

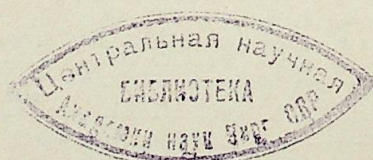
# ИЗВЕСТИЯ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Год основания журнала 1957 Год основания серии 1963	Периодичность журнала 15 номеров в год Периодичность серии 3 номера в год	№ 3 (303) вып. 1	Февраль 1979
--	--	---------------------	-----------------

## СОДЕРЖАНИЕ

И. Ф. Селиверстова, Н. Ф. Цыганков. Исследование влияния типа опорного пята на структуру следа	3
А. М. Зминин, Н. П. Козлов, В. И. Хвесюк. О критерии подобия температурных полей катодов	9
В. В. Гужков, В. И. Хвесюк. Прямое измерение плотности ионного тока на поверхности катода	12
Е. П. Пахомов. Винтовая форма дуги, область существования и характеристики	14
Т. С. Мельникова, В. Г. Попенко, И. П. Уланов. Влияние аксиального магнитного поля на электрическую дугу	21
А. Д. Лебедев, Н. М. Щербик. К вопросу об измерениях температуры в «турбулентных» дугах	33
В. И. Гороховский. Вариационные методы в динамике термической плазмы	38
Х. Кэмпкенс, Дж. Уленбуш. Измерение коэффициента пропускной способности вблизи критической частоты с помощью инфракрасного луча	51
В. Нейман. Спектроскопическое исследование диссоциационной неравновесности в сильнооточной плазменной струе	59
К. Р. Джеймс, Р. Д. Мильрей, К. Е. Кэпьяк. Инфракрасный плазменный параметрический усилитель	64
В. Ротер, В. Бергманн, Р. Руппе. Проблемы измерения с помощью электрических зондов в потоках плазмы высокого давления	70
В. М. Гольдфарб. Некоторые новые возможности диагностики однофазных и двухфазных плазменных струй	80
В. А. Базанов, С. С. Кутателадзе, Н. А. Рубцов. Распространение излучения в турбулентном потоке жидкости при внешней изотермичности	96
В. А. Суошев. О переносе скалярного поля свободной турбулентностью	101
Ю. Ф. Макаренко, Ю. В. Немировский, Я. Л. Хейнлоо. Об одном классе неустановившихся турбулентных течений в круглых трубах и плоских каналах	118
В. М. Белолипецкий. О приближенном способе расчета гиперзвукового течения около тонких притупленных тел	124
В. М. Белолипецкий. О предельных пространственных гиперзвуковых течениях вязкого газа	130
Ю. П. Гунько, И. И. Мажуль. Исследование режимов обтекания верхней поверхности V-образных крыльев с отсоединенным от передних кромок скачком уплотнения	132
Е. Г. Зауличный, Б. А. Рягин, В. И. Шевченко. О влиянии формы торца штока на коэффициент расхода клапана	139



## ИЗВЕСТИЯ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

Главный редактор журнала чл.-кор. М. Ф. Жуков  
Заместитель главного редактора д-р физ.-мат. наук В. Г. Дулов

### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ СЕРИИ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Ответственный редактор серии чл.-кор. М. Ф. Жуков

Чл.-кор. О. Ф. Васильев, д-р техн. наук Б. Н. Девятов, д-р физ.-мат. наук В. Г. Дулов, чл.-кор. Н. А. Желтухин (зам. ответственного редактора), д-р техн. наук В. Е. Накоряков, д-р техн. наук Н. А. Рубцов (ответственный секретарь серии), д-р техн. наук Б. А. Урюков, д-р техн. наук В. К. Щербаков

Адрес редакции: 630099, г. Новосибирск, 99, Советская, 18, комн. 331.  
Тел. 22-00-44

Редактор И. Н. Стригун  
Художественный редактор Э. С. Филонычева  
Технический редактор Ф. Ф. Орлова  
Корректоры В. И. Кошкарлова, И. А. Литвинова

Сдано в набор 20.07.78. Подписано к печати 14.02.79. МН-10213. Формат 70×108<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Высокая печать.  
Усл.-печ. л. 13,3. Уч.-изд. л. 13,4. Тираж 2045 экз. Заказ № 331.

Издательство «Наука», Сибирское отделение, 630099, Новосибирск, 99, Советская, 18.  
4-я типография издательства «Наука», 630077, Новосибирск, 77, Станиславского, 25.

## ИЗВЕСТИЯ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

№ 3, вып. 1

СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

1979

УДК 537.523.5

И. Ф. СЕЛИВЕРСТОВА, Н. Ф. ЦЫГАНКОВ

### ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ТИПА ОПОРНОГО ПЯТНА НА СТРУКТУРУ СЛЕДА

Процесс электрической эрозии металлических электродов тесно связан с тепловой природой протекающих явлений, поэтому в зоне воздействия дугового разряда могут происходить различные структурные и механические изменения. Неоднократно отмечалось изменение структуры и механических свойств металлов после воздействия разряда. Первые попытки структурных исследований вещества в условиях электроэрозионного поражения металла относятся к 50-м годам нашего столетия и связаны с нуждами электроискровой обработки металлов. Основными методами исследований служили рентгеноструктурный анализ и электронная микроскопия. Была исследована структура разрушения электродов, полученная при протекании малых токов (1—8А) в коротких межэлектродных промежутках (100 мкм) на ограниченном числе материалов (сталь, никель, алюминий [1—4]). Результаты наблюдения свидетельствовали о различных химических, фазовых и структурных изменениях, происходящих в зоне воздействия разряда. Оба метода показали измельчение структуры в центральных областях эрозионных лунок. Однако интерпретация результатов проводилась без связи с динамикой развития и строением приэлектродной области.

Известно, что приэлектродные области дугового разряда, горящего между металлическими электродами, могут существовать в виде опорных пятен различного типа или без них. В тех случаях, когда на электроде возникает опорное пятно, поверхность металла в зоне воздействия плавится и испаряется. При остывании расплавленной ванны формируется структура пораженного участка. Она определяется соотношением между скоростью кристаллизации и скоростью охлаждения расплавленного металла [5]. В приэлектродных областях дугового разряда основные потери тепла обусловлены теплоотводом в электрод и охлаждением за счет испарения металла [6, 7]. Теплоотвод определяется теплофизическими свойствами материала электрода и может существенно влиять на охлаждение расплава. Скорость испарения характеризует интенсивность теплового источника, каковым является опорное пятно. Во всех случаях, когда формируются процессы испарения в пределах опорного пятна, приэлектродная область обнаруживает тенденцию к распаду на отдельные пятна [8]. Такие тепловые источники образуют небольшую ванну расплавленного металла, что лимитирует размер зерна, возникающего при кристаллизации.

Цель работы — качественное исследование влияния строения и динамики развития приэлектродных областей на изменение структуры материала электрода в области эрозионного следа.

Исследования проводились в воздухе при атмосферном давлении. Разряд протекал в межэлектродном промежутке длиной 3 мм с конфигурацией острия — плоскость. Длительность аperiодического импульса тока ( $t_n$ ) составляла 800 и 10 мкс при амплитудном значении 70А.

Таблица 1

## Характеристики опорных пятен на исследуемых металлах

	Катод		Анод	
	I тип	II тип	единые	дробные
Время жизни, мкс	5—15	Сравнимо с длительностью разряда	Сравнимо с длительностью разряда	6—10
Диаметр, мм	0,01 (наиб. Al)	0,6 (наиб. Fe)	0,62 Fe 0,45 Al	0,11 (наиб. Al)
$j$ , А/см <sup>2</sup>	$10^5—10^6$	$10^4$	$10^4—10^5$	$10^5$
Скорость уноса металла, м/с	1420 (наим. Al)	804 (наиб. Sn)	300 (наиб. Sn)	1950 (наим. Zn)
Уд. тепловой поток, Вт/см <sup>2</sup>	$12,7 \cdot 10^5$	$0,87 \cdot 10^4$	$0,433 \cdot 10^5$	$2,2 \cdot 10^5$

Примечания: 1. Плотность тока определялась по среднему току на пятно и его диаметру, определенному по СФР-граммам приэлектродных областей. 2. Скорость уноса оценивалась по наклону первых струй на фоторазвертке разряда. 3. Уд. тепловой поток оценивался по формуле

$$g = \frac{0,24}{2} j(U_{ak} \pm \Phi)$$

Скорость нарастания переднего фронта ( $di/dt$ ) — соответственно  $10^6$  и  $10^8$  А/с. Для исследований выбрали поликристаллические образцы из алюминия, олова, цинка, железа марки ЧДА. Плоские поверхности предварительно полировались до  $\nabla 11—14$ . Материал электродов подбирался так, чтобы при указанных условиях протекания разряда на электродах могли возникать опорные пятна всех видов.

Как следует из полученных СФР-грамм, катодные пятна I типа\* наблюдались на алюминиевом (при  $t_n = 800$  и  $10$  мкс) и железном (при  $t_n = 10$  мкс) электродах. В случае длительных импульсных разрядов на железном электроде возникало также катодное пятно II типа. Групповые катодные пятна (центры пятен, составляющих групповое пятно, удалены друг от друга на расстояние порядка их диаметра) существовали на олове и цинке. На анодах наблюдалось либо одно пятно (единичное), существующее при длительных импульсных разрядах ( $t_n = 800$  мкс) на алюминии, олове, железе, либо несколько независимых пятен, существующих одновременно (дробные). Последние возникали на алюминии, олове, железе, цинке в коротких импульсных разрядах ( $t_n = 10$  мкс). Основные характеристики опорных пятен приведены в табл. 1.

Согласно классификации [7, 9], существование катодных пятен I типа сопровождается взрывным характером удаления вещества из электрода. Малоподвижные пятна II типа характеризуются, по-видимому, квазистационарными тепловыми процессами, а динамика их развития определяется теплофизическими свойствами материала электрода. Катодные пятна на олове и цинке имеют перекрывающиеся тепловые поля в области следа.

Единичные анодные пятна, возникающие на алюминии, олове, железе при длительных импульсных разрядах, с точки зрения развития тепловых процессов подобны катодным пятнам II типа, существующим на железе. Они также отличаются бесфакельным поступлением паров материала электрода в разрядный промежуток. Анодная область в этом случае представляет собой одно неподвижное пятно, в пределах которого во время разряда возникают и исчезают отдельные микропятна. Исключение составляет цинк. Здесь анодная область отличается диффузной модой, обусловленной, по-видимому, участием катодных факелов в переносе тока у анода [10].

При нарастании разрядного тока приэлектродные области на всех исследуемых металлах увеличивают свои размеры, достигая наибольшей

\* Классификация катодных пятен предложена в работах [7, 9].

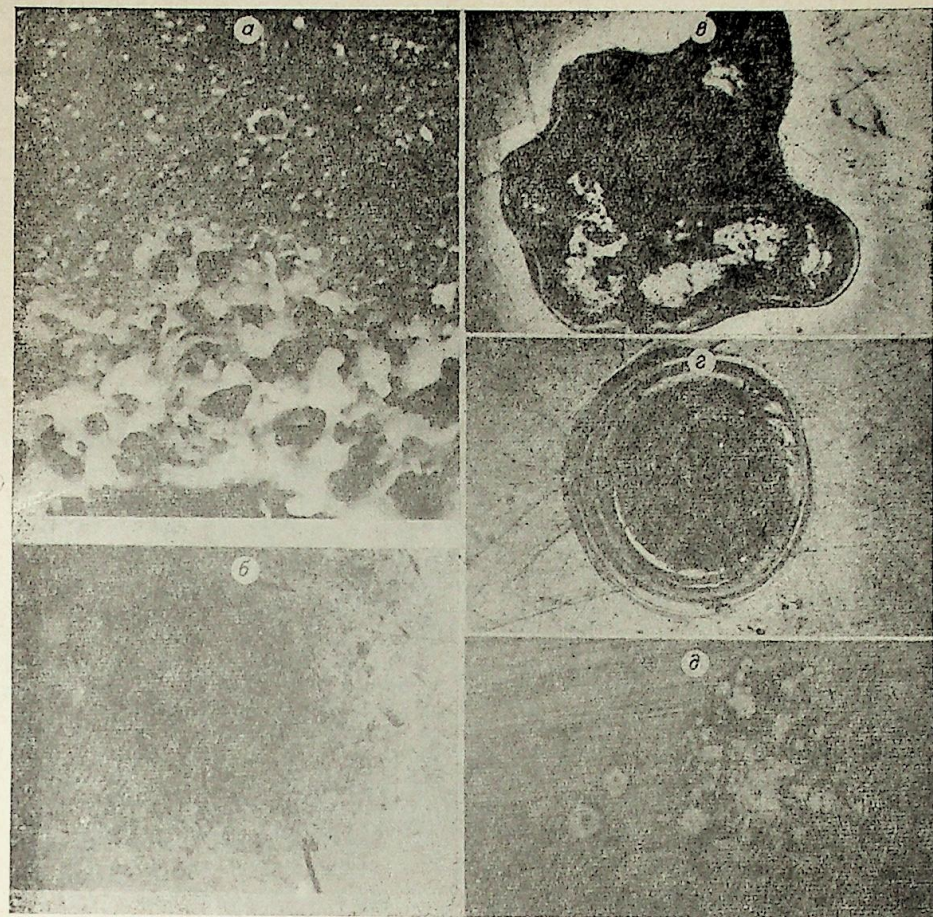


Рис. 1. Типы следов, оставляемых на электродах опорными пятнами: а) катодными I типа (алюминий), линейное увеличение 2000, б) катодными II типа (железо), линейное увеличение 48, в) групповым (олово), линейное увеличение 48, г) единым анодным (олово), линейное увеличение 45, д) дробными (цинк), линейное увеличение 87.

величины после прохождения тока через максимум. Такой временной сдвиг различен для разных металлов и, видимо, обусловлен их различной тепловой инерцией. При дальнейшем снижении разрядного тока интенсивность тепловых процессов в приэлектродных областях уменьшается, что сопровождается сокращением их размеров. С этого момента начинается охлаждение расплавленной зоны и формирование структуры следа в процессе кристаллизации. Представляет интерес изучение динамики погасания теплового источника на спаде импульса разрядного тока. В случае существования катодных пятен I типа изменения в приэлектродной области связаны с изменением количества пятен и скорости их перемещения по электроду. Дробные анодные пятна по характеру протекания тепловых процессов, по-видимому, приближаются к катодным пятнам I типа, но сохраняют несколько большую зависимость от теплофизических свойств материала электрода [8]. Однако там, где приэлектродная область представляет собой малоподвижное долгоживущее пятно, уменьшение размеров приэлектродной области определяется уменьшением размеров пятна. Катодные пятна на железе и цинке, единичные анодные пятна при спаде тока уменьшаются в диаметре и заканчивают свое существование вблизи центральных областей разряда, способст-

Таблица 2

	Наибольшие диаметры ( $d$ ) и высота профилей следов ( $h$ )					
	Катоды, $t_{II}=800$ мкс		Аноды, $t_{II}=10$ мкс			
	Al	Fe	Al	Sn	Zn	Fe
$d$ , мкм	10	3	50	114	92	—
$h$ , мкм	$7,6 \div 7,4$	$0,165 \pm 0,06$	$3,7 \pm 2,2$	$4,1 \pm 2,2$	3	$2,3 \pm 1,3$

вуга подогреву остывающего расплава. На олове пятна, составляющие ассоциацию, хаотически перемещаются в пределах группового пятна и также обеспечивают подогрев металла.

Исходя из свойств и динамики опорных пятен можно ожидать, что в зоне воздействия медленно остывающих тепловых источников размер зерна при кристаллизации будет увеличиваться и, наоборот, уменьшаться в тех случаях, когда на металл воздействуют катодные пятна I типа и дробные анодные пятна.

В каждом случае на электроде остается интегральный след, определяемый типами пятен, существовавших в течение разряда, и динамикой их развития. На рис. 1 показаны характерные следы, оставляемые катодными пятнами всех типов. После пятен II типа и единичных анодных пятен на электроде остаются оплавленные в виде лунок участки поверхности, на которых могут располагаться более мелкие лунки. Так, наименьший диаметр лунки на аноде составляет  $515 \pm 34,1$  мкм (алюминий,  $t_{II}=800$  мкс). Следы, оставленные катодными пятнами I типа и дробными анодными пятнами, содержат большое число лунок значительно меньших размеров (табл. 2).

При проведении структурных исследований методами рентгенографии и электронографии электрод подвергался воздействию разряда с целью получения расположенных вплотную нескольких следов общей площадью 3—7 мм<sup>2</sup>. Дебаграммы получались с помощью рентгеновской трубки с медным анодом. Рентгеновское излучение подбиралось таким, чтобы глубина его проникновения внутрь электрода была сравнима с глубиной теплового воздействия опорного пятна (табл. 3). Это оценивалось соотношением  $x\sqrt{a \cdot t}$ , где  $a$  — коэффициент температуропроводности,  $t$  — среднее время жизни опорного пятна.

Было обнаружено, что там, где существовали опорные пятна II типа и единичные анодные пятна, размер кристаллитов в зоне воздействия разряда не менялся или возрастал. Последнее хорошо заметно по электронограммам железного образца (рис. 2). Исключение составляла структура Al в зоне действия анодного пятна, существовавшего при длительном импульсном разряде. Здесь наблюдалось значительное измельчение кристаллитов (рис. 3). Тенденция к измельчению кристаллитов прослеживалась там, где побывали опорные пятна I типа или дробные анодные пятна.

Таблица 3

Характерный размер зоны теплового воздействия опорного пятна ( $x$ ) и глубина проникновения медного рентгеновского излучения в тело электрода ( $h$ )

Металл	$x$ , мкм	$t$ пятна, мкс	$h$ , мкм
Al	166	800	26,3
	186	1000	
	14,4	6	
	18,6	10	
Fe	34	800	1,3
	2,9	10	
Sn	21,1	800	17
	18,3	6	
Zn	8,1	6	8,2
Ni	5,2	5	7,88

Примечание. Несовпадение данных по Al ( $I_{min}$ ) обусловлено, по-видимому, влиянием неучтенного значительного окисного слоя.

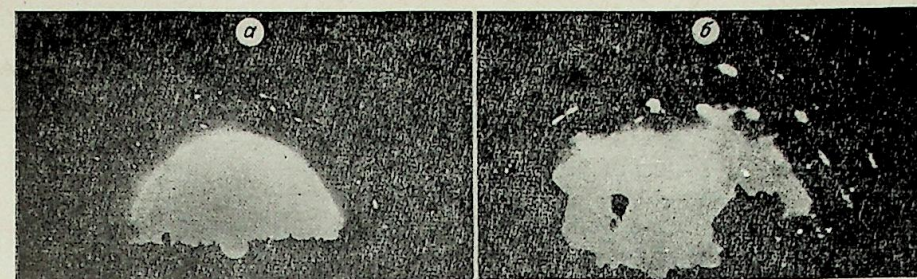


Рис. 2. Электронограммы железного электрода: а) чистая поверхность; б) поверхность, подвергнутая действию анодного пятна.

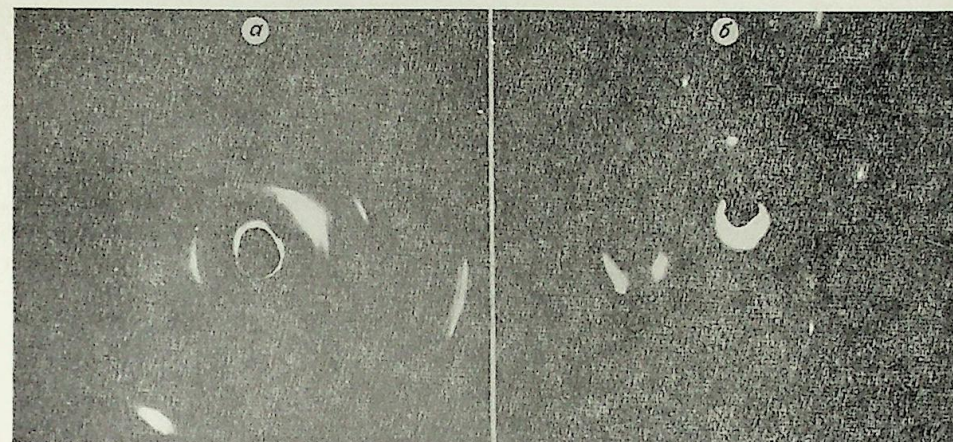


Рис. 3. Рентгенограмма алюминиевого анода до (а) и после воздействия разряда длительностью 800 мкс (б).

Следовательно, когда на электрод воздействуют квазистационарные тепловые источники или источники, имеющие перекрывающиеся тепловые поля, наблюдается тенденция к увеличению размеров кристаллитов поликристаллического образца в зоне их следа и, наоборот, когда тепловыми источниками являются интенсивные локальные опорные пятна с малым временем жизни, размеры кристаллитов уменьшаются. Кроме

Таблица 4  
Микротвердости различных металлов в центре следа (по Виккерсу)

Металл	Микротвердость $H$ , кг/см <sup>2</sup>	Микротвердость $H$ , кг/см <sup>2</sup>				
		исходная поверхность	$t_{II}=800$ мкс		$t_{II}=10$ мкс	
			анод	катод	анод	катод
Al	$H_{10}=28$	—	39	—	—	
Sn	$H_{10}=9,1$	9—11	17	9—11	13,9	
Zn	$H_5=36,5$	47,3	—	—	64,4	
	$H_{20}=69$	—	—	72,6	—	
Fe	$H_{20}=150$	580	—	—	—	
	$H_{50}=137$	—	428*	—	148	

Примечания: 1. Звездочкой отмечены измерения следов, оставленных пятнами II типа. 2. Ошибка измерений не больше 15%.

того, в зоне воздействия разряда могут возникать различного рода напряжения [7]. Это может привести к изменению микротвердости пораженного металла (табл. 4), которая, согласно нашим наблюдениям, возрастает от периферии к центру следа [11].

Авторы выражают благодарность В. И. Раховскому за участие в обсуждении результатов работы.

Всесоюзный научно-исследовательский  
институт метрологической службы,  
Москва

Поступила в редакцию  
9/VI 1977

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Золотых Б. Н. Физические основы электроискровой обработки металлов. М., Гостехиздат, 1953.
2. Мичурин К. А., Прилежаева И. Н., Спивак Г. В.—Изв. АН СССР, сер. физ., 1951, XV, № 4.
3. Палатник Л. С.—Изв. АН СССР, сер. физ., 1951, XV, № 1, 4.
4. Намитоков К. К. Автореф. докт. дис. Харьков, 1970.
5. Кашенко Г. А. Основы металлургии. Л.—М., Металлургиздат, 1950.
6. Негмощ V.—Чех. физ. ж., 1963, 327, 1313.
7. Раховский В. И. Физические основы коммутации электрического тока в вакууме. М., «Наука», 1970.
8. Селиверстова И. Ф., Цыганков Н. Ф. Тепловые условия на электродах и структура анодной области.—Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1975, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.
9. Канцель В. В. Экспериментальные исследования катодной области дугового разряда с высоким временным разрешением. Канд. дис. М., 1973.
10. Финкельбург В., Меккер Г. Электрические дуги и термическая плазма. М., ИЛ, 1961.
11. Селиверстова И. Ф., Цыганков Н. Ф., Стрельцова Л. Н. Эрозия анодов в высоковольтном импульсном разряде.—Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1976, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

А. М. ЗИМИН, Н. П. КОЗЛОВ, В. И. ХВЕСЮК

#### О КРИТЕРИИ ПОДОБИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ КАТОДОВ

Как известно, процессы в прикатодной области и в катоде сильноточной электрической дуги тесно взаимосвязаны. Одним из проявлений этой связи является трансформация распределения температур вдоль оси стержневого катода при увеличении джоулева тепловыделения в нем [1—3]. Относительный рост эффективности объемного источника тепла по сравнению с поверхностным достигается благодаря увеличению тока при фиксированных геометрии и условиях охлаждения катода (т. е. увеличивается средняя плотность тока в электроде  $j_0$ ).

Из экспериментальных работ [1—3] видно, что при этом возникает весьма своеобразная перестройка катодных процессов (см. рисунок). Температура в месте контакта дуги с катодом остается примерно постоянной, что обусловлено эмиссионными характеристиками материала. Тепловой поток  $q$  из прикатодной области постепенно уменьшается до нуля, а затем становится отрицательным. В последнем случае распределение температуры вдоль оси электрода (а в некоторых случаях и по радиусу [4]) оказывается немонотонным.

При расчете катодов важно знать заранее, какой случай ( $q > 0$ ,  $q = 0$  или  $q < 0$ ) реализуется при заданных параметрах плазменного устройства. В данной работе на основе анализа уравнения теплопроводности выводится критерий, позволяющий установить, какой характер температурного распределения осуществляется в катоде. Это особенно важно для электрода из металла с легирующими добавками, где от вида  $T(z)$  сильно зависит его ресурс [5, 6].

В двумерном приближении с учетом джоулева тепловыделения нестационарное уравнение теплопроводности для осесимметричного катода имеет вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c\rho} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right) + \frac{j^2}{\sigma}. \quad (1)$$

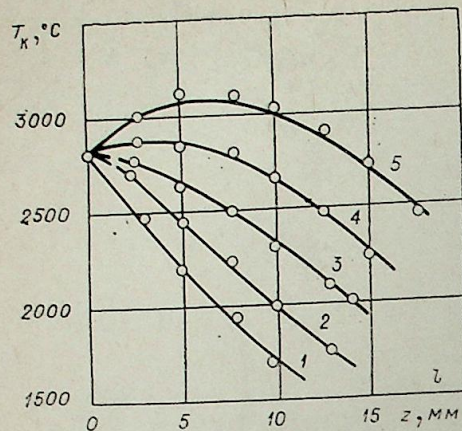
При этом существенной является сильная зависимость проводимости металла от температуры. Так, для вольфрама при изменении температуры от 300 до 3000 К проводимость падает примерно в 20 раз [7]. Плотность тока также является функцией координат. В то же время зависимость  $\lambda(T)$  довольно слабая [7] и в первом приближении ее можно не учитывать.

Приведя (1) к безразмерному виду, получим уравнение

$$\frac{\partial y}{\partial \tau} = F_0 \left( \frac{\partial^2 y}{\partial z_1^2} + \frac{1}{r_1} \cdot \frac{\partial y}{\partial r_1} + \frac{\partial^2 y}{\partial r_1^2} \right) + G_0 \frac{j_1^2}{\sigma_1}, \quad (2)$$

где  $y = T/T_0$ ;  $\tau = t/\tau_0$ ;  $z_1 = z/l$ ;  $r_1 = r/l$ ;

$$F_0 = \frac{\lambda \tau_0}{c\rho l^2}; \quad G_0 = \frac{j_0^2 \tau_0}{\sigma_0 c\rho T_0}; \quad j_1 = \frac{j}{j_0}, \quad \sigma_1 = \frac{\sigma}{\sigma_0};$$



Распределение температуры по длине катода диаметром 2,4 мм в зависимости от токовой нагрузки [1].  
 $1 - 100 \text{ А, } \theta = 1,78; 2 - 150 \text{ А, } \theta = 0,79; 3 - 200 \text{ А, } \theta = 0,45; 4 - 250 \text{ А, } \theta = 0,29; 5 - 300 \text{ А, } \theta = 0,20.$

$l$  — длина катода,  $j_0$  — характерная плотность тока,  $\sigma_0$  — характерная электропроводность материала катода. Относительную эффективность нагрева катода различными способами можно получить, взяв отношение соответствующих критериев в уравнении теплопроводности

$$\theta = \frac{F_0 \lambda \sigma_0 T_0}{G_0 j_0^2 l^2} \quad (3)$$

При больших плотностях тока  $\theta \ll 1$ , и нагрев катода осуществляется преимущественно джоулевым тепловыделением. При малых плотностях тока  $\theta \gg 1$ , и основным является нагрев электрода тепловым потоком, поступающим из прикатодной области. При  $\theta \sim 1$  существенны оба источника энерговыделения.

Отметим, что выбор характерной температуры  $T_0$  слабо сказывается на величине критерия  $\theta$ , так как проводимость металла, как правило, обратно пропорциональна температуре [7], т. е.  $\sigma T \approx \text{const}$ . Это позволяет подсчитать критерий  $\theta$ , не прибегая к экспериментальным данным по температуре. Удобно, например, в качестве  $T_0$  выбрать 300К.

Выясним условия, при которых  $F_0 \sim G_0$ , т. е.  $\theta \sim 1$ . Подставив характерные для вольфрамового электрода значения  $\lambda \sim 1 \text{ Вт/(см} \cdot \text{град)}$ ,  $\sigma \sim 10^6 \text{ мО/см}$ ,  $T_0 \sim 300 \text{ К}$ ,  $l \sim 3 \text{ см}$ , получим

$$j_0 \sim \sqrt{\frac{\lambda \sigma_0 T_0}{l^2}} \approx 5 \cdot 10^3 \text{ А/см}^2.$$

Как отмечалось выше, тепловой поток сильно зависит от температуры поверхности электрода. Может иметь место ситуация, когда выделяющаяся с джоулевым теплом энергия превышает необходимую для нагрева рабочей поверхности катода до необходимой с точки зрения эмиссии температуры. В этом случае тепловой поток в электрод из прикатодной области отрицателен, т. е. электроны эмиссии уносят с поверхности энергии больше, чем приносят ее ионы и излучение из плазмы. Как видно из рисунка, с увеличением тока при поддержании примерно постоянной температуры на поверхности (2800К) характер  $T(z)$  меняется с монотонного на распределение с экстремумом. Абсолютное значение плотности тока, при котором  $\partial T / \partial z$  на рабочей поверхности близко к нулю (кривая 3) —  $4420 \text{ А/см}^2$  — хорошо совпадает с оценкой (4). Оценка  $\theta$ , по данным работы [3], также дает удовлетворительное согласие. Таким образом, вид кривой  $T(z)$  тесно связан с величиной  $\theta$  (значения критерия приведены на рисунке).

Физический смысл критерия становится ясным при записи формулы в виде

$$\theta = \frac{\lambda T}{j_0^2 \cdot l \cdot \sigma}$$

где  $j_0$  — плотность тока в теле катоде ( $j_0 = \frac{I}{\pi R_k^2}$ );  $T$  — температура рабочей поверхности катода.

Числитель дроби представляет собой некоторый средний тепловой поток, отводимый от катода теплопроводностью (при температуре «холодного» торца  $T_x = 0$ ), а знаменатель — эффективный тепловой поток, соответствующий джоулеву тепловыделению в теле электрода.

Для электродов, холодный торец которых имеет температуру порядка 1000 К и выше, более точной оценкой  $\theta$  является:

$$\theta = \frac{\lambda (T - T_x) \sigma(T)}{j_0^2 l^2}.$$

Отметим, что для оценки соотношения эффективности различных способов нагрева катода в месте контакта с дугой при работе его в режиме «с пятном» правильнее в качестве характерного размера выбирать радиус контактного пятна и соответственно плотность тока в пятне. Для величины  $\theta^*$ , подсчитанной таким образом, могут выполняться различные условия ( $\theta^* \gg 1$ ,  $\theta^* \ll 1$ ,  $\theta^* \sim 1$ ), в то время как значение  $\theta$  по формуле (3) намного выше единицы.

Московское высшее техническое училище  
им. Н. Э. Баумана

Поступила в редакцию  
11/IV 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Savage W. F., Strunck S. S., Nischikava J.—Welding J., 1965, 44, № 11, 489.
2. Жуков М. Ф., Аньшаков А. С., Дандарон Г.-Н. Б. Тепловой режим работы термокатода.— В кн.: Приэлектродные процессы и эрозия электродов плазмотронов. Новосибирск, 1977.
3. Дороднов А. М., Козлов Н. П., Помелов Я. А. Об эффекте «электронного» охлаждения на термоэмиссионном дуговом катоде.— ТВТ, 1973, 11, 724.
4. Зибер И. А., Абрамов В. А., Бортничук Н. И., Крутянский М. М. Температурное поле термоэмиссионного вольфрамового катода открытой плазменной дуги постоянного тока.— В кн.: Исследования в области промышленного электронагрева. Тр. ВНИИЭТО, вып. 7. М., «Энергия», 1975.
5. Амосов В. М., Карелин Б. А., Кубышкин В. В. Электродные материалы на основе тугоплавких металлов. М., «Металлургия», 1976.
6. Зимин А. М., Козлов Н. П., Полякова И. А., Хвесюк В. И. О работоспособности активированных катодов. Тез. докл. VII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Алма-Ата, 1977.
7. Таблицы физических величин. Справочник. Под ред. И. К. Кикоина. М., Атомиздат, 1976.

