин* (зам. ответственного редактора), д-р
техн. наук *В. Е. Накоряков*, д-р техн. наук *Н. А. Рубцов* (ответственный
секретарь серии), д-р техн. наук *Б. А. Урюков*, д-р техн. наук *В. К. Щер-
баков*

Адрес редакции: 630099, г. Новосибирск, 99, Советская, 18, комн.
331. Тел. 22-00-44

О. Ю. ВОРОБЬЕВ

О МНОЖЕСТВЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ СОСТОЯНИЙ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ПРОЦЕССОВ

Для математического описания разнообразных явлений — распространения жидкости в пористой среде, роста полимеров, размножения пространственных популяций, распространения лесных пожаров — в качестве моделей состояний целесообразно использовать случайные множества. В связи с этим представляет интерес такое описание этих явлений, которое позволит оценивать числовые и множественные характеристики состояний соответствующих процессов.

К множественным характеристикам случайных множеств следует отнести некоторые неслучайные множества, например среднее множество или множественные моменты более высоких порядков. Теория случайных множеств еще недостаточно разработана, и пока не существует общепринятых понятий множественных характеристик.

С одной стороны, исследование случайных множеств примыкает к работам по случайным полям [1], а также к работам о так называемых геометрических вероятностях [2]. Однако построение теории случайных множеств имеет самостоятельный интерес, поскольку методы, используемые в теории случайных полей, имеют существенные, принципиальные отличия, которые не позволяют распространить их на задачи теории случайных множеств. В частности, это касается характера пространств, на которых задаются вероятностные распределения. Поэтому, если в теории случайных полей математическое ожидание случайного поля можно определить как некоторый интеграл по вероятностной мере, то для случайных множеств аналогичное определение дать нельзя, поскольку не определен интеграл от множественного отображения.

С другой стороны, существует большой круг прикладных задач о процессах роста и распространения пространственных структур, возникающих и развивающихся в результате тесного взаимодействия отдельных частей этих структур. Для решения таких задач требуется разработка теории случайных множеств и, в частности, определение множественных характеристик случайных множеств.

В данной работе рассматриваются множественные характеристики случайных множеств, которые были введены нами при исследовании моделей распространения лесного пожара [3, 4] и оказались полезными в решении таких задач, как прогнозирование и управление распространением лесного пожара [5].

Отметим, что случайное множество естественно рассматривать как частный случай случайного элемента, значения которого являются множествами.

Пусть (Ω, \mathcal{F}, P) — вероятностное пространство; (X, Φ, μ) — пространство с мерой; \mathcal{A} — некоторый класс подмножеств σ -алгебры Φ , являющийся σ -алгеброй. (В качестве X будем рассматривать либо

n -мерное евклидово, либо дискретное пространство; а под мерой μ понимать либо меру Лебега, либо меру, определяемую для любого подмножества X как число элементов в этом подмножестве.)

Тогда (F, \mathcal{B}) — измеримая функция $K = K(\omega)$, заданная на пространстве элементарных событий Ω со значениями в измеримом пространстве (Φ, \mathcal{B}) , называется случайным множеством в (Φ, \mathcal{B}) .

Вероятностным распределением случайного множества K называется функция P_K , определенная на \mathcal{B} и удовлетворяющая для всех $B \in \mathcal{B}$ соотношению

$$P_K(B) = \text{Pr}\{\omega: K(\omega) \in B, \omega \in \Omega\}. \quad (1)$$

Функция K индуцирует в пространстве Φ (класс измеримых подмножеств из X) вероятностную меру, которую также обозначим P_K .

Определим индикатор множества $\varphi \in \Phi$:

$$\chi_\varphi(x) = \begin{cases} 1, & x \in \varphi, \\ 0, & x \in \overline{\varphi}. \end{cases} \quad (2)$$

Тогда при фиксированном значении $x \in X$ вероятность того, что x покрывается случайным множеством K , дается интегралом от индикатора множества φ по вероятностной мере P_K :

$$\text{Pr}\{x \in K\} = \int_{\Phi} \chi_\varphi(x) dP_K(\varphi). \quad (3)$$

Таким образом, вероятность $\text{Pr}\{x \in K\}$ является измеримой функцией на X . Пусть $\pi_K(x) = \text{Pr}\{x \in K\}$, тогда математическое ожидание меры случайного множества K вычисляется с помощью интеграла (теорема Роббинса [6]):

$$E\mu(K) = \int_X \pi_K(x) d\mu(x). \quad (4)$$

Введем понятие среднего множества для случайного множества K . Пусть

$$\Phi^* = \{\varphi^*: |\mu(\varphi^*) - E\mu(K)| = \inf_{\varphi \in \Phi} |\mu(\varphi) - E\mu(K)|\}. \quad (5)$$

(Если Φ^* состоит из двух классов множеств, каждый из которых содержит множества одинаковой меры, то условимся включать в Φ^* только множества с большей мерой.)

Средним множеством случайного множества K называется такое множество $EK \in \Phi^*$, что

$$E\mu(K \Delta EK) = \inf_{\varphi^* \in \Phi^*} E\mu(K \Delta \varphi^*), \quad (6)$$

где Δ — операция симметрической разности.

Заметим, что среднее множество может быть не единственным. Однако любое его значение имеет одну и ту же меру.

Будем говорить, что множество $\Psi \in \Phi$ эквивалентно среднему множеству EK , если Ψ совпадает хотя бы с одним из значений EK с точностью до множества меры нуль.

Рассмотрим некоторые утверждения, касающиеся свойств среднего множества.

Лемма. Пусть $\Psi \in \Phi$. Для того, чтобы при всех $A, B \in \Phi$ ($A \subset \Psi, B \subset \overline{\Psi}, \mu(A) = \mu(B)$) было выполнено

$$\int_A \pi_K(x) d\mu(x) \geq \int_B \pi_K(x) d\mu(x), \quad (7)$$

необходимо и достаточно, чтобы почти для всех $x \in \Psi$ и $x' \in \overline{\Psi}$

$$\pi_K(x) \geq \pi_K(x'). \quad (8)$$

Доказательство. Достаточность очевидна, а необходимость доказывается от противного.

Сначала сформулируем отрицание утверждения (8): существует такое множество ненулевой меры $A' \subset \Psi$ и множество ненулевой меры $B' \subset \overline{\Psi}$, что для всех $x \in A'$ и $x' \in B'$ выполнено

$$\pi_K(x) < \pi_K(x'). \quad (9)$$

Не умаляя общности, считаем, что $\mu(A') = \mu(B')$. Тогда из (9) следует

$$\int_{A'} \pi_K(x) d\mu(x) < \int_{B'} \pi_K(x) d\mu(x), \quad (10)$$

что противоречит (7). Лемма доказана.

Теорема 1. Множество $\Psi \in \Phi^*$ эквивалентно среднему множеству случайного множества K тогда и только тогда, когда $\pi_K(x) \geq \pi_K(x')$ почти для всех $x \in \Psi, x' \in \overline{\Psi}$.

Необходимость. Пусть $\Psi \sim EK$, тогда по определению $E\mu(K \Delta \Psi) = \inf_{\varphi^* \in \Phi^*} E\mu(K \Delta \varphi^*)$. Следовательно, для всех $\varphi^* \in \Phi^*$

$$E\mu(K \Delta \varphi^*) \geq E\mu(K \Delta \Psi). \quad (11)$$

После простых преобразований получаем, что (11) равносильно

$$E\mu(K \cap \Psi) \geq E\mu(K \cap \varphi^*). \quad (12)$$

Применяя теорему Роббинса, имеем

$$\int_{\Psi - \varphi^*} \pi_K(x) d\mu(x) \geq \int_{\varphi^* - \Psi} \pi_K(x) d\mu(x). \quad (13)$$

А так как φ^* — произвольное множество из Φ^* и, кроме того, $\mu(\Psi - \varphi^*) = \mu(\varphi^* - \Psi)$, $\Psi - \varphi^* \subset \Psi$, $\varphi^* - \Psi \subset \overline{\Psi}$, то из леммы следует утверждение теоремы. Доказательство необходимости завершено.

Достаточность. Сначала применим лемму и заменим утверждение теоремы на эквивалентное утверждение. Пусть $\Psi \in \Phi^*$ и при всех $A, B \in \Phi, A \subset \Psi, B \subset \overline{\Psi}, \mu(A) = \mu(B)$ выполнено

$$\int_A \pi_K(x) d\mu(x) \geq \int_B \pi_K(x) d\mu(x). \quad (14)$$

Рассмотрим φ^* такое, что $\varphi^* = B \cup (\Psi - A)$, где $\Psi \in \Phi^*$. Тогда ясно, что $\mu(\varphi^*) = \mu(\Psi)$ и, следовательно, $\varphi^* \in \Phi^*$. Кроме того, $A = \Psi - \varphi^*, B = \varphi^* - \Psi$. Повторяя в обратном порядке рассуждения доказательства необходимости, получим то, что требуется.

Теорема доказана.

Введем обозначения

$$A(\pi) = \{x: \pi_K(x) > \pi\}, \quad (15)$$

$$B(\pi) = \{x: \pi_K(x) \geq \pi\} \quad (16)$$

и будем считать, что $\Psi \widetilde{\subset} \varphi$ означает, что $\mu(\Psi - \varphi) = 0$.

Теорема 2. Множество Ψ эквивалентно среднему множеству EK тогда и только тогда, когда $\Psi \in \Phi^*$ и существует такое $\pi_0 \geq 0$, что выполнено соотношение

$$A(\pi_0) \widetilde{\subset} \Psi \widetilde{\subset} B(\pi_0). \quad (17)$$

Необходимость. Рассмотрим

$$\pi^* = \inf \{ \pi : A(\pi) \widetilde{\subset} EK \}, \quad (18)$$

$$\pi^{**} = \sup \{ \pi : B(\pi) \widetilde{\subset} EK \}. \quad (19)$$

Допустим, что $\pi^* > \pi^{**}$. Положим $\hat{\pi} = (\pi^* + \pi^{**})/2$, тогда по определению π^* и π^{**} $A(\hat{\pi}) \not\subset EK \not\subset B(\hat{\pi})$, но $A(\hat{\pi}) \subset B(\hat{\pi})$. При этом $\mu(A(\hat{\pi}) - EK) \neq 0$ и $\mu(EK - B(\hat{\pi})) \neq 0$. Выберем множества $a \subset A(\hat{\pi}) - EK$ и $b \subset EK - B(\hat{\pi})$ такие, что $\mu(a) \neq 0$, $\mu(b) \neq 0$. Ясно, что для всех $x \in b$ и $x' \in a$ выполнено соотношение $\pi_K(x) < \pi_K(x')$, но это противоречит теореме 1. Следовательно, $\pi^* \leq \pi^{**}$.

Пусть $\pi^* < \pi^{**}$, тогда все четыре множества $A(\pi^*)$, $A(\pi^{**})$, $B(\pi^*)$, $B(\pi^{**})$ попарно эквивалентны и по определению π^* и π^{**} для любого $\pi_0 \in [\pi^*, \pi^{**}]$ выполнено $A(\pi_0) \sim \Psi \sim B(\pi_0)$.

Пусть $\pi^* = \pi^{**}$, тогда $\pi_0 = \pi^*$ и выполнено $A(\pi_0) \widetilde{\subset} \Psi \widetilde{\subset} B(\pi_0)$. Необходимость доказана.

Достаточность. Пусть $\Psi \in \Phi^*$ и существует такое $\pi_0 \geq 0$, что выполнено (17), тогда очевидно, что почти для всех $x \in \Psi$ и $x' \in \overline{\Psi}$ выполнено $\pi_K(x) \geq \pi_K(x')$. А по теореме 1 отсюда следует, что множество Ψ эквивалентно среднему множеству EK . Теорема доказана.

Теорема 3. Среднее множество EK единственно тогда и только тогда, когда множество $A(\pi^*)$ эквивалентно множеству $B(\pi^{**})$, где π^* , π^{**} из теоремы 2.

Таким образом, введенное понятие среднего множества корректно, а доказанные утверждения позволяют непосредственно вычислять среднее множество по известным вероятностям $\pi_K(x)$. Заметим, что среднее множество в некотором смысле аналогично математическому ожиданию: и то, и другое минимизируют ожидание некоторого расстояния.

Множественные моменты более высоких порядков вводятся следующим образом. Если среднее множество считать внешним множественным моментом первого порядка $EK = \hat{M}_1 K$, то внешние моменты более высоких порядков определяются рекуррентно. Пусть $\hat{M}_n K$ — внешний множественный момент порядка n , тогда

$$\hat{M}_{n+1} K = E(K \cup \hat{M}_n K). \quad (20)$$

Внутренние множественные моменты случайного множества определяются также рекуррентно. Если $EK = \hat{M}_1 K$ — внутренний момент первого порядка, а $\hat{M}_n K$ — внутренний момент порядка n , то

$$\hat{M}_{n+1} K = E(K \cap \hat{M}_n K). \quad (21)$$

Поскольку внешние и внутренние моменты определяются на основе понятия среднего множества, то для них остаются справедливыми все утверждения относительно среднего множества, приведенные в данной работе. Добавим, что множественные моменты позволяют оценивать отклонения случайного множества от его среднего.

В заключение отметим, что рассмотренные понятия множественных характеристик случайных множеств были введены при исследовании моделей распространения лесного пожара.

В качестве вероятностной модели распространения лесного пожара мы рассматриваем множественный случайный процесс (последовательность случайных множеств), так называемый процесс случайного распространения. Вероятностное задание такого процесса дает возможность провести статистическое моделирование его на ЭВМ. Результатом статистического моделирования являются вероятности вида $\pi_K(x)$

(K — случайное множество, описывающее состояние процесса случайного распространения в определенный момент времени), с помощью которых на основе приведенных в данной работе теорем вычисляются среднее множество и другие множественные характеристики состояния процесса случайного распространения.

Такой подход к построению математической модели распространения лесного пожара позволяет анализировать изменение средних контуров пожара во времени, а на основе этого анализа можно эффективно решать такие практически важные задачи, как прогнозирование, идентификация и управление процессами случайного распространения и, следовательно, распространения реального лесного пожара.

Вычислительный центр
СО АН СССР,
Красноярск

Поступила в редакцию
27/VII 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Л. Добрушин. Описание случайного поля при помощи условных вероятностей и условия его регулярности. — Теория вероятностей и ее применения, 1968, XIII, вып. 2.
2. М. Кендалл, П. Моран. Геометрические вероятности. М., «Наука», 1972.
3. О. Ю. Воробьев. Математическое описание процессов случайного распространения и управление ими. — Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1973, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.
4. О. Ю. Воробьев. Модели состояний некоторых распределенных вероятностных процессов. — Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1976, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.
5. В. В. Баженов, О. Ю. Воробьев. Задачи управления процессами случайного распространения. — Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1976, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.
6. H. E. Robbins. Ann. Math. Stat., 1944, 15, 70—74; 1945, 16, 342—347.



Ю. П. ГУНЬКО, И. И. МАЖУЛЬ

ОБТЕКАНИЕ НИЖНЕЙ ПОВЕРХНОСТИ
V-ОБРАЗНЫХ КРЫЛЬЕВ НА НЕРАСЧЕТНЫХ РЕЖИМАХ
ПРИ ЧИСЛАХ МАХА, МЕНЬШИХ РАСЧЕТНОГО

В последнее время проявляется большой интерес к волнолетам и, в частности, к простым V-образным крыльям. Поскольку такие формы получены построением из поверхностей тока в известном поле течения за скачком, параметры потока около нижней поверхности на расчетном режиме определяются точно. Однако на нерасчетных режимах условия обтекания могут быть довольно сложными и преимущества, связанные с простотой определения поля потока на расчетном режиме, утрачиваются.

Структуры потока около V-образных крыльев исследовались неоднократно. Основное внимание уделялось режимам, близким к расчетным, или режимам обтекания с числом Маха набегающего потока, большим расчетного ($M_n > M_p$). Лишь в некоторых работах получены данные на режимах обтекания при $M_n < M_p$ [1—3]. Однако их недостаточно для качественных и количественных оценок поля течения вблизи нижней поверхности V-крыла.

В данной работе исследовались V-образные крылья при числах Маха набегающего потока, меньших расчетного, в широком диапазоне геометрических характеристик крыла и степени отклонения от расчетного режима. Нижняя поверхность исследуемых моделей построена вырезкой из течения около клина с углом раствора 10° , расчетным числом Маха $M_p = 4,0$ и $2,5$. Верхние поверхности на расчетном режиме направлены по потоку. Измерены распределения давления на нижней поверхности в сечении на расстоянии 170 мм от носка (общая длина моделей $L = 200$ мм) и давления торможения вблизи донного сечения с помощью гребенки приемников полного давления с шагом приемников 5 мм при различных положениях гребенки по углу φ . Геометрические характеристики и кривые расчетных режимов нижней поверхности крыльев представлены на рис. 1 и таблице. Область исследований расположена слева от расчетной кривой, исследования проведены в сверхзвуковой аэродинамической трубе при числах Маха набегающего потока $M_n = 4; 3; 2,5; 2; 1,75$ и углах атаки $\alpha = 6 \div 23^\circ$. Геометрия

Геометрические параметры крыльев

Крыло	1	2	3	4	5	6	7
Угол раскрытия крыла ϵ°	60	45	30	77,5	70	60	45
Угол γ°	22	22	22	12,3	12,3	12,3	12,3
Удлинение λ	2,8	1,6	0,93	3,9	2,4	1,5	0,87

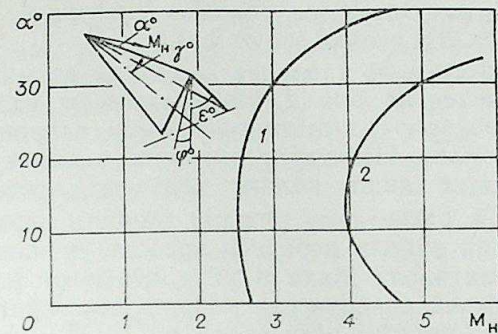


Рис. 1.
1 — Расчетные режимы крыльев 1—3; 2 — расчетные режимы крыльев 4—7.

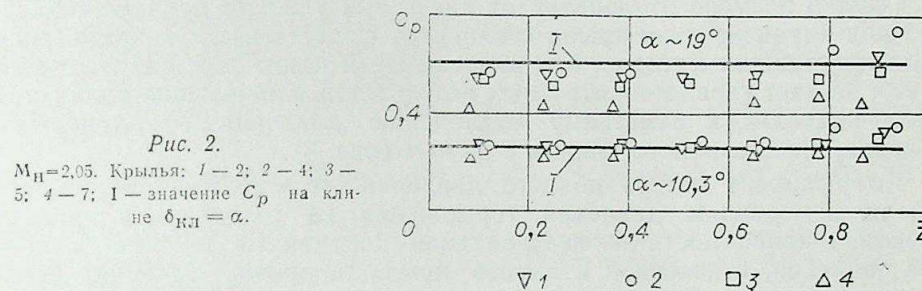


Рис. 2.
 $M_n = 2,05$. Крылья: 1 — 2; 2 — 4; 3 — 5; 4 — 7; I — значение C_p на клине $\delta_{кл} = \alpha$.

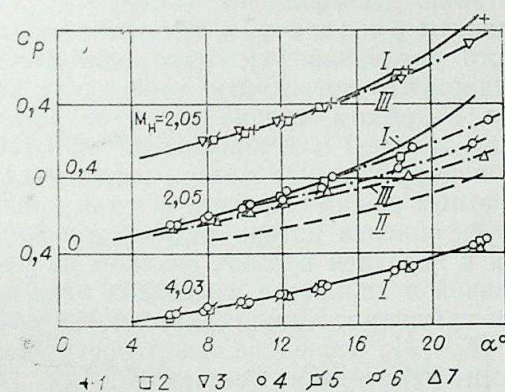


Рис. 3.
 $z \sim 0,1$. Крылья: 1 — 1; 2 — 2; 3 — 3; 4 — 4; 5 — 5; 6 — 6; 7 — 7. I — значение C_p на клине $\delta_{кл} = \alpha$, II — значение C_p на конусе $\delta_K = \alpha$, III — расчет по (1).

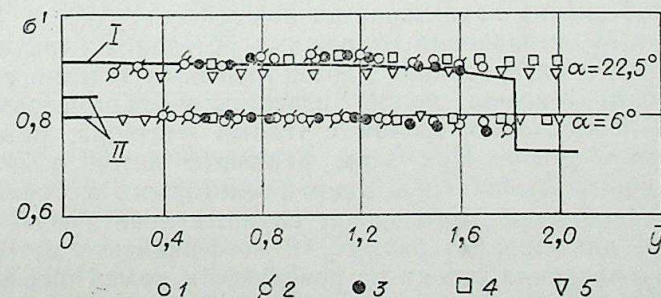


Рис. 4.
 $M_n = 2,05$. Крыло 7: 1 — $\varphi = 0^\circ$; 2 — $\varphi = 19,2^\circ$; 3 — $\varphi = 23^\circ$; крыло 6: 4 — $\varphi = 0^\circ$; крыло 4: 5 — $\varphi = 0^\circ$. I — значение σ' за коническим ($\delta_K = 22,5^\circ$) и прямым скачками, II — значение σ' за косым ($\delta_{кл} = \alpha$) и прямым скачками.



крыльев выбиралась так, чтобы на некотором расчетном режиме в исследуемой области параметров набегающего потока, в плоскости, перпендикулярной передней кромке, реализовался слабый (крылья 1, 2, 4, 5, 6) и сильный (крылья 3, 7, $\alpha > 10^\circ$) скачки уплотнения.

Пример распределения коэффициента давления C_p вдоль размаха нижней поверхности крыла приведен на рис. 2. Независимо от удлинения крыла λ и степени отклонения от расчетного режима давление практически постоянно вдоль размаха. Некоторое различие в характере его распределения наблюдается лишь вблизи передних кромок ($\bar{z} \sim 1,0$). По мере приближения к расчетному режиму область неравномерного распределения давления вблизи передней кромки уменьшается. При небольших отклонениях числа Маха и угла атаки от расчетного режима давление на нижней поверхности хорошо согласуется с давлением на клине с углом $\delta_{кл}$, равным углу атаки α [1—3].

Однако по мере отклонения от расчетных условий влияние геометрических характеристик крыла становится существенным и применение таких простейших методов, как «касательный клин» или «касательный конус», не дает удовлетворительных результатов. Уменьшение удлинения крыла приводит к заметному отклонению давления от двумерного значения, определяемого клином с $\delta_{кл} = \alpha$ (рис. 3).

Коэффициент потерь полного давления $\sigma' = P'_0/P_{0п}$ определен по измерениям давления торможения за головным и прямым скачком, в зависимости от вертикальной координаты приемника полного давления, отнесенной к высоте крыла в донном сечении, представлен на рис. 4. В диапазоне всех чисел Маха набегающего потока, при которых проводились испытания, коэффициент потерь полного давления слабо зависит от координаты \bar{y} и угла φ , в отличие от конуса или пирамидальных тел малого удлинения [4], где наблюдается падение σ' при приближении к ударной волне. Когда потери в головном скачке сравнимы с потерями в прямом скачке за ним, расчет с применением метода касательных клиньев или конусов не отражает действительной картины изменения коэффициента потерь полного давления σ' . Исследование на нерасчетных режимах распределения давления на нижней поверхности и коэффициента потерь полного давления у крыльев с сильным, по нормали к передней кромке, скачком на расчетном режиме не показало различий в характере изменения этих параметров по сравнению с другими крыльями. Характеристики V-крыльев на нерасчетных режимах при $M_\infty < M_p$ исследовались теоретически. Рассмотрены режимы со скачками уплотнения отсоединенными [5] и присоединенными к передним кромкам [6, 7]. Ниже предлагается простой способ оценки характеристик нижней поверхности V-крыла на режимах $M_\infty < M_p$ независимо от режима обтекания передних кромок. Он заключается в интерполяции параметров поля течения вблизи нижней поверхности V-крыла между известными параметрами течения около клина и кругового конуса с углами раствора, равными углу наклона ребра V-крыла. При этом реальный поток вблизи нижней поверхности крыла заменяется потоком с некоторыми постоянными параметрами. Обоснованием этого может служить практически постоянное распределение давления по размаху и коэффициента потерь полного давления. Визуализация потока на поверхности крыла при нерасчетных режимах [1, 2, 8] показывает также, что предельные линии тока параллельны внутреннему ребру и изменения потока ограничены зоной вблизи передних кромок, т. е. поток на большей части поверхности охарактеризован практически равномерным. Таким образом, любая величина, характеризующая поле потока вблизи нижней поверхности V-крыла, по видимому, может быть представлена в виде

$$C_j = C_{жк} + (C_{жкл} - C_{жк}) \cdot f_1, \quad (1)$$

где индекс k означает соответствующую величину на конусе с $\delta_k = \alpha$; кл — на клине (при двумерном течении) с $\delta_{кл} = \alpha$.

Функция f_1 должна удовлетворять следующим условиям. На расчетном режиме течение около нижней поверхности крыла соответствует течению около клина с углом $\delta_{кл} = \alpha$, т. е. $f_1 = 1$. С увеличением отклонения от расчетного режима и уменьшением удлинения крыла можно ожидать, что $f_1 \rightarrow 0$. Функция f_1 может быть получена на основании измерения давления на поверхности крыла, т. е.

$$f_1 = \frac{C_p - C_{pк}}{C_{pкл} - C_{pк}}. \quad (2)$$

Если пренебречь взаимодействием потока с пограничным слоем, то f_1 будет определяться геометрией крыла, углом отклонения потока α , числом Маха набегающего потока M_∞ и расчетным числом Маха M_p :

$$f_1 = f(\lambda, \alpha, M_\infty, M_p). \quad (3)$$

На рис. 5, где $A = (M_p/M_\infty - 1)/\lambda \sqrt{M_\infty^2 - 1}$, функция f_1 пред-

ставлена в зависимости от параметров подобия, учитывающих отклонение от расчетного режима и влияние геометрии крыла:

$$f_1 = f(\alpha, M_p/M_\infty - 1, \lambda \sqrt{M_\infty^2 - 1}), \quad (4)$$

где

$$M_p = \frac{1}{\sin(\alpha + \gamma)} \times \sqrt{\frac{2 \cdot \text{tg}(\alpha + \gamma) / \text{tg} \gamma}{(k + 1) - (k - 1) \text{tg}(\alpha + \gamma) / \text{tg} \gamma}},$$

k — отношение теплоемкостей.

Экспериментальные данные хорошо описываются функцией вида (рис. 5, кривые 1—4)

$$f_1 = 1 - \exp\left[-\frac{0,151(1 - \sin \alpha)}{A \sin \alpha}\right]. \quad (5)$$

Давление на поверхности вблизи плоскости симметрии крыла, определенное в соответствии с (1) и (5), представлено на рис. 3 (кривые 3). Сходимость расчетных и экспериментальных данных хорошая. Число Маха за головным скачком M_2 и коэффициент потерь полного давления в головном и прямом скачках представлены на рис. 6 и 7. Оценки числа Маха за скачком получены по давлению на по-

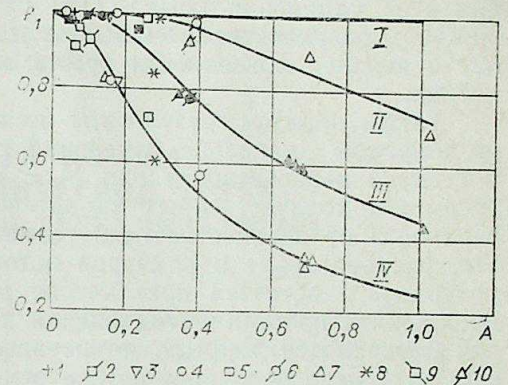


Рис. 5.

$\alpha = 0^\circ$ (I), 5° (II), 12° (III), 20° (IV). Крылья: 1—1; 2—2; 3—3; 4—4; 5—5; 6—6; 7—7; 8—[1]; 9—[2]; 10—[7].

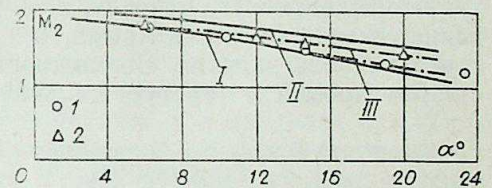


Рис. 6.

$M_\infty = 2,05$. Крылья: 1—4; 2—7. I — значения M_2 на клине $\delta_{кл} = \alpha$; II — значения M_2 на конусе $\delta_k = \alpha$; III — расчет по (1).

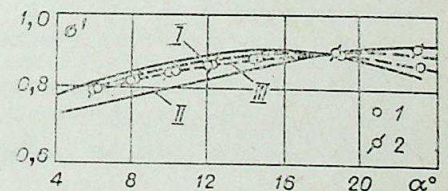


Рис. 7.

$M_\infty = 2,05$. Крылья: 1—4; 2—6. I — значения σ' за косым ($\delta_{кл} = \alpha$) и прямым скачками; II — значения σ' за коническим и прямым скачками; III — расчет по (1).

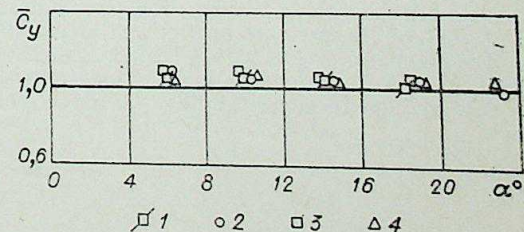


Рис. 8.

$M_\infty = 2,05$. Крылья: 1—2; 2—4; 3—5; 4—7.



верхности крыла и давлению торможения в плоскости симметрии. Предлагаемый метод правильно определяет характер зависимостей от геометрии крыла и параметров набегающего потока.

Подъемная сила нижней поверхности V-крыла, полученная путем интегрирования распределения давления и отнесенная к расчетной в соответствии с (1), представлена на рис. 8. Погрешность определения подъемной силы предлагаемым методом не превышает 5÷8% для всех удлинений крыла. При расчетных оценках подъемной силы нижней поверхности на малых углах атаки не учитывается перетекание с верхней поверхности крыла, когда на ней имеет место сжатие потока.

Таким образом, результаты исследования, полученные в достаточно широком диапазоне изменения геометрических параметров крыла и степени нерасчетности при $M_n < M_p$, показывают существенную зависимость количественных характеристик течения вблизи нижней поверхности от нерасчетности и геометрии крыла. Однако, несмотря на это, распределение параметров потока вблизи большей части нижней поверхности остается практически равномерным. Это дает основание предложить простой метод оценки характеристик потока вблизи нижней поверхности V-крыла на нерасчетных режимах $M_n < M_p$, основанный на замене реального потока некоторым равномерным потоком, полученным путем интерполяции между известным полем около клина и кругового конуса.

Предлагаемый метод оценки характеристик потока вблизи нижней поверхности V-крыльев при $M_n < M_p$ применим при условии сохранения коничности течения, т. е. до углов атаки, близких к отсоединению скачка от носка крыла, и при условии отсутствия перетекания с верхней поверхности. Возможность распространения его на режимы с параметром $A \gg 1$ требует дальнейших исследований.

Институт теоретической и прикладной механики
СО АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
16/IV 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. И. Зайцев, В. В. Келдыш. Особые случаи течения вблизи сверхзвуковой кромки и линии пересечения скачков уплотнения.— Учен. зап. ЦАГИ, 1970, 1, № 1, 48—59.
2. L. C. Squire. Pressure distributions and flow patterns at $M=4.0$ on some delta wings.— Aeronautical research council, Reports and memoranda, 1964, N 3373.
3. L. F. Crabtree, D. A. Treadgold. Experiments on hypersonic lifting bodies.— JCS Paper, 1966, N 66—24 (Русск. перевод: «Техническая информация», 1967, № 20, 7—16).
4. Б. Н. Гилязетдинов, Ю. П. Гунько, И. И. Мажуль. Исследование обтекания некоторых тел пространственной конфигурации при сверхзвуковых скоростях.— В кн.: Аэрофизические исследования, ИТПМ, 1973, вып. 2, 58—60.
5. L. C. Squire. Calculated pressure distributions and shock shapes on thick conical wings at high supersonic speeds.— The aeronautical quarterly, 1967, 18, N 2, 185—206.
6. L. C. Squire. Calculated pressure distributions and shock shapes on conical wings with attached shock waves.— The aeronautical quarterly, 1968, 19, N 1, 31—50.
7. J. Pike. The pressure on flat and anhedral delta wings with attached shock waves.— The aeronautical quarterly, 1972, 23, N 4, 253—262.
8. D. M. Rao. Hypersonic aerodynamic characteristics of flat delta and caret wing models at high incidence angles.— J. Spacecraft and rockets, 1970, 7, N 12, 1475—1476.

Т. А. ЗАБИРОВ, Н. Н. СТОЛЯРОВА, А. А. УФИМЦЕВ,
Б. А. ФОМЕНКО, Л. П. ЯРИН

СТРУКТУРА ПОТОКА В АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТРУБЕ С МЕХАНИЧЕСКИМ ТУРБУЛИЗАТОРОМ

В аэродинамических трубах с искусственно повышенной степенью турбулентности характеристики пульсационного движения — интенсивность пульсаций, однородность и изотропность поля течения и другие определяются главным образом типом турбулизирующего устройства. В качестве турбулизаторов наиболее часто используются сетки [1], струйные решетки [2] и смесители [3], а также механические турбулизаторы [4]. Данные о структуре потока в аэродинамических трубах, снабженных турбулизаторами различного типа (табл. 1) показывают, что в области относительно однородных параметров потока с помощью сеток можно повысить интенсивность турбулентности ε до 0,06. Струйные решетки позволяют регулировать ε (изменяя направление распространения струй и коэффициент инжекции) ε в пределах $0,04 \leq \varepsilon \leq 0,65$. Значительно более высокие величины интенсивности турбулентности могут быть получены при использовании струйных смесителей ($\varepsilon_u \sim 0,3$) и турбулизирующих устройств ($\varepsilon_u \sim 0,4$). Последние позволяют не только изменить интенсивность турбулентности, но и плавно регулировать параметры потока (интенсивности пульсаций, масштаб турбулентности и др.). Именно это определяет эффективность турбулизаторов такого типа и возможность использования их для получения потоков с заданными характеристиками.

Ниже приведены данные экспериментального исследования структуры потока в рабочей части аэродинамической трубы ($\varnothing 280$ мм, $L=3000$ м) незамкнутого типа, снабженной механическим турбулизатором (рис. 1). Турбулизатор выполнен в виде диска диаметром

Таблица 1

Тип турбулизатора	Интенсивность турбулентности		Интегральный масштаб, мм
	ε	ε_u	
Сетки [1]	0,02 ÷ 0,06 (при $x/l=0,62$)	0,007 ÷ 0,02 (при $x/l=0,62$)	—
Струйная решетка [2]	0,04 ÷ 0,065 (при $x/l=30$)	0,022 ÷ 0,04 (при $x/l=30$)	85 ÷ 105
Струйный смеситель [3]	—	0,22 ÷ 0,3	135
Турбулизирующее устройство [4, 5]	$\varepsilon_v = \varepsilon_m = 0,015 \div 0,2$ (при $x/l=0$)	0,005 ÷ 0,42 (при $x/l=0$)	—
Механический турбулизатор (настоящая работа)	0,03 ÷ 0,60 (при $x/l=0$)	0,01—0,21 (при $x/l=0$)	18 ÷ 270

Примечание. l — длина рабочей части трубы, расстояние между осями труб струйной решетки или диаметр сопла.



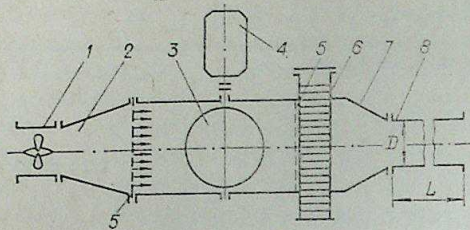


Рис. 1. Принципиальная схема установки.
1 — вентилятор; 2 — диффузор; 3 — турбулизатор; 4 — электродвигатель; 5 — сетки; 6 — хонейкомб; 7 — конфузор; 8 — рабочая часть аэродинамической трубы.

$0 \leq Sh \leq 0,37$; $9 \cdot 10^4 \leq Re \leq 56 \cdot 10^4$. Наряду с механическим турбулизатором в проточной части установки можно было также располагать сетки (ячейка 1—2 мм) и хонейкомб, выполненный из трубок $\varnothing 15$ мм и длиной 150 мм и тем самым дополнительно воздействовать на поток.

Средние и пульсационные величины (средняя скорость, три компонента пульсационной скорости, продольный и поперечный коэффициенты двухточечной корреляции продольной компоненты пульсационной скорости и спектрального распределения турбулентной энергии) на срезе сопла и в различных сечениях по длине рабочей части трубы измеряли термоанемометром фирмы «DISA Electronic», спектрометром типа 2107 и 2112 и самописцем уровня сигнала типа 2805 фирмы «Брюль и Кьер». Средняя скорость измерялась также с помощью трубки Пито и микроанометра ММН-240. Максимальная погрешность в определении средней скорости не превышала 2%, а интенсивности турбулентности — 5%. Измерения в двух взаимно перпендикулярных направлениях показали, что распределение средней и пульсационной скорости на срезе сопла достаточно равномерно. Максимальная неравномерность профилей U и ϵ при $0 < Sh \leq 0,37$ не превышала 5%.

В зависимости от конструктивных и режимных параметров в аэродинамических трубах с механическими турбулизаторами могут реализоваться три режима течения: 1) стационарный с мелкомасштабной турбулентностью, 2) квазирегулярный с периодическим изменением во времени и пространстве средней скорости и 3) переходный с нерегулярной крупномасштабной турбулентностью. Первый может быть осуществлен, в частности, в том случае, когда в проточной части трубы (на участке между турбулизатором и соплом) не установлены сетки и хонейкомб. Если они установлены (при определенных значениях режимных параметров), может быть реализован квазирегулярный режим течения. Переходный режим наблюдается в том случае, когда перед соплом находятся выравнивающие сетки. В результате наложения на квазирегулярные колебания, генерируемые механическим турбулизатором, мелкомасштабных турбулентных пульсаций поток приобретает крайне сложную (иногда перемежающуюся) структуру.

Некоторые результаты исследования потока в рабочей части аэродинамической трубы с механическим турбулизатором приведены в табл. 2 и на рис. 2—5.

На рис. 2 для трех характерных режимов течения приведены данные по изменению интенсивности продольной компоненты пульсационной скорости в зависимости от числа Sh . Они показывают, что увеличение Sh сопровождается монотонным (режим 1) возрастанием интенсивности пульсаций. В этом случае соотношения между величинами интенсивности трех компонент пульсационной скорости следующие: при $Sh=0$ $\epsilon_u \approx 1/2\epsilon_w$, $\epsilon_v \approx \epsilon_w$; при $Sh=0,19 \div 0,37$ $\epsilon_u \approx \epsilon_w \approx \epsilon_v$. При квазирегулярном и промежуточном режимах увеличение Sh сопровожда-

608 мм, перфорированного 610 отверстиями $\varnothing 10$ мм, расположенного в проточной части перед соплом. Вращение диска турбулизатора с заданным числом оборотов ($n_\tau = 400 \div 1600$ об/мин) осуществлялось с помощью автономного электродвигателя постоянного тока.

Числа Струхала ($Sh = \frac{n_\tau D}{U}$) и Рейнольдса ($Re = \frac{UD}{\nu}$) варьировались в экспериментах:

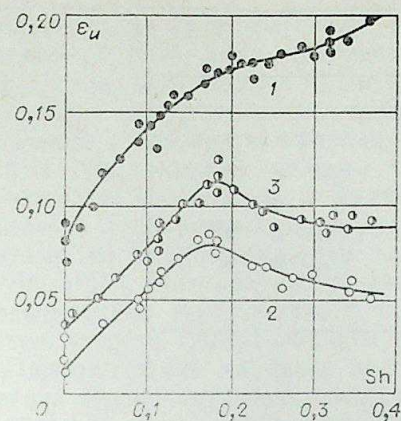


Рис. 2. Зависимость интенсивности турбулентности от числа Струхала ($x/D=0$, режимы 1—3).

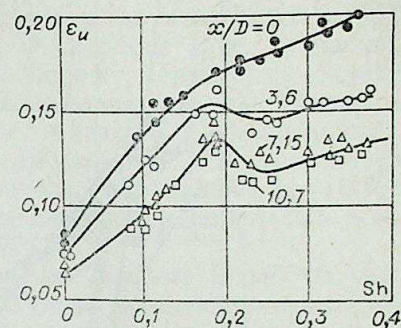


Рис. 3. Зависимость интенсивности турбулентности от числа Струхала (режим 1).

ется вначале ($Sh \leq 0,19$) ростом ϵ_u , а затем некоторым уменьшением величины пульсаций. При достаточно больших Sh интенсивность турбулентности практически не зависит от Sh и примерно равна 0,05 и 0,08 соответственно для квазирегулярного и промежуточного режимов.

На рис. 3 для режима 1 приведены результаты измерений пульсационной скорости в ряде поперечных сечений рабочей части трубы. Эти данные показывают, что характер зависимости $\epsilon_u(Sh)$ сохраняется практически неизменным (за исключением области, непосредственно примыкающей к соплу) на значительном (порядка 10 калибров) удалении от сопла. При всех значениях чисел Струхала наблюдается затухание пульсаций вниз по потоку. Интенсивность затухания турбулентности существенно различна на разных удалениях от устья течения. В начале рабочего участка на расстоянии порядка 3—4 калибров происходит резкое уменьшение интенсивности пульсаций. Затем темп затухания турбулентности заметно уменьшается. На расстоянии порядка 7—10 калибров интенсивность турбулентности практически не изменяется. В этой области течения поле пульсационной скорости можно считать однородным.

Одномерные спектральные распределения энергии турбулентности для различных чисел Sh (рис. 4) показывают, что при стационарном мелкомасштабном турбулентном движении спектральное распределение энергии практически не зависит от числа Струхала; при квазирегулярном течении характер распределения энергии по частотам суще-

Таблица 2

Режим	Интенсивность турбулентности			Интегральный масштаб (мм)			Коэффициент турбулентного переноса (m^2/c)		
	при числе Sh								
	0	0,19	0,37	0	0,19	0,37	0	0,19	0,37
1	0,08—0,09	0,17—0,19	0,19—0,21	18	50	50	0,05	0,19	0,22
2	0,01—0,015	0,06—0,08	0,05—0,06	90	270	250	0,026	0,38	0,26
3	0,05—0,06	0,12—0,13	0,09—0,10	25	60	100	0,03	0,11	0,20



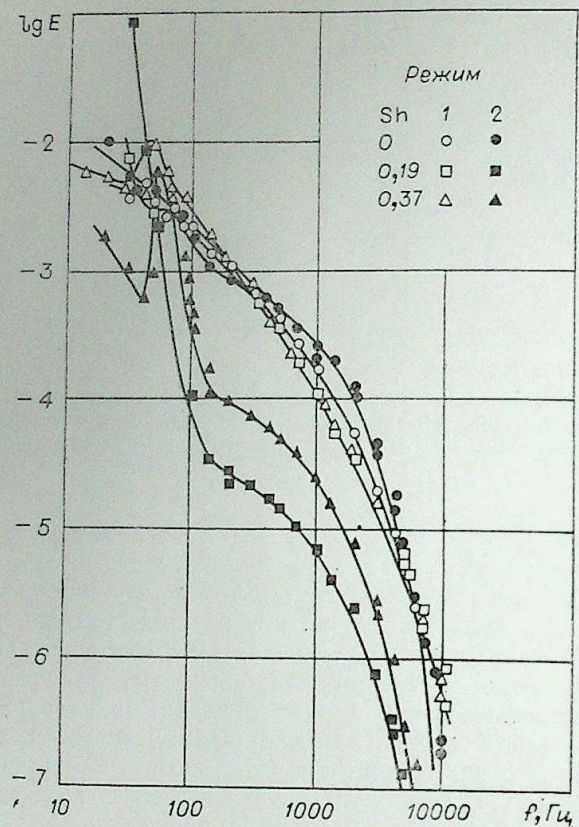


Рис. 4. Спектральное распределение продольной компоненты пульсационной скорости.

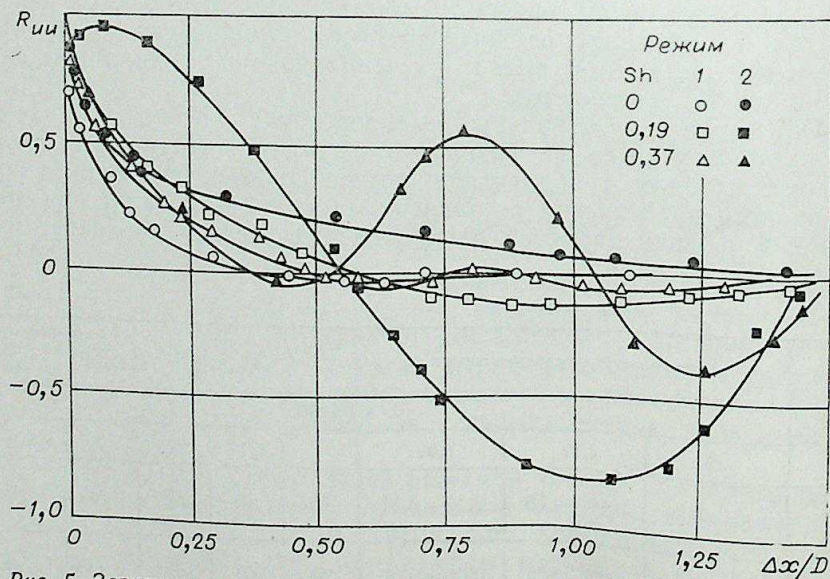


Рис. 5. Зависимость продольного коэффициента двухточечных корреляций осевой компоненты пульсационной скорости от расстояния между датчиками.

ственно зависит от этого числа. В частности, в этом случае на кривой зависимости $E(f)$ наблюдаются характерные всплески при частотах, равных удвоенной частоте вращения турбулизатора.

Данные о продольном коэффициенте двухточечных корреляций продольной компоненты пульсационной скорости (рис. 5) показывают, что при стационарном режиме коэффициент корреляции существенно уменьшается (стремится к нулю) с увеличением расстояния между датчиками. Поперечный интегральный масштаб турбулентности, определенный по корреляционным зависимостям, сохраняется постоянным при $Sh \geq 0,19$. Незначительно изменяется в диапазоне $Sh = 0,19 \div 0,37$ и коэффициент турбулентного переноса, пропорциональный масштабу и интенсивности турбулентности (табл. 2).

Периодический характер течения при режиме 2 работы аэродинамической трубы подтверждается не только осциллограммами мгновенной скорости, но и корреляционными кривыми (рис. 5). Оценка частоты колебаний по корреляционным зависимостям дает, в частности, значения 25 и 50 Гц для $Sh = 0,19$ и $Sh = 0,37$, что соответствует удвоенным частотам вращения турбулизатора. При таком режиме течения при $Sh \geq 0,19$ поперечный коэффициент корреляции близок к единице и практически не изменяется в радиальном направлении. Последнее является естественным отражением пульсации потока как целого.

Таким образом, опыты свидетельствуют о возможности широкого регулирования пульсационных характеристик потока в незамкнутой аэродинамической трубе с механическим турбулизатором. В установках такого типа могут быть реализованы три режима течения, отвечающие развитому турбулентному движению (стационарный режим), периодическому течению (квазирегулярный режим) и движению с нерегулярными крупномасштабными вихрями.

Ленинградское высшее военно-морское
инженерное училище
им. В. И. Ленина

Поступила в редакцию
5/III 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Т. Тимошук. Исследование турбулентности за сетками. Научные труды ин-та механики МГУ, 1973, № 24.
2. M. Gad-El-hak, S. Corrsin. Measurements of the nearly isotropic turbulence behind a uniform jet grid.— J. of Fluid Mechanics, 1974, 62, p. 115.
3. R. Betchov. On the fine structure of turbulent flows.— J. of Fluid Mechanics, 1957, 3, p. 205.
4. Л. А. Вулис, Ю. И. Михасенко, В. А. Хитриков. Об эффективном управлении распространением свободной турбулентной струи.— Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа, 1966, № 6.
5. Ю. И. Михасенко. Исследование свободной турбулентной струи при наложении низкочастотных колебаний.— Автореф. канд. дис. Л., 1970.



К. Б. ДЖАКУПОВ

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ЛАМИНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ
ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ
В КОЖУХЕ С ВРАЩАЮЩИМИСЯ ДИСКАМИ

Практическая необходимость расчета ламинарного циркуляционного течения между дисками, вращающимися в кожухе, обоснована в работе [1]. Однако примененная в ней разностная схема имеет аппроксимационную вязкость и первый порядок аппроксимации. Кроме того, в этой работе отмечена расходимость примененного итерационного процесса Зейделя, который, вообще говоря, сходился во всех прежних задачах, рассмотренных в монографии [2]. Поскольку результаты расчетов поставленной задачи могут иметь интерес при проектировании ротационных машин, автором данной статьи проведены расчеты по схеме, не имеющей аппроксимационной вязкости и полностью аппроксимирующей исходную систему уравнений. Решен вопрос о построении сходящегося итерационного процесса, в качестве которого выбран метод минимальных невязок, рассмотренный здесь применительно к одному разностному аналогу уравнений вязкой несжимаемой жидкости в цилиндрических координатах. Приведены также расчеты течения в кожухе с одним вращающимся диском. В последнем случае некоторые результаты сравнивались с известными аналитическими решениями.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Движение вязкой несжимаемой жидкости в кожухе шириной L и диаметром D вызывается вращением двух дисков $z'=0, z'=L$ с постоянными угловыми скоростями Ω (рис. 1). Предполагается симметричность течения относительно оси $r'=0$ и плоскости $z'=L/2$.

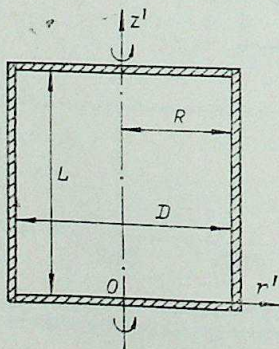


Рис. 1.

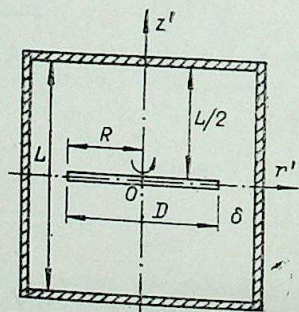


Рис. 2.

За характерные масштабы выбираются радиус кожуха $R=D/2$ и скорость ΩR точек края диска. В безразмерных переменных для уравнений Навье — Стокса в цилиндрических координатах

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v^2}{r} + \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r^2} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right), \quad (1.1)$$

$$v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right), \quad (1.2)$$

$$v_r \frac{\partial v}{\partial r} + v_z \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{v_r}{r} v = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right), \quad (1.3)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (1.4)$$

ставятся следующие граничные условия: при $z=0$ $v=r, v_r=v_z=0$; при $z=L/R$ $v=r, v_r=v_z=0$; при $r=1$ $v=0, v_r=v_z=0$; на оси симметрии $r=0, v=0, \partial v_z/\partial r=0, v_r=0$; на плоскости симметрии $z=L/(2R), v_z=0, \partial v_r/\partial z=0, \partial v/\partial z=0$. После исключения давления из уравнений

(1.1), (1.2) для вихря скорости $\omega = \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial z}$, функции тока $\psi, v_z = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, v_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}$ и окружной составляющей скорости получается система

$$v_r \frac{\partial \omega}{\partial r} + v_z \frac{\partial \omega}{\partial z} - \frac{v_r}{r} \omega + \frac{2v}{r} \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} - \frac{\omega}{r^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} \right), \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -r \cdot \omega, \quad (1.6)$$

$$v_r \frac{\partial v}{\partial r} + v_z \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{v_r}{r} v = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (1.7)$$

с граничными условиями при $z=0, v=2, \psi=0, \partial \psi/\partial z=0$; при $z=L/R$ $v=r, \psi=0, \partial \psi/\partial z=0$; при $r=1$ $v=0, \psi=0, \partial \psi/\partial r=0$; на оси $r=0, v=0, \omega=0, \psi=0$; на плоскости симметрии $z=L/(2R), \partial v/\partial z=0, \omega=0, \psi=0$.

Для второй задачи о вращении тонкого диска в кожухе (рис. 2) граничные условия таковы: при $r=0$ $v=0, \omega=0, \psi=0$; при $z=\pm L/(2R)$ $v=0, v_r=0, v_z=0, \psi=0, \partial \psi/\partial z=0$; при $z=1+\sigma/R$ $v=0, v_r=0, v_z=0, \psi=0, \partial \psi/\partial r=0$; на диске $z=0, 0 \leq r \leq 1, v=r, v_r=0, v_z=0, \psi=0, \partial \psi/\partial z=0$; в зазоре между краем диска и кожухом $1 < r < 1+\sigma/R, \psi=0, v_z=0, \partial v_r/\partial z=0, \omega=0, \partial v/\partial z=0$.

2. РАЗНОСТНАЯ СХЕМА

В области $\bar{Q} = \{0 \leq r \leq 1+\sigma/R, 0 \leq z \leq L/(2R)\}$ вводится неравномерная прямоугольная сетка $\bar{Q}_h = \{r_i, i=0, 1, \dots, N_1, h_{ri}=r_i-r_{i-1} > 0, \bar{h}_{ri}=0,5(h_{ri}+h_{ri+1}), r_0=0, r_{N_1}=1+\sigma/R; z_j, j=0, 1, \dots, N_2, h_{zj}=z_j-z_{j-1} > 0, \bar{h}_{zj}=0,5(h_{zj}+h_{zj+1}), z_0=0, z_{N_2}=L/(2R)\}$, Q_h — внутреннее, Γ_h — граничные узлы; для первой задачи $\sigma=0$. Обозначаются: $f(r_i, z_j) \equiv f_{ij} \equiv E f \equiv f, E$ — тождественный оператор; $T_{\pm 1} f = f_{i \pm 1, j}, T_{\pm 2} f \equiv f_{i \pm 2, j}, T_{\pm 1}, T_{\pm 2}$ — операторы сдвига; $\Delta_m = T_m - E, \Delta_{-m} = E - T_{-m}, \delta_m = \Delta_m + \Delta_{-m}, m=1, 2$.

В (1.5) — (1.7) вторые производные аппроксимируются по формулам

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} \right)_{ij} = \frac{1}{h_{ri}} \left(\frac{\Delta_1 f}{h_{ri+1}} - \frac{\Delta_{-1} f}{h_{ri}} \right) + O(h_{ri+1} - h_{ri} + h_{ri}^2), \quad (2.1)$$



$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}\right)_{ij} = \frac{1}{h_{zj}} \left(\frac{\Delta_2 f}{h_{zj+1}} - \frac{\Delta_{-2} f}{h_{zj}} \right) + O(h_{zj+1} - h_{zj} + h_{zj}^2);$$

аппроксимация первых производных, входящих в выражения $\frac{2v}{r} \frac{\partial v}{\partial z}$ $\frac{1}{\text{Re} \cdot r} \frac{\partial \omega}{\partial r}$, $\frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial r}$, $\frac{1}{\text{Re} \cdot r} \frac{\partial v}{\partial r}$ строится со вторым порядком

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial f}{\partial r}\right)_{ij} &= \frac{\delta_1 f}{2h_{ri}} - \frac{h_{ri+1} - h_{ri}}{2} \cdot \frac{1}{h_{ri}} \left(\frac{\Delta_1 f}{h_{ri+1}} - \frac{\Delta_{-1} f}{h_{ri}} \right) + O(h_{ri+1} \cdot h_{ri}), \\ \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{ij} &= \frac{\delta_2 f}{2h_{zj}} - \frac{h_{zj+1} - h_{zj}}{2} \cdot \frac{1}{h_{zj}} \left(\frac{\Delta_2 f}{h_{zj+1}} - \frac{\Delta_{-2} f}{h_{zj}} \right) + O(h_{zj+1} h_{zj}). \end{aligned} \quad (2.2)$$

Конвективные члены аппроксимируются по формулам

$$\begin{aligned} \left(v_r \frac{\partial f}{\partial r}\right)_{ij} &= \frac{|v_r| + v_r}{2} \cdot \frac{\Delta_{-1} f}{h_{ri}} + \frac{v_r - |v_r|}{2} \cdot \frac{\Delta_1 f}{h_{ri+1}} + \\ &+ \left(\frac{|v_r| + v_r}{2} \cdot \frac{h_{ri}}{2} + \frac{|v_r| - v_r}{2} \cdot \frac{h_{ri+1}}{2} \right) \cdot \left(\frac{\partial^2 f}{\partial r^2}\right)_{ij} + O(h_{ri}^2), \\ \left(v_z \frac{\partial f}{\partial z}\right)_{ij} &= \frac{|v_z| + v_z}{2} \cdot \frac{\Delta_{-2} f}{h_{zj}} + \frac{v_z - |v_z|}{2} \cdot \frac{\Delta_2 f}{h_{zj+1}} + \\ &+ \left(\frac{|v_z| + v_z}{2} \cdot \frac{h_{zj}}{2} + \frac{|v_z| - v_z}{2} \cdot \frac{h_{zj+1}}{2} \right) \cdot \left(\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}\right)_{ij} + O(h_{zj}^2). \end{aligned} \quad (2.3) \quad (2.4)$$

С целью исключения аппроксимационных вязкостей в (2.3), (2.4) $\left(\frac{\partial^2 f}{\partial r^2}\right)_{ij}$, $\left(\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}\right)_{ij}$ аппроксимируется по одной из следующих формул:

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial r^2}\right)_{ij} = \frac{1}{h_{ri+1}} \left(\frac{\Delta_1(T_1 f)}{h_{ri+2}} - \frac{\Delta_{-1}(T_1 f)}{h_{ri+1}} \right) + O(h_{ri+1}), \quad v_r < 0, \quad (2.5)$$

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial r^2}\right)_{ij} = \frac{1}{h_{ri-1}} \left(\frac{\Delta_1(T_{-1} f)}{h_{ri}} - \frac{\Delta_{-1}(T_{-1} f)}{h_{ri-1}} \right) + O(h_{ri-1}), \quad v_r \geq 0, \quad (2.6)$$

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}\right)_{ij} = \frac{1}{h_{zj+1}} \left(\frac{\Delta_2(T_2 f)}{h_{zj+2}} - \frac{\Delta_{-2}(T_2 f)}{h_{zj+1}} \right) + O(h_{zj+1}), \quad v_z < 0, \quad (2.7)$$

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}\right)_{ij} = \frac{1}{h_{zj-1}} \left(\frac{\Delta_2(T_{-2} f)}{h_{zj}} - \frac{\Delta_{-2}(T_{-2} f)}{h_{zj-1}} \right) + O(h_{zj-1}), \quad v_z \geq 0. \quad (2.8)$$

На равномерной сетке данная аппроксимация совпадает с аппроксимацией Громова—Петрищева [3], однако в узлах $i=1$, N_1-1 , $j=1$, N_2-1 в [3] используется аппроксимация А. А. Самарского, здесь же в (2.3), (2.4) $\left(\frac{\partial^2 f}{\partial r^2}\right)_{ij}$, $\left(\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}\right)_{ij}$ аппроксимируется в приграничных узлах независимо от знака составляющей скорости по той из формул (2.5)—(2.8), которая не привлекает законтурные узлы. Полностью схема имеет вид

$$\begin{aligned} A\omega &\equiv \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{1}{h_{ri}} \left(\frac{\Delta_1 \omega}{h_{ri+1}} - \frac{\Delta_{-1} \omega}{h_{ri}} \right) + \frac{1}{r} \left[\frac{\delta_1 \omega}{2h_{ri}} - \frac{h_{ri+1} - h_{ri}}{2h_{si}} \times \right. \right. \\ &\times \left. \left. \left(\frac{\Delta_1 \omega}{h_{ri+1}} - \frac{\Delta_{-1} \omega}{h_{ri}} \right) \right] - \frac{\omega}{r^2} + \frac{1}{h_{zj}} \left(\frac{\Delta_2 \omega}{h_{zj+1}} - \frac{\Delta_{-2} \omega}{h_{zj}} \right) \right\} - \\ &- \left\{ \frac{|v_r| + v_r}{2} \left(\frac{\Delta_{-1} \omega}{h_{ri}} + \frac{h_{ri}}{2} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2}\right)_{ij} \right) + \frac{v_r - |v_r|}{2} \left(\frac{\Delta_1 \omega}{h_{ri+1}} - \frac{h_{ri+1}}{2} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2}\right)_{ij} \right) \right\} - \\ &- \left\{ \frac{|v_z| + v_z}{2} \left(\frac{\Delta_{-2} \omega}{h_{zj}} + \frac{h_{zj}}{2} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2}\right)_{ij} \right) + \frac{v_z - |v_z|}{2} \left(\frac{\Delta_2 \omega}{h_{zj+1}} - \frac{h_{zj+1}}{2} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2}\right)_{ij} \right) \right\} = \\ &= -\frac{v_r}{r} \omega + \frac{2v}{r} \left[\frac{\delta_2 v}{2h_{zj}} - \frac{h_{zj+1} - h_{zj}}{2h_{zj}} \cdot \left(\frac{\Delta_2 v}{h_{zj+1}} - \frac{\Delta_{-2} v}{h_{zj}} \right) \right], \quad x \in Q_h, \quad (2.9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B\psi &\equiv \frac{1}{h_{ri}} \cdot \left(\frac{\Delta_1 \psi}{h_{ri+1}} - \frac{\Delta_{-1} \psi}{h_{ri}} \right) - \frac{1}{r} \left[\frac{\delta_1 \psi}{2h_{ri}} - \frac{h_{ri+1} - h_{ri}}{2h_{ri}} \cdot \left(\frac{\Delta_1 \psi}{h_{ri+1}} - \frac{\Delta_{-1} \psi}{h_{ri}} \right) \right] + \\ &+ \frac{1}{h_{zj}} \cdot \left(\frac{\Delta_2 \psi}{h_{zj+1}} - \frac{\Delta_{-2} \psi}{h_{zj}} \right) = -r\omega, \quad x \in Q_h, \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$Av = \frac{v_r}{r} \cdot v, \quad x \in Q_h. \quad (2.11)$$

На тех участках границы, где ω не задано, вихрь скорости определяется через аппроксимацию уравнения (1.6) со вторым порядком погрешности, например для диска $z=0$

$$\omega_{i0} = -\frac{2}{r_i} \cdot \frac{(h_{z1} + h_{z2})^3 (\psi_{i1} - \psi_{i0}) - h_{z1}^3 (\psi_{i2} - \psi_{i0})}{(h_{z1} + h_{z2})^2 h_{z2} h_{z1}^2}, \quad i = 0, 1, \dots, \quad (2.12)$$

аналогично на стенке кожуха.

Введем операторы:

$$A_1 \omega \equiv A\omega + \frac{v_r}{r} \omega, \quad A_2 v \equiv Av - \frac{v_r}{r} v,$$

$$Cv \equiv \frac{2v}{r} \left[\frac{\delta_2 v}{2h_{zj}} - \frac{h_{zj+1} - h_{zj}}{2h_{zj}} \left(\frac{\Delta_2 v}{h_{zj+1}} - \frac{\Delta_{-2} v}{h_{zj}} \right) \right], \quad \omega|_{\Gamma_h} = F\psi,$$

где F — разностный оператор, определяемый формулой типа (2.12), причем $F\psi \equiv 0$ на точках симметрии. Тогда система уравнений перепишется в виде

$$A_1 \omega = Cv, \quad B\psi = -r\omega, \quad A_2 v = 0, \quad x \in Q_h, \quad (2.13)$$

с граничными условиями $\omega|_{\Gamma_h} = F\psi$; $\psi|_{\Gamma_h} = 0$; $v=0$ при $r=0$, $r=1$; $v=r$ при $z=0$; при $z=L/(2R)$ для первой задачи условие симметрии аппроксимируется со вторым порядком

$$h_{zN_2}^2 (v_{iN_2-2} - v_{iN_2}) - (h_{zN_2} + h_{zN_2-1})^2 (v_{iN_2-1} - v_{iN_2}) = 0, \quad i = 0, 1, \dots, N_1,$$

для второй задачи $v=0$ и при $z=0$ $1 < r < 1 + \sigma/R$ условие симметрии аппроксимируется по аналогичной формуле. Составляющие скорости v_r , v_z вычисляются по формулам (2.2).