В. В. ГУЖКОВ, В. И. ХВЕСЮК

### ПРЯМОЕ ИЗМЕРЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ИОННОГО ТОКА НА ПОВЕРХНОСТИ КАТОДА

Ионный ток на поверхности катода — один из важных параметров прикатодной области, который характеризует энергию, приносимую ионами на катод [1]. Этот параметр определяется обычно [2] косвенными методами, основанными на измерении баланса энергии на катоде. Однако точность подобных методов невысока, поскольку уравнение баланса для нахождения  $j_i$  содержит ряд параметров, определяемых с малой точностью. Кроме того, до сих пор рассматривались лишь средние величины  $j_i$  в катодном пятне. Желательно иметь методы непосредственного измерения  $j_i$ , при помощи которых можно получить и распределение этой величины.

В данной работе впервые экспериментально получено распределение плотности и доли ионного тока на поверхности катода. В экспериментах использовался разряд с полым катодом. Катод представлял собой цилиндр из тантала диаметром  $D=3 \cdot 10^{-3}$  м, толщиной стенки  $\delta=2 \cdot 10^{-4}$  м и длиной  $L=6 \cdot 10^{-2}$  м. Рабочий газ (ксенон) подавался в разряд через полость катода. Для измерения ионного тока в стенке катода делалось отверстие  $d=(1,5 \div 2,0) \cdot 10^{-4}$  м. Плотность ионного тока на катоде рассчитывалась по величине ионного тока насыщения, который поступал на коллектор, расположенный вблизи отверстия и находящийся под отрицательным потенциалом относительно катода. Схема эксперимента приведена на рис. 1.

Рассмотрим факторы, влияющие на корректность эксперимента.

Распределение температуры снималось как при наличии отверстия, так и без него для изучения влияния отверстия на температурное поле катода. При малых расходах газа ( $G < 0,1 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>/с) искажение температурного поля может быть значительным. При  $G > 0,2 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>/с отверстие не влияет на  $T(z)$  и, очевидно, на процессы в катоде.

Оценки показали, что в условиях данного эксперимента процессы рекомбинации, электронной эмиссии с коллектора не играют существенной роли. Расчеты плотности ионного тока выполнялись с учетом попадания части ионов на стенки диагностического отверстия.

Диаметр отверстия и зазор катод — коллектор много больше дебаевского радиуса и толщины маккоуновского слоя, поэтому пространственный заряд не препятствует движению ионов на коллектор. Полученная в эксперименте плотность тока намного превосходит рассчитанную по уравнению Лэнгмюра [3], что свидетельствует об истечении из отверстия квазинейтральной плазмы.

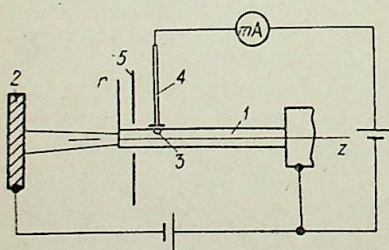


Рис. 1. Схема измерения ионного тока.

1 — полный катод; 2 — анод; 3 — отверстие в катоде; 4 — коллектор ионов; 5 — экран.

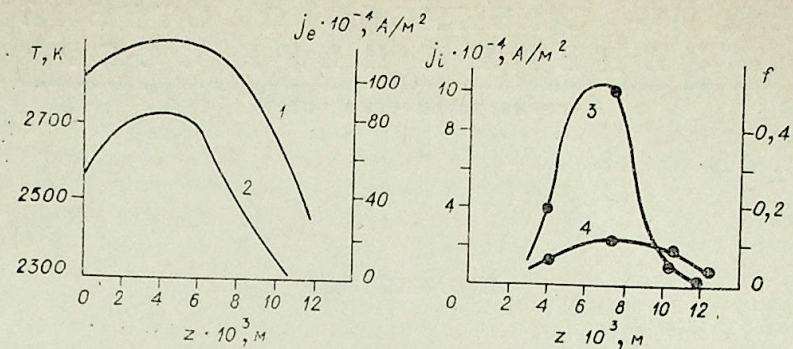


Рис. 2. Распределение температуры (1), плотности эмиссионного (2) и ионного (3) токов, доли ионного тока (4) по длине катода.

Концентрация частиц в полости катода  $\sim 10^{21} \div 10^{22}$  м<sup>-3</sup> [4], а давление в вакуумной камере поддерживалось  $\sim 10^{-2}$  Па. Однако в процессе экспериментов было обнаружено наличие с внешней стороны катода плазмы, которая служила дополнительным источником ионов на коллектор. Это значительно снижало точность экспериментов. Введением экрана 5 удалось уменьшить поток ионов  $I_i$  от окружающей плазмы до величины, малой по сравнению с ионным током, поступающим из отверстия.

Все сказанное позволяет сделать вывод, что полый катод является исключительно удобным объектом для прямого измерения плотности ионного тока на катоде.

В качестве примера приведем результаты эксперимента, полученные для катода, работающего в режиме  $I=70$  А,  $G=0,2 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>/с. На рис. 2 приведены распределения температуры, плотности ионного и эмиссионного тока, доли ионного тока по длине катода. Из приведенных зависимостей следует, что плотность тока распределена по катоду неравномерно, максимум примерно совпадает с максимумом температуры. Ток в основном переносится электронной компонентой, доля ионного тока мала.

Достоверность полученных результатов подтверждается тем, что баланс энергии для катода, определенный на основе экспериментальных данных, сходится с хорошей точностью.

Московское высшее техническое училище  
им. Н. Э. Баумана

Поступила в редакцию  
9/V 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Финкельбург В., Меккер Г. Электрические дуги и термическая плазма. М., ИЛ, 1961.
2. Жуков М. Ф., Аншаков А. С., Дандарон Г.-Н. Тепловой режим работы термокатада. — В кн.: Приэлектродные процессы и эрозия электродов плазмотронов. Новосибирск, 1977, с. 74.
3. Гришин С. Д., Лесков Л. В., Козлов Н. П. Электрические ракетные двигатели. М., «Машиностроение», 1975, с. 99.
4. Trindad A. R. Etude des mecanismes de fonctionnement des cathodes creuses. — Portugal. Phys., 1970, VI; № 1—2, 108.

Е. П. ПАХОМОВ

## ВИНТОВАЯ ФОРМА ДУГИ, ОБЛАСТЬ СУЩЕСТВОВАНИЯ И ХАРАКТЕРИСТИКИ

Область применения электрических дуг в науке и технике весьма обширна. Однако, несмотря на более чем полуторазековую историю исследований дугового разряда, наши знания об особенностях его поведения (например, в продольном магнитном поле) являются далеко не полными. Число работ по этому вопросу невелико, выполнены они в основном в последние десять лет.

Было установлено, что в приложенном продольном магнитном поле (ППМП) цилиндрический дуговой столб (ЦДС) обладает винтовой неустойчивостью и может переходить во второе устойчивое стационарное состояние — винтовое (ВДС — винтовой дуговой столб). Оказалось, что такой переход при определенных условиях может иметь место и без ППМП в результате взаимодействия тока дуги с собственным магнитным полем (СМП).

Исследования винтовой формы дугового столба показали, что ВДС обладает собственной фазовой скоростью движения в ППМП, однако механизм этого движения остается пока неизвестным.

Хотя неустойчивость тока в продольном магнитном поле, в частности винтовая, исследовалась в ряде задач (высокотемпературная плазма, положительный столб диффузионного разряда, полупроводники, жидкие проводящие струи и т. д.), для дуг высокого давления это явление является новым.

Впервые винтовую неустойчивость ВДС в ППМП наблюдал, по-видимому, еще Эленбаас в 30-е годы в ртутной дуге. О наблюдении винтовой формы свободной дуги (дуги отключения) в СМП упоминает в 40-х годах Брон.

Однако первое лабораторное исследование винтовой неустойчивости появилось только в 1966 г. Это работа Юна [1], представляющая собой оригинальное тщательно выполненное исследование дуги в аргоне (с расходом газа) в канале  $d=1$  см в ППМП. Были получены данные о зависимости шага ВДС и критического магнитного поля  $B_{кр}$  от расхода газа, тока дуги и частоты вынуждающихся колебаний. Измерения выполнены на границе устойчивости, т. е. при нулевом значении инкремента изменения амплитуды пульсаций излучения плазмы вдоль дугового столба. Показано, что винтовая неустойчивость характерна для дугового столба, влияние приэлектродных зон было исключено.

В работе проанализирована устойчивость системы уравнений, описывающих поведение дугового столба методом малых винтовых возмущений. Математическая сложность задачи, необходимость существенных упрощений, отсутствие простой физической трактовки механизма неустойчивости дугового столба ограничили исследования Юна выводом о возможности возникновения в дуге винтовой неустойчивости с определенным шагом винта.

В 1969 г. появляется сообщение Ментеля [2] о наблюдении в стабилизированной стенкой дуге образования винтовой формы дугового столба в СМП при превышении некоторого критического значения тока  $I_{кр}$  (водород,  $d=1,8$  см,  $I_{кр}=10,3$  А).

Наглядная физическая модель винтовой неустойчивости ЦДС, основанная на анализе баланса энергии искривленного дугового столба, хорошо описала экспериментальные результаты [3].

В работе Меккера [4] показано, что для анализа неустойчивости ЦДС, в частности винтовой, принципиально важным является учет скорости дрейфа (скольжения) относительно среды (газа) поля температур дугового столба при наличии несимметричности теплоподвода или теплоотвода. Именно использование понятия о скорости дрейфа изотерм дуги позволило Ментелю построить свою модель. Следует отметить, что впервые понятие движения (скольжения) поля изотерм для дуги было введено О. Я. Новиковым еще в 1962 г. и успешно использовано в дальнейшем для анализа механизма движения дуги гашения [5].

В 1973 г. Ментель с сотрудниками публикует результаты анализа влияния диаметра канала и давления на устойчивость ЦДС в СМП, хорошо согласующиеся с их же экспериментальными данными [6]. В этом же году появляется работа Еникова, Стефанова [7] по экспериментальному исследованию поведения аргоновой дуги с расходом газа ( $d=0,3-0,6$  см) в ППМП. В работе высказывается гипотеза об альфвеновской природе наблюдаемых колебаний. По нашему мнению, дальнейшее изучение данного вопроса не подтвердило эту гипотезу.

Интересно экспериментальное исследование Рутшера, Ружечки контрагированного разряда в аргоне при давлении  $2 \cdot 10^3$  Па в коаксиальной конфигурации разрядной трубки в магнитном поле разной ориентации [8]. Более ранняя работа Рутшера, Пфэя (1969 г.) по исследованию контрагированного разряда в аргоне при давлении  $(1,3-13) \cdot 10^3$  Па в ППМП также относится к рассматриваемому вопросу [9].

Результаты исследования Рагаллера [10] методом малых винтовых возмущений уравнения движения свободной дуги в СМП с использованием понятия о движении (дрейфе) поля изотерм дугового столба согласуются с выводами Ментеля [3,6].

В 1974 г. появляется сообщение В. С. Голубева, А. В. Донского, В. С. Клубникина о наблюдении винтовой неустойчивости в СМП в стабилизированной стенкой аргоновой дуге ( $d=2$  см) с расходом газа [11]. В последующей их публикации [12] приводятся данные о влиянии расхода газа на границу устойчивости.

В 1976—1977 гг. опубликовано несколько работ Института высоких температур [13—18] о результатах исследования стабилизированной стенкой дуги в аргоне в ППМП и СМП, выполненных в сравнительно широком диапазоне изменения ряда параметров. Варьировались диаметр канала  $d$  от 0,6 до 4 см, давление  $p$  от  $10^5$  до  $10^6$  Па, продольное, магнитное поле  $B$  до 1500 Гс, ток дуги  $I$  от 10 до 80 А и расход газа  $G$  до 0,15 г/с с изменением направления течения газа. Исследовалось поведение дугового столба, влияние приэлектродных областей исключалось.

В этих работах доказана токово-конвективная природа винтовой неустойчивости ЦДС, обращено внимание на существование по крайней мере двух равноправных устойчивых форм дугового столба — цилиндрической и винтовой, дана общая картина областей существования каждой из них и влияние на положение границ перехода от одной формы в другую ряда параметров, показано, что ВДС имеет собственную фазовую скорость движения, зависящую от ряда параметров и, наконец, рекомендовано использовать принцип динамического равновесия для построения модели, описывающей ВДС и его область существования.

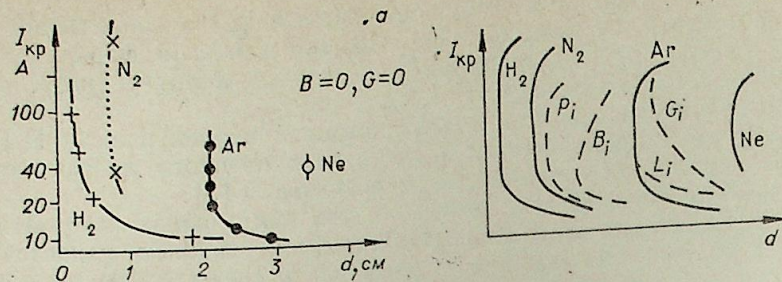


Рис. 1. Границы винтовой неустойчивости цилиндрической формы дугового столба (ЦДС) в разных газах. а) экспериментальные данные; б) качественная картина. Слева от границ область существования ЦДС, справа ВДС.

Область существования винтовой формы дуги. На рис. 1 дана экспериментальная и качественная картина границ винтовой неустойчивости ЦДС, являющихся границей перехода к области существования ВДС. Приведены данные для водорода и азота [6], аргона и неона [16] в виде зависимости критического тока от диаметра стабилизирующего канала для  $B=0, G=0$  и расстояния между электродами  $L \rightarrow \infty$ . На примере аргона качественно показано влияние расхода газа  $G$ , величины ППМП —  $V$ , давления  $p$  и расстояния между электродами  $L$  на смещение границы перехода из одной формы дугового столба в другую.

Для каждого газа существует свое значение «определяющего» диаметра стабилизирующего канала, в котором может наблюдаться ВДС в СМП. На рис. 2 приведена зависимость этого диаметра по [18] от давления газа для дуги в аргоне при  $I=30-60$  А,  $G=0, B=0$ . Видно, что даже в капиллярных разрядах при повышенных давлениях возможна реализация ВДС в СМП.

В зависимости от соотношения размера канала и расстояния между электродами происходит переход от стабилизации дуги стенкой к стабилизации электродами (см. рис. 1, б).

На рис. 3, 4 приводятся количественные данные [1, 7, 12, 14, 17, 18] для аргона о влиянии расхода газа, диаметра канала, тока дуги и ППМП на граничные параметры дугового столба. Видно, что расход газа всегда оказывает стабилизирующее воздействие на ЦДС, а ППМП — дестабилизирующее.

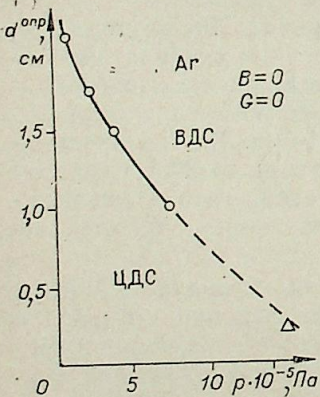


Рис. 2. Зависимость определяющего диаметра стабилизирующего канала от давления для аргона.

Гистерезис величины критического тока перехода ЦДС в винтовую форму от направления изменения тока и расхода газа показан на рис. 3. Данные [7] плохо согласуются с другими результатами [1, 17] (рис. 4), по-видимому, из-за влияния магнитного поля на приэлектродные области. Данные [12] дают меньшую устойчивость ЦДС, чем [14, 17, 18]. Контрольные опыты показывают высокую чувствительность этих данных к подсосам воздуха в канал и некоторым другим факторам, что возможно, является причиной имеющегося расхождения.

Характеристики ВДС. На рис. 5 приведены данные о шаге ВДС для водорода [3], аргона [1] и данные ИВТАН, полученные

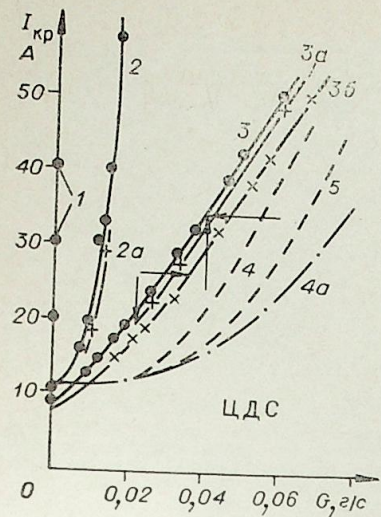


Рис. 3. Зависимость  $I_{кр}$  от расхода газа  $G$  в каналах разного диаметра  $d$ .

Стрелками показано направление изменения параметров. Кривые 2а, 3а, 4а соответствуют  $I_{кр}$  при уменьшении тока, 3б — при увеличении расхода газа  $G$ .  $d=2,1$  (1), 2,35 (2), 2,92 см (3) [18];  $d=2, L=8$  см (4),  $d=2, L=16$  см (5) [12].

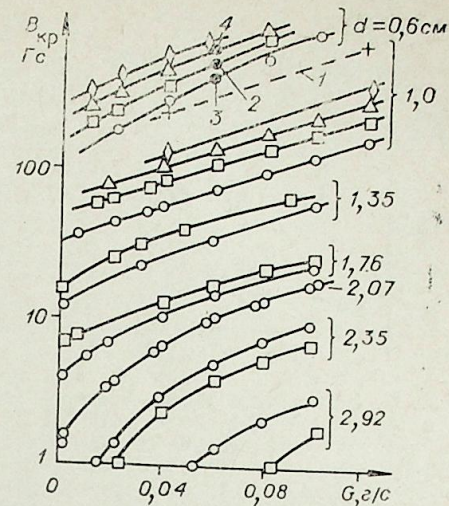


Рис. 4. Зависимость  $B_{кр}$  от расхода газа в каналах разного диаметра.

1 — [1]; 2, 3, 4 — [7] для  $d=0,6$  см,  $I=45$  А,  $d=0,4$  см,  $I=20$  А и  $d=0,3$  см,  $I=22,5$  А соответственно. Остальные данные по [14, 17, 18] для 20 (○), 30 (×), 40 (□), 60 (△), 80 (◇) и 160 А (+).

в разных условиях. Видно, что в исследованной области изменения параметров  $G, B, d, I, p$  величина шага всегда близка к значению  $(1,5 \div 2,3) d$ .

Рассмотрим зависимости радиуса ВДС от магнитного поля (рис. 6). При  $B=B_{кр}$  (Ar,  $p=10^5$  Па,  $d=1,96$  см,  $I=31$  А, кривая 1 при  $G=0,012$  г/с) имеет место скачкообразное увеличение радиуса ВДС и затем асимптотическое увеличение его при увеличении  $B$ . Увеличение расхода газа до 0,043 г/с (кривая 2) сглаживает эту зависимость и уменьшает размер ВДС.

На рис. 7 показана зависимость фазовой скорости движения ВДС в аргоне относительно среды в функции ряда параметров. Видно, что  $v_{ф}$  увеличивается с увеличением  $I, B, d$  и уменьшается с ростом давления. В СМП ВДС неподвижен. Природа фазовой скорости ВДС остается пока неясной. Следует отметить, что для внешнего наблюдателя вращение и продольное перемещение винта неразличимы.

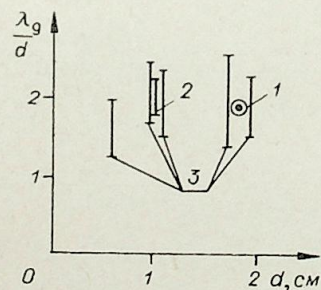


Рис. 5. Шаг винтового дугового столба в каналах разного диаметра.

1 — водород [3], 2 — аргон [1], 3 — данные ИВТАН.

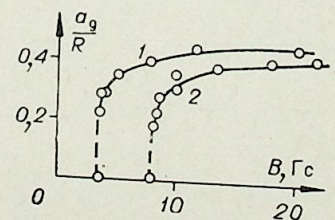


Рис. 6. Зависимость радиуса винтового дугового столба от индукции продольного магнитного поля в аргоне при расходе газа 0,012 (1) и 0,043 г/с (2).

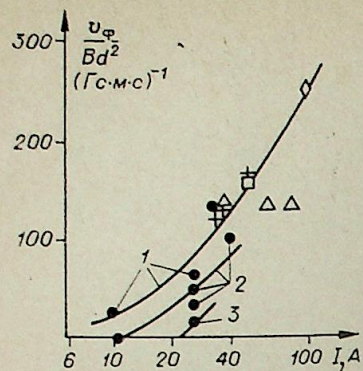


Рис. 7. Зависимость фазовой скорости движения ВДС в аргоне в ППМП от тока дуги при давлении  $10^5$  Па (1),  $1,2 \cdot 10^5$  (2) и  $1,4 \cdot 10^5$  (3) при  $d = 0,6$  ( $\Delta$ ),  $1,0$  (+),  $1,0$  [1] ( $\diamond$ );  $1,76$  ( $\square$ ),  $1,96$  ( $\circ$ ).

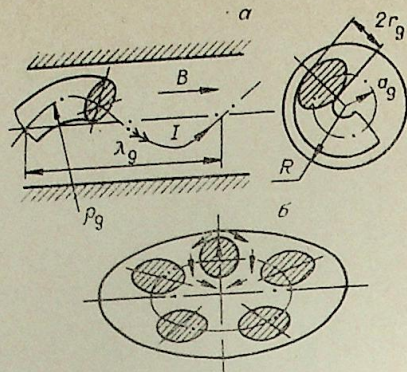


Рис. 8. Схема винтовой дуги.

а) двойное вихревое течение газа через столб дуги; б) сечение стабилизирующего канала, перпендикулярное оси дугового столба при малых значениях шага винта.

Модель винтовой формы дугового столба. На ВДС действует сила  $I \times B$ , создающая поток газа, который при отсутствии других воздействий сносит дуговой столб вдоль радиуса канала со скоростью  $v_r$ .

Однако наличие кривизны дугового столба и взаимодействие его со стенкой стабилизирующего канала создает несимметричность энерговыделения и теплоотвода по сечению дугового столба (на внутренней стороне больше энерговыделение, на внешней — теплоотвод). Это порождает дрейф поля температур дугового столба к центру канала с некоторой скоростью  $v_t$  (температурная волна). Так как именно поле температур определяет местоположение дугового столба в пространстве (и точку приложения силы  $I \times B$ ), то при равенстве этих скоростей ( $v_r = v_t$ ) внешний наблюдатель будет видеть неподвижный винтовой дуговой столб. Такое состояние динамического равновесия для ВДС является устойчивым,

В канале при этом формируется стационарное двойное вихревое течение газа через дуговой столб (рис. 8). На схеме винтовой дуги в стабилизирующем канале радиусом  $R$  показаны основные геометрические размеры, характеризующие ВДС: шаг винтовой дуги  $\lambda_d$ , ее радиус  $a_d$ , радиус дугового столба  $r_d$  и радиус кривизны оси дугового столба  $\rho_d$ . При малых значениях  $\lambda_d$  в сечении стабилизирующего канала, перпендикулярное оси дугового столба, попадает несколько сечений дугового столба (рис. 8, б). В этой плоскости происходит растекание газа, прокачиваемого через дуговой столб силой  $[I \times B]$ .

Модельное рассмотрение в [19] механизмов формирования скоростей  $v_r$  и  $v_t$  при отсутствии расхода газа через стабилизирующий канал позволило получить уравнение динамического равновесия ВДС, связывающее его параметры с внешними условиями задачи в виде

$$p(\alpha_d I^2 + IB)R = r^2 [1 + q\theta(a, r)] \left\{ \frac{(a^2 + \lambda^2)^{3,5}}{[(a^2 + \lambda^2)^2 - a^2 \lambda^2]^2} + \frac{(1-r)(a^2 + \lambda^2)^{0,5}}{2r[(1-r)^2 - a^2]} \right\}$$

Здесь  $a = a_d/R$ ;  $\lambda = \lambda_d/2\pi R$ ;  $r = r_d/R$ ;  $\theta(a, r) = r^3 / [(a+r)(1-r-a)]^3$ ;  $q$  — малый безразмерный параметр ( $q \approx 0,01$ ),  $p$  — некоторая размерная функция тока дуги, условий ее стабилизации и свойств рабочего тела и  $\alpha_d = f[a_d, \lambda_d, r_d, \sigma/\sigma(0)]$  — функция, учитывающая влияние СМП.

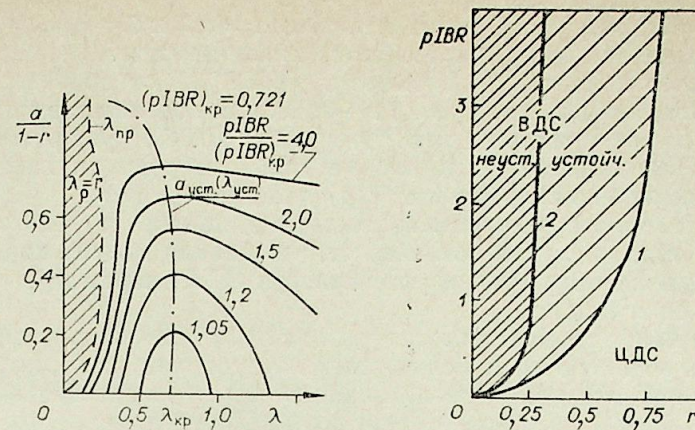


Рис. 9. Зависимость радиуса винтовой дуги от его шага для  $r = 0,5$ ,  $q = 0,01$ . Стрелками показано направление изменения геометрических размеров винтового дугового столба в разных точках диаграммы (по [19] для  $\alpha_d I^2 \ll IB$ ).

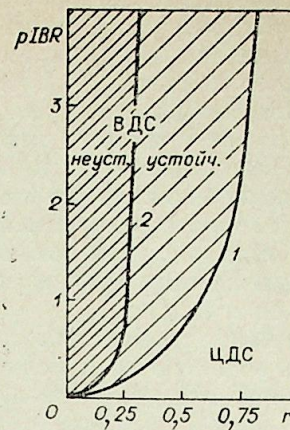


Рис. 10. Зависимость характерных значений  $pIBR$  от радиуса дугового столба:  $(pIBR)_{кр}$  (1) и  $(pIBR)_{гр}$  (2). Указаны области существования различных форм дугового столба (по [19] для  $\alpha_d I^2 \ll IB$ ).

В данном уравнении справа сгруппированы параметры, задаваемые экспериментатором: радиус стабилизирующего канала  $R$ , ток дуги  $I$  и величина приложенного магнитного поля  $B$ , а слева находится функция геометрических характеристик ВДС ( $\lambda_d$ ,  $a_d$ ,  $r_d$ ). Анализ этого уравнения позволяет определить границы области устойчивого существования ВДС, изменение ее геометрических характеристик при изменении внешних условий и т. д.

Пример анализа этого уравнения в виде диаграммы  $a(\lambda)$  для разных значений комплекса  $pIBR$  при  $\alpha_d I^2 \ll IB$ ,  $q = 0,01$ ,  $r = 0,5$  приведен на рис. 9. Видно, что, начиная с некоторого значения  $(pIBR)_{кр}$  ста-

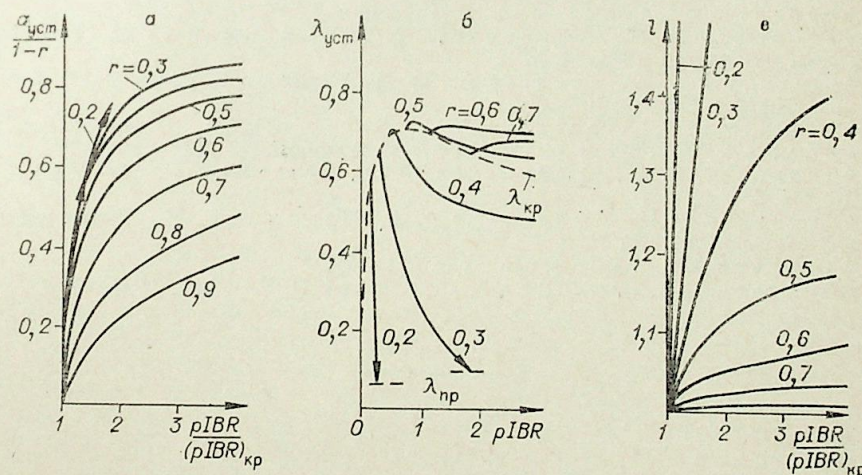


Рис. 11. Параметры дугового столба для нескольких значений его радиуса ( $q = 0,01$ ).

а) зависимость радиуса дугового столба в виде  $a_{уст}/(1-r)$  от комплекса  $pIBR/(pIBR)_{кр}$ ; б) зависимость шага дугового винта от  $pIBR$  и в) зависимость длины дугового столба на 1 см длины канала  $l$  от  $pIBR/(pIBR)_{кр}$  (по [19] для  $\alpha_d I^2 \ll IB$ ).

новится устойчивым ВДС со значениями  $a = a_{уст}$  и  $\lambda = \lambda_{уст}$ . С ростом  $pIBR$  растет величина  $a_{уст}$ ;  $\lambda_{уст}$  меняется незначительно.

На рис. 10 показана зависимость  $(pIBR)_{кр}$  от приведенного радиуса дугового столба, а на рис. 11 — заданная моделью зависимость параметров ВДС от комплекса  $pIBR$  для  $\alpha_d I^2 \ll IB$ . Следует отметить, что условие  $\alpha_d I^2 \ll IB$  можно реализовать в стабилизирующих каналах, малых по сравнению со значением  $\alpha_{опр}(p)$  для данного газа.

Сопоставление с экспериментальными данными и теоретический анализ для общего случая показывают, что данная модель хорошо описывает общую картину границ устойчивости ЦДС, параметры и особенности поведения ВДС.

В заключение следует отметить, что, с одной стороны, исследования ВДС только начинаются и полученных данных явно недостаточно, а с другой стороны, очевидно, что целенаправленное использование особенностей ВДС может расширить наши возможности применения электрической дуги в науке и технике.

Институт высоких температур  
АН СССР, Москва

Поступила в редакцию  
20/VII 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Yuen M. Ch.— Phys. Fluids, 9, 6, 1966.
2. Mentel I. IXth Int. Conf. on Phenomena in Ionized Gases. Bucharest, 1969.
3. Mentel I.— Z. Naturforsch., 1971, 26a, 526.
4. Маееккер Н.— Proceedings of IEEE, 1971, 59, 4.
5. Новиков О. Я. Модернизация высоковольтных выключателей и приводов к ним. Куйбышев, 1962; Он же. Исследование устойчивости режимов электродуговых установок. Докт. дис., Куйбышев, 1972.
6. Ernst K. D., Korainky I., Mentel I. XIth. Int. Conf. on Phenomena in Ionized Gases. Prague 1973, p. 210.
7. Стефанов Б., Еников Р.— ТВТ, 1973, 2, II.
8. Rutscher A., Ruzicka T. J. Beitr. Plasmaphys., 1973, B13, 2.
9. Rutscher A., Pfau S. IXth Int Conf on Phenomena in Ionized Gases. Bucharest, 1969.
10. Ragaller K.— Z. Naturforsch., 1974, 29a, 556.
11. Голубев В. С., Донской А. В., Клубниккин В. С. Тез. докладов VI Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Фрунзе, 1974, с. 255.
12. Голубев В. С., Клубниккин В. С. Письма в ЖТФ, 1976, 2, 4.
13. Асиновский Э. И., Афанасьев, А. А., Пахомов Е. П. Теплофизика высоких температур, 1976, 14, № 4.
14. Asinovsky E. I., Afanasjev A. A., Pakhomov E. P. IVth Int. Conf. on Gas Discharges. London, 1976.
15. Asinovsky E. I., Afanasjev A. A., Batenin V. M., Pakhomov E. P., Roddatis V. K. Physics of Ionized Gases, Symposium, Dubrovnik, 1976.
16. Асиновский Э. И., Афанасьев А. А., Пахомов Е. П.— ДАН СССР, 1976, 231, 2.
17. Асиновский Э. И., Афанасьев А. А., Пахомов Е. П.— Теплофизика высоких температур, 1977, 15, 4.
18. Афанасьев А. А. Автореф. канд. дис. М., 1977.
19. Афанасьев А. А., Пахомов Е. П., Сычев П. Е.— ТВТ, 1978, 16, 2.

Т. С. МЕЛЬНИКОВА, В. Г. ПОПЕНКО, И. М. УЛАНОВ

### ВЛИЯНИЕ АКСИАЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ЭЛЕКТРИЧЕСКУЮ ДУГУ

В работе приводятся результаты исследования влияния однородного аксиального магнитного поля на электрическую дугу при атмосферном и пониженном давлении, горящую в аргоне и гелии.

При исследовании влияния аксиального магнитного поля на слабый разряд низкого давления ( $10^{-2}$ —35 мм рт. ст.) в трубке с электроизоляционными стенками было замечено, что, начиная с некоторой величины магнитного поля  $B_{кр}$ , зависящей от давления, рода газа и силы тока, наблюдается рост напряженности электрического поля и увеличение диффузии заряженных частиц к стенкам. При этом плазменный шнур принимает форму вращающегося винта. Это явление объяснено влиянием токово-конвективной неустойчивости [1, 2]. В основу теории, объясняющей экспериментальные результаты [3], положены следующие физические предпосылки: в аксиальном магнитном поле из-за случайного отклонения шнура в радиальном направлении возникает электромагнитная сила  $[j \cdot B]$ . Форма, которую принимает шнур, зависит от соотношения между этой силой и стабилизирующими факторами — теплопроводностью и вязкостью.

Приблизительно в то же время было обнаружено, что, если по жидкометаллической струе, истекающей из сопла сверху вниз, пропустить электрический ток и поместить ее в продольное магнитное поле, то струя под действием токово-конвективной неустойчивости также может принять винтовую форму [4]. Несколько позднее открыто влияние токово-конвективной неустойчивости на электрическую дугу при атмосферном давлении [5—9], однако эти исследования или охватывают область малых магнитных полей ( $B \leq 0,15$  Т) [5, 6] или проводились с электрической дугой, стабилизированной на оси вихревым потоком газа [7, 8].

В предлагаемой работе исследовалось влияние большого аксиального магнитного поля (до 1 Т) на электрическую дугу, стабилизированную стенкой. Исследования проводились на электродуговой камере, собранной из медных водоохлаждаемых шайб с изолирующими прокладками, внутренний диаметр шайб  $9 \cdot 10^{-3}$  м. Длина электрической дуги во всех экспериментах составляла  $(6-8) \cdot 10^{-2}$  м. В качестве катода использовали вольфрамовый стержень, анодом служила медная водоохлаждаемая шайба с впрессованным вольфрамовым кольцом внутренним диаметром  $9 \cdot 10^{-3}$  м. Эксперименты проводились в диапазоне токов 50—300 А.

В качестве рабочей среды использовались аргон и гелий. При давлении в электродуговой камере  $1 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup> расход аргона равнялся 0,8 г/с, гелия — 0,2 г/с, а при давлении  $1 \cdot 10^4$  Н/м<sup>2</sup> расходы обоих газов составляли 0,02 г/с. Закрутка газа отсутствовала. Поток газа имел направление от катода к аноду. Магнитное поле создавалось двумя соленоидами общей длиной  $26 \cdot 10^{-2}$  м, между которыми помещалась шайба, предназначенная для оптических измерений. Неоднородность поля вдоль канала не превышала 3%.

## ФОРМА ДУГИ И ЕЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА

Для изучения формы плазменного шнура использовалась кинокамера СКС-1М, работающая в режиме непрерывной развертки. Фоторазвертка излучения дуги осуществлялась через поперечные щели шириной  $1 \cdot 10^{-3}$  м в трех характерных сечениях, расположенных по длине камеры на расстоянии двух калибров от катода и анода соответственно и в средней части камеры. Съемки показали, что при давлении газа  $1 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup> и  $B=0,035-0,63$  Т наблюдаются радиальные отклонения шнура во всех сечениях канала. На рис. 1 приведены временные развертки, полученные для центральной части камеры. Для аргона с увеличением индукции магнитного поля частота колебаний шнура в радиальном направлении растет, а диаметр дуги уменьшается.



Рис. 1. Фоторазвертки излучения дугового шнура во времени через поперечную щель, расположенную в центральной части канала.

а) Рабочий газ — аргон;  $p=1 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>;  $I=160$  А;  $B=0$  (1), 0,035 (2), 0,160 (3), 0,630 Т (4).  
 б) Рабочий газ — гелий;  $p=1 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>;  $I=160$  А;  $B=0,035$  (1), 0,075 (2), 0,15 (3), 0,43 Т (4).  
 в) Рабочий газ — аргон;  $p=1 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>;  $I=160$  А;  $B=0,77$  Т.

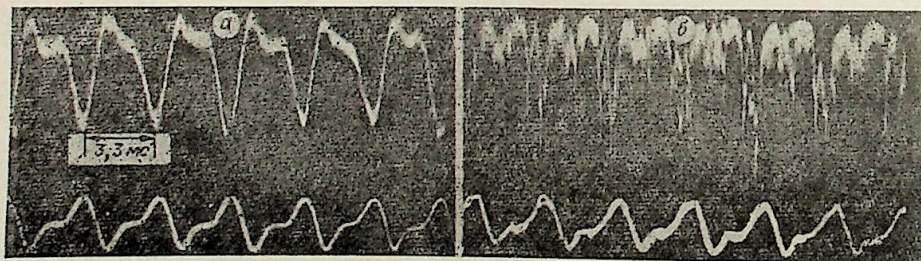


Рис. 2. Осциллограммы колебаний интенсивности излучения дуги из средней части канала через щель площадью  $0,1 \times 0,04$  см — верхний луч; осциллограммы переменной составляющей тока дуги — нижний луч.

Рабочий газ — аргон;  $p=1 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>;  $I=120$  А;  $B=0,035$  (а), 1,000 Т (б).

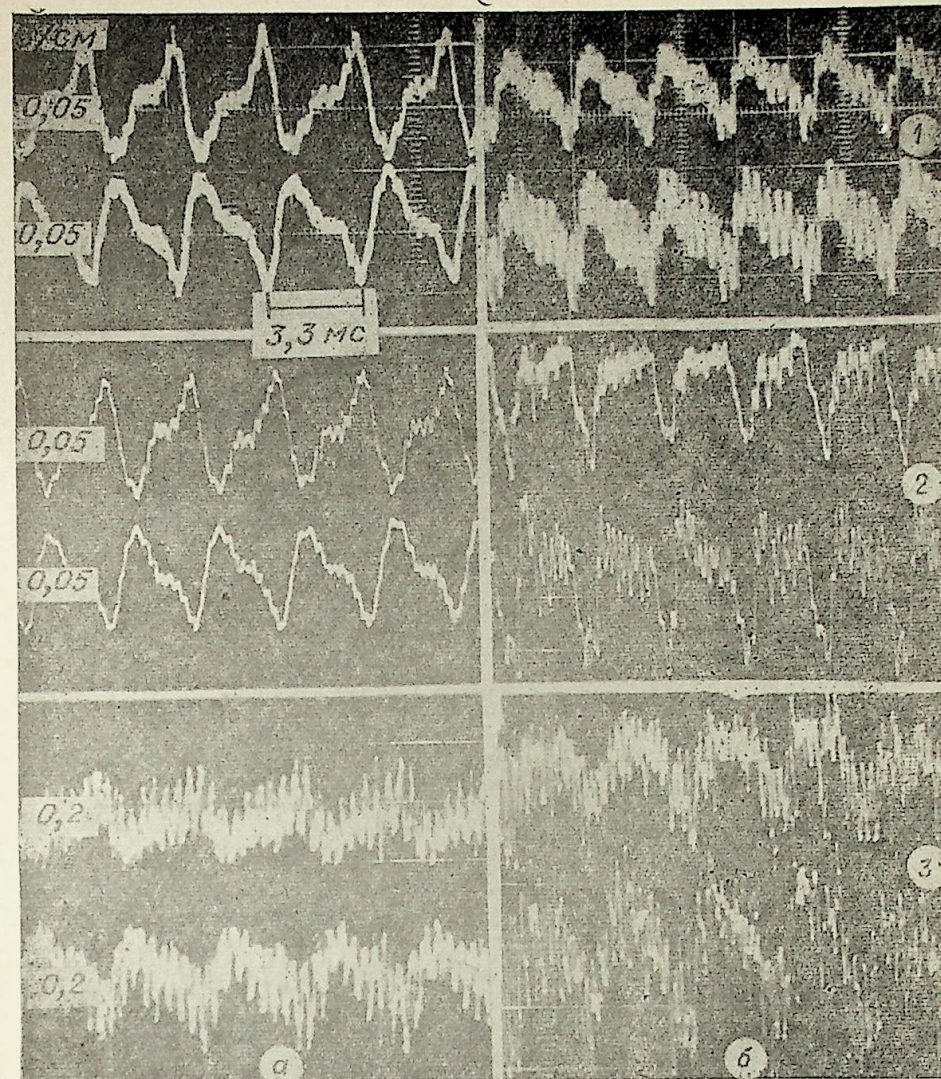


Рис. 3. Осциллограммы колебаний

а) переменный составляющий напряжения (верхний луч) и тока дуги (нижний луч); б) потенциала на двух шайбах относительно катода; шайбы расположены в средней части камеры. Рабочий газ — гелий;  $p=1 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>;  $I=160$  А;  $B=0$  (1), 0,035 (2), 0,360 Т (3).

Экспериментальная установка позволяла вести наблюдения со стороны анода. В этой проекции дуга имела вид светящегося кольца. Сравнивая эти наблюдения с временными развертками (см. рис. 1), можно сделать предположение, что форма дуги близка к винтовой. Было замечено, что интенсивность излучения дуги меняется во времени. Чтобы выяснить, не связаны ли колебания интенсивности с колебаниями тока дуги, осциллографировали переменную составляющую тока и изменение интенсивности излучения из центра электродугового канала через щель размером  $0,1 \times 0,04$  см. Соответствующие осциллограммы, полученные для тока дуги 120 А, приведены на рис. 2. Видно, что хотя интенсивность излучения из центра электродуговой камеры меняется во времени, пульсаций тока при этом не наблюдается (присутствуют только колебания тока, 300 Гц, соответствующие 13%-ным колебаниям источника питания).

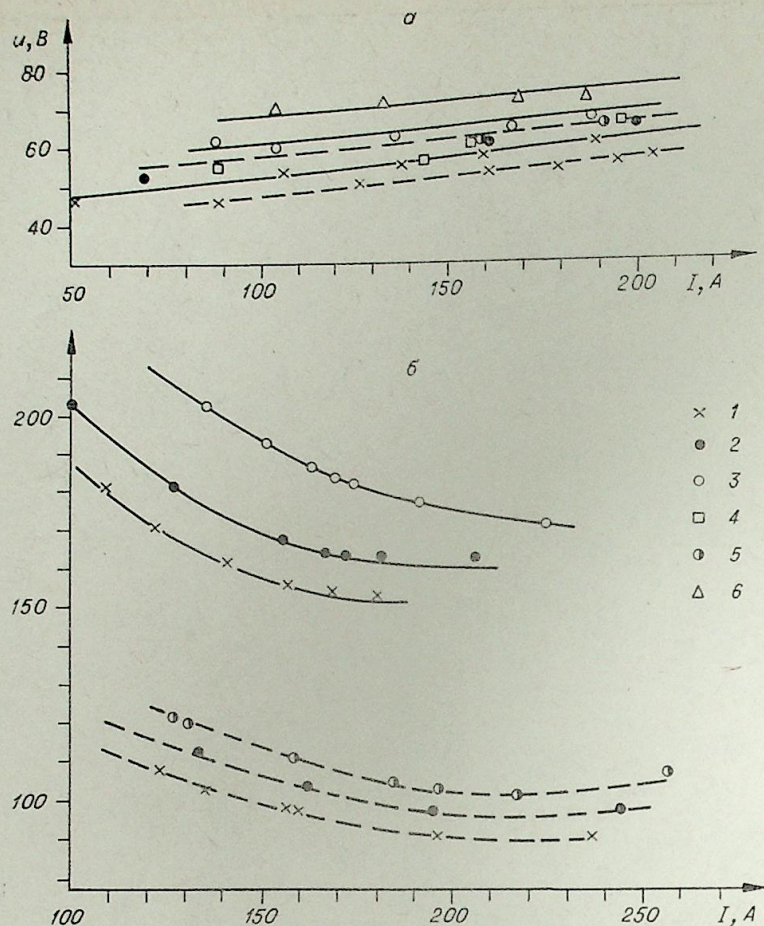


Рис. 4. Вольт-амперные характеристики дуги.  
Рабочий газ — аргон (а), гелий (б);  $\rho = 1 \cdot 10^5$  (—),  $1 \cdot 10^4$  Н/м<sup>2</sup> (---);  
 $B = 0$  (1), 0,110 (2), 0,164 (3), 0,360 (4), 0,540 (5), 0,760 Т (6).

В гелии дуга ведет себя несколько иначе. Наряду с винтовой формой, которая четко прослеживается, например, при индукции магнитного поля 0,0750 Т (рис. 1, 2, б), возникает неустойчивость, по виду похожая на «страты» в тлеющем разряде. На временных развертках (см. рис. 1, б) видно регулярное по времени появление узких светлых полос с частотой 1,8—2,4 кГц, перпендикулярных оси разряда.

С целью выяснения вопроса, влияют ли «страты» на проводимость дугового столба осциллографировали переменные составляющие тока и напряжение гелиевой дуги. Осциллограммы, полученные для тока дуги 160 А и магнитных полей 0—0,36 Т, приведены на рис. 3, а. Видно, что кроме частоты 300 Гц на осциллограммах переменных составляющих тока и напряжения появляются колебания, имеющие ту же частоту, что и «страты» (около 2 кГц). Можно предположить, что эти колебания связаны с образованием «страт» и изменением проводимости в них. Колебания потенциала дуги в некотором сечении по длине можно зарегистрировать, измеряя потенциал шайбы, относительно какого-либо из электродов. На рис. 3, б приведены осциллограммы изменения потенциала на двух шайбах относительно катода при разных магнитных полях, из которых можно сделать вывод, что, во-первых, даже без магнитного поля (см. рис. 3, б) на шайбах наблюдаются колебания потенциала, причем,

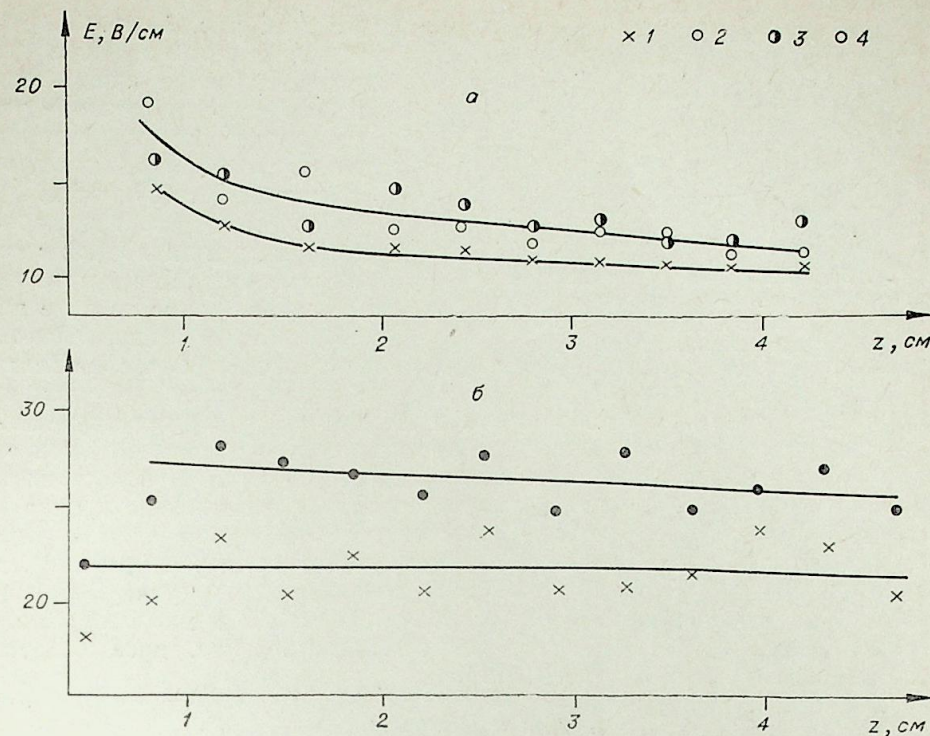


Рис. 5. Распределение напряженности электрического поля дуги вдоль оси канала  $z$  отложена в направлении от катода к аноду.  
Рабочий газ — аргон (а), гелий (б);  $B = 0$  (1), 0,164 (2, ●), 0,540 (3), 1,100 Т (4);  $I = 160$  А;  $\rho = 1 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>.

эти колебания имеют частоту «страт» на временных развертках (см. рис. 1, б), т. е. «стратификация» разряда, вероятно, появляется и без магнитного поля; во-вторых, с ростом  $B$  увеличивается частота колебаний потенциала шайбы.

Рассмотрим возможную причину образования «страт». «Стратификация» разряда, которая сопровождается также изменением проводимости во времени, должна наблюдаться при возникновении перегретой неустойчивости [10]. В работе [11] показано, что на вольт-амперной характеристике в этом случае будет образовываться «петля». Появление таких «петель» при определенных параметрах дуги экспериментально наблюдалось в работе [12], при этом, как отмечают авторы, меняется во времени вид излучения дугового столба.

В продольном магнитном поле уменьшается поперечная теплопроводность плазмы, т. е. «петля» перемещается в область меньших токов. Следовательно, если без магнитного поля разряд является однородным, то накладывая магнитное поле при его определенном значении можно получить «стратифицированный» разряд. Особенно хорошо «перемещение» «петель» с увеличением  $B$  показано в теоретической работе [13] на примере аргона в безрасходной дуге при давлении газа в электродуговой камере  $1 \cdot 10^4$  Н/м<sup>2</sup> в канале диаметром 1 см. В частности, авторами показано, что, если при  $B = 0$  в области токов 140—260 А «петель» на вольт-амперной характеристике нет, то при  $B = 1$  Т «петля» наблюдается при токе дуги 190 А. Эксперименты, проведенные нами в аналогичных условиях ( $B = 0 \div 0,8$  Т,  $I = 160$  А,  $\rho = 1 \cdot 10^4$  Н/м<sup>2</sup>, расход — 0,02 г/с), показали, что в диапазоне индукции магнитного поля  $0 \div 0,7$  Т как в аргоне, так и в гелии плазменный шнур стабилен, при повышении  $B$  до 0,77 Т в аргоне появляется «стратификация» раз-

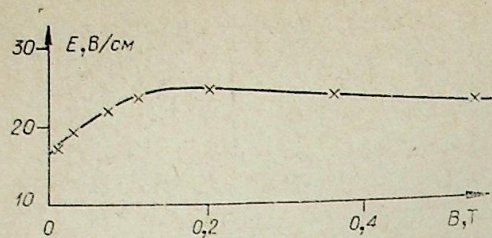


Рис. 6. Зависимость напряженности электрического поля в центральном сечении электродугового канала от величины индукции магнитного поля.

Рабочий газ — гелий;  $I=160$  А;  $p=1 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>.

мерялись интегральные по времени и по длине дуги характеристики.

Распределение напряженности электрического поля вдоль оси канала для аргона и гелия при давлении газа  $1 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup> представлено на рис. 5. При увеличении  $B$  напряженность электрического поля по всей длине камеры увеличивается. Для гелия в центральном сечении камеры (рис. 6) напряженность электрического поля растет вплоть до величины  $B=0,15$  Т, а при больших  $B$  почти не изменяется. Вероятно, это связано с особенностями формы дугового столба в магнитном поле. При давлении газа  $1 \cdot 10^4$  Н/м<sup>2</sup>, как отмечалось выше, дуга остается стабильной вплоть до  $B=0,7$  Т.

В аргоне напряженность электрического поля, измеренная по шайбам, как для  $B=0$ , так и для  $B=0,54$  Т составляет около 6,5 В/см. В гелии при изменении  $B$  от 0 до 0,54 Т напряженность электрического поля уменьшается с 9,5 до 8,4 В/см.

#### РАДИАЛЬНЫЙ ПРОФИЛЬ ТЕМПЕРАТУРЫ В ЦЕНТРАЛЬНОМ СЕЧЕНИИ ЭЛЕКТРОДУГОВОЙ КАМЕРЫ

Исследования [7, 8] стационарной электрической дуги при атмосферном давлении показали, что при наложении аксиального магнитного поля уменьшается излучение плазмы. Однако объяснений этому факту пока нет. В данной работе сделана попытка определить радиальный профиль температур в центральном сечении электродуговой камеры при различных значениях магнитного поля. Для решения этой задачи необходимо получить радиальный профиль интенсивности излучения плазмы на определенной длине волны за столь короткий промежуток времени, в течение которого положение дуги в канале практически можно считать неизменным. В работе [7] сделана подобная попытка. Автор использовал для поперечной развертки излучения вращающийся диск со щелью. Однако полученное пространственно-временное разрешение ( $1,7$  мс/см) оказалось недостаточным. Мы использовали для получения необходимого пространственно-временного разрешения сис-

ряда (см. рис. 1, в). Это, вероятно, в какой-то мере подтверждает наше предположение, что «стратификация» ряда, наблюдавшаяся в данной работе, связана с влиянием перегревной неустойчивости.

Из вольт-амперных характеристик дуги видно, что с увеличением индукции магнитного поля напряжение на дуге растет, особенно значительно в случае гелия (рис. 4). «Петли» не наблюдается, так как из-

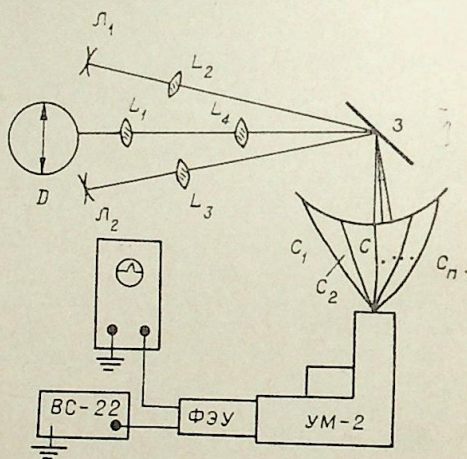


Рис. 7. Схема регистрации радиального профиля интенсивности.

$D$  — поперечное сечение электродуговой камеры;  $L_1 - L_4$  — линзы;  $З$  — вращающаяся призма (ЖФР);  $C_1, C_2, \dots, C_n$  — световоды;  $Л_1$  и  $Л_2$  — лампы с вольфрамовыми нитями накала.

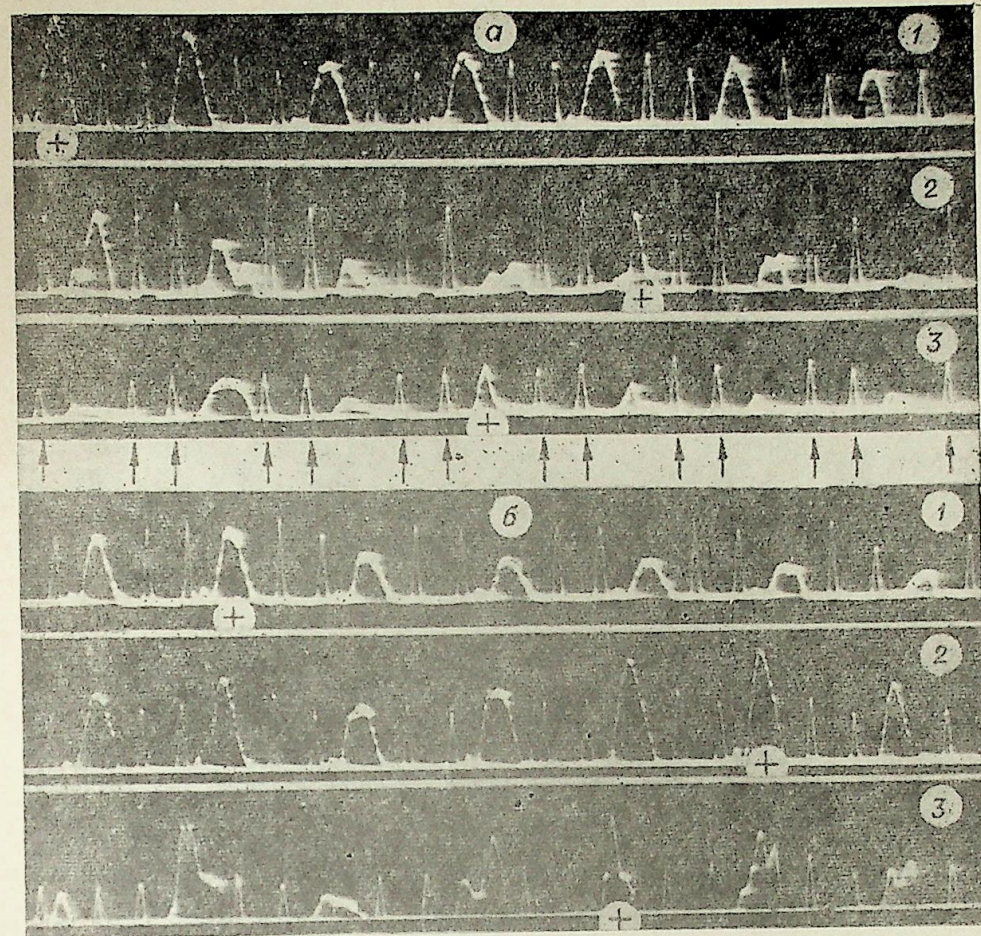


Рис. 8. Радиальные развертки интенсивности излучения сплошного спектра аргона на длине волны 428,5 нм во времени.

а)  $I=90$  А;  $B=0$  (1), 0,22 (2), 0,54 Т (3); б)  $I=160$  А;  $B=0$  (1), 0,04 (2), 0,56 Т (3). Стрелками показаны сигналы от реперных лампочек  $Л_1$  и  $Л_2$ .

тему с зеркальной разверткой [14], схема которой приведена на рис. 7. Она позволяла получить разрешение 170 мкс/см. Использование вращающейся зеркальной призмы и световодов с регистрацией сигнала на пленке кинокамеры СКС-1М, работающей в режиме непрерывной развертки, позволяло записать последовательно до 1500 профилей с промежутками между ними 300 мкс. Это дало возможность проследить в течение 1 с за изменением в радиальном распределении температур в выбранном сечении канала. Однако даже в этом случае достигнутого разрешения оказалось недостаточно, если индукция магнитного поля превышала 0,2 Т. Поэтому при построении распределения температур по радиусу для оценки максимально достижимых температур в дуге можно ограничиться выбором самых узких из симметричных профилей интенсивности. На рис. 8 они обозначены крестиками. Время их записи около 30 мкс. Семь сигналов, приведенных на рис. 8 для каждого значения индукции магнитного поля, записаны за время 3,3 мс, т. е. за один период изменения тока. Даже из приведенных 7 профилей видно, что при наложенном магнитном поле профиль интенсивности значительно изменяется во времени. Пересчет радиального коэффициента излучения проводился по Боккастену [15]. Радиальные профили температур

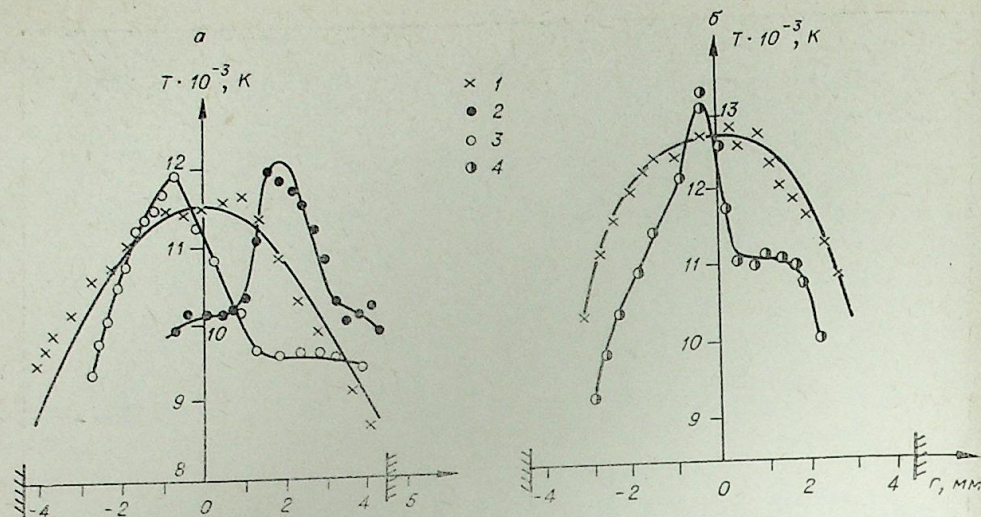


Рис. 9. Радиальные профили температуры в центральном сечении электродуговой камеры.  
Рабочий газ — аргон;  $p = 1 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>;  $B = 0$  (1), 0,220 (2), 0,540 (3), 0,570 Т (4);  $I = 90$  (а), 160 А (б).

$T_e$  определялись из условия локального термодинамического равновесия (ЛТР) [16]. На рис. 9 представлены распределения температур аргонной плазмы в центральном сечении электродуговой камеры при давлении  $1 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>,  $B = 0,004, 0,22, 0,54$  Т и токах 90 и 160 А. Необходимо отметить, что при отсутствии магнитного поля наблюдается широкий симметричный профиль температур. При большой индукции магнитного поля профиль температур сужается. Максимальные температуры практически остаются на том же уровне, что и без магнитного поля.

Зная распределение температур по радиусу и зависимость полной энергии излучения от температуры [17], можно оценить энергию, излучаемую плазменным шнуром. Оценки для найденных температурных профилей при токе дуги 160 А показывают, что в поле при  $B = 0,65$  Т излучение плазмы уменьшается в 4—5 раз по сравнению с плазмой без магнитного поля. Это связано с уменьшением толщины излучающего слоя.