ИТЕРАЦИОННЫЕ АЛГОРИТМЫ

Были сделаны попытки решить систему уравнений (2.13) с помощью методов Зейделя и Писмана—Ракфорда, однако эти методы расходились уже при небольших числах Рейнольдса. В работе [4] была указана целесообразность применения к решению систем разностных уравнений, аппроксимирующих уравнения вязкой жидкости, эффективного метода минимальных невязок. Как известно, метод минимальных невязок был разработан в работе [5] для решения систем линейных алгебраических уравнений с положительно определенной самосопряженной матрицей и развит с точки зрения ускорения сходимости итераций в [6], сравнение с другими методами проведено в работе [7].

Здесь метод минимальных невязок применяется в следующем виде:

$$\Phi(v^{k+1} - v^k) = \alpha_k A_2 v^k, \quad x \in Q_h, \quad (3.1)$$

$$\Phi(\omega^{k+1} - \omega^k) = \beta_k (A_1 \omega^k - Cv^{k+1}), \quad x \in Q_h, \quad (3.2)$$

$$P(\psi^{s+1} - \psi^s) = \gamma_s (B\psi^s + r\omega^{k+1}), \quad x \in Q_h. \quad (3.3)$$

В операторах A_1 , A_2 коэффициенты берутся с k -й итерации. Ите-



рациональный процесс (3.3) предназначен для согласования поля ψ с полем ω^{k+1} , $\lim \psi^s = \psi^{k+1}$, где ψ^{k+1} есть решение уравнения $B\psi^{k+1} = -r\omega^{k+1}$, $\psi^{k+1}/\Gamma_h = 0$. Этот момент играет решающую роль для сходимости итераций (3.1), (3.2). Параметры α_k , β_k выбираются из условия минимума квадрата евклидовой нормы невязок $k+1$ -го шага, параметр γ_s — соответственно невязки $s+1$ -го шага.

Были применены следующие операторы:

$$\Phi = \left\{ E + \tau \left[\frac{1}{\text{Re } r^2} E + \left(\frac{|v_r^k| + v_r^k}{2h_{ri}} + \frac{1}{\text{Re } h_{ri} h_{ri}} \right) \Delta_{-1} + \left(\frac{|v_z^k| + v_z^k}{2h_{zj}} + \frac{1}{\text{Re } h_{zj} h_{zj}} \right) \Delta_{-2} \right] \right\}^n \left\{ E - \tau \left[\left(\frac{|v_r^k| - v_r^k}{2h_{ri+1}} + \frac{1}{\text{Re } h_{ri} h_{ri+1}} \right) \Delta_1 + \left(\frac{|v_z^k| - v_z^k}{2h_{zj+1}} + \frac{1}{\text{Re } h_{zj} h_{zj+1}} \right) \Delta_2 \right] \right\}^n, \\ P = \left\{ E - \tau \left(\frac{1}{h_{ri} h_{ri+1}} \Delta_1 + \frac{1}{h_{zj} h_{zj+1}} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \Delta_2 \right) \right\} \times \left\{ E + \tau \left(\frac{1}{h_{ri} h_{ri}} \Delta_{-1} + \frac{1}{h_{zj} h_{zj}} \Delta_{-2} \right) \right\},$$

где $\tau > 0$ — произвольный параметр; $n > 0$ — целый показатель степени. Согласно лемме 5 работы [8] $\|\Phi^{-1}\| < 1$, $\|P^{-1}\| < 1$, благодаря чему погрешности округления при обращении этих операторов гасятся.

Однопараметрический процесс (3.1) — (3.3) сравнивался с двухпараметрическим методом минимальных невязок [8]:

$$\Phi(v^{k+1} - v^k) = \alpha_{1h} A_1 v^k + \alpha_{2h} A_2 v^k, \quad x \in Q_h, \quad (3.5)$$

$$\Phi(\omega^{k+1} - \omega^k) = \beta_{1h} (A_1 \omega^k - C v^{k+1}) + \beta_{2h} A_1 (A_1 \omega^k - C v^{k+1}), \quad x \in Q_h, \quad (3.6)$$

$$P(\psi^{s+1} - \psi^s) = \gamma_s (B\psi^s + r\omega^{k+1}), \quad x \in Q_h. \quad (3.7)$$

Принципиальное отличие примененного здесь двухпараметрического метода минимальных невязок от изложенного в [9] метода для системы линейных алгебраических уравнений заключается в том, что вместо сопряженных операторов A_1^* , A_2^* , определение которых связано со значительными трудностями, были взяты сами операторы A_1 , A_2 .

При $\text{Re} \leq 10$ изложенные итерационные процессы сходились для случая, когда вихрь скорости в соответствующих граничных узлах вычислялся обычным способом через аппроксимации типа (2.12):

$$\omega^k|_{\Gamma_h} = F\psi^k, \quad (3.8)$$

однако при $\text{Re} = 100$ и выше расходились. Причина расходимости, на наш взгляд, состоит в том, что для больших реинольдсовых чисел вблизи твердых поверхностей возникают значительные градиенты скорости (пограничный слой), вследствие чего происходит накопление погрешностей округления при вычислении $\omega^k|_{\Gamma_h}$ по (3.8). Для того, чтобы избежать накопления неизбежных погрешностей, вычисление $\omega^k|_{\Gamma_h}$ было организовано в виде релаксационного процесса:

$$\frac{\omega^k - \omega^{k-1}}{\tau} \Big|_{\Gamma_h} + \omega^k = F\psi^k \quad (3.9)$$

(в узлах симметрии, где $\omega^k = 0$ эта формула не применяется). Благодаря (3.9) удалось провести расчеты в широком диапазоне чисел Re . Итерационные алгоритмы сравнивались между собой на равномерной сетке 11×11 для $\text{Re} = 100$ и $\tau = 0,5$ на решении первой задачи. Итерации прекращались при выполнении условий

$$\max_{x \in Q_h} |\psi^{s+1} - \psi^s| < 10^{-4}, \quad \max_{x \in Q_h} |v^{k+1} - v^k| < 2 \cdot 10^{-4}, \\ \max_{x \in Q_h} |\omega^{k+1} - \omega^k| < 10^{-3}. \quad (3.10)$$

Однопараметрический процесс (3.1), (3.2), (3.3), (3.9) с (3.4) при $n=1$ привел (3.10) при $k=21$, двухпараметрический процесс (3.5) — (3.7), (3.9) с (3.4) при $n=1$ сходил к (3.10) за 17 итераций. При $\Phi \equiv E$ (3.1), (3.2) (3.3), (3.9) становилось идентичным с методом работы [5], в этом случае (3.10) было выполнено при $k=50$, что подтвердило эффективность выбора оператора Φ в виде (3.4). В (3.4) было положено $n=2$, в этом случае (3.10) имело место для (3.1) — (3.3), (3.9) при $k=21$, т. е. за то же число итераций, что и при $n=1$. Дальнейшая работа проводилась с Φ при $n=1$. С параметром $\tau > 0$ было проведено два эксперимента: $\tau=0,01$, $\tau=1000$; в обоих случаях сходимость оказалась очень медленной по сравнению с $\tau=0,5$.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Задача с двумя вращающимися дисками была просчитана для следующих параметров подобия Re , L/R :

$$Z/R=1, \text{Re}=1, 100, 500, 1000, 2000 \quad Z/R=0,1, \\ \text{Re}=10, 30, 50, 70, 90, 110, 130, 256, 500, 1000, \\ 1250, 1500, 2000, 2250; \quad Z/R=0,3, \text{Re}=50, 70, \\ 90, 110, 130, 380, 500, 1000, 2000.$$

Безразмерный коэффициент момента сопротивления

$$M = -2\pi \int_0^R r'^2 \tau_{z'\varphi} dr', \quad \tau_{z'\varphi} = \mu \left. \frac{\partial v'}{\partial z'} \right|_{z'=z'}$$

определяется по формуле [10]

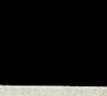
$$c_M = \frac{M}{\frac{\rho}{2} \Omega^2 R^5} = -\frac{4\pi}{\text{Re}} \int_0^1 \left. \frac{\partial v}{\partial z} \right|_{z=Z/R} r^2 dr, \quad (4.1)$$

где ρ — плотность; $\tau_{z'\varphi}$ — окружная составляющая касательного напряжения на одном из дисков; μ — динамический коэффициент вязкости. Полученные результаты считаются верными, если выполняются балансовые соотношения секундного расхода массы жидкости

$$2\pi\rho \int_0^R v_z' r' dr' = 0, \quad 2\pi\rho \int_0^z v_r' r' dz' = 0 \quad (4.2)$$

для каждого меридионального и экваториального сечения, определенной сеткой. Для больших реинольдсовых чисел $\text{Re} \geq 500$ для удовлетворения (4.2), как правило, требовалась либо достаточно мелкая равномерная сетка, либо неравномерная сетка со сгущением узлов около твердых стенок, где возникают большие градиенты скорости. Интегралы (4.1), (4.2) вычислялись по формуле прямоугольника. На рис. 3—5 приведены изолинии тока для $L/R=1$, $\text{Re}=1000$, полученные на различных сетках.

На рис. 3 представлен результат решения на равномерной сетке 11×11 ; на рис. 4 — решение на равномерной сетке 16×16 . В обоих случаях плохо выполнялись соотношения (4.2), картина линий тока рис. 4 качественно совпадает (количественно отличается на два порядка) с полученной в [1]. Расчеты проводились в полной области, и полученные решения симметричны относительно плоскости ($z=L/(2R)$). На равномерной сетке 16×16 в полной области были получены решения и для $\text{Re}=10^4, 10^5, 10^6$, $L/R=1$, однако на этих решениях не вы-



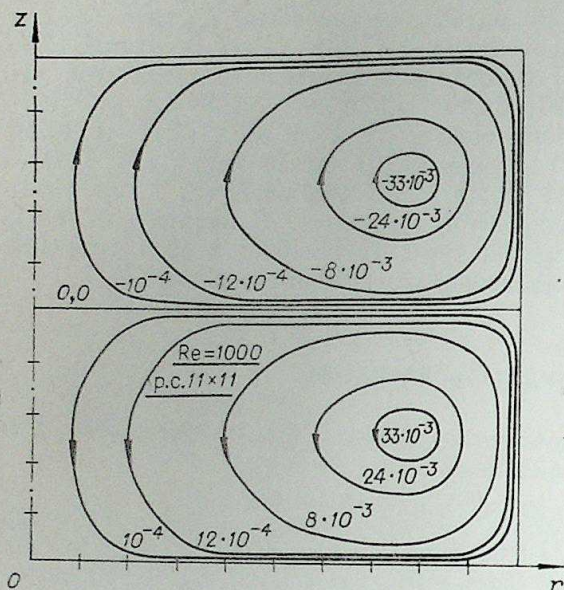


Рис. 3.

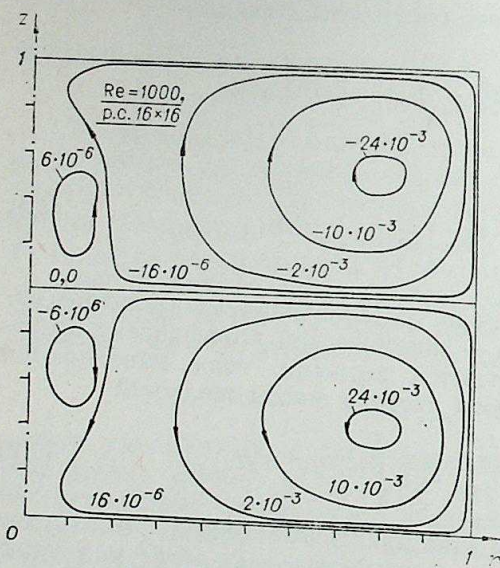


Рис. 4.

ны. На рис. 7 приведены значения модуля вихря скорости на одном из дисков. На рис. 8, 9 нанесены изолинии тока для $Re=500$ и $Re=2000$, $L/R=1$. Из рис. 5, 8, 9 видно, что с увеличением числа Re нулевая линия тока, разделяющая два тороидальных течения, сдвигается к стенке кожуха, интенсивность тороидального течения, прилегающего к плоскости симметрии $z=L/2R$, падает, преобладающим становится течение около дисков. На этих рисунках выписаны значения,

$$c'_M = \frac{c_M}{\pi}, \quad c'_f = \frac{2\pi \int_0^R \tau_{z\varphi} r' dr'}{1/2\rho(\Omega R)^2 \pi R^2} = -\frac{4}{Re} \int_0^1 \frac{\partial v}{\partial z} r dr,$$

где c'_f — коэффициент сопротивления одного из дисков.

полнялись балансы (4.2) и нарушалась симметричность течения относительно плоскости $z=L/(2R)$, в силу чего эти решения были отброшены как неверные. На рис. 5 представлены изолинии тока для $Re=1000$, полученные на неравномерной сетке 16×16 со сгущением узлов около твердых поверхностей и с соблюдением условия симметрии на плоскости $z=L/(2R)$. Прилегающие к поверхностям $z=L/R$, $r=1$, три шага сетки выбирались равными $1/3 Re^{-1/2}$. При этом соотношения (4.2) выполнялись с погрешностью порядка 10^{-4} .

Из рис. 5 видно, что течение между вращающимися дисками распадается на четыре тороидальных замкнутых течения. Около дисков в силу вязкости частицы жидкости отбрасываются центробежной силой к стенке кожуха, что и является причиной возникновения двух тороидальных течений в изображенной на рис. 5 половине кожуха. На рис. 6 нанесены значения азимутальной составляющей скорости для $Re=1000$, 2000 , $L/R=1$ на различных цилиндрических поверхностях $r=const$, полученные на равномерных и неравномерных сетках. Видно резкое различие между ними, ибо соответствующие поверхности $r=const$ отстоят друг от друга на три тысячных доли безразмерной дли-

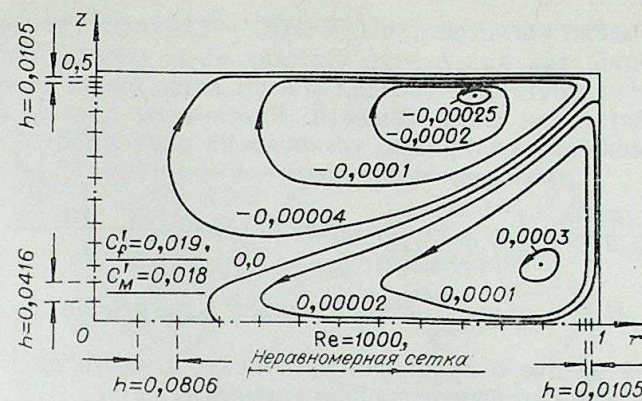


Рис. 5.

Для малых отношений $L/R \leq 0,3$ жидкость между дисками вращается почти как твердая масса, в силу чего тороидальные течения на данных сетках не замечены, лишь для $L/R > 0,3$ начинают намечаться малоинтенсивные замкнутые течения. В таблице проведены значения c'_M , c'_f для различных Re , L/R .

L/R	Re	c'_M форм	c'_M	Отн. погр.	c'_f	Коэффициенты
1	1	—	—	—	10,974	$K=85,$ $M=-0,627,$ $H=1,073$
1	100	—	—	—	0,116	
1	500	0,034	0,033	3,87%	0,035	
1	1000	0,016	0,018	9,50%	0,019	
1	2000	0,008	0,010	22,60%	0,011	
0,7	50	0,507	0,455	11,57%	0,476	
0,7	70	0,353	0,325	8,84%	0,340	
0,4	50	0,720	0,695	3,72%	0,709	
0,4	70	0,502	0,497	1,07%	0,507	
0,4	90	0,383	0,384	0,11%	0,392	
0,3	50	0,863	0,886	2,56%	0,897	
0,3	70	0,601	0,632	4,81%	0,640	
0,3	90	0,459	0,492	6,70%	0,498	
0,3	100	0,370	0,402	7,88%	0,407	
0,3	130	0,309	0,340	8,96%	0,345	
0,3	380	0,098	0,116	15,63%	0,118	
0,1	500	0,145	0,107	35,61%	0,107	
0,1	1000	0,069	0,055	25,36%	0,057	
0,1	1250	0,054	0,048	13,04%	0,051	
0,1	1500	0,044	0,043	3,76%	0,047	
0,1	2000	0,032	0,028	17,01%	0,030	
0,1	2250	0,028	0,026	11,04%	0,028	
0,3	1000	0,052	0,054	2,49%	0,057	$K=170,9,$ $M=-0,437$ $H=1,081$
0,3	2000	0,025	0,029	14,17%	0,031	
0,1	10	12,337	12,327	0,08%	12,384	$K=171,198$
0,1	30	4,109	4,173	1,51%	4,221	
0,1	50	2,465	2,476	0,44%	2,490	
0,1	70	1,760	1,760	0,00%	1,772	
0,1	90	1,369	1,360	0,66%	1,365	
0,1	110	1,120	1,109	0,99%	1,112	
0,1	130	0,947	0,937	1,13%	0,939	$M=-0,355,$ $H=1$
0,1	256	0,481	0,478	0,63%	0,479	
0,1	380	0,323	0,321	0,92%	0,322	



Большое число расчетов для $L/R=0,1$ и $L/R=0,3$ связано с малым числом итераций, так как в этих случаях из-за узости кожуха жидкость вращается почти как твердая масса, лишь около стенки кожуха начинают действовать силы вязкости. Результаты для c_M обработаны методом наименьших квадратов, установлена зависимость

$$c_M = \frac{k(L/R)^M}{Re^H}, \quad c_{M\text{форм}} = \frac{c_M}{\pi}, \quad \text{отн. погр.} = \frac{c'_M - c_{M\text{форм}}}{c'_M} \cdot 100\%,$$

где K, M, H , а также относительная погрешность приведены в таблице.

Во второй задаче о вращении бесконечно тонкого диска в кожухе (рис. 2) были просчитаны следующие варианты: $L/R=1, \sigma/R=0,05, Re=500, 600, 800, 1000, 1500, 2000; L/R=0,05, \sigma/R=0,05, Re=500, 1000, 1250, 1500.$

В монографии [10] приводится формула для коэффициента момента сопротивления для малых L и сравнительно больших $\sigma/R > 0,1$:

$$c_M = 2\pi \frac{2R}{L} \cdot \frac{1}{Re} \quad (4.3)$$

для смачиваемого с обеих сторон диска. При малых L ширина зазора меньше толщины пограничного слоя, следовательно, распределение окружной скорости в промежутках между вращающимся диском и неподвижными торцами кожуха линейно, на основании чего и выводится формула (4.3). Наши расчеты, проведенные при $L/R=0,05, Re=500, 1000, 1250, 1500$ подтверждают эти предпосылки (рис. 10).

На рис. 10 показаны распределения окружной скорости на поверхностях $r=0,454$ и $r=1$ (край диска) для $Re=500$. Прерывистые линии есть линейные распределения, кружочками отмечено наше решение. Как видно, совпадение удовлетворительное, линейность чуть нарушается на крае диска. На рис. 11 приведено распределение окружной скорости на крае диска при $L/R=1, \sigma/R=0,05, Re=500$, полученное на неравномерной сетке 16×16 . Здесь следует отметить выделение с помощью неравномерной сетки пограничного слоя около диска и около торца.

Ниже приводятся некоторые значения

$$c'_M = \frac{c_M}{2\pi} = -\frac{4}{Re} \int_0^1 \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{z=0} r^2 dr \quad (4.4)$$

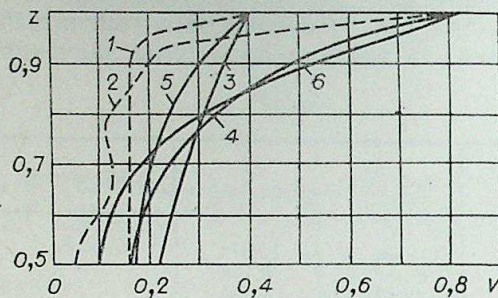


Рис. 6.

$Re=1000, 1, 2$ — равномерная сетка, $16 \times 16; 1-r=0,4; 2-r=0,8, 3, 4$ — неравномерная сетка, $16 \times 16, 3-r=0,403; 4-r=0,806, Re=2000, 5, 6$ — неравномерная сетка, $16 \times 16, 5-r=0,407; 6-r=0,815.$

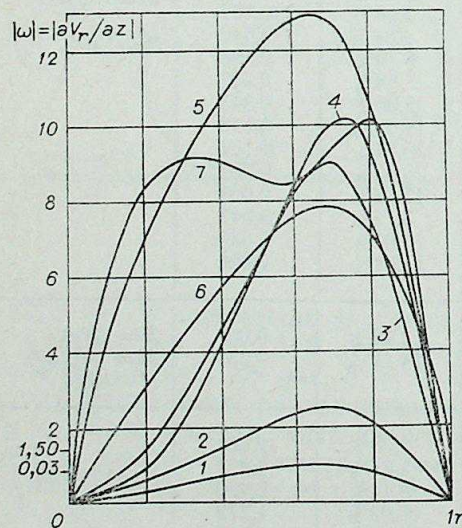


Рис. 7.

$1-3$ — равномерная сетка, $11 \times 11, Re=1 (1), 100 (2); 1000 (3), 4$ — $Re=1000$, равномерная сетка, $16 \times 16, 5-7$ — неравномерная сетка, $16 \times 16, Re=1000 (5); 2000 (6); 500 (7).$

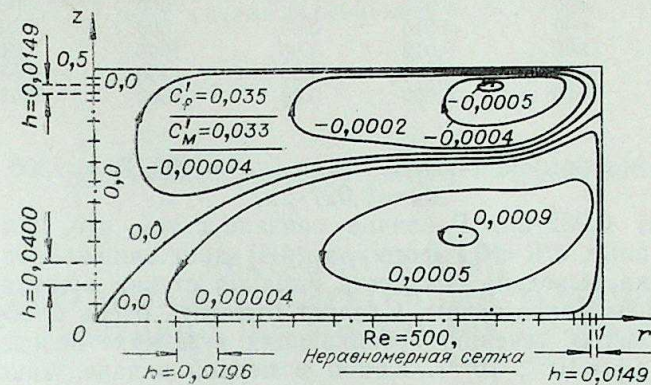


Рис. 8.

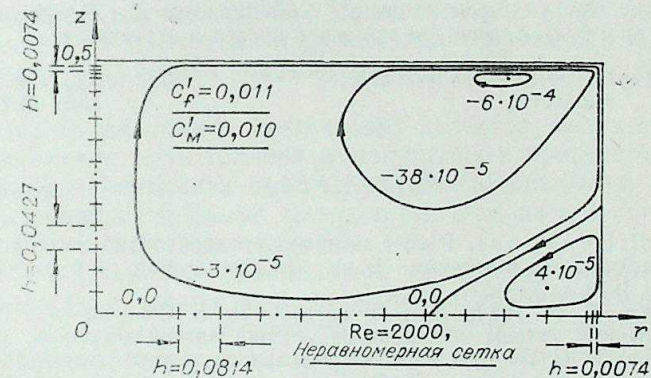


Рис. 9.

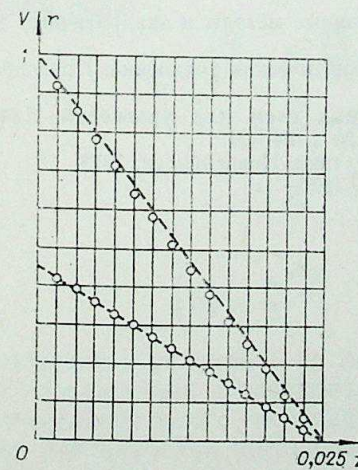


Рис. 10.

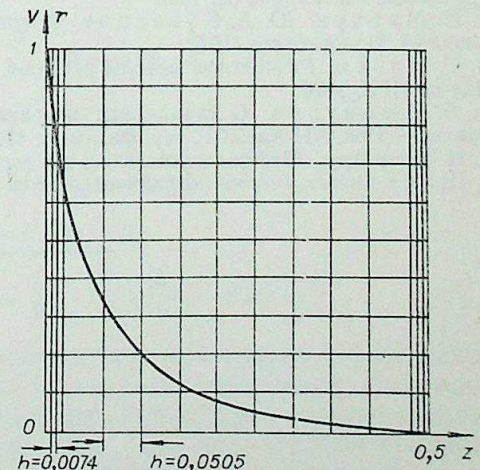
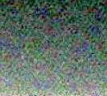


Рис. 11.



в зависимости от Re и L/R , где c_M — коэффициент момента сопротивления.

z/R	Re	c'_M	z/R	Re	c'_M
1	500	0,020	1	2000	0,005
1	600	0,016	0,05	500	0,098
1	800	0,012	0,05	1000	0,049
1	1000	0,010	0,05	1250	0,039
1	1500	0,006	0,05	1500	0,032

В частности формула (4.4) дает для $L/R=0,05$, $Re=1500$

$$c_M = 0,027 \cdot 2\pi,$$

наш результат $0,032 \cdot 2\pi$. Различие связано с тем, что, как отмечено в [10], при малых $\sigma/R < 0,1$ формула (4.4) дает заниженное значение c_M , так как она выведена без учета влияния стенки кожуха, поэтому наши результаты более точны. Следует отметить очень слабую интенсивность замкнутых течений, возникающих в кожухе вследствие вращения диска ($\psi \approx 10^{-7}$; 10^{-8}). Как и в первой задаче, максимальные значения радиальной составляющей скорости возникают около вращающегося диска, что обусловлено центробежной силой и вязкостью жидкости.

Автор считает своим долгом выразить благодарность Б. Ж. Мухамеджанову, К. Т. Нусипкожаеву и В. П. Хлынину за помощь в проведении расчетов.

Казахский государственный университет,
Алма-Ата

Поступила в редакцию
19/II 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Госмен, Д. Сполдинг. Расчет ламинарного циркуляционного течения между дисками, вращающимися в кожухе. — В кн.: Численные методы в механике жидкости. М., «Мир», 1973, с. 269—277.
2. А. Д. Госмен, В. М. Пак, А. К. Ранчел, Д. Б. Сполдинг, М. Вольфштейн. Численные методы исследования течений вязкой жидкости. «Мир», 1972.
3. Б. Ф. Громов, В. С. Петрищев. О решении двумерных задач гидродинамики вязкой несжимаемой жидкости. — Тр. Всес. сем. по числ. методам вязкой жидкости. Новосибирск, 1969.
4. К. Б. Джакулов. Разностный метод решения уравнений вязкой несжимаемой жидкости в цилиндрических координатах. — Изв. АН КазССР, сер. физ.-мат., 1972, № 1.
5. М. А. Красносельский, С. Г. Крейн. Итеративный процесс с минимальными невязками. Матем. сб., 31, 1952.
6. Г. И. Марчук, Ю. А. Кузнецов. Итерационные методы и квадратичные функционалы. Новосибирск, 1972.
7. В. П. Ильин. Разностные методы решения эллиптических уравнений. Новосибирск, Изд-во НГУ, 1970.
8. К. Б. Джакулов. О сходимости итерационных схем для уравнений Навье — Стокса. — Изв. АН КазССР, сер. физ.-мат., 1975, № 1, 24—31.
9. Г. И. Марчук. Методы вычислительной математики. Новосибирск, 1973.
10. Г. Шлихтинг. Теория пограничного слоя. М., 1974.

ИЗВЕСТИЯ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

№ 3, вып. 1

СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

1977

УДК 536.24.66.045

Н. А. РУБЦОВ, А. Л. БУРКА, П. И. СТЕПАНЕНКО

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ РАДИАЦИОННО-КОНДУКТИВНЫЙ ТЕПЛОБМЕН В СЕЛЕКТИВНО ПОГЛОЩАЮЩИХ СЛОЯХ ГАЗОВ

Исследования нестационарного радиационно-кондуктивного переноса тепловой энергии в селективно поглощающих слоях газов представляют теоретический и практический интерес. Этот сложный взаимосвязанный процесс изучен слабо. Практически нет экспериментальных исследований, не проведен всесторонний теоретический и экспериментальный анализ кинетики радиационно-кондуктивного переноса тепловой энергии.

В то же время анализ физических аспектов рассматриваемой проблемы, выявление роли теплового излучения и процессов радиационно-кондуктивной взаимосвязи представляются важными не только с точки зрения построения надежных методов расчета, но и в связи с постановкой тепловых исследований.

Ниже представлено комплексное исследование: теоретически рассмотрена краевая задача, описываемая нелинейным интегро-дифференциальным уравнением, в сочетании с экспериментальным анализом температурных полей в плоских слоях углекислого газа и газообразного аммиака.

Применительно к исследованию одномерного переноса тепла в слое селективно поглощающих газов (аммиак, углекислый газ) краевая задача для нестационарного уравнения энергии записывается в безразмерном виде:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} - S_k \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = \frac{\partial \theta}{\partial \tau}, \quad 0 \leq \xi \leq 1, \quad \tau > 0, \quad (1)$$

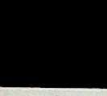
$$\alpha_1 \frac{\partial \theta}{\partial \xi} - \beta_1 (\theta - \theta_1) = 0, \quad \xi = 0, \quad (2)$$

$$\alpha_2 \frac{\partial \theta}{\partial \xi} + \beta_2 (\theta - \theta_2) = 0, \quad \xi = 1, \quad (3)$$

$$\theta(\xi, 0) = \theta_0 \quad (4)$$

$$\left(S_k = \frac{\sigma_0 T^3 \delta}{\lambda_0}, \quad \tau = \frac{at}{\delta^2}, \quad B_i = \frac{\beta_i}{\alpha_i}, \quad i = 1, 2 \right)$$

и сводится к нелинейному интегральному уравнению [1] относительно θ . Последнее для фиксированного значения τ решается численно. Для экспериментального исследования нестационарного теплопереноса выбран плоский слой поглощающего газа, при этом верхняя граница прозрачна для теплового излучения, а нагреватель (излучатель) не контактирует со средой. Таким образом, поглощающая среда нагревается под действием внешнего облучения. Снизу слой ограничен непрозрачной металлической пластиной, охлаждаемой и зачерненной, либо пластиной, прозрачной для теплового излучения.



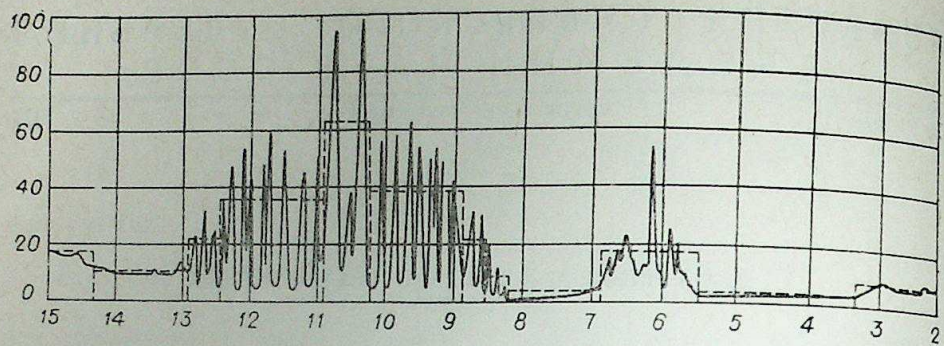


Рис. 1. Спектр поглощения аммиака (NH_3) при толщине слоя 5 см и давлении 1 атм.
— — — аппроксимация, используемая в расчете.

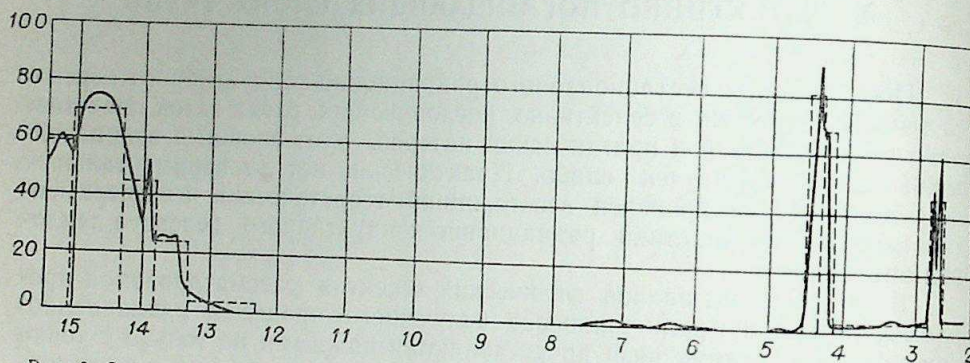


Рис. 2. Спектр поглощения углекислого газа (CO_2) при толщине слоя 5 см и давлении 1 атм.
Аппроксимация, используемая в расчете.

В эксперименте в качестве исследуемой поглощающей среды использовались аммиак (NH_3) и углекислый газ (CO_2), спектры которых представлены на рис. 1, 2. Кювета (фторопласт), верхняя граница которой прозрачна для ИК-лучей (полированный кристалл из КВг толщиной ~6 мм), а нижняя охлаждаемая, представляет собой химически черненную латунь либо КВг и заполняется газом. Перед заполнением кювета вакуумировалась с последующей промывкой газом.

Ввиду того, что газ нагревается преимущественно за счет излучения, измерение температурных полей с помощью термпар становится невозможным из-за значительных погрешностей. Поэтому для измерения температурных полей использовался интерферометрический метод. Этот метод практически не вносит никаких возмущений в исследуемую систему. Будучи малоинерционным и точным индикатором измерения плотности, он оказался полезным для нестационарных исследований.

В работе использовался интерферометр Майкельсона [2]. Кювета, имеющая с боков оптические окна, помещалась в одно из плеч интерферометра (рис. 3). Использование лазерного источника света (ЛГ-55) позволяло сравнительно быстро отъюстировать всю систему.

Параллельный пучок света, проходя через слой по всей его толщине, давал возможность в любой момент иметь полное представление о картине температурного поля в слое рассматриваемого газа. Для регистрации изменения во времени интерференционной картины использовалась кинокамера (пленка чувствительностью 120 ед.). В качестве излучателя применялась плоская зачерненная пластина, температура которой поддерживалась постоянной (~600 К).

По достижении необходимого уровня температуры излучателя открывался экран и под действием падающего на кювету излучения в га-

зе формировалось нестационарное температурное поле, определяемое серией интерференционных полос, регистрируемых на фотопленке. Типичное очертание полос для нагреваемых газов при различных давлениях представлено на рис. 4, 5.

Интерферометр настраивался на полосы конечной ширины. Сдвиг полосы определялся отношением расстояния между двумя положениями одной из полос в невозмущенном и возмущенном состоянии к ширине полосы.

Температурное поле в слое рассчитывалось по формуле [3]

$$\frac{T}{T_0} = \frac{L(n-1)}{L(n-1) \pm \lambda S} \quad (5)$$

Знак плюс соответствует $T < T_0$, знак минус — $T > T_0$.

Так как в настоящем эксперименте использовался интерферометр Майкельсона, необходимо было в выражении (5) для L брать удвоенное значение ширины рабочего участка кюветы.

Выражение (5) применимо также в случае, когда давление газа больше 1 атм. Для этого необходимо рассчитать коэффициент преломления, соответствующий рассматриваемому давлению. При этом использовалось уравнение Лоренц — Лорентца [4]:

$$\frac{n^2 - 1}{\rho(n^2 + 2)} = \text{const.}$$

Интерферометрический метод исследования, несмотря на его достоинства, приводит к погрешностям при определении температурных полей. Некоторые источники погрешностей легко устраняются или сводятся к минимуму. Например, хорошая амортизация установки значительно уменьшает вибрационные искажения, а установка светопроводов в плечах интерферометра устраняет дополнительные сдвиги полос за счет перемещения окружающего воздуха. Ширина полосы определяется с точностью до 0,1, что в конечном счете дает погрешность в определении температуры не более 0,5°C.

Наиболее серьезным источником ошибок может быть рефракция лазерного луча при прохождении его через среду со значительными градиентами показателя преломления, направленными перпендикулярно лучу. В этом случае траектория луча искривляется. Искривление лучей дает ряд эффектов, приводящих в конечном счете к изменению сдвига полос.

Прохождение луча через область с изменяющимся коэффициентом преломления приводит к тому, что геометрическая длина пути оказывается не равной расстоянию между окнами. При этом луч не проходит перпендикулярно выходному отверстию и кажется исходящим по касательной к траектории у поверхности выходного отверстия. Стенки камеры на изображении оказываются смещенными и в зависимости от градиентов θ , n , ρ информация о явлениях на поверхности стенки значительно меняется вплоть до ее полной потери.

В настоящее время практически нет надежных способов оценки указанных погрешностей. Рефракционные ошибки интерферометрического метода обсуждаются в литературе, но решение этой проблемы зависит от конкретных условий эксперимента.

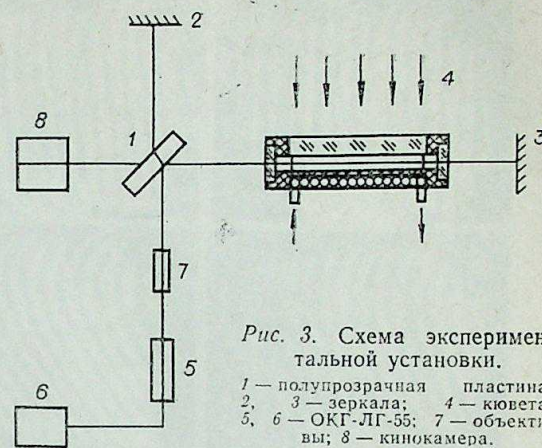
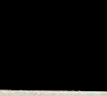


Рис. 3. Схема экспериментальной установки.

1 — полупрозрачная пластина; 2, 3 — зеркала; 4 — кювета; 5, 6 — ОКГ-ЛГ-55; 7 — объектив; 8 — кинокамера.



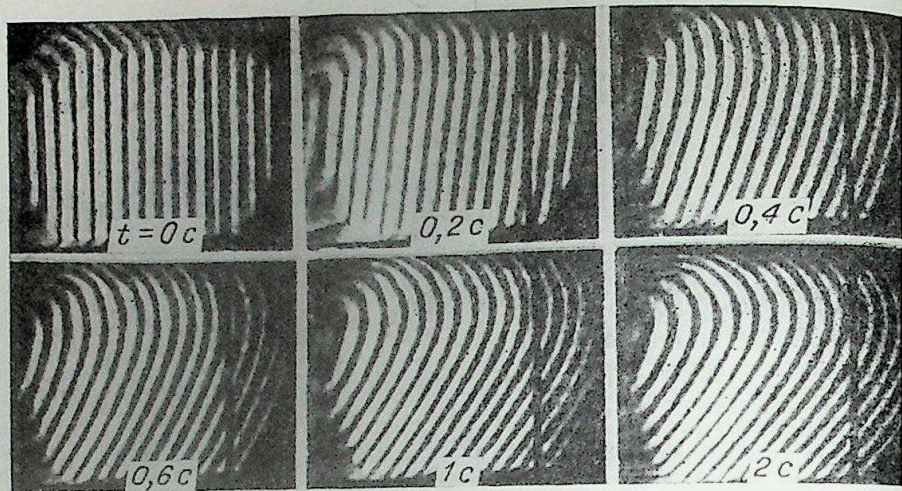


Рис. 4. Кинетика процессов взаимодействия теплового излучения с газообразным аммиаком ($\delta=10,5$ мм, $P=2$ атм).

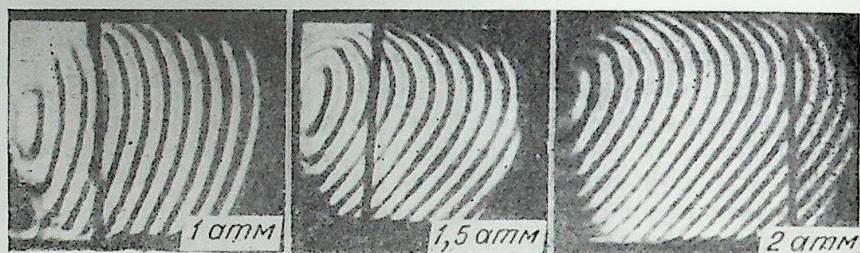


Рис. 5. Интерферограммы температурных полей в слое аммиака при разных давлениях (стационарное состояние).

При градиентах температуры 4 град/мм, которые наблюдаются в эксперименте, ошибка в определении координаты составляет примерно 0,02 мм. Но такая погрешность характерна только для внутренних слоев газа. Так как во многих случаях градиенты температур у стенки изменяются и оказываются значительными, рефракция световых лучей не позволяет получить информацию о слоях, примыкающих к стенке. Вследствие этого профиль температуры вблизи стенки имеет индивидуальный характер, определить который данным методом не представляется возможным.

Однако в пределах указанной погрешности профили температур в слое с учетом нестационарного характера процесса определяются с достаточно хорошей степенью надежности и воспроизводимости.

Результаты измерений представлены на рис. 6—11, где показаны кинетика температурного поля и его характер в слоях CO_2 и NH_3 при различных давлениях и оптических свойствах ограничивающих поверхностей. Рассматриваются случаи, когда нижняя пластина: а) непрозрачна для излучения и охлаждаемая ($B_{i1}=\infty$), б) прозрачная не охлаждаемая (кристалл КВг). Толщина слоя $\delta=10,5$ мм. Квазистационарное состояние в слое газа достигается в течение 3÷5 с. За это время температурный профиль формируется главным образом за счет теплового излучения.

Из приведенных графиков видно, что уровень температур для аммиака значительно выше, чем для углекислого газа. По-видимому, это объясняется различием в оптических толщах рассматриваемых газов. Аммиак обладает большим количеством полос интенсивного по-

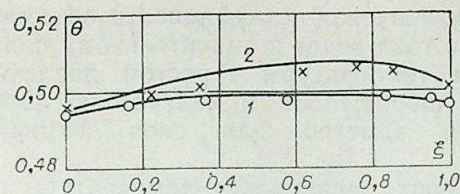


Рис. 6. CO_2 (стационарное состояние).
1—1 атм, $B_{i1}=4$, $B_{i2}=2$. 2—2 атм, $B_{i1}=\infty$, $B_{i2}=3$. На рис. 6—14 кривые обозначают расчетные данные, а точки — экспериментальные.

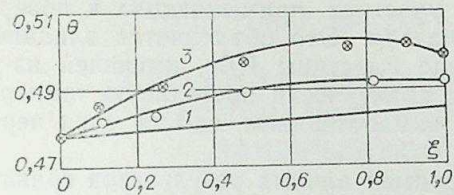


Рис. 7. CO_2 (стационарное состояние).
 $B_{i1}=\infty$.

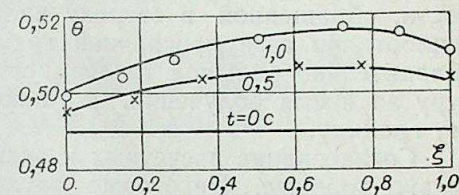


Рис. 8. NH_3 , 1 атм. КВг. $B_{i1}=4$, $B_{i2}=2$.

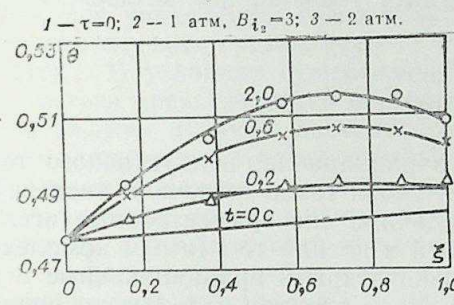


Рис. 9. NH_3 , 1 атм. $B_{i2}=2$.

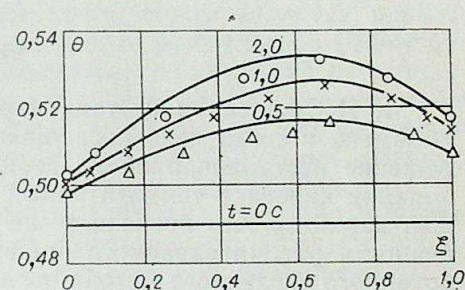


Рис. 10. NH_3 , 2 атм. $B_{i1}=8$, $B_{i2}=3$.

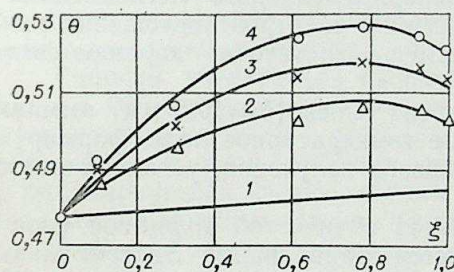


Рис. 11. NH_3 , 2 атм $B_{i1}=\infty$, $B_{i2}=3$.
 $\tau=0$ (1); 0,6 (2); 1 (3); 2 (4) с.

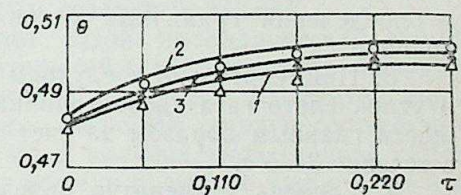


Рис. 12. CO_2 , 2 атм. $B_{i1}=\infty$, $B_{i2}=3$.
 $\xi=0,37$ (1); 0,75 (2); 1,0 (3).

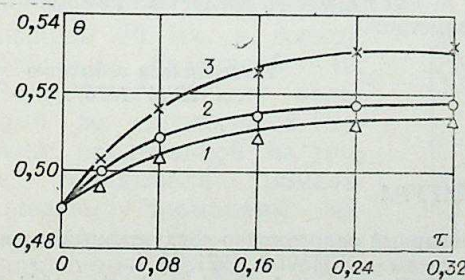


Рис. 13. NH_3 . 2 атм. КВг. $B_{i1}=8$; $B_{i2}=3$.
 $\xi=0,46$ (1); 4,0 (2); 0,76 (3).

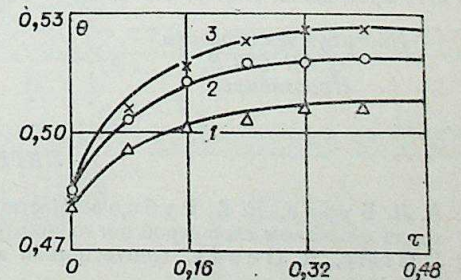
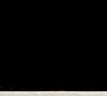


Рис. 14. NH_3 , 2 атм. $B_{i1}=\infty$, $B_{i2}=3$.
 $\xi=0,30$ (1); 1,0 (2); 0,78 (3).



глощения, что приводит к большему значению коэффициента объемного поглощения. Увеличение давления газа ведет к значительному подъему уровня температур. Максимум температуры с ростом давления смещается в сторону поверхности, обращенной к излучателю (прозрачная граница). Особенно это заметно для слоя аммиака (рис. 10, 11).

Данные рис. 12—14 характеризуют зависимость температуры от времени для фиксированных значений координаты, видно заметно отставание в росте температуры на участках, примыкающих к поверхности, обращенной в сторону излучателя. Это объясняется влиянием теплоотдачи газа прозрачной границе пластины КВг, имеющей из-за сравнительно большой теплоемкости практически постоянную температуру за время облучения, а также высвечиванием самого слоя через эту границу.

Согласование расчетных и экспериментальных результатов сравнительно хорошее. Некоторые расхождения объясняются возможными погрешностями в измерениях, аппроксимацией спектров поглощения газов, неточностями в выборе граничных условий, что неизбежно при рассмотрении такого рода задач.

ВЫВОДЫ

1. Исследования нестационарного радиационно-кондуктивного теплообмена в селективно поглощающих слоях газов включали численное решение нестационарной краевой задачи и экспериментальные исследования кинетики температурных полей и носили тем самым комплексный характер, что позволяло не только вскрыть принципиальные особенности рассматриваемого процесса, но и оценить надежность разработанного численного метода исследования.

2. Результаты численного и экспериментального исследований в рамках выбранной точности аппроксимации спектров поглощения газов и определения граничных условий имеют достаточно хорошее согласование.

3. Применительно к случаям нагрева слоев ($\delta=10,5$ мм) аммиака и углекислого газа квазистационарное температурное поле, формирующееся главным образом за счет теплового излучения, устанавливается в течение 3—5 с.

4. Уровень температур определяется оптической толщиной слоя и для газообразного аммиака оказывается наибольшим. Экстремальная область температур в слое смещается в сторону прозрачной границы, через которую проникает тепловое излучение.

Пользуемся случаем поблагодарить А. А. Емельянова за предоставленную возможность проведения экспериментов с интерферометром.

Институт теплофизики
СО АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
29/IV 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Л. Бурка, Н. А. Рубцов. Нестационарный радиационно-кондуктивный перенос тепла в плоском слое серой поглощающей среды. — ЖПМТФ, 1971, № 1.
2. J. Gille, R. Goody. Convection in a radiating gas. — J. Fluid Mechanics, 1964, 20, part 1.
3. C. Prasad, C. S. Chen, J. T. Beard. An interferometric Technique for temperature and Concentration measurement for air-water interface. — Trans. ASME, 1971, Ser. D, 93, N 2.
4. D. Wilkie, S. A. Fisher. Measurement of Temperature by Mach — Zehnder interferometry. — Proc. Instr. Mech. Engrs., 1963—64, 178, part 1, N 17.

Н. Е. ШИШКИН, Н. А. ДВОРНИКОВ

СТРУКТУРА ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ПОТОКА ГАЗА В КОЛЬЦЕВОЙ ЩЕЛИ И ЭФФЕКТИВНОСТЬ ЗАКРУЧЕННОЙ ГАЗОВОЙ ЗАВЕСЫ

Закрутка потоков широко используется в современной технике для интенсификации процессов тепломассообмена, стабилизации течения, для управления тягой реактивных сопел. Вихревое движение во многих случаях организуется с помощью закрученного периферийного потока. В условиях существенной неизотермичности закрутка вдуваемого газа представляется перспективной для создания более эффективной защиты рабочих поверхностей различных конструкций от воздействия высокоскоростного потока газа [1]. Например, в плазмотронах с вихревой газовой стабилизацией дуги закрученным периферийным потоком газа обеспечивается пространственная стабилизация дугового разряда, а также защита стенок от конвективного теплообмена.

В настоящей работе при квазиизотермических условиях изучали влияние закрутки вторичного потока на эффективность завесы и исследовали структуру сильно закрученного потока на выходе из щели.

Эксперименты проводили на аэродинамической установке, принципиальная схема которой показана на рис. 1. В качестве рабочего газа использовали сжатый воздух из системы воздухообеспечения.

Рабочий участок (4) представляет собой цилиндрический канал длиной 400 мм с внутренним диаметром 46,1 мм, на входе которого расположена кольцевая щель (3) высотой $s=2,0$ мм. Кольцевая щель образована стенкой рабочего участка, имеющей радиус сопряжения с цилиндрической частью канала 20 мм и коаксиальной стенкой сопла с радиусом кривизны 25 мм. Толщина кромки козырька щели $\sim 0,1$ мм.

Рабочий участок, выполненный из гетинакса, изготовлен путем склеивания эпоксидной смолой цилиндрических колец на оправке из оргстекла с полированной поверхностью. Кольца имели внутренний диаметр 46 мм, внешний 80 мм, а высоту подбирали различной — 10, 20 и 30 мм. Между кольцами по специальной канавке, проделанной на торце; укладывали хромель-копелевые термопары, изготовленные из проводов диаметром 0,2 мм. Таким образом, место спая и часть провода термопар располагали на поверхности канала — на одной прямой. После склеивания рабо-

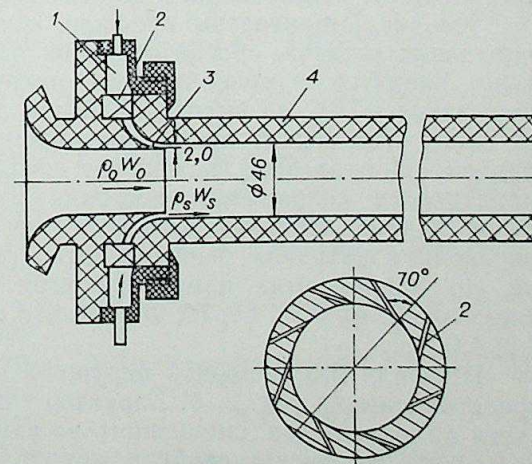
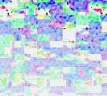


Рис. 1. Принципиальная схема установки.



чего участка внутреннюю поверхность канала полировали. Вторичный поток подогревали в электронагревателе до $50 \div 90^\circ\text{C}$ и подавали в коллектор (1) через 6 подводящих трубок, расположенных равномерно по окружности. Закрутку газовой завесы осуществляли с помощью закручивающей вставки (2), установленной в коллекторе вторичного потока. Вставка представляет собой цилиндрическое кольцо, на торце которого проделаны косые пазы (см. рис. 1). Угол между пазом и диаметром кольца, проведенным через выход пазы, составляет 70° . Изменением количества пазов и их ширины достигали различную степень закрутки завесы в щели.

Расход воздуха в основном и вторичном потоках измеряли с помощью мерных шайб, протарированных с точностью $2,5\%$, э.д.с. термомпар — цифровым вольтметром ВК 2-20, температуру определяли с погрешностью $\pm 0,1^\circ$. Скорость основного потока в опытах составляла $W_0 = 30 - 115 \text{ м/с}$, а температура $\sim 20^\circ\text{C}$. В экспериментах относительный расход вдуваемого газа изменялся в диапазоне $m = \rho_s W_s / \rho_0 W_0 = 0,2 - 0,9$, где W_s — среднерасходная скорость вторичного потока; ρ_s и ρ_0 — плотности газа соответственно вторичного и основного потоков.

Для определения параметров, характеризующих закрученный поток, по высоте щели проводили измерения вектора скорости и давления с помощью плоского трехтрубчатого насадка с носиком треугольной формы. Насадок изготовляли из нержавеющей стальных трубок с наружным диаметром $0,4 \text{ мм}$ и толщиной стенок $\sim 0,1 \text{ мм}$. Угол между срезами боковых трубок насадка равен 60° .

При закрученном движении появляются массовые силы, которые могут оказывать активное воздействие на поток, вызывая в нем вторичные течения [2]. Для выяснения характера течения по окружности кольцевой щели измерены полное давление и скорость, определено направление потока вблизи стенок сопла. Визуализацию пристенного течения осуществляли с помощью вязкой смеси глицерина с окисью цинка, нанесенную перед опытом в виде точечных капелек на поверхность сопла. По следам растекания вязкой смеси по поверхности оценивали направление потока на выходе из щели с точностью до 1° . Для измерения полного давления использовали трубку Пито с диаметром насадка $0,5 \text{ мм}$, а для измерения скорости потока термоанемометр Т-2, изготовленный Донецким государственным университетом. В работе применяли одноточечный датчик с толщиной позолоченной вольфрамовой нити 8 мкм и длиной 3 мм , тарировочная погрешность определения скорости которого $2,0\%$. При измерениях по окружности щели датчики укрепляли на лимбе, установленном по оси сопла основного потока.

На рис. 2 приведены профили, которые получены для двух закручивающих вставок, обеспечивающих наибольшую закрутку вдуваемого газа. Характер изменения угла закрутки φ_0 и соответствующее ему отношение W_φ/W_x по высоте щели показаны на рис. 2, а. φ_0 представляется собой угол между вектором скорости потока и аксиальным направлением. Направление потока от внешней стенки до середины щели сопла падает. Поэтому для остальных закручивающих вставок угол определяли датчиком, насадок которого устанавливали в середине щели. По данным этих измерений угол закрутки потока в опытах был следующий: $\varphi_0 = 56, 64, 70, 76, 78^\circ$, что соответствует $W_\varphi/W_x = 1,5; 2,0; 2,8; 4,0; 4,7$.

Профили безразмерной окружной скорости W_φ/W_s по высоте щели представлены на рис. 2, б. Характер изменения W_φ в периферийной области от максимума, смещенного во внутреннюю часть щели, несколько отличается от течения свободного вихря, что, по-видимому, объясняется

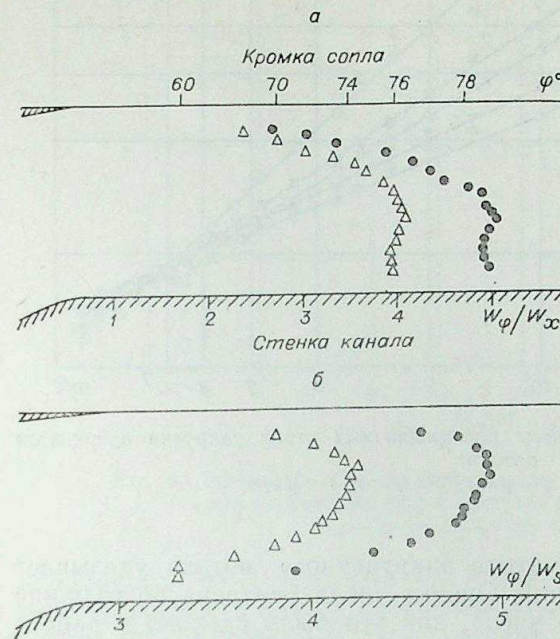


Рис. 2. Профили по высоте щели.

ка к скосу потока до $\pm 10^\circ$. На рис. 3, б показано изменение полного давления по окружности на середине щели для двух закручивающих вставок, которые имели 12 пазов ($\varphi_0 = 78^\circ$) и 24 пазы ($\varphi_0 = 76^\circ$). Как видно, полное давление периодически изменяется по окружности щели. С уменьшением степени закрутки ($\varphi_0 = 76^\circ$) амплитуда колебаний давления уменьшается, но периодичность изменения сохраняется. Закрутка потока с помощью вставки с 4 пазы выявила аналогичную периодичность изменения полного давления.

Данные измерения полной скорости потока на расстоянии $0,4 \text{ мм}$ от стенки сопла приведены на рис. 3, в. Этот рисунок носит в какой-то мере качественный характер, так как насадок с нитью был в зафиксированном положении и не следовал за изменением направления потока. Направление потока менялось в пределах $\pm 10^\circ$, что давало систематическую погрешность в определении полной скорости 3% (см. рис. 3, а). Оценка влияния стенки на показание термоанемометра, проведенная согласно работе [3], показала, что это влияние в данных условиях значительно меньше, чем погрешность прибора. Таким образом, общая погрешность прибора и методики измерения при определении полной скорости составила 5% .

Результаты измерений параметров потока вдуваемого газа по окружности щели для угла закрутки $\varphi_0 = 78^\circ$ показаны на рис. 3. Визуализация пристенного течения на стенке сопла показала, что направление потока на выходе из щели периодически меняется по окружности (см. рис. 3, а). Аналогичная закономерность выявлена и на противоположной стенке канала.

По данным измерений (рис. 2, а, 3, а) было определено среднее направление потока в щели, по которому ориентировали трубку полного давления и датчик термоанемометра. Применение трубки Пито в данном случае оказывается целесообразным вследствие нечувствительности этого приемника

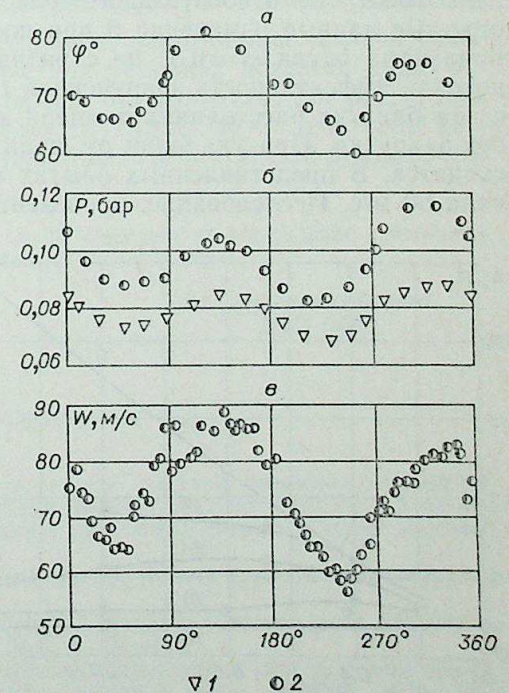


Рис. 3. Распределение параметров вдуваемого газа по окружности щели. 1 — $\varphi = 76^\circ$; 2 — $\varphi = 78^\circ$.



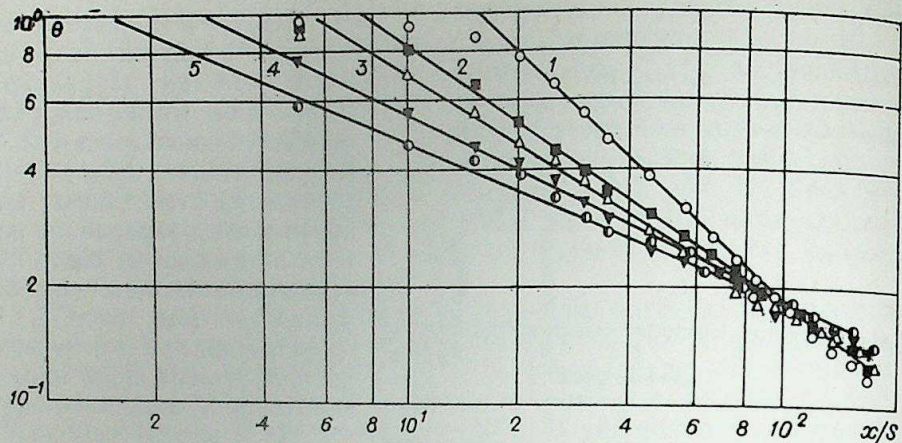


Рис. 4. Эффективность газовой завесы при различных углах закрутки вторичного потока:
1 — $\phi=0$; 2 — $\phi=56^\circ$; 3 — $\phi=64^\circ$; 4 — $\phi=76^\circ$; 5 — $\phi=78^\circ$.

Характер изменения параметров закрученного потока указывает на присутствие вторичных течений. Оценка числа Гертлера по толщине пограничного слоя и волнового числа, как это было сделано в работе [1], дает соответственно значения $\sim 10^3$ и ~ 1 . По этой оценке можно заключить, что течение происходит в неустойчивом режиме образования вихрей Тейлора — Гертлера.

Последующие опыты были проведены по исследованию эффективности газовых завес в условиях различной закрутки вторичного потока. Эффективность газовой завесы в адиабатических условиях характеризуется безразмерной температурой стенки $\theta = (T_{\text{см}} - T_0) / (T_s - T_0)$ и в случае вдува через тангенциальную щель может быть представлена в виде зависимости от относительного расстояния x/s . На рис. 4 приведены опытные данные измерения θ при постоянном значении относительного параметра вдува $m=0,5$, но с различным углом закрутки вторичного потока. Эффективность закрученной газовой завесы с увеличением угла ϕ_0 на близких расстояниях от щели меньше, чем эффективность завесы без закрутки. При удалении от щели опытные точки по эффективности сходятся. В представленных опытах скорость основного потока составляла 50 м/с. Исследование, проведенное при других скоростях основного

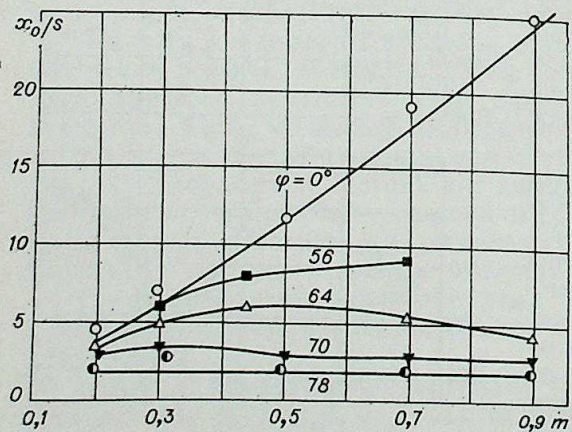


Рис. 5. Зависимость длины начального участка от относительного параметра вдува при различных углах закрутки вторичного потока.

потока и различной температуре вдуваемого газа, показало, что при неизменных m и ϕ_0 значения θ сохраняются.

Из опытов по эффективности завесы получены также данные по изменению длины начального участка x_0 — расстояния вниз по течению, на котором параметры вдуваемого газа сохраняются постоянными. Длину начального участка определяли экстраполяцией прямых (1—5), проведенных по опытным точкам до пересечения

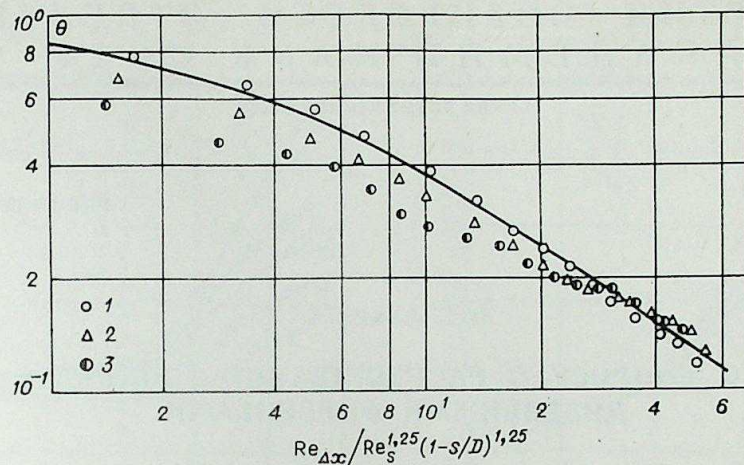


Рис. 6. Эффективность газовой завесы в обобщенных координатах при следующих углах закрутки вторичного потока:
1 — $\phi=0$; 2 — $\phi=64^\circ$; 3 — $\phi=78^\circ$.