В гелии для разрешения во времени поперечного распределения интенсивности требуется использование еще более быстрой временной развертки. Однако излучение в «стратах» значительно больше, чем между «стратами», поэтому для измерения профиля температур в этих разных по интенсивности областях использовалась следующая методика. При непрерывном вращении зеркала СФР на экране осциллографа записывалось радиальное распределение интенсивности линии He I  $\lambda = 492,1$  нм. Запуск осциллографа происходил на каждом обороте лампочкой  $L_1$  и за 1,5 на один кадр помещалось около 200 радиальных разверток (рис. 10). Время записи одного профиля интенсивности 50 мкс. Огибающая максимума сигнала соответствует среднему распределению интенсивности в «стратах», огибающая минимума сигнала — интенсивности излучения плазмы между «стратами». После пересчета радиального распределения по Боккастону и использования соотношений, справедливых при ЛТР, вычислены радиальные распределения температуры для  $B = 0—0,31$  Т, которые приведены на рис. 11. При  $B = 0$  они совпадают с распределениями, измеренными в аналогичных условиях в работе [18]. Следует обратить внимание на два момента: во-первых, профиль температур имеет плоский вид до размера 0,7 радиуса;

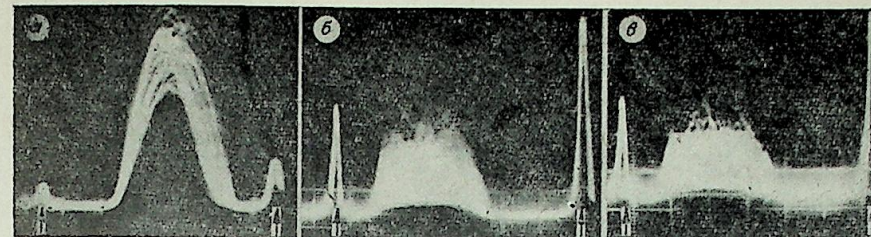


Рис. 10. Радиальные развертки интенсивности излучения линии He I 492, 1 нм.  
 $p = 1 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>;  $I = 160$  А;  $B = 0$  (а), 0,110 (б), 0,310 Т (в). Стрелками показаны сигналы от реперных ламп  $L_1$  и  $L_2$ , развертка 20 мкс/см.

во-вторых, в стационарной гелиевой дуге могут одновременно существовать две области с разницей в температурах около 1500 К.

Распределения температур при давлении газа  $1 \cdot 10^4$  Н/м<sup>2</sup> приведены на рис. 12, а, б. В аргоне с увеличением индукции магнитного поля температура несколько снижается, в гелии с увеличением напряженности магнитного поля радиальный профиль температуры становится более узким. Возможно, это связано с замагниченностью плазмы и уменьшением коэффициента теплопроводности.

Следует отметить, что в данных экспериментах определялась температура электронов  $T_e$ . В аргоне при  $p = 1 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup> разница между температурами электронов ( $T_e$ ) атомов ( $T_a$ ), ионов ( $T_n$ ) исчезает при электронной концентрации  $n_e \geq 8 \cdot 10^{15}$  см<sup>-3</sup> [19]. Это соответствует температуре 9500 К. При  $p = 1 \cdot 10^4$  Н/м<sup>2</sup> для ЛТР необходима  $T \approx 11000$  К, т. е. в наших экспериментах (как видно из рис. 9, 12, а) для аргона ЛТР выполняется до 0,7 радиуса. В гелии при  $p = 1 \cdot 10^5$  раз-

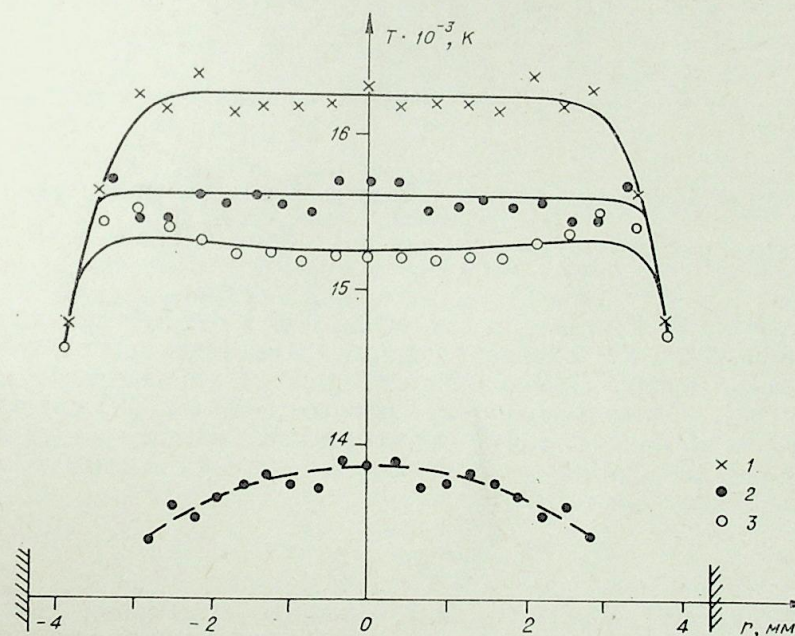


Рис. 11. Радиальные профили температур в центральном сечении электродуговой камеры для профилей интенсивности, представленных на рис. 10.

Рабочий газ — гелий;  $I = 160$  А;  $p = 1 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>; 1 — по максимуму сигнала интенсивности для  $B = 0$ , 2 — по максимуму и минимуму сигнала интенсивности для  $B = 0,11$  Т, 3 — по максимуму сигнала для  $B = 0,31$  Т.

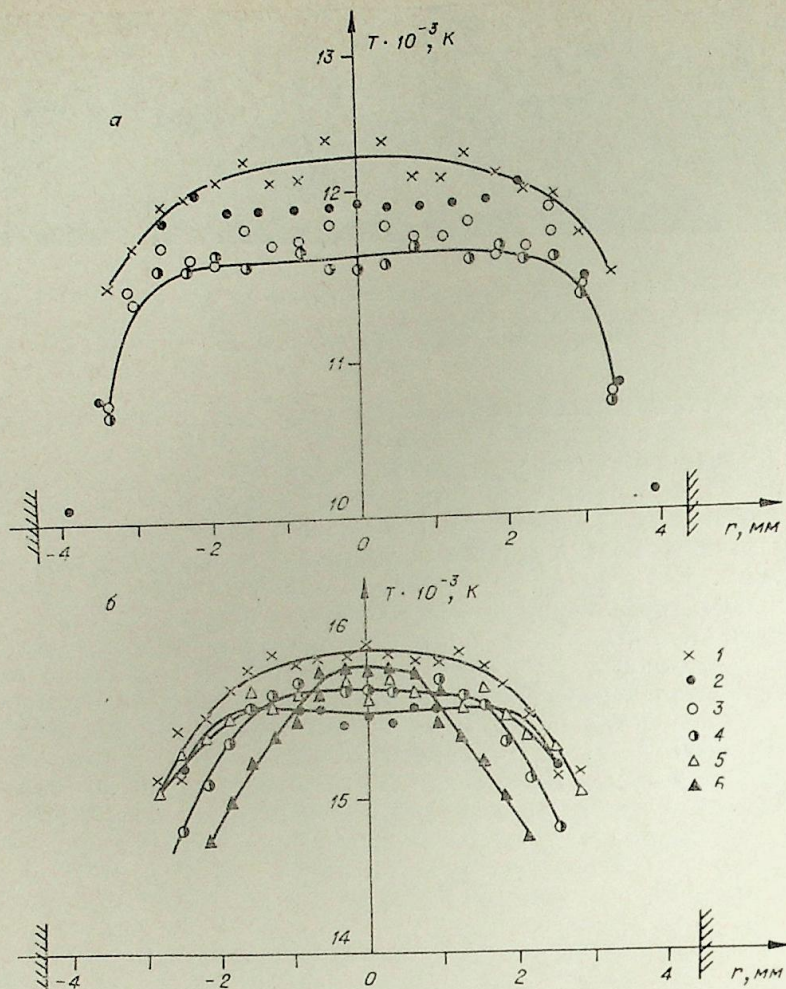


Рис. 12. Радиальные профили температур в центральном сечении электродуговой камеры.  
Рабочий газ — аргон (а), гелий (б);  $p=1 \cdot 10^4$  Н/м<sup>2</sup>;  $B=0$  (1), 0,110 (2), 0,310 (3), 0,540 (4), 0,750 Т (5).

ница между  $T_e$ ,  $T_a$ ,  $T_n$  исчезает, если  $n_e \geq 5 \cdot 10^{16}$  см<sup>-3</sup>. Это соответствует температуре 20000 К. В наших экспериментах таких температур не наблюдалось, значит ЛТР в гелиевой дуге не выполняется. Однако согласно [20], должно выполняться частичное ЛТР (ЧЛТР) для уровня с главным квантовым числом  $n$  для всех вышележащих уровней и для электронов, если  $n_e$  равны или больше некоторой величины  $N_e$ , даваемой критерием Грима [20]:

$$N_e \geq 7 \cdot 10^{18} \frac{z^6}{n^{17/2}} \left( \frac{kT}{I_H} \right)^{1/2} \text{ см}^{-3}, \quad (1)$$

где  $kT$  — температура электронов;  $I_H$  — энергия ионизации атома водорода;  $n$  — главное квантовое число рассматриваемого уровня;  $z=1$  — для атома,  $z=2$  для 1-го иона и т. д.

В настоящих экспериментах температура измерялась по абсолютной интенсивности линии HeI  $\lambda=492,1$  нм, которая соответствует переходу  $2p'D-4d'D$ . В табл. 1 приведены значения  $N_e$  для гелия, вычисленные по формуле (1) для уровня  $n=4$  и  $n_e$ , полученные в эксперименте при соответствующих температурах.

Видно, что экспериментальные значения  $n_e$  превосходят значения  $N_e$ , необходимые по критерию (1) при  $T > 13000$  К. Это означает, что при  $T > 13000$  К уровень  $n=4$  находится в ЧЛТР со всеми вышележащими уровнями и с электронами, и измеренная температура является температурой электронов. Кроме проверки выполнения критерия (1), поскольку плазма в описываемых экспериментах нестационарная во времени и неоднородная в пространстве, необходимо также оценить время  $\tau$  установления ЛТР (ЧЛТР) и расстояние  $d$ , на которое за это время успевают продиффундировать частицы.

В табл. 2 приведены величины, полученные по соответствующим формулам работы [20] для температур, наблюдающихся в рассматриваемых экспериментах. Здесь  $t$  — время нестационарности процесса;  $\Delta T$  — изменение температуры на расстоянии  $d$  (по радиусу), оцененное по экспериментальным значениям (см. рис. 9, 11, 12);  $\tau$  — для аргона — время установления полного ЛТР, для гелия время равновесного заселения уровня  $n=4$ .

Видно, что экспериментальные значения  $n_e$  превосходят значения  $N_e$ , необходимые по критерию (1) при  $T > 13000$  К. Это означает, что при  $T > 13000$  К уровень  $n=4$  находится в ЧЛТР со всеми вышележащими уровнями и с электронами, и измеренная температура является температурой электронов. Кроме проверки выполнения критерия (1), поскольку плазма в описываемых экспериментах нестационарная во времени и неоднородная в пространстве, необходимо также оценить время  $\tau$  установления ЛТР (ЧЛТР) и расстояние  $d$ , на которое за это время успевают продиффундировать частицы.

В табл. 2 приведены величины, полученные по соответствующим формулам работы [20] для температур, наблюдающихся в рассматриваемых экспериментах. Здесь  $t$  — время нестационарности процесса;  $\Delta T$  — изменение температуры на расстоянии  $d$  (по радиусу), оцененное по экспериментальным значениям (см. рис. 9, 11, 12);  $\tau$  — для аргона — время установления полного ЛТР, для гелия время равновесного заселения уровня  $n=4$ .

Таблица 2

Газ	Т, К	$p$ , Н/м <sup>2</sup>	$\tau$ , с	$t$ , с	$n_e \cdot 10^{-14}$ , см <sup>-3</sup>	
					$p=1 \cdot 10^5$ Н/м <sup>2</sup>	$p=1 \cdot 10^4$ Н/м <sup>2</sup>
Ar	12 000	$1 \cdot 10^5$	$2,3 \cdot 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{-5}$	15	4,95
		$1 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^{-5}$	$3,3 \cdot 10^{-3}$	34	10,95
He	16 000	$1 \cdot 10^5$	$10^{-9}$	$10^{-5}$	125	38
		$1 \cdot 10^4$	$10^{-8}$	$3,3 \cdot 10^{-3}$	68,7	21,5

Примечание.  $t$  — время нестационарности процесса;  $\Delta T$  — изменение температуры на расстоянии  $d$  (по радиусу), оцененное по экспериментальным значениям (рис. 9, 11, 12);  $\tau$  — для аргона — время установления полного ЛТР, для гелия — время равновесного заселения уровня  $n=4$ .

Критерии, необходимые для соблюдения ЛТР (ЧЛТР) в нестационарных неоднородных плазмах, выполняются во всех рассматриваемых случаях, кроме случая неоднородной He-плазмы при  $p=1 \cdot 10^4$  Н/м<sup>2</sup>, следовательно, можно пользоваться соотношениями ЛТР, но в случае  $p=1 \cdot 10^4$  Н/м<sup>2</sup> для He необходимо рассматривать температуру  $T_e$ , усредненную по промежутку  $d$ . Следует отметить, что точность температурных измерений составляет 3—5 %.

Таким образом, эксперименты показали, что при наложении на электрическую дугу, горящую в аргоне и гелии при атмосферном давлении продольного магнитного поля до  $B=1$  Т, наблюдается следующее: 1) плазменный шнур может испытывать влияние двух типов неустойчивости: токово-конвективной и, вероятно, перегревной; 2) сужается температурный профиль дуги, что приводит к уменьшению энергии, излучаемой плазмой; 3) с ростом магнитной индукции до определенной величины растет напряженность электрического поля дуги.

При снижении давления газа до  $1 \cdot 10^4$  Н/м<sup>2</sup> в диапазоне токов 50—250 А и  $B=0-0,7$  Т плазменный шнур стабилен, т. е. преобладает роль стабилизирующих факторов.

Институт теплофизики  
СО АН СССР, Новосибирск

Поступила в редакцию  
7/II 1978

1. Allen T. K., Paulikas G. A., Ryle R. V. Instability of a positive column in a magnetic field.— *Phys. Rev. Letters*, 1960, 5, 9, 409.
2. Hoh F. C. Plasma stability and boundary condition.— *Phys. Rev. Letters*, 1960, 4, 11, 559.
3. Kadomtzev B. B., Nedospasov A. V. Instability of the positive column in a magnetic field and the anomalous diffusion effect.— *J. Nucl. Energy*, 1960, 1, 230.
4. Dattner A. Current induced instabilities of a mercury jet.— *Arkiv for Fysik*, 1962, 21, 7, 71.
5. Yuen M. Ch. Stability of the poiseuille plasma arc an axi al magnetic field.— *Phys. Fluids*, 1966, 9, 6, 1140—1150.
6. Асиновский Э. И., Афанасьев А. А., Пахомов Е. П. Спиральная форма дугового столба: условия и область существования.— *ДАН СССР*, 1976, 231, № 2.
7. Cann L. An experimental investigation of a vortex stabilized arc an axial magnetic field.— *ARL*, 1977, 73—0043.
8. Мельникова Т. С., Попенко В. Г., Уланов И. М. Экспериментальное исследование стабилизированной вихрем электрической дуги в продольном магнитном поле.— *Изв. Сиб. отд. АН СССР*, 1978, № 8, сер. техн. наук, вып. 2, 31—38.
9. Asinovsky E. I., Afanasjev A. A., Rakhimov E. P. 4 Intern. Conf. on Gas Discharges. London, 1976.
10. Кадомцев Б. Б. Гидромагнитная устойчивость плазмы.— В кн.: *Вопросы теории плазмы*. М., Госатомиздат, 1963, с. 132—175.
11. Pismenny V. D., Rakhimov A. T. On stratification of powerful plane gas discharge.— *Phys. Letters*, 1970, 33A, 1, 17—18.
12. Аньшаков А. С., Жуков М. Ф., Тимошевский А. Н. Динамика электрических параметров дуги и ее поведения в канале плазматрона.— В кн.: *Устойчивость горения электрической дуги*. Новосибирск, 1973, с. 57—72.
13. Левитан Ю. С., Назаренко И. П., Паневин И. Г. Влияние теплофизических факторов на характеристики и устойчивость канальных дуг.— Там же, с. 84—114.
14. Мельникова Т. С. Измерение радиального профиля температуры в нестационарной дуге во времени.— *Изв. Сиб. отд. АН СССР*, 1977, № 8, сер. техн. наук, вып. 2, 103—108.
15. Vockasten K. Transformation of observed radiances into radial distribution of the emission a plasma.— *JOSA*, 51, 9, 1961, 943.
16. Schulz-Gulde. The continuous emission of argon in the visible spectral range.— *Z. fur Physik*, 1970, 230, 449—459.
17. Howard W., Emmons. Arc measurement of high-temperature gas transport properties.— *Phys. Fluids*, 1967, 10, 6, 1125.
18. Hwang C. C. Spectroscopic intensity measurement of atmospheric-pressure helium arcs.— *J. Quant. Radiant Transfer*, 1972, 12, 5, 783—795.
19. Колесников В. Н. Дуга в инертных газах. *Физическая оптика*. Тр. ФИ АН СССР, Т. 30. М., 1964, с. 66.
20. Грим Г. Спектроскопия плазмы. М., Атомиздат, 1964, с. 451.

А. Д. ЛЕБЕДЕВ, Н. М. ЩЕРБИК

К ВОПРОСУ ОБ ИЗМЕРЕНИЯХ ТЕМПЕРАТУРЫ  
В «ТУРБУЛЕНТНЫХ» ДУГАХ

Понятие «турбулентная» дуга до сих пор не имеет четкого, однозначного определения из-за сложности и многообразия протекающих процессов. Особое внимание уделяется экспериментальным исследованиям, поскольку их число остается все еще недостаточным для того, чтобы создать полную и ясную модель «турбулентной» дуги. Недостаточно также работ по измерению температуры, что обусловлено сложностью как технического, так и методологического плана. Существующие методы пересчета измеряемых интегральных интенсивностей в распределении плотности излучения и соответственно температуры [1—3] являются пока еще сильной идеализацией реального положения дел. На рис. 1, а представлен кадр скоростной съемки ( $n=2700$  кадр/с) дуги, горящей на оси затопленной струи [4]. Специально выделены возможные виды неустойчивостей, которые существуют при переходе в зону «турбулентного» режима горения дуги ( $z > z_0$ ) и «бочкообразное» возмущение (I) [5], которое зарождается на участке ламинарного режима горения и разрушается в зоне турбулентного горения ( $z > z_0$ ). При этом размер возмущения в осевом направлении  $\sim 2D_d$ , где  $D_d$  — оптический диаметр дуги, а в радиальном может быть много больше  $D_d$ , что эквивалентно увеличению светового диаметра дуги без увеличения  $T_{max}$ . Скорость движения возмущения в общем случае зависит от скорости газового потока и тока дуги. Частота возникновения подобного рода возмущений порядка 100—200 Гц.

Второй вид возмущения (II, III), так называемая «изгибная» неустойчивость, обусловлен несимметрией теплоотдачи и электромагнитным воздействием [6]. В отдельных случаях это может приводить к спиральной форме дуги [6, 7].

Возникновение петель, произвольным образом ориентированных в пространстве, приводит к появлению локальных пробоев, показанных на СФР-граммах (рис. 1, б). Пробой сопровождается перераспределением тока и интенсивности излучения без перемещения дуги в пространстве, что хорошо видно на кадрах 1, 2, 3. Здесь же условно показано положение щели спектрального прибора ( $\Delta$ ). Рассмотренные виды неустойчивости имеют место и в канале плазматрона [5]. Применение к дугам подобного типа разработанных методов диагностики нестационарных и неосесимметричных дуг [1—3] несколько проблематично и, кроме того, весь диагностический комплекс, который должен включать скоростную развертку изображения (регистрация быстрых процессов) под разными углами (несимметрия) совместно с системой накопления информации достаточно большого объема, оказывается слишком громоздким.

И в этой связи не совсем архаичным является применение интегральных методов измерений, которые дают представление о распределении температуры в некотором эквивалентном пространстве, в пределах которого течет электрический ток разряда.

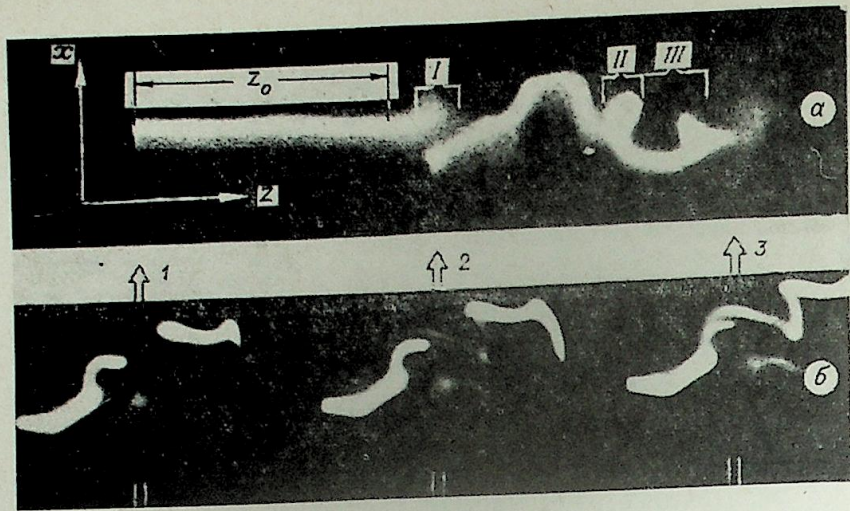


Рис. 1. Скоростные фотографии дуги, полученные с помощью СКС-1М с  $t_0 = 0,75 \cdot 10^{-4}$  с (а) и СФР с  $t_0 = 0,2 \cdot 10^{-4}$  с (б).  
 $\Delta$  — условное изображение щели;  $z_0$  — протяженность ламинарной зоны дуги.

Приведем некоторые результаты экспериментального исследования дуги в потоке воздуха на участке перехода к турбулентному режиму горения. Исследования проводились на установке, подробно описанной в [4]. Спектры дуги фотографировались с помощью кварцевого спектрографа ИСП-30, на щель которого однолинзовой системой проектировалась дуга в сечении  $z \gg z_0$ , где  $z_0$  — координата перехода к турбулентному режиму горения. Апертура системы позволяла следить за некоторой областью, где возможны перемещения дугового столба. Перед щелью спектрографа устанавливали фотозатвор, который позволял снимать спектры с экспозицией  $0,5 \cdot 10^{-3}$  с. Более короткие экспозиции получались камерой СКС-1М, на объектив которой был накручен спектроскоп СПЗ-1. Спектры фотографировались на пластинки спектрографом и на фотопленку РФ камерой СКС-1М; в последнем случае экспозиция составляла  $t_0 = 0,75 \cdot 10^{-4}$  с. Для перехода от почернений фотопластины (пленки) к интенсивностям излучения применялась эталонная ленточная лампа СИ8-200У. Измерения проводились по ранее использованной нами при изучении ламинарной дуги [8] линии кислорода ОI 394,7 нм, которая возбуждается в центральной зоне. Пересчет измеренных интенсивностей на радиальное распределение плотности излучения линии  $j(z)$  проводился с использованием обратного преобразования Абея по Бокастену [9] в предположении цилиндрической симметрии и стационарности излучателя. На рис. 2, а представлены фрагменты расшифровки спектрограмм, снятых с помощью скоростной кинокамеры СКС-1М. Интервал между кадрами  $\Delta T = 10^{-2}$  с, время экспозиции каждого кадра  $t_0 = 0,75 \cdot 10^{-4}$  с. Пунктирная линия — опорная метка. Из рис. 2 видно, что регистрируемая интенсивность излучения существенно несимметрична как по форме, так и по максимальному значению  $I(x)$ . Наблюдаемая несимметрия обусловлена, на наш взгляд, совокупностью всех перечисленных выше процессов. В случае, например, движения излучателя с нарушенной симметрией, но гладкой функцией распределения и переменной скоростью движения можно предположить, что регистрируемая форма будет иметь вид 2. Однако виды распределения 1, 3, 4 могут реализоваться при наличии двух, пространственно (или во времени) разделенных источников. Однако обработка даже такой информации, как измерение отклонений центра тяжести распределения  $I(x)$  относительно некоторого среднего (рис. 2, б), позволяет выделить

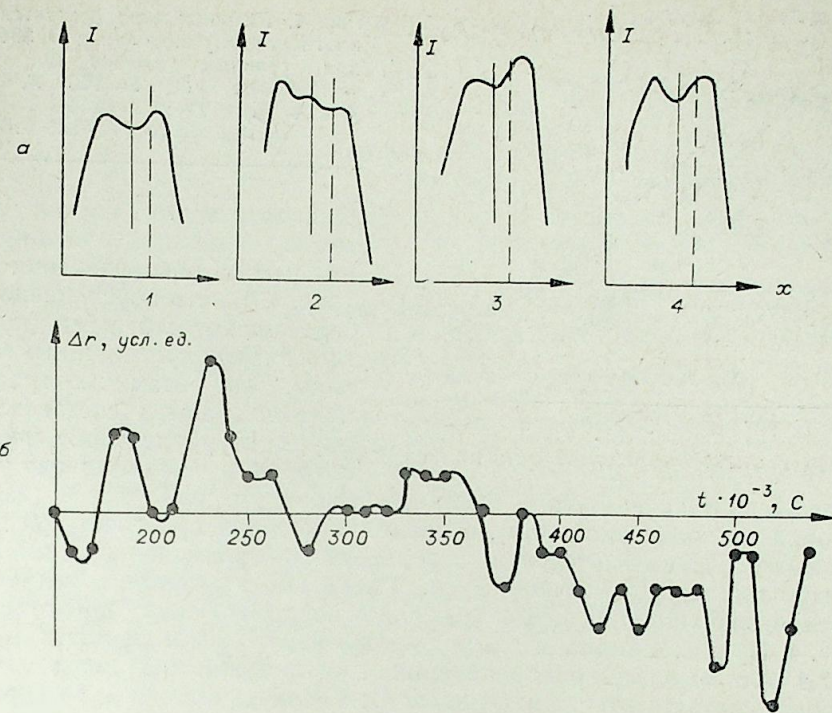


Рис. 2.  
 а) Распределение интенсивности  $I(x)$ , полученное из скоростной съемки спектра дуги для режима  $I = 210$  А,  $v_0 = 12,4$  м/с,  $z = 100$  мм; временной интервал между кадрами  $\Delta T = 10^{-2}$  с;  $t_0 = 0,75 \cdot 10^{-4}$  с. б) Пульсации центра тяжести  $I(x)$  для указанного выше режима.

высокочастотные пульсации. Статистический анализ подобного рода пульсаций может быть проведен с помощью фотоэлектрической системы, описанной в работе [10].

Увеличение времени экспозиции до  $0,8 \cdot 10^{-2} - 10^{-1}$  с приводит к более симметричному интегральному профилю интенсивности (рис. 3, а).

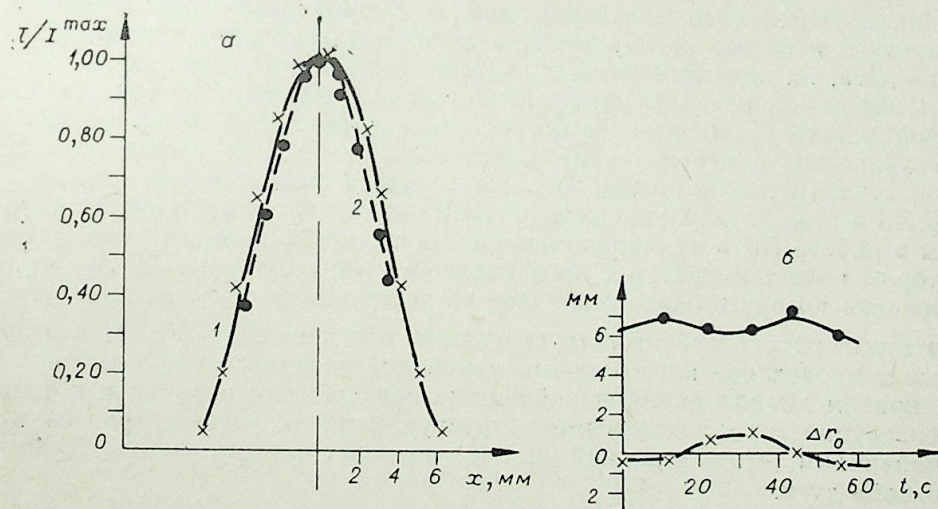


Рис. 3.  
 а) Распределение относительной интенсивности излучения линии ОI 1394,7 нм; режим горения дуги  $z = 100$  мм;  $v_0 = 24,8$  м/с;  $I = 250$  А;  $t_0 = 1 \cdot 10^{-1}$  с (1);  $t_0 = 0,8 \cdot 10^{-2}$  с (2).  
 б) Пульсации центра тяжести распределения  $I(x)$  для режима  $z = 100$  мм;  $v_0 = 12,4$  м/с;  $I = 250$  А,  $\Delta T = 11$  с.

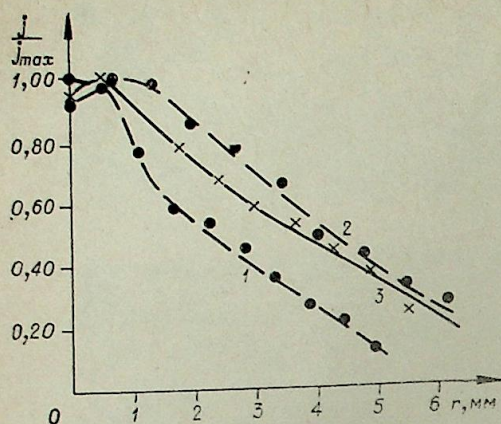


Рис. 4. Распределение относительной плотности излучения линии OI 394,7 нм для режимов  $z=100$  нм,  $v_0=12,4$  м/с (1);  $I=150$  А,  $v_0=12,4$  м/с (2);  $I=250$  А,  $v_0=24,8$  м/с (3);  $I=250$  А.

Однако и в этом случае имеет место медленное сканирование центра распределения  $I(x)$  (рис. 3, б), что обусловлено еще более низкочастотными (порядка 1 Гц) пульсациями всей зоны. На этом же графике показан размер светового радиуса «турбулентной» дуги  $r$ , который в несколько раз боль-

ше светового радиуса дуги в ламинарной зоне. Но речь идет о размере некоторой эквивалентной зоны, в пределах которой протекает ток дугового разряда. И нас интересует осредненная по времени и пространству конфигурация «турбулентной» дуги. Расшифровка спектра излучения, полученного при наличии возможных видов неустойчивости, представлена на рис. 4. Из рис. 4 видно, что при токе дуги  $I=150$  А и скорости потока  $v_0=12,4$  м/с максимум распределения относительной плотности излучения линии соответствует оси (кривая 1). Увеличение тока дуги (кривые 2, 3) вызывает появление провала на оси, что обусловлено, вероятно, преобладанием винтовой формы дуги, т. е. вероятностью появления винтовой формы в данном случае увеличивается. Увеличение скорости потока до 24,8 м/с при  $I=250$  А уменьшает провал на оси. Изменение формы распределения относительной плотности излучения связано с тем, что наряду с винтовой формой дуги увеличивается вероятность появления других форм возмущений, рассмотренных выше. Окончательный ответ может быть получен лишь на основе полного статистического анализа пульсаций интенсивности, формы и пространственного положения излучателя.

Таким образом, даже на основе проведенных интегральных измерений интенсивности излучения можно сделать некоторые выводы о структуре и форме «турбулентной» дуги. Когда говорится «турбулентная» дуга, то, видимо, необходимо иметь в виду некоторую эквивалентную область, в пределах которой протекает электрический ток и к которой можно применить термин «стационарная». Как показали фотоэлектрические измерения [10], понятия изотропности и однородности этой области неприменимы. Что же касается распределения температур, то в этом случае наиболее оптимально определение, данное Меккером в работе [6] о причинах смещения дуг: можно говорить лишь о некотором поле температур с произвольным распределением  $T(x, y, z, t)$ , движение которого однозначно определяется положением центра тяжести этого распределения  $\vec{r}_d$  и скоростью его движения  $\vec{V}_d$ . И в этом смысле проведение интегральных измерений распределения температур в широком диапазоне изменений параметров дугового разряда и потока в совокупности с локальными (структурными) и фотоэлектрическими измерениями (статистический анализ) позволит создать модель «турбулентной» дуги.