с координатой $\theta=1$ (см. рис. 4). Результаты представлены на рис. 5 в виде зависимости x_0/s от параметра вдува m . В случае незакрученной газовой завесы опытные точки хорошо описываются зависимостью $x_0/s = 28(W_s/W_0)^{1,25}$, предложенной в работе [5]. Длина начального участка в случае закрученной завесы меньше, чем без закрутки, и практически не зависит от относительного параметра вдува m . Увеличение угла закрутки вторичного потока вызывает уменьшение x_0 .

Опытные данные по эффективности θ , обработанные с учетом длины начального участка и поперечной кривизны пограничного слоя, представлены на рис. 6 в зависимости от обобщенного комплекса $Re_{(x-x_0)}/Re_s^{1,25} \left(1 - \frac{s}{D}\right)^{1,25}$ [6]. В данном случае обобщения опытных точек по углу не происходит: эффективность закрученной газовой завесы вблизи щели при квазиизотермических условиях остается ниже относительно эффективности газовой завесы без закрутки. На рис. 6 для сравнения нанесена расчетная кривая Кутателадзе — Леонтьева [6], которая хорошо аппроксимирует известные данные по эффективности газовой завесы на пластине.

Авторы признательны Э. П. Волчкову, В. П. Лебедеву за обсуждение и полезные замечания, Е. И. Синайко за помощь в проведении экспериментов.

Институт теплофизики
СО АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
17/II 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. П. Сухович. Экспериментальное исследование струйного смешения в ограниченном закрученном потоке. — Изв. ЛатвССР, сер. физ. и техн. наук, 1975, № 2, с. 57—63.
2. В. К. Щукин. Теплообмен и гидродинамика внутренних потоков в полях массовых сил. М., 1970, с. 331.
3. Е. У. Релик. Экспериментальное исследование структуры турбулентного пограничного слоя. Докт. дис. М., 1969, с. 270.
4. Макормак, Уилкер, Келхер. Вихри Тейлора — Гёртлера и их влияние на теплообмен. — Теплопередача, 1970, т. 92, № 2, с. 106—118.
5. Э. П. Волчков, Е. И. Синайко. Измерение концентрации газа на стенке при локальном вдуве в начальном участке трубы аргона и гелия. — ПМТФ, 1970, № 6, с. 131—135.
6. С. С. Кутателадзе, А. И. Леонтьев. Тепловая завеса при турбулентном пограничном слое газа. — ТВТ, 1963, т. 1, № 2, с. 281—290.



УДК 621.436—043(047)

О. Н. ЛЕБЕДЕВ

К ВОПРОСУ О РАСПЫЛИВАНИИ ТОПЛИВА
ДИЗЕЛЬНЫМИ ФОРСУНКАМИ

Как известно [1], в настоящее время нет единого мнения о механизме распыливания топлива механическими форсунками. Видимо, наиболее правильно считать, что этот процесс определяется несколькими факторами, среди которых главенствующую роль играет турбулентность потока на выходе из сопла форсунки.

Сопоставляя величины пульсационной энергии турбулентного движения и поверхностной энергии распыленной жидкости, нетрудно получить зависимость [2]

$$a/d_c = \text{const} \frac{1}{\text{Re}^2 M \left(\frac{\overline{w''}}{w_0} \right)^2}, \quad (1)$$

где a — средний размер капель; d_c — диаметр сопла распылителя; $\text{Re} = \frac{\rho_2 \omega_0 d_c}{\mu_2}$; $M = \frac{\mu_2^2}{\sigma \rho_2 d_c}$; ρ_2, μ_2 — плотность и динамическая вязкость топлива; σ — коэффициент поверхностного натяжения на границе жидкость — газовая среда; $\sqrt{\overline{w''^2}}$, w_0 — пульсационная и осредненная скорости среды на выходе из сопла форсунки.

Для практического использования выражения (1) необходимо знать зависимость величины $\left(\frac{\overline{w''}}{w_0} \right)^2$ от параметров, характеризующих гидродинамику течения жидкости в сопле. Однако провести опытное исследование турбулентности жидкого потока, вытекающего из распылителя дизельной форсунки, практически не представляется возможным. Поэтому изучение данного процесса было проведено на воздушных моделях сопел.

Измерение турбулентности потока осуществлялось при помощи термоанемометра постоянной температуры. Описание электронной схемы этой аппаратуры приведено в [3]. Для исследования использовались однопиточные датчики, чувствительным элементом которых являлась вольфрамовая проволока диаметром 8 мк и длиной 3 мм. Частотная характеристика прибора позволяла вести исследования в диапазоне 0 ÷ 5 кГц.

На рис. 1 изображено распределение относительной турбулентности $\varepsilon = \frac{\sqrt{\overline{w''^2}}}{w_0}$ по сечению потока, выходящего из воздушных моделей цилиндрических сопел двух диаметров, равных 19 мм (рис. 1, а) и 36 мм (рис. 1, б). В обоих случаях отношение длины сопла к диаметру было равно 8.

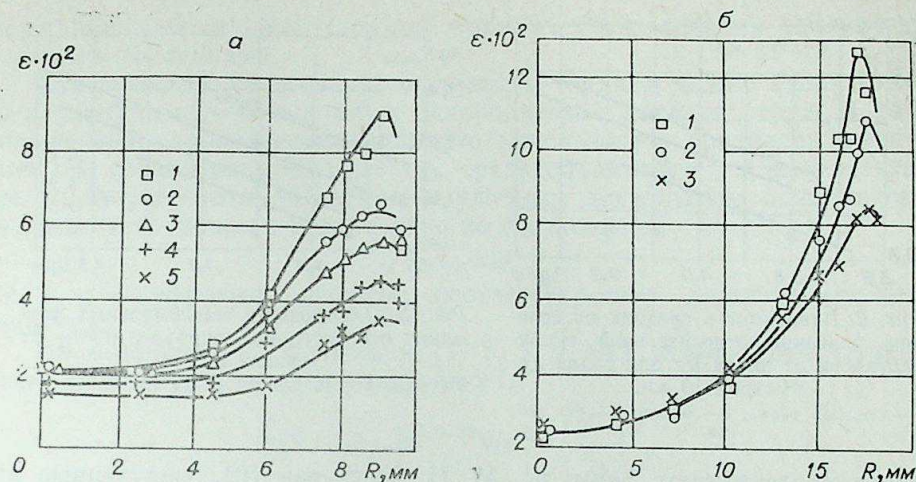


Рис. 1. Распределение относительной турбулентности по сечению потока, выходящего из цилиндрических сопел.

а) $\text{Re} = 6900$ (1), 10100 (2), 13250 (3), 17700 (4), 22600 (5); б) $\text{Re} = 7500$ (1), 9700 (2), 13100 (3).

На рис. 2 в логарифмических координатах изображены зависимости средних по сечению значений ε от числа Рейнольдса для сопла диаметром 19 мм. Кривые построены для двух видов успокаивающей сетки (плотная ткань и марля) и для случая без сетки. Из рисунка видно, что качественно все три вида зависимости идентичны (показатель при числе Re примерно равен $-0,7$). Следует отметить существенное влияние на измеряемую турбулентность начальных условий (на входе в сопло). Следовательно, на качество распыливания может оказать заметное воздействие конфигурация канала форсунки до сопла. Этот вывод качественно совпадает с результатами исследования [4] по влиянию подъема иглы закрытой форсунки на мелкость распыливания топлива.

Если учесть, что с уменьшением размеров сопел пограничные слои с развитой турбулентностью будут сближаться (см. рис. 1), то определенный интерес вызывает закономерность изменения максимальных значений относительной турбулентности ε_{max} . На рис. 3 представлены зависимости $\varepsilon_{\text{max}} = f(\text{Re})$ для четырех геометрически подобных воздушных сопел с диаметрами 12, 19, 26 и 36 мм.

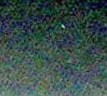
Из рис. 3 видно, что для всех четырех моделей наклон кривых $\lg \varepsilon_{\text{max}} = f(\lg \text{Re})$ примерно одинаков (показатель при числе Re равен $n = -0,8$). Таким образом, можно предположить, что для сопел небольших размеров интенсивность турбулентности будет изменяться пропорционально числу Re в степени, которая колеблется в интервале от $-0,7$ до $-0,8$. Видимо, в первом приближении для воздушных сопел небольшого диаметра можно принять $n \approx -0,75$. Тогда

$$\frac{\sqrt{\overline{w''^2}}}{w_0} = \text{const} \text{Re}^{-0,75}. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим (при условии $M = \text{const}$)

$$a/d_c = \text{const} \text{Re}^{-0,5}. \quad (3)$$

Сопоставляя зависимости (3) с аналогичными расчетными формулами, полученными в [1, 5] и др., видно, что во всех этих выражениях показатели степени при числах Re примерно одинаковы. Однако это совпадение может носить случайный характер. В связи с этим особый



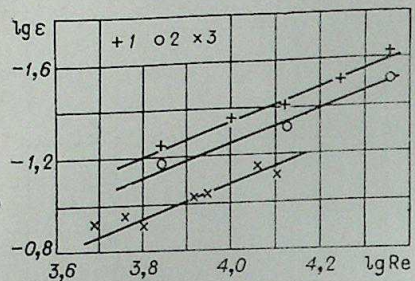


Рис. 2. Зависимость средних по сечению значений относительной турбулентности от числа Re для сопла диаметром 19 мм.

1 — плотная ткань; 2 — марля; 3 — без сетки.

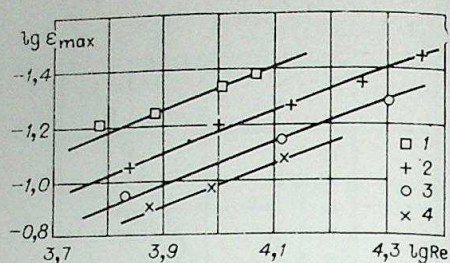


Рис. 3. Зависимость максимальных значений относительной турбулентности от числа Re.

$d=12$ мм (1), 19 мм (2), 26 мм (3), 36 мм (4).

интерес представляют формулы М. Н. Кухарева [6], полученные им для расчета дисперсности распыливания топлива штифтовыми форсунками:

$$\frac{a}{d_c} = \frac{\text{const}}{M^{0,362} Re^{2,44}} \quad \text{при } Re = 710 \div 1585; \quad (4)$$

$$\frac{a}{d_c} = \frac{\text{const}}{M^{0,362} Re^{1,12}} \quad \text{при } Re = 1585 \div 30\,000. \quad (5)$$

Значит, если причиной распыливания является турбулентность, то для рассмотренных выше двух характерных диапазонов изменения числа Re интенсивность турбулентности должна изменяться следующим образом:

$$\varepsilon = \text{const } Re^{0,22}, \quad (6)$$

$$\varepsilon = \text{const } Re^{-0,44}, \quad (7)$$

т. е. зависимость $\varepsilon=f(Re)$ должна при $Re=1585$ переходить через максимум.

Для проверки была изготовлена воздушная модель распылителя с цилиндрическим штифтом. Выбор распылителя был обусловлен возможностью проведения эксперимента. При этом было нарушено геометрическое подобие по отношению к штифтовым коническим форсункам, на которых проводил эксперимент М. Н. Кухарев. Поэтому полученные ниже результаты можно рассматривать лишь как качественные.

На рис. 4 приведены изменения максимальных (кривая 1) и средних (кривая 2) значений относительной турбулентности в зависимости от числа Re. Опыты подтвердили предположение о существовании максимума функции $\varepsilon=f(Re)$ для штифтовых форсунок.

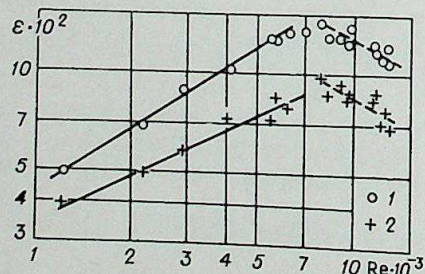


Рис. 4. Зависимость изменения максимальных (1) и средних (2) значений относительной турбулентности в зависимости от числа Re для воздушной модели штифтовой форсунки.

Значение величины Re, при котором происходит переход от одного режима истечения к другому, не совпадает с величиной, полученной в работе М. Н. Кухарева. Это объясняется отсутствием полного геометрического подобия исследуемых объектов и, как следствие этого, несовпадением характерных размеров, подставляемых в число Re.

Таким образом, эксперимент, проведенный на воздушных моделях распылителей, косвенно под-

тверждает турбулентный характер процесса распыливания топлива дизельными форсунками.

Как известно, качество распыливания топлива можно оценить двумя параметрами — тонкостью и однородностью распада струи. В качестве первой характеристики принято использовать среднеарифметический a_{10} , среднеповерхностный a_{20} , среднеобъемный a_{30} и другие средние диаметры капель. Простым и удобным показателем однородности распыливания может служить одно из соотношений

$$\bar{a}_{pq} = a_{pq}/a_{10}, \quad (8)$$

где p, q — цифровые индексы, соответствующие данному среднему диаметру.

На основании исследований [1, 5, 7 и др.] можно предположить возможность существования зависимости

$$\frac{a_{pq}}{d_c} = A_{pq} M^{0,0733} We^{n_{pq}} \left(\frac{d_c}{d_{c0}} \right)^m, \quad (9)$$

где $We=Re^2M$ — критерий Вебера для процесса распыливания; $d_{c0} = \text{const}$ — характерный диаметр сопла.

Оценка величин A_{pq}, n_{pq} и m была приведена на основе эксперимента. Опыты проводились на установке с постоянной подачей топлива, подсчет и измерение капель осуществлялись микроскопическим методом отпечатков. В целом экспериментальная установка и методика проведения опытов были аналогичны описанным в [1]. Распыливание проводилось в атмосферных условиях. Более подробные сведения о проведении эксперимента приведены в [8].

Обработка полученного опытного материала позволила получить зависимость

$$\frac{a_{pq}}{d_c} = 2,88 K^{p+q-1} M^{0,0733} We^{n_{pq}} \left(\frac{d_{c0}}{d_c} \right)^{0,7}, \quad (10)$$

где $K=1,4$ — коэффициент; $d_{c0}=0,25$ мм — характерный размер.

Величина n_{pq} получилась зависимой от способа осреднения размеров частиц. Приведенные ниже величины оказались близкими к аналогичным значениям, полученным В. И. Трусовым [5].

$$-0,24 \quad -0,26 \quad -0,28 \quad -0,30 \quad -0,32$$

Из выражения (10) получим

$$\bar{a}_{pq} = a_{pq}/a_{10} = K^{p+q-1} We^{n_{pq} + 0,24} \quad (11)$$

В дальнейшем для оценки однородности распыливания топлива будем пользоваться величиной \bar{a}_{30} , т. е.

$$\bar{a}_{30} = a_{30}/a_{10} = 1,96 We^{-0,04}. \quad (12)$$

Зависимость (12) показывает, что однородность распыливания топлива определяется не только конструкцией форсунки, как это утверждается в [1], но и режимом истечения топлива.

Выражение (12) просто по своей форме и удобно для практической оценки однородности распыливания. Однако применить его непосредственно к расчету испарения капельной взвеси не представляется возможным. Для такой задачи требуется зависимость, описывающая распределение капель по размерам. Наибольшее распространение получила формула Разина — Раммлера

$$\Omega(a) = 1 - \exp\{- (a/a_m)^n\}, \quad (13)$$

где $\Omega(a)$ — объемная (весовая) доля капель, размер которых меньше



или равен a ; a_m , n — соответственно характеристики размера и распределения.

Критерий \bar{a}_{30} имеет однозначную связь с параметрами a_m и n . Для этой цели воспользуемся экспериментальными данными, приведенными в [1, 5, 6 и др.]. Обработка опытного материала позволила получить зависимости

$$\bar{a}_m = a_m/a_{10} = \bar{a}_{30}^{-2,55}, \quad (14)$$

$$n = 1,992(\bar{a}_{30} - 1)^{-0,306}. \quad (15)$$

Выражения (10), (12), (14), (15) дают возможность построить кривые распределения капель по размерам для форсунок судовых дизелей в зависимости от размеров сопел, режимов истечения и физических свойств распыляемой жидкости.

ВЫВОДЫ

1. Экспериментально подтверждено предположение о том, что основной причиной распыливания топлива дизельными форсунками является турбулентность жидкости, истекающей из сопла распылителя.

2. На основании экспериментальных данных получены зависимости, позволяющие построить кривые распределения капель по размерам для форсунок судовых дизелей в зависимости от режимов истечения и физических свойств распыляемой жидкости.

Новосибирский институт
инженеров водного транспорта

Поступила в редакцию
15/VII 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. А. С. Лышевский. Процессы распыливания топлива дизельными форсунками. М., Машгиз, 1963.
2. Т. М. Мелькумов. Теория быстроходного двигателя с самовоспламенением. М., Оборонгиз, 1953.
3. Л. М. Михеев, Л. А. Шеромов. Термоанемометр для измерения энергии турбулентности в воздушном потоке.— Тр. НИИВТа, вып. 90, Новосибирск, 1973.
4. И. В. Астахов, В. И. Трусов, В. И. Мальчук. Влияние подъема иглы закрытой многосопловой форсунки на мелкость распыливания топлива.— Тр. Моск. авт.-дорожн. ин-та, 1972, вып. 40.
5. И. В. Астахов, В. И. Трусов, А. С. Халиян и др. Подача и распыливание топлива в дизелях. М., «Машиностроение», 1972.
6. М. Н. Кухарев. Исследование распыливания топлива применительно к быстроходным дизелям.— Тр. НАМИ, вып. 87, М., «Машгиз», 1959.
7. В. А. Бородин, Ю. Ф. Дитякин, Л. А. Клячко, В. И. Ягодкин. Распыливание жидкостей. М., «Машиностроение», 1967.
8. О. Н. Лебедев. Исследование некоторых вопросов смесеобразования в судовых четырехтактных дизелях.— Тр. НИИВТа, вып. 55, Новосибирск, 1970.

А. А. ДЕРИБАС, О. А. ЗУЕВ, В. В. МАНЬКОВСКИЙ,
В. Г. ПЕРЕГОЕДОВ, А. М. СТАВЕР, А. А. ШТЕРЦЕР

ВЗРЫВНОЕ ОБЖАТИЕ СМЕСИ ИЗ ПОРОШКОВ СТАЛИ И МЕДИ

Все большее применение находят композиционные материалы, получаемые методами порошковой металлургии. Такие композиты сочетают в себе свойства отдельных компонентов, что позволяет заранее задавать свойства материалов. Это, например, системы Al—Mg, Al—Mn, Al—Zn—Mg—Cu [1, 2].

Существенный интерес представляет изучение поведения порошковых материалов при действии кратковременных высоких давлений. Известно, что ударное сжатие пористых сред сопровождается интенсивным течением материала. Как показывают эксперименты, это течение оказывает определяющее влияние на особенности деформации частиц, на распределение температуры по сжимаемому объему.

В работах [3, 4] исследователей интересовала возможность прессования взрывом порошковых материалов. Прессованию подвергали металлические порошки (железо, титан, вольфрам, кобальт). В работах [5, 6] изучались различные схемы ударного сжатия порошков. При ударном обжатии порошковых материалов исследуемый материал размещали в специальных металлических контейнерах. Наиболее интересные результаты были получены в цилиндрических и плоских контейнерах.

В настоящей работе авторы изучали возможность получения материала сталь—медь с механическими свойствами, близкими к свойствам стали, но с более высокой теплопроводностью. Очевидно, что в этом случае стальной компонент образует матрицу. Кроме того, исследовали особенности прессования смесей различных материалов в цилиндрических ампулах. Схема эксперимента показана на рис. 1. Большое внимание в работе уделено изучению деформаций частиц при ударном сжатии, свойств спрессованных заготовок до и после спекания и после экструзии. В качестве взрывчатого вещества (ВВ) использовали смесь аммонита с селитрой. Исследовали порошки меди с размером частиц от 1 до 20 мкм и порошки стали 0,8 с размером частиц от 1 мкм до 1 мм (основной состав 50—100 мкм). В результате ударного воздействия порошки заметно изменяются. В крупных керамических порошках происходит дробление частиц, повышается дефектность структуры. Наиболее подробно эти явления рассмотрены в работах [7, 8]. В работе [8] показано, что уплотнение, дробление частиц, уменьшение

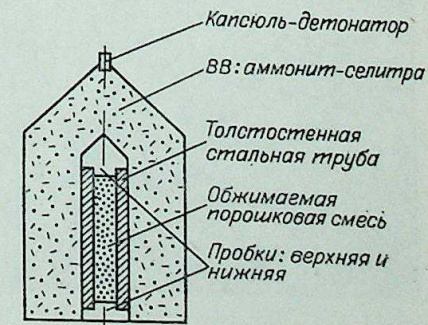


Рис. 1. Схема обжатия порошков.



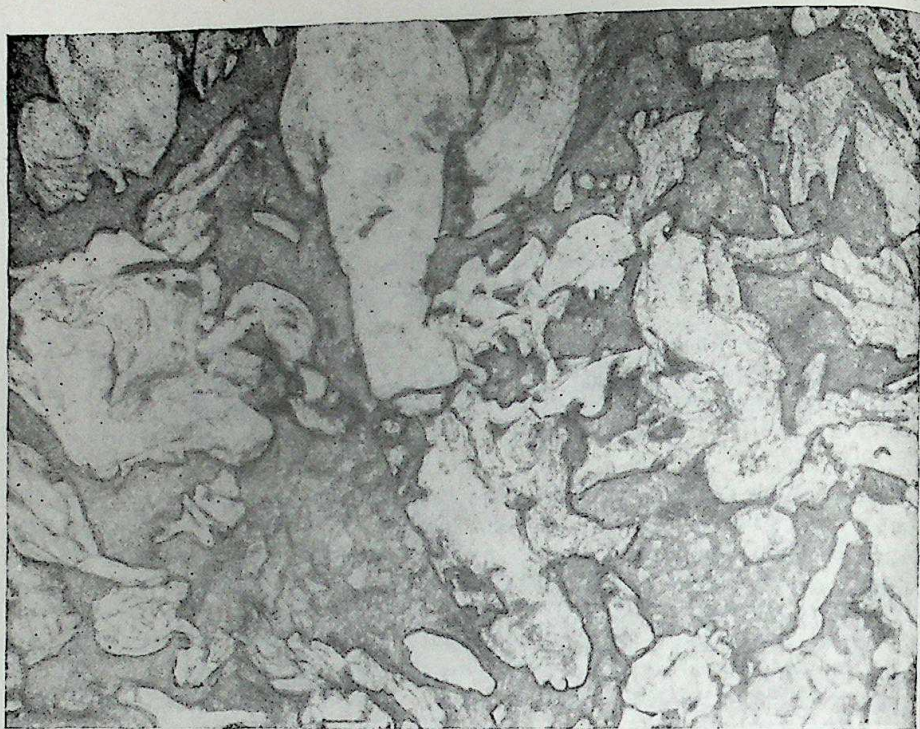


Рис. 2.

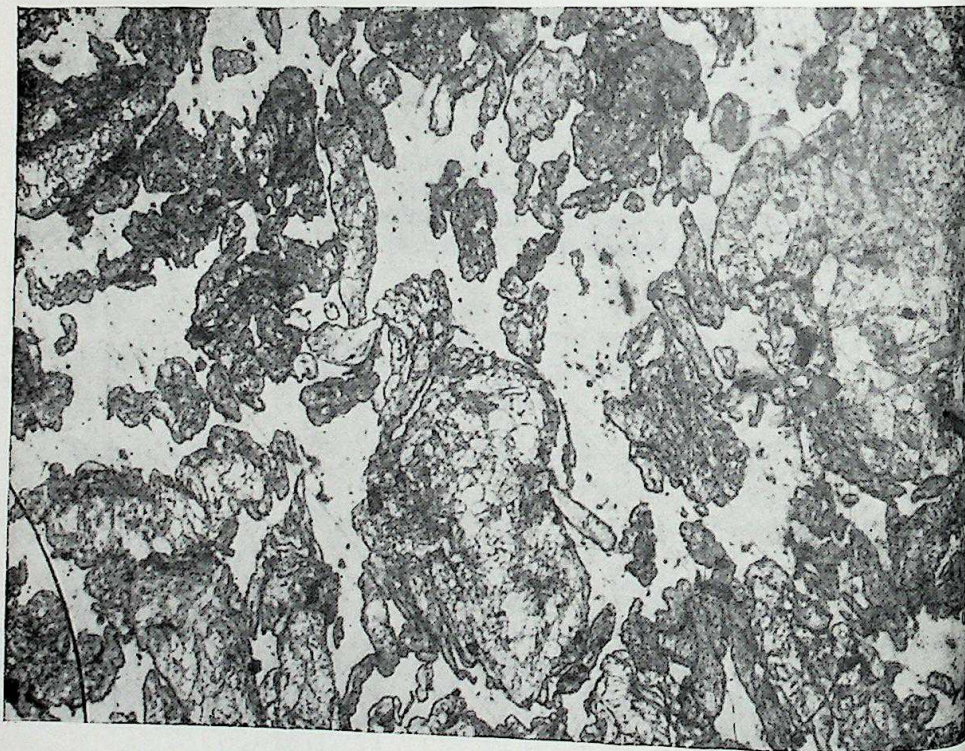


Рис. 3.

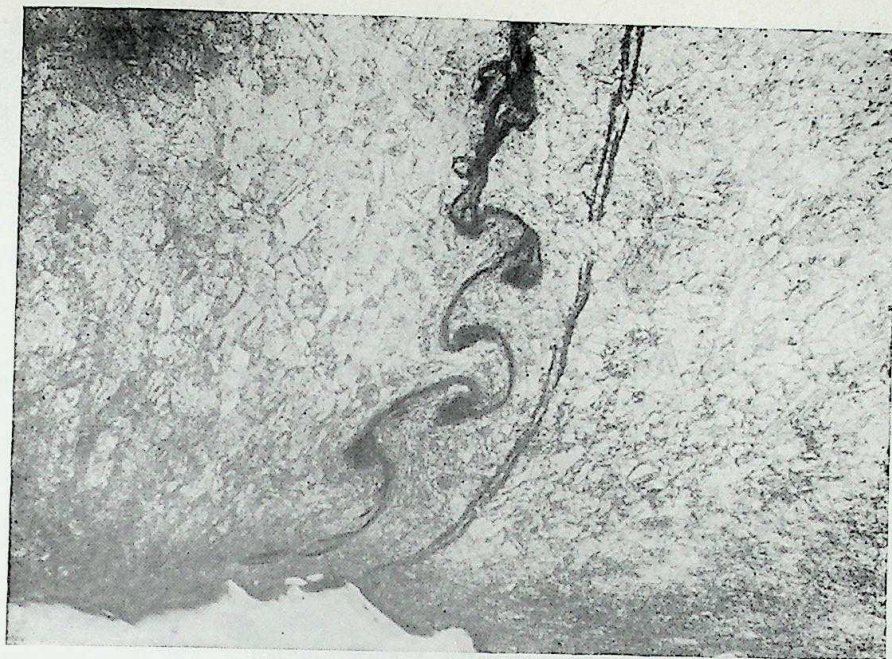


Рис. 4.

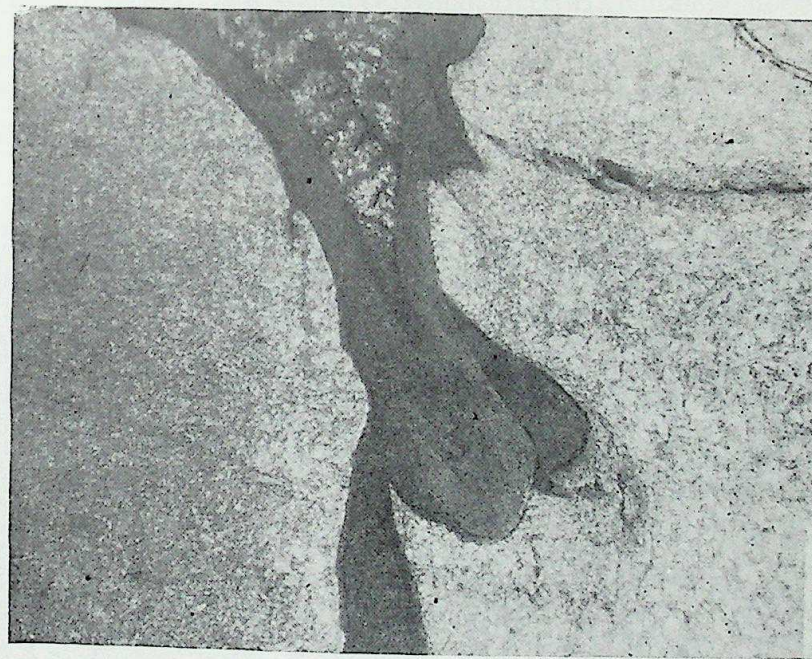
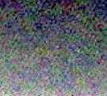


Рис. 5.

размера и увеличение искажений сильно зависят от скорости детонации ВВ.

В первых экспериментах (при равном объемном содержании компонентов) стальной матрицы получить не удалось (рис. 2). Стальная матрица образовалась при сжатии смесей с равным весовым содержанием компонентов (рис. 3). Металлографические исследования спрессованных образцов показывают, что под действием ударных волн частицы деформируются. Образуются зоны расплавов и рекристаллиза-



ций, которые располагаются по границам частиц. В этих местах наблюдаются также следы интенсивного течения. На границе раздела соседних частиц (при размере частиц $\sim 0,5$ мм) нередко образуются волны (рис. 4), а также струи (рис. 5), что указывает на возникновение при деформации частиц условий, подобных сварке взрывом. Зоны расплава, как правило, образуются в местах схлapyвания пор. В результате ударного сжатия смесей порошков в цилиндрических ампулах происходит интенсивная деформация (вытягивание) частиц в направлении распространения детонации (рис. 6). Подобные структуры образуются при экструзии материалов.

Неравномерность распространения температуры по ударно-сжимаемому объему зафиксирована экспериментально [9]. Измерения, проведенные в этой работе, показали, что при ударном сжатии порошков мелкой и крупной фракций температура на границе зерен превышает температуру, рассчитанную по ударной аднабате. Таким образом, в условиях течений с большим градиентом скоростей, которые появляются при сжатии, повышенные температуры возникают в тонких поверхностных слоях. Вследствие этого создаются благоприятные условия для «сварки» частиц друг с другом. До прихода волны разгрузки тепло из областей с повышенной температурой отводится в холодные объемы и соединение может стать достаточно прочным. По поверхности частиц тепло выделяется неравномерно, и почти всегда имеются области с более низкой температурой, поэтому прочное соединение образуется не по всей поверхности частиц. Это подтверждается и механическими испытаниями образцов, спрессованных взрывом (см. таблицу). Для улучшения механических свойств проводили термическую обработку и экструзию спрессованных взрывом образцов. Результаты приведены в таблице, откуда видно, что σ_b и σ_t у композита больше, чем у стали 08 и технической меди, полученных из тех же порошков. Этот факт объясняется тем, что границы зерен сталь—медь представляют более сильное препятствие для развития трещин, чем границы зерен сталь—

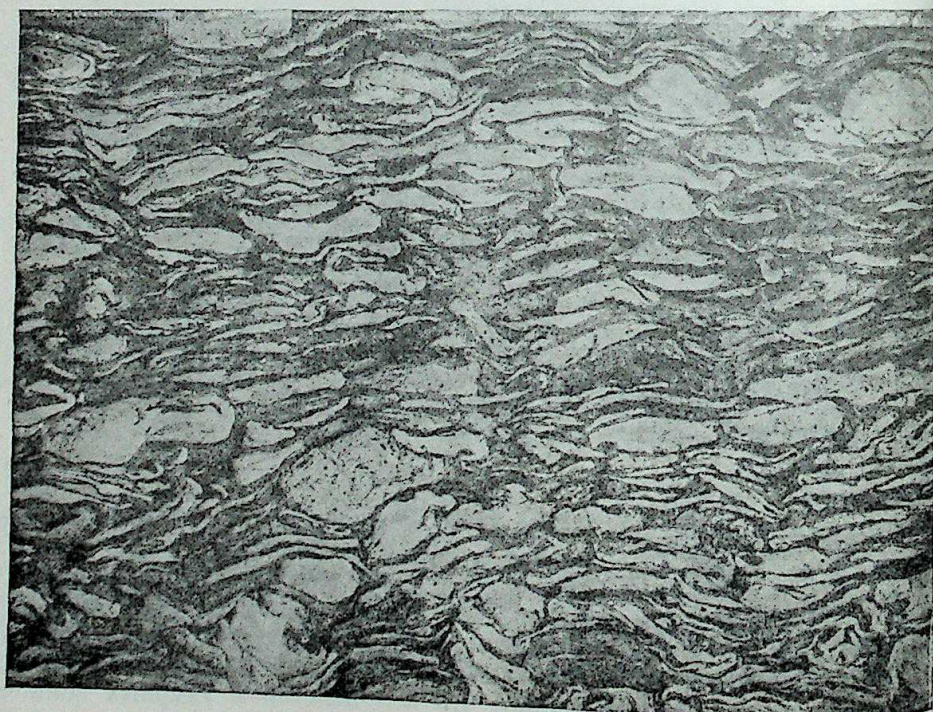


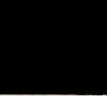
Рис. 6.

сталь. Аналогично границы влияют и на течения по плоскостям сдвига. Вопрос о роли границ зерен в процессе разрушения металлов подробно рассмотрен в [10, гл. 9]. По «правилу смесей» [2, с. 561] модуль упругости композита определяется верхним пределом $E_s = 17\,150$ кг/мм² и нижним пределом $E_n = 16\,300$ кг/мм². Экспериментальное значение модуля упругости лежит несколько ниже этих пределов (см. таблицу).

Проведены исследования некоторых теплофизических свойств полученного материала. Для измерения температуропроводности использовали метод, основанный на импульсной подаче тепла на переднюю поверхность образца с последующим измерением роста температуры на задней поверхности [11]. В качестве импульсного источника использовали лампу ИФК-120. Образцы вырезали в форме таблеток, диаметром 10 и толщиной 5 мм. К задней поверхности отдельно припаявали хромелевую и алюмелевую проволоки диаметром 0,5 мм, сигнал подавали на шлейфовый осциллограф Н-700 через усилитель. Экспериментальная проверка метода на материалах с известным коэффициентом температуропроводности (никель, медь) дала хорошее совпадение в пределах относительной ошибки 8%. Основной вклад

Материал	Технология получения материала	Диаметр заряда ВВ, мм	По-рист., %	σ_b , кг/мм ²	σ_t , кг/мм ²	δ , %	Ψ , %	E , кг/мм ²
Композит, медь—сталь 08, 1/1 по весу	Взрывное обжатие	316	4,1	8,2				
	Взрывное обжатие, спекание на воздухе: $T=800^\circ\text{C}$, $\tau=4$ ч;	276	4	28				
	Взрывное обжатие, спекание в вакууме: $T=900^\circ\text{C}$, $\tau=2,5$ ч;	316	10	20,5				
	Взрывное обжатие, экструзия: давление 10 000 кг/см ² , отношение площадей 6;	316	0,6	57,5	51	32	30	15 000
Медь	Взрывное обжатие, экструзия: давление 10 000 кг/см ² , отношение площадей 6;	316	1	2,5	15	30	66	
Сталь 08	Взрывное обжатие, экструзия: давление 10 000 кг/см ² , отношение площадей 6	316	2,5	46	35	17	30	
Медь мягкая	Данные из [15]			24	7	40	70	13 100
Сталь 08	ГОСТ 1050—60			30	18	35		20 700

Примечание. Во всех экспериментах: взрывчатое вещество аммонит+селитра, 1/1 по весу, внутренний диаметр стальной трубы 44 мм, внешний диаметр стальной трубы 76 мм, высота заряда 600 мм.



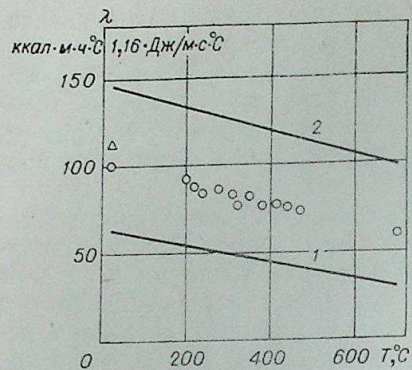


Рис. 7. Зависимость теплопроводностей композита и железа от температуры.

1 — $\lambda(T)$ для чистого железа [8]; 2 — $\lambda(T)$ для композита (теоретическое). Δ — Результат, полученный методом импульсного источника; \circ — значения, полученные сравнительным методом.

измерения температур использовали термопары хромель — алюмель из проволоки диаметром 0,5 мм. Составной стержень помещали в асбестоцементную трубу и засыпали магнезитовой крошкой (для теплоизоляции). Результаты измерений приведены на рис. 7. Относительная ошибка измерения составила 12%. Основной вклад в ошибку вносят термопары с диаметром шариков 2 мм, искажающие температурное поле в составном стержне. На этом же графике дана теоретическая прямая зависимости теплопроводности от температуры. Расчеты проводили по формулам для структуры с взаимопроникающими компонентами [13]. Для сравнения на графике приведена $\lambda(T)$ для чистого железа по данным [14]. Видно, что теплопроводность полученного композита значительно больше теплопроводности чистого железа. Теоретическая прямая лежит выше экспериментальных точек.

Институт гидродинамики
СО АН СССР, Новосибирск

Поступила в редакцию
12/1 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Новое в порошковой металлургии. Тр. 19-й ежегодной американской конференции по порошковой металлургии. Детройт, США. М., «Металлургия», 1970.
2. Современные композиционные материалы. Под ред. Л. Браутмана и Р. Крока. М., «Мир», 1970.
3. E. Karick. Steel, 1952, 3, N 13.
4. P. M. McKenna. US Patent, 1953, 2648125.
5. R. J. Breicha, S. W. Moges. Amer. Machinist, 1962, 106, N 3.
6. E. W. Bougler. Mech. Engineering, 1960, 82, N 7.
7. O. K. Bergman, J. Barrington. J. Am. Ceram. Society, 1966, 49, 502.
8. R. Prummer, G. Ziegler. Strukturelle Änderungen beim Explosivpaxtirren von Aluminiumoxidpulvern.—Berichte der Deutschen Keramischen Gesellschaft, 1974, 51, 12, 343—347.
9. В. Ф. Нестеренко. Электрические явления при ударном нагружении металлов и их связь с параметрами ударного сжатия. Канд. дис. Новосибирск, 1974.
10. Т. Екоборн. Физика и механика разрушения и прочности твердых тел. М., «Металлургия», 1974.
11. Rudkin, Jenkins, Parker. Приборы для научных исследований. 1962. У 33, № 1.
12. А. С. Охотин, А. С. Пушкарский и др. Методы измерения характеристик термоэлектрических материалов и преобразователей. «Наука», 1974.
13. Г. Н. Дульнев, Ю. П. Заринчяк. Теплопроводность смесей и композиционных материалов. Справочная книга. Л., «Энергия», 1974.
14. И. И. Горюнов. Пресс-формы для литья под давлением. Л., «Машиностроение», 1973.
15. Справочник по металлическим материалам. Ч. II. Под ред. В. Н. Юрданского. М., Дом техники, 1957.

в ошибку вносит отбрасывание членов ряда, начиная со второго, в формуле для температуры на задней поверхности образца. Температуропроводность композита оказалась равной $0,369 \text{ см}^2/\text{с}$. Теплоемкость c оценивали методом аддитивности. Для полученного материала $c=0,102 \text{ ккал/кг}\cdot\text{°C}$, по известным значениям a и c определяли теплопроводность $\lambda=112 \text{ ккал/м}\cdot\text{ч}\cdot\text{°C}$.

Теплопроводность композита в зависимости от температуры измеряли сравнительным методом (по Бауэрсу) [12]. Составной стержень состоял из эталонного медного стержня диаметром 10 и длиной 30 мм, композита длиной 30 мм и нагревателя для создания градиента температуры (медный стержень с намотанной на него нихромовой проволокой). Теплоприемником служила массивная медная плита. Для

Э. Д. ШУМИЛОВА, Ю. Н. ШУМИЛОВ, В. П. ВДОВИКО

ТЕПЛОВОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ ЧАСТИЧНЫХ РАЗРЯДОВ НА МНОГОСЛОЙНУЮ ПЛЕНОЧНУЮ ИЗОЛЯЦИЮ

Установлено, что одной из причин разрушения высоковольтной изоляции является наличие частичных разрядов (ЧР) в объеме изоляции [1—3 и др.].

ЧР в диэлектрике сопровождается рядом явлений: тепловое воздействие приводит к разрушению диэлектрика за счет нагрева поверхности в местах контакта с каналом ЧР; электрическое воздействие вызывает эрозию диэлектрика в результате электронно-ионной бомбардировки; химическое воздействие проявляется во взаимодействии продуктов разряда с поверхностью диэлектрика и др.

Эти явления приводят к прогрессирующему ухудшению свойств изоляции и детально исследуются. Представляет интерес оценка температуры в зоне действия ЧР. Сведения о длительном тепловом воздействии ЧР основываются в основном на расчетных данных и весьма противоречивы [4—6].

Настоящая работа посвящена исследованию нагрева изоляции при длительном воздействии ЧР. Оценка теплового воздействия ЧР проводилась расчетным путем и экспериментально. Объектом исследования служила многослойная пленочная полимерная изоляция, работающая при нормальных и низких температурах. Для расчета приняты схема замещения диэлектрика и расчетная модель (рис. 1, а и б).

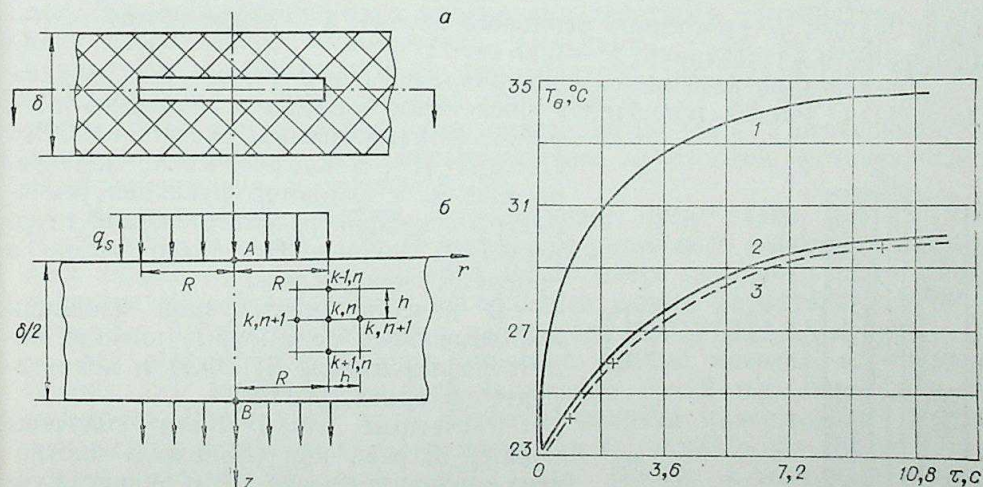


Рис. 1. Модель расчета нагрева диэлектрика в зоне действия ЧР.

а — диэлектрик с цилиндрическим газовым включением; б — модель диэлектрика с включением; q_s — постоянный удельный тепловой поток ЧР; R — радиус газовой полости; δ — толщина диэлектрика.

Рис. 2. Кривые нагрева полимерной пленки ПТФЭ толщиной 0,5 мм под действием ЧР ($d_r=2 \text{ мм}$);

1 — нагрев в точке А, 2 — нагрев в точке В, 3 — экспериментальная кривая нагрева.



Предлагаемая модель отражает единичный дефект в полимерной пленочной изоляции. При решении задачи были приняты следующие допущения: 1) разряд заменяется тепловым источником круговой формы с постоянной удельной мощностью теплового потока; 2) вся энергия ЧР переходит в тепло; затратами энергии на нагрев газа и на излучение — резонансное и нерезонансное — пренебрегаем (согласно [7], излучение составляет 3% от энергии ЧР).

Известно, что при переменном напряжении в газовых полостях электрической изоляции число единичных ЧР в секунду составляют от 100 и выше (в зависимости от напряженности в газовой полости) [1, 2, 5]. Эти разряды хаотически распределяются по поверхности газовой полости, при этом каждый из них является источником нагрева участка поверхности. В данной работе рассматривается усредненный по поверхности газовой полости и по времени (за период переменного напряжения) нагрев при длительном воздействии ЧР. Температура окружающей среды принимается постоянной. При плотной намотке пленочной полимерной изоляции принимается, что теплоотдача в объеме диэлектрика осуществляется за счет его теплопроводности.

Поставленная задача решалась с использованием уравнения теплопроводности. В связи с тем, что зона действия ЧР на поверхности газовой полости круговая, применялось уравнение теплопроводности в цилиндрических координатах:

$$\frac{1}{a} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2},$$

где $a = \lambda / \rho c$ — коэффициент температуропроводности диэлектрика. При решении задачи использовался метод сеток. Уравнение теплопроводности записывалось для каждого узла сетки в конечных разностях с учетом граничных условий.

Например: $z=0$; $r=0$;

$$T_{k,n}^{m+1} = p \left[4T_{k,n+1}^m + 2T_{k+1,n}^m + \frac{2hq}{\lambda} + \left(\frac{1}{p} - 6 \right) T_{k,n}^m \right],$$

где $T_{k,n}^{m+1}$ — температура в рассматриваемом узле; $T_{k,n+1}^m$, $T_{k+1,n}^m$, $T_{k,n}^m$ — предыдущие температуры окружающих узлов; $p = \frac{\lambda}{\rho c} \cdot \frac{\Delta t}{h^2}$ — критерий Фурье; q — плотность теплового потока; λ — коэффициент теплопроводности диэлектрика; h — шаг сетки.

Температура изменяется в направлении оси z и оси r , т. е. задача двумерная. Расчет проводился численным методом с помощью разработанной программы расчета на ЭВМ БЭСМ-4 [8]. Теплофизические характеристики λ , a являются функцией температуры в каждой рассматриваемой точке расчетной модели. Это было учтено в программе для расчета.

В качестве исследуемой изоляции использовались полимерные пленки; политетрафторэтилена (ПТФЭ) и полиэтилентерефталата (ПЭТФ).

Расчетным путем были получены кривые нагрева при различных плотностях теплового потока ЧР и радиусах газового включения. Для примера на рис. 2 представлены расчетные зависимости $T_B = f(\tau)$ и $T_A = f(\tau)$ пленки ПТФЭ для диаметра газового включения $d_r = 2$ мм и удельной мощности теплового потока

ЧР $q = 5 \cdot 10^3$ Вт/м². Обработка расчетных кривых показала, что максимальный перегрев ΔT внутри газовой полости при удельном тепловом потоке $5 \cdot 10^3$ Вт/м², $f = 50$ Гц и $T_{\text{опр}} = 23^\circ\text{C}$ составляет: для ПТФЭ толщиной 3 мм — 54°C , для ПТФЭ толщиной 1,5 мм — 37°C , для ПТФЭ толщиной 0,5 мм — 12°C .

Максимальный нагрев внутри газовой полости вычисляется по формуле

$$T = \Delta T + T_{\text{опр.}}$$

Расчеты, выполненные на ЭВМ БЭСМ-4 для газовых полостей различного диаметра и различной толщины диэлектрика, показали, что максимальный перепад может быть определен с помощью выражения

$$\Delta T = q_s \frac{\delta}{\lambda} k_\phi, \quad \text{где } k_\phi = f(R/\delta).$$

Здесь ΔT — максимальный перепад температуры в газовой полости, $^\circ\text{C}$; q_s — удельная мощность теплового потока ЧР, Вт/м²; δ — толщина диэлектрика, м; λ — коэффициент теплопроводности диэлектрика, Вт/м·град; R — радиус газовой полости, м.

Коэффициент формы вычислялся по формуле

$$k_\phi = \Delta T_\infty / \Delta T_R,$$

где ΔT_∞ , $^\circ\text{C}$ — нагрев пластины диэлектрика при равномерном распределении удельной мощности теплового потока ЧР q по поверхности плоской газовой полости неограниченного диаметра; ΔT_R , $^\circ\text{C}$ — нагрев пластины диэлектрика для плоской газовой полости радиусом R с сосредоточенным тепловым потоком q (ΔT_R вычислялся с помощью расчетной программы на БЭСМ-4). Обработка полученных расчетных данных $k_\phi = f(R/\delta)$ методом подбора тенденций для динамических рядов [9] приводит к выражению

$$k_\phi = -0,21 (R/\delta)^2 + 0,88R/\delta - 0,04,$$

где R — радиус газовой полости, м; δ — толщина диэлектрика, м.

Погрешность применяемого метода расчета для установившейся температуры не превышает 2%.

Для подтверждения расчетных данных была экспериментально измерена температура в зоне действия ЧР с помощью жидких кристаллов. Жидкокристаллическая пленка под действием температуры обладает способностью избирательно рассеивать, т. е. ее цвет может изменяться в зависимости от температуры. Быстродействие жидких кристаллов 0,1 с, разрешающая способность 0,02 мм [10]. Использовался состав для температурного интервала 20—60 $^\circ\text{C}$. Погрешность измерения температур с помощью жидких кристаллов, установленная экспериментально, составляет 5—7%.

Конструктивно объект исследования представлен на рис. 3. На графито-сажевый слой (5 мкм) измерительного электрода наносилась пленка жидкого кристалла и наблюдалось изменение цвета в зоне действия ЧР. Одновременно проводилась запись характеристик ЧР с помощью полуавтоматического измерителя «КОРОНА-5М» [11].

На рис. 2 представлены типичные кривые нагрева полимерных пленок для диаметра газового включения $d_r = 2$ мм. При удельной мощности ЧР от $1 \cdot 10^3$ до $5 \cdot 10^4$ Вт/м² получен максимальный нагрев в точке В в установившемся режиме при $T_{\text{опр}} = 23^\circ\text{C}$: для ПТФЭ с толщиной полости 80 мкм — 40°C ; для ПЭТФ с толщиной полости 40 мкм — 49°C .

Анализ результатов исследований показывает, что чем больше диаметр газового включения, тем выше установившаяся температура. Это хорошо согласуется со средним током ЧР, так как при увеличении диаметра газового включения средний ток ЧР увеличивается.

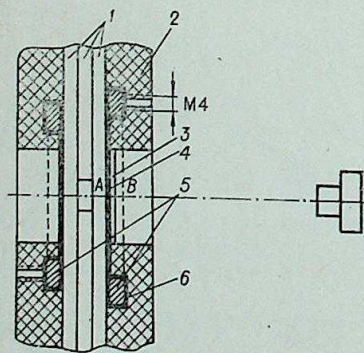
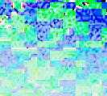


Рис. 3. Эскиз испытательной ячейки: 1 — слой полимерной пленки; 2 — текстолитовые шайбы; 3 — слой жидкокристаллической пленки; 4 — графито-сажевый слой; 5 — латунные кольца; 6 — заливка эпоксидным компаундом.



На рис. 4 приведены зависимости установившейся температуры нагрева полимерных пленок от напряженности поля при длительном воздействии ЧР, а на рис. 5 — зависимость времени установления нагрева от напряженности электрического поля. Чем выше напряженность электрического поля, тем выше установившаяся температура и тем меньше время установления нагрева.

На рис. 2 представлены расчетные (1, 2) и экспериментальные (3) данные о нагреве диэлектрика в зоне ЧР ($d_r=2$ мм, $q_s=5 \cdot 10^3$ Вт/м²). Совпадение экспериментальных и расчетных данных позволяет утверждать, что принятая методика расчета верна. Температура внутри газовой полости в точке А, согласно расчетам для рассматриваемых толщин, на 5—7°С выше, чем в точке В.

Так как законы теплопроводности при нормальных и низких температурах остаются теми же, то данной методикой можно воспользоваться для расчета нагрева диэлектрика в зоне ЧР при низких температурах.

Многослойная пленочная изоляция является одним из вариантов изоляции криогенных высоковольтных устройств. Представляет интерес рассмотреть длительное воздействие ЧР в газовой полости, расположенной как в изоляции, так и на границе с токоведущей частью криогенных высоковольтных конструкций. Расчет нагрева диэлектрика при низких температурах имеет особенность: теплофизические характеристики резко зависят от температуры.

Для низких температур расчетная модель остается той же (см. рис. 1). Начальные и граничные условия:

$$1) T_{k, n}|_{\tau=0} = T_{\text{опр}} = 4,2 \text{ К};$$

$$2) q_s = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z};$$

$$3) T_B = 4,2 \text{ К} = \text{const.}$$

В результате расчета установлено, что чем ниже температура, тем выше перегрев и меньше времени требуется для его установления. При удельном тепловом потоке $5 \cdot 10^3$ Вт/м², $f=50$ Гц при $T_{\text{опр}}=23^\circ\text{С}$ и толщине пленки 3 мм перегрев 54°С устанавливается за 293—295 с.

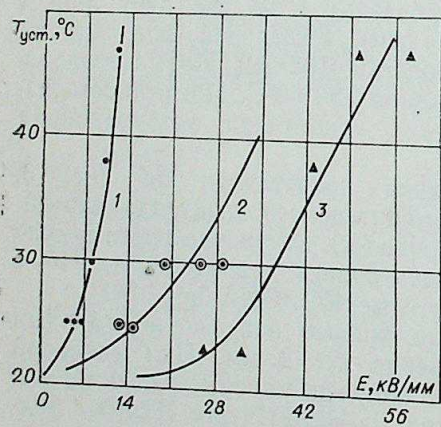


Рис. 4. Зависимость установившейся температуры от напряженности электрического поля при длительном воздействии ЧР:
1 — ПТФЭ, $\delta=80$ мкм, $h_r=500$ мкм, $d_r=6$ мм;
2 — ПТФЭ, $\delta=80$ мкм, $h_r=80$ мкм, $d_r=6$ мм;
3 — ПЭТФ, $\delta=40$ мкм, $h_r=40$ мкм, $d_r=6$ мм.

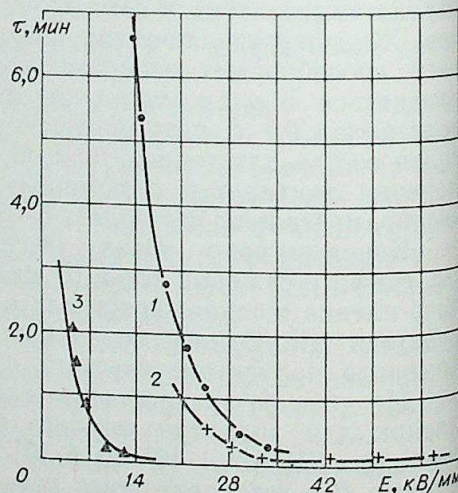


Рис. 5. Зависимость времени установления нагрева от напряженности электрического поля при длительном воздействии ЧР:
1 — ПТФЭ, $\delta=80$ мкм, $h_r=80$ мкм, $d_r=6$ мм; $T_{\text{уст}}=30^\circ\text{С}$; 2 — ПЭТФ, $\delta=40$ мкм, $h_r=40$ мкм, $d_r=6$ мм, $T_{\text{уст}}=23^\circ\text{С}$; 3 — ПТФЭ, $\delta=80$ мкм, $h_r=500$ мкм, $d_r=6$ мм, $T_{\text{уст}}=25^\circ\text{С}$.

а при $T_{\text{опр}}=4,2$ К и сравнимой толщине перегрев 80°С устанавливается за 50—54 с. С использованием этой методики был рассчитан перегрев токоведущих частей криогенных устройств. При удельном тепловом потоке $5 \cdot 10^4$ Вт/м² и диаметре включения, находящегося на границе токоведущая часть — диэлектрик, равном 2 мм, локальный перегрев составляет $\Delta T=0,4$ К, при $d_r=4$ мм $\Delta T=1,13$ К, а при $d_r=10$ мм $\Delta T=2,64$ К. Это явление нежелательно, так как может привести к нарушению теплового режима работы высоковольтных криогенных устройств.

ВЫВОДЫ

1. Разработана методика исследования температурного поля диэлектрика при воздействии частичных разрядов с помощью жидких кристаллов.

2. Впервые экспериментально измерена температура в зоне действия частичных разрядов методом, не искажающим электрическое и тепловое поля.

3. Нагрев полимерной изоляции толщиной 40—500 мкм при удельной мощности ЧР от $1 \cdot 10^3$ до $5 \cdot 10^4$ Вт/м² составляет $35—54^\circ\text{С}$ при $T_{\text{опр}}=23^\circ\text{С}$.

4. В связи с тем, что коэффициент теплопроводности ПТФЭ резко уменьшается в области низких температур, перепад температур в газовой полости при низких температурах выше, чем при нормальных, и устанавливается за меньшее время.

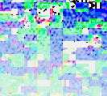
5. Локальный перегрев токоведущих частей криогенных высоковольтных устройств при удельной мощности ЧР $5 \cdot 10^4$ Вт/м² и $d_r=1—10$ мм составляет 0,4—2,64 К.

Сибирский научно-исследовательский институт энергетики, Новосибирск

Поступила в редакцию 24/XI 1975

ЛИТЕРАТУРА

- Г. С. Кучинский. Высоковольтные импульсные конденсаторы. «Энергия». 174 с. 1958. 907 с.
- Г. И. Сканава. Физика диэлектриков (область сильных полей). М., Физматгиз, 1958. 907 с.
- М. А. Грейсух, Г. С. Кучинский, Г. Т. Каплан, Г. Т. Мессерман. Булажно-масляная изоляция в высоковольтных конструкциях. М.—Л., Госэнергоиздат, 1963. 229 с.
- Б. Л. Гельмонт. К вопросу о влиянии воздушных включений на электрическую прочность диэлектрика.— Изв. ЛЭТИ, вып. XLIII. Л., 1960, с. 45—53.
- В. П. Малин. Исследование изменений электрофизических свойств полимерных пленок при воздействии электрических разрядов в газах.— Автореф. канд. дис. Баку, 1970. 17 с.
- Р. Х. Абрамов, М. А. Багиров, В. П. Малин. О разрушении полимерных диэлектриков в результате нагрева, вызванного бомбардировкой их заряженными частицами при электрическом старении.— Изв. АН АзССР, сер. физ.-техн. и матем. наук, 1969, № 2, с. 70—73.
- В. М. Кириленко. К физике частичных разрядов.— Вопросы радиоэлектроники, сер. общетехническая, 1968, вып. 11, с. 134—139.
- Ю. Н. Шумилов, Э. Д. Шумилова, Ю. Н. Яшин. Исследование теплового поля поверхностных частичных дужек.— Сб. тр. СИБНИИЭ, вып. 32 (в печати).
- Ф. М. Бородкин, М. Л. Лукацкая. Статистические алгоритмы и программы. Новосибирск, 1970. 289 с.
- Г. М. Жаркова. Применение жидких кристаллов в качестве термондикаторов.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1973, № 3, сер. техн. наук, вып. 1, с. 130—135.
- С. П. Андрихин, В. П. Вдовико, А. Г. Овсянников. Характеристики частичных разрядов в газовых включениях твердой изоляции.— Сб. тр. СИБНИИЭ, вып. 30. М., «Энергия», 1975, с. 38—46.



Ю. А. ПОПОВ

ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ СЛОЯ
ОДНОРОДНОЙ ГАЗОПЫЛЕВОЙ СРЕДЫ

Впервые перенос излучения в слое однородной газопылевой среды был рассмотрен в работе [1], где был принят искусственный закон поглощения сплошного излучения газом и учтена слабая анизотропия индикатрисы рассеяния. Перенос излучения описывался в двухпоточном приближении.

В данной статье рассматривается задача о радиационных характеристиках плоского слоя, содержащего крупные частицы, которые можно считать серыми в смеси с несерым реальным газом. Среда считается однородной, изотермичной.

В [2] показано, что для крупных частиц во многих практически важных случаях дифрагированное на частице излучение, которое сильно вытянуто вперед, можно считать совпадающим по направлению с падающим излучением. Распределение оставшейся части рассеянного для крупной поглощающей частицы излучения может быть принято изотропным. То есть в некотором приближении индикатрису рассеяния для крупных поглощающих частиц можно считать сферической.

Общий план решения задачи о переносе теплового излучения в средах, содержащих однородную изотермическую смесь реального газа и серых частиц, предложен в [3]. Для решения задачи нужно знать коэффициент пропускания реальных газов для теплового излучения и плотность распределения фотонов по путям в рассеивающей среде без учета поглощения.

Для определения коэффициента пропускания газовой смеси CO_2 , H_2O и воздуха воспользуемся формулой Гурвича — Митора [4]. Формулу для удобства запишем в безразмерном виде:

$$D_2(u) = \exp(-\alpha \sqrt{u}), \quad (1)$$

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{k}} (0,78 + 1,6r_{\text{H}_2\text{O}}) (1 - 0,37 \cdot 10^{-3} T) \sqrt{P_{\Sigma}}. \quad (2)$$

Здесь $k(1/M)$ — коэффициент ослабления среды без поглощающего газа, т. е. только для частиц; $u = kl$, где l — длина пути луча в среде; P_{Σ} (атм) — суммарное парциальное давление CO_2 и H_2O ; $r_{\text{H}_2\text{O}}$ — отношение парциального давления H_2O к полному давлению. Использование формулы Гурвича — Митора не означает, что газ считается серым. Для серого газа коэффициент пропускания имеет вид $D_2 = e^{-k'l}$, причем k' не зависит от l .

Для нахождения плотности распределения фотонов по путям нужно решить вначале задачу без учета влияния поглощающего газа. Пусть на границу слоя $\tau = 0$ падает излучение, интенсивность которого в зависимости от косинуса угла падения описывается функцией $F(\mu)$,

а индикатриса рассеяния есть $\mathcal{P}(\mu, \mu')$. Решая уравнение переноса для интенсивности излучения [5] в приближении однократного рассеяния, нетрудно получить

$$I(\tau, \mu < 0) = \frac{\gamma}{2} \frac{e^{-\tau/\mu}}{\mu} \int_{\tau_0}^{\tau} d\tau' \int_0^1 d\mu' e^{-\tau'(\frac{1}{\mu'} - \frac{1}{\mu})} F(\mu') \mathcal{P}(\mu, \mu'), \quad (3)$$

где γ — отношение коэффициента рассеяния к коэффициенту ослабления частиц; τ_0 — оптическая толщина слоя частиц. Полагаем, что на слой падает полусферическое излучение с единичным потоком, а индикатриса рассеяния сферическая $\mathcal{P} = 1$, тогда для коэффициента отражения из (3) найдем

$$R = \gamma \int_0^{\tau_0} E_2^2(\tau') d\tau'. \quad (4)$$

Для приближенного вычисления интеграла в (4) воспользуемся приближенным представлением интегральной показательной функции второго порядка в виде суперпозиции экспонент [6]

$$E_2(x) \approx \frac{1}{2} [e^{-(3-\sqrt{3})x} + e^{-(3+\sqrt{3})x}]. \quad (5)$$

В результате получим

$$R = \gamma \sum_{i=1}^3 a_i (1 - e^{-h_i \tau_0}), \quad (6)$$

где $a_1 = 1/4k_1$, $a_2 = 1/2k_2$, $a_3 = 1/4k_3$, $k_1 = 2(3+\sqrt{3})$, $k_2 = 6$, $k_3 = 2(3-\sqrt{3})$.