## ЛИТЕРАТУРА

- Olsen H. N., Maldonado C. D., Duckworth G. D., Coron A. P. Investigation of the interaction of an external magnetic field with an electric arc. ARL 66-0016, January 1966, California.
- Колесников Н. Г., Ларькина Л. Т., Энгельшт В. С. Спектроскопия колеблющихся объектов.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1974, № 3, сер. техн. наук, вып. 1, с. 31—35.
- Пикалов В. В., Преображенский Н. Г. Оптическая диагностика дуговой плазмы при наличии температурных флуктуаций.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1976, № 3, сер. техн. наук, вып. 1, с. 47—50.
- Дубровин В. М., Лебедев А. Д., Урюков Б. А., Фридберг А. Э. Электрическая дуга в затопленной газовой струе.— ПМТФ, 1971, № 5, с. 17—23.
- Жуков М. Ф., Коротеев А. С., Урюков Б. А. Прикладная динамика термической плазмы. Новосибирск, «Наука», 1975.
- Меккер Г. Причины движения и смещения дуги.— ТИИЭР, 1971, т. 59, № 4, с. 4—14.
- Урюков Б. А. Исследование турбулентных электрических дуг.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1975, № 3, сер. техн. наук, вып. 1, с. 3—11.
- Васильковская А. С., Лебедев А. Д., Урюков Б. А., Хайтман С. М., Шербик Н. М. Теоретическое и экспериментальное исследование дуги в ламинарном потоке.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1976, № 3, сер. техн. наук, вып. 1, с. 61—69.
- Voecasten K. Transformation of observed radiances into radial distribution of emission of a plasma.— J. Opt. Soc. Am., 1961, 51, pp. 943—950.
- Лебедев А. Д., Назарук В. И. Исследование пульсаций дуги в турбулентном потоке фотоэлектрическим методом.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1976, № 13, сер. техн. наук, вып. 3, с. 50—57.

В. И. ГОРОХОВСКИЙ

ВАРИАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ В ДИНАМИКЕ  
ТЕРМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЫ

1. Применение вариационных принципов к расчету течений термической плазмы позволяет получать достаточно простые расчетные соотношения между основными параметрами, не решая для этого сложной системы уравнений, описывающей течение газа при наличии электродугового разряда. При этом, в зависимости от степени упрощения, задача может быть сведена к системе алгебраических соотношений, либо с помощью вариационных методов может быть понижена размерность исходной системы уравнений в частных производных.

В приближении сплошной среды термическая плазма описывается полями векторных и скалярных величин электромагнитного поля, поля скоростей, давлений, температур и т. д. Такие поля подчиняются дифференциальным уравнениям баланса, которые являются аналогом уравнений движения в случае механики материальной точки [1]. Так же, как в случае механики точки, уравнения движения поля — дифференциальные уравнения баланса — можно выразить в терминах вариационного исчисления. Уравнения баланса можно рассматривать как уравнения Эйлера — Лагранжа для некоторого вариационного интеграла.

Рассмотрим, например, скалярное поле температур или концентраций  $S(\vec{r}, t)$ .

Для вариационной формулировки задачи рассмотрим, следуя [2], лагранжиан, из которого уравнения баланса для поля  $S(\vec{r}, t)$  получаются как условия стационарности интеграла действия

$$\hat{L} = \int_{t_1}^{t_2} L(S, \nabla S, \dot{S}) dt = \int_{t_1}^{t_2} \left( \int_V L(S, \nabla S, \dot{S}) dV \right) dt, \quad (1)$$

где  $L$  — плотность лагранжиана. Требуя в качестве граничного условия равенства нулю произвольной вариации  $\delta S$  в точках  $t_1$  и  $t_2$ , можно получить эйлеровы уравнения движения в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial L}{\partial \dot{S}} = \frac{\partial L}{\partial S} - \nabla \frac{\partial L}{\partial (\nabla S)}. \quad (2)$$

Используя аппарат функциональных производных и соотношения

$$\begin{aligned} \frac{\delta \hat{L}}{\delta \dot{S}} &= \frac{\partial L}{\partial \dot{S}}, \\ \frac{\delta \hat{L}}{\delta S} &= \frac{\partial L}{\partial S} - \nabla \frac{\partial L}{\partial (\nabla S)}, \end{aligned} \quad (3)$$

уравнения (2) можно привести к классической форме

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\delta \hat{L}}{\delta \dot{S}} - \frac{\delta \hat{L}}{\delta S}. \quad (4)$$

В согласии с уравнением механики обобщенным канонически сопряженным полем для поля  $S(\vec{r}, t)$  будет

$$\pi(\vec{r}, t) = \frac{\delta \hat{L}}{\delta \dot{S}(\vec{r}, t)}. \quad (5)$$

Для гамильтониана постулируется выражение

$$H = \int_V \pi(\vec{r}, t) \dot{S}(\vec{r}, t) dV - L. \quad (6)$$

2. В ряде случаев при исследовании течений термической плазмы можно ограничиться квазиодномерными моделями [3]. В таких моделях одна или две компоненты вектора скорости задаются исходя из экспериментальных данных, либо на основании исследования полной системы уравнений баланса, а недостающая компонента скорости выражается через известные и распределение плотности с помощью уравнения неразрывности. В этом случае для расчета течения термической плазмы достаточно определить поле температур. Такая задача сводится к совместному решению уравнения баланса энергии и уравнения сохранения силы тока.

Для вариационного описания квазиодномерных течений термической плазмы предпочтительно воспользоваться лагранжевым вариационным методом в том виде, как он сформулирован в [4] для задач тепломассопереноса и в [5, 6] в приложении к расчету электрических дуг. Применим, следуя [5, 6], лагранжев формализм к расчету одной из наиболее простых квазиодномерных моделей электрической дуги (нестационарной) в цилиндрическом канале при пренебрежении излучением и конвекцией с кусочно-линейной аппроксимацией зависимости электропроводности от функции теплового потенциала [3]

$$\sigma = \begin{cases} B(S - S_*) & \text{при } S > S_* \\ 0 & \text{при } S \leq S_* \end{cases}, \quad (7)$$

где  $B = \text{const}$ ;  $S = \int_0^r \lambda dT$  — функция теплового потенциала;  $S_*$  определяет границу проводящей зоны.

Уравнение баланса энергии в цилиндрических координатах принимает вид [6]

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = F_0^2 U + \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) \quad (8a)$$

при  $\eta_* \geq \eta \geq 0$  и

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) \quad (8б)$$

при  $1 \geq \eta > \eta_*$

где  $F_0 = R_w E \sqrt{B}$ ;  $\eta \frac{r}{R_w}$ ;

$$\tau = \frac{t}{t_0}; t_0 = \frac{\rho c_p R_w^2}{\lambda} = \text{const}; U = \frac{S - S_*}{S_* - S_w};$$

индексами \* и  $w$  обозначены параметры соответственно на границе проводящей зоны и на стенке канала.

Рассмотрим интеграл действия

$$\hat{L}_\tau = \int_{\tau_1}^{\tau_2} \left\{ \int_0^{\eta_*} \frac{F_0^2 U^2 \eta d\eta}{2} - \frac{1}{2} \int_0^1 \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial \eta} \right)^2 - \tau_0 \left( \frac{\partial U}{\partial \tau} \right)^2 \right] \eta d\eta \right\} e^{\tau/\tau_0} d\tau. \quad (9)$$

Условиями стационарности интеграла  $\hat{L}_\tau$  являются уравнения Эйлера — Лагранжа

$$\tau_0 \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} + \frac{\partial U}{\partial \tau} = F_0^2 U + \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) \quad (9a)$$

при  $\eta_* \geq \eta \geq 0$  и

$$\tau_0 \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} + \frac{\partial U}{\partial \tau} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) \quad (9б)$$

при  $1 \geq \eta > \eta_*$ . Уравнения (9a), (9б) представляют собой уравнения баланса энергии с конечной скоростью распространения тепла. В пределе  $\tau_0 \rightarrow 0$  уравнения (9) переходят в (8). Таким образом, уравнения (8) для поля  $U(\eta, \tau)$  получаются как уравнения Эйлера — Лагранжа для интеграла действия

$$\hat{L} = \left( \lim_{\tau_0 \rightarrow 0} \right) L_\tau, \quad (9в)$$

причем предельный переход  $\tau_0 \rightarrow 0$  совершается лишь после окончания варьирования, т. е. в уравнениях Эйлера — Лагранжа.

Из (9) с помощью формул (5), (6) можно получить обобщенное канонически сопряженное поле для поля  $U(\eta, \tau)$  и гамильтониан

$$\pi(\eta, \tau) = \left( \lim_{\tau_0 \rightarrow 0} \right) \tau_0 e^{\tau/\tau_0} \frac{\partial U}{\partial \tau}, \quad (10)$$

$$H = \left( \lim_{\tau_0 \rightarrow 0} \right) \left\{ - \int_0^{\eta_*} F_0^2 U^2 \eta d\eta + \frac{1}{2} \int_0^1 \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial \eta} \right)^2 + \tau_0 \left( \frac{\partial U}{\partial \tau} \right)^2 \right] \eta d\eta \right\} e^{\tau/\tau_0}. \quad (11)$$

С помощью (9) — (11), а также (2) — (4) легко убедиться в выполнении соотношений

$$\frac{\partial \pi}{\partial \tau} = - \frac{\delta H}{\delta U}, \quad \frac{\partial U}{\partial \tau} = \frac{\delta H}{\delta \pi}, \quad \frac{\partial H}{\partial \tau} = - \frac{\partial L}{\partial \tau}.$$

Нормированное электрическое поле  $F_0$ , которое входит в уравнение (8), должно удовлетворять уравнению сохранения силы тока, которое в данном случае принимает вид

$$I_0 = 2\pi F_0 \int_0^{\eta_*} U \eta d\eta, \quad (12)$$

где нормированный ток  $I_0 = I/R_w \sqrt{B(S_* - S_w)}$ .

Очевидно, что при произвольной зависимости  $F_0 = F_0(I_0, \tau)$  функция  $U(\eta, \tau)$ , реализующая стационарное значение  $\hat{L}$ , удовлетворяет уравнению (8). Следовательно, для окончательного решения задачи нужно совместно решить уравнения Эйлера — Лагранжа (4) для интеграла действия (9) с уравнением закона Ома (1), (2), причем при варьировании функционала (9)  $F_0(I_0, \tau)$  и  $U(\eta, \tau)$  следует рассматривать как независимые функции.

3. Вариационная формулировка задачи позволяет применить прямые методы для ее решения. В [6] метод Ритца применяется для решения уравнения (8) в стационарном случае. Функция аппроксимируется двухпараметрической пробной функцией

$$U = (U_m + 1)(1 - \eta^n) - 1, \quad (13)$$

Таблица 1

$I_0$	$U_{m2}$	$F_{02}$	$U_{mn}$	$n$	$F_{0n}$	$U_m$ анал.	$F_0$ анал.
10	2,7649	3,1357	4,0874	1,1922	3,0109	3,7880	2,9713
5	1,4265	3,7964	2,4837	1,0528	3,5344	2,2047	3,4587
4,5	1,2904	3,9415	2,3217	1,029	3,644	2,0423	3,56
4	1,1535	4,1223	2,1588	1,002	3,7783	1,8786	3,6838
3,5	1,0158	4,3539	1,995	0,9709	3,9468	1,7129	3,8389
3	0,877	4,6614	1,8298	0,9348	4,165	1,5449	4,0393
2,5	0,737	5,0902	1,6625	0,8922	4,4601	1,3735	4,3093
2	0,5954	5,7305	1,492	0,8409	4,8835	1,1972	4,6955
1,5	0,4518	6,7924	1,3164	0,7722	5,5492	1,0136	5,3005
1	3,0551	8,9062	1,1312	0,6942	6,7753	0,8172	6,4097
0,7	0,216	11,6144	1,0109	0,6287	8,2164	0,6878	7,7073
0,3	0,0941	23,6153	0,8239	0,5018	13,7222	0,483	12,63

где  $U_m = \frac{S_m - S_w}{S_* - S_w}$  — нормированная функция теплового потенциала на оси канала;  $n$  — формфактор.

Соотношение (13) можно интерпретировать как главную часть разложения произвольного профиля  $U(\eta)$  в обобщенный степенной ряд вблизи оси канала [7].

В [5] решение стационарной задачи (8) — (12), полученное вариационным методом, сравнивается с аналитическим решением Меккера в диапазоне значений тока  $5 \leq I_0 \leq 2000$ . Полученные результаты, продолженные нами в область малых токов  $0,3 \leq I_0 < 5$ , представлены в табл. 1.

Сравнение аналитических результатов с результатами, полученными с помощью вариационной формулировки задачи, указывает на малую погрешность вариационного метода (при использовании профиля (13)) для определения таких параметров задачи, как электрическое поле, функция теплового потенциала на оси разряда и размер проводящей зоны. Вместе с тем значение формфактора  $n$  при  $I_0 < 4$  становится меньше единицы, что означает заострение на оси в профиле функции теплового потенциала. Это является следствием того, что при выборе профиля (13) было удовлетворено только главное граничное условие задачи — зафиксирована температура на стенке канала, а внутреннее граничное условие — равенство нулю производной  $\partial U / \partial \eta = 0$  при  $\eta = 0$  не использовалось. Вместо граничного условия для производной на оси канала аппроксимирующий профиль учитывает аксиальную симметрию распределения температуры с максимумом на оси канала. Как показывают расчеты, этого оказывается достаточно для получения приближенного решения, удовлетворительно согласующегося с точным. Трудность с  $n \leq 1$  можно устранить, если использовать для аппроксимации профиля  $U(\eta)$  другую полную систему функций, а именно функции  $U_k(\eta)$ , образуемые конечным числом членов разложения функции  $U(\eta)$  в ряд Тейлора вблизи оси канала, например

$$U_2(\eta) = (U_{m2} + 1)(1 - \eta^2) - 1, \quad (14)$$

$$U_3(\eta) = (U_{m3} + 1)[1 + c\eta^2 - (1 + c)\eta^3] - 1 \quad (15)$$

и т. д. Здесь  $U_{mk}$  так же, как в (13), определяет значение  $U_k(\eta)$  при  $\eta = 0$ , а остальные коэффициенты полиномов играют роль формфакторов.

Особенно просто задача решается при параболической аппроксимации функции теплового потенциала (14). В этом случае для функции Лагранжа получаем

$$L = \frac{F_0^2 U_{m2}^2}{12} \left( \frac{U_{m2}}{1 + U_{m2}} \right) - \frac{1}{2} (1 + U_{m2})^2. \quad (16)$$

Радиус проводящей зоны равен

$$\eta_* = \frac{U_{m2}}{1 + U_{m2}}. \quad (17)$$

Уравнения (8) и (12) принимают вид

$$\frac{\partial \hat{L}}{\partial U_m} = \frac{F_0^2 U_{m2}^2}{6(1 + U_{m2})} \left( 1 + \frac{1}{1 + U_{m2}} \right) - \frac{1}{2} (1 + U_{m2}) = 0, \quad (18)$$

$$F_0 = \frac{2I_0(1 + U_{m2})}{\pi U_{m2}^2}. \quad (19)$$

Решение вариационной задачи для параболической аппроксимации функции  $U(\eta)$  приведено в табл. 1. Видно, что для инженерных целей вполне пригодным оказывается приближение (14). Дальнейшее исследование показало, что улучшение решения при использовании аппроксимаций полиномами более высокого порядка ((15) и выше) существенно сказывается только в случае малых  $I_0$ .

Кроме профилей (13) и (15), представляющих элементы полных систем функций, был рассмотрен комбинированный трехпараметрический профиль вида

$$U(\eta) = (U_m + 1) [1 + c\eta^2 - (1 + c)\eta^n] - 1, \quad (20)$$

где  $c$ ,  $n$  — соответственно приосевой и пристеночный формфакторы. Профиль (20) применялся в [3] для приближенного расчета электрической дуги в течении Пуазейля. При вариационном подходе, так же как и в [3], получен быстрый рост пристеночного формфактора  $n$  с ростом  $I_0$ . Отсюда следует, что, за исключением области очень малых токов, профиль (20) можно заменить параболическим. В то же время точность решения вариационной задачи с профилем вида (20) значительно хуже согласуется с точным решением, чем в случае профилей (13) и (15), что иллюстрирует необходимость применения полных систем аппроксимирующих функций для решения вариационных задач прямыми методами.

В общем случае  $k$ -параметрической аппроксимации профиля уравнения Эйлера — Лагранжа для стационарной задачи представляют систему  $k$  алгебраических уравнений

$$\Phi_i(a_1, a_2, \dots, a_k; F_0) = \frac{\partial \hat{L}}{\partial a_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad (21)$$

в которых  $F_0$  играет роль параметра, не зависящего явно от  $\{a_j\}$ .

Для того, чтобы получить явную зависимость параметров  $\{a_j\}$ , а следовательно, и профиля  $U(\eta)$ , от  $F_0$  нужно решить следующую систему  $k$  дифференциальных уравнений, получаемую дифференцированием соотношений (21) по  $F_0$

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial F_0} + \sum_{j=1}^k \frac{\partial \Phi_i}{\partial a_j} \frac{da_j}{dF_0} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, k. \quad (22)$$

Решая систему (22) с начальными условиями  $a_i = a_{i0}$  при  $F_0 = F_{00}$ , где  $\{a_{j0}\}$  являются решениями системы уравнений Эйлера — Лагранжа (21), при произвольном значении  $F_0 = F_{00}$ , при котором это решение существует, определим профиль  $U_k(\eta)$ , аппроксимирующий решение уравнения баланса энергии (8) при произвольной величине электрического поля  $F_0$ . Подставляя полученный профиль в уравнение закона Ома (12), получаем уравнение для определения  $F_0$  в зависимости от  $I_0$ . Можно показать, что оба подхода — итеративный [6] и дифференциальный — полностью эквивалентны.

4. Для решения нестационарной задачи (8) — (12) с помощью вариационного формализма можно применить другой прямой метод — метод приведения к обыкновенным дифференциальным уравнениям [8] (метод Л. В. Канторовича).

В качестве аппроксимации профиля  $U(\eta, \tau)$  выберем параболическую функцию, определенную соотношением (14), где  $U_{m2} = U_{m2}(\tau)$  является теперь функцией времени. Подставляя профиль  $U_2(\eta, \tau)$  в вариационный интеграл (9в) и производя интегрирование только по пространственным переменным, получим

$$\hat{L} = \left( \lim_{\tau_0 \rightarrow 0} \right) \int_{\tau_1}^{\tau_2} \left[ \frac{1}{12} F_0^2 U_{m2}^2 \eta_*^2 - \frac{1}{4} (1 + U_{m2})^2 + \frac{\tau_0}{12} U_{m2}^2 \right] e^{\tau/\tau_0} d\tau, \quad (23)$$

где  $\eta_*$  определяется соотношением (17).

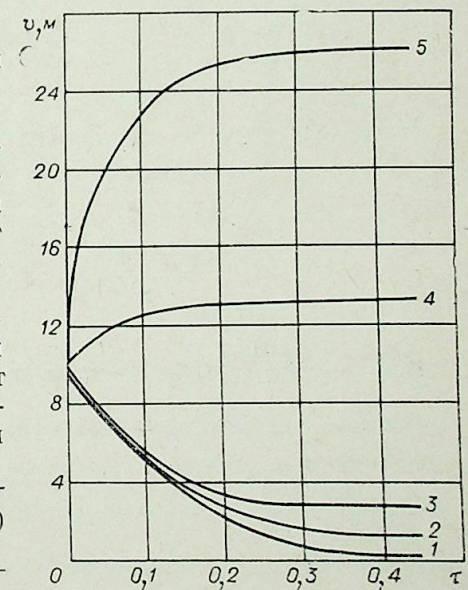
Для получения уравнений Эйлера — Лагранжа варьируем действие (23), причем  $F_0(\tau)$  при варьировании считается заданной функцией времени. Переходя затем к пределу  $\tau_0 \rightarrow 0$ , имеем

$$\frac{dU_{m2}}{d\tau} = \frac{F_0^2 U_{m2}^2}{(1 + U_{m2})} \left( 1 + \frac{1}{1 + U_{m2}} \right) - \frac{1}{2} (1 + U_{m2}). \quad (24)$$

Выражая  $F_0$  в (24) через  $I_0$  и  $U_{m2}$  с помощью уравнения закона Ома (19) и решая полученное дифференциальное уравнение с произвольным допустимым начальным значением  $U_{m2} = U_{m20}$ , можно рассчитать релаксацию электрической дуги к стационарному состоянию при заданном значении тока от переохлажденного или перегретого начального состояния. Конечное стационарное состояние, при котором  $dU_{m2}/d\tau = 0$ , очевидно, совпадает с решением стационарной задачи (18) и (19) при том же значении  $I_0$ .

Графики полученных таким способом решений нестационарной задачи представлены на рисунке. Изложенная методика легко обобщается и на случай, когда параметр  $I_0$  сам зависит от времени, что соответствует электрической дуге переменного тока.

5. В тех случаях, когда квазиодномерные модели электрической дуги в потоке газа неприменимы, следует рассматривать полную систему уравнений термической плазмы. Рассмотрим



Расчет зависимости  $U_{m2}(\tau)$  по уравнению (24) для значений  $I_0$ .

1 —  $I_0=1$ ; 2 —  $I_0=5$ ; 3 —  $I_0=10$ ; 4 —  $I_0=50$ ; 5 —  $I_0=100$ .

систему уравнений, описывающих электрическую дугу постоянного тока в канале, стабилизированную охлаждаемой стенкой и ламинарным потоком газа, пренебрегая излучением, магнитными силами и радиальной компонентой плотности тока по сравнению с аксиальной. Течение термической плазмы описывается тремя дифференциальными и одним интегральным законом сохранения [3]:

уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\operatorname{div} \rho \vec{v}, \quad (25)$$

уравнение баланса импульса

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\rho \vec{v} \nabla \vec{v} - \operatorname{div} \pi_{ij}, \quad (26)$$

уравнение баланса энергии

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} = \sigma E_z^2 - \operatorname{div} \rho \vec{v} u - \operatorname{div} \vec{q} - \pi_{ij} \operatorname{div} \vec{v}, \quad (27)$$

уравнение сохранения тока

$$I = 2\pi E_z \int_0^{R_w} \sigma r dr, \quad (28)$$

где  $\pi_{ij}$  — тензор давления  $\pi_{ij} = \tau_{ij} + \delta_{ij} p$ ;  $\tau_{ij}$  — приведенный тензор напряжений;  $\vec{q}$  — вектор теплового потока;  $u$  — внутренняя энергия на единицу массы.

Очевидно, функционал действия, стационарное значение которого достигается на функциях, являющихся решением системы (25)–(28), нельзя построить только из одного типа варьируемых полей, например температуры. Достаточно общим способом построения функционалов действия для подобных задач, имеющих физический смысл, является метод локальных потенциалов Пригожина — Глансдорфа [9, 10].

Для стационарной задачи, описываемой системой (25)–(28) без производных по времени, рассмотрим, следуя [9], локальный потенциал или обобщенное возникновение энтропии

$$\begin{aligned} E^* \int_V \left[ \sigma (T^0) E_z^2 \frac{1}{T} + \frac{1}{2} L_{00}^0 \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{1}{T} \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{1}{T} - \rho^0 c_p^0 v_i^0 T \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{1}{T} + \right. \\ \left. + \frac{\rho^0 v_i^0}{2} (v^0)^2 \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{1}{T} - \frac{T^0 v_i^0}{\rho^0} \frac{\partial \rho^0}{\partial T^0} \rho \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{1}{T^0} - \frac{\rho^0 v_i^0}{T^0} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} - \rho^0 v_i^0 \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{v_j}{T} - \rho \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{v_i}{T} + \right. \\ \left. + \frac{1}{T^0} \frac{\partial v_i^0}{\partial x_i} p - \tau_{ij}^0 v_i \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{1}{T^0} - \frac{M_{vv}^0}{3} \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right)^2 \left( \frac{1}{T} \right)^2 + M_{vv}^0 \frac{d_{ij}}{T} \cdot \frac{d_{ij}}{T} + \right. \\ \left. + \rho^0 v_j^0 \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{v^2}{2T} \right] dV, \quad (29) \end{aligned}$$

где  $q_i = -\frac{L_{00}^0}{T^2} \frac{\partial T}{\partial x_i}$ ;  $\tau_{ij} = -\frac{D_{vv}}{T} \frac{\partial v_r}{\partial x_r} \delta_{ij} - 2 \frac{M_{vv}}{T} d_{ij}$ ;  $\delta_{ij} \tau_{ij} = 0$  (не учитывается вклад объемной вязкости);  $D_{vv} = -\frac{2}{3} M_{vv}$  (причем  $M_{vv}/T = \mu$  — обычной ньютоновской вязкости); тензор скорости деформации  $d_{ij} = -\frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$ . Здесь величины с индексами «0» отождествляются с соответствующими функциями в стационарном состоянии.

Нетрудно проверить, что стационарные уравнения (25) и (28) определяются из условий минимума  $E^*$ . Так, вариационное уравнение

$$\frac{\delta E^*}{\delta (1/T)} = 0 \quad (30)$$

при дополнительных условиях

$$\rho^0 = \rho, \quad v_i^0 = v_i, \quad T^0 = T, \quad (31)$$

которые удовлетворяются только после окончания процесса варьирования, сводится к уравнению баланса энергии (28).

Реализующие стационарное состояние  $E^*$  давление, температура и скорость, которые удовлетворяют заданным граничным условиям и дополнительным условиям (31), являются решениями (приближенными) системы уравнений термической плазмы (25)–(28). Очевидно, метод локальных потенциалов является обобщением принципа минимального производства энтропии, успешно примененного к исследованию столба электрической дуги в [11], на случай, когда кинетические коэффициенты не постоянны и существует конвекция.

Рассмотрим с помощью метода локального потенциала задачу об установившемся ламинарном течении в цилиндрическом канале (течение Пуазейля) при наличии электрической дуги в пренебрежении потоком энергии, идущей на трение (по сравнению с потоком тепла, переносимым механизмом теплопроводности), магнитными силами и излучением. При выводе локального потенциала для конкретных задач удобнее исходить непосредственно из дифференциальных уравнений, соответствующим образом упрощенных, чем приводить выражение (29) к нужному виду.

Для исследуемой задачи безразмерные уравнения баланса импульса и энергии [3] имеют вид

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial \tau} = -\frac{\varphi}{\kappa M^2 \text{Pr}} \left( \frac{d\bar{P}_0}{d\xi} \right) + \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta \bar{\mu} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} \right); \quad (32)$$

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial \tau} = \varphi \sigma (\bar{S}) \psi^2 + \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta \frac{\partial \bar{S}}{\partial \eta} \right), \quad (33)$$

где  $\xi = \frac{4\pi^2 z h_0 \sigma_0 \lambda_0^2}{I^2 \rho_0 c_{p0}}$ ;  $\varphi = \frac{4\pi^2 R_w^2 h_0 \sigma_0 \lambda_0}{I^2 c_{p0}}$ ;  $\psi = \frac{I E c_{p0}}{2\pi \lambda_0 h_0}$ ; нестационарные члены малы, так как система предполагается близкой к стационарному состоянию. Следуя [9], умножим уравнение (32) на  $-\partial \bar{v} / \partial \tau$ , а уравнение (33) на  $-\partial \bar{S} / \partial \tau$  и сложим полученные выражения. В результате получим

$$\begin{aligned} \psi' = -\frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta \frac{\partial \bar{v}}{\partial \tau} \bar{\mu} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} \right) + \frac{\varphi}{\kappa M^2 \text{Pr}} \left( \frac{d\bar{P}_0}{d\xi} \right) \frac{\partial \bar{v}}{\partial \tau} + \frac{1}{2} \bar{\mu} \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial \tau} \right)^2 - \\ - \varphi \sigma (\bar{S}) \frac{\partial \bar{S}}{\partial \tau} \psi^2 - \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta \frac{\partial \bar{S}}{\partial \tau} \frac{\partial \bar{S}}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{\partial \bar{S}}{\partial \eta} \right)^2, \quad (34) \end{aligned}$$

где

$$\psi' = -\left[ \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial \tau} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{S}}{\partial \tau} \right)^2 \right] \leq 0.$$

Введем функцию  $\Phi$

$$\Phi = \int_V \bar{S} \psi' dV = 2\pi \int_0^{\xi} \int_0^1 \bar{S} \psi' \eta d\eta d\xi = 2\pi l_z \frac{\partial E^*}{\partial \tau} \leq 0,$$

где

$$E^* = \int_0^1 \left[ \varphi \psi^2 \int_0^{\xi} \sigma (\bar{S}') d\bar{S}' - \frac{\varphi}{\kappa M^2 \text{Pr}} \left( \frac{d\bar{P}_0}{d\xi} \right) \bar{v} - \frac{1}{2} \bar{\mu}^0 \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{S}}{\partial \eta} \right)^2 \right] \eta d\eta. \quad (35)$$

Полученный локальный потенциал  $E^*$  определяет величину обобщенного возникновения энтропии в системе [9, 10].

В интеграл (35) входят две независимые функции — функция теплового потенциала и скорость  $\bar{v}$ . Варьируя  $E^*$  по  $\bar{v}$  и  $\bar{S}$  при фиксированных величинах с индексами «0», а затем, после варьирования, полагая  $\bar{v}^0 = \bar{v}$ ,  $\bar{S}^0 = \bar{S}$ , получим уравнения баланса (32), (33).

С помощью функционала (35) решение задачи (32), (33) также можно осуществить прямыми методами. При этом аппроксимирующие профили для величин с индексами «0» и для соответствующих варьируемых функций задаются самосогласованно. Например, в задаче (32), (33) можно выбрать

$$\begin{aligned}\bar{S} &= (\bar{S}_m - 1)(1 - \eta^4) + 1; \\ \bar{S}^0 &= (\bar{S}_m^0 - 1)(1 - \eta^4) + 1; \\ \bar{v} &= v_m(1 - \eta^2); \\ \bar{v}^0 &= v_m^0(1 - \eta^2).\end{aligned}\quad (36)$$

Подставляя профили (36) в интеграл (35) и производя варьирование по параметрам  $\bar{S}_m$  и  $v_m$  при фиксированных величинах  $\bar{S}_m^0$  и  $v_m^0$ , получим уравнения Эйлера — Лагранжа, соответствующие уравнениям баланса (32), (33). При этом уравнение баланса энергии приобретает вид (18) и его можно решать совместно с законом Ома независимо от уравнения баланса импульсов. Принимая для зависимости вязкости от функции теплового потенциала простейшее соотношение

$$\frac{\mu}{\mu_\infty} = 1 + \Gamma(S - S_\infty),$$

где  $S_\infty$  — подходящая опорная величина, а  $\mu_\infty = \mu(S_\infty)$ , получим выражение для определения поля скоростей [9]

$$\bar{v}_m = - \frac{d\bar{P}_0/d\xi}{4 \left[ 1 + \frac{(\bar{S}_m - 1)}{2} \gamma \right]},$$

где  $\gamma = \Gamma S_\infty$ .

6. Метод локальных потенциалов позволяет получать лишь приближенные выражения для вариационного интеграла, условия стационарности которого приводят к уравнениям баланса (25) — (28). В п. 5 с помощью метода локальных потенциалов было рассмотрено решение стационарной задачи. Вместе с тем учет нестационарных членов также может быть проведен с помощью введения варьируемых и неварьируемых функций [10]. Для некоторых профилей метод локальных потенциалов и метод [4] вообще дают одинаковые выражения для нестационарных членов. Так, производную  $\partial U / \partial \tau$  в задаче (8) можно учесть с помощью нестационарного члена в плотности лагранжиана

$$L = U \frac{\partial U^0}{\partial \tau} + (\text{стационарные члены}). \quad (37)$$

Подстановка выражения (37) в интеграл (35) и последующее варьирование по  $U_m$  и  $n$  с учетом дополнительных условий (31) приводит к тому же уравнению Эйлера — Лагранжа, что и полученное в п. 4 точным методом. При решении конкретных нестационарных задач, в которых существенна конвекция, можно совместно применять точный метод построения вариационного интеграла для нестационарных членов и метод локальных потенциалов для учета конвекции.