Заменяя, согласно [7], $\gamma \rightarrow 1/(1+S)$, $\tau_0 \rightarrow \tau_0(1+S)$, где S — параметр преобразования Лапласа, находим изображение Лапласа плотности распределения фотонов по оптическим путям в случае чисторассеивающей среды:

$$\bar{f}_R = \sum_{i=1}^3 \frac{a_i}{1+S} [1 - e^{-h_i \tau_0(1+S)}]. \quad (7)$$

Обращение преобразования Лапласа приводит к следующему выражению для плотности распределения отраженных фотонов по оптическим путям, проходимых в слое:

$$f_R(1, \tau_0, u) = e^{-u} \sum_{i=1}^3 a_i U(u - k_i \tau_0), \quad (8)$$

где

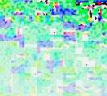
$$U(x - x_0) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq x_0 \\ 0, & x > x_0. \end{cases} \quad (9)$$

За счет многократных рассеяний действительное значение f_R будет больше вычисленного по формуле (8). Приближенно многократные рассеяния можно учесть, если считать, что рассеяния происходят только вперед и назад по ходу луча. Рассеянное вперед излучение совпадает с падающим. При симметричной индикатрисе рассеяния учет этого приводит к тому, что в (8) нужно сделать замену $e^{-u} \rightarrow e^{-u/2}$. Отсюда

$$f_R(1, \tau_0, u) = e^{-u/2} \sum_{i=1}^3 a_i U(u - k_i \tau_0). \quad (10)$$

Плотность распределения фотонов по путям в среде с поглощением связана с плотностью распределения фотонов в чисторассеивающей среде равенством [2]

$$f(\gamma, \tau_0, u) = \gamma f(1, \gamma \tau_0, \gamma u) e^{-(1-\gamma)u}. \quad (11)$$



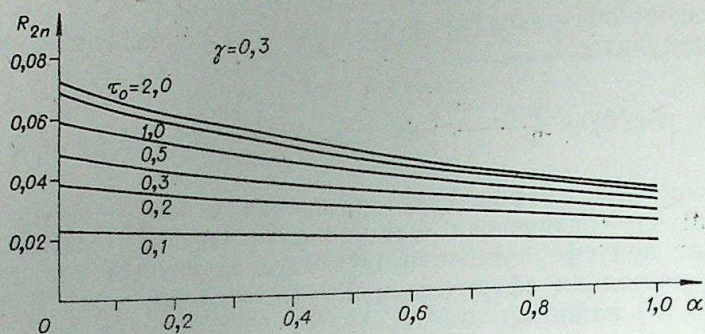


Рис. 1. Отражательная способность слоя газопылевой среды в зависимости от параметра α при различных оптических толщинах пылевого слоя. Отношение коэффициента рассеяния к коэффициенту ослабленных частиц $\gamma=0,3$.

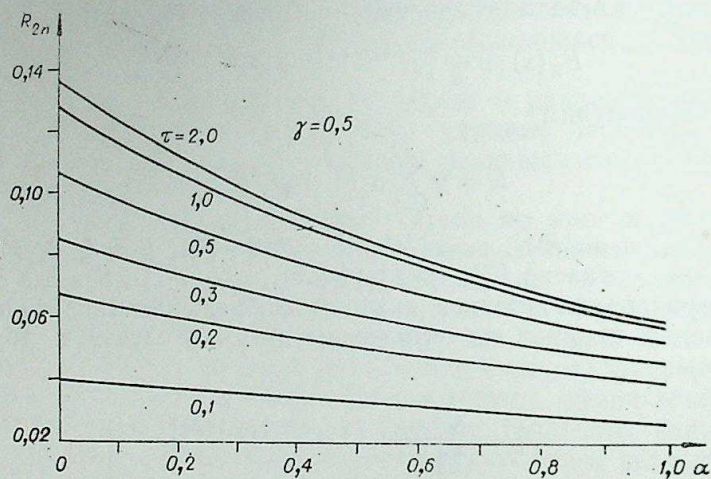


Рис. 2. Отражательная способность газопылевого слоя в зависимости от параметра α при различных оптических толщинах пылевого слоя ($\gamma=0,5$).

Плотность распределения фотонов по путям нормирована на интенсивность, поэтому

$$R = \int_0^{\infty} f_R(\gamma, \tau_0, u) du. \quad (12)$$

Используя (10) — (12), находим

$$R = \frac{\gamma}{2-\gamma} \sum_{i=1}^3 a_i [1 - e^{-(2-\gamma)h_i\tau_0}]. \quad (13)$$

Сравнение с точным решением показывает, что точность этого выражения при $\gamma \leq 0,5$ не менее 6%.

Если кроме пыли среда содержит газ с коэффициентом пропускания $D_2(u)$, то вместо (12) нужно записать [2]

$$R_{2n} = \int_0^{\infty} f_R(\gamma, \tau_0, u) D_2(u) du. \quad (14)$$

Таблица функций $2E_3(x, y)$

$x \backslash y$	0	0,1	0,2	0,3	0,5	1,0	1,5
0,1	0,8327	0,7998	0,7682	0,7380	0,6813	0,5587	0,4591
0,2	0,7039	0,6658	0,6298	0,5958	0,5336	0,4058	0,3095
0,3	0,6000	0,5611	0,5248	0,4909	0,4298	0,3091	0,2230
0,5	0,4432	0,4073	0,3744	0,3442	0,2911	0,1920	0,1272
0,8	0,2887	0,2601	0,2344	0,2112	0,1717	0,1027	0,0617
1,0	0,2194	0,1955	0,1743	0,1554	0,1236	0,0700	0,0398
1,5	0,1135	0,0988	0,0861	0,0751	0,0570	0,0288	0,0146
2,0	0,0603	0,0515	0,0440	0,0377	0,0276	0,0127	0,0058

Подставляя (1) в (14), используя (10) и (11) и выполняя интегрирование, находим

$$R_{2n} = \frac{1}{\eta} \sum_{i=1}^3 a_i \left\{ \left[1 - e^{-h_i q - 2v\sqrt{h_i q}} \right] + e^{v^2} v \sqrt{\pi} [\operatorname{erf}(v + \sqrt{k_i q}) - \operatorname{erf}(v)] \right\}, \quad (15)$$

$$\text{где } q = \gamma \eta \tau_0, \quad \eta = \frac{1}{\gamma} \left(1 - \frac{\gamma}{2} \right), \quad v = \frac{\alpha}{2\sqrt{\gamma \eta}}.$$

Свойства функции erf хорошо известны. Для коэффициента отражения полубесконечной газопылевой среды из (15) следует

$$R_{\infty} = \frac{5}{12} \frac{\gamma}{(2-\gamma-2\beta)} \{ 1 - e^{v^2} v \sqrt{\pi} [1 - \operatorname{erf}(v)] \}. \quad (16)$$

Некоторые результаты расчета по формуле (15) приведены на рис. 1, 2. Расчет коэффициента черноты слоя газопылевой среды по приближенной методике [8] без учета рассеяния приводит к выражению

$$\varepsilon_{2n} = 1 - 2 \int_0^1 \mu e^{-(1-\gamma)\frac{\tau_0}{\mu}} e^{-\alpha\sqrt{\frac{\tau_0}{\mu}}} d\mu. \quad (17)$$

Введем функцию

$$E_3(x, y) = \int_0^1 \mu e^{-x/\mu} e^{-y\sqrt{\frac{x}{\mu}}} d\mu. \quad (18)$$

При $y=0$ эта функция совпадает с интегрально-показательной. Функция $2E_3(x, y)$ представлена в таблице (расчет проведен на ЭВМ методом квадратур Гаусса с 7 узлами). Используя ее, формулу (17) перепишем в виде

$$\varepsilon_{2n} = 1 - 2E_3 \left[(1-\gamma)\tau_0; \alpha\sqrt{\frac{1}{1-\gamma}} \right]. \quad (19)$$

Из [7] следует, что формулу (19) можно использовать с достаточной для приложений точностью при $\gamma \leq 0,6$ до значений $\varepsilon \leq 0,7$. При наличии газа среднее значение отношения коэффициента рассеяния к коэффициенту ослабления среды будет меньше, чем для пылевой среды без поглощающего газа, при этом точность формулы (19) будет выше.



Результаты для пропускательной способности газопылевой среды можно получить, если воспользоваться соотношением

$$D_{2n} + R_{2n} + \varepsilon_{2n} = 1, \quad (20)$$

в котором для вычисления R_{2n} и ε_{2n} используются формулы (15), (19).

Всесоюзный научно-исследовательский институт
металлургической теплотехники,
Свердловск

Поступила в редакцию
30/XII 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. G. A. Domoio, W. G. Wang. Теплопередача, 1974, № 3.
2. Ю. А. Попов. Ж. прикл. спектр., 1967, 13, 496.
3. Ю. А. Попов. ИФЖ, 1969, 17, 512.
4. А. М. Гурвич, В. В. Митро. «Теплоэнергетика», 1956, № 7.
5. С. Чандрачекар. Перенос лучистой энергии. ИЛ, 1953.
6. Ю. А. Попов. ИФЖ, 1967, 13, 496.
7. И. Н. Минин. Докл. АН СССР, 1964, 154, 1059.
8. Ю. А. Попов. ТВТ, 1969, 7, 97.

ИЗВЕСТИЯ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

№ 3, вып. 1

СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

1977

УДК 533.39

А. С. ВАСИЛЬКОВСКАЯ, А. Д. ЛЕБЕДЕВ, Б. А. УРЮКОВ,
С. М. ХАЙТМАН, Н. М. ЩЕРБИК

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДУГИ В ЛАМИНАРНОМ ПОТОКЕ

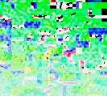
Условия горения электрической дуги в безграничном потоке газа имеют много общего с условиями горения дуги на начальном участке цилиндрического участка плазмотрона, когда влияние стенок на режим течения газового потока пренебрежимо мало. Это позволяет применять для расчета свойств дуги, горящей в канале, достаточно хорошо развитые методы решения задачи для дуги в безграничном потоке [1—11]. Существенным моментом при этом является выбор модели и упрощающих предположений, наиболее полно описывающих исследуемое явление.

Обычно в качестве исходной принимается следующая модель. Дуга начинается на электроде, не вносящем возмущения в поток. Параметры потока в начальном сечении ($z=0$) соответствуют параметрам невозмущенного потока ($u=u_\infty$; $h=h_\infty$; $\rho=\rho_\infty=\rho_0$), или определяются из решения для цилиндрической дуги радиуса r_0 , известного из эксперимента [2]. Считается, что в дуге выполняется условие изотермичности, квазинейтральности и не учитывается излучение (плазма оптически тонкая). Последнее предположение, как показано в работе [8], может не выполняться, что приводит к ошибкам в определении радиуса токопроводящей зоны по измеренному профилю температур. Кроме того, для периферийных зон может не выполняться и условие изотермичности [8, 9].

Начальный участок дуги обычно имеет конусную форму, определяемую приэлектродными процессами. Конусная форма дуги приводит к возникновению течений газа в приэлектродных областях (эффект «магнитного насоса»), обусловленного взаимодействием тока дуги с собственным магнитным полем. Неучет этого явления при решении задачи о свойствах дуги позволяет получить из уравнения движения и неразрывности условие постоянства скорости во всем рассматриваемом сечении ($u=u_\infty=\text{const}$), что значительно упрощает решение задачи [4], но естественно не соответствует некоторым экспериментальным данным [12—15] особенно вблизи электродов. В случае, когда при решении задачи учитывается эффект «магнитного насоса», вводятся произвольные, упрощающие предположения, например постоянство локального массового расхода ($\rho u=\text{const}$) [2].

Для того чтобы выяснить справедливость принимаемых допущений и расчетных моделей, были проведены теоретические и экспериментальные исследования свойств дуги, горящей в осевом потоке газа.

Эксперименты проводились на установке, которая подробно описана в работе [16]. Здесь мы лишь кратко представим схему (рис. 1). Дуга 1 горит на оси затопленной воздушной струи 2 между катодом 3 и подвижным анодом 4. Форкамера с суживающимся соплом 5 обеспе-



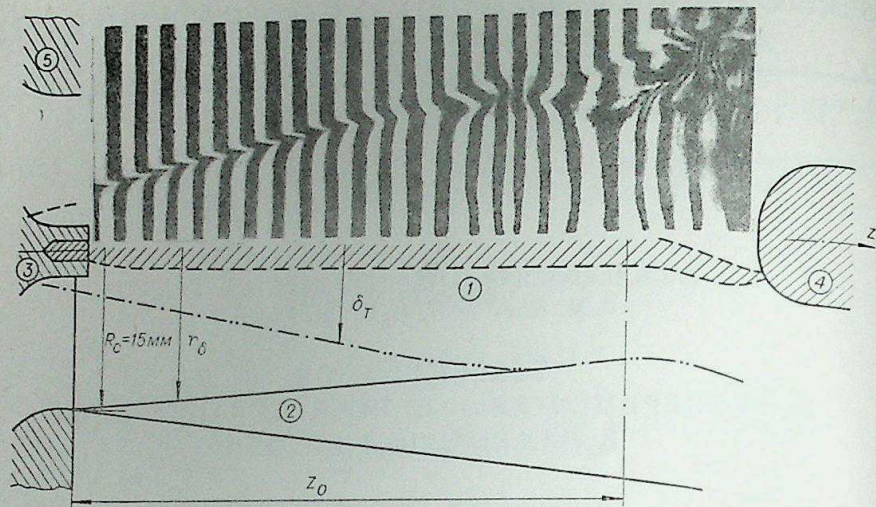


Рис. 1. Схема установки.

чивала уровень турбулентности потока в пределах потенциального ядра струи $\sim 0,3 \div 1\%$ при изменении скорости потока от 10 до 60 м/с. Катод представлял собой медную, водоохлаждаемую обойму с впрессованным в нее цирконием. Катод был спрофилирован так, чтобы возмущение потока было минимальным. Предварительные исследования [16] показали, что в пределах потенциального ядра струи (на рис. 1 радиус потенциального ядра обозначен через r_0) горение дуги эквивалентно горению в базграничном потоке до тех пор пока не происходит разрушение теплового слоя дуги (δ_T) в результате взаимодействия с внешней турбулентной областью струи. Координата начала разрушения обозначена через z_0 . Исследования проводены в пределах невозмущенного участка дуги ($0 \div z_0$). Были проведены измерения напряженности электрического поля столба дуги, распределения температуры, динамического напора и размеров теплового слоя дуги.

Измерение напряженности проводилось методом графического дифференцирования зависимости напряжения горения дуги от длины $U_g(z)$ потенциала одиночного зонда $\varphi(z)$ и с помощью дифференциального зонда, вводимого в дугу на различных расстояниях от катода. Дифференциальный зонд представляет собой две проволоочки, нагруженные на равные по величине сопротивления. Осциллограф регистрировал разность потенциалов зондов 1 и 2 ($\varphi_1 - \varphi_2$). По измеренной разности потенциалов и известному расстоянию между зондами Δz , которое менялось от 2 до 10 мм, можно определить напряженность электрического поля $E(z_i) = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\Delta z}$ в средней точке между зондами.

Измерение профиля температур проводилось спектральным методом. Спектр дуги фотографировался с помощью кварцевого спектрографа ИСП-30. Для построения профиля температур в центральной зоне дуги были выбраны линии Ni 4935 Å и 013947 Å, а в периферийных зонах — кант молекулярной полосы N_2^+ 3914 Å. Для перехода от полученных почернения к распределению температуры применялся метод абсолютных интенсивностей [17] для центральной зоны и метод Ларенца [18] для периферийных зон. Для получения марок почернения применялась вольфрамовая лампа СИ 10-300. Пересчет измеренных интенсивностей на радиальное распределение температур проводился с использованием обратного преобразования Абея по Бокастену [19] с разбиением на 10, 20, 40 зон. Исследование спектрального состава

плазмы дуги при работе на циркониевом катоде показало, что спектр излучения соответствует чисто воздушной плазме, линии примесей отсутствуют. Это определило нижнюю границу температур (~ 6000 К), поскольку при более низких температурах компоненты воздушной плазмы не возбуждаются.

Измерение профиля полного напора в различных сечениях струи проводилось с помощью водоохлаждаемых трубок полного напора различной конфигурации. Применялись цилиндрический зонд, трубка Пито, клинообразный многоточечный зонд. Для периферийных зон применялась неохлаждаемая трубка Пито. Размеры датчиков от 1,4 до 3 мм с диаметром отверстия для отбора давления 0,3 мм. Измерение давления проводилось с помощью наклонного спиртового макроманометра. Пересчет измеренных значений полного давления на динамический напор производился с учетом возможного повышения статического давления за счет магнитного сжатия [15] и значения числа Рейнольдса газового потока, обтекающего зонд [20, 21]. По измеренному динамическому напору и профилю температур проводился расчет профиля скорости и локального массового расхода.

Для визуализации течения применялись методы теневой съемки [22] с помощью системы, собранной на базе оптической скамьи ОСК-2. В частности, применялся обычный метод Теплера, система щель — щель, щель — нить в фокусе и метод расфокусированных диафрагм.

Одновременно с экспериментальными исследованиями проводились численные расчеты дуги в безграничном потоке в пренебрежении магнитными силами, но с учетом излучения. Система уравнений в безразмерных переменных имеет вид [1]

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\eta) + \frac{\partial}{\partial \eta}(\bar{\rho}v\eta) = 0; \quad (1)$$

$$\bar{\rho} \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} + \bar{\rho} v \frac{\partial \bar{h}}{\partial \eta} = \bar{\sigma} \Psi^2 + \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta \frac{\bar{\lambda}}{c_p} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \eta} \right) - \Phi \bar{\varepsilon}; \quad (2)$$

$$1 = \Psi \int_0^\infty \bar{\sigma} \eta d\eta, \quad (3)$$

где

$$\bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_\infty}; \quad \bar{h} = \frac{h}{h_\infty}; \quad \bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\sigma_0}; \quad \bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}; \quad \frac{\bar{\lambda}}{c_p} = \frac{\lambda}{c_p} \frac{c_{p\infty}}{\lambda_\infty};$$

$$t = \frac{4\pi^2 \cdot \sigma_0 \cdot h_\infty \lambda_\infty^2 \cdot z}{I^2 c_{p\infty}^2 \cdot \rho_\infty u_\infty}; \quad \eta = \frac{2\pi r}{I} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_0 \cdot h_\infty \lambda_\infty}{c_{p\infty}}};$$

$$\Psi = \frac{E \cdot I \cdot c_{p\infty}}{2\pi h_\infty \lambda_\infty}; \quad \Phi = \frac{I^2 \cdot c_{p\infty}^2 \cdot \varepsilon_0}{4\pi^2 \sigma_0 h_\infty^2 \lambda_\infty^2};$$

$$\bar{v} = \frac{v \rho_\infty I c_{p\infty}}{2\pi \lambda_\infty} \sqrt{\frac{\sigma_0 h_\infty \lambda_\infty}{c_{p\infty}}};$$

σ_0, ε_0 — некоторые базовые значения проводимости и потока излучения; индекс ∞ отвечает условиям в невозмущенном потоке.

Начальные и граничные условия: $t=t_0 (\approx 0)$, $\bar{h}, \bar{v} = f(\eta)$; $\eta=0$; $d/d\eta=0$, $\bar{v}=0$; $\eta \rightarrow \infty$, $\bar{h} \rightarrow 1$. Зависимости физических свойств воздуха от энтальпии брались, как и в [1].

Для расчетов уравнений использовалась неявная разностная схема [23]. Счет велся послойно, последовательно от слоя с номером n к слою с номером $n+1$. Система уравнений на каждом слое считалась обычным методом прогонки [24], причем число точек на слое определялось из условия, что разность между значениями функций в конечной и предыдущей точках достаточно мала по абсолютной величине. Значе-



ние функции в каждой точке бралось равным предельному значению. Поскольку $\bar{\rho}$, $\bar{\lambda}/\bar{C}_p$, $\bar{\sigma}$ — зависят от функции \bar{h} на рассчитываемом слое проводились итерации. Первым приближением для \bar{h} на каждом последующем слое бралось значение уже известного \bar{h} с предыдущего слоя.

На рис. 2 показано распределение напряженности электрического поля по длине дуги. Кривая 1 получена методом графического дифференцирования, 2 — измеренная дифференциальным зондом, 3 — результаты расчетов. Наилучшее совпадение с результатами расчетов достигается в первую очередь большой ошибкой метода графического дифференцирования. Экспериментально полученные значения напряженности для различных значений параметров дуги и потока достаточно хорошо аппроксимируются зависимостью

$$\Psi = 6,16 \cdot t^{-1/3},$$

где $\Psi = 8,3 \cdot 10^{-4} E \cdot I;$

$$t = 1,51 \cdot 10^3 z / I^2 U_{\infty},$$

которая несколько отличается от аппроксимации численных расчетов [4]. Для напряженности из (4) получаем

$$E = 6,04 \cdot 10^2 \left(\frac{u_{\infty}}{I \cdot z} \right)^{1/3}.$$

На рис. 3 представлены профили энтальпии для различных сечений столба дуги, измеренные экспериментально (точки) и полученные расчетным путем (сплошные кривые). Результаты расчетов достаточно хорошо совпадают с экспериментом. В начальных сечениях экспериментальный профиль энтальпии более узкий, чем расчетный, что обусловлено наличием катодной струи. Однако катодная струя почти не сказывается на распределении максимальной энтальпии, что хорошо видно из сравнения рассчитанных и измеренных значений максимальной энтальпии, приведенных на рис. 4 (сплошная кривая — расчет, точки — эксперимент). Аппроксимация экспериментальных данных в виде степенной зависимости дала выражение

$$\bar{h}_m - 1 = 20,2 \cdot t^{-0,14},$$

мало отличающееся от теоретических результатов [4]. В (6) приняты $\sigma_0 = 100$ Мо/м; $h_{\infty} = 3 \cdot 10^5$ Дж/кг; $\lambda_{\infty} = 2,64 \cdot 10^{-2}$ Вт/м·К; $c_{p\infty} = 10^3$ Дж/кг·К; $\rho_{\infty} = 1,2$ кг/м³.

Измеренные профили полного напора и рассчитанные по этим данным и измерениям температуры профили скорости в различных сечениях струи представлены на рис. 5, 6. На рис. 5 представлены также профили полного напора для невозмущенного потока (незаштрихованные области). Видно, что в начальных сечениях вблизи катода имеется под-

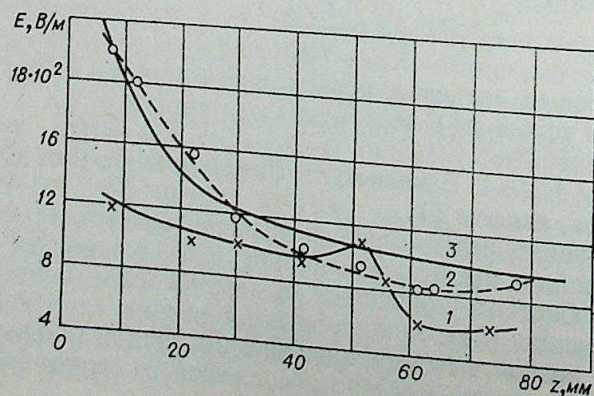


Рис. 2. Распределение напряженности электрического поля по длине дугового разряда.

1 — методом графического дифференцирования; 2 — измеренная дифференциальным зондом; 3 — расчет; $I = 115$ А, $u_{\infty} = 12,4$ м/с.

тие потока, обусловленное наличием катодной струи. Это же определяет высокие значения скорости на оси дуги, которые на порядок превышают значения скорости в невозмущенном потоке (рис. 6, а). На этом же графике показано распределение локального потока газа по сечению струи, где видно, что можно выделить сечение с примерно постоянным значением $\rho u = (\rho u)_{\min}$, соответствующее зоне нагретого газа, и внешнюю зону невозмущенного потока с $(\rho u)_{\infty}$, значительно превышающим $(\rho u)_{\min}$. По мере удаления от катода вниз по потоку наблюдается уменьшение интенсивности катодной струи и оттеснение потока, обусловленное тепловым расширением струи. Переход от нагретого участка струи — теплового слоя к невозмущенному потоку сопровождается увеличением градиента скорости, как это видно на рис. 6. Граница перехода к невозмущенному потоку характеризуется также и изменением показателя преломления среды в соответствии с изменением плотности, что позволяет осуществлять четкую визуализацию границы теплового слоя. Визуализация течения, осуществленная с помощью метода расфокусированных диафрагм [22] (см. рис. 1), позволила определить радиус теплового слоя и оценить толщину зоны перехода к невозмущенному потоку. Проведенные измерения показали, что толщина переходной зоны составляет величину не более 0,5 мм, тогда как диаметр теплового слоя 10—15 мм. Такое соотношение в размерах областей позволяет рассматривать зону резкого изменения плотности как скачок. Поскольку газ из окружающего пространства втекает в область дугового слоя с мень-

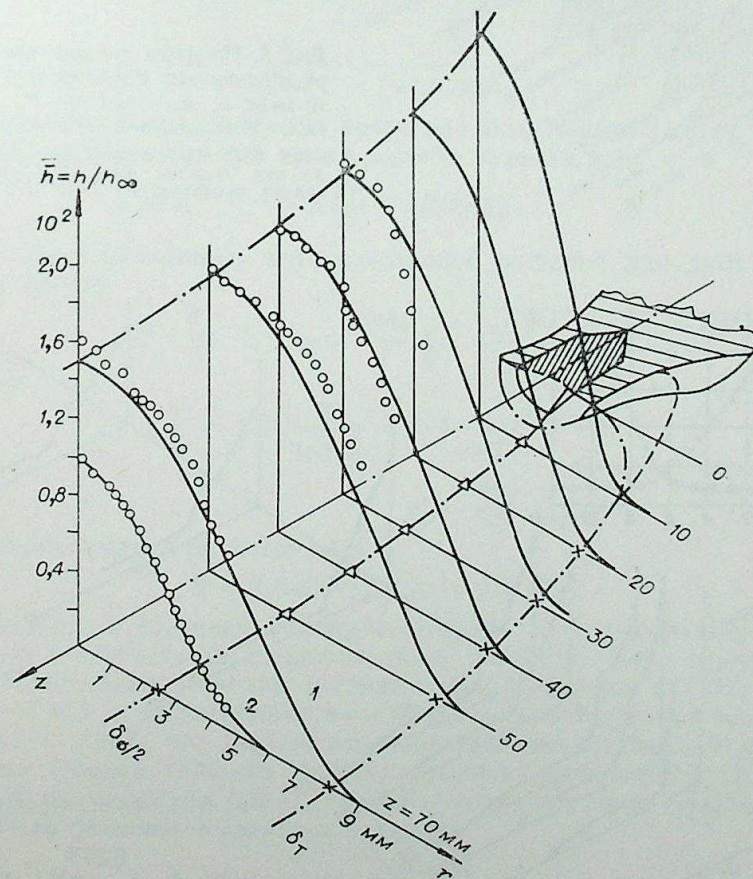


Рис. 3. Профили энтальпии и проводимости.

1 — профиль энтальпии (точки — эксперимент, сплошные — расчет); 2 — профиль проводимости, $I = 100$ А, $u_{\infty} = 37,2$ м/с, $\delta_{\sigma/2}$ — радиус зоны проводимости, δ_T — радиус теплового слоя дуги.



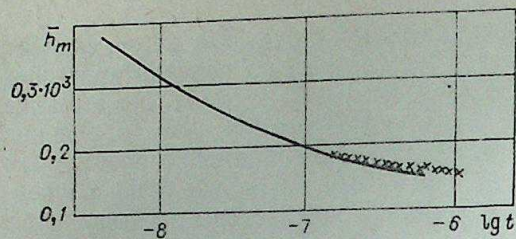


Рис. 4. Зависимость максимальной энthalпии от параметра t .

$$\bar{h}_m = h_{\max}/h_0$$

$$t = \frac{4\pi^2 \sigma_0 \lambda_0^2 h_0 z}{I^2 \cdot c_{p0} \rho_0 u_\infty}$$

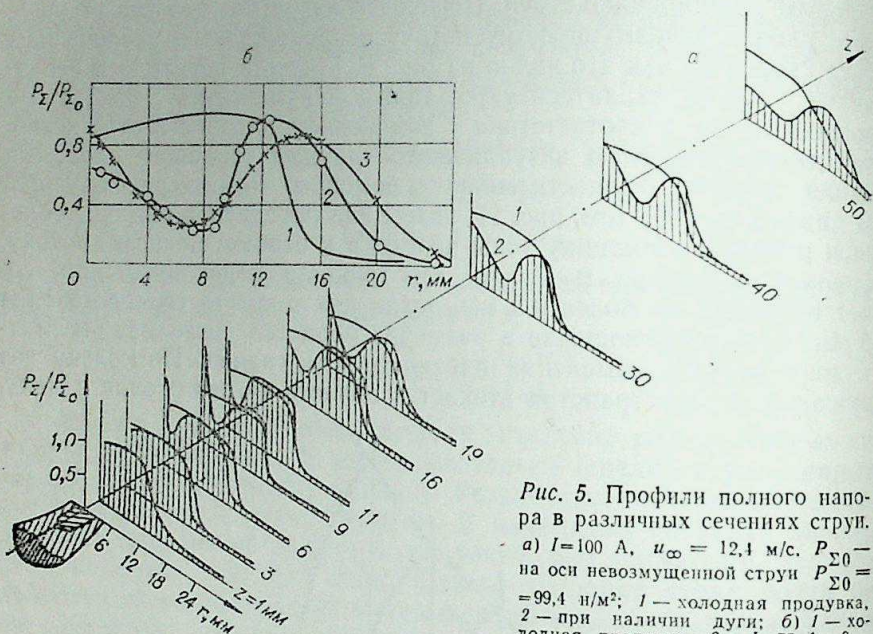


Рис. 5. Профили полного напора в различных сечениях струи.

а) $I=100$ А, $u_\infty = 12,4$ м/с. P_{z0} — на оси невозмущенной струи $P_{z0} = 99,4$ н/м²; 1 — холодная продувка, 2 — при наличии дуги; б) 1 — холодная продувка, 2 — $I=75$ А, 3 — $I=160$ А.

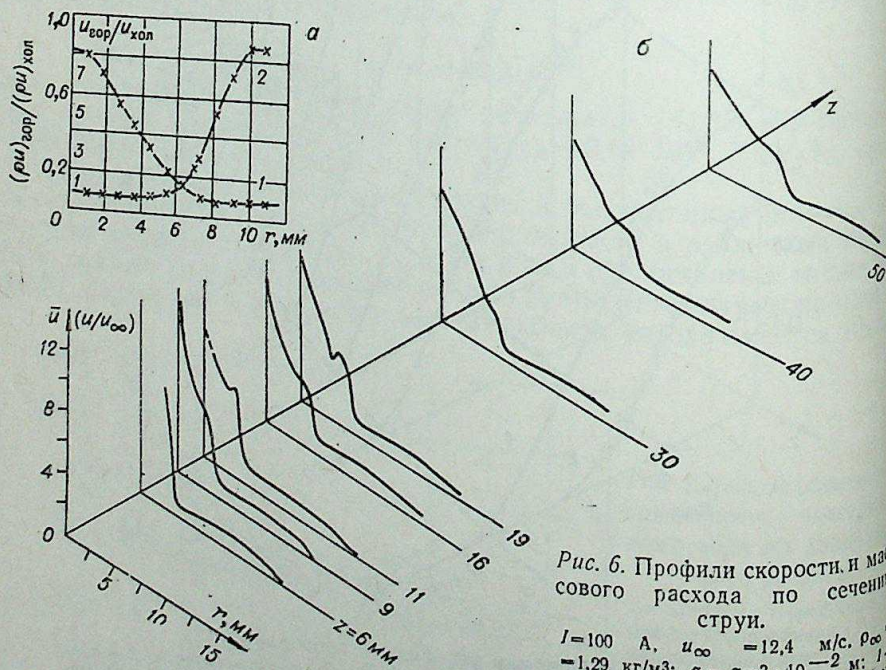


Рис. 6. Профили скорости и массового расхода по сечению струи.

$I=100$ А, $u_\infty = 12,4$ м/с, $\rho_\infty = 1,29$ кг/м³; а — $z=3 \cdot 10^{-2}$ м: 1 — профиль скорости, 2 — массовый расход; б — $z=6+50 \cdot 10^{-2}$ м.

шей плотностью, то этот скачок оказывается скачком расширения. В адиабатических течениях не существует стационарных скачков расширения, однако при наличии скачка тепловых потоков стационарный скачок расширения может реализоваться [25, 26]. Границу теплового слоя дуги оказалось возможным определить и с помощью датчика полного напора. Как показали измерения, при переходе границы теплового слоя полный напор претерпевает резкое изменение. По измеренному уменьшению полного напора в предположении, что наблюдаемое уменьшение обусловлено изменением плотности, была проведена оценка скачка температуры на границе теплового слоя, которая дала величину 1000 К. Можно провести такую же оценку на основе соотношений на скачке. Условия совместности на разрыве предполагают, что $\delta_T = \frac{d \cdot \delta_T}{z} \ll \ll 1$ имеет вид [26]

$$\rho(u\delta_T' - v) = \rho_\infty u_\infty \delta_T', \quad (7)$$

$$\rho_\infty u_\infty \delta_T'(u - u_\infty) + \mu \frac{\partial u}{\partial r} = 0, \quad (8)$$

$$\rho_\infty u_\infty \delta_T' \left[h - h_\infty - \frac{1}{2}(u - u_\infty)^2 \right] + \lambda \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad (9)$$

где индексом ∞ отмечены условия в невозмущенном потоке (вне дугового слоя), в котором трение и тепловой поток равны нулю. Если положить, как в [26], $u = u_\infty$, то из уравнения (9) находим

$$\frac{h}{h_\infty} = 1 - \frac{\lambda \frac{\partial T}{\partial r}}{h_\infty \rho_\infty u_\infty \delta_T'}. \quad (10)$$

Для оценок положим, что возле границы тепловой поток совпадает с теплом, выделившимся в дуге в данном сечении, т. е.

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = IE/2\pi\delta_T. \quad (11)$$

Тогда, воспользовавшись аппроксимацией решений для дуги в безграничном потоке

$$\Psi = ct^{-n}; \quad \eta_T = \frac{2\pi\delta_T}{I} \sqrt{\frac{\lambda_\infty h_\infty \sigma_0}{c_{p0}}} = c_1 t^{-m}, \quad (12)$$

находим

$$\frac{h}{h_\infty} = 1 + \frac{\Psi}{\eta_T + \eta_T'} = 1 + \frac{c}{mc_1^2} t^{1-2m-n}, \quad (13)$$

где

$$\eta_T' = \frac{d\eta_T}{dt}.$$

Аппроксимация расчетов дает

$$\Psi = 7,6 \cdot t^{-0,37}; \quad \eta_T = 2,82 t^{0,315}. \quad (14)$$

Показатели степеней в аппроксимациях (14) удовлетворяют соотношению $1-2m-n=0$. Следовательно, $h = \text{const}$ (или слабо зависит от z). Подставляя значения числовых коэффициентов в (13), получаем $(h/h_\infty) - 1 \approx 3$, т. е., поскольку $h = c_p T$ и $T_\infty = 300$ К, скачок температуры составит $\sim 900^\circ\text{K}$, что хорошо отвечает экспериментально определенной величине. Оценим толщину скачка, исходя из уравнения (11). Заменим приближенно $\partial T/\partial r$ на $\Delta T/\Delta r$, где ΔT — скачок температуры на границе ($\sim 10^3$ К); Δr — толщина скачка. Тогда

$$\Delta r \approx \frac{\lambda \Delta T 2\pi \delta_T}{EI}.$$

Подставив характерные значения

$$\lambda \approx 2 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/м} \cdot \text{сК}; \quad \delta \approx 10^{-2} \text{ м}; \quad I = 10^2 \text{ А}; \quad E = 10^3 \text{ В/м},$$



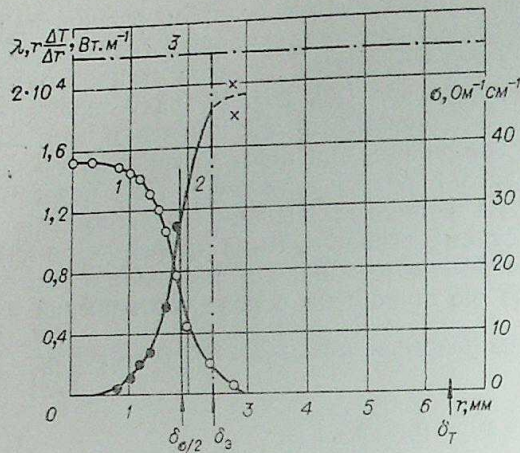


Рис. 7. Распределение проводимости (1), теплового потока по радиусу дуги (2) и значение предельного теплового потока (3), $IE/2\pi$.

вая 2) с величиной предельного теплового потока $IE/2\pi$ (линия 3, представленных на рис. 7. Здесь же представлено распределение проводимости по радиусу дугового канала (кривая 1). Видно, что вне дуги (где $\sigma \approx 0$) тепловой поток близок к предельному значению (роль излучения в тепловом балансе незначительна и по проведенным оценкам составляет $\sim 3\%$). Точка перегиба в распределении теплового потока примерно соответствует некоторому эквивалентному радиусу зоны проводимости, который может быть определен из зависимости, предложенной в работе [27] и связывающей измеряемые величины; σ_r — максимальное значение проводимости на оси; $\tau_{\sigma/2}$ — радиус, на котором $\sigma = \sigma_0/2$; E — напряженность электрического поля в данном сечении; I — ток дуги в виде

$$I = k\pi\tau_{\sigma/2}^2 E \cdot \sigma(0). \quad (15)$$

На основе проведенных измерений при различных расходах газа и на разных расстояниях от катода было получено значение $k=1,66$. Как показало графическое интегрирование проводимости, ток протекает по всему сечению вплоть до границы теплового слоя дуги. В пределах радиуса дуги, соответствующего δ_{σ} , протекает 50—60% полного тока дуги. Таким образом, соотношение (15) может служить лишь для оценки некоторого эквивалентного радиуса дугового столба. Для определения радиуса теплового слоя дуги можно воспользоваться зависимостью, полученной в работе [16], справедливой на достаточном (4—5 диаметров дуги) удалении от катода. Это связано с тем, что в [16] начало теплового слоя дуги предполагалось непосредственно в точке привязки дуги и не учитывалось распространение теплового возмущения навстречу потоку, как это имеет место на самом деле (см. рис. 1).

Таким образом, проведенные исследования дуги в ламинарной зоне свободной струи позволили установить следующее:

1. Экспериментальные значения напряженности электрического поля, распределение энтальпии по сечениям струи и по длине (особенно на оси струи) хорошо соответствуют расчетам, проведенным без учета электромагнитных сил.
2. Наличие катодной струи приводит к существенному изменению динамики течения по сравнению с принятой моделью.

получим $\Delta r \approx 10^{-2}$ мм, что соответствует нескольким десяткам длин свободного пробега молекул. Следовательно, допущение, что граница дугового слоя может рассматриваться как скачок, вполне справедливо.

В приведенных оценках было сделано предположение, что тепловой поток на границе теплового слоя совпадает с теплом, выделяющимся в дуге в данном сечении. Это предположение оказывалось достаточно верным, что видно из сравнения графика распределения теплового потока $\lambda r \frac{dT}{dr}$ (кривая 2) с величиной предельного теплового потока $IE/2\pi$ (линия 3, представленных на рис. 7. Здесь же представлено распределение проводимости по радиусу дугового канала (кривая 1). Видно, что вне дуги (где $\sigma \approx 0$) тепловой поток близок к предельному значению (роль излучения в тепловом балансе незначительна и по проведенным оценкам составляет $\sim 3\%$). Точка перегиба в распределении теплового потока примерно соответствует некоторому эквивалентному радиусу зоны проводимости, который может быть определен из зависимости, предложенной в работе [27] и связывающей измеряемые величины; σ_r — максимальное значение проводимости на оси; $\tau_{\sigma/2}$ — радиус, на котором $\sigma = \sigma_0/2$; E — напряженность электрического поля в данном сечении; I — ток дуги в виде

3. Резкое изменение плотности на границе теплового слоя дуги позволяет рассматривать ее как скачок расширения. Теоретическая оценка скачка температур на границе совпадает с экспериментальной.

Институт теплофизики СО АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
23/III 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. А. Ведерников, Б. А. Урюков. Численный расчет электрической дуги в потоке воздуха.— В кн.: Вопросы физики низкотемпературной плазмы. Минск, «Наука и техника», 1970.
2. М. М. Крутянский. Параметры столба электрической дуги в безграничном потоке газа.— Тр. IV Всес. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Алма-Ата, 1970, с. 318—322.
3. М. Е. Заруди, И. С. Эдельбаум. Характеристики воздушной и водородной дуги в канале при установившемся ламинарном течении газа.— В кн.: Генераторы низкотемпературной плазмы. М., «Энергия», 1969.
4. М. Ф. Жуков, А. С. Коротеев, Б. А. Урюков. Прикладная динамика термической плазмы. Новосибирск, «Наука», 1975. 300 с.
5. Topham. The electric arc in constant pressure axial gas flow.— J. of Physics D., Applied Physics, 1971, 4, N 8.
6. M. D. Cowley. Theory of Electric Arcs in Longitudinal flow. Report ULAP-T6, 1971. The University of Liverpool, p. 1—38, p. 1—42.
7. B. Grycz. High Current Arc in an Efflux Air flow. Report ULAP-T2, 1971. The University of Liverpool, p. 1—18.
8. И. П. Назаренко, И. Г. Паневин. Метод расчета характеристик стабилизированной дуги с учетом отрыва электронной температуры и поглощения излучения.— Тр. IV Всес. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Алма-Ата, 1970.
9. С. В. Дресвин. Неравновесная теория электрической дуги.— Тез. докл. VI Всес. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Фрунзе, «Илим», 1974, с. 36—40.
10. А. С. Корнеев, И. Г. Паневин, И. П. Назаренко. Интегральный метод расчета свободной продольно обдуваемой дуги.— «Тез. докл. VI Всес. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Фрунзе, «Илим», 1974, с. 49—52.
11. В. М. Лелевкин, М. А. Самсонов, В. С. Энгельшт. Расчет открытой сильноточной дуги.— Тез. докл. VI Всес. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Фрунзе, «Илим», 1974, с. 60—63.
12. Р. С. Бобровская, Н. И. Бортничук. Газодинамические характеристики открытой электрической дуги большой силы тока, стабилизированной продольным потоком газа.— Тр. IV Всес. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Алма-Ата, 1970.
13. А. Жайнаков, Ж. Жеенбаев, В. С. Энгельшт. Расчет плазмотрона с учетом магнитного поля электрической дуги.— Тр. IV Всес. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Алма-Ата, 1970, с. 355—357.
14. Р. С. Бобровская, Н. И. Бортничук и др. Исследование характеристик электрической дуги в безграничном потоке газа.— Тр. IV Всес. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Алма-Ата, 1970, с. 332—334.
15. С. В. Алексеев, А. А. Воропаев и др. Исследование скорости и температуры высокоинтенсивной сжатой дуги в потоке азота и аргона.— Тр. IV Всес. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Алма-Ата, 1970, с. 145—148.
16. В. М. Дубровин, А. Д. Лебедев, Б. А. Урюков, А. Э. Фридрихберг. Электрическая дуга в затопленной струе.— ПМТФ, 1971, № 5, 17—23.
17. Методы исследования плазмы. Под ред. Лохте-Хольтгрена. М., «Мир», 1971. 552 с.
18. R. W. Laenz. Z. fur Physics, 1951, 129, 327, 343.
19. K. Vockast. Transformation of Observed Radiances in Radial Distribution of Emission of a Plasma. J. Opt. Soc. Am., 1961, 51, 943.
20. Физика и техника низкотемпературной плазмы. Под ред. С. В. Дресвина. М., Атомиздат, 1972, с. 352.
21. Шоуолтер, Блейкер. О характеристиках напорных трубок при малых числах Рейнольдса. Прикладная механика (русский перевод), 1961, т. 83, сер. Е, № 1.
22. В. А. Васильев. Теневые методы. М., «Наука», 1968. 400 с.
23. И. Ю. Браилловская, Л. А. Чудов. Решение уравнений пограничного слоя разностным методом.— В кн.: Вычислительные методы и программирование. Изд. МГУ, 1962, с. 167—177.
24. А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. Уравнения математической физики. М., Физматгиз, 1966. 724 с.
25. Л. И. Седов. Механика сплошной среды, т. 1. М., «Наука», 1970.
26. Г. Г. Черный. Ламинарные движения газа и жидкости в пограничном слое с поверхностью разрыва.— Изв. АН СССР, ОТН, 1954, № 12, 12—30.
27. В. П. Грановский. Электрический ток в газе (установившийся ток). Под ред. Л. А. Сена и В. Е. Голанта. М., «Наука», 1971. 543 с.



А. В. БОЛОТОВ, Д. О. ТОБАЯКОВ

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ
ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛАЗМОТРОНА,
ГЕНЕРИРУЮЩЕГО ЛАМИНАРНУЮ СТРУЮ

В последнее время значительно возрос интерес к плазмотронам генерирующим ламинарную струю [1—4], в связи с их применением в промышленности, медицине и лабораторных исследованиях. Существующие конструкции ламинарных плазмотронов основаны на использовании дуги, обжатой стенкой. Это так называемая меккеровская модель плазмотрона с ограниченным подлине анодом (или катодом) и формирующим соплом на выходе. Такая модель позволяет получить ламинарную струю, однако ценой больших тепловых потерь.

В связи с этим представляет интерес поиск новых конструктивных решений плазмотронов, способных генерировать ламинарную струю плазмы и обеспечивающих более высокий тепловой КПД.

Разработанная конструкция плазмотрона, схематически представленная на рис. 1, состоит из катодного узла 1, обжимающей диафрагмы 2, конического анода 3 и кольца закрутки 4, одновременно служащего изолятором. Анод — солло и диафрагма также электрически изолированы друг от друга. Катод может быть выполнен в двух вариантах: торцевым (циркониевая вставка, вольфрамовый стержень) или в виде конического сопла. В последнем случае конструкция аналогична плазмотронам с двухсторонним истечением. Первый вариант более удобен в эксплуатации, к тому же и КПД его несколько выше. Однако во втором варианте генерируемая струя свободна от примесей материи катода.

Обжимающая диафрагма создает участок столба дуги с высокой напряженностью электрического поля и высокой плотностью тока. Внезапное расширение канала за диафрагмой приводит к возникновению в углах замкнутых течений [6] и замыканию дуги на коническую поверхность анода. Ядро струи, ламинарное по своей природе, истекает через отверстие в анодном пятне на внутреннюю поверхность не происходит пульсации параметров дуги, обусловленных процессом шунтирования анодного участка и являющихся источником турбулизации струи. Оптимальные значения диаметра диафрагмы (d_0) и ее длины (l) для исследованных режимов плазмотрона составили соответственно $7 \div 9$ и $18 \div 22$ мм. Расход воздуха изменялся от 0,2 до 0,5 г/с. Диаметр выходного отверстия конического сопла во все

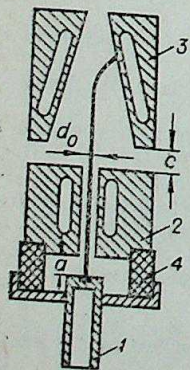


Рис. 1. Принципиальная схема плазмотрона для генерирования плазменной струи.

опытах был равен 10 мм, угол конусности — $10 \div 15^\circ$, ток дуги изменялся от 100 до 160 А.

Электропитание плазмотрона осуществлялось от источника со следующими параметрами: $I_{\max} = 200$ А, $U_{xx} = 500$ В. При поджиге дуги диафрагма служила пусковым электродом. После замыкания дуги на анод диафрагма отключалась и становилась электрически нейтральной.

На описанной конструкции плазмотрона изучены вольт-амперные характеристики дуги, определены поля температур, скоростного и теплового потоков в названном выше диапазоне изменения токов и расхода газа.

Температуру в центральной части струи измеряли по относительной интенсивности медных линий (510, 55 и 512, 82 нм). Съемку спектра производили спектрографом ИСП-28 на пластинки «Изоорто» чувствительностью 250 ед. ГОСТа. Перед измерениями проверяли использованные линии на самопоглощение. При обработке спектров использовали метод гетерохромной фотометрии. Полученные распределения приводили к радиальному распределению методом обращения Абеля. Температуру в периферийных зонах (до 2000 К) измеряли платино-платинородиевой термопарой. Переменения термопары отсчитывали с точностью $\pm 0,1$ мм. Сигнал с термопары записывали на потенциометре КСП-4. Промежуточный диапазон между спектральными и термопарными измерениями получали экстраполяцией.

Динамический напор измеряли с помощью водоохлаждаемой трубки Пито с наружным диаметром 3 мм. Отсчет положения трубки проводили с точностью — 0,2 мм.

Тепловые потоки измеряли цилиндрическим зондом. Для перехода к радиальному распределению использовали метод пересчета, предложенный Жермоном [7].

Исследования предложенной конструкции показали, что при расходе газа $0,2 \div 0,5$ г/с и токе дуги $100 \div 160$ А можно получить мощности от 10 до 19,6 кВт. Вольт-амперные характеристики дуги (рис. 2) — слабо падающие и лишь при расходе 0,5 г/с и диаметре 7 мм имеется участок возрастающей характеристики (кривая 1). Увеличение расхода газа, как и в случае обычных плазмотронов, приводит к увеличению напряжения горения дуги, однако при этом снижается протяженность высокотемпературного ядра генерируемой струи.

Полученные профили температуры, скоростного напора и теплового потока для различных сечений струи (рис. 3) позволили судить о ее структуре и изменениях параметров потока при изменении режимов горения дуги в плазмотроне. Из представленных распределений $T(y)$ и $\rho u^2/2(y)$ видно, что существует хорошо выраженное ядро струи с малым градиентом температуры и скоростного напора в приосевой зоне. Так, для температурного распределения 150 К/мм, а на радиусе, который соответствует примерно радиусу выходного отверстия анода, происходит резкое снижение температуры ($\Delta T/\Delta y \sim 2000$ К/мм) и скоростного напора. Радиус, на котором имеется максимальный градиент температуры и скоростного напора, был принят за границу ядра струи. Однако в данном случае нельзя говорить о классическом потенциальном ядре струи, для которого характерно постоянство максимальной температуры и

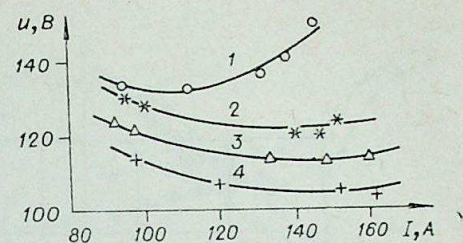
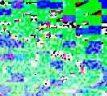


Рис. 2. Зависимость напряжения дуги от тока.

1, 2 — $G = 0,5$ г/с, $d_0 = 7,9$ мм; 3, 4 — $G = 0,2$ г/с, $d_0 = 7,9$ мм.



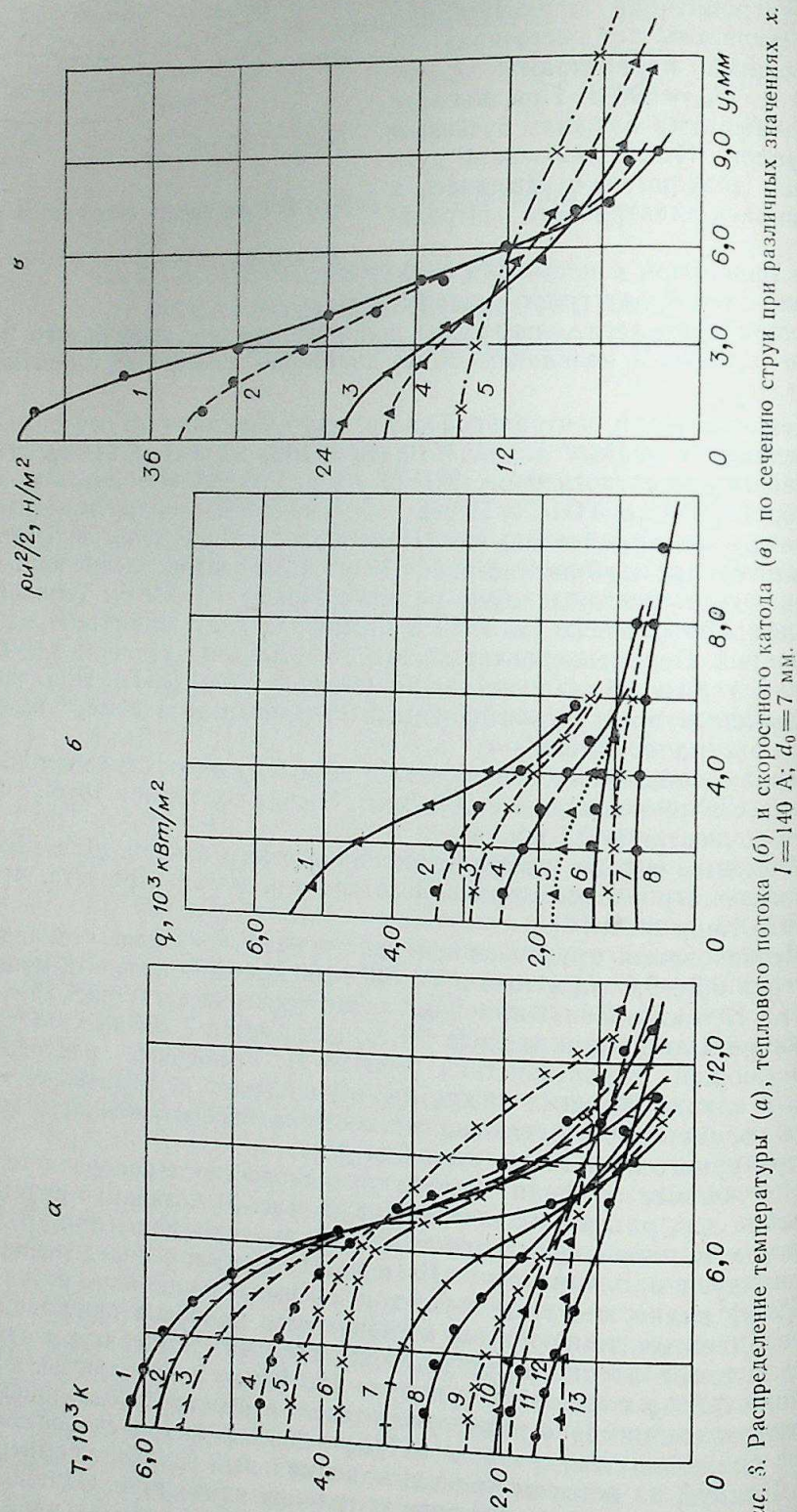


Рис. 3. Распределение температуры (а), теплового потока (б) и скоростного катода (в) по сечению струи при различных значениях x . $I = 140$ А; $d_0 = 7$ мм.

скоростного напора, поскольку на срезе мы уже имеем некоторое распределение температуры и соответственно скоростного напора.

По длине струи происходит монотонное падение максимальной температуры и скоростного напора, характерное для основного участка неизотермической струи, что можно проследить по зависимости относительной максимальной температуры T_{\max}/T_0 и u_{\max}/u_0 от длины (рис. 4). Полуширина струи ($y_{u_{\max}/2}, y_{T_{\max}/2}$) изменяется при этом незначительно вплоть до значений $x/d \sim 18$. При $x/d > 18$ происходит внезапное расширение струи, обусловленное переходом к турбулентному смешению с окружающим пространством. На этом же графике приведены результаты расчетов изменения относительной максимальной скорости (u_{\max}/u_0) по оси струи (сплошная кривая), проведенных по методике, описанной в работе [8]. В принципе представленный график ничем не отличается от графиков изменения относительной максимальной скорости для осесимметричной неизотермической турбулентной струи, истекающей в спутный поток.

Результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными [9].

Увеличение расхода газа снижает протяженность ядра струи до 2 калибров, а возрастание тока увеличивает длину струи. Обработка профилей скоростного напора в координатах $\rho u^2 / \rho u_{\max}^2 = f(y/y_{0,5})$ показала (рис. 5), что при $x/d > 4$ наблюдается автомодальность профилей скоростного напора, что, вообще говоря, не предполагает автомодальности профилей скорости и температуры, характерной для затопленных струй.

Рассмотренные закономерности изменения параметров струи по радиусу и длине позволяют предположить следующую картину формирования генерируемой струи. При наличии пережатия на участке горения дуги (обжимающая диафрагма) и последующего внезапного расширения (анодный участок) создаются участки с различной плотностью тока. Это приводит к возникновению значительного градиента магнитного давления по оси струи [5], обуславливающего возникновение течения в направлении оси потока. Интенсивность течения определяется отношением сечений в сужающей диафрагме S_0 и в зоне расширения S_A . Увеличение расхода газа вызывает большую стабилизацию дуги в анод-

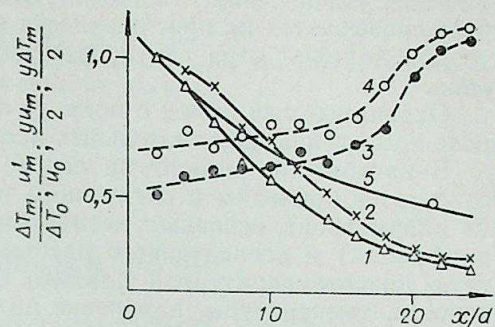


Рис. 4. Изменение безразмерной максимальной скорости (1), избыточной температуры (2), динамической (3) и тепловой (4) полуширины струи по длине.

1—4 — эксперимент, 5 — расчет.

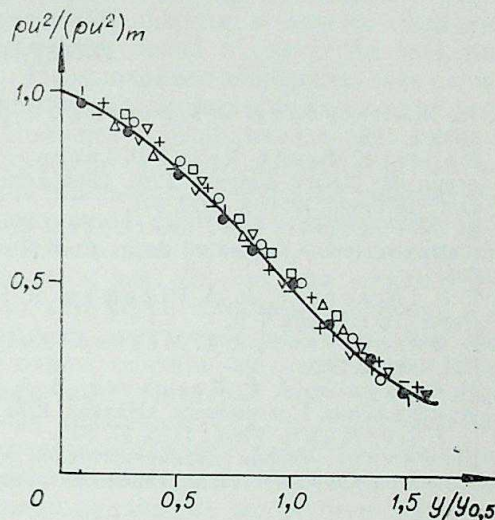
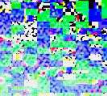


Рис. 5. Безразмерные профили динамического напора.



ной зоне, уменьшение отношения (S_A/S_0) и интенсивности струи, что сразу сказывается на протяженности ядра струи. Можно предположить, что при наличии ядра струи происходит вынос дуги за срез анодного сопла.

Окончательный вывод о природе генерируемой струи можно сделать после проведения дополнительных исследований.

В настоящий момент на основе полученных экспериментальных результатов приходим к следующим выводам. Предложенная конструкция плазматрона, основным элементом которого служит участок сжатия (диафрагма) и последующего расширения канала, позволяет получать струю низкотемпературной плазмы, свойства которой — распределение скорости, температуры, изменение полуширины струи по длине — хорошо совпадают с аналогичными зависимостями, полученными для основного участка неизотермической осесимметричной затопленной струи. Протяженность ядра струи сильно зависит от расхода газа и тока дуги.

Алма-Атинский энергетический институт

Поступила в редакцию
10/VII 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Ж. Ж. Жеенбаев, В. Г. Энгельшт. Ламинарный плазматрон. Фрунзе, «Илим», 1975, с. 125.
2. Robert K. Scott, Frank P. Incropera. Calculation of flow conditions for the argon arc plasma scalpel.— Proc. 23rd Annu. Conf. Eng. Med. and Biol. Washington D. C. 1970, vol. 12; N-x, 1970, 341.
3. M. A. Freeman, F. P. Incropera. Operational characteristics of a prototype arc plasma scalpel.— Proc. 23rd Annu. Conf. Eng. Med. and Biol. Washington. N-x, 1970, 336.
4. F. P. Incropera, M. A. Freeman, R. K. Scott. The arc plasma scalpel.— AIAA Paper, 1971, N 609. 7 p.
5. В. Финнелбург, Г. Меккер. Электрическая дуга и термическая плазма. М. ИЛ, 1961, с. 369.
6. М. Ф. Жуков, А. С. Коротеев, Б. А. Урюков. Прикладная динамика термической плазмы. Новосибирск, «Наука», 1975. 300 с.
7. Н. Z. Нёгманн. Phys., 1935, 97, 935.
8. Шлихтинг. Теория пограничного слоя. М., «Наука», 1969.
9. Г. Н. Абрамович. Прикладная газовая динамика. М., 1969. 348 с.

УДК 537.212

И. Г. ПАНЕВИН, В. Н. ХАЗОВ

СТРУКТУРА ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ПРИТОРЦЕВОМ ПРОСТРАНСТВЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ЭЛЕКТРОДА

Для понимания особенностей протекания тока в приэлектродных областях МГД-генераторов электрической энергии и других плазменных устройств необходимо иметь представление о структуре электрического поля вблизи электродов. Неоднократно подчеркивалась сложность картины поля межэлектродном пространстве и его сильная неоднородность (см., например, [1]). Положение осложняется тем, что модельные исследования плазмы проводятся, как правило, на малых электродах, где можно ожидать значительного влияния на результаты измерений конечных размеров электродной системы в поперечном направлении. При этом в подавляющем большинстве случаев электроды имеют форму цилиндров или близкую к ней. До сих пор, однако, нет точных аналитических решений по структуре электростатических полей в трехмерном пространстве вблизи электродов такой формы. Известные методы решения полевых задач, основанные на решении дифференциальных уравнений Лапласа или Пуассона при конкретных граничных условиях, определяемых особенностями рассматриваемой задачи [2, 3], либо не позволяют учесть объемный характер геометрии электродной системы (например, метод конформных преобразований), либо, в случае трехмерной постановки задачи, не могут быть применены к цилиндрам конечного радиуса (из-за невозможности корректно поставить условия на поверхности, что связано с так называемым «краевым эффектом», выражающимся в резком возрастании напряженности поля в околопериферийной зоне электрода). Такие методы позволяют рассчитывать лишь скалярное поле потенциалов, переход от которого к физически более важному полю напряженностей в неоднородных полях сложен вследствие векторного характера напряженности (иногда это невозможно в принципе).

Невозможно и экспериментальное построение картины соответствующих полей: моделирование на бумаге и сетках сопротивлений не позволяет учесть объемный характер задачи, моделирование в электролитической ванне осложнено поляризационными эффектами в электролите (особенно сильно проявляющимися в приэлектродных зонах) и имеет недостаточное пространственное разрешение (считается, что протяженность приэлектродных зон резкого изменения потенциала составляет миллиметры или менее того, а размеры применяемых зондов редко бывают существенно меньше). Кроме того, в этих случаях трудно избавиться (или хотя бы как-то учесть) собственное влияние зонда на исследуемое поле. Как и в случае аналитических решений, не ясен вопрос о возможности перестроения получаемого в экспериментах поля потенциалов в поле напряженностей. Неудовлетворительность этих методов особенно проявляется при исследовании при-



электродных зон, где поле имеет наиболее сложную структуру, причем не только в осевом (нормальном к поверхности электрода,) но и в поперечном (т. е. вдоль поверхности) направлении. Таким образом по-прежнему весьма остро стоит вопрос о поиске метода теоретического построения картины полей, особенно для приэлектродных зон реальных трехмерных электродов конечных размеров.

Из числа известных решений полевых задач, используемых при анализе явлений в межэлектродном пространстве и доведенных до расчета напряженностей (но лишь на оси), можно указать следующие: острие в виде гиперboloида вращения бесконечной протяженности против софокусного ему гиперboloида, вырожденного в бесконечную плоскость [4]; осесимметричный конус со сферическим скруглением против бесконечной плоскости [5]; острие в виде гиперboloида вращения против бесконечной плоскости [6]; несколько особняком от них стоит задача о плохой системе из двух электродов конечных размеров [7]. Как видим, все эти ситуации весьма далеки от реальных систем. Некоторые соображения о структуре поля потенциалов в приосевых зонах межэлектродного пространства двух соосно расположенных цилиндров конечного радиуса приведены в [8, с. 43], там же рекомендованы приближенные формулы для расчета изменения потенциала на оси такой системы при относительно небольших расстояниях между электродами.

В последнее время при расчетах электростатических полей получил развитие так называемый интегральный метод [9—12], в основе которого лежит использование связи между структурой поля в пространстве и характером расположения зарядов на ограничивающих его телах. В работе [8, с. 80] в общем виде показано, что решения для потенциала, получаемые интегральным методом, удовлетворяют уравнению Лапласа (Пуассона) при конкретных граничных условиях. Основное достоинство интегрального метода состоит в том, что он позволяет рассчитывать непосредственно поле напряженностей в трехмерном пространстве, минуя стадию расчета распределения потенциала в нем, что существенно упрощает сам расчет, снижает его трудоемкость, повышает точность, а в ряде случаев дает возможность расчета картины напряженности в полях, для которых не удается выразить потенциальную функцию в элементарном виде. Ниже этот метод используется для расчета поля напряженностей в произвольной точке трехмерного пространственного пространства цилиндрического электрода конечного радиуса и толщины. Для этого, следуя [13, с. 78], запишем для поля, образованного системой зарядов, расположенных в объеме V ,

$$\vec{E} = C \int_V q \frac{1}{\epsilon} \frac{\vec{P}}{P^3} dV, \quad (1)$$

где \vec{E} — вектор напряженности электрического поля в рассматриваемом пространстве; q — плотность индуцирующих поле электрических зарядов (считая их распределенными непрерывно); ϵ — диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей пространство поля; \vec{P} — радиус-вектор, соединяющий рассматриваемую точку поля с точками зарядов; $P = |\vec{P}|$ — модуль \vec{P} ; C — константа, зависящая от выбора единиц измерения входящих в (1) величин и геометрических характеристик электрода.

В работе [14, с. 217] показано, что в электронной среде, на которую наложено электрическое напряжение, плотность свободных электронов n распределяется по экспоненциальному закону:

$$n = n_0 \exp\left(\frac{e \cdot \Delta\phi}{kT}\right) = n_0 [1 + (1/kT)(e \cdot \Delta\phi) + 1/2(1/kT)^2 (e \cdot \Delta\phi)^2 + \dots], \quad (2)$$

где n_0 — плотность электронов в произвольной точке отсчета; $\Delta\phi$ — разность потенциалов между рассматриваемыми точками среды; e — заряд электрона; k — постоянная Больцмана; T — абсолютная температура среды. Тот же результат дает использование известного подобия [15, с. 173] между стационарным движением жидкости в проницаемой среде под действием перепада давления Δp и стационарным электрическим током в проводящей среде. Так, если коэффициент сжимаемости текучей среды β положить постоянным (о сжимаемости электронного газа в металлах см. [16, с. 336; 17, с. 19]), то изменение ее плотности ρ по толщине будет определяться изменением перепада давления по закону [18, с. 99]:

$$\rho = \rho_0 \exp(\beta \Delta p) = \rho [1 + \beta(\Delta p) + 1/2\beta^2(\Delta p)^2 + \dots]. \quad (3)$$

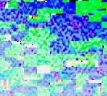
Таким образом, можно считать, что при воздействии на электрод внешнего источника напряжения (как это имеет место в рабочих условиях) по толщине электрода заряды распределяются от некоторого начального значения на поверхности по слабому экспоненциальному закону (это резко отличается от картины распределения электронов в уединенных заряженных телах, где они в основном сосредоточиваются в наиболее взаимно удаленных частях тела). Так как в данном случае преимущественный интерес представляет структура поля в непосредственной близости к поверхности электрода, то пренебрежение толщиной электрода и объемным характером распределения электронов в нем может привести к значительной погрешности [15, с. 343].

Считая заряды сосредоточенными только в электроде (т. е. рассматривая поле, описываемое уравнением Лапласа) и распределенными по его объему равномерно, для осевой компоненты вектора напряженности поля E_x (нормальной к поверхности электрода), оказывающей определяющее влияние на механизм электропереноса, для вакуума ($\epsilon = 1$) уравнение (1) можно переписать в виде

$$E_x = C \int_V \frac{P_x}{P^3} dV = C \int_V \frac{\cos \mu}{P^2} dV, \quad (4)$$

где μ — угол между направлением вектора \vec{P} и осью электрода.

Точное выполнение интегрирования в (4) — весьма сложная задача (численные методы здесь не рассматриваются). Однако анализ характера изменения подинтегральной функции ($\cos \mu/P^2$) в зависимости от толщины электрода L показывает, что в случае электрода нулевой толщины (или точнее толщины монослоя зарядов) она обращается в функцию $1/P_s^3$, где P_s — модуль радиуса-вектора точки наблюдения \vec{P}_s , отсчитываемый от торцевой поверхности электрода; в случае же электрода бесконечной толщины она переходит в функцию $1/P_s$. При этом и первый и второй случаи далеки от реальности — толщина электродов всегда имеет промежуточное значение $0 < L < \infty$. В данных условиях указанные выше точные степенные представления подинтегральной функции невозможны, однако приемлема ее аппроксимация степенной функцией с некоторым промежуточным показателем при P_s , например, для простоты, равным 2. Физический смысл такого приближения очевиден: учет вклада в напряженность глубинных зарядов приводит к сглаживанию основной функции пространственной зависимости, отсчитываемой от торцевой поверхности электрода. Более детальный анализ показывает, что для обычно применяемых электродных систем (толщина электродов L равна нескольким диаметрам, а межэлектродные расстояния d колеблются от близких к нулю до равных одному — двум диаметрам электродов) принятое приближение выполняется с хорошей точностью. (Ниже на примерах решения задач о распределении потен-



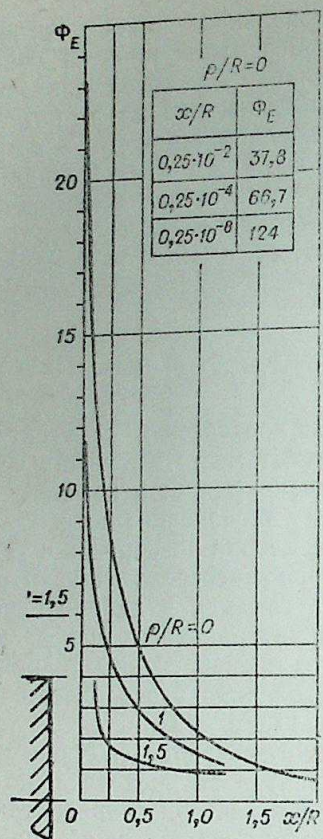


Рис. 1.

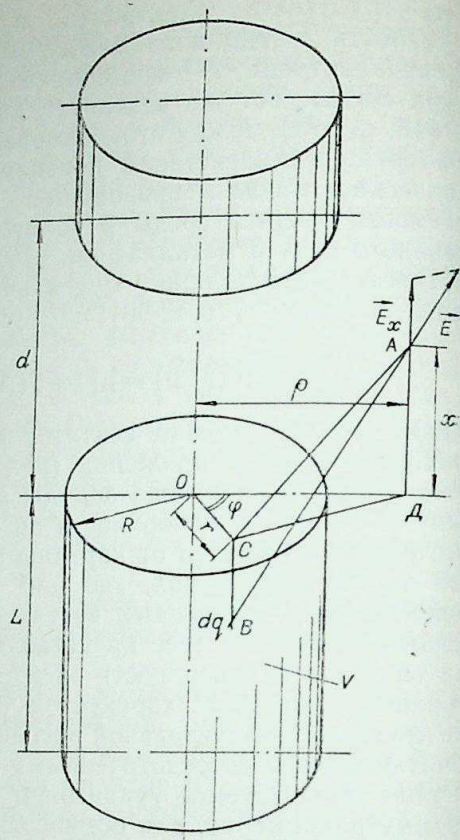


Рис. 2.

циала в межэлектродном пространстве и об усилении поля на микровыступе электродной поверхности показана удовлетворительность такой степенной аппроксимации.)

Указанная особенность подынтегральной функции в (4) позволяет интеграл по объему электрода V приближенно свести к интегралу по его торцевой поверхности s , т. е. представить E_x в виде

$$E_x \cong C \int_s \frac{1}{P_s^2} ds = C \cdot \Phi_E. \quad (5)$$

Таким образом, пространственная структура поля значений осевых компоненты вектора напряженности будет определяться только видом интеграла, который поэтому можно назвать формфактором поля на напряженностей Φ_E . Далее перейдем к полярной системе координат полюсов в центре торцевой поверхности электрода (см. рис. 1) и координатами на плоскости r (радиус) и φ (азимутальный угол). При этом координаты точек пространства поля ρ (по поверхности электрода) и x (нормально поверхности). Пользуясь геометрическими соображениями и производя интегрирование, получаем

$$\Phi_E = \int_s \frac{1}{P_s^2} ds = 2 \int_{r=0}^R r dr \int_{\varphi=0}^{\pi} \frac{d\varphi}{x^2 + r^2 + \rho^2 - 2r\rho \cos \varphi} = \pi \ln \frac{1 + \left(\frac{x}{R}\right)^2 - \left(\frac{\rho}{R}\right)^2 + \sqrt{1 + 2 \left[\left(\frac{x}{R}\right)^2 - \left(\frac{\rho}{R}\right)^2\right] + \left[\left(\frac{x}{R}\right)^2 + \left(\frac{\rho}{R}\right)^2\right]^2}}{2 \left(\frac{x}{R}\right)^2} \quad (6)$$

с областью существования значений при $x > 0$ и $0 \leq \rho < \infty$. При этом сама поверхность электрода в математическом отношении является особой, что вытекает из ее физической характеристики — на заряженных поверхностях кулоновский потенциал и напряженность поля не определены (формально обращаются в бесконечность).

На рис. 2 и 3 показаны рассчитанные по формуле (6) графики изменения формфактора Φ_E по нормали к поверхности электрода (в плоскостях сечения, параллельных меридиональной, но имеющих разное удаление ρ/R от нее) и вдоль его поверхности (на различных удалениях x/R). При этом ярко выражена неоднородность поля, причем не только продольная (вдоль оси электрода), с резким и значительным по величине (в десятки раз и более) усилением поля по мере приближения к поверхности электрода, но и поперечная (параллельно поверхности электрода), со спаданием поля по мере удаления от оси, более резко проявляющимся на малых расстояниях от поверхности.

Как и должно быть для лапласова поля, решение (6) на бесконечности обращается в нуль. Вместе с тем при $x \rightarrow 0$ его применимость ограничена проявлениями дискретности фактических зарядов, что в данной задаче не учитывалось. Если же воспользоваться вариантом формулы (6) для оси

$$\Phi_{E_{\rho=0}} = 2\pi \ln \left[1 + \left(\frac{R}{x}\right)^2 \right], \quad (7)$$

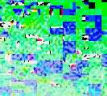
то можно видеть, что для очень больших электродов (в пределе бесконечно большого), когда $R \gg x$, формфактор стремится к некоторому предельному значению (константе), а в случае очень малых электродов (в пределе точечного) он изменяется в пространстве по закону $(1/x^2)$. Это совпадает с хорошо известными решениями, полученными другими методами.

Суммируя значения формфакторов противоположно заряженных электродов (катода и анода), можно построить картину поля в межэлектродном пространстве (для вакуума) системы из двух одинаковых электродов. Для примера на рис. 4 проведено такое построение для меридионального сечения системы с относительным межэлектродным расстоянием d/R , равным 2. Получаемые таким методом картины позволяют наглядно видеть, как по мере сближения электродов неоднородность поля снижается.

Используя известную связь между напряженностью поля и потенциалом

$$E = -\text{grad } \varphi, \quad (8)$$

можно производя графическое интегрирование (аналитическому интегрированию выражение (6) не поддается) кривой распределения Φ_E вдоль оси межэлектродного пространства, построить кривую изменения формфактора поля потенциалов Φ_φ , характеризующего его геометрическую структуру. Для системы с $d/R = 2$ соответствующая кривая приведена в верхней части рис. 4, а на рис. 5 показаны кривые изменения Φ_φ в системах с различными межэлектродными расстояниями d/R (от 4 до 0,5). Здесь же штрих-пунктиром показаны значения потенциала, рассчитанные по приближенной формуле [8, с. 44], полученной прямым решением уравнений Лапласа для системы из двух одинаковых электродов при малых межэлектродных расстояниях. Как видим, в диапазоне $d/R < 2$ совпадение кривых очень хорошее. Характерно, что на значительной длине межэлектродного промежутка потенциальная функция близка к линейной, тогда как в приэлектродных зонах ее характер резко изменяется, так что в целом кривая имеет центральную симметрию отно-



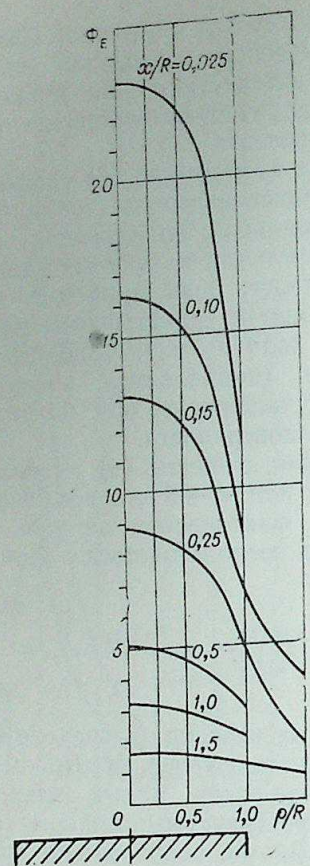


Рис. 3.

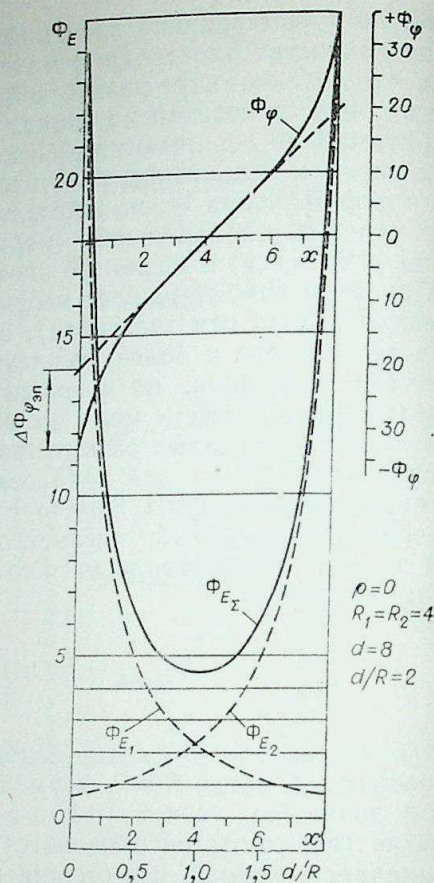


Рис. 4.

сительно центра промежутка. При этом протяженность зон резкого изменения потенциала и сама его степень тем больше, чем больше межэлектродный зазор.

Особый вопрос представляет сходимость потенциальной функции в поверхности электрода (при $x \rightarrow 0$), так как при этом формулы (6) (7) обращаются в бесконечность. Однако легко показать, что соответствующий предел имеет конечное значение и, следовательно, интеграл существует. Детальный математический анализ особенностей поведения

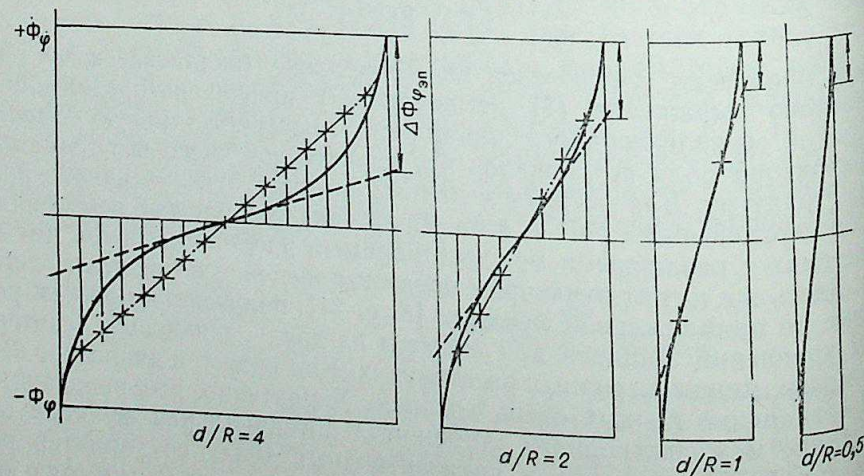


Рис. 5.

силовых и потенциальных функций в ньютоновских полях (частным случаем которых является лапласово) дан в [15, с. 329]. При этом в непосредственной близости к поверхности электрода изменение потенциала на длине δ описывается формулой

$$\Delta\varphi = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\varphi_0}{d}\right) \delta \left(1 + \ln \frac{R}{\delta}\right), \quad (9)$$

где φ_0 — напряжение на электродах; d — расстояние между ними.

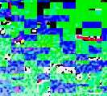
Очевидно, что межэлектродная разность потенциалов, полученная указанным выше путем, должна совпадать с фактическим напряжением на электродах. Из их сравнения можно определить постоянный множитель уравнения (5), характеризующий отличие действительного поля напряженностей от пространственной картины изменения формфактора Φ_E (правда, при больших относительных значениях межэлектродного расстояния появляется погрешность, связанная с усилением поперечной неоднородности поля).

Московский ордена Ленина авиационный институт
имени Серго Орджоникидзе

Поступила в редакцию
10/III 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Ю. Баранов, Д. Д. Малюта, Ф. Р. Улинич. Протекание тока через пограничные слои. — Теплофизика высоких температур, 1973, 11, 3, 457.
2. В. Смайт. Электростатика и электродинамика. ИЛ, 1954.
3. Г. А. Гринберг. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. Изд-во АН СССР, 1948.
4. C. F. Eyring, S. S. Mackeown, R. A. Millikan. Fields currents from points. — Phys. Rev., 1928, 31, 900.
5. W. P. Dyke, J. K. Trolan, W. W. Dolan, G. Barnes. The field emitter: fabrication, electron microscopy, and electric field calculation. — J. Appl. Phys., 1953, 24, 570.
6. L. B. Loeb, A. F. Kip, G. G. Hudson, W. H. Bennett. Pulsis in negative point-to-plane corona. — Phys. Rev., 1941, 60, 714.
7. W. Rogowski. Die elektrische festigkeit am rande des plattenkondensators. Ein beitrag zur theorie der funkenstrecken und durchführungen. — Archiv für Elektrotechnik, 1923, 12, 1.
8. В. И. Гапонов. Электроника. Ч. 1. Физические основы. Физматгиз, 1960.
9. Л. А. Дружкин. Интегральные уравнения электростатики и краевые задачи. «Советское радио», 1967.
10. A. T. Adams. Electromagnetics for engineers. N. Y., Ronald, 1971.
11. Новые вопросы электродинамики. Сборник статей. Изд-во МГУ, 1973.
12. О. В. Гозони, И. Д. Маергойз. Расчет трехмерных электромагнитных полей. «Техника», 1974.
13. Я. И. Френкель. Электродинамика. Т. 1. Общая теория электричества. ОНТИ, Гостехтеориздат, 1934.
14. Р. Беккер. Электронная теория. ОНТИ, 1936.
15. А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. Уравнения математической физики. «Наука», 1966.
16. А. Г. Самойлович. Термодинамика и статистическая физика. Гостехтеориздат, 1955.
17. Г. Бетте, А. Зоммерфельд. Электронная теория металлов. ОНТИ, 1938.
18. Р. Коллинз. Течение жидкостей через пористые материалы. «Мир», 1964.



И. Г. ПАНЕВИН, В. Н. ХАЗОВ

СТРУКТУРА ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРОДНЫХ СИСТЕМ

Полученная в работе [1] формула (6) для расчета структуры поля напряженностей в приторцевом пространстве цилиндрического электрода конечного размера позволяет, опираясь на принцип суперпозиции электростатических полей [2], строить поля любых, сколь угодно сложных электродных систем, представляя их в виде комбинаций цилиндрических электродов, рассматриваемых как элементарные. Из формулы (6) вытекает формула, описывающая изменение формфактора Φ_E (и, соответственно, аксиальной компоненты вектора напряженности электрического поля $E_x = C \cdot \Phi_E$) в приторцевом пространстве соосного кольцевого цилиндрического электрода, имеющего радиальные размеры R и r ($R > r$).

$$\Phi_E =$$

$$= \pi \ln \left\{ \frac{1 + \left(\frac{x}{R}\right)^2 - \left(\frac{\rho}{R}\right)^2 + \sqrt{1 + 2 \left[\left(\frac{x}{R}\right)^2 - \left(\frac{\rho}{R}\right)^2 \right] + \left[\left(\frac{x}{R}\right)^2 + \left(\frac{\rho}{R}\right)^2 \right]^2}}{\left(\frac{r}{R}\right)^2 + \left(\frac{x}{R}\right)^2 - \left(\frac{\rho}{R}\right)^2 + \sqrt{\left(\frac{r}{R}\right)^4 + 2 \left(\frac{r}{R}\right)^2 \left[\left(\frac{x}{R}\right)^2 - \left(\frac{\rho}{R}\right)^2 \right] + \left[\left(\frac{x}{R}\right)^2 + \left(\frac{\rho}{R}\right)^2 \right]^2}} \right\} \quad (1)$$

По этой формуле были проведены расчеты структуры поля напряженностей для кольцевого электрода с $r = 0,9 \cdot R$; полученные результаты представлены на рис. 1. Видно, что кривые напряженности следуют за конфигурацией электрода, особенно на малых расстояниях от поверхности, по мере же удаления от нее поперечная неоднородность поля уменьшается.

Теперь можно уточнить выведенное в [1] решение для структуры поля за счет учета неравномерности поперечного распределения зарядов в электроде конечного радиуса (проявляющейся в существовании «краевого эффекта»). Для этого воспользуемся выведенной в работе [3] формулой распределения заряда q по радиусу ρ на поверхности бесконечно тонкого диска внешним радиусом R

$$q \sim \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\rho}{R}\right)^2}} \quad (2)$$

(такая же формула дается в [4]). Его графическое представление дано на рис. 2 (сплошная кривая внизу справа). Если теперь заменим ее ступенчатой кривой, составленной из отрезков, полученных осреднением ординат истинной кривой (она изображена пунктиром внизу слева), и соответствующий электрод рассматривать как совокупность кругового и кольцевого электродов, то получим структуру поля, из-

браженную сплошными кривыми сверху на рис. 2 (здесь же для сравнения пунктиром изображена структура поля того же электрода без учета вклада периферийной зоны с повышенной плотностью зарядов, а слева отдельно показан вклад периферийной зоны). Учет «краевого эффекта» приводит к усилению напряженности поля, особенно заметно на малых расстояниях от поверхности электрода, но общий характер поля существенно не меняется.

На рис. 3 показана картина формфактора Φ_E в меридиональной плоскости сечения электрода, состоящего из двух одинаковых цилиндрических тел. Видно, что при этом возрастает поперечная неоднородность поля. Для сравнения здесь же пунктиром показаны кривые Φ_E для тех же расстояний от поверхности, но для цельного электрода (соответственно удвоенного радиуса). Как и следовало ожидать, они идут выше (хотя по мере удаления от поверхности разница между ними уменьшается) и имеют более плавный характер. Легко показать, что это свойственно вообще для любых составных электродов.

Указанный подход может быть использован и для решения еще одного важного класса задач — о характере и степени воздействия микродефектов поверхности электрода. Существенно то, что данный способ

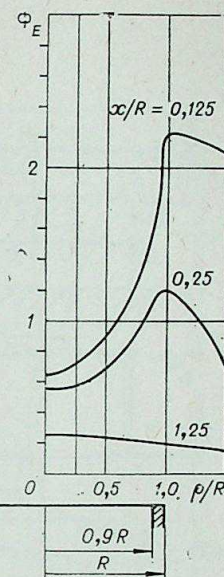


Рис. 1.

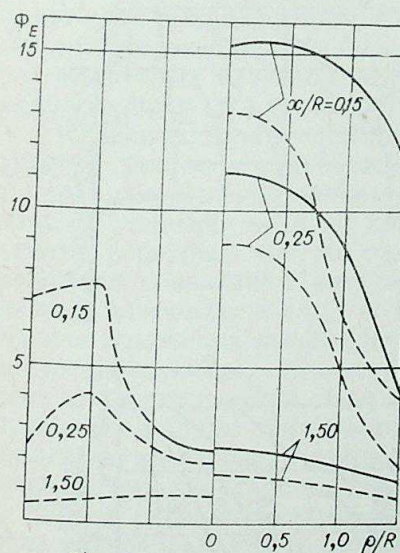


Рис. 2.

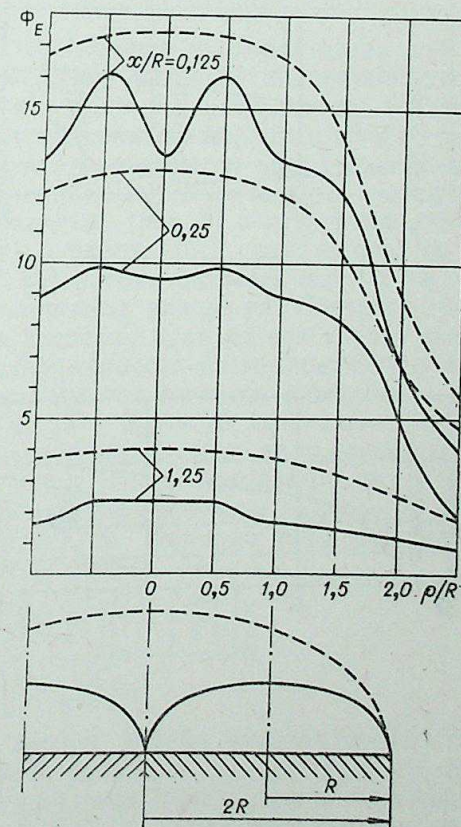
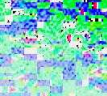
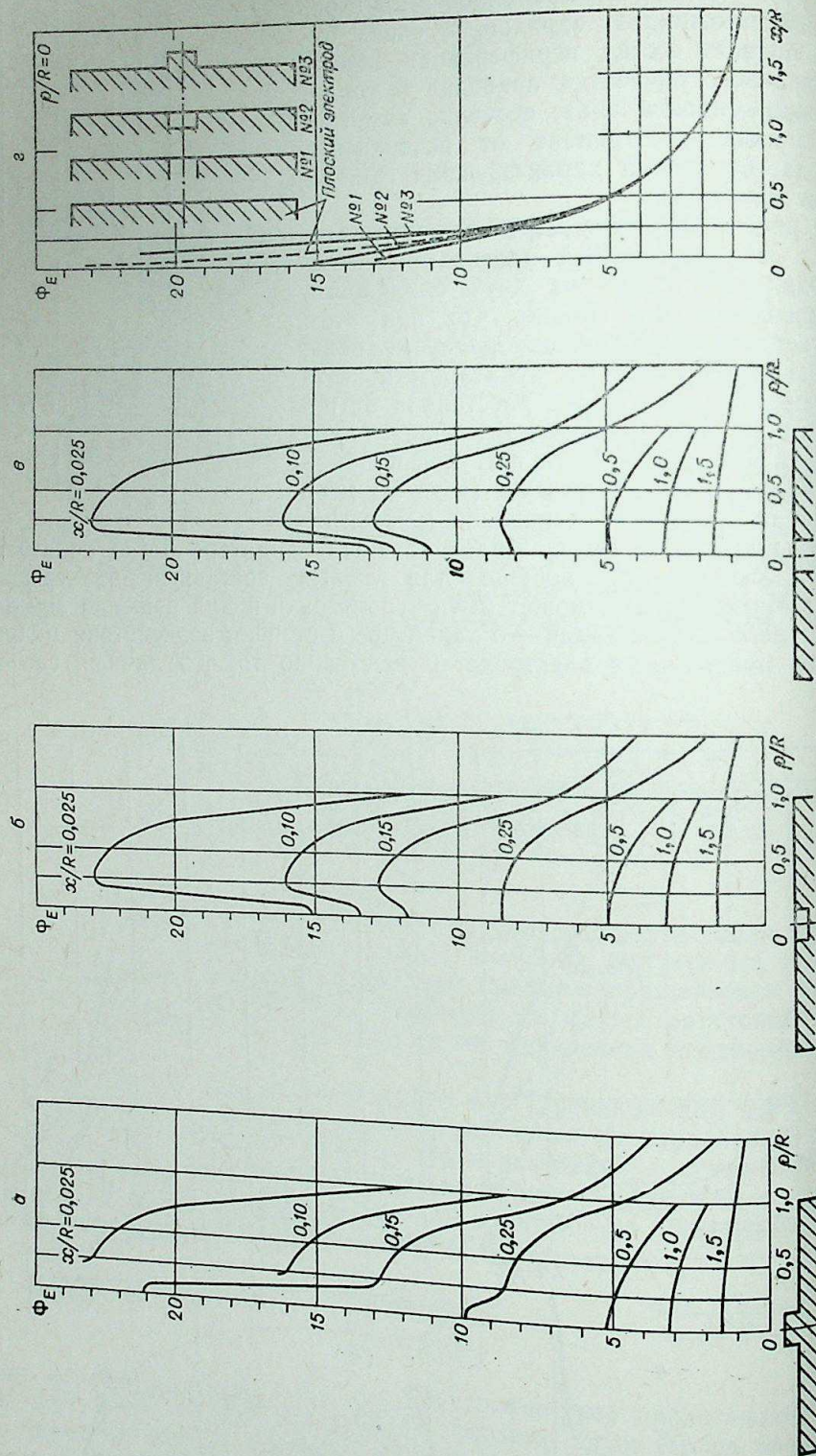


Рис. 3.





позволяет рассматривать не только влияние микровыступов, но также и других микродефектов — микровпадин, микроотверстий и т. д. Для примера, на рис. 4, а—в показаны соответствующие поля для разных x/R при осевом расположении дефектов (при этом для удобства сравнения диаметральный размеры выступа, впадины и отверстия выбраны одинаковыми). На рис. 4, г дана совмещенная картина продольного изменения поля над микродефектами. Хорошо видно, что если на выступе происходит усиление поля, то впадина и отверстие оказывают ослабляющее действие, тем более сильное, чем глубже впадина. Следует подчеркнуть, что протяженность зоны возмущающего действия сравнительно невелика и имеет порядок 3—4 характерных размеров дефекта (диаметра или высоты). Аналогичным образом можно построить соответствующие картины и в случае произвольного расположения микродефектов, а также для их комбинаций. Общая закономерность, характерная для всех рассмотренных ситуаций — еще большее усиление поперечной неоднородности поля по сравнению с имеющей место для гладкого электрода.

В данном случае появляется дополнительная возможность демонстрации точности и действенности используемого здесь интегрального метода для решения задач теории поля путем сравнения решения задачи об усилении поля на микровыступе (рис. 5) с известным аналитическим решением той же задачи в работе [5], полученным прямым решением уравнения Лапласа. В [5] рассматривается выступ на бесконечной плоскости в виде полуэллипсоида вращения. Соответствующая кривая изменения коэффициента усиления поля на оси такого выступа μ , представляющая отношение напряженности поля электрода с выступом к напряженности поля электрода без выступа, изображена пунктиром (она прямо заимствована из [5]). Здесь же сплошными кривыми показаны изменения коэффициентов усиления поля на микровыступах в виде микроцилиндров с теми же габаритными размерами, что и выступ в [5], но расположенными на электродах конечного радиуса R . В данном случае расчеты μ производились по формуле (она выводится из формулы (6) работы [1] и формулы (1))

$$\mu = \frac{\ln \left\{ \left[\frac{(z+h)^2 + R^2}{(z+h)^2 + a^2} \right] \left[1 + \left(\frac{R}{2} \right)^2 \right] \right\}}{\ln \left[1 + \frac{R^2}{(z+h)^2} \right]} \quad (3)$$

Видно общее сходство кривых, причем лучшее количественное совпадение имеет место на меньших расстояниях от поверхности, где слабее проявляются конечные размеры электрода (учет чего, в частности, является достоинством данного решения), а также при увеличении размера основного электрода, что приводит к ослаблению действия крае-

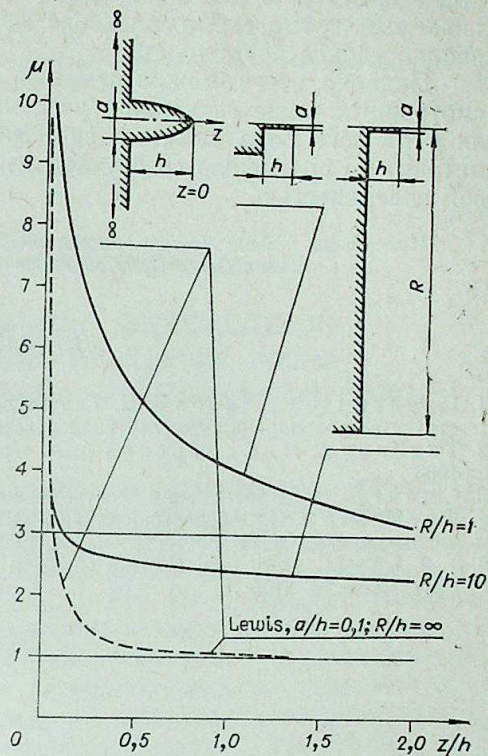
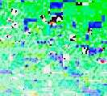


Рис. 5.



вых эффектов. В целом, несмотря на определенное различие рассматриваемых геометрий, совпадение значений коэффициента усиления вполне удовлетворительное.

Подводя итоги, можно отметить одну общую особенность всех рассмотренных выше ситуаций — усиление поперечной неоднородности поля в разного рода сложных системах (будь то микро- или макрометрия) по сравнению со случаем цельного электрода с гладкой торцевой поверхностью.

Московский ордена Ленина авиационный институт
имени Серго Орджоникидзе

Поступила в редакцию
10/III 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Паневин И. Г., Хазов В. Н. Структура электрического поля в приторцевом пространстве цилиндрического электрода. Настоящий выпуск журнала.
2. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. «Наука» 1966.
3. Смайт В. Электростатика и электродинамика. ИЛ, 1954.
4. Френкель Я. И. Макроскопическая электродинамика материальных тел. — Электродинамика, т. 2. ОНТИ Гостехтеориздат, 1935.
5. T. J. Lewis. High field electron emission from irregular cathode surfaces. — J. Appl. Phys., 1955, 26, 1405.

УДК 537.525.5

А. П. ЗИНЧЕНКО, Г. И. ЩЕРБАКОВ

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗМЕРОВ ТОКОПРОВОДЯЩЕЙ ЗОНЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РАЗРЯДА В КОЛЬЦЕВОМ ЗАЗОРЕ

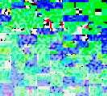
Считается, что поперечное сечение токопроводящего канала разряда между коаксиальными электродами в поперечном магнитном поле может иметь различные формы: круг; сечения, сильно вытянутые в направлении движения; эллипс, большая ось которого расположена нормально направлению движения; и т. п. [1]. Непосредственных экспериментальных данных о форме поперечного сечения канала разряда между коаксиальными электродами в литературе нет, а приведенные выше представления основываются на экспериментальных результатах, полученных при исследовании разряда в поперечных электромагнитных и газодинамических полях между параллельными электродами. В [2] было показано, что поперечное сечение канала разряда, двужущегося в магнитном поле по параллельным электродам, вытянуто в направлении движения и сжато в поперечном направлении. В то же время в [3] установлено, что сечение канала разряда (дуги), удерживаемого магнитным полем в потоке газа, имеет форму эллипса, большая ось которого расположена поперек направления движения потока. Как видно, исходные данные существенно отличаются друг от друга. Использование же различных моделей поперечного сечения канала при расчетах характеристик разряда, например скорости движения, приводит к значительно различающимся результатам. Из сказанного становится очевидной необходимость экспериментальных исследований.

В данной работе проводилось определение формы и размеров поперечного сечения токопроводящего канала, стабилизированного магнитным полем разряда между коаксиальными электродами. Под стабилизацией разряда магнитным полем понимается ограничение области перемещения токопроводящего канала в осевом направлении за счет действия электромагнитных сил.

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Размеры токопроводящей зоны в направлении движения определяли путем одновременной регистрации токов, протекающих через отдельные участки анода, что обеспечивало прямое определение границ токопроводящего канала. Проводили также скоростную киносъемку канала разряда по двум взаимно перпендикулярным направлениям.

Экспериментальные исследования проводили на коаксиальной установке, магнитная система которой создавала в рабочей зоне магнитное поле с резко выраженным максимумом осевой составляющей магнитной индукции. При соответствующем подсоединении электродов к системе питания это обеспечивало фиксацию зоны разряда в осевом



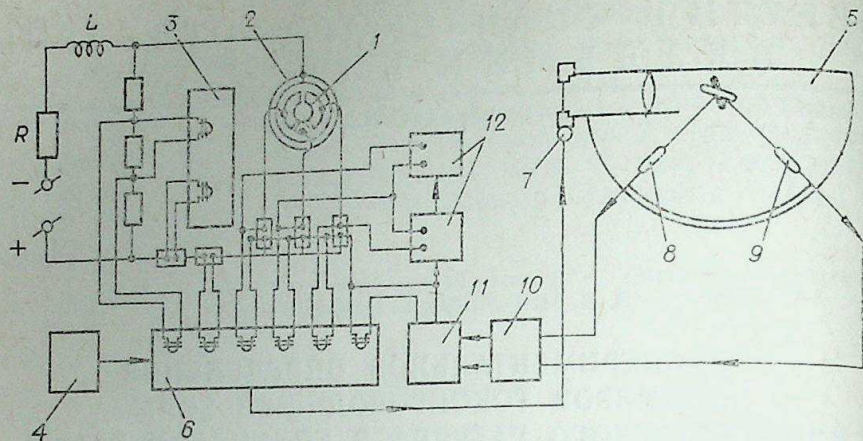


Рис. 1. Схема измерения электрических параметров.

1 — центральный электрод; 2 — внешний электрод; 3 — осциллограф Н-010; 4 — пульт управления кинокамеры СФР-2М; 5 — кинокамера СФР-2М; 6 — осциллограф Н-105; 7 — фотозаввор типа «Момент»; 8, 9 — фотодиоды; 10 — усилитель; 11 — расширитель импульсов; 12 — осциллограф ОК-17М.

направлении вблизи плоскости симметрии магнитного поля [4]. В экспериментах использовали внешний электрод (катод) диаметром 86 мм выполненный из меди, охлаждаемый. Центральный электрод (анод) представлял собой медную цилиндрическую втулку, набранную из трех изолированных друг от друга секторов. Длина дуги одного из секторов равнялась 1/16 длины окружности электрода, размеры двух других секторов были равны между собой. Такая конструкция электрода обеспечивала регистрацию тока в различных областях межэлектродного зазора. В осевом отверстии центрального электрода устанавливалось зеркало под углом 45° к плоскости движения разряда. Это позволяло фотографировать разряд в направлении, нормальном его движению, через щель между большими секторами электрода. Ширина щели равнялась 1,6 мм. Диаметр центрального электрода изменялся в пределах 84 ÷ 50 мм, что обеспечивало изменение межэлектродного зазора δ от 1 до 18 мм. К передней части электроразрядной камеры через сверхзвуковое сопло или непосредственно подсоединялась система откачки.

Исследования проводили в воздухе и аргоне при абсолютном давлении $P = (0,02 \div 1) \cdot 10^5$ Па, токах $I = 160 \div 1200$ А, магнитной индукции $B = 0,2 \div 0,7$ Тл. Питание разряда осуществляли от генератора постоянного тока, в цепь питания включали активное и индуктивное сопротивление; питание соленоида, создающего магнитное поле, осуществляли от сварочного генератора постоянного тока.

В процессе экспериментов измеряли расход газа, давление в камере, ток и напряжение разряда и магнитной катушки. Ток и напряжение разряда регистрировали на осциллографах Н-010 и Н-105. Кроме того, измеряли токи, проходящие через отдельные секторы центрального электрода, при этом регистрацию проводили одновременно на осциллографах Н-105 и ОК-17М. Применение различных типов гальванометров по частотным характеристикам и различных временных разверток позволило охватить весь диапазон частот исследуемого явления. Схема регистрации электрических параметров показана на рис. 1. Точность измерения тока и напряжения составляла $\sim 5\%$. Синхронно с записью токов и напряжения разряда проводили скоростную киносъемку разряда камерой СФР-2М с использованием схемы, исключающей возможность повторного экспонирования пленки. Киносъемку вели с частотой $4 \cdot 10^4$ кадров/с, продолжительность съемки составляла $1,5 \cdot 10^{-3}$ с.

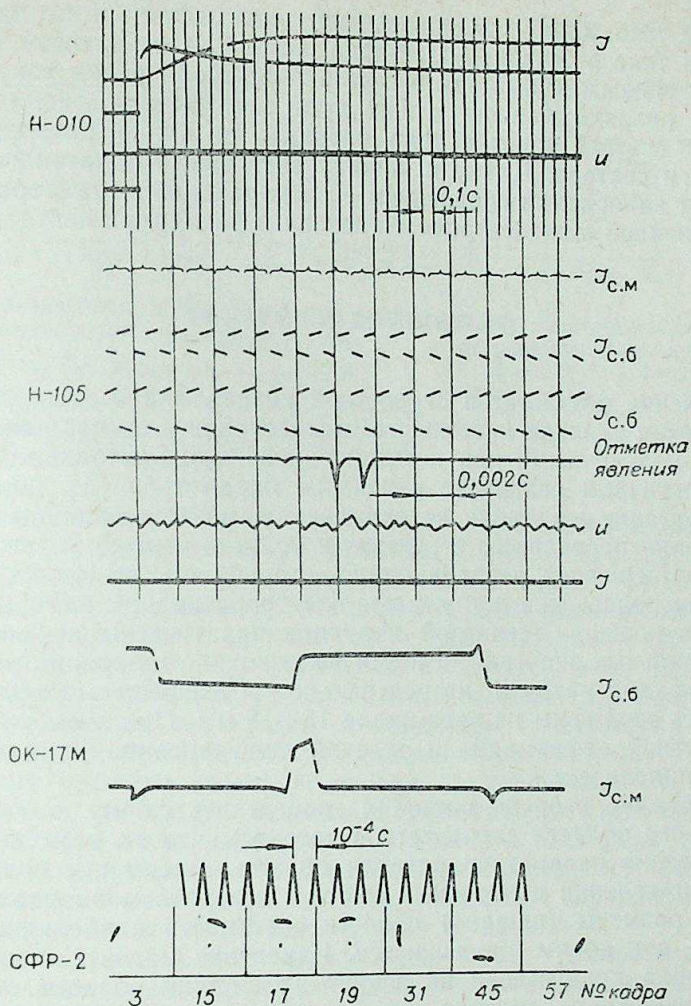


Рис. 2. Осциллограммы электрических параметров разряда в воздухе и соответствующие им кадры скоростной киносъемки.

$I = 420$ А, $B = 0,24$ Тл, $\delta = 2,5 \cdot 10^{-3}$ м, $P = 1 \cdot 10^5$ Па, U — напряжение разряда, $I_{сб}$ — ток в цепи большого сектора, $I_{см}$ — ток в цепи малого сектора.

Длину токопроводящей зоны разряда в прианодной области рассчитывали по измеренным длительности импульса тока в секторе τ_c , периоду вращения разряда t_p , диаметру электрода d и длине дуги сектора S :

$$l = \frac{\tau_c}{t_p} \pi d - S. \quad (1)$$

Величины τ_c и t_p определяли по осциллограммам записи тока и данным киносъемки. Типичные осциллограммы записи электрических параметров электрода по периодичности, форме и величине. Сравнение осциллограмм с данными скоростной киносъемки показывает, что ток через секторы протекает строго в моменты прохождения над ними светящейся области разряда. Данные регистрации вполне пригодны для определения указанных величин, при этом погрешность их измерения по оценкам не превышает 25%.



Кроме того, длину токопроводящей зоны оценивали по измеренным значениям тока в секторах электрода, исходя из следующих соображений. Если максимальный ток в секторе электрода равен току разряда, то длина разряда меньше длины дуги сектора или равна ей. Если же ток в секторе меньше тока разряда, то длина разряда больше длины дуги сектора. Длину и ширину светящейся области определяли по кадрам киносъемки сравнением с размерами щели секторами электрода, величиной межэлектродного зазора и размерами секторов.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИСПЫТАНИЙ

Сравнение результатов скоростной киносъемки и измерения токов и напряжения разряда настоящего исследования с экспериментальными данными, полученными при несекционированном центральном электроде в аналогичном диапазоне изменения параметров [5], показало, что секционирование электрода не оказывает заметного влияния на характер движения разряда, его структуру и вольт-амперные характеристики.

На фотографиях разряда видно, что область светимости во всех случаях располагалась в том месте электроразрядной камеры, где осевая составляющая магнитной индукции практически не отклонялась от максимальных значений, и почти не выходила из границ зоны, занимаемой следами разряда на центральном и внешнем электродах. Протяженность этой зоны не превышала 15÷18 мм. При этом не наблюдалось заметной деформации и явлений шунтирования канала разряда в осевом направлении.

Киносъемка разряда позволила определить форму и соотношение размеров его области светимости. Оказалось, что во всем исследованном диапазоне параметров разряда область светимости сильно вытянута в направлении движения и сжата в поперечном направлении. Поперечные размеры (ширина) области светимости наибольшие в средней части, а к краям уменьшаются. Изменение магнитной индукции и тока разряда практически не влияет на ширину области светимости, но с уменьшением давления она увеличивается. Наблюдалось также увеличение ширины области светимости при увеличении межэлектродного зазора, однако это не носило регулярного характера. Возможно, в этих случаях фиксируемое на фотографиях уширение области светимости было связано не с увеличением ширины столба разряда, а со смещением приэлектродных пятен в осевом направлении. Измеренная по фотографиям ширина области светимости в передней, наиболее определенной части в исследованном диапазоне параметров разряда находилась в пределах 3÷6 мм.

В плоскости, перпендикулярной оси электродов, область светимости разряда ярко выражена, ее границы имели чаще всего радиальное расположение, хотя при некоторых условиях они были искривлены так, что катодная область оказывалась смещенной относительно столба в направлении, обратном движению. В большей части исследованного диапазона параметра разряда форма его области светимости в процессе движения не менялась. В этих случаях размеры области светимости индукции и межэлектродного расстояния, но возрастали с увеличением тока и уменьшением давления. Однако при определенном соотношении параметров разряда стационарность движения области светимости нарушалась. В этом случае катодная область в процессе движения как бы отставала от столба и анодной области разряда, его канал растягивался. Затем происходил пробой межэлектродного промежутка от катодной области с образованием более короткого канала разряда, чаще

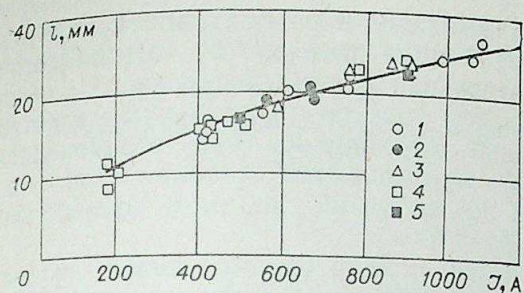


Рис. 3. Зависимость длины разряда от тока в воздухе при $P=1,0$ ата ($1 \cdot 10^5$ Па).

1 — $\delta=2,5 \cdot 10^{-3}$ м, $B=0,24$ Тл; 2 — $\delta=2,5 \cdot 10^{-3}$ м, $B=0,63$ Тл; 3 — $\delta=5 \cdot 10^{-3}$ м, $B=0,23$ Тл; 4 — $\delta=15,5 \cdot 10^{-3}$ м, $B=0,21$ Тл; 5 — $\delta=15,5 \cdot 10^{-3}$ м, $B=0,505$ Тл.

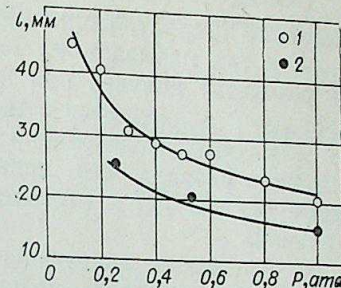


Рис. 4. Зависимость длины разряда от давления газа при $I=400$ А, $B=0,21$ Тл и $\delta=15,5 \cdot 10^{-3}$ м.
1 — аргон; 2 — воздух.

всего расположенного вдоль радиуса. Вновь образовавшийся канал развивался, а предыдущий распадался. Условия, при которых нарушалась стационарность движения области светимости, существенно зависели от рода газа, но наиболее характерными были низкое давление, малые точки разряда и высокие магнитные индукции, типичные для формирования «обратного» движения катодного пятна [6]. Полученные данные относительно формы области светимости в плоскости, перпендикулярной оси электродов, и характера ее движения полностью согласуются с известными экспериментальными фактами [5—11]. Здесь необходимо обратить внимание только на следующее. Нестационарность области светимости разряда сопровождается хаотическими пульсациями тока в цепях изолированных секторов электрода, что существенно осложняет определение протяженности поперечного сечения токопроводящего канала. Однако во всех остальных случаях определение этих размеров не связано с какими-либо трудностями.

Обработка результатов определения длины поперечного сечения токопроводящего канала в прианодной зоне показала, что этот показатель не зависит от магнитной индукции и межэлектродного зазора (в пределах точности измерений), но существенно изменяется с изменением тока разряда и давления в разрядной камере. Экспериментальные данные, характеризующие зависимость длины поперечного сечения канала от тока (рис. 3), показывают, что с ростом тока растет и длина поперечного сечения канала, однако эта зависимость заметно слабее линейной. Зависимости длины поперечного сечения токопроводящего канала от давления для разных газов (рис. 4) показывают, что при прочих равных условиях такая длина в аргоне больше, чем в воздухе, но в обоих случаях характер зависимости длины от давления одинаков. Полученные экспериментальные данные могут быть обобщены эмпирической формулой

$$l = \kappa P^{-1/2} I^{1/2}, \quad (2)$$

где $\kappa=36 \cdot 10^{-3}$ для воздуха и $\kappa=50 \cdot 10^{-3}$ для аргона. Приведенное соотношение справедливо для условий, соответствующих стационарному движению разряда с установившейся конфигурацией канала. При этом отличие измеренных значений от рассчитанных (сплошные кривые на рис. 3 и 4) не превышает 20%.

Сравнение результатов измерений показывает, что длина поперечного сечения токопроводящего канала меньше длины области светимости, но существенно больше ее ширины, которая, в свою очередь, не может быть меньше ширины зоны проводимости. Отсюда следует, что длина поперечного сечения токопроводящего канала значительно пре-



вышает его ширину. Таким образом, разряд в рассматриваемом случае близок к так называемому «диффузному» разряду [9, 12]. Аналогичный результат получен при исследовании формы поперечного сечения столба дуги, движущейся в магнитном поле по параллельным электродам [2]. Эти исследования также проводились при стационарном движении разряда без явлений шунтирования канала. При этом данные работы [2] и настоящих исследований сходны и количественно близки.

На основании изложенного выше можно сделать вывод, что для стационарного движения разряда под действием электромагнитных сил полученная форма поперечного сечения токопроводящего канала достаточно универсальна. Косвенным подтверждением этого вывода могут служить результаты экспериментальных исследований протяженности поперечного сечения канала разряда, движущегося в щелевом канале [13]. Согласно указанным данным, длина поперечного сечения канала не зависит от магнитной индукции, а с возрастанием тока увеличивается пропорционально $I^{0.5}$. В тех случаях, когда ширина щели незначительно влияет на характер движения разряда, данные работы [13] и настоящих исследований при прочих равных условиях совпадают.

На основании результатов измерений можно сделать заключения о зависимости средней плотности тока в прианодной области токопроводящего канала от параметров разряда. Анализ данных регистрации тока в цепях секторов электрода и данных киносъемки показал, что передние границы токопроводящего канала и области светимости практически совпадают, а задние заметно отстоят друг от друга. Иными словами, токопроводящий канал располагается в передней, наиболее ярко выраженной части области светимости, у которой в одной и той же среде поперечные размеры явно зависят только от давления. Нет сколько-нибудь серьезных оснований считать, что характер зависимости ширины токопроводящего канала от основных параметров отличен от полученного для указанной части области светимости. Подтверждением этому могут служить результаты расчетов тока так называемого «диффузного» разряда, согласно которым ширина проводящей зоны существенно зависит только от рода газа и давления и практически не изменяется с изменением магнитной индукции и тока, приходящегося на единицу длины канала [14]. Ранее было установлено, что длина поперечного сечения токопроводящего канала пропорциональна $P^{-1/4} I^{1/4}$. Таким образом, площадь поперечного сечения токопроводящего канала в прианодной области изменяется пропорционально $P^{-n} I^{1/2}$, т. е. средняя плотность тока увеличивается с ростом разряда и давления и не зависит от магнитной индукции и межэлектродного зазора. Эти данные заметно отличаются от тех представлений относительно влияния различных параметров на плотность тока, которые часто используются для расчета характеристик разряда между коаксиальными электродами [15, 16] и основываются на предположении, сделанном в [17, 18] и заключающемся в том, что плотность тока пропорциональна скорости движения разряда. Приняв во внимание указанное предположение и используя известные соотношения для скорости движения разряда (см., например, [5]), можно прийти к выводу, что плотность тока увеличивается не только с ростом тока разряда, но и с увеличением магнитной индукции и уменьшением давления. Последнее противоречит широко известным экспериментальным фактам как для неподвижных, так и для движущихся электрических разрядов. Предположение о пропорциональности плотности тока скорости движения разряда можно считать оправданным только в тех случаях, когда изменение скорости связано лишь с изменением тока разряда. По-видимому, все сказанное справедливо и для канала разряда, движущегося в магнитном поле по

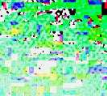
параллельным электродам, так как характер его взаимодействия сокружающей средой во многом близок разряду между коаксиальными электродами в осевом магнитном поле.

Центральный аэрогидродинамический институт
им. Н. Е. Жуковского

Поступила в редакцию
21/V 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Ф. Жуков, А. С. Коротеев, Б. А. Урюков. Прикладная динамика термической плазмы. Новосибирск, «Наука», 1975.
2. Д. И. Словецкий. Исследование температуры и формы поперечного сечения столба электрической дуги, движущейся в магнитном поле по параллельным электродам. Теплофизика высоких температур, 1967, V, № 3.
3. Роумен (W. C. Roman), Майерс (T. W. Myers). Экспериментальное исследование электрической дуги, горящей в скрещенных аэродинамическом и магнитном полях.— Ракетная техника и космонавтика, 5, № 11, с. 114.
4. В. И. Алферов, О. Н. Витковская, Ю. С. Устинов, Г. И. Щербаков. Электродуговой подогреватель газа с дугой, вращаемой магнитным полем.— Теплофизика высоких температур, 1971, 9, № 2, 395.
5. В. И. Алферов, О. Н. Витковская, Ю. С. Устинов, Г. И. Щербаков. Экспериментальное исследование характеристик электрического разряда между коаксиальными медными электродами в магнитном поле.— Теплофизика высоких температур, 1973, 11, № 6, 1142.
6. Мерфри (D. J. Murphree), Картер (R. P. Carter). Движение дугового разряда низкого давления между цилиндрическими электродами в поперечном магнитном поле.— Ракетная техника и космонавтика, 1969, 7, № 8.
7. Пауэрс (W. E. Powers), Патрик (R. M. Patric). Магнитная кольцевая дуга.— Вопросы ракетной техники, 1963, № 5, 17—33.
8. Патрик (Patric), Шнейдерман (A. M. Schneiderman). Некоторые характеристики ускорителей с магнитной кольцевой дугой.— Ракетная техника и космонавтика, 1966, № 2, 123.
9. Гаррисон (J. W. Garrison), Смит (R. T. Smith). Характеристика установки с магнитной кольцевой дугой.— Ракетная техника и космонавтика, 1970, VIII, № 9.
10. Харри (J. E. Harry). Характеристика установки с магнитной кольцевой дугой, работающей в непрерывном режиме при атмосферном давлении.— Ракетная техника и космонавтика, 1971, IX, № 8, 287.
11. В. И. Алферов, О. Я. Витковская, Г. И. Щербаков. Некоторые особенности перехода к возвратному движению токопроводящей зоны разряда в поперечном магнитном поле.— Журнал технической физики (в печати).
12. В. И. Алферов, А. С. Бушмин, Б. В. Калачев. Журнал экспериментальной и теоретической физики, 1966, 51, вып. 5, 11.
13. А. Л. Плаф. Плотность тока электрической дуги в щелевой дугогасительной камере.— Электричество, 1968, № 12, 58.
14. О. Н. Витковская, Г. И. Щербаков. Расчет параметров диффузного электрического разряда в воздухе в поперечном магнитном поле.— Сб. VI Всес. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Тезисы докладов. Фрунзе, 1974.
15. А. Г. Шашков, Л. И. Шараховский, Ф. Б. Юревич. Исследование теплового воздействия движущейся сильноточной дуги на электроды.— Изв. АН БССР, сер. физ.-энергетич. наук, 1972, № 1.
16. Л. И. Шараховский, В. С. Куликов, А. Г. Шашков, Ф. Б. Юревич. Падение напряжения на дуговом разряде между коаксиальными электродами при магнитных полях.— Изв. АН БССР, сер. физ.-энергетич. наук, 1973, № 2.
17. Г. А. Кукетов. Исследование дуги постоянного тока в магнитном поле (ч. I и II).— Журнал технической физики, 1941, XI, вып. 3, № 10.
18. О. Б. Брон. Электрическая дуга в аппаратах управления. Госэнергоиздат, 1954.



вышает его ширину. Таким образом, разряд в рассматриваемом случае близок к так называемому «диффузному» разряду [9, 12]. Аналогичный результат получен при исследовании формы поперечного сечения столба дуги, движущейся в магнитном поле по параллельным электродам [2]. Эти исследования также проводились при стационарном движении разряда без явлений шунтирования канала. При этом данные работы [2] и настоящих исследований сходны и количественно близки.

На основании изложенного выше можно сделать вывод, что для стационарного движения разряда под действием электромагнитных сил полученная форма поперечного сечения токопроводящего канала достаточно универсальна. Косвенным подтверждением этого вывода могут служить результаты экспериментальных исследований протяженности поперечного сечения канала разряда, движущегося в щелевом канале [13]. Согласно указанным данным, длина поперечного сечения канала не зависит от магнитной индукции, а с возрастанием тока увеличивается пропорционально $I^{0.5}$. В тех случаях, когда ширина щели незначительно влияет на характер движения разряда, данные работы [13] и настоящих исследований при прочих равных условиях совпадают.

На основании результатов измерений можно сделать заключения о зависимости средней плотности тока в прианодной области токопроводящего канала от параметров разряда. Анализ данных регистрации тока в цепях секторов электрода и данных киносъемки показал, что передние границы токопроводящего канала и области светимости практически совпадают, а задние заметно отстоят друг от друга. Иными словами, токопроводящий канал располагается в передней, наиболее ярко выраженной части области светимости, у которой в одной и той же среде поперечные размеры явно зависят только от давления. Нет сколько-нибудь серьезных оснований считать, что характер зависимости ширины токопроводящего канала от основных параметров различен от полученного для указанной части области светимости. Подтверждением этому могут служить результаты расчетов тока так называемого «диффузного» разряда, согласно которым ширина проводящей зоны существенно зависит только от рода газа и давления и практически не изменяется с изменением магнитной индукции и практически не изменяется на единицу длины канала [14]. Ранее было установлено, что длина поперечного сечения токопроводящего канала пропорциональна $P^{-1/2} I^{1/2}$. Таким образом, площадь поперечного сечения канала в прианодной области изменяется пропорционально $P^{-n} I^{1/2}$, т. е. средняя плотность тока увеличивается с ростом разряда и давления и не зависит от магнитной индукции и межэлектродного зазора. Эти данные заметно отличаются от тех представлений относительно влияния различных параметров на плотность тока, которые часто используются для расчета характеристик разряда между коаксиальными электродами [15, 16] и основываются на предположении, сделанном в [17, 18] и заключающемся в том, что плотность тока пропорциональна скорости движения разряда. Приняв во внимание указанное предположение и использовав известные соотношения для скорости движения разряда (см., например, [5]), можно прийти к выводу, что плотность тока увеличивается не только с ростом тока разряда, но и с увеличением магнитной индукции и уменьшением давления. Последнее противоречит широко известным экспериментальным фактам как для неподвижных, так и для движущихся электрических разрядов. Предположение о пропорциональности плотности тока скорости движения разряда можно считать оправданным только в тех случаях, когда изменение скорости связано лишь с изменением тока разряда. По-видимому, все сказанное справедливо и для канала разряда, движущегося в магнитном поле по

параллельным электродам, так как характер его взаимодействия сокружающей средой во многом близок разряду между коаксиальными электродами в осевом магнитном поле.

Центральный аэрогидродинамический институт
им. Н. Е. Жуковского

Поступила в редакцию
21/IV 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Ф. Жуков, А. С. Коротеев, Б. А. Урюков. Прикладная динамика термической плазмы. Новосибирск, «Наука», 1975.
2. Д. И. Словецкий. Исследование температуры и формы поперечного сечения столба электрической дуги, движущейся в магнитном поле по параллельным электродам. Теплофизика высоких температур, 1967, V, № 3.
3. Роумен (W. C. Roman), Майерс (T. W. Myers). Экспериментальное исследование электрической дуги, горящей в скрещенных аэродинамическом и магнитном полях.— Ракетная техника и космонавтика, 5, № 11, с. 114.
4. В. И. Алферов, О. Н. Витковская, Ю. С. Устинов, Г. И. Щербаков. Электродуговой подогреватель газа с дугой, вращаемой магнитным полем.— Теплофизика высоких температур, 1971, 9, № 2, 395.
5. В. И. Алферов, О. Н. Витковская, Ю. С. Устинов, Г. И. Щербаков. Экспериментальное исследование характеристик электрического разряда между коаксиальными медными электродами в магнитном поле.— Теплофизика высоких температур, 1973, 11, № 6, 1142.
6. Мерфри (D. J. Murphree), Картер (R. P. Carter). Движение дугового разряда низкого давления между цилиндрическими электродами в поперечном магнитном поле.— Ракетная техника и космонавтика, 1969, 7, № 8.
7. Пауэрс (W. E. Powers), Патрик (R. M. Patric). Магнитная кольцевая дуга.— Вопросы ракетной техники, 1963, № 5, 17—33.
8. Патрик (Patric), Шнейдерман (A. M. Schneiderman). Некоторые характеристики ускорителей с магнитной кольцевой дугой.— Ракетная техника и космонавтика, 1966, № 2, 123.
9. Гаррисон (J. W. Garrison), Смит (R. T. Smith). Характеристика установки с магнитной кольцевой дугой.— Ракетная техника и космонавтика, 1970, VIII, № 9.
10. Харри (J. E. Harry). Характеристика установки с магнитной кольцевой дугой, работающей в непрерывном режиме при атмосферном давлении.— Ракетная техника и космонавтика, 1971, IX, № 8, 287.
11. В. И. Алферов, О. Я. Витковская, Г. И. Щербаков. Некоторые особенности перехода к возвратному движению токопроводящей зоны разряда в поперечном магнитном поле.— Журнал технической физики (в печати).
12. В. И. Алферов, А. С. Бушмин, Б. В. Калачев. Журнал экспериментальной и теоретической физики, 1966, 51, вып. 5, 11.
13. А. Л. Плаф. Плотность тока электрической дуги в щелевой дугогасительной камере.— Электричество, 1968, № 12, 58.
14. О. Н. Витковская, Г. И. Щербаков. Расчет параметров диффузного электрического разряда в воздухе в поперечном магнитном поле.— Сб. VI Всес. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Тезисы докладов. Фрунзе, 1974.
15. А. Г. Шашков, Л. И. Шараховский, Ф. Б. Юревич. Исследование теплового воздействия движущейся сильноточной дуги на электроды.— Изв. АН БССР, сер. физ.-энергетич. наук, 1972, № 1.
16. Л. И. Шараховский, В. С. Куликов, А. Г. Шашков, Ф. Б. Юревич. Падение напряжения на дуговом разряде между коаксиальными электродами при магнитных полях.— Изв. АН БССР, сер. физ.-энергетич. наук, 1973, № 2.
17. Г. А. Кукетов. Исследование дуги постоянного тока в магнитном поле (ч. I и II).— Журнал технической физики, 1941, XI, вып. 3, № 10.
18. О. Б. Брон. Электрическая дуга в аппаратах управления. Госэнергонздат, 1954.



И. М. ГРАЧ, Б. М. ПОЛЯКОВ

К РАСЧЕТУ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В ДИЭЛЕКТРИКЕ

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В диэлектрической среде, когда можно пренебречь токами проводимости, в области, не занятой источниками-зарядами, электромагнитный процесс описывается волновым уравнением

$$\Delta U_{\partial} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 U_{\partial}}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

где U_{∂} — электродинамический потенциал.