Исследуем возможность применения вариационного метода для решения нестационарных задач, требующих учета конвекции, на при-

мере квазиодномерной модели электрической дуги в безграничном аксиальном потоке. Следуя [3], запишем в безразмерном виде систему уравнений квазиодномерной модели электрической дуги в безграничном потоке

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{\rho} \eta + \frac{\partial}{\partial \eta} \bar{\rho} v \eta = 0, \quad (38)$$

$$\bar{\rho} \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} + \bar{\rho} \bar{v} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \eta} = \bar{\sigma} \psi^2 + \frac{1}{\text{Pr}} \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta \frac{\bar{\lambda}}{c_p} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \eta} \right), \quad (39)$$

$$\psi \int_0^\delta \bar{\sigma} \eta d\eta = \frac{1}{2\pi}, \quad (40)$$

где

$$\bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_w}; \quad \bar{h} = \frac{h}{h_w}; \quad \sigma = \frac{\sigma}{\sigma_0}; \quad \bar{v} = v \rho_w I / \sqrt{\mu_w^3 h_w \sigma_0};$$

$$\frac{\bar{\lambda}}{c_p} = \frac{\lambda c_{pw}}{\lambda_w c_p}; \quad \eta = r \sqrt{\mu_w h_w \sigma_0} / I; \quad \delta = \delta_R \sqrt{\mu_w h_w \sigma_0} / I;$$

$$t = z h_w \sigma_0 \mu_w^3 / I^2 \rho_w u_\infty; \quad \psi = \frac{IE}{\mu_w c_{pw}}; \quad \text{Pr} = \frac{\mu_w c_{pw}}{\lambda_w}.$$

Зависимости свойств переноса, принятые в расчете, следующие:

$$\bar{\rho} = \bar{h}^{-0,85}; \quad \frac{\bar{\lambda}}{c_p} = \bar{h}^{0,57}; \quad \bar{\sigma} = \bar{h}^{0,56} \exp(-187,2/\bar{h}), \quad (41)$$

граничные условия  $\frac{\partial \bar{h}}{\partial \eta} = 0, \bar{v} = 0$  при  $\eta = 0$ ;  $\bar{h} = 1$  при  $\eta = \delta$ ;  $\delta = \delta(t)$  определяет границу дугового слоя.

Рассмотрим функционал

$$\hat{L} = \int_0^t \int_0^{\delta^0} L d\eta dt, \quad (42)$$

где плотность лагранжиана  $L$  имеет вид

$$\begin{aligned}L(t, \eta, \bar{h}, \frac{\partial \bar{h}}{\partial \eta}, \frac{\partial \bar{h}}{\partial t}, \bar{h}^0, \frac{\partial \bar{h}^0}{\partial \eta}, \frac{\partial \bar{h}^0}{\partial t}, \delta^0) &= \left( \lim_{\tau \rightarrow 0} \right) \left\{ \psi^2 \int_0^{\bar{h}} \bar{\sigma}(\bar{h}') d\bar{h}' - \frac{1}{2 \text{Pr}} \frac{\bar{\lambda}}{c_p} (\bar{h}^0) \times \right. \\ &\times \left. \left( \frac{\partial \bar{h}}{\partial \eta} \right)^2 + \frac{\tau_0}{2} \bar{\rho}(\bar{h}) \left( \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} \right)^2 + \bar{h} \left[ \frac{\partial \bar{h}^0}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{\eta} \int_0^\eta \bar{\rho}(\bar{h}^0) \eta d\eta \right) \right] \right\} e^{t/\tau_0}. \quad (43)\end{aligned}$$

Варьируя функционал (42) по  $\bar{h}$  с учетом стационарности функций  $\bar{h}^0, \delta^0, \frac{\partial \bar{h}^0}{\partial \eta}, \frac{\partial \bar{h}^0}{\partial t}$ , получим вариационное уравнение

$$\left( \frac{\delta \hat{L}}{\delta \bar{h}} \right)_{\bar{h}^0, \delta^0, \frac{\partial \bar{h}^0}{\partial \eta}, \frac{\partial \bar{h}^0}{\partial t}} = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\delta \hat{L}}{\delta \bar{h}} \right)_{\bar{h}^0, \delta^0, \frac{\partial \bar{h}^0}{\partial \eta}, \frac{\partial \bar{h}^0}{\partial t}}. \quad (44)$$

Если после окончания варьирования в уравнении (44) всюду заменить  $\bar{h}^0$  на  $\bar{h}$ ,  $\delta^0$  на  $\delta$  и  $\frac{\partial \bar{h}^0}{\partial \eta}, \frac{\partial \bar{h}^0}{\partial t}$  на  $\frac{\partial \bar{h}}{\partial \eta}, \frac{\partial \bar{h}}{\partial t}$ , то получим уравнение баланса энергии (39) с радиальной скоростью, удовлетворяющей уравнению неразрывности (38). Заметим, что величина, определяющая верхний предел интегрирования по радиусу  $\delta^0(t)$ , также является неварьируемой функцией. Это условие необходимо для перестановки

операций дифференцирования и интегрирования по аксиальной координате. Вариационная задача (40)–(44) может быть решена методом приведения к обыкновенным дифференциальным уравнениям (см. п. 4).

Выберем для аппроксимации профиля энтальпии полином

$$f(\eta) = \frac{\bar{h} - 1}{\bar{h}_m - 1} = \left(1 - \frac{\eta}{\delta}\right)^2 \left(1 + 2 \frac{\eta}{\delta}\right), \quad (45)$$

удовлетворяющий условию  $f = \partial f / \partial \eta = 0$  на границе дугового слоя. Подставляя профиль (45) в функционал (42), получим

$$\begin{aligned} \hat{L} = & \left(\lim_{\tau_0 \rightarrow 0} \int_0^{\delta^0} \int_0^{\delta^0} \left\{ \psi^2 \int_0^{\delta^0} \bar{\sigma}(h') dh' - \frac{18}{Pr} [(\bar{h}_m^0 - 1) \left(1 - \frac{\eta}{\delta^0}\right)^2 \times \right. \right. \\ & \times \left. \left. \left(1 + 2 \frac{\eta}{\delta^0}\right) + 1\right]^{0,56} (\bar{h}_m - 1)^2 \frac{\eta^2}{\delta^4} \left(\frac{\eta}{\delta} - 1\right) - 0,85 [(\bar{h}_m - 1) \left(1 - \frac{\eta}{\delta}\right)^2 \times \right. \right. \\ & \times \left. \left. \left(1 + 2 \frac{\eta}{\delta}\right) + 1\right] \frac{6}{\delta^3} (\bar{h}_m^0 - 1) \left(\frac{\bar{h}_m^0}{\delta^0} - 1\right) \times \right. \\ & \times \left. \int_0^{\eta} \frac{\dot{\bar{h}}_m^0 \left(1 - \frac{\eta}{\delta^0}\right)^2 \left(1 + 2 \frac{\eta}{\delta^0}\right) + \delta^0 \frac{6\eta^2}{\delta^3} (\bar{h}_m^0 - 1) \left(1 - \frac{\eta}{\delta^0}\right)}{\left[(\bar{h}_m^0 - 1) \left(1 - \frac{\eta}{\delta^0}\right) \left(1 + 2 \frac{\eta}{\delta^0}\right) + 1\right]^{0,85}} \eta d\eta + \right. \\ & + \frac{\tau_0}{2} \frac{1}{\left[(\bar{h}_m - 1) \left(1 - \frac{\eta}{\delta}\right) \left(1 + 2 \frac{\eta}{\delta}\right) + 1\right]^{0,85}} \cdot \left[ \dot{\bar{h}}_m^2 \left(1 - \frac{\eta}{\delta}\right)^2 \left(1 + 2 \frac{\eta}{\delta}\right)^2 + \right. \\ & + 12 \dot{\bar{h}}_m \delta \left(1 - \frac{\eta}{\delta}\right)^2 \left(1 + 2 \frac{\eta}{\delta}\right) \frac{\eta^2}{\delta^3} (\bar{h}_m - 1) \left(1 - \frac{\eta}{\delta}\right) + \\ & \left. \left. + \frac{36\eta^4}{\delta^6} (\bar{h}_m - 1)^2 \left(1 - \frac{\eta}{\delta}\right)^2 \delta^2 \right] e^{t/\tau_0} \eta d\eta dt. \right. \end{aligned} \quad (46)$$

Для получения уравнений Эйлера—Лагранжа варьируем функционал (46) по  $h_m$  и  $\delta$ , считая функции с индексами «0» неварьируемыми параметрами до окончания процесса варьирования. В полученных уравнениях после предельного перехода  $\tau_0 \rightarrow 0$  следует еще удовлетворить дополнительному условию

$$\bar{h}_m^0 = \bar{h}_m, \quad \frac{d\bar{h}_m^0}{dt} = \frac{d\bar{h}_m}{dt}, \quad \delta^0 = \delta, \quad \frac{d\delta^0}{dt} = \frac{d\delta}{dt}. \quad (47)$$

Окончательно система уравнений Эйлера—Лагранжа принимает вид

$$\frac{d\bar{h}_m}{dt} = \varphi_n(\bar{h}_m, \delta, \psi), \quad (48)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \varphi_\delta(\bar{h}_m, \delta, \psi) \quad (49)$$

(здесь конкретные выражения для правых частей опущены из-за их громоздкости).

Система уравнений (48), (49) совместно с законом Ома (40) решалась на ЭВМ БЭСМ-6 методом Рунге-Кутты; однократные и двукратные интегралы вычислялись по формуле Симпсона. Начальные условия были выбраны те же, что и в работе [12]. Результаты расчетов показали, что погрешность полученного решения по сравнению с численным методом не превосходит погрешности интегрального метода [12]. Вместе с тем полученные решения оказались очень чувст-

вительными к форме записи конвективного члена в функционале (43).

Так, погрешность решений, полученных при варьировании функционала (42) с конвективным членом вида

$$L_v = \frac{h^2}{2\bar{h}^0} \left[ \frac{\partial \bar{h}^0}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{\eta} \int_0^{\eta} \bar{\rho}(\bar{h}^0) \eta d\eta \right) \right],$$

оказалась почти в 4 раза больше погрешности решения, полученного с плотностью лагранжиана (43). Это подтверждает выводы, сделанные по поводу метода локальных потенциалов в [9].

7. Рассмотрим влияние граничных условий на вариационную формулировку задач динамики термической плазмы. До сих пор мы ограничивались рассмотрением задач с граничными условиями первого рода. В этом случае граничные условия непосредственно не входят в вариационный функционал. В задачах с граничными условиями второго и третьего рода граничные условия составляют неотъемлемую часть вариационной формулировки задачи.

Например, предположим, что мы ищем приближенное решение стационарной задачи Эленбааса-Геллера

$$F_0^2 \sigma(U) + \frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x_2^2} = 0$$

в канале с поперечным сечением  $A$ , ограниченным кривой  $\Gamma$ , образованной неидеально охлаждаемой стенкой с граничным условием

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} n_1 + \frac{\partial U}{\partial x_2} n_2 = -k(U - U_c) \text{ на } \Gamma, \quad (50)$$

где  $U_c = \frac{S_c - S_*}{S_* - S_w}$ ;  $S_c$  — значение функции теплового потенциала охлаждающей стенку жидкости;  $k$  — коэффициент теплообмена.

Вариационная формулировка этой краевой задачи дается функционалом [13]

$$\hat{L} = \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_A \left[ F_0^2 \int_0^U \sigma(U) dU - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U}{\partial x_1} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U}{\partial x_2} \right)^2 \right] dA + k \int_{\Gamma} (U - U_c)^2 d\Gamma \right\} dt, \quad (51)$$

где функция  $U(x_1, x_2)$  выбирается так, чтобы интеграл  $\hat{L}$  был стационарен.

Для задачи (8), (12) с граничным условием (50) интеграл (51) при двухпараметрической аппроксимации (13) функции принимает вид (после интегрирования)

$$L = \frac{n^2 F_0^2 U_m^2}{4(n+1)(n+2)} \left( \frac{U_m}{1+U_m} \right)^{2/n} - \frac{n}{4} (1+U_m) + \frac{4}{k} (1+U_m)^2. \quad (52)$$

В выражении (52) при вычислении интеграла по границе учитывалось граничное условие (50), которое в данном случае имеет вид

$$n(1+U_m) = k(1+U_c). \quad (53)$$

Из уравнения (53) следует, что в случае идеального охлаждения, при  $k \rightarrow \infty$ ,  $U_c \rightarrow -1$ , что соответствует равенству температур на внутренней и наружной поверхностях стенки. В случае неидеального охлаж-

В августе 1977 г. в Алма-Ате состоялась VII Всесоюзная конференция по генераторам низкотемпературной плазмы с участием зарубежных ученых. В данном выпуске помещены материалы по диагностике низкотемпературной плазмы, обсуждавшиеся на этой конференции. В следующем выпуске предполагается опубликовать статьи Г. Эккера (ФРГ), С. Кимблина (США), Б. Боляновски (ПНР) по приэлектродным процессам.

УДК 533.9.082.5

Х. КЭМПКЕНС (H. KEMPKENS), ДЖ. УЛЕНБУШ (J. UHLENBUSCH)  
(ФРГ)

ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ  
ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКОЙ ЧАСТОТЫ  
С ПОМОЩЬЮ ИНФРАКРАСНОГО ЛУЧА

ВВЕДЕНИЕ

В данной работе рассматривается зависимость электронной плотности от тока на оси стационарной каскадной дуги и вопрос о существовании в плазме локального термодинамического равновесия. В качестве диагностического метода применяется шпирен-метод, который, как и интерферометрия или метод рассеяния света, дает возможность получать данные непосредственно об электронной плотности без детальных знаний о равновесности плазмы. Сравнением с результатами спектральных измерений проверяется существование состояния равновесия в плазме.

Предложенный метод измерения основывается на том, что электромагнитная волна при прохождении через плазму отражается, поглощается и преломляется. Отражение и преломление происходит вследствие значительных градиентов коэффициента преломления в дуговой плазме. Оба эти эффекта, наряду с поглощением, существенно зависят от электронной плотности (особенно вблизи так называемой «критической» плотности  $N_c$ ) и могут быть использованы для ее определения. Преимущество измерений вблизи «критической» частоты, особенно в далекой инфракрасной области, заключается в том, что вкладом в коэффициент преломления других частиц в сравнении с электронами можно пренебречь. «Критической» плотности  $N_c$  соответствует плазменная частота  $\omega_p$  или длина волны  $\lambda_c$ . Рис. 1 иллюстрирует связь между плазменной частотой  $\omega_p$  и критической плотностью электронов  $N_c$ ; приведены длины волн для трех наиболее распространенных молекулярных лазеров. Для измерений коэффициента пропускной способности дуговой плазмы с плотностью электронов  $10^{16}$ — $10^{17}$  см<sup>-3</sup> наиболее применимы HCN- и H<sub>2</sub>O-лазеры. Об измерениях пропускной, отражательной и поглощательной способностей в свободногорящих дугах низкой [1, 2] (HCN-лазер) и высокой [3] (CO<sub>2</sub>-лазер) плотности сообщается в других публикациях.

В настоящей работе исследуются измерения в каскадной дуге ( $R=0,2$  см), горящей в Ag и He при атмосферном давлении. Так как

Таблица 2

$k$	$F_0$	$U_m$	$n$
40	2,62	5,8952	0,8494
50	2,731	5,0391	0,9969
60	2,787	4,7723	1,0489
70	2,823	4,6276	1,0782
80	2,8494	4,5349	1,0973
90	2,869	4,47	1,112
100	2,8841	4,4217	1,1201
$\infty$	3,0109	4,0874	1,1922

дения, задаваясь температурой охлаждающей жидкости, коэффициентом теплообмена и находя величины  $n$  и  $U_m$ , из решения вариационной задачи с помощью (53) можно найти температуру внутренней поверхности стенки канала. Решения уравнений Эйлера — Лагранжа для интеграла (52) совместно с законом Ома (12) приведены в табл. 2 для  $I_0=10$ .

В заключение автор выражает глубокую благодарность докт. техн. наук Б. А. Урюкову за оказанную

помощь в постановке задач и обсуждении результатов и докт физ.-мат. наук Л. С. Полаку за ценные консультации.

Институт сверхтвёрдых материалов,  
Киев

Поступила в редакцию  
20/VII 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Полак Л. С. Вариационные принципы механики. Их развитие и применение в физике. М., Физматгиз, 1960.
2. Хенли Э., Тирринг В. Элементарная квантовая теория поля. М., ИЛ, 1963.
3. Жуков М. Ф., Смоляков В. Я., Урюков Б. А. Электродуговые нагреватели газа (плазмотроны). М., «Наука», 1973.
4. Vinjanovic B.—An approach to linear and Non-linear heat transfer problems using a lagrangian.—Forn. AIAA, V. 9, N 1, 1971, p. 131.
5. Messerle H. K., Lee H. E. A new are model. 11th int conf. of ionisation phenomena in Gases, Prague, 1973, p. 218.
6. Messerly H. K., Lee H. E. The variational method applied to the energy balance equations of DC and free recovery arcs.—Elec. Eng. Trans. Inst. Eng. Austral., 1974, 10, N 2, p. 103.
7. Гольдштик М. А., Штерн В. Н. Гидродинамическая устойчивость и турбулентность. Новосибирск, «Наука», 1977, с. 295.
8. Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. М., Физматгиз, 1962.
9. Шехтер Р. С. Вариационный метод в инженерных расчетах. М., «Мир», 1971.
10. Glansdorff P., Prigodine I. On a general evolution criterion in macroscopic physics.—Physica, 30, p. 351 (1964).
11. Peters Th. Über den zusammenhang des steenbeckschen minimumprinzips mit dem thermodynamischen prinzip der minimalen Entropieerzeugung.—Z. Phys., 1956, Bd. 144, s. 612.
12. Лебедев А. Д., Урюков Б. А., Фридберг А. Э. Продольно обдуваемая дуга в канале.—В сб.: Генераторы низкотемпературной плазмы. М., «Энергия», 1969.
13. Михлин С. Г. Вариационные методы в математической физике. М., «Наука», 1970.

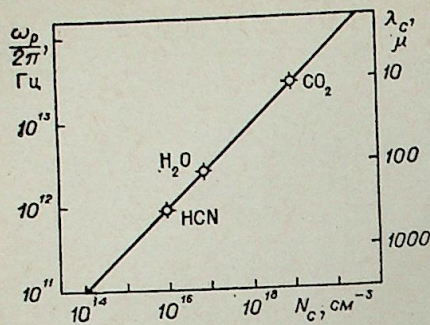


Рис. 1. Зависимость плазменной частоты  $\omega_p$  и соответствующей длины волны от «критической» плотности  $N_c$ .

в качестве источника света используется  $\text{H}_2\text{O}$ -лазер с длиной волны  $\lambda_0 = 118$  мкм, то коэффициент пропускной способности плазмы для лазерного луча при плотности электронов  $10^{15} - 10^{17} \text{ см}^{-3}$  сильно изменяется в зависимости от тока дуги и от электронной плотности, которая и может быть определена в этом случае по коэффициенту пропускной способности.

### ПРОВЕДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

На рис. 2 приведена схема измерений пропускной способности плазмы для лазерного луча длиной волны  $\lambda = 118$  мкм.

Источником света служит  $\text{H}_2\text{O}$ -лазер. Он состоит из водоохлаждаемой стеклянной трубки длиной 2,3 м с внутренним диаметром 8 см. На концах трубки установлены резонаторные зеркала в металлических кожухах. Выходное отверстие и радиус кривизны зеркал выбраны так, что рабочая длина волны лазера  $\lambda_0$  была равна 118 мкм. Ток разряда  $\sim 1,0$  А, напряжение 1,0 кВ. Так как верхний уровень за счет соударений с  $\text{H}_2\text{O}$ -молекулами в основном состоянии вырождается, давление в разрядной колбе не превышает 1,0 Тор. При 1,0 Тор лазер имеет мощность  $\sim 200$  мкВт.

Используемая в эксперименте каскадная дуга ранее применялась в аналогичной форме при измерениях в плазме методом рассеяния [4]. Разряд горит в канале  $P$ , образованном центральными 4-миллиметровыми отверстиями 34 медных секций. Между отдельными секциями установлены уплотнения из силиконовой резины, которые электрически изолируют секции друг от друга и обеспечивают зазор между ними 0,4 мм. В том месте дугового столба, где производятся измерения через окна  $Fe1$  и  $Fe2$ , расстояние между секциями увеличено до 2 мм. Через кварцевые окна  $Q$  на торцах разрядного канала возможно спектроскопическое исследование плазмы дуги с целью определения температуры и плотности.

При измерении коэффициента пропускной способности излучение лазера посредством вогнутого зеркала  $HS1$  фокусируется в централь-

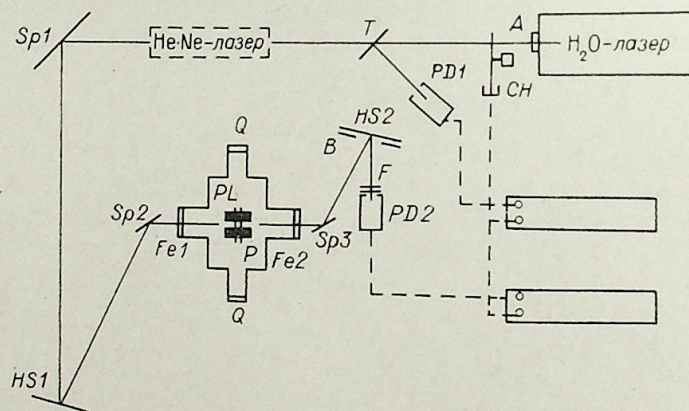


Рис. 2. Схема измерений.

$A$  — выходное отверстие лазера;  $T$  — разделительная пластина;  $Sp$  1—3 — плоские зеркала;  $HS$  1, 2 — вогнутые зеркала;  $Fe$  1, 2 —  $TPX$  — окна;  $Q$  — кварцевые окна;  $PD$  1, 2 — пироэлектрический детектор;  $PL$  — разрядные секции;  $P$  — дуговая плазма;  $F$  — фильтр;  $CH$  — преобразователь.

ную область плазмы. Зеркало  $HS2$  отображает луч лазера вместе со светящейся плазмой на пироэлектрический детектор  $PD2$ . Регистрация результатов измерений осуществлялась при помощи Lock-In-усилителя в сочетании с преобразователем. Следующий далее по схеме пироэлектрический детектор  $PD1$  выдает управляющий сигнал.

### РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ ПЛАЗМЫ

В дальнейшем под коэффициентом пропускной способности подразумевается отношение  $J/J_0$ , где  $J_0$  — детекторный сигнал при отсутствии дуги, а  $J$  — сигнал, соответствующий горению дуги при токе  $I$ . Здесь детектор регистрирует лазерный луч, проходящий через диафрагму  $B$  под однозначно определенным пространственным углом. Чтобы по этой интегральной величине иметь возможность определить параметры плазмы, необходимо сделать количественную оценку всех процессов, которые определяют коэффициент пропускной способности плазмы по отношению к лазерному лучу.

1. Часть излучения отражается из-за наличия в плазме градиентов коэффициента преломления. Если установить ток дуги так, что на оси разряда плотность будет ниже критической, то отраженная часть не будет превышать 1% общего излучения.

2. Остальная часть лазерного излучения в некоторой степени поглощается при прохождении через плазму. Поглощение легко учесть, если известны профили температуры и плотности. Используя данные спектроскопических измерений, можно показать, что в аргоновой дуге в исследуемом диапазоне изменения тока поглощение составляет не более 15%, и соответственно этому следует корректировать результаты измерений коэффициента пропускной способности плазмы.

3. Существенно влияет на измерение коэффициента пропускной способности отклонение лазерного луча из-за градиентов коэффициента преломления. При этом условии луч лазера, проходя через плазму, расширяется (плазма действует как рассеивающая линза), и лишь часть излучения попадает в диафрагму  $B$ ; таким образом регистрируемая интенсивность излучения уменьшается с ростом тока.

В [2, 3] с помощью теплеровского шлирен-метода измерено пространственное отклонение луча  $\text{HCN}$ - и  $\text{CO}_2$ -лазера в плазме свободногорящей дуги и соответственно определено радиальное распределение электронной плотности. Однако в нашем эксперименте этот метод не может быть применен из-за неблагоприятного соотношения диаметра дуги и длины волны, когда интегрируются все отклоненные лучи. По результирующей интенсивности можно сделать вывод об электронной плотности на оси дуги, если известен ее профиль, приведенный к 1. А этот профиль можно определить методом спектроскопии. Для аргоновой дуги в интервале от 14 до 30 А было измерено радиальное распределение электронной плотности, при этом использовалось уравнение Саха и измерение абсолютной интенсивности линий.

Измерение велось в плоскости, перпендикулярной оси разрядного канала, в дальнейшем мы будем называть это «поперечным» измерением в отличие от «продольного», проводимого через торцевые окна вдоль оси разряда. На оси кривые, приведенные к 1, с 10%-ным отклонением могут быть представлены гауссовским профилем (рис. 3).

Определение электронной плотности в гелиевой дуге представляется более трудным вследствие отклонения от равновесности [4—8], так как на распределение электронов оказывают сильное влияние диффузионные процессы. Заселенность возбужденных уровней отличается от бальмановского. Из-за диффузии профиль, приведенный к 1, много шире, чем в аргоновой дуге, однако с неплохим приближением он тоже

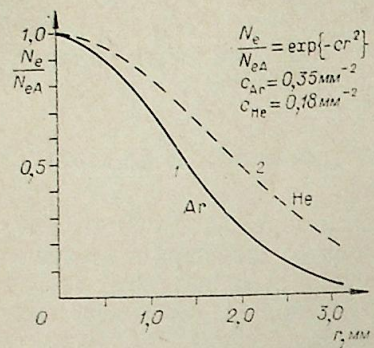


Рис. 3. Радиальный профиль электронной плотности, нормированной к ее значению на оси.  
1 — профиль аргоновой дуги, 2 — профиль гелиевой дуги для различных величин силы тока.

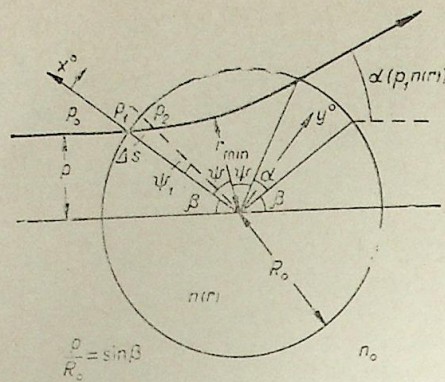


Рис. 4. Схема прохождения лазерного луча через цилиндрически симметричную неоднородность.

является гауссовским (рис. 3). Для обоих рабочих газов профиль плотности превышает размер радиуса отверстия в сечениях, образующих разрядный канал.

По профилям электронной плотности можно рассчитать радиальное распределение коэффициента преломления, используя приближение бесстолкновительной холодной немагнитной плазмы. Необходимый для расчета коэффициента преломления закон геометрической оптики. Это приближение допустимо, так как, во-первых, радиус кривизны луча много больше длины волны лазера, а во-вторых, относительное изменение амплитуды волны по порядку величины мало в сравнении с длиной волны. Согласно законам геометрической оптики, отклонение луча выражается (рис. 4) как

$$\alpha(p) = 2 \arccos \frac{p}{R_0} - 2pn_0 \int_{r_{\min}}^{R_0} \frac{dr}{r \sqrt{r^2 n^2(r) - p^2 n_0^2}} \quad (1)$$

Здесь  $\alpha$  — угол отклонения;  $p$  — прицельное расстояние оси луча относительно оси разряда;  $R_0$  — радиус плазмы;  $n(r)$  — профиль коэффициента преломления;  $n_0$  — коэффициент преломления окружающего пространства.

На рис. 5 иллюстрируется существенная зависимость угла отклонения  $\alpha$  от профиля электронной плотности для случая, когда на оси дуги электронная плотность составляет 5% от критической. Для окончательного расчета общего коэффициента пропускной способности плазмы необходимо учитывать лучи, попадающие на край диафрагмы.

#### РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ И СРАВНЕНИЕ С ТЕОРИЕЙ

На практике для каждого определенного рабочего газа коэффициент пропускной способности измеряют в зависимости от тока дуги. Этот результат можно преобразовать в зависимость пропускной способности от значений электронной плотности на оси, отнесенных к критической плотности. Для этого необходимо установить соответствие между величиной тока и значениями электронной плотности, полученными с помощью спектроскопических измерений. На рис. 6 приведены

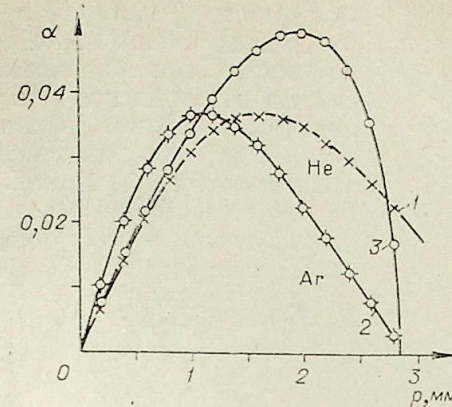


Рис. 5. Зависимость угла отклонения  $\alpha$  от  $r$  для различных распределений электронной плотности при постоянном значении  $N_{eA}/N_c = 5\%$ .  
1 — для гелиевого разряда при  $N_e/N_{eA} = \exp\left\{-0,18 \frac{r^2}{\text{мм}^2}\right\}$ ; 2 — для аргонового разряда при  $N_e/N_{eA} = \exp\left\{-0,35 \frac{r^2}{\text{мм}^2}\right\}$ ; 3 — при параболическом профиле  $N_e/N_{eA} = \left\{1 - \left(\frac{r}{2,85 \text{ мм}}\right)^2\right\}$ .

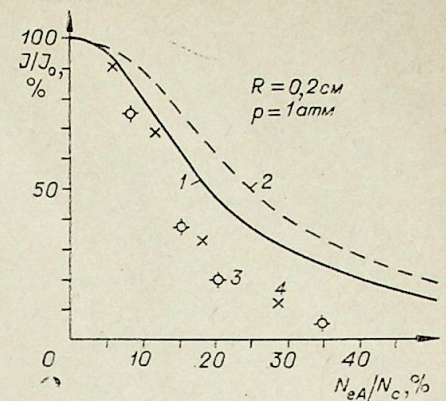


Рис. 6. Зависимость коэффициента пропускной способности плазмы  $J/J_0$  от электронной плотности  $N_{eA}$  на оси разряда.

Расчет для Ar (1) и He (2); измерения для Ar (3) и He (4). Данные нормированы к критической плотности  $N_c = 7,926 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ .

результаты таких измерений для He и Ar. Кривые коэффициента пропускной способности определены по методу, изложенному выше. Расхождение между расчетом и измерением слишком велико, чтобы быть объясненным ошибкой спектроскопических измерений электронной плотности. Коэффициент пропускной способности, рассчитанный на основе предположения о цилиндрической симметрии, имеет весьма большие значения, что соответствует малому расширению лазерного луча при прохождении сквозь плазму. При рассмотрении видно, что на участке между разрядными сечениями дуга расширяется и это приводит к нарушению цилиндрической симметрии. Такое поведение разряда становится заметным, если сравнивать между собой «продольные» и «поперечные» измерения интенсивности. «Поперечные» измерения (см., например, рис. 3) показывают наличие интенсивности излучения в области за радиусом собственно дуги, в то же время при «продольных» измерениях излучений в указанном месте не наблюдается. Таким образом, наряду с зависимостью параметров дуги от радиуса  $r$  следует отметить неравномерность характеристик разряда вдоль координаты  $z$ .

Чтобы учесть игнорируемую ранее зависимость по  $z$ , была предложена модифицированная каналовая модель. Точное решение уравнения энергии с учетом зависимости по координатам  $r$  и  $z$  в математическом плане является весьма сложной задачей.

В обычной каналовой модели для цилиндрически симметричной дуги плазмы радиуса  $R$  принимается, что весь полный ток  $I$  протекает в канале радиусом  $\rho$  с постоянной проводимостью  $\sigma$ . Из уравнения энергии (без учета излучения) и закона Ома можно рассчитать радиальное распределение теплового потенциала

$$S(T) = \int_{T_w}^T k dT, \quad (2)$$

где  $k$  — теплопроводность. Решение зависит от радиуса дуги  $R$ .

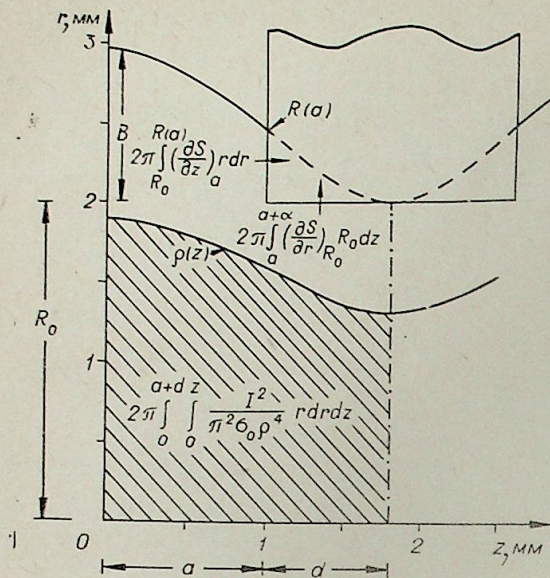


Рис. 7. Схематическое изображение элемента дуги.

ром представлено сечение вдоль оси разряда в плоскости  $r, z$ .

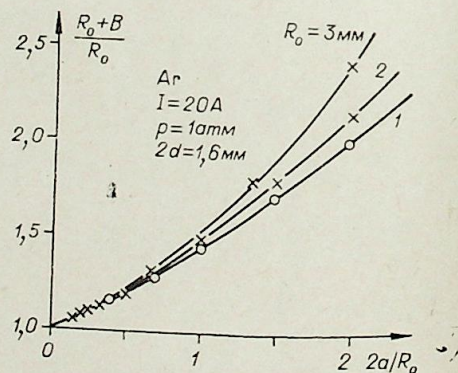
Уравнение (3) содержит в качестве неизвестного параметра величину  $B$ , которую можно определить из энергетического расчета дуги. Предполагается, что все выделяемое в канале радиуса  $\rho(z)$  джоулево тепло отводится только через разрядные секции, а именно, через их внутреннюю и боковые поверхности. Подробные расчеты приведены в [9].

На рис. 8 для аргоновой дуги при токе  $I=20$  А и толщине секций  $2d=1,6$  мм приведены значения радиуса расширяющейся дуги в точке  $z=0$ , рассчитанные для  $R_0+B$ . Абсциссой является расстояние  $2a$  между секциями, отнесенное к  $R_0$ ; параметром — радиус отверстия в секциях  $R_0$ . В нашем эксперименте при  $R_0=2$  мм,  $a=1$  мм,  $d=0,8$  мм  $B$  оказывается равным 0,96 мм, т. е. радиус плазмы расширяется с 2 до 3 мм. Спектроскопические измерения подтверждают этот результат.

После нахождения величины  $B$  можно построить кривые постоянных значений теплового потенциала в  $r-z$ -плоскости. На рис. 9 показаны результаты такого расчета для аргоновой дуги с параметрами  $I=20$  А,  $p=1$  атм,  $R_0=2$  мм,  $a=1$  мм,  $d=0,8$  мм.

Если плазма находится в состоянии локального термодинамического равновесия, то эти кривые являются также изотермами и одновременно кривыми постоянных значений коэффициента преломления. Как и ожидалось, наивысшее значение температуры отмечалось на оси дуги, примерно в середине секции, в зазоре температура ниже. Таким образом, лазерный луч пересекает не цилиндрически-симметричную неоднородность, а неоднородность.

Рис. 8. Зависимость радиуса расширившейся дуги  $R_0+B$  от величины межсекционного зазора  $2a$  при толщине секции  $2d=1,6$  мм для различных значений радиуса разрядного канала  $R_0$ .



Чтобы учесть зависимость по  $z$ , представим разряд в виде набора бесконечно малых цилиндрических симметричных дисков радиуса  $R(z)$ , в каждом из которых действует описанная выше каналовая модель и протекает постоянный по величине ток. Для  $R(z)$  действительна формула

$$R(z) = R_0 + B \left\{ 1 - \left( \frac{z}{a+d} \right)^2 \right\}^2, \quad (3)$$

которая для центра зазора между секциями дает радиус дуги  $R_0+B$ , а для середины секции —  $R_0$ . В точках  $z=0$  и  $z=a+d$  формула (3) отвечает требованиям симметричности, как это следует из рис. 7, на кото-

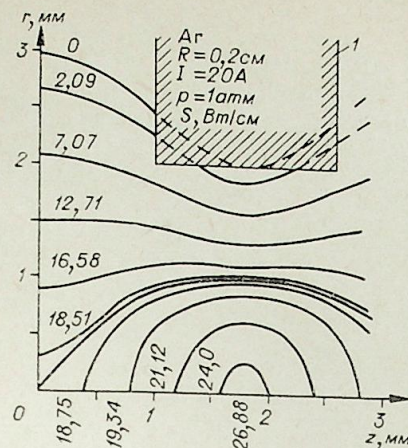


Рис. 9. Линии постоянных значений теплового потенциала для одного из сечений по длине дуги.

1 — граница разрядной секции.

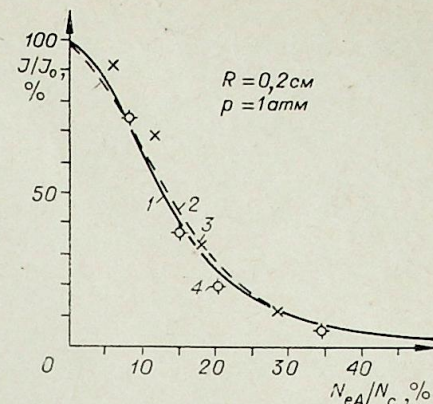


Рис. 10. Скорректированные кривые пропускной способности  $J/J_0$  в зависимости от электронной плотности  $N_{eA}$  на оси дуги.

Расчет для Ar (1) и He (2); измерения для Ar (3) и He (4). Данные нормированы к критической плотности  $N_c = 7,926 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$

родность, обладающую круговой симметрией относительно оси  $z$ . Чтобы оценить отклонение от цилиндрической симметрии, необходимо рассчитать расширение луча в плоскости, образуемой осью луча и осью дуги. Тогда наряду с определенным ранее расширением луча в плоскости, перпендикулярной оси дуги, имеем скорректированный коэффициент пропускной способности, который значительно лучше совпадает с экспериментальными данными, как показано на рис. 10.

Так как в гелиевой дуге не приходится ожидать наличия локального термодинамического равновесия, то, строго говоря,  $S$ -функцию точно определить нельзя. Чтобы произвести необходимые оценки для поправки на расширение луча, предполагается, что в плоскости, образуемой осью дуги и осью луча, кривые постоянных значений коэффициента преломления имеют такой же вид, как и для Ar на рис. 9. После такой коррекции расчетные кривые коэффициента пропускной способности существенно лучше согласуются с результатами измерений (см. рис. 10).

## ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ВЫВОДЫ

Результаты измерений коэффициента пропускной способности должны быть проанализированы для выявления зависимости электронной плотности на оси дуги от силы тока. Рис. 11 иллюстрирует сопоставление данных для дугового разряда в аргоне. В диапазоне изменения тока от 10 до 30 А результаты измерения коэффициента пропускной способности плазмы дают значения электронной плотности, хорошо совпадающие с данными «поперечных» спектроскопических измерений. Результаты спектроскопических измерений обрабатывались двумя различными методами. Сначала по замеренной абсолютной интенсивности линий определялась плотность заселенности возбужденных уровней аргона. Затем предполагая существование локального термодинамического равновесия, с помощью фактора Больцмана находилась температура, а из уравнения Саха — плотность электронов. Далее для оценок использовался коэффициент неравновесности Коде, описанный в [5—7].

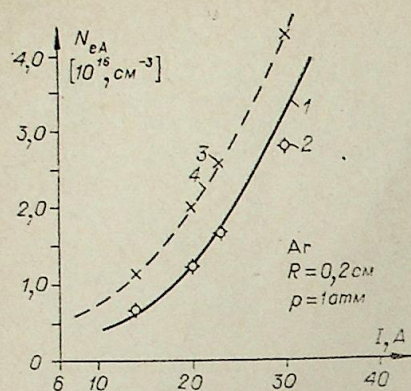


Рис. 11. Зависимость электронной плотности на оси разряда от величины тока аргоновой дуги.

1 — измерения пропускной способности, 2 — спектроскопические «поперечные» измерения, 3 — спектроскопические «продольные» измерения, 4 — спектроскопические «продольные» измерения из [10].

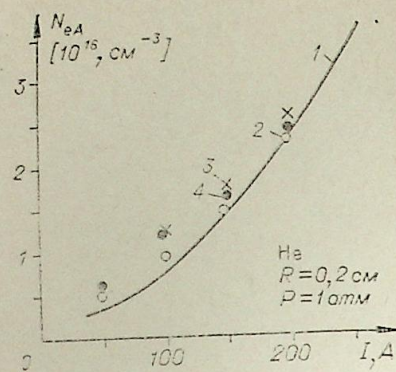


Рис. 12. Зависимость электронной плотности на оси разряда от величины тока в гелиевой дуге.

1 — измерения пропускной способности, 2 — спектроскопические «поперечные» измерения, 3 — спектроскопические «продольные» измерения, 4 — измерения методом рассеяния лазерного излучения [4, 8].

В рамках допустимой ошибки это дает одинаковые величины. Следовательно, с достаточной уверенностью можно утверждать, что в исследуемой нами аргоновой дуге существует локальное термодинамическое равновесие.

Измерения интенсивности линий вдоль оси разряда при одинаковой величине тока дают более высокие значения, так как «продольные» измерения захватывают горячие области внутри разрядных секций с более высокой плотностью электронов. Наряду с нашими измерениями имеются еще данные в [10, 11]. Расхождение между «поперечными» и «продольными» измерениями объясняется не эффектом неравновесности, а тем, что в месте измерений между секциями зазор равен 2 мм. При «продольных» измерениях параметры дуги получают осредненными по длине канала. Согласно модифицированной каналовой модели видно, насколько велико отклонение этих осредненных величин от величин, определенных на оси в центре разрядной секции (максимум температуры) либо в центре зазора между секциями (минимум температуры). В нашем эксперименте зазоры между 30 секциями толщиной 1,6 мм каждая равны 0,4 мм. Между четырьмя секциями, в местах, где проводятся измерения коэффициента пропускной способности плазмы, зазоры установлены в 2 мм. Если воспользоваться каналовой моделью и положить все зазоры между секциями равными 0,4 мм, то среднее значение температуры будет отличаться от максимального и минимального значений на 0,7%. Если же зазоры будут в 2 мм, то отклонение возрастает до 4%. Так как в нашем случае расстояние между секциями увеличено до 2 мм только в трех местах, а осреднение распространяется на весь дуговой столб, то соответственно среднее значение получается на 1% ниже максимального и на 7% выше минимального значений температуры. Значит, «продольные» измерения дают температуру в канале, весьма близкую к максимальной. Эти пренебрежимо малые отличия в температуре могут дать весьма ощутимое отклонение при определении плотности, как это видно на рис. 11, что количественно может быть объяснено каналовой моделью.

На рис. 12 приведены значения электронной плотности на оси гелиевой разряда в зависимости от тока дуги. Данные о коэффициенте пропускной способности плазмы хорошо согласуются с результатами «поперечных» спектроскопических измерений, обработанных с учетом неравновесности. Измерения, основанные на рассеянии света плазмой

[4], дают в самой дуге более высокие значения параметров разряда. Это и понятно, ведь при таких измерениях фактически захватывается несколько больший объем плазмы, до 1 мм в сторону периферии. Величины, полученные при «продольных» спектроскопических измерениях в предположении неравновесности, также имеют завышенные значения [4, 8, 12]. Таким образом, наши эксперименты по определению коэффициента пропускной способности плазмы дают дополнительные основания считать, что гелиевая дуга при атмосферном давлении не находится в состоянии термодинамического равновесия.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Dreicer M., Henderson P. B., Ingraham J. C. Anomalous Microwave Absorption Near the Plasma Frequency.— Physical Review Letters, 1971, 26, No. 26, 1616.
2. Kunz W., Dodel G. A Far Infrared Schlieren Experiment Performed on a Carbon Arc.— Phys. Letters, 1976, 57 A, No. 2, 137.
3. Keilmann F. Interferometrie und Schlierenabbildung mit der Infrarotstrahlung eines CO<sub>2</sub>-Lasers zur Messung der Elektronendichte in Bogenplasmen.— IPP Report, 1970, IV, 4.
4. Gieres G., Kempkens H., Uhlenbusch J. Streuung von Laserlicht am stationären Plasma eines Kaskadenbogens.— Atomkernenergie (ATKE) Bd. 1972, 19, 205.
5. Uhlenbusch J., Fischer E., Hackmann J. Experimentelle und theoretische Untersuchungen von Nichtgleichgewichtseffekten an stationären Edelgasplasmen unter Normaldruck.— Zeitschrift für Physik, 1970, 238, 404.
6. Uhlenbusch J. Non-Equilibrium Effects in Arc Discharges. 7 Kapt, Gaseous Electronics. J. Wm Mc Gowan, P. K. John. North-Holland Publishing Company, p. 101.
7. Уленбуш Дж. Исследование неравновесности дуговой плазмы.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1973, № 13, сер. техн. наук, вып. 3, 27—40.
8. Gieres G. Streulichtmessungen am stationären Plasma eines Kaskadenbogens. Diss. RWTH Aachen, 1973.
9. Kempkens H. Transmissionsmessungen mit einem H<sub>2</sub>O-Laser am stationären Kaskadenbogen bei Elektronendichten in der Nähe der Cut-Off-Dichte. Diss. Düsseldorf, 1977.
10. Bues I., Haag T., Richter J. Übergangswahrscheinlichkeiten, Verbreiterungen und Verschiebungen von Linien des neutralen Argon Laboratoriumsbericht aus dem Institut für Experimentalphysik Universität Kiel (1966—1967), 1969.
11. Bues I., Patt H. J., Richter J. Über die elektrische Leitfähigkeit und Wärmeleitfähigkeit des Argons bei hohen Temperaturen.— Zeitschrift für angewandte Physik 1967, 22, 345.
12. Uhlenbusch J., Fischer E. Influence of Diffusion and Nonequilibrium Populations on Noble-Gas Plasmas in Electric Arcs.— Proceedings of the IEEE, 1971, 59, No. 4, 578.

УДК 533.9.032.5

В. НЕЙМАН (W. NEUMANN)

(ГДР)

### СПЕКТРОСКОПИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИССОЦИАЦИОННОЙ НЕРАВНОВЕСНОСТИ В СИЛЬНОТОЧНОЙ ПЛАЗМЕННОЙ СТРУЕ

#### ВВЕДЕНИЕ, ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Предыдущие исследования по спектроскопической диагностике сильноточной плазменной азотной струи в диапазоне давления  $(0,27 \div 1,0) \cdot 10^5$  Па показали, что эмиссия молекулярных линий  $N_2^+(1-)$  заметно слабее, чем следовало ожидать при наличии термического равнове-

сия. Отсюда вывод о дефиците молекулярной компоненты в плазменной струе, причиной которого считается ассоциация азота, почти полностью диссоциированного в зоне образования плазмы. Ассоциация азота происходит в результате столкновения трех частиц по схеме [1]:  $N+N+M \rightarrow N_2+M$  сравнительно медленно по отношению к процессу охлаждения. Поэтому для определения температуры электронов нельзя было учесть излучение  $N_2^+$ , как это предусматривалось первоначально. Температуру электронов устанавливали исключительно по излучению NI, на которое диссоциационная неравновесность влияет лишь в незначительной степени.

С другой стороны, в случае неравновесности для определения истинной концентрации молекул используют излучение  $N_2^+(1-)$  в совокупности с излучением NI. Через нее находят концентрацию атомов и тем самым степень диссоциационной неравновесности, о чем будет сказано ниже.

Исходными являются экспериментальные данные для коэффициентов излучения двух искомым спектральных линий:  $\epsilon(NI) = \epsilon_1$  и  $\epsilon(N_2^+) = \epsilon_2$ , определяемых для трех различных рабочих давлений как функции координат внутри сильноточной плазменной струи. На их основе устанавливают локальные значения температуры электронов и для различных плотностей частиц получают представление о температурном поле, о молекулярной доле массы и, наконец, о диссоциационной неравновесности в зависимости от давления  $p$  и положения  $r, z$  внутри горячей ( $T > 6000$  К) зоны плазменной струи.

#### ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Для получения плазменной струи применялся плазматрон с длинной дугой, стержневым катодом диаметром 4 мм из торированного вольфрама и цилиндрическим вольфрамовым анодом диаметром 4,5 мм (рис. 1). Электродный промежуток составлял 25 мм. Ниже приведены используемые рабочие параметры и данные о плазменной струе.

$p \cdot 10^5$ , Па	$I$ , А	$U$ , В	$N_d$ , кВт	$N_{пл}$ , кВт	$G$ , г/с	$T_m$ , К	$v_m$ , км/с
1,02	116	179	20,8	14,5	1,15	6015	1,43
0,44	120	163	19,6	13,3	1,04	5518	2,62
0,23	120	154	18,5	12,4	1,06	4174	3,66

Здесь  $p$  — давление в экспериментальной камере, в которую втекает плазменная струя,  $N_d$  — мощность дуги,  $N_{пл}$  — мощность плазменной струи,  $G$  — расход газа,  $T_m$  — среднemasсовая температура,  $v_m$  — среднemasсовая скорость на выходе из анода.

Для определения локальных коэффициентов эмиссии применялись те же методы, что и в [1]. Для определения температуры электронов  $T$  и плотностей частиц использовались такие же, как в [1], переходы: 1) NI:  $\lambda = 493,503$  нм;  $g_m = 2$ ;  $A_{nm} = 1,58 \cdot 10^6$  с<sup>-1</sup>; 2)  $N_2^+(1-)$  0—0 R 28:  $\lambda = 387,351$  нм;  $g_m = 2$ ;  $A_{0-0} = 1,15 \cdot 10^7$  с<sup>-1</sup>.

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ЭЛЕКТРОНОВ $T$ И КОНЦЕНТРАЦИИ ЧАСТИЦ

Предполагается, что между возбужденными системами NI и  $N_2^+$  существует бoльцмановское равновесие. Это условие согласно оценкам работы [1] по меньшей мере должно было выполняться снизу вверх при плотности электронов  $10^{21}$  м<sup>-3</sup>, следовательно, в центральной части плазменной струи, в которой появляются максимальные значения для

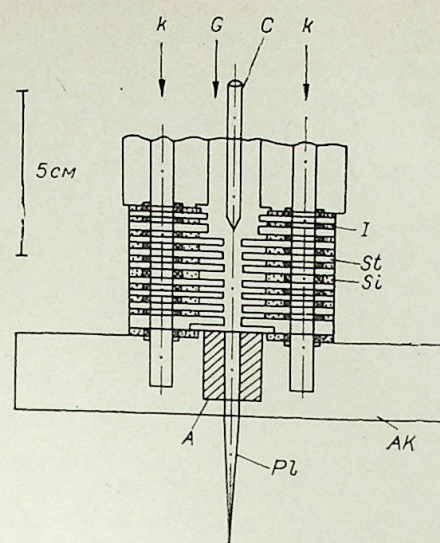


Рис. 1. Схема струйного каскадного плазматрона.

С — катод, А — анод, АК — корпус анода, Pl — плазменная струя, к — отвод и подача охлаждающей воды, G — подача газа, St — стабилизирующая медная шайба, I — изолирующая шайба, Si — силиконовое резиновое кольцо.

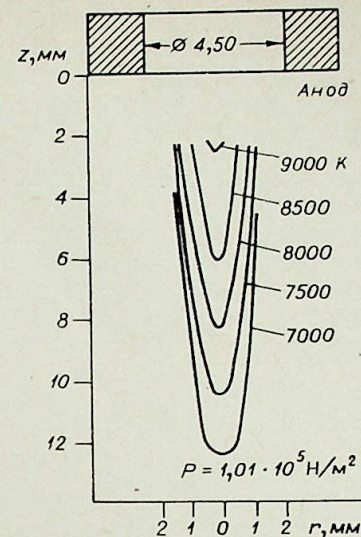


Рис. 2. Диаграмма изотерм плазменной струи азота при рабочем давлении  $p = 1,01 \times 10^5$  Па.

Мощность плазменной струи  $N = 4,5$  кВт, расход газа — 1,15 г/с.

$n_e(6 \div 8) \cdot 10^{21}$  м<sup>-3</sup>. Затем, зная  $\epsilon_1, \epsilon_2$  и  $p$ , можно получить температуру  $T$  и плотность частиц  $n_e, n_N, n_{N^+}, n_{N_2}$  и  $n_{N_2^+}$  из следующих соотношений из формул излучения

$$\epsilon_1 = \frac{g_m A_{nm} h \nu}{4\pi Q_N} \exp(-U_a/kT) n_N = \frac{1,013 \cdot 10^{-13}}{Q_N(T)} \cdot 10^{-\frac{66519K}{T}} \frac{W}{Sr} n_N; \quad (1)$$

$$\epsilon_2 = \frac{g_m A_{0-0} h \nu}{4\pi Q_{N_2^+}} \Phi_p g_m \exp(-U_a/kT) n_{N_2^+} = \frac{1,814 \cdot 10^{-11}}{Q_{N_2^+}(T)} 10^{-\frac{17789K}{T}} \frac{W}{Sr} n_{N_2^+}; \quad (2)$$

из уравнений ионизации

$$\frac{n_e n_{N^+}}{n_N} = S_1(T); \quad (3)$$

$$\frac{n_e n_{N_2^+}}{n_{N_2}} = S_2(T); \quad (4)$$

из условия квазинейтральности

$$n_e = n_{N^+} + n_{N_2^+}; \quad (5)$$

из баланса давления

$$n_e + n_N + n_{N^+} + n_{N_2} + n_{N_2^+} = \frac{p}{kT}, \quad (6)$$

где  $U_a$  — энергия возбуждения верхнего уровня;  $k$  — вращательное квантовое число;  $g_m$  — статистический вес электронного уровня;  $\Phi_p$  — переменный фактор интенсивности, принимающий значение 2/3 для используемых здесь молекулярных линий с четными  $k$ -числами.

Система уравнений решается методом итераций, причем для  $T$  исходят из приближенного значения  $T_0$ , получаемого из уравнения (1), если подставить для плотности частиц  $n_N$  соответствующее равновесное значение  $n_N(T)$ . Оно может быть взято из термодинамических таблиц [2] как функция  $T$ . Из тех же таблиц заимствуются данные о суммах по состоянию  $Q_N(T)$  и  $Q_{N_2^+}(T)$ , а также о функции Саха  $S_1(T)$  и  $S_2(T)$ , используя левые части уравнений (3) и (4) и равновесные значения для плотностей частиц.

Расчеты проводились на вычислительной машине типа HP-20 фирмы Hewlett—Packard для трех рабочих режимов, приведенных выше, при изменении координат в плазменной струе: аксиальной в диапазоне  $z=2,0 \div 11,5$  мм и радиальной —  $r=0 \div 1,6$  мм (горячая часть плазменной струи).

### РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Достаточно полное описание состояния плазмы дают диаграммы. На рис. 2 приведены изотермы плазменной струи для давления  $p=1,01 \cdot 10^5$  Па, описывающие структуру, типичную для ламинарного ядра плазменной струи в дозвуковой области. Из-за отсутствия диссоциационного равновесия эта диаграмма дополнена другой (рис. 3) с изображением поля второй независимой величины, характеризующей состояние плазмы. В качестве такой величины выбрали молекулярную компоненту массы

$$x_M = \frac{n_{N_2} + n_{N_2^+}}{n_{N_2} + n_{N_2^+} + \frac{1}{2}(n_N + n_{N^+})}$$

Сведения о поведении плазменной струи при различных давлениях дают рис. 4 и 5. На рис. 4 приведены изотермы 8500 К для давлений

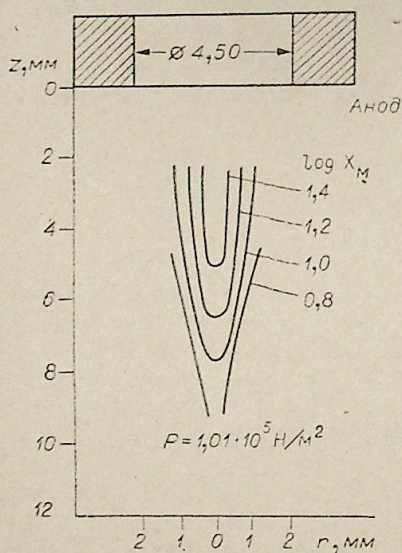


Рис. 3. Изолинии компонент молекулярных масс  $x_M$  для плазменной азотной струи при рабочем давлении  $p=1,01 \times 10^5$  Па.

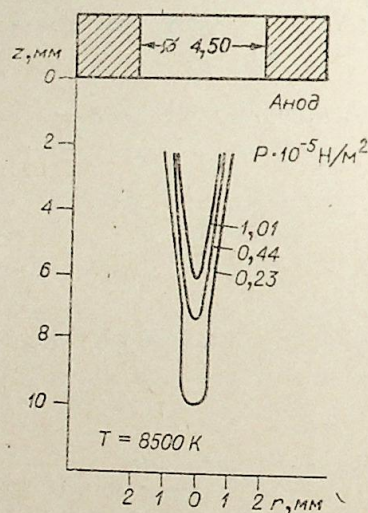


Рис. 4. Изотермы 8500 К для плазменной азотной струи при различных рабочих давлениях. Данные по мощности плазменной струи и расходу газа приведены в тексте.

Рис. 5. Радиальное распределение температуры  $T$ , компоненты молекулярной массы  $x_M$  и величины  $\xi_M$ , характеризующие диссоциационную неравновесность в плазменной азотной струе в зависимости от давления  $p$ .

Данные по плазменной струе приведены в тексте.

(1,01; 0,44; 0,23)  $10^5$  Па. Из рисунка следует, что струя расширяется с уменьшением давления. Особая, оканчивающаяся каплеобразно форма изотермы при давлении  $p=0,23 \cdot 10^5$  Па, свидетельствует о том, что плазменная струя при этом давлении достигла сверхзвуковой области. Для таких же давлений приведены радиальные распределения температуры электронов  $T$  и молекулярной компоненты массы  $x_M$  в верхней и средней частях рис. 5. При этом радиальные распределения относятся к сечению струи, удаленному на 4,6 мм от выходного отверстия плазменной струи. Из диаграммы видно, что молекулярная компонента массы уменьшается с уменьшением давления.

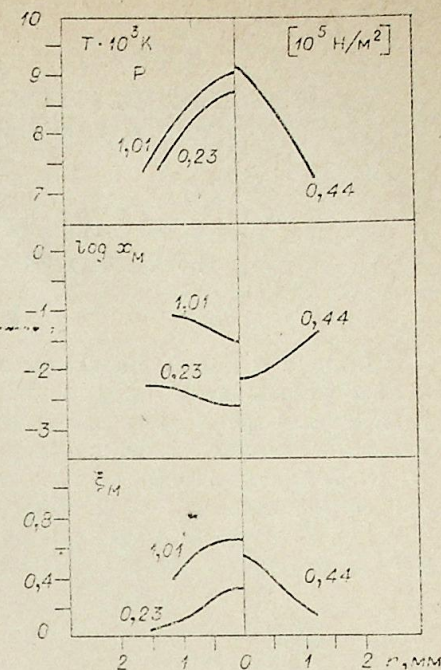
Непосредственной характеристикой степени диссоциационной неравновесности служит величина  $\xi_M$ , определяемая как отношение фактической плотности молекулярных частиц  $n_{N_2} + n_{N_2^+}$  к соответствующей плотности частиц  $(n_{N_2} + n_{N_2^+})_{\text{равн}}$  в условиях равновесия. Радиальное распределение  $\xi_M(r)$  этой величины в зависимости от давления дано в нижней части рис. 5. Из кривых диаграммы следует, что степень диссоциационной неравновесности увеличивается с уменьшением давления, как это можно было ожидать на основании сильной зависимости доли ассоциации от давления.

Заслуживает внимания вывод, что отклонения от диссоциационного равновесия плазменной струи азота могут быть значительными не только в вакууме, но и при атмосферном давлении ( $p=1,01 \cdot 10^5$  Па), и для комбинированной диагностики такой струи следует использовать две независимые экспериментальные величины.

В заключение необходимо выяснить, какова погрешность  $\Delta T$ , если определять температуру электронов  $T$  только по коэффициенту излучения спектральной линии  $M_I$  при пренебрежении диссоциационной неравновесностью в расчетных формулах. Исходя из результатов численного расчета можно констатировать, что при температурах  $T > 6000$  К погрешность для всех применяемых давлений не превышала 200 К, причем в наружных зонах горячей области плазменной струи ( $T \approx 6000$  К) получены большие погрешности ( $\Delta T > 100$  К). Но эти значения погрешностей значительно меньше погрешности, обусловленной неточностями измерения и оправдывают применяемый в [1] упрощенный метод определения температуры электронов для  $T > 6000$  К.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Neumann W., Hayes E., Venzke D. Spectroscopic Observation of a Relaxing High Speed Nitrogen Plasma.— J. Beitr. Plasmaphysik, 1976, 16, 377—393.
2. Dreilishak K. S., Aeschliman D. P., Cambel A. B. Tables of Thermodynamic Properties of Argon, Nitrogen, and Oxygen Plasmas. Technical Documentary Report AEDC — TDR-64-12, January, 1964.



К. Р. ДЖЕЙМС (C. R. JAMES), Р. Д. МИЛЬРЕЙ (R. D. MILROY),  
К. Е. КЭПЬЯК (C. E. SARJACK)

(Канада)

## ИНФРАКРАСНЫЙ ПЛАЗМЕННЫЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ УСИЛИТЕЛЬ

### ВВЕДЕНИЕ

Вопрос о нелинейных взаимодействиях лазерных сигналов, являющихся результатом индуцированного излучения, имеет давнюю историю. Рассмотрение взаимодействия лазерных лучей в немагнитной плазме, вызывающего генерирование колебаний плазмы, впервые сделано W. В. Tompson (1963) на его лекциях в Sulham и Оксфорде. Публикации исследований в этой области начались со статьи [1]. Исследование [1] послужило толчком для новой возможности диагностики плазмы [2] и новых проектов нагрева плазмы [3], [4].

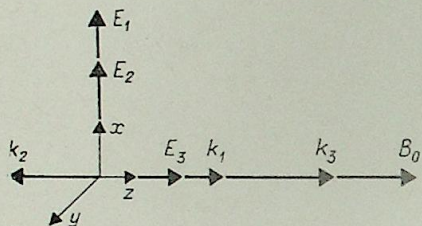


Рис. 1.

$B_0$  — коэффициент рассеивания магнитного поля;  $E_1$  — интенсивность электрического поля лазерного луча 1;  $E_2$  — интенсивность электрического поля лазерного луча 2;  $E_3$  — интенсивность электрического поля лазерного сигнала разностной частоты;  $k_1$  — вектор распространения поля лазерного луча 1;  $k_2$  — вектор распространения поля лазерного луча 2;  $k_3$  — вектор распространения поля разностной частоты.