Уравнению (1) удовлетворяют векторный потенциал магнитного поля \vec{A} , напряженности электрического \vec{E} и магнитного \vec{H} полей. В трехмерном пространстве декартовых координат одним из наиболее общих представлений решения уравнения (1) является интегральное представление [1]

$$U_{\partial} = \int_0^{2\pi} d\beta \int_0^{\pi} \sin \alpha \Phi(\alpha, \beta) F(x \sin \alpha \cos \beta + y \sin \alpha \sin \beta + z \cos \alpha \pm Vt) d\alpha, \quad (2)$$

где $V^2 = 1/\epsilon\mu$; Φ, F — произвольные функции.

Для простых гармонических волн $U_{\partial} = \Psi e^{-j\omega t}$ решение трехмерного уравнения Гельмгольца может быть записано в виде

$$\Psi = \int_0^{2\pi} d\beta \int_0^{\pi} \sin \alpha \Phi(\alpha, \beta) e^{jh(x \sin \alpha \cos \beta + y \sin \alpha \sin \beta + z \cos \alpha)} d\alpha, \quad k = \frac{\omega}{V}. \quad (3)$$

Выражения (2), (3) широко применяются для расчета волновых электромагнитных процессов.

В задачу настоящей работы входил вывод новых, не зависящих от (2), интегральных решений уравнения (1), а также применение их для построения функции Грина.

ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Интеграл Шерцера [2]

$$U(r, z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(z + jr \sin \alpha) d\alpha, \quad (4)$$

связывающий потенциал на оси симметрии $U(0, z) = f(z)$ плоскомери-

дианного электростатического поля с потенциалом в любой точке наблюдения, легко обобщается на волновое уравнение (1):

$$U_{\partial} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f[V\sqrt{2}(z - z_0) + jr \sin \alpha \pm V(t - t_0)] d\alpha, \quad (5)$$

где r, z — цилиндрические координаты; $U_{\partial}[V\sqrt{2}(z - z_0)]$ — значение электродинамического потенциала на оси симметрии в момент времени $t = t_0$; f — произвольная скалярная для U_{∂} или векторная для $\vec{A}, \vec{E}, \vec{H}$ функция.

С помощью формулы (5) можно исследовать различные зависимости от времени величин осесимметричного поля. Так, если потенциал на оси симметрии в момент $t = t_0$ представить рядом Фурье

$$U_{\partial}(z, r = 0, t_0) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos[nV\sqrt{2}(z - z_0)] + b_n \sin[nV\sqrt{2}(z - z_0)], \quad (6)$$

то формула (5) даст решение уравнения (1) в виде суммы гармонических волн, распространяющихся вдоль оси z :

$$U_{\partial} = \sum_{n=0}^{\infty} J_0(jnr) \{ a_n \cos[nV\sqrt{2}(z - z_0) \pm Vn(t - t_0)] + b_n \sin[nV\sqrt{2}(z - z_0) \pm Vn(t - t_0)] \}, \quad (7)$$

где $J_0(jnr) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos(jnr \sin \alpha) d\alpha$ — функция Бесселя нулевого порядка первого рода.

Если известно решение уравнения (1), то всегда можно перейти к решению уравнения Гельмгольца для гармонической волны с частотой $\omega/2\pi$ с помощью преобразования Фурье

$$U_{\partial}(\omega) = \int_0^{\infty} U_{\partial}(t) e^{j\omega t} dt. \quad (8)$$

Выражение (8) при известной амплитуде вынуждающего сигнала $U_m(\omega)$ позволяет найти реакцию системы Ψ на «единичный» сигнал

$$\psi(\omega) = \frac{U_{\partial}(\omega)}{U_m(\omega)}, \quad (9)$$

который иногда по аналогии с теорией электрических цепей называют адмитансом электромагнитной системы. Знание адмитанса системы дает возможность получить выражения для переходного процесса и для свободных колебаний.

В работе [3] были предложены новые интегральные решения уравнения Лапласа в цилиндрических координатах. Так же, как и (4), они легко обобщаются на волновое уравнение (1):

$$U_{\partial} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} F[V\sqrt{2}(z - z_0) \pm jr \operatorname{ch} \xi \pm V(t - t_0)] d\xi, \quad (10)$$

F — функция, для которой выполняется условие $F'_{\xi} \rightarrow 0$ при $\xi \rightarrow \infty$.

Линейная комбинация формул (5) и (10), независимых от (2), является общим решением волнового уравнения, описывающего осесимметричное электромагнитное поле, распространяющееся со скоростью V вдоль оси z . Причем, если выражение (5) применимо для расчета полей в области расположения оси симметрии, то выражение (10) следует использовать для расчета полей в области, где нет оси симметрии. С этой точки зрения формуле (5) можно сопоставить функции Бесселя первого рода, а формуле (10) — функции Бесселя второго рода.



В случае трех пространственных цилиндрических координат r, z, φ решение уравнения (1) с помощью формулы (5) запишем в виде

$$U_{\partial} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{f_1(\varphi - \varphi_0 - \alpha) + f_1(\varphi - \varphi_0 + \alpha)}{2} f_2 [\sqrt{2}(z - z_0) \pm \pm V(t - t_0) \pm jr \sin \alpha] d\alpha, \quad (11)$$

где f_1, f_2 — произвольные функции.

Интегральные решения волнового уравнения с одной или несколькими произвольными подынтегральными функциями можно рассматривать в качестве «производящих» различные волновые функции, так как с их помощью устанавливается взаимно-однозначное соответствие между интегральными и волновыми функциями. С этой точки зрения интегральные решения можно рассматривать в качестве операторов проектирования функций, принадлежащих различным пространствам, на пространство волновых функций.

Покажем использование формулы (11) для нахождения некоторых выражений электродинамического потенциала.

Если в формуле (11) разложить функции f_1, f_2 в ряд Тейлора около точек $\varphi = \varphi_0, z = z_0$ и ограничиться первыми тремя членами этих рядов, то получим важное для практических расчетов выражение

$$U_{\partial} \cong \left\{ f_1(\varphi_0) + f_1'(\varphi_0)(\varphi - \varphi_0) + \frac{f_1''(\varphi_0)}{2} [(\varphi - \varphi_0)^2 + \frac{4\pi^2}{3}] \right\} \left\{ f_2(\sqrt{2}z_0) + f_2'(\sqrt{2}z_0) [\sqrt{2}(z - z_0) \pm v(t - t_0)] + \frac{f_2''(\sqrt{2}z_0)}{2} [[\sqrt{2}(z - z_0) \pm v(t - t_0)]^2 - \frac{r^2}{2}] \right\} + \frac{r^2 f_1''(\varphi_0) f_2''(\sqrt{2}z_0)}{16}. \quad (12)$$

Если в формуле (11) функцию f_1 разложить в тригонометрический ряд Фурье

$$f_1(\varphi - \varphi_0) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin [n(\varphi - \varphi_0) + \Psi_n],$$

а функцию f_2 представить в виде

$$f_2 [\sqrt{2}(z - z_0) \pm v(t - t_0) + jr \sin \alpha] = [\sqrt{2}(z - z_0) \pm v(t - t_0) + jr \sin \alpha]^m = \sum_{p=0}^m C_m^p j^p r^p [\sqrt{2}(z - z_0) \pm v(t - t_0)]^{m-p} \cdot \sin^p \alpha,$$

где $j = \sqrt{-1}$, C_m^p — число сочетаний из m по p , то после интегрирования получим

$$U_{\partial} = A_0 \sum_{p=0,2,4,\dots}^m B_m^p r^p [\sqrt{2}(z - z_0) \pm v(t - t_0)]^{m-p} + \sum_{n=2,4,6,\dots}^{\infty} A_n (-1)^{n/2} \sin [n(\varphi - \varphi_0) + \Psi_n] \sum_{p=2,4,6,\dots}^m D_m^p(n) \times r^p [\sqrt{2}(z - z_0) \pm v(t - t_0)]^{m-p}, \quad (13)$$

$$\text{где } B_m^p = (-1)^{p/2} C_m^p \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (p-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots p},$$

$$D_m^p(n) = (-1)^{p/2} C_m^p \frac{1}{2^{p-1}} \cdot \frac{p \cdot (p-1) \dots (p - \frac{p-n}{2} + 1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots \frac{p-n}{2}},$$

$$\text{при } p = n \quad D_m^p(n) = (-1)^{p/2} C_m^p \frac{1}{2^{p-1}}.$$

Рассмотрим применение выражения (5) для построения функции Грина. Запишем это выражение в удобном для анализа виде:

$$U_{\partial} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\prod_{k=1}^n f_k \{ b_k [\sqrt{2}(z - z_k) + jr \sin \alpha \pm v(t - t_k)] \}}{\sqrt{2}(z - z_0) \pm v(t - t_0) + jr \sin \alpha} d\alpha, \quad (14)$$

где $\prod_{k=1}^n$ — произведение n произвольных функций с аргументом $b_k [\sqrt{2}(z - z_k) + jr \sin \alpha \pm v(t - t_k)]$; b_k — некоторая постоянная. При $n=0$ формула (14)

$$U_{\partial} = G = \frac{1 \cdot q}{2\pi \cdot 4\pi\epsilon} \int_0^{2\pi} \frac{d\alpha}{\sqrt{2}(z - z_0) - V(t - t_0) + jr \sin \alpha} = \frac{q}{4\pi\epsilon \sqrt{[V(t - t_0) - \sqrt{2}(z - z_0)]^2 + r^2}} \quad (15)$$

определяет импульсную волну, распространяющуюся в направлении оси z от источника-заряда q , т. е. выражение (15) описывает функцию Грина для бесконечной области, когда волна распространяется вдоль оси z . Функции f_k в формуле (14) должны выбираться так, чтобы можно было удовлетворить начальным и граничным условиям. Функция Грина G для волнового уравнения связана с функцией Грина G_k для уравнения Гельмгольца интегральным соотношением Фурье:

$$G(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_k e^{-j\omega(t-t_0)} d\omega, \quad (16)$$

$$G_k(\omega) = \int_0^{\infty} G(t) e^{j\omega t} dt. \quad (17)$$

Указанные выражения для осесимметричного поля позволяют строить комбинации волн, распространяющихся по различным направлениям, что дает возможность изучать наиболее общие решения волнового уравнения или уравнения Гельмгольца. Так в декартовых координатах с помощью формулы (5) получим

$$U_{\partial} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \{ f_1 [\sqrt{2}(x - x_0) \pm V(t - t_1) + j\sqrt{z^2 + y^2} \sin \alpha] + f_2 [\sqrt{2}(z - z_0) \pm V(t - t_2) + j\sqrt{x^2 + y^2} \sin \alpha] + f_3 [\sqrt{2}(y - y_0) \pm V(t - t_3) + j\sqrt{z^2 + x^2} \sin \alpha] \} d\alpha, \quad (18)$$

где f_1, f_2, f_3 — произвольные функции, определяющие волны, движущиеся вдоль осей x, y, z .

Предложенные интегральные решения позволяют создавать электромагнитные поля с желаемым распределением поля в некоторой области, например, с помощью формулы (5) в области, прилегающей к оси симметрии. Это дает возможность решать задачи аналитического продолжения волновых функций, т. е. задачи синтеза электромагнитных полей.

Укажем также, что, так как у интегральных решений координаты наблюдения поля и время связаны «ядром» подынтегральной функции, эти решения можно использовать для упрощения расчета переходных процессов в электромагнитных системах с распределенными параметрами. Упрощение достигается благодаря тому, что изменение во времени искомого значения достаточно знать только в некоторой точке на



блюдения, а для нахождения общей зависимости для любой точки наблюдения можно использовать связь переменных в «ядре» подынтегральной функции. Так, зная зависимость электродинамического потенциала от времени на оси симметрии в некоторой точке $z=z_0$, для любой точки наблюдения получим

$$U_{\partial} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f \left[t - \frac{\sqrt{2}(z-z_0)}{V} - j \frac{r \sin \alpha}{V} \right] d\alpha. \quad (19)$$

Пример. Требуется определить электромагнитное поле, которое возникает в диэлектрике после прохождения со скоростью $V = 1\sqrt{\epsilon\mu} = \sqrt{2}z/t$ по проводнику с радиусом r_0 волны тока с прямоугольным фронтом I_0 .

Выражение вектор-потенциала, который в цилиндрической системе координат имеет одну составляющую $A=A_z$, найдем по формулам (5)–(7), заменив в них тригонометрические функции на экспоненциальные. Получим

$$A = \sum_{k=1,2,3,\dots} D_k J_0 \left(\frac{\xi_k r}{r_0} \right) e^{\frac{\xi_k}{r_0} (V\sqrt{2}z - vt)}, \quad (20)$$

где D_k — неизвестные постоянные; ξ_k — корни уравнения $J_0(\xi_k) = 0$, расположенные в порядке их возрастания.

Вектор-потенциал (20) удовлетворяет нулевому граничному условию на поверхности проводника.

Выражение вектора магнитной индукции найдем из уравнения $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$:

$$B = B_{\varphi} = -\frac{\partial A}{\partial r} = -\sum_{k=1,2,3,\dots} D_k \frac{\xi_k}{r_0} J_1 \left(\frac{\xi_k r}{r_0} \right) e^{\frac{\xi_k}{r_0} (V\sqrt{2}z - vt)}. \quad (21)$$

Выражения составляющих напряженности электрического поля получим из уравнения $\text{rot } \vec{H} = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$:

$$E_z = \frac{V}{r_0} \sum_{k=1,2,3,\dots} D_k \xi_k J_0 \left(\frac{\xi_k r}{r_0} \right) e^{\frac{\xi_k}{r_0} (V\sqrt{2}z - vt)}, \quad (22)$$

$$E_r = -\frac{V\sqrt{2}V}{r_0} \sum_{k=1,2,3,\dots} D_k \xi_k J_1 \left(\frac{\xi_k r}{r_0} \right) e^{\frac{\xi_k}{r_0} (V\sqrt{2}z - vt)}. \quad (23)$$

Как видно из формул (21)–(23), значения вектора магнитной индукции и напряженности электрического поля после прохождения волны тока уменьшаются с течением времени по закону суммы экспонент с постоянными времени $\tau_k = r_0/V\xi_k$, различными для разных слагаемых. Так как наиболее быстро затухают слагаемые с большими значениями корней ξ_k , то для практических расчетов можно ограничиться первыми тремя слагаемыми.

Полученные выражения представляют интересную разновидность поверхностных ТМ-волн.

Если ограничиться первым слагаемым в формулах (21)–(23) и воспользоваться законом полного тока для определения постоянной D_1 , получим

$$\begin{aligned} B_{\varphi} &= \frac{I_0 \mu}{2\pi r_0 J_1(\xi_1)} J_1 \left(\frac{\xi_1 r}{r_0} \right) e^{\frac{\xi_1}{r_0} (V\sqrt{2}z - vt)}, \\ E_z &= -\frac{I_0 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}}{2\pi r_0 J_1(\xi_1)} J_0 \left(\frac{\xi_1 r}{r_0} \right) e^{\frac{\xi_1}{r_0} (V\sqrt{2}z - vt)}, \end{aligned} \quad (24)$$

$$E_r = \frac{I_0 \sqrt{2 \frac{\mu}{\epsilon}}}{2\pi r_0 J_1(\xi_1)} J_1 \left(\frac{\xi_1 r}{r_0} \right) e^{\frac{\xi_1}{r_0} (V\sqrt{2}z - vt)}.$$

В данном случае волновое сопротивление равно $\sqrt{2 \frac{\mu}{\epsilon}}$.

ВЫВОДЫ

1. Предложены новые интегральные решения волнового уравнения, которые можно рассматривать в качестве «производящих» самые общие волновые функции.

2. Интегральные решения можно применять для расчета переходных процессов, а также для создания электромагнитных систем с желаемым распределением поля в некоторой области.

Фрунзенский политехнический институт

Поступила в редакцию
14/IX 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. М. Морс, Г. Фешбах. Методы теоретической физики, т. II. ИЛ, 1960.
2. И. М. Грач. О расчете поля по оптимальному распределению потенциала вдоль оси симметрии.— В кн.: Математические методы оптимального управления системами с распределенными параметрами. «Илим», 1973.
3. И. М. Грач. Применение интегральных преобразований для расчета плоскомеридианных потенциальных полей.— Тр. ФПИ, 1973, вып. 63.

В. А. ОХОРЗИН

ПРИМЕНЕНИЕ ПРИНЦИПА ИНВАРИАНТНОСТИ
В СИСТЕМАХ ПРОГРАММНОГО УПРАВЛЕНИЯ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

Многие технологические процессы необходимо выдерживать по заданной программе с высокой степенью точности. Применение принципа инвариантности в системах программного управления с целью компенсации действующих возмущений и расчета форсирующих программ позволяет существенно повысить точность управления.

В данной статье обсуждаются вопросы условий инвариантности по каналам возмущающих и задающих воздействий для систем программного управления.

Рассмотрим систему управления объектом (рис. 1), когда цель управления определяется по вектору выходных величин Z , размерность $l \times 1$. В такой системе управляющее устройство с передаточной матрицей D , размерностью $m \times q$, предназначено для компенсаций с помощью управления U , $m \times 1$, основных возмущений F , $n \times 1$, действующих на объект. Корректирующий регулятор P , $m \times l$, используется для компенсаций неучтенных возмущений и неидеальной компенсации F . Воздействия G' , $l \times 1$, или G'' , $m \times l$ (форсирующие программы), используются для выполнения условий инвариантности по каналу задающих воздействий G . В зависимости от схемного решения системы управления эти воздействия могут подаваться либо на вход P (тогда $G''=0$), либо непосредственно на вход объекта (тогда $G'=0$). Состояние управляемого объекта определяется вектором промежуточных выходных величин Y , $s \times 1$, измеренных в точках установки датчиков x_1, \dots, x_s и преобразованных в вектор наблюдения $\hat{Y}=CY$, где C , $q \times s$ — матрица, характеризующая систему измерений.

Компонента вынужденного движения линейной системы описывается равенством

$$Z = L^{-1} [K_z + W_z M^{-1} D C K_y] F + L^{-1} W_z M^{-1} [P(G + G') + G''] \quad (1)$$

где $M = E_m - DCW_y L = E_l + W_z M^{-1} P$, $K_z(p, x)$, $K_y(p, x)$, $W_z(p, x)$,

$W_y(p, x)$ — передаточные матрицы объекта по каналам возмущения K и управления W на выходы Z и Y , размерности которых соответственно $l \times n$, $s \times n$, $l \times m$; $s \times m$; x — пространственная координата; $p = d/dt$.

Из (1) можно получить условия инвариантности относительно компоненты вынужденного движения под действием возмущения F

$$K_z + W_z (E_m - DCW_y)^{-1} D C K_y = 0 \quad (2)$$

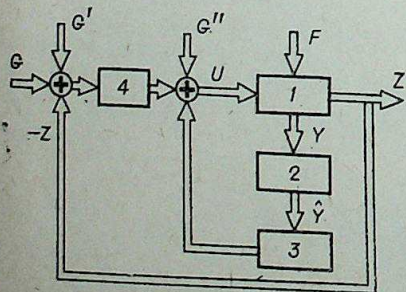


Рис. 1.

Число уравнений, получающихся из (2), равно количеству элементов матрицы K_z , т. е. $l \times n$, а число неизвестных элементов матрицы D равно $m \times q$. Поэтому (2) может иметь единственное решение при $l \times n = m \times q$. В случае $l \times n > m \times q$ невозможно добиться условий инвариантности для всех компонент векторов F и Z , при $l \times n < m \times q$ система оказывается недоопределенной и для $m \times q - l \times n$ элементов матрицы D можно задаться дополнительными условиями, связывающими элементы матрицы D , например, задать их нулевыми.

В случае $l = n = m = q$ уравнение (2) можно разрешить относительно D

$$D = W_z^{-1} K_z [C(W_y W_z^{-1} K_z - K_y)]^{-1} \quad (3)$$

Выполнение условий (2) или (3) обеспечивает равенство нулю компоненты вынужденного движения системы от действия F . Необходимые условия выполнения (2), (3) заключаются, согласно [1], в невырожденности обращаемых матриц, что может обеспечиваться системой распределенного контроля и управления (необходимым числом каналов контроля и управления). Здесь имеется возможность изменять в определенных пределах координаты установки датчиков $X = (x_1, \dots, x_s)$ и матрицу системы измерений $C = [c_{ij}]$. Методика решения такой задачи дается в [2].

Определив D , X и C , можно считать, что первое слагаемое в (1) близко нулю. Найдем теперь условия точного воспроизведения выходом Z задающего воздействия G . Для систем программного управления, когда задающее воздействие — программа — известно заранее, применима четвертая форма условий инвариантности [3]. При этом по известной программе может быть заранее рассчитана форсирующая программа, обеспечивающая нужное движение систем можно следующим образом.

Линейная система с сосредоточенными параметрами описывается уравнениями

$$\frac{dZ(t)}{dt} = A(t)Z(t) + B(t)U(t), \quad (4)$$

$$Z(t_0) = Z_0, \quad (5)$$

где $A(t)$ и $B(t)$ — матрицы, размерность которых соответственно $l \times l$, $l \times m$. Необходимо добиться, чтобы движение системы (4), (5) выполнялось по заданной программе $Z^*(t)$, $Z^*(t_0) = Z_0$, т. е.

$$Z(t) = Z^*(t), t \in [t_0, T]. \quad (6)$$

С учетом этого условия (4) можно записать в виде

$$BU = \frac{dZ^*}{dt} - AZ^*. \quad (7)$$

Если ранг матрицы B равен l , из (7) можно определить l компонент вектора управления U , которые обеспечивают выполнение условий инвариантности.

Если необходимо выдерживать по определенной программе r , $r < l$, $r \leq m$ компонент вектора Z , то пронумеруем компоненты векторов Z и U таким образом, чтобы представить уравнение (4) в виде

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} Z^1 \\ \dots \\ Z^r \\ Z^{r+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^{11} & A^{12} \\ \dots & \dots \\ A^{r1} & A^{r2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z^1 \\ \dots \\ Z^r \\ Z^{r+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B^{11} & B^{12} \\ \dots & \dots \\ B^{r1} & B^{r2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U^1 \\ \dots \\ U^r \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где $Z^1 = \begin{bmatrix} Z_1 \\ \vdots \\ Z_r \end{bmatrix}$ — вектор, подлежащий программному управлению;



$U^1 = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_r \end{bmatrix}$ — управляющие воздействия для программного управления, а размерности матриц следующие:

$$A^{11}, B^{11} \text{—} r \times r, A^{12} \text{—} r \times l \text{—} r, A^{21} \text{—} l \text{—} r \times r, A^{22} \text{—} l \text{—} r \times l \text{—} r, \\ B^{12} \text{—} r \times m \text{—} r, B^{21} \text{—} l \text{—} r \times r, B^{22} \text{—} l \text{—} r \times m \text{—} r.$$

Учитывая условие (6), (8) можно записать в виде

$$\frac{dZ^*}{dt} = A^{11}Z^* + A^{12}Z^2 + B^{11}U^1 + B^{12}U^2, \quad (9)$$

$$\frac{dZ^2}{dt} = A^{21}Z^* + A^{22}Z^2 + B^{21}U^1 + B^{22}U^2. \quad (10)$$

Поскольку при $m > z$ система (9), (10) недоопределена, для вектора U^2 , состоящего из $m-r$ элементов, можно задаться дополнительными условиями. Для простоты положим $U^2=0$. Теперь система (9), (10), дает l уравнений для определения r неизвестных элементов u_1, \dots, u_r и $l-r$ элементов z_{r+1}, \dots, z_l . Сначала определим Z^2 из уравнения (10)

$$Z^2(t) = \Phi(t, t_0) Z^2(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) A^{21}(\tau) Z^*(\tau) d\tau + \\ + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) B^{21}(\tau) U^1(\tau) d\tau, \quad (11)$$

где $\Phi(t, t_0)$ — решение однородного уравнения

$$\frac{d\Phi(t, t_0)}{dt} = A^{22}(t) \Phi(t, t_0); \quad \Phi(t_0, t_0) = E_{l-r}. \quad (12)$$

Подставляя (11) в (9), получим что программное управление определяется из следующего линейного интегрального уравнения

$$B^{11}(t) U^1(t) + A^{12}(t) \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) B^{21}(\tau) U^1(\tau) d\tau = \frac{dZ^*(t)}{dt} - \\ - A^{11}(t) Z^*(t) - A^{12}(t) \left[\Phi(t, t_0) Z^2(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) A^{21}(\tau) Z^*(\tau) d\tau \right]. \quad (13)$$

Для систем с ОРП целесообразно воспользоваться аппаратом передаточных функций. После определения X, C и D из (1) можно найти форсирующие программы, обеспечивающие выполнение $Z \equiv G$:

$$G' = [w_z(E_m - DCW_4)^{-1}P]^{-1}G, \quad (14)$$

$$G^{11} = (E_m - DCW_Y) W_Z^{-1}G. \quad (15)$$

В случае $l < m$ полагаем, как и раньше, $m-l$ элементов вектора G^{11} равными нулю, а матрица W_Z в (15) получается вычеркиванием из исходной матрицы столбцов, соответствующих нулевым элементам вектора G^{11} .

Однако часто динамика объекта известна приближенно или вовсе неизвестна, поэтому может появляться необходимость в определении или в коррекции форсирующей программы по результатам предыдущих пусков.

Составим из l реализаций программного управления квадратные матрицы $\hat{Z} = [\hat{Z}_1, \dots, \hat{Z}_l]$, $\hat{G} = [G_1, \dots, G_l]$, $\hat{G}' = [G'_1, \dots, G'_l]$, где нижний индекс обозначает номер реализации. Тогда из (1) можно получить оценку динамики системы

$$L^{-1}W_Z M^{-1}P = \hat{Z}(\hat{G} - \hat{G}')^{-1}. \quad (16)$$

Подставив эту оценку в (1) и полагая $Z_{l+1} = G_{l+1}$, определим форсирующую программу для $l+1$ реализации

$$G'_{l+1} = [(\hat{G} + \hat{G}') \hat{Z}^{-1} - E_l] G_{l+1}. \quad (17)$$

Аналогичный результат можно получить для G'' . Такой алгоритм может быть положен в основу определения форсирующих программ для систем с медленно дрейфующими параметрами или итерационного определения форсирующих программ для нелинейных систем. В качестве примера определения такой программы рассмотрим линейную динамическую систему

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 1 \\ 0 & \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

у которой с помощью управления u_1 необходимо выдерживать координату z_1 по программе

$$z_1(t) = z^*(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ t, & 0 < t \leq 1, \\ 1, & t > 1. \end{cases} \quad (19)$$

Из (13) получим следующее уравнение для u_1

$$u_1(t) + \int_0^t e^{\alpha_2(t-\tau)} u_1(\tau) d\tau = \frac{dz^*(t)}{dt} - \alpha_1 z^*(t) \quad (20)$$

или

$$u_1 = \begin{cases} 1 + \frac{2\alpha_1 - \alpha_1\alpha_2}{\alpha_2 - 1} t - \frac{1 - \alpha_1 - \alpha_2}{(\alpha_2 - 1)^2} (1 - e^{(\alpha_2 - 1)t}), & 0 < t \leq 1, \\ \frac{\alpha_1\alpha_2 - 2\alpha_1}{\alpha_2 - 1} - \left[\frac{1 + \alpha_1 - \alpha_2 - 2\alpha_1\alpha_2}{\alpha_2 - 1} e^{(1-\alpha_2)t} - \right. \\ \left. - \frac{1 - \alpha_1 - \alpha_2}{(\alpha_2 - 1)^2} \right] e^{(\alpha_2 - 1)t}, & t > 1. \end{cases} \quad (21)$$

На рис. 2 построены графики функций z_1, z_2, u_1 при $\alpha_1 = -1, \alpha_2 = -2$.

Рассмотрим применение принципа инвариантности для управления пуском парогенератора энергоблока. Одним из принципов построения систем управления пуском энергоблока является подъем основных параметров энергоблока по временной или корректируемой по текущему состоянию программе. Такие программы могут рассматриваться как известные функции времени, задаваемые технологией пуска. В более общем случае временные программы могут рассматриваться как изменение задания локальным системам управления основными параметрами энергоблока со стороны ЦВМ, оптимизирующей пуск, причем оптимальные программы пуска могут быть рассчитаны заранее по начальному состоянию энергоблока во время проведения подготовительных этапов пуска.

Таким образом, задача синтеза систем программного управления основными параметрами энергоблока имеет самостоятельное значение при различных подходах к построению автоматизированной системы управления пуском энергоблока.

При решении этой задачи приходится сталкиваться с трудностями, связанными с изменением динамических харак-

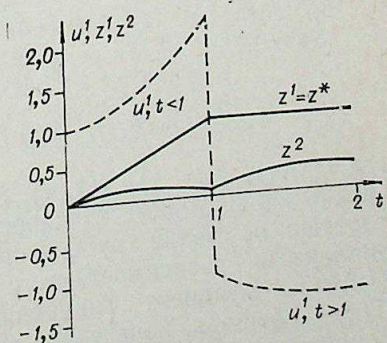


Рис. 2.



теристик объекта управления при изменении режима работы энергоблока, со значительной инерционностью и запаздыванием в распределенном объекте управления и достаточно жесткими требованиями к точности программного управления.

Технологические требования к пуску парогенератора заключаются в подъеме по программам g_1, g_2, g_3 следующих компонент вектора Z : температур среды до встроенной задвижки z_1 , первичного z_2 и вторичного z_3 пара. Компонентами вектора управления U являются расходы топлива u_1 и расходы воды u_2, u_3 на пароохладители первичного и вторичного пара. Матрица передаточных функций W_Z будет иметь вид

$$W_Z = \begin{bmatrix} W_Z^{11} & 0 & 0 \\ W_Z^{21} & W_Z^{22} & 0 \\ W_Z^{31} & 0 & W_Z^{33} \end{bmatrix}, \quad (22)$$

где передаточные функции слабых связей между Z и U приняты равными нулю.

Из (15) при $D=0$ следует

$$\begin{bmatrix} g_1'' \\ g_2'' \\ g_3'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{g_1}{W_Z^{11}} \\ \frac{g_2}{W_Z^{22}} - \frac{W_Z^{21}}{W_Z^{11}W_Z^{22}} g_1 \\ \frac{g_3}{W_Z^{33}} - \frac{W_Z^{31}}{W_Z^{11}W_Z^{33}} g_1 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Итак, для линейного случая, взяв соответствующие передаточные функции [4], из (23) получим решение задачи. Существенно, что форсирующую программу нельзя получить как реакцию некоторого динамического звена на воздействие G . Например, для g_1'' в (23) такое звено эквивалентно обратному оператору объекта. Но так как G известная функция, G'' можно рассчитать заранее. Перейдем теперь к рассмотрению нелинейного случая. Нелинейная математическая модель парогенератора может быть представлена моделью одномерного движения сжимаемой среды в длинном трубопроводе [5, 6]. Режимы пуска, протекающие сравнительно медленно, позволяют рассматривать следующие уравнения в качестве модели

$$\begin{aligned} Sp \frac{\partial i}{\partial \tau} + Sp\omega \frac{\partial i}{\partial x} &= a_1(\theta - t), \\ S \frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{\partial (Sp\omega)}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial p}{\partial x} + \xi \frac{\omega^2}{2} \rho &= 0, \\ a_2 \frac{\partial \theta}{\partial \tau} &= q - a_1(\theta - t), \end{aligned} \quad (24)$$

$$t = f_1(p, i), \quad \rho = f_2(p, i), \quad a_1 = \frac{\alpha H}{l}, \quad a_2 = C \cdot G,$$

где $t(x, \tau)$, $P(x, \tau)$, $i(x, \tau)$, $\rho(x, \tau)$, $\omega(x, \tau)$ — температура, давление, энтальпия, плотность и скорость рабочей среды; α — коэффициент теплоотдачи от стенки трубы к среде, связанный соответствующими критерияльными зависимостями с параметрами среды и трубопровода; $\xi(x)$ — коэффициент гидравлических сопротивлений; $H(x)$, $S(x)$, l , $G(x)$ — площадь, поперечное сечение, длина и вес единицы длины трубопровода; $\theta(x, \tau)$ — температура металла трубы; $c(\theta)$ — теплоемкость

металла; $q(x, \tau)$ — тепловой поток к металлу труб на единицу длины; x — пространственная координата, τ — время.

Для первых этапов пуска парогенератора краевые условия имеют вид

$$\begin{aligned} i(x, 0) &= i_0, \quad (x, 0) = \rho_0, \quad \theta(x, 0) = \theta_0; \\ i(0, \tau) &= i', \quad \omega(0, \tau) = \omega', \quad \rho(0, \tau) = \rho'. \end{aligned} \quad (25)$$

Покрывая область $0 \leq x \leq L$, $0 \leq \tau \leq T$, где L — общая длина аппарата; T — время пуска сеткой $x_j = j \cdot \Delta x$, $\tau_k = k \cdot \Delta \tau$, $j = 0, 1, \dots, n$, $k = 0, 1, \dots, m$, $\Delta x = L/n$, $\Delta \tau = T/m$, и аппроксимируя дифференциальные уравнения (24) конечно-разностными соотношениями, получим алгебраическую систему уравнений, исключив из которых промежуточные переменные можно прийти к системе

$$\begin{cases} \alpha_1 i_{k,j} + \alpha_2 \rho_{k,j} + \alpha_3 t_{k,j} + \alpha_4 = 0, \\ \beta_1 \rho_{k,j} p_{k,j} + \beta_2 \rho_{k,j} + \beta_3 \rho_{k,j}^2 + \beta_4 = 0, \end{cases} \quad (26)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{M_{k,j-1}}{\Delta x} + \frac{Sp_{k-1,j}}{\Delta \tau}; \quad \alpha_2 = \frac{S}{\Delta \tau} (i_{k,j-1} - i_{k-1,j}); \\ \alpha_3 &= \frac{a_1 a_2}{a_1 \Delta \tau + a_2}; \quad \alpha_4 = - \left(\frac{a_1 \Delta \tau q_{k,j} + a_1 a_2 \theta_{k-1,j}}{a_1 \Delta \tau + a_2} + \alpha_1 i_{k,j-1} \right); \\ \beta_1 &= 2 \frac{S^2}{\Delta x}; \quad \beta_2 = -(\beta_1 p_{k,j-1}) + 2 \xi S \frac{\Delta x^2}{\Delta \tau} d_1; \\ \beta_3 &= \xi \left(S \frac{\Delta x}{\Delta \tau} \right)^2; \quad \beta_4 = \xi \Delta x^2 \alpha_1^2; \quad M = Sp\omega. \end{aligned}$$

Если задан внешний теплопровод к парогенератору $q(x, t)$, система (26) с учетом уравнений состояния и условий (25) позволяет определить решение задачи в точке j на k -м временном слое через решение задачи на $k-1$ слое и в $j-1$ точке k -го слоя, т.е. в конечном итоге позволяет рекуррентно определить решение задачи через начальные данные. Так как система (26) нелинейна, она может быть решена итерационными методами, явные решения уравнений (26) можно получить, разлагая f_1 и f_2 в ряд Тэйлора относительно точек $i_{k,j-1}$, $\rho_{k,j-1}$ и учитывая линейные члены.

Система уравнений (24) применялась для моделирования пароводяного тракта котла, представляющего собой 17 последовательно соединенных поверхностей нагрева общей длиной около 650 м. Внешний тепловой поток к трубам парогенератора в случае радиационного теплообмена является независимым и его можно определить следующим образом:

$$q(x, \tau) = Q(\tau) \eta(x), \quad (27)$$

где $Q(\tau)$ — тепло, вносимое в топку; $\eta(x)$ — коэффициент тепловосприимчивости единицы длины парогенератора; функции η , ξ , H , S , G принимались кусочно-постоянными для каждой поверхности нагрева.

На рис. 3 показаны результаты реального пуска и решения уравнений (24) для температуры рабочей среды на выходе водяного экономайзера (ВЭ) и потолочного экрана (ПЭ).

Для определения форсирующей программы дополним краевые условия (25) требуемым по условиям пуска значением температуры среды до встроенной задвижки

$$t(1, \tau) = t^*(\tau). \quad (28)$$

Теперь на каждом временном слое k имеем n «сцепленных» алгебраических уравнений (26), (27) с условиями (25), (28) и уравнениями



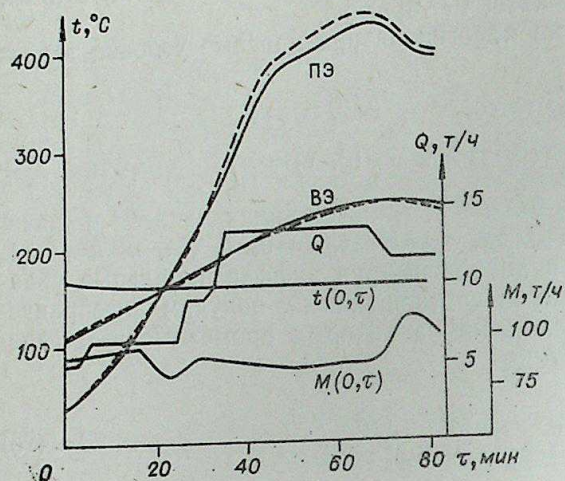


Рис. 3.

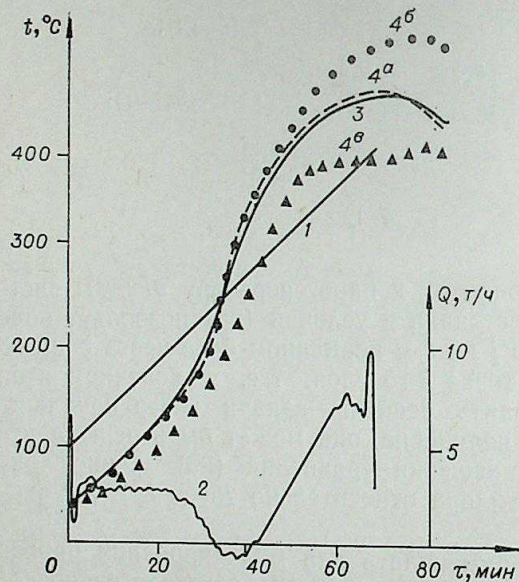


Рис. 4.

ной реализуемой программы пуска с учетом всех технологических ограничений. Так как подобная задача пока не решена, пришлось принять в качестве программы пуска парогенератора одну из записей реального пуска. Хотя форсирующая программа в этом случае оказалась известной (Q на рис. 3), для проверки и отработки алгоритма решалась задача определения подачи тепла в котел при прогреве парогенератора по заданной программе (рис. 4, кривая 3). Результаты расчетов показали хорошее совпадение с $Q(\tau)$.

Для выяснения эффективности введения форсирующей программы по сравнению с регулированием только по температуре среды до встроенной задвижки были произведены расчеты на цифровой модели системы управления пуском. Система состояла из модели парогенератора, ПИ-регулятора по отклонению температуры среды от заданной программы $t(1, \tau) - t^*(\tau)$, выход которого вместе с форсирующей программой определяет подачу топлива $Q(\tau)$ в котел. Поскольку при расчетных условиях процесс пуска полностью совпадает с программой, $t(1, \tau) = t^*(\tau)$, на рис. 4 приведены процессы управления пуском при

состояния относительно неизвестной подачи тепла в топку Q_k . Последовательное вычисление Q_k методом итераций для $k=1, \dots, m$ дает форсирующую программу подачи топлива на первом этапе пуска парогенератора.

Кривая 2 на рис. 4 — форсирующая программа $Q(\tau)$, рассчитанная для программы в виде линейно возрастающей температуры среды до встроенной задвижки (кривая 1). Для такого подъема температуры требуется отрицательная подача тепла в парогенератор, что физически неосуществимо. Подобный результат получен и для пуска из холодного состояния по программе, рекомендуемой типовой инструкцией [7]. Для таких программ возможна постановка задачи о наилучшем (в некотором смысле) воспроизведении системой пуска заданной программы с учетом ограничений, наложенных на управляющее устройство. Однако, поскольку приведенные программы физически не реализуются, более целесообразно решать задачу по определению оптималь-

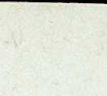
уменьшении расхода воды на 15% от расчетного значения. Кривая 4б — изменение температуры на выходе аппарата только под воздействием форсирующей программы без управления по обратной связи, кривая 4в — регулирование без предсказанной программы с ПИ-регулятором, а 4а — процесс регулирования в комбинированной системе с теми же параметрами настройки регулятора. Из рис. 4 видно, что применение форсирующей программы значительно улучшает качество управления пуском парогенератора.

Вычислительный центр
СО АН СССР,
Красноярск

Поступила в редакцию
23/ХІІ 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Н. Петров. О реализуемости условий инвариантности. Тр. 1-го совещ. по теории инвариантности. Киев, Изд-во АН УССР, 1959.
2. Б. Н. Девятков, В. А. Охорзин, Г. А. Доррер. Изв. Сиб. отд. АН СССР, сер. техн. наук, 1973, № 3, вып. 1.
3. А. Г. Ивахненко. Кибернетические системы с комбинированным управлением. Киев, «Техника», 1966.
4. И. Чермак, В. Петерка, И. Заворка. Динамика регулируемых систем в теплоэнергетике и химии. М., «Мир», 1972.
5. О. Ф. Васильев, А. Ф. Воеводин. Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1968, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.
6. В. М. Рушинский, Н. Я. Давиденко. Теплоэнергетика, 1971, № 7.
7. Б. Я. Директор, В. С. Поляков и др. Типовая инструкция по пуску из различных тепловых состояний и останову дубли-блока мощностью 300 мВт. М., СЦНТИ ОРГРЭС, 1972.



М. В. ЕЛИН

О ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ
В ДВУХСТУПЕНЧАТОМ ПРОЦЕССЕ ПЕРЕМЕШИВАНИЯ
МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ПОТОКОВ

В работе [1] рассматривалась задача оптимизации состава продукта, образующегося в результате перемешивания в смесителях потоков многокомпонентного сырья из нескольких источников. Отличие такой задачи от известной «задачи о смеси» состоит в том, что образование смеси рассматривается в ней как динамический процесс, количество продукта и его состав являются функциями времени.

Возможности получения наилучшей (в смысле выбранного критерия) смеси ограничиваются в этой задаче тем, что рассматривается процесс перемешивания на фиксированном отрезке времени, а величины потоков не могут быть сколь угодно большими в силу физических возможностей аппаратуры.

В связи с этим представляет интерес изучение многоступенчатого процесса перемешивания, в котором смесь, получаемая на первой ступени, может использоваться как исходное сырье для перемешивания на второй ступени процесса и т. д. В настоящей работе рассматривается математическая модель оптимизации двухступенчатого процесса перемешивания. Как и в [1], оптимальные управления имеют релейный характер, если не считать исключительных случаев возникновения особых режимов [2]. Однако есть и существенное отличие от задачи, рассмотренной в [1]: некоторые оптимальные управления могут принимать не только максимальное и минимальное из допустимых для них значений, но и промежуточные. При решении вопроса о предпочтительности двухступенчатого процесса следует учитывать возможное снижение производительности технологической системы.

Приведем пример, показывающий, что управление двухступенчатым процессом может оказаться более эффективным, чем управление одноступенчатым процессом с тем же количеством смесителей.

Пусть рассматривается процесс перемешивания бинарной смеси, в которой доля полезного компонента в источнике равна α , в первом и втором смесителях — β_1 и β_2 соответственно, ценность конечного продукта есть функция доли этого компонента:

$$C(\beta) = \begin{cases} 1 & \text{при } \beta < \lambda_0, \\ 10 & \text{при } \beta \geq \lambda_0; \end{cases}$$

начальные параметры: $\beta_1(0) = \lambda_0 + 0,4$; $\beta_2(0) = \lambda_0 - 0,01$; $\alpha = \lambda_0 - 0,01$;
количества смеси в смесителях $x^1(0) = 1$; $x^2(0) = 10$.

Физические возможности системы ограничены условиями:
для количества смеси в смесителях

$$x_{\min}^1 = x_{\min}^2 = 1;$$

для потоков из источника в смесители

$$u_1^{\max} = u_2^{\max} = 1;$$

для потоков из смесителей

$$v_1^{\max} = 1; v_2^{\max} = 4;$$

длительность процесса $T = 10$.

Тогда при любых управлениях $\beta_2(t) < \lambda_0$, максимальное количество продукта, которое можно получить через первый смеситель, составляет 10 единиц, через второй смеситель — 19 единиц; даже используя максимальное количество сырья — 20 единиц, получим конечный продукт со стоимостью $J \leq 10 \cdot 10 + 1 \cdot 19 = 119$.

Предположим теперь, что при тех же начальных данных и физических возможностях аппаратуры мы управляем двухступенчатым процессом, первый смеситель используется на первой ступени, второй — на второй ступени, поток из первого смесителя во второй s ; $s^{\max} = 1$.

Тогда для допустимых уравнений

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } t \in [0, 4) \cup [7, 8), \\ 0 & \text{при остальных } t; \end{cases} \quad v_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } t \in [4, 7) \cup [8, 10], \\ 0 & \text{при остальных } t; \end{cases}$$

$$v_2(t) = \begin{cases} 4 & \text{при } t \in [7, 10], \\ 0 & \text{при остальных } t; \end{cases} \quad s(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } t \in [4, 7), \\ 0 & \text{при остальных } t \end{cases}$$

получаем:

$$\begin{aligned} \text{при } t=4 & \quad x^2=5; \beta_1=\lambda_0+0,072; x^2=10; \beta_2=\lambda_0-0,01; \\ \text{при } t=7 & \quad x^1=2; \beta_1=\lambda_0+0,072; x^2=13; \beta_2=\lambda_0+0,008... > \lambda_0; \\ \text{при } t=8 & \quad x^1=3; \beta_1=\lambda_0+0,044; x^2=9; \beta_2=\beta_2(7) > \lambda_0; \\ \text{при } t=10 & \quad x^1=1; x^2=1. \end{aligned}$$

Стоимость конечного продукта

$$J = 140;$$

при этом из источника взято всего 5 единиц сырья.

Рассмотрим общую модель двухступенчатого процесса перемешивания. Используем следующие обозначения для параметров, характеризующих этот процесс: n — количество источников; m_1 — количество смесителей первой ступени; m_2 — количество смесителей второй ступени; x_i — количество вещества в i -м источнике; x^j — количество вещества в j -м смесителе первой ступени; y^j — количество вещества в j -м смесителе второй ступени; L — количество компонентов смеси; $\alpha_{i,j}$ — долевое содержание l -го компонента в i -м источнике; $\beta_{i,j}$ — долевое содержание l -го компонента в j -м смесителе первой ступени; $\gamma_{i,j}$ — долевое содержание l -го компонента в j -м смесителе второй ступени; $U_{i,j}$ — скорость потока из i -го источника в j -й смеситель первой ступени; $S_{j,k}$ — скорость потока из j -го смесителя первой ступени в k -й смеситель второй ступени; v_j — скорость потока материала, отводимого из j -го смесителя первой ступени; w_k — скорость потока материала, отводимого из k -го смесителя второй ступени; T — время процесса; t — переменное время; h — время, необходимое для переноса смеси из смесителя первой ступени в смеситель второй ступени.

Скорости потоков $u_{i,j}$, $S_{j,k}$, v_j , w_k являются управляющими переменными. При выбранных функциях $u_{i,j}(t)$, $S_{j,k}(t)$, $v_j(t)$, $w_k(t)$, записывая уравнения материального баланса для смеси и ее отдельных ком-



понентов, получаем дифференциальные уравнения для параметров, характеризующих процесс:

$$\frac{dx^j}{dt}(t) = \sum_{i=1}^n u_{i,j}(t) - v_j(t); \quad (1)$$

$$\frac{d\beta_{l,j}}{dt}(t) = \frac{1}{x^j(t)} \sum_{i=1}^n u_{i,j}(t) (\alpha_{l,i} - \beta_{l,j}(t)); \quad (2)$$

$$(j = 1, \dots, m_1; \quad l = 1, \dots, L; \quad 0 \leq t \leq T);$$

$$\frac{dy^k}{dt}(t) = \sum_{j=1}^{m_1} s_{j,k}(t) - w_k(t); \quad (3)$$

$$\frac{d\gamma_{l,h}}{dt}(t) = \frac{1}{y^k(t)} \sum_{j=1}^{m_1} s_{j,h}(t) (\beta_{l,j}(t-h) - \gamma_{l,h}(t)) \quad (4)$$

$$(k = 1, \dots, m_2; \quad l = 1, \dots, L; \quad h \leq t \leq T);$$

начальные значения параметров:

$$x^j(0) = x_0^j; \quad \beta_{l,j}(0) = \beta_{l,j}^0; \quad y^k(0) = y_0^k; \quad \gamma_{l,h}(0) = \gamma_{l,h}^0,$$

Предполагается, что управляющие функции кусочно-непрерывны и подчиняются ограничениям

$$0 \leq u_{i,j}(t) \leq u_{i,j}^{\max}; \quad 0 \leq s_{j,h}(t) \leq s_{j,h}^{\max}, \quad (5)$$

$$0 \leq v_j(t) \leq v_j^{\max}; \quad 0 \leq w_k(t) \leq w_k^{\max};$$

$$\int_0^T \sum_{j=1}^{m_1} u_{i,j}(t) dt \leq x_i; \quad (6)$$

$$\sum_{h=1}^{m_2} s_{j,h}(t) \leq v_j(t-h). \quad (7)$$

Как и в [1], параметры состояния должны удовлетворять ограничениям

$$0 < x_{\min}^j \leq x^j(t) \leq x_{\max}^j, \quad (8)$$

$$0 < y_{\min}^k \leq y^k(t) \leq y_{\max}^k, \quad (9)$$

или эквивалентным условиям

$$x_{\min}^j \leq x_0^j + \int_0^t \left(\sum_{i=1}^n u_{i,j}(\tau) - v_j(\tau) \right) d\tau \leq x_{\max}^j; \quad (8a)$$

$$y_{\min}^k \leq y_0^k + \int_0^t \left(\sum_{j=1}^{m_1} s_{j,k}(\tau) - w_k(\tau) \right) d\tau \leq y_{\max}^k. \quad (9a)$$

В качестве показателя качества процесса выберем величину

$$J = \int_0^{T-h} \sum_{j=1}^{m_1} C(\beta_j(\tau)) \left(v_j(\tau) - \sum_{h=1}^{m_2} s_{j,h}(\tau+h) \right) d\tau + \\ + \int_{T-h}^T \sum_{j=1}^{m_1} C(\beta_j(\tau)) v_j(\tau) d\tau + \int_h^T \sum_{h=1}^{m_2} C(\gamma_h(\tau)) w_h(\tau) d\tau - \\ - \int_0^T \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_1} C_0(\alpha_i) u_{i,j}(\tau) d\tau, \quad (10)$$

где $C(\beta) = C(\beta_1, \dots, \beta_L)$ — ценность единицы продукта с содержанием компонентов $(\beta_1, \dots, \beta_L)$; $C_0(\alpha)$ — ценность единицы сырья.

Задача оптимального управления ставится следующим образом: найти кусочно-непрерывные функции

$u_{i,j}(t); v_j(t) (0 \leq t \leq T), s_{j,h}(t), w_h(t) (h \leq t \leq T)$, удовлетворяющие условиям (5)–(7), (8a), (9a) и такие, которые вместе с соответствующими им решениями системы (1)–(4) максимизируют интеграл (10). Для поставленной задачи характерно наличие в ограничениях (7) «запаздывания» h . Нам неизвестны работы, в которых рассматривались бы подобные задачи оптимального управления. При $h=0$ получается задача обычного вида; она соответствует условиям мгновенного переноса смеси из смесителей первой ступени в смесители второй ступени, эта задача далее и рассматривается; показатель качества в этом случае имеет вид

$$J = \int_0^T \sum_{j=1}^{m_1} C(\beta_j(\tau)) \left(v_j(\tau) - \sum_{h=1}^{m_2} s_{j,h}(\tau) \right) d\tau + \\ + \int_0^T \sum_{h=1}^{m_2} C(\gamma_h(\tau)) w_h(\tau) d\tau - \int_0^T \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_1} C_0(\alpha_i) u_{i,j}(\tau) d\tau. \quad (10a)$$

Используем ту же терминологию (управление, траектория и т. д.), что в [1].

Для учета ограничений (6) введем вспомогательные переменные z^i :

$$\frac{dz^i}{dt}(t) = \sum_{j=1}^{m_1} u_{i,j}(t); \quad z^i(0) = 0, \quad i = 1, \dots, n; \quad (11)$$

величины $z^i(t)$ определяют количество сырья, взятого из i -го источника за время $[0, t]$. Теперь условие (6) можно записать в более удобном виде:

$$z^i(t) \leq x_i; \quad i = 1, \dots, n; \quad 0 \leq t \leq T. \quad (12)$$

Состояние системы определяется совокупностью переменных

$$(x^1, \dots, x^{m_1}, y^1, \dots, y^{m_2}, \beta_{1,1}, \dots, \beta_{L,1}, \beta_{1,2}, \dots, \beta_{L,m_1}, \gamma_{1,1}, \dots, \gamma_{L,m_2}, \\ z^1, \dots, z^n),$$

которые рассматриваются как фазовые координаты точки в пространстве размерности $h + (m_1 + m_2)(L + 1)$; при всех $t, 0 \leq t \leq T$, точка с такими координатами, согласно условиям задачи, должна принадлежать множеству B , описываемому условиями (8), (9) и (12).

Покажем, какие свойства оптимальных управлений могут быть получены на основании принципа максимума [3]. Если вся оптимальная траектория лежит внутри области B , то, согласно этому принципу, оптимальное управление в любой момент времени $t, 0 \leq t \leq T$, максимизирует функцию

$$H(x, y, \beta, \gamma, u, s, v, w, \psi) = F(\beta, \gamma, u, s, v, w) + \\ + \sum_{j=1}^{m_1} \psi_j^1 \left(\sum_{i=1}^n u_{i,j} - v_j \right) + \sum_{j=1}^{m_1} \sum_{l=1}^L \psi_{l,j}^2 \frac{1}{x^j} \left[\sum_{i=1}^n u_{i,j} (\alpha_{l,i} - \beta_{l,j}) \right] + \\ + \sum_{h=1}^{m_2} \psi_h^3 \left(\sum_{j=1}^{m_1} s_{j,h} - w_h \right) + \sum_{h=1}^{m_2} \sum_{l=1}^L \psi_{l,h}^4 \frac{1}{y^h} \left[\sum_{j=1}^{m_1} s_{j,h} (\beta_{l,j} - \gamma_{l,h}) \right],$$

где

$$F(\beta, \gamma, u, s, v, w) = \sum_{j=1}^{m_1} C(\beta_j) \left(v_j - \sum_{h=1}^{m_2} s_{j,h} \right) + \\ + \sum_{h=1}^{m_2} C(\gamma_h) w_h - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_1} C_0(\alpha_i) u_{i,j}$$



а функции ψ определяются как непрерывные решения системы уравнений

$$\frac{d\psi_j^1}{dt} = \frac{1}{(x^j)^2} \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^n u_{i,j} (\alpha_{i,i} - \beta_{l,j}) \psi_{l,j}^2;$$

$$\frac{d\psi_{l,j}^2}{dt} = -\frac{\partial F}{\partial \beta_{l,j}} + \psi_{l,j}^2 \frac{1}{x^j} \sum_{i=1}^n u_{i,j} - \sum_{h=1}^{m_2} \psi_{l,h}^4 \frac{1}{y^j} s_{j,h};$$

$$\frac{d\psi_h^3}{dt} = \frac{1}{(y^h)^2} \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^{m_1} s_{j,h} (\beta_{l,j} - \gamma_{l,h}) \psi_{l,j}^4;$$

$$\frac{d\psi_{l,h}^4}{dt} = -\frac{\partial F}{\partial \gamma_{l,h}} + \psi_{l,h}^4 \frac{1}{y^h} \sum_{j=1}^{m_1} s_{j,h};$$

обращающиеся в нуль при $t=T$.

Преобразуя H к виду

$$H = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_1} u_{i,j} \left(-C_0(\alpha_i) + \psi_j^1 + \sum_{l=1}^L \psi_{l,j}^2 \frac{1}{x^j} (\alpha_{l,i} - \beta_{l,j}) \right) + \sum_{h=1}^{m_2} (C(\gamma_h) - \psi_h^3) + H_1,$$

$$H_1 = \sum_{j=1}^{m_1} v_j (C(\beta_j) - \psi_j^1) + \sum_{j=1}^{m_1} \sum_{h=1}^{m_2} s_{j,h} (-C(\beta_j) + \psi_j^1 + \sum_{l=1}^L \psi_{l,h}^4 \frac{1}{y^h} (\beta_{l,j} - \gamma_{l,h})) + \sum_{h=1}^{m_2} s_{j,h} \left(-C(\beta_j) + \psi_h^3 + \sum_{l=1}^L \psi_{l,h}^4 \frac{1}{y^h} (\beta_{l,j} - \gamma_{l,h}) \right).$$

На основании принципа максимума получаем

$$u_{i,j}(t) = \begin{cases} u_{i,j}^{\max} & \text{при } -C_0(\alpha_i) + \psi_j^1(t) + \sum_{l=1}^L \psi_{l,j}^2(t) \frac{1}{x^j(t)} (\alpha_{l,i} - \beta_{l,j}(t)) > 0; \\ 0 & \text{при } -C_0(\alpha_i) + \psi_j^1(t) + \sum_{l=1}^L \psi_{l,j}^2(t) \frac{1}{x^j(t)} (\alpha_{l,i} - \beta_{l,j}(t)) < 0; \end{cases}$$

$$w_h(t) = \begin{cases} w_h^{\max} & \text{при } C(\gamma_h(t)) - \psi_h^3(t) > 0, \\ 0 & \text{при } C(\gamma_h(t)) - \psi_h^3(t) < 0. \end{cases}$$

Что же касается максимизации H_1 , то здесь надо максимизировать каждое j -е слагаемое в отдельности; последняя задача имеет вид

$$f = Av + \sum_{h=1}^{m_2} B_h s_h \rightarrow \max,$$

$$\begin{aligned} 0 &\leq v \leq v^{\max}, \\ 0 &\leq s_h \leq s_h^{\max}, \\ v - \sum_{h=1}^{m_2} s_h &\geq 0, \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$A = A_j = C(\beta_j) - \psi_j^1,$$

$$B_h = B_{h,j} = -C(\beta_j) + \psi_h^3 + \sum_{l=1}^L \psi_{l,h}^4 \frac{1}{y^h} (\beta_{l,j} - \gamma_{l,h}).$$

Задача (13) есть задача линейного программирования (для всякого фиксированного t).

Очевидно, что если $A > 0$, то $v = v^{\max}$; если $B_h < 0$, то $s_h = 0$. Возможны следующие случаи.

$$1. A > 0, \sum_{h \in E} s_h^{\max} \geq v^{\max}, \text{ где } E = \{k | B_k > 0\}.$$

Пусть k_1, \dots, k_p — элементы E , перенумерованные в порядке убывания B_k , r — наибольшее целое число такое, что $\sum_{i=1}^r s_{k_i}^{\max} \leq v^{\max}$. Тогда

$$s_k(t) = \begin{cases} s_{k_i}^{\max} & \text{при } k = k_i, i = 1, \dots, r, \\ v^{\max} - \sum_{i=1}^r s_{k_i}^{\max} & \text{при } k = k_{r+1} \text{ (если } r < p), \\ 0 & \text{при остальных } k. \end{cases}$$

$$2. A > 0, \sum_{h \in E} s_h^{\max} < v^{\max}, \text{ где } E \text{ — такое же, как и в случае 1;}$$

$E_1 = \{k | B_k = 0\} = \emptyset$. Тогда

$$s_k(t) = \begin{cases} s_k^{\max} & \text{при } k \in E, \\ 0 & \text{при остальных } k. \end{cases}$$

$$3. A > 0; \sum_{h \in E} s_h^{\max} < v^{\max}; E_1 \neq \emptyset. \text{ Тогда}$$

$$s_k(t) = \begin{cases} s_k^{\max} & \text{при } k \in E, \\ 0 & \text{при } B_k < 0. \end{cases}$$

Относительно управлений s_k , $k \in E_1$, имеем особый режим, если равенство $B_k(t) = 0$ выполняется на некотором промежутке $t_1 \leq t \leq t_2$, $t_1 < t_2$, так как на этом промежутке при всех допустимых значениях $s_k(t)$, $k \in E_1$, таких, что

$$0 \leq \sum_{h \in E_1} s_h(t) \leq v^{\max} - \sum_{h \in E} s_h^{\max},$$

функция H_1 принимает одно и то же (максимальное) значение [2]. Пусть теперь $A \leq 0$, $E = \{k | B_k > -A\}$, $E_1 = \{k | B_k = -A\}$. Аналогично случаям 1—3 имеем следующее.

$$4. \sum_{h \in E} s_h^{\max} \geq v^{\max}; \text{ если } k_1, \dots, k_p \text{ — элементы } E, \text{ перенумерованные}$$



в порядке убывания B_k , r — наибольшее целое число такое, что

$$\sum_{i=1}^r s_{k_i}^{\max} \leq v^{\max}.$$

то

$$s_k(t) = \begin{cases} s_{k_i}^{\max} & \text{при } k = k_i, i = 1, \dots, r; \\ v^{\max} - \sum_{i=1}^r s_{k_i}^{\max} & \text{при } k = k_{r+1} \text{ (если } r < p), \\ 0 & \text{при остальных } k; \\ v(t) = v^{\max}. \end{cases}$$

5. $\sum_{k \in E} s_k^{\max} < v^{\max}$, $E_1 = \emptyset$. Тогда

$$s_k(t) = \begin{cases} s_k^{\max} & \text{при } k \in E, \\ 0 & \text{при остальных } k. \end{cases}$$

$v(t) = \sum_{k \in E} s_k^{\max}$, если $A < 0$; если же $A(t) = 0$ на некотором промежутке $t_1 \leq t \leq t_2$, $t_1 < t_2$, то относительно управления v получаем особый режим: при всех $v(t)$ таких, что

$$\sum_{k \in E} s_k^{\max} \leq v(t) \leq v^{\max},$$

функция H_1 принимает одно и то же значение.

6. $\sum_{k \in E} s_k^{\max} < v^{\max}$, $E_1 \neq \emptyset$. Тогда

$$s_k(t) = \begin{cases} s_k^{\max} & \text{при } k \in E, \\ 0 & \text{при } B_k < -A. \end{cases}$$

Относительно управлений v , s_k , $k \in E_1$, имеем особый режим, если условия $B_k(t) = -A(t)$ выполняются на некотором промежутке $t_1 \leq t \leq t_2$, $t_1 < t_2$, можно брать любые допустимые значения $s_k(t)$, $k \in E_1$, $v(t)$ такие, что

$$\sum_{k \in E} s_k^{\max} \leq v(t) \leq v^{\max}; \quad \sum_{k=1}^{m_2} s_k(t) \leq v(t),$$

не изменяя значения функции H_1 . Наконец, в случае $A < 0$, $E = E_1 = \emptyset$ получаем

$$v(t) = s_k(t) = 0, \quad k = 1, \dots, m_2.$$

Таким образом, существенное отличие рассматриваемой задачи от задачи из [1] связано с условием (7): из-за этого условия оптимальные управления v_j , $s_{j,k}$ могут принимать значения, промежуточные между 0 и v_j^{\max} , 0 и $s_{j,k}^{\max}$ соответственно.

В заключение отметим, что если сделать дополнительные предположения относительно условий задачи

$$\sum_i' u_{i,j}^{\max} \neq v_j^{\max}, \quad \sum_j' s_{j,k}^{\max} \neq w_k^{\max}$$

и свойств допустимых управлений

$$\sum_{i=1}^n u_{i,j}(t) + v_j(t) > 0; \quad \sum_{j=1}^{m_1} s_{j,k}(t) + w_k(t) > 0$$

($j = 1, \dots, m_1$; $k = 1, \dots, m_2$; $0 \leq t \leq T$), где Σ' означает суммирование по любому набору индексов i , $1 \leq i \leq n$ или j , $1 \leq j \leq m_1$, то можно доказать, как это сделано в [1], регулярность всякого участка траектории,

лежащего на границе области B , относительно любого допустимого управления в смысле [3, гл. 6]. Однако здесь уже нельзя исключить на основании принципа максимума наличия участков оптимальной траектории, целиком лежащих на границе области B . Это объясняется тем, что оптимальные управления $v_j(t)$, $s_{j,k}(t)$ могут принимать значения, промежуточные между своими минимальными и максимальными допустимыми значениями из-за условия (7). Но если все оптимальные управления принимают только значение 0 или соответствующие максимальные допустимые значения, то оптимальная траектория не может содержать участков, лежащих на границе B , т. е. должна лежать внутри этой области, за исключением, может быть, отдельных точек или тех частей границы, которые соответствуют условию $z^i = x_i$ (что сводится к исключению i -го источника и соответствующему понижению размерности задачи).

ВЫВОДЫ

1. Оптимальное управление перемешиванием многокомпонентных потоков в системе m смесителей и n источников может быть улучшено переходом к двухступенчатому процессу перемешивания, при котором источниками для смесителей второй ступени служат смесители первой ступени процесса.

2. Оптимальные управления двухступенчатого процесса перемешивания, как и в одноступенчатом, носят релейный характер.

3. В этом случае отдельные участки оптимальных траекторий могут принадлежать границе области допустимых значений фазовых координат. Однако такие случаи можно исключить путем введения некоторых нежестких в практическом смысле дополнительных условий.

Красноярский государственный
педагогический институт

Поступила в редакцию
3/II 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. М. Фрумин, М. В. Елин. Об оптимальных управлениях в процессах перемешивания многокомпонентных потоков.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1971, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.
2. Р. Габасов, Ф. М. Кириллова. Особые оптимальные управления. М., Физматиздат, 1973.
3. Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. Математическая теория оптимальных процессов. М., Физматиздат, 1961.



Л. Л. БОГАТЫРЕВ

РАСПОЗНАВАНИЕ АВАРИЙНЫХ СИТУАЦИЙ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

Постановка задачи. При управлении переходными процессами в сложной электроэнергетической системе (ЭЭС) система управления должна автоматически в темпе процесса по комплексу зафиксированных параметров нормального режима, аварийной ситуации и состояния схемы системы разобраться в аварийной ситуации и в зависимости от ее вида определить оптимальные управляющие воздействия. Так как определение управляющих воздействий в реальном масштабе времени затруднительно, то создание автоматизированной системы управления переходными процессами может идти по пути разработки устройства, связывающего управляющие воздействия с параметрами состояния системы в предаварийном режиме и в аварийной ситуации. Уравнение связи находится на основе предварительных расчетов системы для схемно-режимных многообразий ее работы с последующей оптимизацией управляющих сигналов.

В качестве пускового органа системы аварийного управления может использоваться модель аппроксимирующей разделяющей гиперповерхности, на основе которой осуществляется распознавание в пространстве заданных параметров классов устойчивых и неустойчивых режимов электроэнергетической системы.

В результате удается, не решая дифференциальных уравнений, описывающих переходные процессы в рассматриваемой системе, по комплексу зафиксированных параметров выявить опасный (неустойчивый) режим и, запустив систему аварийного управления переходными процессами, подать управляющие воздействия на регулирующие станции ЭЭС.

Таким образом, решение задач по созданию автоматизированной системы управления переходными процессами непосредственно связано с проблемой распознавания аварийных ситуаций с точки зрения устойчивой работы ЭЭС.

В теории распознавания один из основных подходов — геометрический, при котором исследуемый режим, описываемый m параметрами (совокупность параметров нормального режима и аварийной ситуации), представляется в виде вектора (объекта) в m -мерном евклидовом пространстве наблюдений R^m . Если имеется конечная выборка D из объектов с известной классификацией (обучающая выборка), то, делая предположение о представительности этой выборки, в пространстве параметров режима можно построить решающую гиперповерхность, разделяющую объекты, принадлежащие различным классам (устойчивым и неустойчивым режимам). Вероятность правильного распознавания определяется процентом правильно распознанных объектов экзаменационной выборки.

Задача распознавания аварийных ситуаций сводится к следующему: если имеется конечное множество $D \subset R^m$ объектов обучающей выборки с известной классификацией $x_i = (x_{i1}, \dots, x_{im})$, $i = 1, \dots, p$, $x_j = (x_{j1}, \dots, x_{jm})$, $j = 1, \dots, q$ из классов A_1 (устойчивые режимы) и A_2 (неустойчивые режимы) соответственно, причем $X_i \in D_1$, $X_j \in D_2$, $D_1 \cup D_2 = D$, то необходимо найти решающую гиперповерхность (в дальнейшем просто поверхность) $E = 0$, разделяющую подмножества D_1 и D_2 [1]. Предъявляемые для распознавания объекты с неизвестной классификацией $x_s = (x_{s1}, \dots, x_{sm})$, $X_s \in R^m$. $X_s \notin D$ относятся к тому или иному классу в зависимости от того, по какую сторону от разделяющей поверхности находится объект X_s , т. е. по знаку решающей функции E в точке X_s . Использование результатов предварительных расчетов устойчивости ЭЭС при схемно-режимных многообразиях ее работы (обучающей выборки) позволяет, построив гиперповерхность, разделяющую классы устойчивых и неустойчивых режимов, почти полностью исключить машинное время, необходимое для распознавания аварийных ситуаций, так как весь процесс распознавания сводится только к простому подсчету значения функции в точке. В настоящее время программа оперативного определения устойчивости ЭЭС, входящая в комплекс первоочередных программ автоматизированной системы диспетчерского управления для ЦВМ ЕС-1030, работает в течение 1—10 мин [2]. Отсюда очевидна целесообразность применения предлагаемых методов распознавания аварийных ситуаций для создания АСДУ.

В качестве параметров $\{x_i\}$, в пространстве которых строится разделяющая гиперповерхность, могут приниматься мощности электрических станций и нагрузок, потоки мощности по линиям, напряжения в узлах ЭЭС, индуктивные сопротивления линий электропередачи и генераторов, постоянные инерции генераторов, схема системы, вид возмущения, т. е. параметры, характеризующие нормальный режим ЭЭС, аварийную ситуацию и состояние схемы ЭЭС.

Найденное решающее правило должно быть максимально простым и экономичным при его реализации, а потери (процент ошибок на экзампне) не должны превышать заданного значения.

Построение разделяющей гиперповерхности состоит в построении алгоритм построения разделяющей поверхности состоит в построении гиперплоскости, перпендикулярной к направлению отрезка, соединяющего эталоны классов, и проходящей через его середину [3]. Эталон класса — важнейшая характеристика подмножеств D_k , представляющая собой «центр тяжести»

$$X_k^0 = \frac{1}{n_k} \sum_{X_i \in D_k} X_i$$

объектов обучающей выборки $X_i \in D_k$ данного класса A_k , где n_k — количество объектов класса A_k в общей выборке.

Если эталоны классов A_1 и A_2 равны

$$X^0 = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p X_i, \quad Y^0 = \frac{1}{q} \sum_{j=1}^q X_j,$$

то уравнение решающей плоскости имеет вид

$$E = (X^0 - Y^0) X' - 0,5(|X^0|^2 - |Y^0|^2) = 0, \quad (1)$$

где $(X^0 - Y^0)$ — направляющий вектор, а $0,5(|X^0|^2 - |Y^0|^2)$ — порог, определяющие плоскость E .

Объекты X_s распознаются по знаку линейной формы

$$E_s = (X^0 - Y^0) X_s' - 0,5(|X^0|^2 - |Y^0|^2).$$

Если множества из p точек $X_i \in D_1$ и q точек $X_j \in D_2$ полностью разделя-



ются плоскостью (1), то множества D_1 и D_2 линейно делимы и поставленная задача решена. Однако на практике полностью разделить классы устойчивых и неустойчивых режимов с помощью плоскости (1) не удается из-за произвола в выборе параметров, характеризующих режимы, недостаточной представительности обучающей выборки и погрешности исходной информации. Поэтому коэффициенты решающей функции (1) используются в виде первого приближения при решении задачи нахождения параметров поверхности, которая разделяет точки заданной выборки на два класса по критерию минимума суммы ошибок классификации.

Если задана выборка объектов X_1, \dots, X_n и для каждого объекта выборки известно значение классифицирующей функции $y\{X_j\}$, определяющей класс, к которому относится объект X_j , т. е.

$$y\{X_j\} = \begin{cases} +1, & \text{если } X_j \in A_1, \\ -1, & \text{если } X_j \in A_2, \end{cases}$$

то параметры (c_0, c_i, c_{ii}) решающей функции общего вида

$$E = c_0 + \sum_{i=1}^m c_i x_i + \sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^m c_{il} x_i x_l = 0 \quad (2)$$

можно найти, исходя из условия обеспечения минимального значения критерия

$$Q = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n [1 - \text{sign}\{y(x_j) E(C, X_j)\}], \quad (3)$$

где $\varphi = y(X_j) E(C, X_j)$;

$$\text{sign } \varphi = \begin{cases} +1, & \text{если } \varphi > 0, \\ -1, & \text{если } \varphi \leq 0. \end{cases}$$

Критерий Q в (3) представляет собой сумму ошибок классификации объектов выборки по знаку E .

Функция вида

$$E(C, X) = 0 \quad (4)$$

определяет некоторую поверхность в пространстве X , наилучшим образом, с точки зрения критерия (3), разделяющую точки выборки на два класса. Минимальное значение Q (равное нулю) достигается в том случае, когда с помощью поверхности $E(C, X) = 0$ все точки выборки классифицируются безошибочно. Если решающая функция известна, любой объект X_j классифицируется по правилу

$$\begin{cases} X_j \in A_1, & \text{если } E(C, X_j) > 0, \\ X_j \in A_2, & \text{если } E(C, X_j) \leq 0. \end{cases} \quad (5)$$

Вместо критерия (3) можно использовать критерий максимизации количества правильно распознаваемых точек обучающей выборки с помощью решающей поверхности. Для этого сопоставим каждому объекту $X_i (i=1, \dots, p)$ и $X_j (j=1, \dots, q)$ двузначные логические переменные α_i и β_j соответственно. Значение единица будем приписывать правильно распознаваемым объектам, а ноль — неверно распознаваемым и тем, которые попадают на решающую поверхность. Если параметры решающей поверхности обеспечивают максимальное значение критерия

где

$$\psi = \sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{j=1}^q \beta_j, \quad (6)$$

$$\alpha_i = \begin{cases} 1, & \text{если } E > 0, \\ 0, & \text{если } E \leq 0, \end{cases} \quad \beta_j = \begin{cases} 1, & \text{если } E \leq 0, \\ 0, & \text{если } E > 0. \end{cases}$$

и $\psi_{\max} = p + q$, то полученная поверхность полностью разделяет объекты обучающей выборки из классов A_1 и A_2 .

Определение наиболее информативных признаков распознавания. При решении задачи распознавания возникает вопрос о выборе из множества параметров $\{x_i\}$ минимального числа наиболее важных. Очевидно, к важнейшим относятся такие параметры, которые мало изменяются от экземпляра к экземпляру данного образа; имеют наименьшую дисперсию (при условии, что средние значения этих параметров у разных образов достаточно отличаются друг от друга, т. е. дисперсия по всей совокупности объектов велика).

Если параметры распознавания независимы и их ковариационная матрица K диагональна, то важнейшими составляющими для распознавания класса будут те, которым соответствуют наименьшие диагональные элементы — дисперсии, так как параметры, имеющие большую дисперсию, мало сказываются на расстоянии между гипотезами, т. е. мало влияют на вероятность правильного распознавания и могут быть исключены.

Если же наблюдаемые параметры коррелированы между собой, то их ковариационная матрица не диагональна. Однако путем линейных преобразований вида $Z = CX$ (переход к новым переменным Z) ковариационную матрицу для новых переменных можно привести к диагональному виду и судить о значимости новых параметров по величине диагональных членов.

Проблема нахождения новых переменных с наименьшими дисперсиями сводится к нахождению собственных чисел и собственных векторов ковариационной матрицы K [4, 5]. Дисперсия новых параметров, являющихся линейной комбинацией прежних, определяется выражением

$$\sigma_{z_i}^2 = C'_i K C_i,$$

где $C'_i = (C_{i1}, \dots, C_{im})$ — вектор-строка матрицы преобразования C . При фиксированной энергетической (квадратичной) характеристике параметров $C'_i C_i = \varepsilon = \text{const}$ минимальные дисперсии можно найти методом Лагранжа как условные минимумы функции

$$\varphi = C'_i K C_i - \lambda (C'_i C_i - \varepsilon),$$

где λ — множители Лагранжа. Минимум находится приравнением нулю частных производных функции φ :

$$\partial \varphi / \partial C'_i = K C_i - \lambda C_i = (K - \lambda I) C_i = 0,$$

где I — единичная матрица. Полученная система имеет решение, если

$$|K - \lambda I| = 0. \quad (7)$$

Последнее представляет собой характеристический определитель матрицы K . Здесь λ — собственные числа матрицы K , а C_i — собственные векторы этой матрицы, определяемые системой уравнений

$$(K - \lambda I) C_i = 0. \quad (8)$$

Так как матрица K является положительно определенной, то все ее собственные числа будут положительными. Если размерность ковариационной матрицы равна m , то m собственных векторов C_i образуют матрицу преобразований C , которая приводит собственные числа матрицы к диагональному виду, в диагонали ее стоят собственные числа. Преобразование с матрицей C означает переход к новым параметрам, при которых происходит такой поворот осей координат, что новая координатная система совпадает своими осями с направлениями главных осей эллипсоида рассеяния. При этом расстояние между средними рас-пределениями вероятностей по одной из координат оказывается увели-



ченным. Действительно, так как матрица C , состоящая из собственных векторов матрицы K , приводит последнюю к диагональной матрице, в диагонали которой стоят собственные числа, т. е.

$$C'KC = L, \quad \text{где } L = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_m \end{pmatrix},$$

то квадратичная форма $X'K^{-1}X = \mu$, характеризующая рассеяния, принимает вид $Z'(C'KC)^{-1}Z = \mu$.

Учитывая $(C'KC)^{-1} = L^{-1}$, имеем

$$Z'L^{-1}Z = \sum_{i=1}^m Z_i^2 / (\sqrt{\mu \lambda_i})^2 = 1.$$

Последнее выражение описывает эллипсоид с длиной i -й полуоси, равной $b_i = \sqrt{\mu \lambda_i}$.

Если рассматривать всю совокупность объектов, то первой главной компонентой нового факторного пространства будет направление, в котором имеет место максимальный разброс точек выборки; второй главной компонентой — направление максимального разброса точек выборки, ортогональное первому, и т. д. Так как дисперсия новой переменной Z_i равна собственному числу λ_i , то главные компоненты могут быть проанжированы по λ , т. е. первая главная компонента имеет наибольшую дисперсию, вторая — меньшую, чем первая, и т. д. В связи с этим для задачи распознавания образов целесообразно вводить не все главные компоненты, а лишь те, которые при возможно меньшем их числе учитывают подавляющую долю общей дисперсии. Именно это минимальное количество главных компонент должно быть использовано при построении решающей гиперповерхности, обеспечивающей минимум Q в выражении (3) или максимум ψ в (6).

Для определения необходимого числа главных компонент предлагается использовать соотношение [6]

$$\rho_t^2 = \sum_{i=1}^t \lambda_i / \sum_{j=1}^m \lambda_j, \quad 0 < \rho_t \leq 1. \quad (9)$$

С возрастанием t растет ρ_t и в случае сильной коррелированности параметров быстро приближается к единице. Вычисление ρ_1, ρ_2, \dots кончают таким ρ_t , которое достаточно близко к единице ($\rho_t \geq 0,9 - 0,95$). Обычно $t < m$, что приводит к более простой схеме распознающего устройства в результате «свертки» информации об объекте. Исключение избыточной информации при распознавании позволяет облегчить информационную часть системы АСДУ и уменьшить ее стоимость, сократить время обработки информации и выработки решений при управлении.

Так как главные компоненты не инвариантны относительно изменения масштабов, по которым отсчитываются исходные параметры, то необходимо перейти к стандартизованным переменным

$$x_i^* = \frac{(x_i - Mx_i)}{\sigma x_i},$$

где Mx_i и σx_i — соответственно математическое ожидание и среднеквадратичное отклонение x_i . Построив математическую модель решающей гиперповерхности, можно по результатам измерения параметров, характеризующих аварийную ситуацию, не решая дифференциальных уравнений, описывающих переходные процессы в системе, определить устойчивость системы.

Для примера рассмотрим распознавание аварийных ситуаций (с точки зрения устойчивости) в ЭЭС, представляющей собой некоторый эквивалентный блок, работающий через две параллельные линии на си-

стему шин бесконечной мощности. За аварийные ситуации примем различные короткие замыкания на одной из двух параллельных линий, отличающиеся друг от друга видом, местом и длительностью.

В качестве параметров, характеризующих аварийную ситуацию в исследуемой системе, выберем передаваемую мощность в нормальном режиме (P_0), сброс мощности в первый момент аварии (ΔP), отражающий вид и вместо короткого замыкания, и длительность аварии ($t_{к.з}$).

Дифференциальные уравнения, описывающие переходный процесс в рассматриваемой системе, примем в соответствии с [7]. Чтобы решение задачи было не тривиальным, вариации параметров, характеризующих исходный режим и аварийную ситуацию, выберем таким образом, чтобы состояние ЭЭС находилось вблизи границы области устойчивости. При расчетах динамической устойчивости значение передаваемой мощности (P_0) меняется от 0,7 до 0,9, длительность короткого замыкания ($t_{к.з}$) — от 0,15 до 0,30 с, а точка короткого замыкания принимается на одной из параллельных линий, связывающих станцию с приемной системой, через каждую 1/6 часть длины линии. В результате расчета при $T_1 = 10,0$ с, $x_{т.р} = 0,14$, $x_{т.1} = x_{т.2} = 0,6$, $U_c = 0,95$, $U_r = 1,0$, $x_d = 2,0$, $P_d = 8,0$, $x_{д'} = 0,2$ и, например, при $P_0 = 0,8$; $\Delta P = 0,628$, $t_{к.з} = 0,2$ с система оказывается устойчивой после отключения поврежденной линии, а при $P_0 = 0,9$, $\Delta P = 0,707$, $t_{к.з} = 0,2$ с — неустойчивой. Меняя исходный режим системы, вид, место и длительность повреждений, получаем обучающую выборку, содержащую объекты двух классов (устойчивые и неустойчивые режимы), необходимую для построения разделяющей гиперповерхности.

Если найдена поверхность, разделяющая классы устойчивых и неустойчивых режимов, то расстояние от точки, характеризующей режим системы, до разделяющей поверхности можно рассматривать как степень устойчивости или неустойчивости режима (в зависимости от того, по какую сторону от поверхности лежит изображающая точка). Так как разделяющая поверхность представляет собой в пространстве параметров режима системы множество предельных по устойчивости режимов, то можно определить степень устойчивости не только режима в целом, но и по отдельным параметрам. Последнее обстоятельство может быть использовано для оценки максимально допустимых изменений параметров.

При решении задачи исходная обучающая выборка состояла из 30 объектов (одна половина объектов представляла класс устойчивых режимов, а другая — неустойчивых). Элементы корреляционной матрицы определялись по формуле

$$K_{ij} = \frac{M[(x_i - Mx_i)(x_j - Mx_j)]}{\sigma x_i \sigma x_j},$$

где

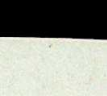
$$Mx_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_{ik},$$

$$\sigma x_i = \left\{ \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (x_{ik} - Mx_i)^2 \right\}^{1/2}, \quad N = 30.$$

Для нормированных параметров $x_1^* = P_0^*$, $x_2^* = \Delta P^*$, $x_3^* = t_{к.з}^*$ корреляционная матрица K имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0,14 & -0,572 \\ 0,14 & 1 & -0,306 \\ -0,572 & -0,306 & 1 \end{pmatrix}.$$

Собственные числа этой матрицы $\lambda_1 = 1,716$, $\lambda_2 = 0,880$, $\lambda_3 = 0,410$, а собственные ортонормированные векторы



$$C'_1 = (-0,618; -0,407; 0,672),$$

$$C'_2 = (-0,505; 0,857; 0,103),$$

$$C'_3 = (0,65; 0,221; 0,726).$$

Для наглядности решения в качестве главных компонент примем две новые переменные Z_1 и Z_2 , так как соответствующие им линейные формы извлекают наибольшую дисперсию из общей выборки ($\rho_2 = 0,93$):

$$\begin{aligned} Z_1 &= -0,618P_0^* - 0,407\Delta P^* + 0,672I_{к.з.}^* \\ Z_2 &= -0,505P_0^* + 0,857\Delta P^* + 0,103I_{к.з.}^* \end{aligned} \quad (10)$$

Определив значения переменных Z_1 и Z_2 для устойчивых и неустойчивых режимов, переходим к поиску решающего правила, обеспечивающего минимум ошибки классификации объектов из обучающей выборки. Так как координаты эталона класса устойчивых режимов равны $+0,874$; $-0,376$, а неустойчивых $-0,469$; $+0,431$, то по простейшему алгоритму (1) уравнение разделяющей прямой имеет вид

$$Z_2 = -0,306 + 1,66 Z_1. \quad (11)$$

Если искать разделяющую прямую, минимизируя Q в выражении (3), то решающее правило выразится уравнением

$$Z_2 = -0,1 + 1,02 Z_1. \quad (12)$$

Разделяющая прямая (11) дает значительную ошибку классификации (26%), а уравнение (12) сокращает ее до 17%. Получить меньшую ошибку с помощью разделяющей прямой не удастся. В связи с этим в качестве решающего правила принимается кривая второго порядка

$$E = c_0 + c_1 Z_1 + c_2 Z_2 + c_3 Z_1 Z_2 + c_4 Z_1^2 + c_5 Z_2^2 = 0. \quad (13)$$

Значения коэффициентов c_i ($i=0, 1, \dots, 5$), минимизирующих Q , равны: $c_0=0,6$, $c_1=20$, $c_2=-20$, $c_3=-10$, $c_4=5$, $c_5=-30$. Ошибка классификации составляет в этом случае уже 12%. Следует заметить, что в данной задаче получить кривую, полностью разделяющую множества D_1 и D_2 , вряд ли удастся, так как в силу погрешности исходной информации не выполняется условие $D_1 \cap D_2 = \emptyset$. Если предельные по устойчивости режимы, попавшие в зону $E = \pm \epsilon$, классифицировать как неустойчивые, то распознавание будет безошибочным.

Проверим полученное решающее правило (13) на экзаменационной выборке, состоящей из десяти объектов с известной классификацией, не входящих в объем обучающей выборки.

Эти объекты получены в результате расчетов устойчивости исследуемой ЭЭС. Первые пять составляют устойчивые режимы, другие пять — неустойчивые. В соответствии с этим значения классифицирующей функции для первых пяти объектов экзаменационной выборки равны $+1$, а для других -1 . Подставляя значения нормированных параметров режимов (P_{0i}^* , ΔP_i^* , $I_{к.з.i}^*$), представляющих собой объекты экзаменационной выборки, в выражения для главных компонент нового факторного пространства $\{Z\}$, с учетом (13) и (3) находим ошибки классификации каждого объекта. Значения переменных Z_1 и Z_2 , классифицирующей функции $y\{x\}$ и ошибка классификации каждого объекта Q_i приведены в таблице.

Как видим, ошибка классификаций составляет 10%. Первый объект экзаменационной выборки представляет собой аварийную ситуацию, когда исследуемая ЭЭС близка к пределу устойчивости ($P_0=0,7$, $\Delta P=0,541$, $I_{к.з.}=0,25$ с; короткое замыкание взято в начале линии на расстоянии $1/6$ длины линии от шин станции).

Экзаменационная выборка и ее классификация

Номер объекта	Z_1	Z_2	$y\{x\}$	Q_i	Номер объекта	Z_1	Z_2	$y\{x\}$	Q_i
1	+0,8095	+0,6852	+1	1	6	-0,1465	+1,9694	-1	0
2	+1,0810	+0,1136	+1	0	7	-2,1130	+1,8844	-1	0
3	+1,2605	-0,2643	+1	0	8	-1,3537	+2,0008	-1	0
4	+1,3773	-0,5103	+1	0	9	+0,6129	+2,0858	-1	0
5	+1,4628	-0,6903	+1	0	10	+0,1950	+2,2336	-1	0

Точность классификации возрастает с ростом объема обучающей выборки (длины обучающей последовательности), ее представительности. Построив математическую модель решающей кривой (13), зная параметры, характеризующие нормальный режим системы и аварийную ситуацию, определить устойчивость системы, не прибегая к решению дифференциальных уравнений, описывающих переходные процессы. Последнее особенно важно при создании автоматизированных систем управления режимами ЭЭС.

При распознавании аварийных ситуаций в сложной системе придется иметь дело не только с количественными, но и качественными переменными, описывающими такие состояния, как включение или отключение линий, генераторов, трансформаторов, направление потока мощности по линии электропередачи (от шин или к шинам станций), наличие или отсутствие АПВ и т. д. В этом случае к вектору состояний системы добавляются новые логические координаты, принимающие бинарные значения (0 или 1), в результате чего значительно увеличивается размерность пространства состояний.

При большой размерности пространства состояний объекта и необходимости учета взаимосвязи между параметрами эффективными становятся алгоритмы распознавания, базирующиеся на использовании процедуры «сжатия» указанного пространства и его представлении в виде набора многомерных векторов (по основным координатам).

Если представить n -мерный вектор X , каждая координата которого может принимать лишь τ_i значений, как бинарный вектор $X = (x^1, \dots, x^r)$ размерности $\tau = \sum_{i=1}^n \tau_i$, то состояние системы с учетом логических переменных выразится в виде

$$X = (x^1, \dots, x^r, y^1, \dots, y^m), \quad (14)$$

где y^1, \dots, y^m — логические переменные, принимающие значения 0 или 1. Чтобы определить вектор (14), каждой координате x^i ставится в соответствие вектор \dot{x}_i , координаты которого $\dot{x}_i^1, \dots, \dot{x}_i^{\tau_i}$ определяются следующим образом:

$$\dot{x}_i^k = \begin{cases} 0, & \text{если } x^i \neq C^i(k), \\ 1, & \text{если } x^i = C^i(k), \end{cases}$$

где $C^i(k)$ — соответствующие градации изменения переменной x^i . Координаты векторов \dot{x}_i ($i=1, \dots, n$) записываются подряд, образуя новый вектор $X = (x^1, \dots, x^r)$, так что первые τ_1 координаты этого вектора совпадают с \dot{x}_1 , следующие τ_2 образуют \dot{x}_2 и т. д. В результате получаем N векторов X , характеризующих классы состояний системы, где $N = \sum_{i=1}^2 N_i$, а N_i — число состояний, принадлежащих каждому i -му классу.



Для описания процедуры распознавания можно использовать понятие «векторы сопоставления», под которым понимаются векторы, получаемые сложением по mod 2 распознаваемого вектора X с каждым из векторов классов состояний системы [8]. При этом считается, что состояние X системы относится к i -му классу, если абсолютная величина усредненных сумм нулевых координат векторов сопоставления для i -го класса больше, чем соответствующая сумма для j -го класса, т. е.

$$\frac{1}{N_i} \sum_{ki} r_n [X, X_{ki}] > \frac{1}{N_j} \sum_{kj} r_n [X, X_{kj}], \quad (15)$$

$$r_n [X, X_{ki}] \geq T_n \quad r_n [X, X_{kj}] \geq T_n,$$

где N_i, N_j — число состояний ЭЭС, принадлежащих классам i и j ; T_n — порог срабатывания распознающего устройства, определяющий границы класса состояний; $r_n [X, X_{ki}], r_n [X, X_{kj}]$ — метрики в пространстве R , представляющие собой число нулевых координат n -координатных векторов сопоставления, образованных сложением по mod 2 вектора X с X_{ki} и X_{kj} , т. е. число совпадающих двоичных координат векторов X и X_{ki} (X и X_{kj}). Совокупность векторов X берется для наиболее характерных состояний ЭЭС с учетом схемно-режимных многообразий ее работы.

Для некоторой части Уральской энергосистемы, которая после эквивалентирования имеет вид кольца 500 кВ с четырьмя узлами, были просчитаны нормальные (максимальный и минимальный) и аварийные режимы, связанные с потерей мощности в узлах данной системы 500 и 800 МВт. В качестве параметров, характеризующих состояние системы, приняты напряжения в трех узлах u_1, u_2, u_3 (четвертый узел — базисный, балансирующий узел с постоянным напряжением — неинформативный при распознавании) и потоки мощности по линиям $P_{12}, P_{23}, P_{34}, P_{41}$ (по величине и направлению). Так как направления потоков мощности по линиям связи в аварийных режимах не меняются, но при распознавании классов аварийных состояний (отключение 500 или 800 МВт в узлах системы) логические переменные могут в принципе не приниматься во внимание. Кодирование исходной информации проводилось таким образом, что если некоторый параметр U_i или P_{ij} в аварийном режиме находился в интервале изменения ΔU_i или ΔP_{ij} , определенном из анализа нормальных режимов (диапазон изменения U_i или P_{ij} в классе нормального состояния ЭЭС), то значение этого параметра принималось за нуль, в противном случае — за единицу. Если мощность P_i была направлена от узла i к узлу j , то логическая переменная принималась за нуль, когда же направление мощности было обратным — за единицу.

В результате расчета эквивалентной системы установлено, что векторы состояния $X = |U_1, U_2, U_3, P_{12}, P_{23}, P_{34}, P_{41}, y^1, y^2, y^3, y^4|$ для двух классов аварийных ситуаций имеют вид: класс 1 (отключение 500 МВт соответственно в узлах 1 и 2) — 00110011111, 01111011111; класс 2 (отключение 800 МВт соответственно в узлах 1, 2, 3) — 00010111111, 11111011111, 11111111111. Необходимо распознать вектор 01111111111, т. е. отнести его к классу 1 или 2 по приведенному выше алгоритму, когда известно, что это состояние системы при отключении блока 500 МВт в узле 3.

Для решения задачи найдем «векторы сопоставления» для класса 1 — 01001100000, 00000100000 и класса 2 — 01101000000, 10000100000; 10000000000 и подсчитаем значения левой и правой частей неравенства (15) при $T_n = 1$. Так как

$$\frac{1}{N_1} \sum_{k1} r(X, X_{k1}) = \frac{1}{N_2} \sum_{k2} r(X, X_{k2}) = 9$$

(объект находится вблизи границы классов состояний), то для распознавания интересующего нас состояния системы необходимо повысить сте-

пень различимости классов состояний за счет нелинейного преобразования векторного пространства. В этом случае сумма нулевых координат каждого вектора сопоставления возводится в степень m , представляющую собой целое положительное число, большее единицы, при котором выполняется условие

$$\frac{1}{N_1} \sum_{k1} [r_n(X, X_{k1})]^m \neq \frac{1}{N_2} \sum_{k2} [r_n(X, X_{k2})]^m, \quad (16)$$

$$r_n(X, X_{k1}) \geq T_n = 1 \quad r_n(X, X_{k2}) \geq T_n = 1.$$

При $m=2$ $\frac{1}{N_1} \sum_{k1} [r_n(X, X_{k1})]^2 = 82$, $\frac{1}{N_2} \sum_{k2} [r_n(X, X_{k2})]^2 = 81,6$ и,

следовательно, интересующее нас состояние системы действительно относится к классу 1, т. е. приведенный алгоритм распознавания обеспечивает правильную классификацию аварийного режима.

Рассматриваемые алгоритмы могут быть использованы в автоматизированных системах управления режимами ЭЭС для распознавания аварийных ситуаций, класса аварийных состояний и места возникновения аварии.

ВЫВОДЫ

1. Для автоматического распознавания аварийных ситуаций в ЭЭС целесообразно строить разделяющую классы состояний ЭЭС гиперповерхность, минимизирующую сумму ошибок классификации объектов обучающей выборки.

2. Располагая уравнением разделяющей гиперповерхности, можно определить устойчивость ЭЭС при различных аварийных ситуациях, не прибегая к решению дифференциальных уравнений, описывающих переходные процессы.

3. Математическая модель решающей гиперповерхности может быть использована в качестве алгоритма работы пускового устройства системы противоаварийной автоматики.

Уральский ордена Трудового Красного Знамени
политехнический институт
им. С. М. Кирова,
Свердловск

Поступила в редакцию
27/IX 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Г. Загоруйко. Методы распознавания и их применение. «Советское радио», 1972.
2. Н. А. Васильева, Н. Б. Глаголева, Л. М. Горбунова, И. В. Крючков, М. Г. Портной, Р. С. Рабинович. Программа оперативного определения устойчивости энергосистем (РУЭН — Советчик). — В кн.: Методы и программы анализа на ЦВМ динамической устойчивости и электромеханических процессов энергосистем. Киев, 1974.
3. Б. А. Головкин. Машинное распознавание и линейное программирование. — «Советское радио», 1973.
4. В. П. Пересада. Автоматическое распознавание образов. Л., «Энергия», 1970.
5. Д. Лоули, А. Максвелл. Факторный анализ как статистический метод. «Мир», 1967.
6. М. И. Маршак. Статистические модели качества продукции при сильной корреляции факторов производственного процесса. — В кн.: Статистика качества продукции. «Наука», 1973.
7. В. А. Венников. Переходные электромеханические процессы в электрических системах. «Высшая школа», 1970.
8. Г. П. Шибанов. Распознавание в системах автоконтроля. — «Машиностроение», 1973.



УДК 621.311.016.351 : 681.14

А. Х. КАЛЮЖНЫЙ, Ю. В. СОКОЛОВ

АЛГОРИТМ И ПРОГРАММА
РАСЧЕТА УСТАНОВИВШИХСЯ НОРМАЛЬНЫХ
И ПОСЛЕАВАРИЙНЫХ РЕЖИМОВ
СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ
С УЧЕТОМ ИЗМЕНЕНИЯ ЧАСТОТЫ

В системах ограниченной мощности возникающий небаланс компенсируется за счет изменения частоты и вызванного этим изменениями активных мощностей генераторов и нагрузок в соответствии с их моментно-скоростными и статическими характеристиками. В мощных объединениях, например ЕЭС СССР, вторичное регулирование частоты проводится на многих станциях. При расчете режимов таких объединений необходимо учитывать регулирующее действие всех станций, а также ограничение максимальной мощности каждой из них. При полном использовании вращающегося резерва возможно значительное понижение частоты и в мощных объединениях. Таким образом, учет изменения частоты необходим не только при анализе послеаварийных режимов, связанных с отключением генераторной мощности, но и при расчете нормальных режимов во многих системах.

В литературе показана возможность решения уравнений установившегося режима, включающих частоту в качестве независимой переменной [1]. Учету изменения частоты посвящены и другие работы, например [2, 3]. Однако до программной реализации эти работы не доведены.

Существующие программы позволяют рассчитывать установившиеся режимы лишь при номинальной частоте. При этом задаются активные мощности нагрузок и генераторов во всех узлах, кроме одного, принятого за балансирующий. Баланс мощностей обеспечивается за счет изменения частоты в этом узле, что соответствует наличию в системе шин бесконечной мощности.

Выбор одного из узлов системы в качестве балансирующего приемлем далеко не всегда. Возникает необходимость рассчитывать установившиеся режимы при задании мощностей всех без исключения генераторов и нагрузок с учетом их зависимостей от частоты в системе. В этом случае в результате расчета режима следует определить частоту в системе, мощности генераторов и нагрузок, соответствующие этой частоте, напряжения в узлах и потокораспределение в схеме.

В настоящей статье описаны алгоритм и программа, позволяющие рассчитать режим, который в общем случае характеризуется произвольной частотой, не равной номинальной.

При записи уравнений установившегося режима в форме баланса мощностей в узлах для каждого узла имеем

$$\begin{aligned} P_{Gi} - \sum P_{ij} - P_{Hi} - P_{Shi} &= 0, \\ Q_{Gi} - \sum Q_{ij} - Q_{Hi} - Q_{Shi} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где P_{Gi} , Q_{Gi} — активная и реактивная мощности, поступающие от генератора в узел примыкания i ; P_{ij} , Q_{ij} — перетоки мощностей по связям из узла i в узел j ; P_{Hi} , Q_{Hi} , P_{Shi} , Q_{Shi} — мощности нагрузок и шунтов в узле i .

В установившемся режиме электромагнитная мощность генератора равна механической мощности турбины, которая зависит от частоты в системе. Моментно-скоростную характеристику турбины в интересующем нас диапазоне частот (47 ÷ 51 Гц) можно считать линейной:

$$M_T = M_{T0} + \kappa M_{Tном} (\omega - 1),$$

где M_{T0} — момент турбины, заданный при номинальной скорости; $M_{Tном}$ — номинальный момент турбины; ω — частота, численно равная скорости в относительных единицах, $\omega_{ном} = 1,0$; κ — тангенс угла наклона моментно-скоростной характеристики турбины.

При наличии у турбины автоматического регулятора скорости (АРС) $\kappa_{АРС} = -(10 \div 50)$, а если регуляторы скорости отсутствуют, то $\kappa \approx -1$.

При понижении частоты загрузка турбин, снабженных регуляторами, возможна до максимального значения мощности, после чего действие регуляторов скорости и частоты прекращается, а мощности турбин изменяются в соответствии с их естественной моментно-скоростной характеристикой. Следовательно, при достижении определенной частоты (обозначим ее $\omega_{гр}$ и отметим, что $\omega_{гр} < 1,0$) κ скачком изменяется с $\kappa = \kappa_{АРС}$ на $\kappa = -1$. Окончательно, переходя от моментов к мощностям и учитывая ограничение мощности турбины, получаем зависимость мощности турбины от частоты

$$P_T = P_T = P_{max} \frac{\omega}{\omega_{гр}} - \kappa P_{ном} \omega (\omega - \omega_{гр}) \begin{cases} \kappa = \kappa_{АРС}, & \text{если } \omega \geq \omega_{гр}, \\ \kappa = -1, & \text{если } \omega < \omega_{гр}, \end{cases} \quad (2)$$

где P_{max} , $P_{ном}$ — максимальная и номинальная мощности турбины и генератора.

Частота, при которой мощность турбины максимальна, определяется выражением

$$\omega_{гр} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{P_{T0}}{\kappa_{АРС} P_{ном}} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left(1 - \frac{P_{T0}}{\kappa_{АРС} P_{ном}} \right)^2 + \frac{P_{max}}{\kappa_{АРС} P_{ном}}},$$

где P_{T0} — заданная мощность турбины при номинальной частоте.

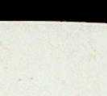
Реактивная мощность, вырабатываемая генераторами, тоже зависит от частоты. Однако при автоматическом регулировании возбуждения (АРВ) реактивная мощность генераторов определяется из условия $U_T = \text{const}$, а после прекращения действия АРВ может быть принята постоянной: $Q_T = \text{const}$.

Мощности нагрузок и шунтов зависят от частоты и напряжений в соответствующих узлах. Эти зависимости могут быть заданы в виде выражений

$$P_{Hi} = P_{H0i} \left[K_{Pi} + L_{Pi} \frac{U_i}{U_{0i}} + M_{Pi} \left(\frac{U_i}{U_{0i}} \right)^2 \right] [1 + N_{Pi} (\omega - 1)], \quad (3)$$

$$Q_{Hi} = Q_{H0i} \left[K_{Qi} + L_{Qi} \frac{U_i}{U_{0i}} + M_{Qi} \left(\frac{U_i}{U_{0i}} \right)^2 \right] [1 + N_{Qi} (\omega - 1) + T_{Qi} (\omega - 1)^2], \quad (4)$$

где P_{H0i} , Q_{H0i} — активная и реактивная мощности нагрузок в узле i при номинальной частоте и напряжении в узле, равном U_{0i} (обычно



$U_{0i} = U_{ном}$; K_{Pi} , K_{Qi} , L_{Pi} , L_{Qi} и т. д. — коэффициенты полиномов, аппроксимирующих статические характеристики нагрузок;

$$P_{шi} = g_i U_i^2, \quad (5)$$

$$Q_{шi} = \frac{b_{Li}}{\omega} U_i^2 + \omega b_{Ci} U_i^2, \quad (6)$$

где g_i — активная проводимость шунта в узле i (зависимость g_i от частоты не учитывается); b_{Li} , b_{Ci} — индуктивная и емкостная проводимости шунтов при номинальной частоте.

При разнесении поперечных проводимостей связей в узлы примыкания перетоки мощности между узлами $i-j$ определяются выражениями

$$P_{ij} = U_i^2 k_i^2 Y_{ij} \sin \alpha_{ij} + U_i U_j k_i k_j Y_{ij} \sin (\delta_i - \delta_j - \alpha_{ij} + \Delta_i - \Delta_j), \quad (7)$$

$$Q_{ij} = U_i^2 k_i^2 Y_{ij} \cos \alpha_{ij} - U_i U_j k_i k_j Y_{ij} \cos (\delta_i - \delta_j - \alpha_{ij} + \Delta_i - \Delta_j), \quad (8)$$

где $Y_{ij} = \frac{1}{\sqrt{r_{ij}^2 + (\omega x_{ij})^2}}$, $\alpha_{ij} = \arctg \frac{r_{ij}}{\omega x_{ij}}$ — функции частоты; k_i , k_j , Δ_i ,

Δ_j — модуль и сдвиг фазы коэффициентов трансформации трансформаторов по концам связи $i-j$.

Поскольку на современных генераторах в большинстве случаев имеются регуляторы возбуждения с большими коэффициентами усиления, напряжение в узлах, к которым подключены генераторы, считаем заданным, а уравнения баланса реактивной мощности в узле не включаем в систему уравнений установившегося режима.

Таким образом, имеем систему из $2n-k$ уравнений, где n — число узлов в схеме, k — число генераторов с $U = \text{const}$. Нужно определить частоту в системе, $n-1$ относительных углов и $n-k$ напряжений в узлах: всего $2n-k$ неизвестных. Полученную систему уравнений можно решать любым из известных методов, например методом Ньютона — Рафсона [1].

Принципиальное отличие предлагаемого алгоритма заключается в том, что частота рассматривается не как переменная системы уравнений, а как параметр, величина которого постоянна при расчете режима [4]. Это позволяет для расчета режимов при фиксированных значениях частоты воспользоваться одной из существующих программ, что облегчает решение поставленной задачи.

Действительно, если задать все параметры системы при какой-либо определенной частоте, которая в общем случае может отличаться от номинальной, и выбрать какой-либо узел в качестве балансирующего, то в результате расчета получим режим в системе при этой частоте. Изменяя заданную частоту (и соответственно параметры системы), получим различные режимы. В частности, будет меняться мощность балансирующего узла, которую можно рассматривать как функцию частоты в системе. Вместе с тем мощность балансирующего узла представляет разность между мощностями генератора и нагрузки в этом узле, которые при любой частоте имеют совершенно определенные значения и могут быть вычислены через заданные при номинальной частоте мощности по выражениям (2) ÷ (6). Действительная мощность в этом узле при частоте ω

$$P_z(\omega) = P_{гб}(\omega) - P_{нб}(\omega). \quad (9)$$

Следовательно, если заданы мощности всех без исключения генераторов и нагрузок, можно определить частоту и установившийся режим в результате расчета нескольких установившихся режимов при фиксированных значениях частоты, используя для этого одну из существующих программ. Искомый режим определяется из условия равен-

ства мощности балансирующего узла P_b , полученной в результате расчета режима, и действительной мощности в этом узле P_z . Разность

$$\Delta P = P_b(\omega) - P_z(\omega) \quad (10)$$

следует рассматривать как функцию частоты и искать нуль этой функции, например, методом Ньютона. Режим, рассчитанный при номинальной частоте, берется в качестве первого приближения. Значение частоты уточняется на каждой итерации по выражению

$$\omega_{l+1} = \omega_l + \frac{\Delta P_l}{\left. \frac{d\Delta P}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_l}}, \quad (11)$$

где l — номер итерации.

Точность вычисления производной $d\Delta P/d\omega$ мало влияет на скорость сходимости итерационного процесса. Поэтому при вычислении этой производной учитываются лишь явные зависимости от частоты мощностей генераторов и нагрузок:

$$\frac{d\Delta P}{d\omega} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial P_{Hi}}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_l} - \sum_{j=1}^k \frac{\partial P_{Гj}}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_l}. \quad (12)$$

Выражения для частных производных мощностей генераторов и нагрузок по частоте определяются из (2), (3):

$$\frac{\partial P_{Г}}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_l} = \frac{P_{\max}}{\omega_{гр}} - \alpha P_{ном} (2\omega_l - \omega_{гр}), \quad (13)$$

$$\frac{\partial P_{H}}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_l} = P_{H0i} \left[K_{Pi} + L_{Pi} \frac{U_i}{U_{0i}} + M_{Pi} \left(\frac{U_i}{U_{0i}} \right)^2 \right] N_{Pi}. \quad (14)$$

Итерации продолжаются до тех пор, пока не выполнится неравенство

$$|\Delta P_l| < \varepsilon,$$

где ε — заранее заданная точность расчета.

Поскольку зависимость $\Delta P(\omega)$ близка к линейной, для расчета искомого режима с частотой, отличающейся от номинальной, достаточно двух — трех итераций по частоте.

Если частота незначительно отличается от номинальной, то использование описанного выше алгоритма позволяет рассчитать режим с учетом изменения частоты. Однако при дефиците генераторной мощности стационарный режим может характеризоваться пониженной частотой в системе, заметно отличающейся от номинальной. При понижении частоты в первую очередь загружаются те генераторы, турбины которых снабжены АРС. После того, как мощности всех генераторов с АРС достигнут величины P_{\max} , т. е. после прекращения действия регуляторов скорости, частота снижается более интенсивно. Ограничение ответственных частот на практике проводится отключением наименее ответственных потребителей, для чего используется автоматическая частотная разгрузка (АЧР). Защита АЧР действует обычно при частотах 48—49 Гц очередями с различными уставками. Действие защиты АЧР тоже следует учитывать при расчетах установившихся режимов.

Нагрузки, отключаемые защитой АЧР из-за понижения частоты, при повышении частоты повторно не включаются, поэтому мощность балансирующего узла, определяемая в результате расчета режима при действии АЧР, является неоднозначной функцией частоты и зависит от того, насколько понижалась частота в системе. Кроме того, вследствие действия АЧР и ограничения мощностей генераторов эта функция



перестает быть непрерывной и ее первая производная также меняется скачком.

При такой зависимости мощности балансирующего узла от частоты для определения частоты нельзя воспользоваться описанным выше итерационным процессом. Наиболее простой путь в этом случае — вычислить разность ΔP для ряда частот, уменьшающихся с постоянным малым шагом от номинальной до тех пор, пока не выполнится условие $\Delta P \leq 0$. Может получиться так, что в результате отключения нагрузки АЧР частота в системе окажется выше уставки последней сработавшей очереди АЧР, поэтому после выполнения условия $\Delta P \leq 0$ следует вычислить ΔP для частот, увеличивающихся с тем же шагом до выполнения условия $\Delta P \geq 0$. Шаг изменения частоты можно принять равным 0,001 о. е.

При вычислении разности ΔP можно не рассчитывать для каждого значения частоты установившийся режим, а вычислять ΔP приближенно, используя при этом значение ΔP_0 , вычисленное при номинальной частоте, и учитывая только изменение мощностей генераторов (с учетом ограничений) и нагрузок (с учетом АЧР).

Определенную таким образом частоту следует принять за второе приближение. Для этого значения рассчитываются все параметры схемы и режим. В дальнейшем частота и режим в системе уточняются по методу Ньютона, как описано выше.

Описанный алгоритм реализован в программе расчета установившихся режимов с учетом изменения частоты, которая получила название ОМЕГА. Программа ОМЕГА разработана для ЦВМ типа БЭСМ-4. Для расчета установившихся режимов с фиксированной частотой используется программа СДО-4, разработанная в Сибирском энергетическом институте СО АН СССР (г. Иркутск). Предельный объем схемы замещения системы такой же, как в программе СДО-4: 200 узлов, 300 связей. Время расчета режима с частотой, отличающейся от номинальной, для схемы в 130 узлов и 200 связей составляет 7—10 мин.

Программа ОМЕГА работает в комплексе с программой расчета аperiodического предела устойчивости РАПУС. Комплексная программа РАПУС — ОМЕГА позволяет решать следующие задачи.

1. Рассчитывать нормальный режим при задании активных мощностей всех без исключения генераторов и нагрузок (балансирующий узел отсутствует, система конечной мощности, частота в системе в общем случае не равна 50 Гц).

2. Рассчитывать послеаварийный режим, связанный с отключением генератора (станции) или нагрузки. При расчете послеаварийного режима могут быть учтены регуляторы скорости турбин (АРС) и автоматическая частотная разгрузка (АЧР), действующая тремя очередями с различными уставками по частоте.

3. Рассчитывать запас по статической устойчивости генераторов в исходном режиме с учетом АРВ и АРС. Статическая устойчивость анализируется по свободному члену характеристического уравнения системы.

4. Проверять статическую устойчивость послеаварийного режима. Кроме того, эта программа позволяет рассчитывать серии направленно утяжеленных установившихся режимов с заданным шагом по частоте, изменение которой обусловлено изменением мощности генератора или нагрузки в одном из узлов схемы. Это позволяет реализовать новый принцип исследования статической устойчивости [5].

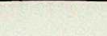
Решение перечисленных задач по каким-либо другим программам не представляется возможным, так как все они не позволяют учесть изменение частоты в энергосистеме. Поэтому программа РАПУС — ОМЕГА нашла широкое применение.

Сибирский научно-исследовательский
институт энергетики, Новосибирск

Поступила в редакцию
31/III 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Крумм. Методы решения общих уравнений стационарного режима электрической системы с учетом статических характеристик нагрузок и генераторов при автоматическом регулировании частоты, напряжения и мощности. — Тр. Таллинского политехнич. ин-та, 1957, № 124.
2. Х. Ф. Фазылов. Методика расчета самовосстанавливающихся стационарных режимов электроэнергетических систем. — Тр. Ин-та энергетики, вып. 3. Ташкент, изд. АН УзССР, 1949.
3. Г. Т. Адонц и др. Алгоритм и программа расчета режимов энергосистем при больших дефицитах мощности. — В кн.: Проблемы технической электродинамики, вып. 25. Киев, «Наукова думка», 1970.
4. А. Х. Калюжный, Э. С. Лукашов. Алгоритм расчета стационарного режима электрической системы с учетом изменения частоты. — В кн.: Режимы и устойчивость электрических систем. Новосибирск, 1974, с. 103—110 (Тр. НЭТИ).
5. Э. С. Лукашов, А. Х. Калюжный. Новый принцип исследования статической устойчивости сложных электроэнергетических систем. — Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1974, № 13, сер. техн. наук, вып. 3, с. 82—86.



Т. А. ФИЛИПОВА, Ю. А. СЕКРЕТАРЕВ

УЧЕТ ЭКСПЛУАТАЦИОННОГО СОСТОЯНИЯ
ПРИ УПРАВЛЕНИИ СОСТАВОМ АГРЕГАТОВ
В АСУ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ ГЭС

При решении задачи управления составом агрегатов ГЭС учитывается большое количество жестких ограничений, вызванных требованиями надежной работы электростанций. К ним относятся ограничения по обязательному числу и составу работающих агрегатов, по величине резерва на станции, по располагаемой мощности агрегатов и станции и др. Однако необходимо учитывать также эксплуатационное состояние агрегатного блока (турбина — генератор — трансформатор), которое в процессе работы меняется в зависимости от большого числа факторов.

Некоторые факторы медленно и непрерывно изменяются. Как правило, характер их изменения известен. Поэтому при составлении плана управления агрегатами можно учесть их численные значения.

Эксплуатационное состояние оборудования характеризуют также факторы, появление которых носит случайный характер. Определенную информацию об этом может дать срабатывание предупредительных релейных защит и автоматики, которое происходит при нормальном отклонении контролируемых параметров от их нормальных значений. Учет предупредительных защит на агрегатном блоке можно вести только в темпе производства. Накопление данных о срабатывании предупредительных защит позволяет перейти от качественных к количественным оценкам.

Для их учета при управлении составом агрегатов необходимо формализовать процесс срабатывания предупредительных защит и ввести полученные оценки в алгоритм управления составом агрегатов ГЭС. Такую формализацию дает применение метода взвешивания каждой защиты рассматриваемого списка предупредительных защит конкретной ГЭС [1].

Для оценки приоритета предупредительных защит необходимо:
а) выбрать к рассмотрению список защит, который наиболее полно отражает изменение состояния оборудования основных элементов агрегатного блока [2]; б) присвоить каждой защите определенный весовой показатель в зависимости от ее приоритета; в) ввести весовые показатели в схему управления составом агрегатов.

Эти задачи можно решить при обработке статистических данных, например данных о материальном ущербе, связанном со срабатыванием предупредительной защиты. Для этого требуется статистическая информация о частоте появления аварий после срабатывания определенной защиты и о частоте срабатывания самой защиты. Сложность заключается в том, что факт срабатывания сигнальных защит в 90 случаях из 100 не регистрируется ни в каких оперативных документах на ГЭС. Попытка получения этих данных на одной из ГЭС с помощью текущих наблюдений не дала удовлетворительных результатов из-за недостаточного периода наблюдений. Но очевидно, что если организовать наблюдения в течение нескольких лет, можно получить хорошую статистику.

Отсутствие статистики привело к тому, что для оценки принят метод экспертных оценок. Он дает возможность получить объективные веса этих защит, если численность экспертной группы достаточна (более 15 чел.) [3]. Кроме того, полученные веса содержат в себе накопленный опыт и знания персонала станции.

Экспертными группами двух гидроэлектростанций и специализированной проектной организацией были оценены защиты и получены нормированные весовые показатели [4]. Не останавливаясь подробно на процедуре получения экспертной информации и ее организации, ограничимся рассмотрением только некоторых числовых характеристик весовых показателей.

Для двух групп экспертов были рассчитаны коэффициенты ранговой корреляции [3]

$$W = \frac{12S}{m^2(n^3 - n)}, \quad (1)$$

$$S = \sum_{i=1}^n \left\{ \sum_{j=1}^m v_{ij} - \bar{v} \right\}^2, \quad (2)$$

где S — суммарное квадратичное отклонение; v_{ij} — весовая оценка защиты; \bar{v} — среднеарифметическая оценка весов; n, m — число защит и экспертов (всего 51 чел.).

Коэффициент W для двух ГЭС имеет значения 0,5 и 0,38 при уровне значимости больше 0,99. Рассчитанные коэффициенты согласия в мнениях экспертов по каждому фактору K_{ei} показали, что K_{ei} практически во всех случаях лежит в диапазоне от 0,6 до 0,95. Полученные числовые оценки позволяют считать их удовлетворительными и подтверждают возможность применения данного метода для решения поставленной задачи.

В результате этой работы определено эксплуатационное состояние агрегатов. На агрегатах ГЭС установлено большое число сигнальных защит. Эксперты же оставили в списке в одном случае 22 защиты, в другом 27. Это позволяет сделать вывод о практической возможности контроля и учета такого числа факторов в АСУ ГЭС.

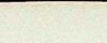
Наконец, бесспорно интересен и сам факт признания эксплуатационным персоналом возможности численной оценки дискретных факторов логического типа.

После обработки экспертной информации получены относительные количественные показатели, а также сделана попытка перевода этих значений в размерную величину (потери расхода воды на агрегатах). Конечно, имеются некоторые сомнения в возможности полноценного использования размерных весовых показателей, но вместе с тем нельзя и отвергать ее.

Следует отметить, что часть защит, сигнализирующих, например, об изменении температурного режима некоторых элементов блока (подпятника, подшипника, маслоохладителей трансформатора и др.), принимает несколько весовых значений, увеличивающихся по мере роста отклонений температуры. Тогда данный фактор имеет допустимую область изменения весового показателя.

Как известно, при выборе состава агрегатов ГЭС решается задача минимизации стока воды, проходящего через агрегаты за расчетный период оптимизации. Если полученные весовые показатели перевести в потери расхода воды через агрегаты, их можно будет ввести в целевую функцию оптимизации режимов ГЭС.

Расходный эквивалент можно пересчитать через весовой показатель одной из защит, для которой существуют размерная и безразмерная величины ее веса. Например, сигнальная защита «Засорение решеток» срабатывает при определенном перепаде давлений на решетках, что



позволяет пересчитать в потери расхода воды и другие защиты по формуле

$$\Delta Q^0 = \sum_{k=1}^m \left(\frac{v_{nh}}{v_{н.реш}} \cdot \Delta Q_{пер} \right), \quad (3)$$

где k — число срабатывающих в данном интервале времени защит; v_{nh} , $v_{н.реш}$ — нормированные безразмерные веса k -й защиты и сигнала о засорении решеток; $\Delta Q_{пер}$ — потеря расхода на решетках.

Так как срабатывание предупредительной защиты означает определенное отклонение от нормального режима, то правильнее рассчитать ΔQ^0 с учетом возможной аварийной ситуации по формуле

$$\Delta Q^0 = \sum_{k=1}^m \left(\frac{I_k \cdot v_{nh} \cdot \lambda_k}{9,81 H \eta S_E} \right), \quad (4)$$

где I_k , λ_k — издержки на аварийный ремонт элемента агрегатного блока и интенсивность отказов данного элемента, к которому формально отнесено действие защиты; v_{nh} — нормированный вес k -й защиты; H , η — напор и КПД ГЭС в рассматриваемый интервал времени; S_E — себестоимость вырабатываемой энергии по системе.

Сложность использования формулы (4) заключается в определении того узла агрегата, с которым связано появление аварии. В результате приходится применять обобщенные параметры I_k и λ_k , т. е. действие защит относить косвенно к какому-либо элементу, что вызывает значительную погрешность.

Более реален учет весовых показателей при управлении составом агрегатов ограничениями, заданными в виде неравенств

$$\sum_{k=1}^m v_{nh} \geq NOR, \quad (5) \quad \sum_{k=1}^m v_{nh} < NOR, \quad (6)$$

где NOR — нормативная уставка по предупредительным защитам.

Выполнение условия (5) означает рекомендацию на останов машины, а выполнение условия (6) — сохранение состава агрегатов.

Под NOR следует понимать обобщенный весовой показатель защит, которые наиболее часто срабатывают и имеют наибольший приоритет. Без учета особенностей оборудования на ГЭС для выбора NOR можно пользоваться картой зависимости математического ожидания обобщенного весового показателя от числа срабатывания защит, т. е. средним весом защит при условии их равновероятного срабатывания. Это позволит гибко и просто выбирать уставку при управлении составом агрегатов на ГЭС. Для построения карты зависимости использовалось статистическое моделирование случайных чисел по равномерному закону (RAND).

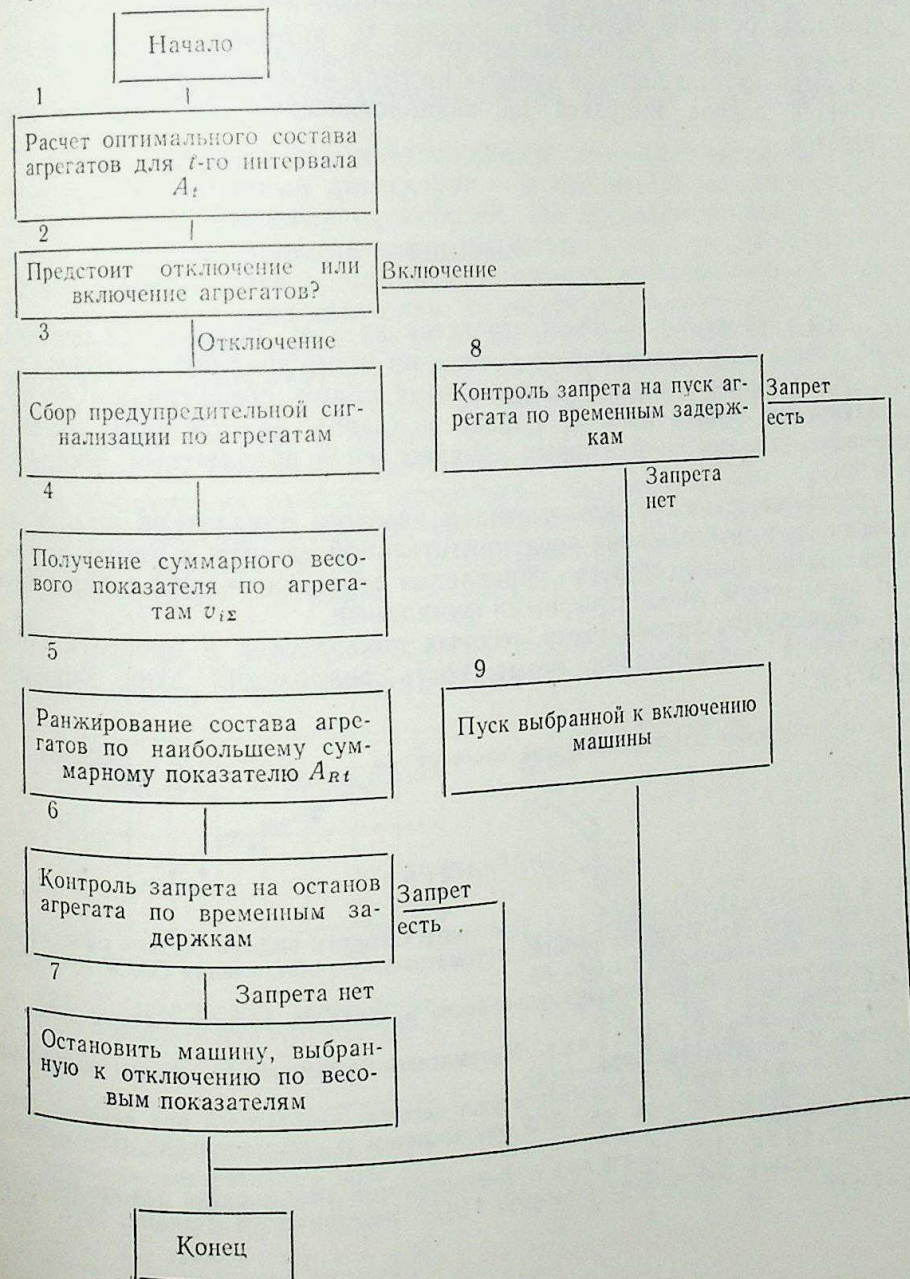
Задавая вероятность срабатывания защит и сравнивая ее со значениями, полученными в процедуре RAND, можно определить число срабатывающих защит и средний обобщенный весовой показатель за расчетное число опытов (в нашем примере оно равнялось 200 для каждой защиты). Если из опыта известно, что в среднем за определенный интервал срабатывает 1–2 сигнальные защиты, то NOR будет равен 5–10%, что соответствует весу наиболее приоритетной защиты в списке.

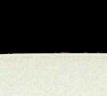
Схема управления составом при учете весовых показателей выглядит следующим образом. Так как срабатывание сигнальной защиты не означает аварийной ситуации, а служит лишь ее симптомом, то учет сигнала целесообразно осуществлять по мере возможности. Например, если следует остановить машину, то в первую очередь ту, на которой суммарный весовой показатель наибольший.

Остановленный по весовому показателю агрегат должен иметь и весовой показатель на дальнейший пуск. Использование для пуска обрательной шкалы весовых показателей отключенной машины [2] не является совсем строгим, так как не все причины, вызвавшие срабатывание определенной защиты, самоликвидируются на остановленной машине. Как правило, эти причины устраняются после принятия эксплуатационным персоналом определенных мер. Так как по правилам технической эксплуатации время устранения указанных причин не превышает 2 ч, то возможно формирование временного запрета на включение данной машины, т. е. более правильно говорить о временной задержке на пуск агрегата, а не о весовых показателях на пуск.

Может также возникнуть запрещение останавливать работающую машину в течение определенного времени. Учесть его можно аналогичной временной задержкой.

Алгоритм управления составом агрегатов при учете их эксплуатационного состояния





И. Л. ЖДАНОВ, В. С. КИНДЯКОВ, А. Н. ЛЫСЕНКО

УЧЕТ ДВУХСЛОЙНОЙ СТРУКТУРЫ ДИЭЛЕКТРИКА ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ НАПРЯЖЕННОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ПОД ЛЭП

В связи с созданием линий электропередач сверхвысокого и ультра-высокого напряжения возникает необходимость решения целого ряда специфических проблем. В частности, немаловажное значение имеют изучение факторов, влияющих на напряженность электрического поля под проводом, и разработка мероприятий, обеспечивающих снижение ее величины.

Не всегда допустимо предположение, что между проводом и землей находится однородный диэлектрик — воздушное пространство с известными диэлектрическими свойствами. На поверхности земли в зимнее время держится снежный покров высотой в до 2 м. Диэлектрическая проницаемость снега ϵ_s намного отличается от проницаемости воздуха ϵ_0 и зависит от ряда факторов: температуры, загрязнения, структуры, т. е. от процессов, протекающих в нем. В общем случае все эти факторы учитываются зависимостью $\epsilon_s = f(j)$, которая представлена на рис. 1 [1]. Кроме того, плотность j зависит от высоты снежного покрова [2].

Понятие «земля» в зимнее время (имеется в виду верхний слой) также следует уточнить в рассматриваемом плане. Верхний слой состоит из промерзших рыхлых отложений с включением льда. Толщина его зависит от метеорологических условий местности. Электрические характеристики мерзлых пород являются функцией литологического состава, типа криогенной структуры, влажности, минерализации влаги и температуры [3].

Такая двухслойная структура диэлектрика под ЛЭП влияет на напряженность электрического поля под ней.

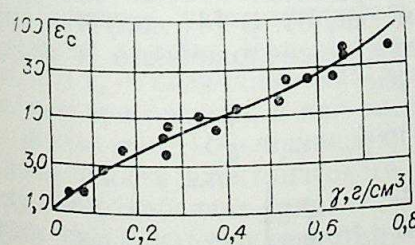


Рис. 1. Зависимость диэлектрической проницаемости снега от плотности.

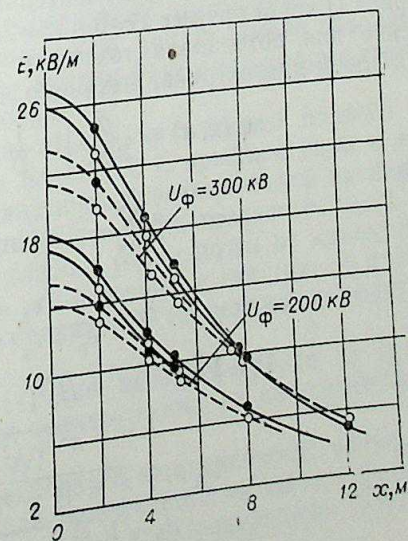


Рис. 2. Поперечный профиль напряженности электрического поля под однофазным пролетом $H=7$ м; $z=2$ м; $V=1,5$ м; $\epsilon=10$.
— при наличии снега, — — — без снега, ... расчет, ○ ○ ○ эксперимент

Ниже приведена блок-схема учета указанных выше факторов при управлении составом. Блок-схема состоит из двух ветвей: ветви останова машин (блоки 3—7) и ветви пуска (блоки 8 и 9). Разветвление счета происходит после установления факта пуска или останова машин в блоке 2. После считывания из информационной системы АСУ кодированного состояния предупредительных защит (сработала — не сработала) в работу вступает блок 4. В данном блоке происходит выборка состояний защит по работающим агрегатам, присвоение каждой сработавшей своего весового показателя, определенного заранее, и накопление суммарного весового показателя по каждому агрегату отдельно (v_{i2}). В блоке 5 проводится сравнение v_{i2} с нормативной уставкой NOR. Если $v_{i2} \geq NOR$, то запоминаются суммарный вес и номер этого агрегата. Формируется ранжированный ряд номеров агрегатов, где на первом месте стоит агрегат с наибольшим весовым показателем. Предпочтительный к отключению по наибольшему весовому показателю агрегат проверяется в блоке 6 на наличие на нем запрета на останов. Блок 7 является выходным управляющим блоком, воздействующим на технологическую автоматику останова агрегатов.

Если предстоит включение агрегатов, то вступает в работу блок 8, где контролируется наличие запрета на пуск агрегата. В блоке 9 осуществляется подача импульса на технологическую автоматику пуска агрегатов.

ВЫВОДЫ

При управлении составом агрегатов на ГЭС появляется необходимость учета эксплуатационного состояния оборудования (срабатывание предупредительных защит). Оценка этих защит объективным методом практически невозможна. В работе показана возможность перевода безразмерных значений весовых показателей в абсолютные (например, в m^3/c).

В соответствии с принятым видом весового показателя можно учитывать факт срабатывания предупредительной защиты в процессе отыскания оптимальной стратегии управления агрегатами либо в виде жестких ограничений, либо штрафными функциями.

Размерность задачи учета весовых показателей и простота схемы управления подтверждают возможность реализации этой задачи в АСУ ГЭС.

Новосибирский электротехнический институт

Поступила в редакцию
25/II 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. С. А. Митина, И. С. Нейштадт. Принцип и алгоритм выбора состава работающих на ГЭС агрегатов. — В кн.: Разработка математического обеспечения ОАСУ «Энергия». Кишинев, «Штиинца», 1973, с. 85—88.
2. М. Д. Кучкин. Автоматическое управление и контроль режима работы ГЭС. М., «Энергия», 1967.
3. С. Д. Бешелев, Ф. Г. Гурвич. Математико-статистические методы экспертных оценок. М., «Статистика», 1974.
4. Ю. А. Секретарев. Определение и учет весовых показателей при ведении оптимального режима ГЭС. — В кн.: АСУ энергосистем и электростанций, Новосибирск, 1975, с. 50—55.
5. С. А. Митина, И. С. Нейштадт. Бесконтактный автооператор для оптимизации числа и состава работающих агрегатов ГЭС. — Электрические станции, 1972, № 1, с. 31—35.



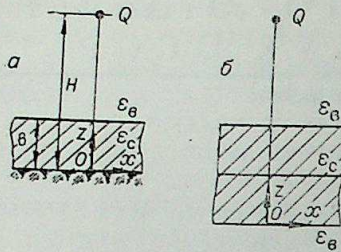


Рис. 3. Схема многократных зеркальных отображений при двухслойной диэлектрике [4]. а) исходная, б) преобразованная.

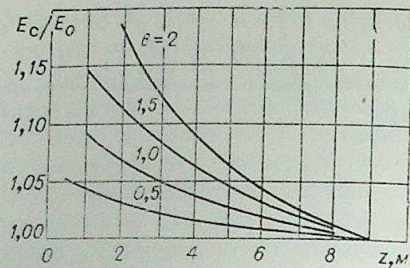


Рис. 4. Влияние снежного покрова на напряженность электрического поля от высоты над поверхностью земли при различной толщине снега (м).

Эксперименты проводились на однофазном пролете, длина которого 60 м, провод был расщеплен на четыре составляющие, радиус расщепления 40 см. Под пролетом было сформировано снежное поле площадью около 100 м², высотой 1,5 м. Граница влияния края пролета определена экспериментально. Напряженность электрического поля измерялась с помощью прибора ПЗ-1, отсчет показаний осуществлялся с безопасного расстояния теодолитом. Картина распределения напряженности электрического поля под проводом пролета при наличии снега и без него показана на рис. 2.

Влияние мерзлого грунта на напряженность электрического поля изучалось на специально изготовленной площадке в зимнее время. Площадь около 100 м² была покрыта железом. В процессе измерения эта проводящая поверхность подключалась либо к общему заземляющему контуру, имитируя талый грунт, либо к штырям, забитым в мерзлый грунт на 20 см. Кроме того, измерения выполнены при удалении проводящей поверхности из-под провода, т. е. непосредственно над мерзлым грунтом.

Эксперименты показали, и это подтвердилось расчетами, что мерзлый грунт не влияет на напряженность электрического поля под ЛЭП.

Расчет поля под однофазным пролетом с учетом двухслойной структуры диэлектрика проведен методом многократных зеркальных отображений [4], суть которого заключается в следующем (рис. 3). На границе раздела двух диэлектриков образуются связанные заряды. Для выполнения граничных условий на поверхности раздела строится множество точек положений фиктивных зарядов. Построение этого множества заключается в последовательном отражении точки положения заряда Q через прямые $z=0$ и $z=2b$ (см. рис. 3). В [4] получено выражение для потенциала точечного заряда, расположенного в воздухе над слоем диэлектрика, лежащего на земле:

$$\varphi(x, z) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_b} \left[\ln \frac{1}{D} - \beta \ln \frac{1}{C} - \alpha \ln \frac{1}{A} + \beta \sum_{k=1}^{\infty} \alpha^{2k-1} \left(\ln \frac{1}{B_k} - \alpha \ln \frac{1}{d_k} \right) \right], \quad (1)$$

где

$$\alpha = \frac{\epsilon_c - \epsilon_b}{\epsilon_c + \epsilon_b}, \quad \beta = 1 - \alpha^2;$$

$$D = \sqrt{x^2 + (z - H)^2}; \quad C = \sqrt{x^2 + (z + H)^2};$$

$$A = \sqrt{x^2 + (z + H - 2b)^2};$$

$$B_k = \sqrt{x^2 + [z + H + 2(2k - 1)b]^2};$$

$$d_k = \sqrt{x^2 + (z + H + 4kb)^2}; \quad k=1, 2, 3, \dots$$

Напряженность электрического поля в любой точке пространства над снегом определяется геометрической суммой вертикальной E_z и горизонтальной E_x составляющих:

$$E_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_b} \left\{ -\frac{z - H}{x^2 + (z - H)^2} + \beta \frac{z + H}{x^2 + (z + H)^2} + \alpha \frac{z + H - 2b}{x^2 + (z + H - 2b)^2} + \beta \sum_{k=1}^{\infty} \alpha^{2k-1} \left[\alpha \frac{z + H + 4kb}{x^2 + (z + H + 4kb)^2} - \frac{z + H + 2(2k - 1)b}{x^2 + [z + H + 2(2k - 1)b]^2} \right] \right\}, \quad (2)$$

$$E_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_b} \left\{ -\frac{x}{x^2 + (z - H)^2} + \beta \frac{x}{x^2 + (z + H)^2} + \alpha \frac{x}{x^2 + (z + H - 2b)^2} + \beta \sum_{k=1}^{\infty} \alpha^{2k-1} \left[\alpha \frac{x}{x^2 + (z + H + 4kb)^2} - \frac{x}{x^2 + [z + H + 2(2k - 1)b]^2} \right] \right\}, \quad (3)$$

$$E_{(x,z)} = \sqrt{\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)^2} = \sqrt{E_x^2 + E_z^2}. \quad (4)$$

Для однородного диэлектрика, т. е. $\epsilon_c = \epsilon_b$, $\alpha = 0$, $\beta = 1$, тогда выражения (2), (3) примут вид

$$E_z = \frac{Q}{2\pi\epsilon_b} \left[\frac{z + H}{x^2 + (z + H)^2} + \frac{H - z}{x^2 + (z - H)^2} \right], \quad (5)$$

$$E_x = \frac{Q}{2\pi\epsilon_b} \left[\frac{x}{x^2 + (z + H)^2} - \frac{x}{x^2 + (z - H)^2} \right]. \quad (6)$$

При замене снежного покрова проводящей землей, т. е. $\epsilon_c \rightarrow \infty$, $\alpha = 1$, $\beta = 0$, выражения (5), (6) упрощаются:

$$E_x = \frac{Q}{2\pi\epsilon_b} \left[\frac{x}{x^2 + (z - H)^2} - \frac{x}{x^2 + (z + H - 2b)^2} \right], \quad (7)$$

$$E_z = \frac{Q}{2\pi\epsilon_b} \left[\frac{z + H - 2b}{x^2 + (z + H - 2b)^2} + \frac{H - z}{x^2 + (z - H)^2} \right], \quad (8)$$

$$E_{z/b=0} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_b} \left[\frac{z + H}{x^2 + (z + H)^2} + \frac{H - z}{x^2 + (z - H)^2} \right]. \quad (9)$$

Расчет напряженности электрического поля под однофазным пролетом по выражениям (2), (3) выполнен с помощью ЭВМ БЭСМ-6. Результаты представлены на рис. 3.

Получено удовлетворительное совпадение экспериментальных и расчетных данных. Расхождение кривых (см. рис. 2) можно объяснить тем, что ϵ_c — величина, зависящая от многих факторов, которые трудно учесть и при расчете, и при эксперименте.

Увеличение U_ϕ приводит к еще большему влиянию покрова на напряженность электрического поля под ЛЭП. С приближением к пролету оно ослабевает (рис. 4). С увеличением диэлектрической проницаемости снега напряженность электрического поля возрастает (рис. 5). При $\epsilon_c > 10$ напряженность растет слабо и далее почти не изменяется. Из этого следует, что при $\epsilon_c > 10$, а это в основном так (рис. 1 и [2]), сложную методику расчета по выражениям (2), (3) можно заменить упрощенной — по (7), (8).

Графически зависимость $E = f(\epsilon)$ для мерзлого грунта не приводится, так как она не изменяется ни количественно, ни качественно при переходе от мерзлого грунта к талому.

Выводы о влиянии снежного покрова на напряженность электрического поля под ним, полученные для однофазного пролета, пригодны при расчете поля под трехфазными линиями электропередачи. Снежный

ИННОСТЬ Э

Ю. Н. ВЕПРИК

РАСЧЕТ МАТРИЦ СОБСТВЕННЫХ
И ВЗАИМНЫХ ПРОВОДИМОСТЕЙ ГЕНЕРАТОРОВ
ПРИ КОММУТАЦИОННЫХ ИЗМЕНЕНИЯХ В СХЕМЕ

Размеры современных крупных энергосистем таковы, что объем оперативной памяти ЦВМ, как правило, недостаточен для того, чтобы при выполнении энергетических расчетов хранить исходную информацию, программы и промежуточные результаты расчетов по всей системе в целом. Это в полной мере относится и к задаче определения матриц собственных и взаимных проводимостей генераторов (W), используемых в расчетах электромеханических переходных процессов, особенно при наличии в системе несимметрии. В этих условиях для обеспечения эффективного использования вычислительных средств при разработке алгоритмов расчета матриц W должны быть не только облегчены трудоемкие операции, но и усовершенствованы алгоритмы в целом с целью увеличения их возможностей, гибкости и удобства использования в многократных расчетах матриц W при исследовании устойчивости больших систем.

Усовершенствование алгоритмов расчета матриц W возможно путем сочетания методов блочного исключения с возможно более полным использованием слабой заполненности матриц узловых проводимостей Y исходных систем. Имеющиеся в литературе предложения в этом направлении основаны на упорядочении нумерации схем с целью либо построения так называемых цепочечных схем [1, 2], либо применения метода определяющих величин [3, 4]. При этом обеспечивается уменьшение количества вычислений и объема промежуточной информации при расчетах матриц W , так как изменяется структура матриц Y , т. е. расположение ненулевых элементов по строкам и столбцам. При построении цепочечных схем обеспечивается возможность ввода исходной информации частями, однако при коммутационных изменениях в схеме все расчеты матриц W приходится полностью повторять. При использовании метода определяющих величин для выполнения перенумерации нужно вводить всю исходную информацию о системе в целом, что в случае большой системы трудоемко.

Гораздо большие возможности и удобства при использовании для расчета матриц W в случае большой системы дает предлагаемое ниже введение дополнительных переменных. Введение дополнительных переменных позволяет использовать исходную информацию частями, а при коммутационных изменениях в схеме избежать повторения полностью всех расчетов благодаря использованию результатов предыдущих расчетов. Представим матрицу узловых проводимостей схемы в исходном нормальном режиме в виде

$$Y_0 = \begin{bmatrix} Y_{Г_0} & Y_{ГН_0} \\ Y_{НГ_0} & Y_{Н_0} \end{bmatrix}$$

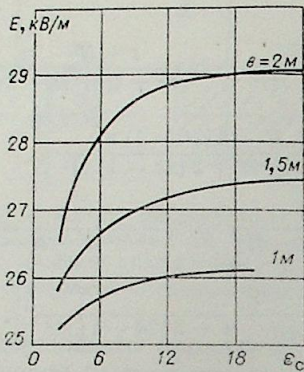


Рис. 5. Зависимость напряженности электрического поля под проводом от проникаемости снега при различной толщине снежного покрова. $U_{\phi} = 434$ кВ; $H = 9$ м, $z = 2$ м.

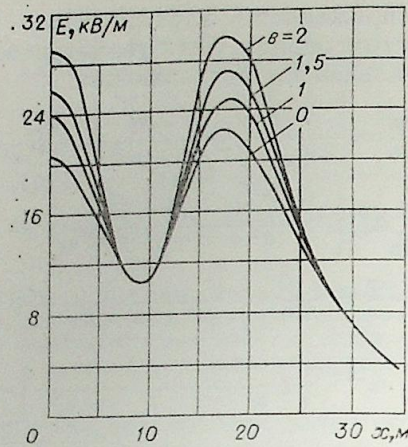


Рис. 6. Поперечное распределение напряженности электрического поля под ЛЭП 750 кВ в точке максимального провеса проводов на высоте 2 м от поверхности земли при различной толщине снега (м).

покров учитывается в этом случае путем искусственного уменьшения габарита провод — земля на величину снежного покрова. По выражениям, полученным в [5], рассчитан поперечный профиль распределения напряженности электрического поля $E = f(x)$ под трехфазной линией 750 кВ при горизонтальном расположении фаз. Результаты представлены на рис. 6.

ВЫВОДЫ

1. Экспериментально и с помощью расчетов показано, что снежный покров увеличивает напряженность электрического поля под ЛЭП. Это влияние зависит от высоты снежного покрова, класса напряжения линии и координаты точки.
2. Напряженность электрического поля под ЛЭП не изменяется при переходе от талого к мерзлому грунту.

Сибирский научно-исследовательский институт энергетики, Новосибирск

Поступила в редакцию 27/VII 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Богородский, А. В. Гусев, Г. П. Хохлов. Физика пресноводного льда. Л., Гидрометеониздат, 1971.
2. Ч. Д. Кингери. Лед и снег. Свойства, процессы, использование. М., «Мир», 1966.
3. А. Д. Фролов. Упругие и электрические свойства мерзлых пород.— Тр. Междунар. конф. по мерзлотоведению, вып. 4. Якутск, 1973.
4. Т. Б. Заславская, В. М. Макаров. Емкостные параметры линий электропередач с учетом двухслойной структуры диэлектрика в поле линии.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1974, № 8, сер. техн. наук, вып. 2.
5. Г. Н. Александров и др. О безопасности воздушных линий электропередачи переменного тока ультравысокого напряжения.— Изв. вузов. Энергетика, 1975, № 5, 46—50.

И Я

К А Д

где $Y_{г_0}$ — блок, в который входят собственные и взаимные проводимости генераторных узлов; $Y_{н_0}$ — блок собственных и взаимных проводимостей пассивных, нагрузочных узлов; $Y_{гн_0}$ и $Y_{нг_0}$ — блоки связей между узлами, принадлежащими к первым двум блокам. Тогда получение матрицы W_0 генераторов в исходном режиме сводится, как известно, к исключению пассивных узлов в схеме:

$$W_0 = Y_{г_0} - Y_{гн_0} Y_{н_0}^{-1} Y_{нг_0}. \quad (1)$$

Предположим, что матрица $Y_{н_0}^{-1}$, обратная блоку $Y_{н_0}$ матрицы узловых проводимостей Y_0 исходной схемы, а также матрица W_0 генераторов в исходном режиме известны и нужно определить матрицы W_k и соответственно $Y_{н_k}^{-1}$ после какой-либо коммутации, например после изменения проводимости y_{jk} в схеме на величину Δy_{jk} :

$$Y_{н_k} = Y_{н_0} + \delta Y, \quad (2)$$

где

$$\delta Y = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & \dots & j & \dots & k & \dots & n \\ \hline 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 2 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ j & 0 & 0 & \dots & -\Delta y_{jk} & \dots & \Delta y_{jk} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k & 0 & 0 & \dots & \Delta y_{jk} & \dots & -\Delta y_{jk} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ n & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{array} \end{array}$$

Введением дополнительных переменных

$$\Delta y_{jk} U_k = i_1, \quad \Delta y_{jk} U_j = i_2$$

систему уравнений

$$Y_{н_k} U = I, \quad (3)$$

где I — задающие токи в генераторных узлах, соответствующую схеме после коммутаций, можно привести к виду

$$Y_{н_0} U + Fi = I, \quad GU - Ei = 0, \quad (4)$$

где $Y_{н_0}$ — матрица узловых проводимостей исходной схемы, обратная для которой известна.

Матрица

$$F = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} 1 & 2 \end{array} \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ j & -1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ k & 1 & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ n & 0 & 0 \end{array} \end{array}$$

содержит два столбца с единицами в строках, соответствующих изменившимся при изменении проводимости y_{jk} элементами матрицы $Y_{н_0}$, а матрица

$$G = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & \dots & j & \dots & k & \dots & n \\ \hline 1 & 0 & 0 & \dots & \Delta y_{jk} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 2 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \Delta y_{jk} & \dots & 0 \end{array} \end{array}$$

содержит две строки, в которых ненулевые элементы, равные по

величине Δy_{jk} , содержатся только в столбцах, соответствующих изменившимся элементам исходной матрицы. Матрица E — единичная матрица второго порядка

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Система (4) равносильна исходной системе (3), так как исключение неизвестных, входящих в вектор-столбец дополнительных переменных i , приводит к системе (3). Разрешим первое уравнение системы (4) относительно вектора U :

$$U = Y_{н_0}^{-1} I - Y_{н_0}^{-1} Fi$$

и полученное выражение подставим во второе уравнение. Тогда

$$i = [(E + GY_{н_0}^{-1}F)^{-1}GY_{н_0}^{-1}]I. \quad (5)$$

Подставляя (5) в первое уравнение системы (4), найдем решение

$$U = [Y_{н_0}^{-1} - Y_{н_0}^{-1}F(E + GY_{н_0}^{-1}F)^{-1}GY_{н_0}^{-1}]I = Y_{н_k}^{-1}I. \quad (6)$$

Из (6) видно, что

$$Y_{н_k}^{-1} = Y_{н_0}^{-1} + \Delta Z, \quad (7)$$

где

$$\Delta Z = -Y_{н_0}^{-1}F(E + GY_{н_0}^{-1}F)^{-1}GY_{н_0}^{-1}, \quad (8)$$

т. е. для расчета матрицы $Y_{н_k}^{-1}$, соответствующей схеме с изменившейся на величину Δy_{jk} проводимостью ветки jk при известной обратной матрице $Y_{н_0}^{-1}$ достаточно определить матрицу поправок ΔZ , вызванных изменениями в схеме, и сложить ее с известной матрицей $Y_{н_0}^{-1}$ в соответствии с (7). Если исключить операции с нулевыми элементами, то для получения выражения $(E + GY_{н_0}^{-1}F)^{-1}$

при расчете ΔZ по формуле (8) нужно из известной матрицы $Y_{н_0}^{-1} = Z$ выбрать лишь 4 элемента

$$\begin{array}{cc} z_{jj}, & z_{jk} \\ z_{kj}, & z_{kk} \end{array}$$

и сформировать матрицу второго порядка

$$\Delta y_{jk} \begin{bmatrix} (-z_{jj} + z_{jk} + 1) & (z_{jj} - z_{jk}) \\ (-z_{kj} + z_{kk}) & (z_{kj} - z_{kk} + 1) \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} c_{jj} & c_{jk} \\ c_{kj} & c_{kk} \end{bmatrix} = C. \quad (9)$$

$$\text{Произведение } F(E + GY_{н_0}^{-1}F)^{-1}G = FCG = D$$

также легко получить, так как оно представляет собой матрицу порядка n , в которой только 4 ненулевых элемента:

$$d_{jj} = (-c_{jj} + c_{kj})\Delta y_{jk}; \quad d_{jk} = (-c_{jk} + c_{kk})\Delta y_{jk}; \quad (10)$$

$$d_{kj} = (-c_{kj} + c_{jj})\Delta y_{jk}; \quad d_{kk} = (-c_{kk} + c_{jk})\Delta y_{jk}.$$

И, наконец, для расчета элементов произведения матриц

$$Y_{н_0}^{-1}F(E + GY_{н_0}^{-1}F)^{-1}GY_{н_0}^{-1} = Y_{н_0}^{-1}DY_{н_0}^{-1} \quad (11)$$

нужно выбрать из $Y_{н_0}^{-1}$ элементы лишь двух строк (а если матрица $Y_{н_0}^{-1}$ несимметричная, то двух строк и двух столбцов) с номерами j и k и сформировать из них элементы матрицы ΔZ :

$$\Delta Z = \begin{bmatrix} (z_{1j}f_{j1} + z_{1k}f_{k1}) & (z_{1j}f_{j2} + z_{1k}f_{k2}) & \dots & (z_{1j}f_{jn} + z_{1k}f_{kn}) \\ (z_{2j}f_{j1} + z_{2k}f_{k1}) & (z_{2j}f_{j2} + z_{2k}f_{k2}) & \dots & (z_{2j}f_{jn} + z_{2k}f_{kn}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (z_{nj}f_{j1} + z_{nk}f_{k1}) & (z_{nj}f_{j2} + z_{nk}f_{k2}) & \dots & (z_{nj}f_{jn} + z_{nk}f_{kn}) \end{bmatrix} \quad (12)$$

к, содер

ементам

порядк

где

$$f_{j1} = (d_{jj}z_{j1} + d_{jk}z_{k1}), f_{j2} = (d_{jj}z_{j2} + d_{jk}z_{k2}), \dots, f_{jn} = (d_{jj}z_{jn} + d_{jk}z_{kn}),$$

$$f_{k1} = (d_{kj}z_{j1} + d_{kk}z_{k1}), f_{k2} = (d_{kj}z_{j2} + d_{kk}z_{k2}), \dots, f_{kn} = (d_{kj}z_{jn} + d_{kk}z_{kn}). \quad (13)$$

Таким образом, из (8)—(12) видно, что элементы матрицы ΔZ в рассмотренном случае формируются лишь из строк матрицы $Y_{n_0}^{-1}$ (или в случае несимметричной матрицы $Y_{n_0}^{-1}$ — из строк и столбцов), соответствующих изменившимся элементам, и для получения матрицы

$$Y_{n_k}^{-1} = Y + \Delta Z$$

при изменении параметров одной из ветвей нужно выполнить:

умножений $2n^2 + 4n + 10$,

сложений $2n^2 + 2n + 18$,

делений 4,

где n — порядок матрицы узловых проводимостей системы.

Для получения этой же матрицы при использовании одного из самых распространенных методов обращения матриц — метода Жордана — необходимо выполнить [5]:

умножений $n^3 - n$,

сложений $n^3 - 2n^2 + n$,

делений n .

Из сказанного видно, что для получения матриц $Y_{n_k}^{-1}$ при использовании метода введения дополнительных переменных требуется существенно меньше времени, чем при использовании обычно применяемых для этой цели алгоритмов, поскольку уменьшается количество операций (не повторяется весь расчет снова), сокращается время на ввод исходной информации (не повторяется ввод всей исходной информации, а вводится лишь информация об изменениях в схеме). Если же в результате коммутации в схеме изменяется проводимость какого-либо узла на землю, то количество операций, которые нужно выполнить для получения ΔZ и соответственно $Y_{n_k}^{-1}$ сокращается еще больше, так как для определения элементов матрицы ΔZ нужно выделить только одну строку (или строку и столбец) матрицы $Y_{n_0}^{-1}$.

Уменьшение количества операций на обращение матриц $Y_{n_k}^{-1}$ снижает объем вычислений и при расчетах матриц W_k .

Действительно, если матрица собственных и взаимных проводимостей генераторов в исходном нормальном режиме известна:

$$W_0 = Y_{г_0} - Y_{гн_0} Y_{n_0}^{-1} Y_{нг_0}$$

и известна матрица поправок ΔZ к блоку $Y_{n_0}^{-1}$, вызванных какой-либо коммутацией (отключением цепи, коротким замыканием) в схеме, то матрица W_k для схемы после коммутации может быть представлена

$$W_k = Y_{г_0} - Y_{гн_0} (Y_{n_0}^{-1} + \Delta Z) Y_{нг_0} = W_0 + \Delta W_k, \quad (14)$$

где W_0 — известная матрица собственных и взаимных проводимостей генераторов в нормальном режиме, а

$$\Delta W_k = -Y_{гн_0} \Delta Z Y_{нг_0}$$

— матрица поправок к матрице W_0 , обусловленных изменениями в схеме.

Выполнить расчет матриц ΔZ и матриц поправок ΔW_k к матрице собственных и взаимных проводимостей генераторов в исходной схеме

W_0 на основе метода введения дополнительных переменных, как это видно из изложенного выше, гораздо легче, чем повторять при каждом изменении в схеме расчеты полностью. Это особенно существенно, так как для проверки устойчивости системы и выбора мероприятий для ее обеспечения расчеты электромеханических переходных процессов (и ее ответственно матриц собственных и взаимных проводимостей генераторов) выполняют, как правило, много раз — при коротких замыканиях (симметричных и несимметричных) и отключениях (полных или пофазных) многих элементов системы.

Что касается несимметричных повреждений, то введение дополнительных переменных дает преимущества и в этом случае, так как при этом достаточно один раз обратить матрицы, соответствующие схемам отдельных последовательностей, а затем определять поправки ΔW_k к исходной матрице W_0 , обусловленные появлением дополнительных связей между последовательностями при несимметричных повреждениях.

Использование метода введения дополнительных переменных позволяет также снизить трудоемкость и при обращении исходной матрицы Y_0 , если при этом поступать следующим образом:

1) разделить исходную схему на произвольное число частей, желательно таким образом, чтобы число связей между выделяемыми частями было небольшим, и удалить из схемы все эти связи,

2) получить матрицы, обратные для матриц узловых проводимостей каждой из выделенных подсхем,

3) вычислить по (8) матрицу добавок ΔZ , обусловленных введением связей между подсхемами, и в соответствии с (7) получить матрицу $Y_{n_0}^{-1}$ исходной схемы.

Для получения матрицы $Y_{n_0}^{-1}$ в данном случае требуется выполнить обращение матриц подсхем, обращение матрицы

$$(E + GY_1^{-1}F) \quad (15)$$

(Y_1 — матрица, состоящая только из диагональных блоков), порядок которой равен числу связей между подсхемами, и операции сложения и умножения матриц. Порядок матриц подсхем может быть выбран в зависимости от возможностей ЦВМ, порядок матрицы (15) можно также менять путем введения не всех связей между подсхемами сразу, а по частям.

Обращение матриц большого порядка сводится к операциям с матрицами меньшего порядка.

Расчеты по программе, составленной на основе метода введения дополнительных переменных, подтверждают эффективность алгоритма как для расчетов матриц W , так и для обращения матриц при коммутационных изменениях в схеме.

Сибирский научно-исследовательский институт энергетики, Новосибирск

Поступила в редакцию 16/IX 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Ф. Кузьмин, А. Е. Махнитко. Приведение матриц пассивных параметров электрической сети к ленточному виду. — Изв. АН ЛатССР, сер. физ. и техн. наук, 1970, № 6.
2. А. З. Гамм. О нумерации узлов при расчетах установившихся режимов электрических систем методом Ньютона — Рафсона. — Электричество, 1970, № 2.
3. М. А. Грицай. Преобразование матрицы проводимостей электрической цепи для нахождения определяющих узловых напряжений. — Изв. АН МолССР, сер. физ.-техн. и матем. наук, 1967, № 5.
4. Н. Г. Максимович. О применении определяющих величин к расчету электрических цепей. — Электричество, 1963, № 2.
5. В. В. Воеводин. Численные методы алгебры. Теория и алгоритмы. М., 1966.

ве мето

положенно

схеме

вредки

Ю. Ф. КОРОЛЮК

АЛГОРИТМЫ РАСЧЕТОВ АВАРИЙНЫХ РЕЖИМОВ
НЕПОЛНОФАЗНЫХ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧ
МЕТОДОМ ДВУХ КООРДИНАТ

Для успешной эксплуатации электрических систем, работающих с неполнофазными линиями, необходима четкая работа устройств автоматики и релейной защиты. В этом плане представляют интерес методы расчетов коротких замыканий в таких сетях. Наиболее рациональным методом расчета коротких замыканий на неполнофазной электропередаче и на примыкающих к ней элементах следует признать метод двух координат (двух составляющих) [1, 2]. Для приближенных расчетов в пределах 3—7% разложение на координаты дают простые алгоритмы [2], реализацию которых можно осуществить не только на ЦВМ, но и на моделях постоянного и переменного тока, широко распространенных в энергосистемах. В настоящей работе рассматриваются упрощенные алгоритмы расчетов коротких замыканий, приспособленные для расчетов на моделях переменного и постоянного тока.

Рассмотрим, как составить схему замещения и рассчитать режим неполнофазной линии при коротких замыканиях, если параметры сети в схемах замещения прямой и обратной последовательностей равны. При этом условия схемы последовательностей N и P не связаны между собой ни на одном из элементов сети.

В месте короткого замыкания существуют граничные условия между параметрами режима обеих схем, которые позволяют составить комплексную схему замещения сети для расчета таких режимов на моделях переменного и постоянного тока. Но так как действительные параметры таких элементов, как генераторы и нагрузки для токов прямой и обратной последовательностей, различаются, расчеты по этим алгоритмам имеют ошибку от 3 до 7%.

Рассмотрим отдельно каждый вид короткого замыкания.

Однофазное короткое замыкание фазы B . Граничными условиями в месте короткого замыкания являются нулевые значения напряжения на фазе B и тока короткого замыкания фазы C , т. е.

$$U_{kb}=0; I_{kc}=0; \quad (1)$$

откуда, раскладывая напряжение и ток на координаты N и P , получаем

$$U_{kn}+U_{kp}=0; I_{kn}=I_{kp}. \quad (2)$$

По условию разложения на координаты N и P ток короткого замыкания фазы B равен

$$I_{kb}=I_{kn}+I_{kp}=2I_{kn}=2I_{kp}. \quad (3)$$

Граничные условия, выраженные уравнениями (2), выполняются в комплексной схеме замещения, изображенной в табл. 1. Началом схемы замещения в каждой последовательности принят нулевой узел,

т. е. узел, потенциал которого в схеме равен нулю. К нулевому узлу присоединяются все генераторные и нагрузочные ветви. Концом схемы замещения принята точка короткого замыкания. В этом случае замещения в координатах трех симметричных составляющих.

В комплексной схеме замещения, приведенной в табл. 1, схемы отдельных последовательностей соединены последовательно, т. е. конец схемы последовательности N соединен с началом схемы последовательности P .

Однофазное короткое замыкание фазы C . Граничные условия в месте короткого замыкания

$$U_{kc}=0; I_{kb}=0. \quad (4)$$

Раскрывая (4), получаем:

$$U_{kn}=U_{kp}, I_{kn}+I_{kp}=0. \quad (5)$$

Аналогично уравнению (3) имеем

$$I_{kc}=2I_{kn}=2I_{kp}. \quad (6)$$

В комплексной схеме замещения, удовлетворяющей уравнению (5), схемы отдельных последовательностей соединены параллельно.

Двухфазное короткое замыкание на «землю». При двухфазном коротком замыкании на «землю» напряжения обеих фаз в месте короткого замыкания равны нулю:

$$U_{kb}=0; U_{kc}=0; \quad (7)$$

или

$$U_{kn}=0; U_{kp}=0; \quad (8)$$

т. е. в схеме каждой последовательности в точке, соответствующей короткому замыканию, имеется соединение с нулевым узлом. Поэтому схемы последовательностей N и P , замкнутые в точке короткого замыкания, можно рассматривать отдельно.

Двухфазное короткое замыкание без «земли». Граничные условия при двухфазном коротком замыкании

$$I_{kb}=-I_{kc}, U_{kb}=0. \quad (9)$$

Решая (9), получаем

$$I_{kn}=I_{n}, I_{kp}=0, U_{kn}=0. \quad (10)$$

Уравнениям (10) удовлетворяют схема последовательности N , замкнутая на нулевой узел в точке короткого замыкания, и схема последовательности P , замыкания не имеющая.

Короткое замыкание на стороне низкого напряжения трансформаторов со схемой соединения λ_0/Δ . Как правило, нейтраль системы, подсоединенной к обмоткам трансформатора, соединенных по схеме треугольника, разземлена или включена через дугогасящее сопротивление.

Поэтому для релейной защиты представляют интерес только междуфазные короткие замыкания. В отличие от схемы замещения трехфазной электропередачи схема замещения неполнофазной ЛЭП в системе составляющих N и P существенно зависит от того, между какими фазами произошло короткое замыкание. Это объясняется тем, что токи последовательностей N и P циркулируют по фазам по-разному. Если токи последовательности P , протекающие по фазам A и C , имеют разное направление, то токи последовательности N в этих фазах направлены одинаково. Соответственно направлены и потенциалы обеих последовательностей. Поэтому при коротких замыканиях фаз A и B

Государства
ся все
принята
определ

Таблица 1

Граничные условия и комплексные схемы замещения при коротких замыканиях на неполнофазной линии

Вид короткого замыкания	Граничные условия	Комплексная схема замещения
Однофазное фазы В	$U_{Kn} + U_{Kp} = 0$ $I_{Kn} = I_{Kp}$	
Однофазное фазы С	$U_{Kn} = U_{Kp}$ $I_{Kn} + I_{Kp} = 0$	
Двухфазное на «землю» фаз В и С	$U_{Kn} = 0$ $U_{Kp} = 0$	
Двухфазное фаз В и С	$U_{Kn} = 0$ $I_{Kp} = 0$	
Двухфазное фаз А и С на стороне низкого напряжения трансформатора со схемой λ₀/Δ	$I_{Kn} = 0$ $U_{Kp} = 0$	
Двухфазное фаз А и В на стороне среднего напряжения трансформатора со схемой λ₀/λ/Δ	$U_n + 3U_p = 0$ $3I_n = I_p$	

Окончание табл. 1

Вид короткого замыкания	Граничные условия	Комплексная схема замещения
То же, между фазами А и С	$U_n = 3U_p$ $3I_n + I_p = 0$	

и фаз А и С схемы последовательностей существенно различаются. Рассмотрим каждый вид короткого замыкания.

Трехфазное короткое замыкание. Так как в симметричной трехфазной системе э. д. с. положение вектора э. д. с. U_{ca} находится в жесткой зависимости от положений векторов U_{ab} , и U_{cb} , режим электропередачи можно рассматривать только от действия последних двух э. д. с. U_{ab} и U_{cb} , которые в свою очередь можно разложить на два взаимно перпендикулярных вектора U_{ca} , и $2U_{ob}$.

Половина э. д. с. U_{ac} — вектор последовательности Р, а вектор U_{ob} — э. д. с. последовательности N. U_{abN} и U_{bcN} совпадают по направлению.

Трехфазное короткое замыкание — замыкание обеих составляющих э. д. с. N и Р. В месте короткого замыкания напряжения $U_{ab} = 0$, $U_{bc} = 0$, $U_{ca} = 0$, откуда

$$U_{Kn} = 0, U_{Kp} = 0. \quad (11)$$

Согласно этим уравнениям каждая из схем последовательностей в точке короткого замыкания имеет соединение с нулевым узлом. Уравнениям (11) соответствуют уравнения (8) двухфазного короткого замыкания на «землю» на линии.

Замыкание между фазами А и С. Граничные условия

$$U_{Kac} = 0, I_{Kb} = 0, \quad (12)$$

откуда

$$U_{Kp} = 0, I_{Kn} = 0. \quad (13)$$

Этому виду короткого замыкания соответствуют схемы замещения последовательностей N и Р. Последовательность Р в точке короткого замыкания имеет соединение с нулевым узлом, последовательность N остается без изменения. Подобного аналога в системе координат трех симметричных составляющих нет.

Замыкание между фазами А и В. Этому виду короткого замыкания соответствуют граничные условия

$$U_{Kab} = 0, I_{Kc} = 0. \quad (14)$$

Раскладывая напряжение и ток в уравнении (14) по координатам N и Р, получаем

$$U_{Kn} + U_{Kp} = 0, I_{Kn} = I_{Kp}. \quad (15)$$

Уравнения (15) и (2) идентичны, т. е. при коротком замыкании между фазами А и В на стороне «треугольника» схема замещения та

о замкании

же, что и при однофазном коротком замыкании фазы B на линии. Замыкание между фазами B и C . Граничные условия

$$U_{bc}=0, I_{ca}=0, \quad (16)$$

откуда

$$U_{kn}=U_{kr}, I_{kn}+I_{kr}=0, \quad (17)$$

т. е., схема замещения при коротком замыкании между фазами B и C соответствует схеме замещения при однофазном коротком замыкании фазы C на линии.

Короткие замыкания на стороне низкого напряжения трансформатора со схемой соединения λ_0/λ . Так как трансформатор данного типа для токов последовательности P в схеме замещения является разрывом, то практический интерес представляет только короткое замыкание между фазами B и C . Короткие замыкания между другими фазами не вызовут существенных изменений режима, поскольку в ветвь короткого замыкания включено сопротивление отключенной фазы трансформатора. Данное сопротивление определяется током намагничивания трансформатора. При тех допущениях, которые были сделаны вначале, это сопротивление можно принять бесконечно большим.

При коротком замыкании между фазами B и C граничные условия в месте замыкания определяются уравнениями (9) и (10), а расчет режима осуществляется по комплексной схеме замещения, аналогичной схеме при двухфазном коротком замыкании на линии.

Короткие замыкания на стороне среднего напряжения трехобмоточного трансформатора со схемой соединения $\lambda_0/\lambda/\Delta$. Очевидно, что в месте короткого замыкания со стороны низкого напряжения трансформатора в зависимости от вида замыкания соблюдаются граничные условия, выраженные уравнениями (11—17). Аналогично междуфазному короткому замыканию фаз B и C на стороне среднего напряжения удовлетворяют уравнения (9) и (10) и соответствующая схема замещения.

Рассмотрим, какие граничные условия определяют короткие замыкания со стороны среднего напряжения между фазами B и A и C и A . Для короткого замыкания можно записать

$$U_{kab}=0. \quad (18)$$

В свою очередь напряжение U_{ab} можно разложить на координаты N и P . Учитывая, что $U_a=-2U_p$ и приравняв напряжение U_{ab} нулю, получаем граничное условие в месте короткого замыкания

$$0=3U_p+U_n. \quad (19)$$

Данному граничному условию удовлетворяет комплексная схема трансформатора с коэффициентом $K=3:1$, изображенная в табл. 1. Соответственно токи последовательностей N и P в месте короткого замыкания удовлетворяют условию

$$3I_n=I_p, \quad (20)$$

а в фазных значениях

$$I_b=I_n+I_p=4I_n, I_c=-I_n+I_p=2I_n. \quad (21)$$

Аналогично получаем граничные условия и комплексную схему замещения при коротком замыкании фаз A и C . Граничное условие при коротком замыкании

$$3U_p=U_n, \quad (22)$$

а комплексная схема замещения изображена в табл. 1. Токи по

Таблица 2
Граничные условия и комплексные схемы замещения при разрывах фаз

фаза разрыва	Граничные условия	Комплексная схема замещения
B	$U_{(p)p}=U_{(p)n}$ $I_{(p)n}+I_{(p)p}=0$	
C	$U_{(p)n}+U_{(p)p}$ $I_{(p)n}=I_{(p)p}$	

координатам N и P и по фазам удовлетворяют соотношениям

$$3I_n=-I_p, I_b=2I_n, I_c=4I_n. \quad (23)$$

Разрывы фаз. При разрыве фазы B линии в месте разрыва соблюдаются граничные условия

$$I_{(p)b}=0^*, U_{(p)c}=0, \quad (24)$$

откуда получаем

$$U_{(p)p}=U_{(p)n}, I_{(p)n}+I_{(p)p}=0. \quad (25)$$

Согласно уравнениям (25) схемы последовательностей по месту разрыва соединены параллельно.

При разрыве фазы C на линии имеем

$$U_{(p)n}+U_{(p)p}=0, I_{(p)n}=I_{(p)p}, \quad (26)$$

т. е. при разрыве фазы C схемы последовательностей N и P в комплексной схеме по месту разрыва соединены последовательно. Комплексные схемы при разрывах фаз приведены в табл. 2.

ВЫВОДЫ

1. При расчете аварийных режимов на неполнофазной электропередаче предпочтительно использовать метод двух координат.
2. Если принять, что параметры элементов тока прямой и обратной последовательностей равны между собой, то короткие замыкания на неполнофазных линиях и дополнительные разрывы фаз можно

* Индекс (p) обозначает параметр режима в ветви разрыва.

ЧНЫЕ УСЛО

рассчитать на моделях постоянного и переменного тока по комплексным схемам замещения. Ошибка в вычислении тока короткого замыкания не превышает 3—7%. Последняя цифра соответствует короткому замыканию на выводах генератора.

Сибирский научно-исследовательский
институт энергетики,
Новосибирск

Поступила в редакцию
2/1 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Б. Лосев. Использование двухфазных составляющих при многократной несимметрии линии с ответственными для анализа релейной защиты.— «Электричество», 1971, № 3, с. 13—20.
2. Ю. Ф. Королюк. Параметры элементов электрических систем при расчете неполнофазных режимов методом двух координат.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1975, № 8, сер. техн. наук, вып. 2, с. 128—135.

РЕФЕРАТЫ

УДК 62—50:519.2

О множественных характеристиках состояний распределенных вероятностных процессов. Воробьев О. Ю. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

К множественным характеристикам случайных множеств относятся средние множества и множественные моменты более высоких порядков. Теория случайных множеств еще недостаточно разработана, не существует общепринятых понятий множественных характеристик.

В данной работе рассматриваются множественные характеристики случайного лесного пожара. Эти множественные характеристики оказались полезными в решении таких практически важных задач, как прогнозирование и управление распространением лесного пожара. Библ. 6.

УДК 533.011.55.629.7.025.1

Обтекание нижней поверхности V-образных крыльев на нерасчетных режимах при числах Маха, меньших расчетного. Гунько Ю. П., Мажуль И. И. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Проведены исследования потока вблизи нижней поверхности V-образных крыльев при числах Маха набегающего потока, меньших расчетного, когда скачок уплотнения расположен ниже плоскости передних кромок крыла. Исследования проведены в широком диапазоне удлинений крыла и параметров набегающего потока.

Показано, что поле потока вблизи большей части нижней поверхности крыла остается практически равномерным, хотя его количественные характеристики существенно зависят от степени отклонения от расчетного режима и геометрических характеристик крыла.

Предлагается простой способ оценки параметров потока вблизи нижней поверхности крыла, основанный на замене реального потока некоторым равномерным, параметры которого определяются путем интерполяции по параметрам известных течений около клина и конуса.

Предлагаемый способ дает возможность определить зависимость характеристик нижней поверхности V-крыла от основных параметров.

УДК 532.517.4

Исследование структуры потока в аэродинамической трубе с механическим турбулизатором. Забиров Т. А., Столярова Н. Н., Уфимцев А. А., Фоменко Б. А., Ярин Л. П. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

В работе приведены результаты экспериментального исследования турбулентных характеристик потока в аэродинамической трубе незамкнутого типа, снабженной механическим турбулизатором. Получены подробные данные о структуре течения при вариации конструктивных и режимных (число Струхала, скорость потока и др.) параметров. На основе данных измерений вычислены интегральный поперечный масштаб турбулентности и коэффициент турбулентного переноса. Табл. 2, рис. 5, библ. 5.

УДК 518.61:532.503.2

Численный расчет ламинарного течения вязкой несжимаемой жидкости в кожухе с вращающимися дисками. Джакупов К. Б. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

В работе приведены результаты численного расчета стационарного течения в цилиндрическом кожухе с вращающимися торцовыми дисками и течения в закрытом кожухе с одним вращающимся в середине диском. Уравнения Гельмгольца для вихря скорости и функции тока и уравнение для азимутальной скорости решаются по разностной схеме, не имеющей аппроксимационной вязкости. Разностные уравнения решаются методом минимальных невязок. На твердых поверхностях вихрь скорости вычисляется с помощью некоторого итерационного процесса. Табл. 1, рис. 11, библ. 10.

2—50 : 51

УДК 536.2466.045

Нестационарный радиационно-кондуктивный теплообмен в селективно поглощающих слоях газов. Рубцов Н. А., Бурка А. Л., Степаненко П. И. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

В работе представлены результаты экспериментального и теоретического (численного) исследования нестационарного радиационно-кондуктивного теплообмена в слоях газообразного аммиака и углекислого газа. Краевая задача для уравнения энергии сводится к нелинейному интегральному уравнению относительно безразмерной температуры и решается численно. Результаты численного решения сопоставляются с экспериментально измеренными (с помощью интерферометра Майкельсона) значениями температур. В рамках принятых допущений (постоянство по слою оптических и теплофизических свойств) отмечается удовлетворительное согласие расчетов и эксперимента. Тепловое излучение определяет уровень температур и время выхода системы на квазистационарный режим. Рис. 14, библиограф. 4.

УДК 532.542 : 536.24

Структура вращающегося потока газа в кольцевой щели и эффективность закрученной газовой завесы. Шишкин Н. Е., Дворников Н. А. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

В статье представлены результаты экспериментального исследования структуры закрученного потока газа в кольцевой щели и эффективности газовой завесы при вдуве закрученного вторичного потока. В опытах число Рейнольдса, построенное по параметрам основного потока на входе в канал, изменялось в пределах $8 \cdot 10^4 \div 3 \cdot 10^5$, отношение температуры в щели к температуре основного потока составляло $T_s : T_0 = 1,1 \div 1,24$; отношение высоты щели к диаметру канала $s : D = 0,043$; угол между векторами скорости периферийного потока и осью трубы равен $56^\circ \div 78^\circ$.

Результаты опытов показали, что в кольцевой щели при закрутке потока наблюдаются периодические изменения величины и направления вектора скорости по окружности щели. Установлено, что эффективность газовой завесы с увеличением крутки вторичного потока уменьшается вблизи щели, но далее по потоку опытные точки сходятся. Рис. 6, библиограф. 6.

УДК 621.436—043(047)

К вопросу о распыливании топлива дизельными форсунками. Лебедев О. Н. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, сер. техн. наук, № 3, вып. 1.

На основании экспериментов, проведенных на воздушных моделях сопел распылителей, подтверждено предположение о том, что основной причиной распыливания топлива дизельными форсунками является турбулентность жидкости, истекающей из форсунок.

Получены зависимости, позволяющие построить кривые распределения капель по размерам для форсунок судовых дизелей в зависимости от режимов истечения и физических свойств распыляемой жидкости. Рис. 4, библиограф. 8.

УДК 621.762

Взрывное обжатие из порошков стали и меди. Дерibas А. А., Зуев А. А., Маньковский В. В., Перегоедов В. Г., Ставер А. М., Штерцер А. А. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Изучалась возможность получения композиционного материала (КМ) сталь—медь взрывным обжатием (ВО) в цилиндрических ампулах. Использовались порошки технической меди с размером частиц (РЧ) от 1 до 20 мкм и стали 08 с РЧ от 1 кмк до 1 мм. Весовые содержания меди и стали в КМ равны. Под действием ударных волн частицы деформируются, образуются зоны расплавов и рекристаллизаций, которые располагаются по границам зерен. Наблюдается образование стальной матрицы — непрерывного соединения всех частиц стали. На границе раздела соседних частиц нередко возникают волны, а также струи. Для улучшения механических свойств проводились спекание и экструзия спрессованных взрывом образцов. После ВО и экструзии с отношением площадей 6 прочность КМ на разрыв $\sigma_n = 57,5$ кгс/мм². Теплопроводность КМ, измеренная сравнительным методом, $\lambda = 130$ Вт/м · Кв.

Табл. 1, рис. 7, библиограф. 15.

УДК 537.529 : 536.422

Тепловое воздействие частичных разрядов на многослойную пленочную изоляцию. Шумилова Э. Д., Шумилов Ю. Н., Вдовико В. П. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Проведен расчет температуры стенок газовых включений в электрической изоляции при длительном воздействии частичных разрядов (ЧР). Задача решалась с помощью уравнения теплопроводности, учтена зависимость теплофизических характеристик диэлектрика от температуры. В расчетной модели разряд заменялся тепловым источником с постоянной мощностью теплового потока.

При $T_{окр} = 23^\circ\text{C}$ нагрев стенок полостей при удельной мощности ЧР $1 \cdot 10^5 - 5 \cdot 10^3$ Вт/м² составляет $35 - 54^\circ\text{C}$. При $T_{окр} = 4,2$ К локальный перегрев токоведущих частей криогенных высоковольтных устройств в зоне ЧР равен $0,4 - 2,64$ К.

Результаты расчета проверяли экспериментально при $T_{окр} = 23^\circ\text{C}$. В качестве термодатчика использовали жидкий кристалл: нонаноат-пропионат. Показано хорошее совпадение расчетных и экспериментальных данных. Рис. 5, библиограф. 11.

УДК 536.3

Тепловое излучение слоя однородной газопылевой среды. Попов Ю. А. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Проведен расчет степени черноты и отражательной способности плоского слоя, содержащего смесь углекислого газа и водяного пара с серыми крупными частицами пыли. Табл. 1, рис. 2, библиограф. 8.

УДК 533.39

Теоретическое и экспериментальное исследование дуги в ламинарном потоке. Васильковская А. С., Лебедев А. Д., Урюков Б. А., Хайтман С. М., Щербик Н. М. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», сер. техн. наук, 1977, № 3, вып. 1.

В статье представлены результаты теоретического и экспериментального исследования электрической дуги, горящей на оси затопленной воздушной струи. Исследования проводились на длине потенциального ядра струи, когда горение дуги эквивалентно горению в ламинарном потоке. Проведены измерения распределения температур, напряженности электрического поля, профилей скорости и размеров теплового слоя дуги. Полученные результаты сравниваются с результатами численного расчета, проведенного с учетом излучения, но в пренебрежении магнитными силами. Параллельно достаточны хороши совпадения расчетов с экспериментом. На основании проведенных измерений и оценок показано, что границу теплового слоя дуги можно рассматривать как скачок расширения. Принятая модель расчета хорошо описывает полученные данные по распределению напряженности, энтальпии, однако не соответствует динамике течения потока, что обусловлено неучетом катодной струи. Рис. 7, библиограф. 27.

УДК 537.525.1

Экспериментальное исследование плазмотрона, генерирующего ламинарную струю. Болотов А. В., Тобаяков Д. О. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

В статье представлены результаты экспериментального исследования плазмотрона, позволяющего генерировать ламинарную плазменную струю, параметры которой хорошо описываются известными зависимостями, полученными для основного участка неизотермической осесимметричной затопленной струи. Рис. 5, библиограф. 9.

7.529 : 536

Теплов

одеянию

УДК 537.212

Структура электрического поля в приторцевом пространстве цилиндрического электрода. Паневин И. Г., Хазов В. Н. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Рассмотрены известные методы теоретического и экспериментального изучения электрических полей и показана их ограниченность в применении к исследованию приэлектродных областей в случае цилиндрических электродов конечных размеров, наиболее часто используемых на практике. Обсуждаются достоинства интегрального метода и на его основе, при упрощающем предположении о равномерном распределении зарядов в электродах, выводится приближенное аналитическое выражение для расчета изменения осевой компоненты вектора напряженности электрического поля в трехмерном приторцевом пространстве (для вакуума) цилиндрического электрода. Показано, что полученное решение удовлетворяет уравнению Лапласа, а в предельных случаях электродов бесконечно больших и бесконечно малых размеров переходит в известные.

Дан метод построения поля напряженности и поля потенциалов для электродных систем с различными межэлектродными расстояниями. Показано наличие сильной пространственной, продольной и поперечной, неоднородности электрического поля в системах конечных поперечных размеров и ее зависимость от геометрических характеристик систем. Рис. 5, библиограф. 18.

УДК 537.212

Структура электрического поля сложных электродных систем. Паневин И. Г., Хазов В. Н. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Демонстрируется применение полученной ранее интегральным методом формулы для расчета изменения осевой компоненты вектора напряженности электрического поля в трехмерном приторцевом пространстве одиночного цилиндрического электрода к случаю полого цилиндрического электрода и показывается способ учета неравномерности распределения зарядов в электродах конечных поперечных размеров. На основе использования принципа суперпозиции электрических полей построены поля напряженности для составных электродов, а также иллюстрируется возможность учета микродефектов (выступов, впадин и отверстий) поверхности электрода. Показано, что если на микровыступе происходит усиление поля, то в случае микровпадины и микроотверстия поле ослабляется, при этом во всех случаях возрастает, по сравнению с гладким электродом, пространственная неоднородность поля. Рис. 5, библиограф. 5.

УДК 537.525.5

Экспериментальное определение размеров токопроводящей зоны электрического разряда в кольцевом зазоре. Зинченко А. П., Щербак в Г. И. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Приводятся результаты экспериментальных исследований размеров поперечного сечения токопроводящей зоны в прианодной области электрического разряда, движущегося между коаксиальными электродами в магнитном поле. Эксперименты проводились в аргоне и воздухе при давлении $0,02 \div 1$ ата, магнитной индукции $0,2 \div 0,1$ Тл, силе тока $160 \div 1200$ А и межэлектродном зазоре $1 \div 18$ мм. Предложена эмпирическая формула для определения длины токопроводящей зоны разряда. Рис. 4, библиограф. 18.

УДК 538.56

К расчету электромагнитных полей в диэлектрике. Грач И. М., Поляков Б. М. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Предложены новые интегральные решения волнового уравнения, описывающего электромагнитный процесс в диэлектрике. Интегральные решения позволяют изучать сложные волны, движущиеся в одном направлении, и комбинации сложных волн, распространяющихся в различных направлениях. Библиограф. 3.

УДК 62—503.55

Применение принципа инвариантности в системах программного управления технологическими процессами. Охорзин В. А. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Рассмотрена общая схема управления объектом с распределенными параметрами с использованием распределенного контроля и распределенного управления. Даны условия инвариантности для такой системы по каналам задающих и управляющих воздействий. Для систем программного управления эти условия могут быть реализованы заранее путем расчета форсирующих программ с последующей реализацией в системе программного управления. Для определения форсирующих программ получены уравнения для линейных систем с распределенными и сосредоточенными параметрами.

Для нелинейного объекта с распределенными параметрами (парогенератора в режимах пуска энергоблока) задача определения форсирующей программы решается как краевая задача для системы из 4 дифференциальных уравнений в частных производных. Дано сравнение комбинированной системы пуска с управлением только по обратной связи. Рис. 4, библиограф. 7.

УДК 519.3 : 669.713.7

О задаче оптимального управления в двухступенчатом процессе перемешивания многокомпонентных потоков. Елин М. В. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Рассматривается математическая модель двухступенчатого процесса перемешивания многокомпонентных потоков. Показано, что процесс перемешивания может быть улучшен переходом от одноступенчатого процесса к двухступенчатому. На основе применения принципа максимума получены некоторые свойства управлений и фазовых траекторий оптимального процесса перемешивания, в том числе релейный характер оптимальных управлений. Библиограф. 3.

УДК 621.311.001.24 : 681.321.12

Распознавание аварийных ситуаций в электроэнергетической системе. Богатырев Л. Л. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Рассматривается построение классифицирующей гиперповерхности, разделяющей в пространстве параметров, характеризующих режим системы и аварийную ситуацию, классы устойчивых и неустойчивых режимов электроэнергетической системы. Алгоритм определения параметров решающей гиперповерхности основан на минимизации суммы ошибок классификации объектов обучающей выборки (совокупности режимов известной классификации).

Приводится построение факторного пространства для распознавания аварийных ситуаций, в основе которого лежит метод главных компонент, и решающего правила при наличии логических переменных. Табл. 1, библиограф. 8.

УДК 621.311.016.351 : 681.14

Алгоритм и программа расчета установившихся нормальных и послеаварийных режимов сложных электроэнергетических систем с учетом изменения частоты. Калюжный А. Х. и Соколов Ю. В. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Описанные в статье алгоритм и программа позволяют рассчитывать установившийся режим в системе при задании активных мощностей всех без исключения генераторов и нагрузок; при этом определяется частота в системе. Учитываются моментно-скоростные характеристики генераторов, статические характеристики нагрузок по частоте и напряжению, действие защиты АЧР при понижении частоты, поперечное регулирование на трансформаторах. Программа позволяет оценивать аperiodическую устойчивость рассчитанных режимов по строгому критерию — смене знака свободного члена характеристического уравнения. Программа предназначена для ЦВМ типа БЭСМ-4. Библиограф. 6.

2 — 300.00

Приме

ення тех

— 300.00

УДК 621.311

Учет эксплуатационного состояния при управлении составом агрегатов в АСУ технологическими процессами ГЭС. Филиппова Т. А., Секретарев Ю. А. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Рассмотрен учет текущего эксплуатационного состояния оборудования с помощью весовых показателей. Проанализированы пути учета при управлении составом агрегатов. Описан алгоритм управления составом по текущему состоянию оборудования. Библ. 5.

УДК 621.315.1.015 : 537.226

Учет двухслойной структуры диэлектрика при определении напряженности электрического поля под ЛЭП. Жданов И. Л., Киндяков В. С., Лысенко А. Н. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

В связи с освоением линий электропередач сверхвысокого напряжения возникает необходимость в изучении факторов, влияющих на напряженность электрического поля под ЛЭП, и в разработке мероприятий по снижению ее величины.

В статье рассматривается влияние снежного покрова на напряженность электрического поля. Приведены электрофизические свойства снега и мерзлого грунта. Описана методика измерения напряженности электрического поля при наличии снега и без него, а также с учетом мерзлого грунта. Доказано, что расчет поля под проводами ЛЭП при двухслойной структуре диэлектрика можно проводить классическим способом — методом зеркальных отображений. Расчеты выполнены на ЭВМ БЭСМ-6. Получено удовлетворительное совпадение экспериментальных и расчетных данных.

Установлено, что снежный покров увеличивает напряженность электрического поля под ЛЭП. Это влияние зависит от высоты снежного покрова, класса напряжения и координаты точки. Рассчитана напряженность электрического поля под трехфазной линией класса 750 кВ с учетом снежного покрова. Рис. 6, библ. 5.

УДК 621.311.016.352

Расчет матриц собственных и взаимных проводимостей генераторов при коммутационных изменениях в схеме. Веприк Ю. Н. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Предлагаются способы уменьшения трудоемкости многократных расчетов матриц собственных и взаимных проводимостей генераторов W при коммутационных изменениях в схеме на основе метода введения дополнительных переменных. Введение дополнительных переменных позволяет использовать исходную информацию частями, а при коммутационных изменениях в схеме — избежать повторения полностью всех расчетов благодаря использованию результатов предыдущих расчетов как при определении матриц W , так и при обращении матриц узловых проводимостей. Библ. 5.

УДК 621.311 : 681.142.2

Алгоритмы расчетов аварийных режимов неполнофазных электропередач методом двух координат. Королюк Ю. Ф. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1977, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Для расчетов аварийных режимов неполнофазных электропередач предлагается использовать метод двух координат. Рассматриваются режимы электропередачи, когда параметры элементов в схемах прямой и обратной последовательностей равны между собой. Для этого случая разрабатываются комплексные замещения, расчеты по которым можно проводить на моделях постоянного и переменного тока. Если условие $z_1 \neq z_2$ не выполняется, расчеты проводятся по приведенным формулам. На примере показано, как определяются токи короткого замыкания в обоих случаях. Табл. 2, библ. 2.

Редактор Т. Б. Мелкозерова
Художественный редактор Э. С. Филонычева
Технический редактор И. М. Бурлаченко
Корректоры Л. Л. Тычкина, К. И. Сергеева

Сдано в набор 25 ноября 1976 г. Подписано к печати 21 февраля 1977 г. МН 02015. Формат 70×108¹/₁₆.
Бумага типографская № 2. 10 печ. л., 14 усл.-печ. л., 14 уч.-изд. л. Тираж 2045 экз. Заказ № 320.
Цена 70 коп.

Издательство «Наука», Сибирское отделение, 630099, Новосибирск, 99, Советская, 18.
4-я типография издательства «Наука», 630077, Новосибирск, 77, Станиславского, 25.

**СИБИРСКИМ ОТДЕЛЕНИЕМ
ИЗДАТЕЛЬСТВА «НАУКА»**

В 1977 г. будут выпущены следующие книги:

Физические процессы в облученных полупроводниках
(объем 20 л., цена 1 р. 70 к.)

В книге изложены экспериментальные данные и существующие модельные представления о механизме образования радиационных дефектов. Выделен вопрос об управлении радиационными процессами. Рассмотрены особенности накопления радиационных дефектов при ионной бомбардировке и некоторые новые радиационные эффекты. Большое внимание уделено обоснованию и разработке методов радиационной технологии и проблеме радиационной стойкости полупроводниковых материалов и приборов.

Полупроводниковые пленки для микроэлектроники
(объем 16 л., цена 1 р. 12 к.).

Авторы рассматривают практически важные вопросы получения однородных пленок полупроводников с контролируемыми свойствами для приборов микроэлектроники: поведение примесей при выращивании полупроводниковых пленок, образование переходного слоя, дефектов, нестабильных фаз. Материалы монографии в значительной степени оригинальны, многие результаты публикуются впервые.

Книги высылаются наложенным платежом. Заказы направляйте по адресу: 630090, Новосибирск, 90, Морской проспект, 22. Магазин «Наука».