Предложенный в этой статье инфракрасный плазменный усилитель был рассчитан по нелинейной теории, изложенной в работах [5—8]. Принцип действия его состоит в том, что два инфракрасных луча, направленные противоположно друг другу, взаимодействуют в магнитной плазме и дают сигнал с продольной разностью частоты. На рис. 1 приведена геометрия этих волновых компонент. Два лазерных луча воздействовали на электронную плазменную волну с абсолютной частотой биений, и эта частота биений примерно соответствовала естественной лангмюровской частоте. Этот процесс представляет собой взаимодействие трех волн и показан на рис. 2, где  $\omega_1$  — частота лазера 1,  $\omega_2$  — частота лазера 2, а  $\omega_3$  — частота биений;  $\omega_1 > \omega_2$ . В трехволновом процессе сигнал лазера большей частоты — сигнал накачки, волна с разностной частотой — холостой сигнал, а луч лазера низкой частоты — усиливающий сигнал. Плазма в параметрическом усилителе работает вместо обычного кристалла. В данной работе рассмотрен случай при следующих параметрах:  $\lambda_1$  высокочастотного лазера равнялась 10,6 мкм;  $\lambda_2$  низкочастотного лазера варьировалась от 12 до 16 мкм; температуры магнитной плазмы от 200 эВ до 1 кэВ, и плотность частиц порядка  $10^{17}$  см<sup>3</sup>. Магнитное поле изменялось от 50 до 100 кГс.

Было найдено, что количество энергии, передаваемое волнами накачки волнам низкой частоты, удовлетворяет соотношению типа [5]

$$W_1/\omega_1 = W_2/\omega_2 = W_3/\omega_3,$$

где  $W_1$  — мощность, излучаемая высокочастотным лучом,  $W_2$  и  $W_3$  — мощности, передаваемые низкочастотному лучу и плазменной волне соответственно.

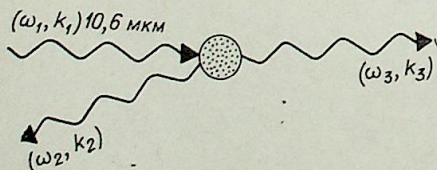


Рис. 2.

### ПРЕДЛАГАЕМЫЕ СХЕМЫ УСИЛИТЕЛЕЙ

На рис. 3 представлены три возможные схемы оптических усилителей (излучения 11—16 мкм). В каждом из этих устройств плазма радиально контрагируется с помощью соленоидального магнитного поля. Как видно, некоторые из лазерных лучей входят в соленоид под малым углом. Такая геометрия не вводит никаких усложнений, поскольку луч направляется вниз по оси соленоида из-за минимальной плотности на оси. Этот минимум может возникнуть в процессе образования плазмы или с помощью CO<sub>2</sub>-лазеров [9]. На рис. 3, а схематически показан простой оптический усилитель, на рис. 3, б и 3, в — оптические резонаторы. На рис. 3, б та же конфигурация зеркал, что и в лазере. При прохождении между зеркалами низкочастотный луч смешивается с частью самого себя, антипараллельной лучу лазера 10,6 мкм, и усиливается за счет последнего. Часть низкочастотного луча, параллельная лучу 10,6 мкм, не взаимодействует с ним [7].

Преимущество использования оптического резонатора в том, что низкочастотный пучок преобразовывается в высокоинтенсивный, а это в свою очередь, усиливает процесс передачи энергии. Кроме того, этот низкочастотный поток излучения будет продолжаться испускаться еще долгое время после отключения первоначального низкочастотного сигнала. В результате короткий импульсный сигнал с переключаемой добротностью может быть использован для возобновления процесса, который длится после того, как исчезнет первоначальный низкочастотный сигнал. Системы, представленные на рис. 3, с и 3, в работают одинаковым образом. Основное различие состоит в том, что низкочастотный луч проходит через плазму в одном направлении и, таким образом, меньше поглощается за счет инверсного тормозного излучения.

Такие усилители являются многообещающими для целей лазерного подогрева плазмы, контрагируемой магнитным полем соленоидов, а также при изотопном разделении ядер, если для необходимого процесса принимать  $\lambda = 12,1$  мкм или  $\lambda = 15,95$  мкм.

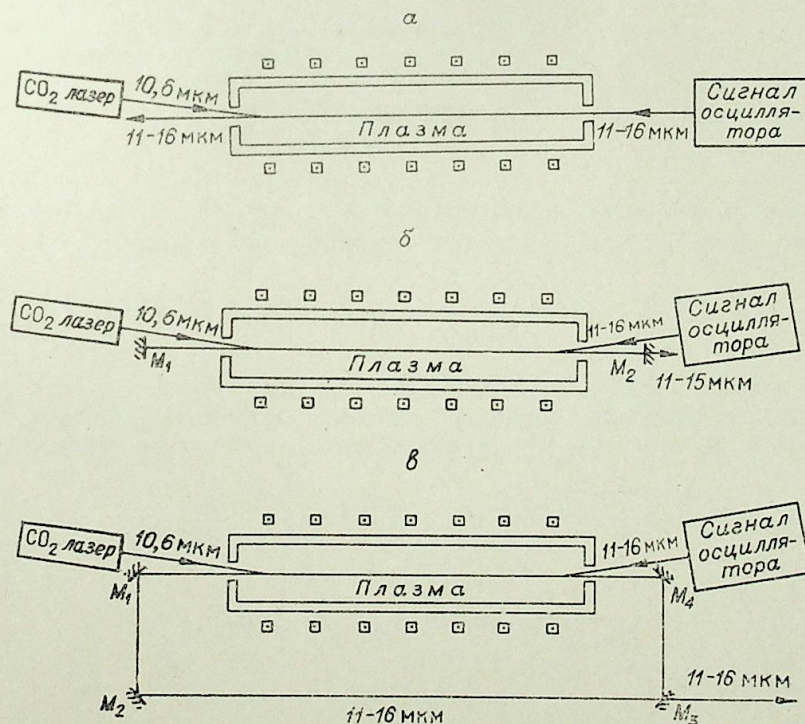


Рис. 3.

При анализе процесса смещения предполагалось, что движение частицы описывается приближенным уравнением Власова

$$\frac{\partial f^\varepsilon}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f^\varepsilon}{\partial \mathbf{r}} + \frac{Z_e e_\varepsilon}{m_\varepsilon} \cdot \left( \mathbf{E} + \frac{\mathbf{v} \mathbf{B}}{c} \right) \frac{\partial f^\varepsilon}{\partial \mathbf{v}} = 0,$$

где  $\varepsilon$  положительно для ионов и отрицательно для электронов.  $Z_e e_\varepsilon$ ,  $m_\varepsilon$  и  $f^\varepsilon$  — соответственно заряд, масса и функция распределения для вещества, обозначенного  $\varepsilon$ .

Разложение, использованное при решении

$$\begin{bmatrix} f^\varepsilon \\ \mathbf{E} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f^\varepsilon \\ 0 \\ \mathbf{B}_0 \end{bmatrix} + \sum_{j=1}^3 \left\{ \begin{bmatrix} f_j^\varepsilon \\ \mathbf{E}_j \\ \mathbf{B}_j \end{bmatrix} \exp [i(\mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r} - \omega_j t)] + C.C. \right\} +$$

члены более высокого порядка. Чтобы получить решение, были сделаны предположения о том, что  $f_0^\varepsilon$  — максвеллиан и что  $\omega_j \gg \mathbf{k}_j \cdot \mathbf{v}_{0-}$ ;  $\omega_{p-}$ ,  $\Omega_-$  ( $j=1, 2$ ). Здесь  $\mathbf{v}_{0-}$ ,  $\omega_{p-}$  и  $\Omega_-$  — соответственно тепловая скорость электрона, частота плазмы и циклотронная (круговая) частота. Далее было получено, что  $\langle \mathbf{v} f_1^\varepsilon \rangle$  ( $j=1, 2$ ). Используя приближение [10], при интегрировании вдоль невозмущенных орбит частицы можно найти  $\langle \mathbf{v} f_3^\varepsilon \rangle$ . В свою очередь, из уравнений Максвелла можно найти электрическое поле  $E_3$ , соответствующее частоте биения:

$$E_3 = \frac{i(3,11 \cdot 10^{-16}) k_3 \lambda_1 \lambda_2 (1 + \alpha_{0-} F_0^-) \sqrt{I_1 I_2}}{[K^2 + 2 + i(\alpha_{0+} F_0^+ + \alpha_{0-} F_0^-)]},$$

где  $K = k_3 \lambda_D$  ( $\lambda_D$  — длина волны Дебая);  $I_j$  — интенсивность  $j$ -го луча лазера ( $j=1, 2$ );

$$\alpha_{0-} = \frac{\omega_3}{K^2 v_{0-}}, \quad \alpha_{0+} = \frac{\omega_3}{k_3 v_{0-}},$$

$$F_0^\varepsilon = \frac{ik_3}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[-m_\varepsilon u^2 / 2kT] du}{(\omega_3 - k_3 u)},$$

$v_{0+}$  — тепловая скорость иона. Эффекты затухания подсчитываются при определении реальной частицы  $F_0^-$  следующим образом:

$$R_e(F_0^-) = \max \left\{ \frac{v_{ei}}{2\omega_3 \alpha_{0-}^3}, \sqrt{\pi} \operatorname{sgn}(k_3) e^{-\alpha_{0-}^2} \right\},$$

где  $v_{ei}$  — частота соударений электрон — ион. После того, как найдены вероятностные скорости, можно определить мощность, поглощаемую из поля второго порядка  $W_3$  (ионным поглощением пренебрегаем)

$$W_3 = \frac{1}{2} [\langle \mathbf{v} f_3^- \rangle \cdot \mathbf{F}_3^- + \langle \mathbf{v} f_3^+ \rangle \cdot \mathbf{F}_3^+ ] = \frac{\omega_p^2 \alpha_{0-}^2}{k_3 v_{0-} \cdot \pi |\alpha_e|^2} \max \times \\ \times \left\{ \frac{v_{ei}}{2\omega_3 \alpha_{0-}^3}, \sqrt{\pi} \operatorname{sgn}(k_3) e^{-\alpha_{0-}^2} \right\} |E_3|^2,$$

где  $W_3$  в эрг/см<sup>3</sup>·с;

$$F_3^- = -en_0 \left( \mathbf{E}_3 + \frac{\langle \mathbf{v} f_1 \rangle \cdot \mathbf{B}_2^*}{c} + \frac{\langle \mathbf{v} f_2 \rangle^* \cdot \mathbf{B}_1}{c} \right),$$

$$\chi_e = 2 \left( \frac{\omega_{p-}}{\omega_3} \right)^2 \alpha_{0-} (1 + i\alpha_{0-} F_0^-).$$

Если пренебречь эффектом поглощения инверсного тормозного излучения, то можно оценить пространственное распределение интенсивности луча из следующих уравнений:

$$\partial I_1 / \partial z = -\alpha I_1 I_2,$$

$$\partial I_2 / \partial z = -\omega_2 / \omega_1 \cdot \alpha I_1 I_2, \quad \text{где } \alpha = 10^{-7} \left( \frac{\omega_1}{\omega_3} \right) \frac{W_3}{I_1 I_2}, \quad \alpha \text{ в см/Вт.}$$

Если  $\alpha$  постоянно, то решение этой системы уравнений следующее:

$$I_1 = \frac{\alpha b I_1(0) \exp(-\alpha b z)}{\alpha b + \alpha \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right) I_1(0) [1 - \exp(-\alpha b z)]},$$

$$I_2 = b + \frac{\omega_2}{\omega_1} I_1,$$

$$b = I_2(L) - \frac{\omega_2}{\omega_1} I_1(L).$$

Для параметра  $\alpha$  и различных  $n_0$  на рис. 4—6 изображена зависимость от  $\lambda_2$  при  $T_e = 250$  (рис. 4); 500 (рис. 5), 1000 эВ (рис. 6). Плотность плазмы указана на кривых. На рис. 7—9 для  $\lambda_2 = 12$  (рис. 7), 14 (рис. 8), 16 мкм (рис. 9) соответственно показана зависимость  $\alpha$  от плотности при различных значениях  $T_e$ . Электронная температура в эВ указана на кривых. Ожидалось, что в эксперименте плотность плазмы и температура будут сильно меняться по длине соленоида, и поэтому необходимо выбрать такую рабочую точку, где  $\alpha$  не так сильно зависит от этих параметров. При усилении излучения линий между 12 и 13 мкм, как видно на рис. 5—9,  $\alpha$  не слишком чувствительно к указанным изменениям, если электронная температура больше, чем 500 эВ, а плотность плазмы  $\sim 10^{17}$  см<sup>-3</sup>.

Если лучи, равные 10,6 и 12 мкм, входят в плазму с противоположных концов соленоида с начальными интенсивностями  $10^{11}$  Вт/см<sup>2</sup> (рис. 7), то для  $n_0 \leq 10^{17}$  см<sup>-3</sup> и  $T_e = 200$  эВ можно ожидать, что  $\alpha$  будет больше, чем  $5 \cdot 10^{-13}$  для рассматриваемой флуктуации плотности

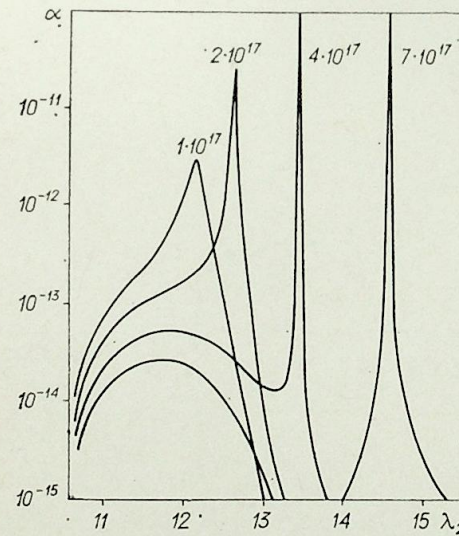


Рис. 4.

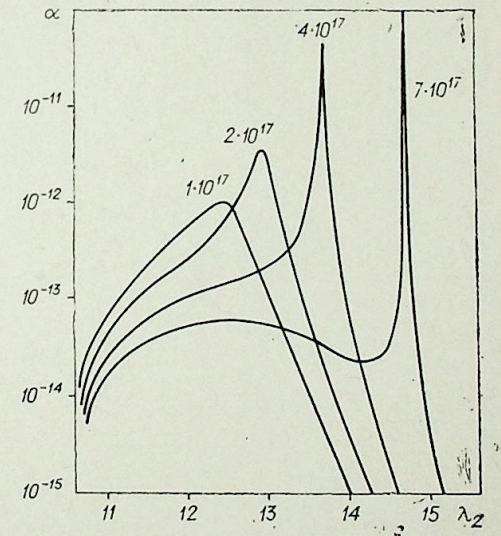


Рис. 5.

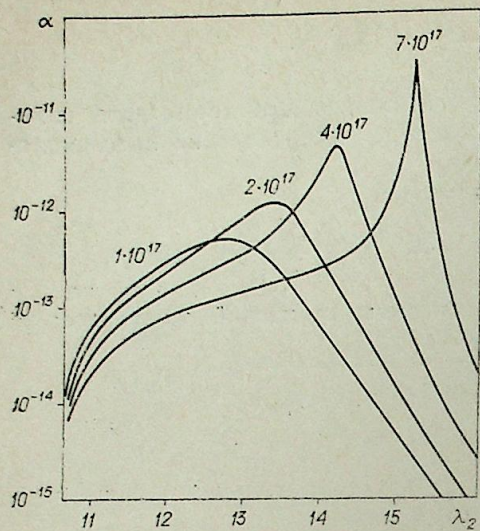


Рис. 6.

$\left(\frac{n_{0\max}}{n_{0\min}} < 5\right)$ . В этом случае примерно 90% интенсивности первого луча поглощается на расстоянии, меньшем 40 см. Аналогично, если интенсивность высокочастотного луча первоначально была  $10^{12}$  Вт/см<sup>2</sup>, а луча низкой частоты —  $10^9$  Вт/см<sup>2</sup>, то первый луч поглощается приблизительно на 90% на отрезке в 100 см. Следовательно, в этих случаях длина прибора должна быть менее или равна 1 м. Вместо того, чтобы все излучение луча, равное 10,6 мкм, поглотилось за время однократного прохождения через весь прибор, излучение можно повернуть обратно системой резонатора и пропускать его несколько раз через прибор до нужной степени

поглощения, это позволяет уменьшить длину прибора.

Температуры, необходимые для того, чтобы величина  $\alpha$  была довольно инертна к изменению плотности плазмы, следует создавать быстро, так как плазма нагревается и за счет инверсного поглощения тормозного излучения, и за счет возникающих в плазме биений. Как показано на рис. 8, для усилений лазерного луча, равного 14 мкм, необходимы более высокие плотность и температура плазмы, при получении той же эффективности и интенсивности. Однако в этом случае технически более осуществимо обратиться к двухступенчатой системе (т. е. 10,6 мкм  $\rightarrow$  13 мкм  $\rightarrow$  114 мкм) и работать при более низких плотностях и температурах плазмы.

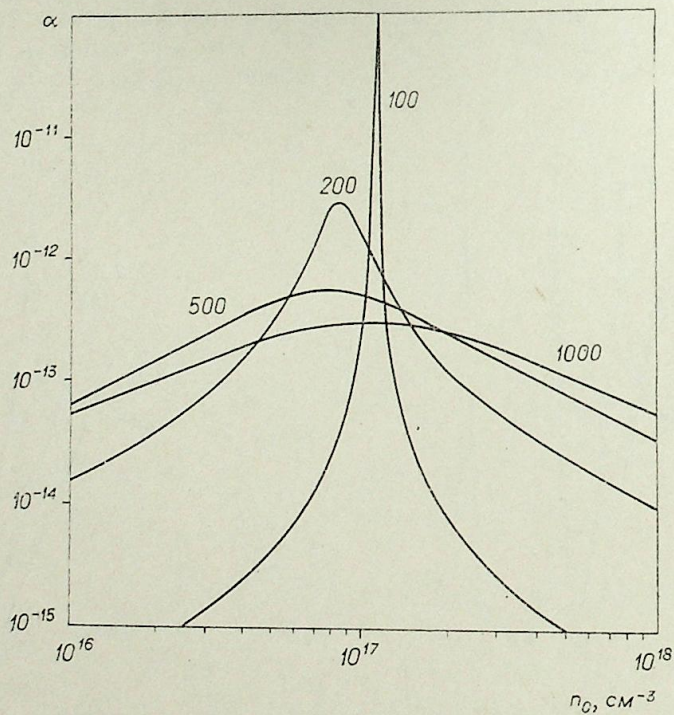


Рис. 7.

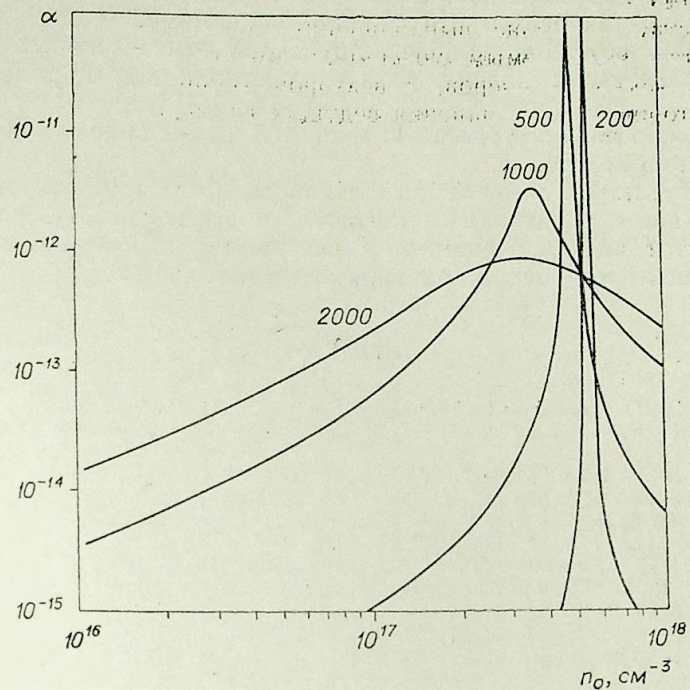


Рис. 8.

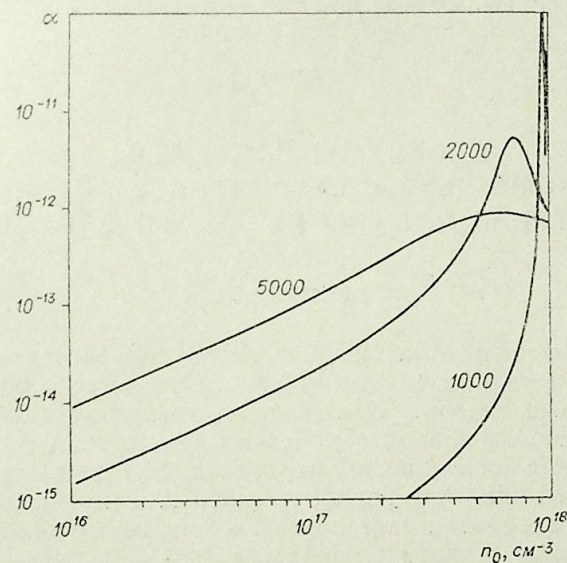


Рис. 9.

## ВЫВОДЫ

Прибор, использующий плазму, как среду для параметрического усиления инфракрасного излучения, по-видимому, может быть экспериментально осуществлен. Существует два отличительных преимущества использования плазмы вместо кристалла для параметрического усиления.

1. Можно получать высокую мощность без ограничения, связанного с прочностью кристалла.

2. Отсутствует условие выравнивания фаз, так как плазменная волна является управляемым сигналом и имеет частоту, равную разности частот ведущих лазеров, с вектором распространения, равным разности векторов распространения ведущих лазеров.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Kroll N., Ron A., Rostoker N.— Phys. Rev. Lett. 1964, 13, 83.
2. Nodwell R. A., Stansfield B. L., Meyer J.— Phys. Rev. Lett. 1971, 26, 1219.
3. Cohen B. J., Kaufman A. N., Watson K. M.— Phys. Rev. Lett. 1972, 29, 581.
4. Capjack C. E., James C. R.— Phys. Fluids, 1974, 17, 948.
5. Kaufman A. N., Cohen B. J.— Phys. Rev. Lett. 1973, 30, 1306.
6. Schmidt G.— Phys. Fluids, 1973, 16, 1676.
7. Capjack C. E., James C. R.— Can. J. Phys. 1975, 53, 2606.
8. Milroy R. D., Capjack C. E., James C. R., McMullin J. N.— Can. J. Phys. 1976, 54, 2140.
9. Steinhauer L. C.— Phys. Fluids, 1976, 19, 1740.
10. Stix J. H. The Theory of Plasma Waves (McGraw-Hill, Chaps. 8, 9. N Y), 1962.

УДК 537.527

В. РОТЕР (W. ROTHER), В. БЕРГМАНН (V. BERGMANN),  
Р. РУППЕ (R. RUPPE)

(ГДР)

## ПРОБЛЕМЫ ИЗМЕРЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЗОНДОВ В ПОТОКАХ ПЛАЗМЫ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ

### ВВЕДЕНИЕ

В свете интенсификации и повышения эффективности народного хозяйства перед фундаментальными исследованиями в области физики дуги стоят важные задачи. Эти задачи касаются в первую очередь развития современных плазмотехнических процессов и мощных выключателей. Благодаря развитию вычислительной техники, все лучше удается теоретическое описание поведения дуги как источника тепла с высокой плотностью энергии или как выключающего элемента. Однако для полного решения упомянутых выше проблем нужны дальнейшие целенаправленные экспериментальные исследования. Эти эксперименты, с одной стороны, предоставляют конструкторам необходимые для проектирования конкретные данные и, с другой стороны, служат для определения граничных или начальных условий цифрового процесса расчетов, либо для контроля получаемых результатов.

Современные физико-технические исследования процессов в электрической дуге требуют надежных методов диагностики. Наряду с известными оптическими методами для диагностики дуги все чаще применяются зондовые методы, которые характеризуются относительно малыми затратами на измерения и обработку данных. Кроме электрических зондов известны зонды давления, энтальпии и термических зондов [1—15]. В статье рассматривается опыт применения электрических зондов.

## ИЗМЕРЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛА В ДУГАХ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Для определения энергетического баланса в модели плазменной печи один из авторов [16] проводил измерения потенциала в аргоновой дуге постоянного тока с помощью электрических зондов. На рис. 1 представлен разрез печи с подвижным зондом. Исследуемая дуга горела между вольфрамовым катодом плазматрона и служившим в качестве анода расплавом меди, или медным калориметром. Ток дуги составлял  $1000 \div 2000$  А. Большинство измерений выполнено на дугах длиной 0,2 или 0,4 м; максимальная длина дуги составляла 0,7 м.

Следствие высокой теплонапряженности среды в печи, а тем более при измерениях непосредственно в дуге электрические зонды охлаждались водой (рис. 2). Несмотря на то, что для этого диаметр зонда пришлось увеличить до 2,5 мм, он все же оставался незначительным по сравнению с размерами дуги (диаметр дугового столба был  $> 50$  мм).

С помощью водоохлаждаемого зонда нам удалось уточнить некоторые представления о причинах возмущения дуги зондом. Рис. 3 иллюстрирует влияние присутствия неохлаждаемого вольфрамового зон-

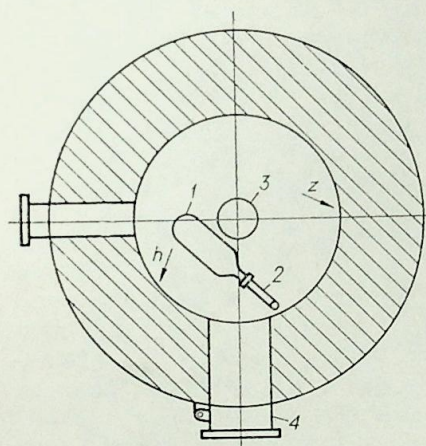


Рис. 1. Разрез печи с зондом.

1 — зонд, 2 — изоляционная труба, 3 — дуга, 4 — вход печи;  $h$ ,  $z$  — направления движения зонда (туда и обратно).

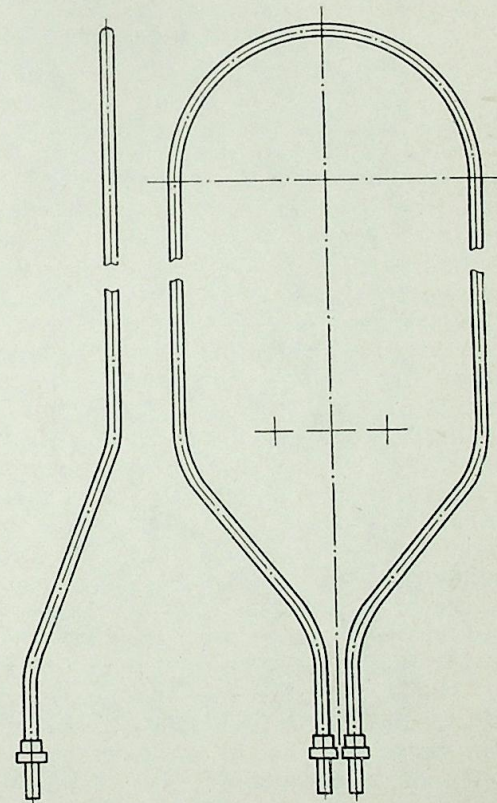


Рис. 2. Охлаждаемый водой ударный зонд.

Материал: труба сталь X5 CrNi MO18,10; Внутренний диаметр 1,89 мм.

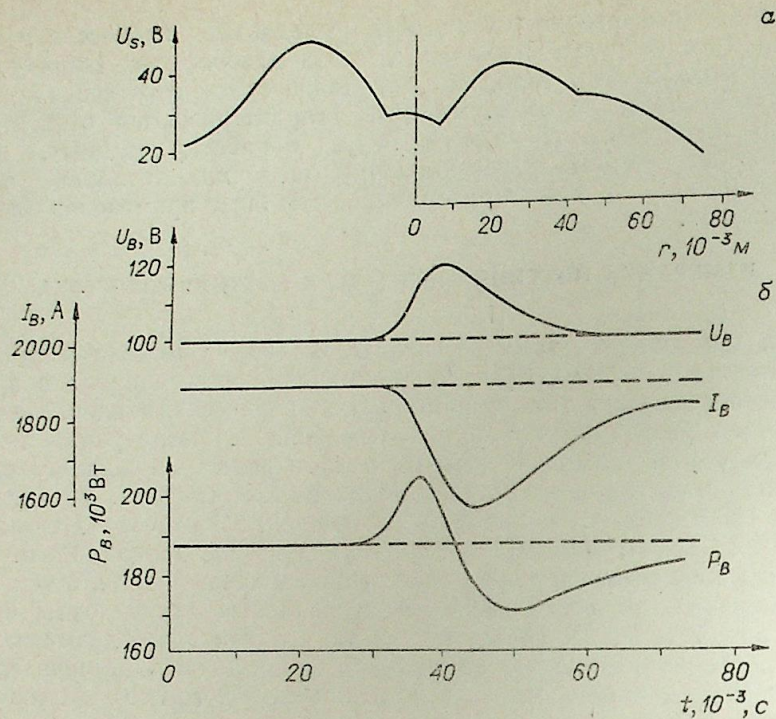


Рис. 3. Измерения неохлаждаемым вольфрамовым зондом, Аг.

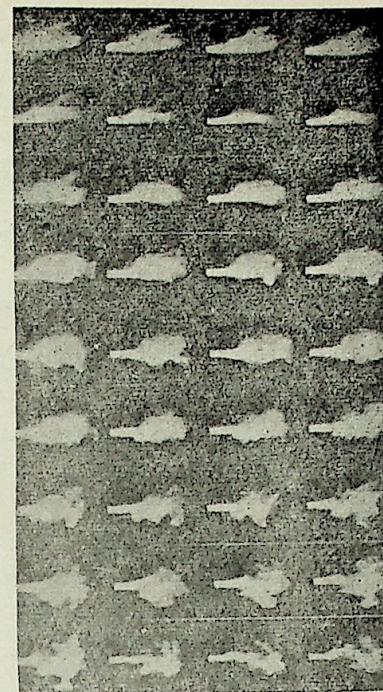
Длина дуги  $l_D = 0,2$  м, расход газа  $\dot{M}_D = 1,38$  г/с, диаметр зонда  $D = 2$  мм, скорость зонда  $v = 2$  м/с. а) радиальное распределение потенциала при возмущении в дуге, вносимом зондом; б) распределение во времени напряжения на дуге  $U_B$ , тока дуги  $I_B$  и мощности дуги  $P_B$  при возмущениях, вносимых неохлаждаемым вольфрамовым зондом.

да (диаметр 0,2 мм) в дуге на напряжение горения разряда  $U_B$ , ток  $I_B$  и мощность  $P_B$ . Весьма несимметричный вид кривой напряжения дуги как функции местоположения зонда в дуге и времени его пребывания там (скорость зонда 1—2 м/с) уже указывает, что причиной возмущений являются тепловые процессы на поверхности зонда. Пары вольфрама, истекающие из нагреваемого зонда (скорость съемки — 1000 кадров в секунду) оказывают на дугу сильное влияние (рис. 4). Можно предположить, что изменения теплопроводности и вязкости, вызываемые присутствием вольфрама в аргонной плазме, являются причиной увеличения  $U_B$ , которое может привести к погасанию дуги. Как показано на рис. 5, охлаждаемый водой зонд не оказывает возмущающего влияния на дугу. Последующая проверка поверхности зонда показала, что эрозии материала зонда не происходило. Для контроля в дальнейших экспериментах был применен охлаждаемый водой зонд, покрытый слоем NaCl. При внесении такого зонда в дугу ясно был виден испаряющийся натрий и отмечалось изменение напряжения дуги уже зарегистрированное ранее в опытах с неохлаждаемым зондом. Таким образом, при малых по сравнению с проводящим каналом дуги размерах зонда на свойства дуги оказывало влияние не охлаждение зонда, а исключительно испаряющийся материал зонда.

Измерения потенциала производились при сопротивлении измерительной цепи  $9,9 \cdot 10^3$  Ом (рис. 6). Рост потенциала вблизи оси дуги (см. например, рис. 3) количественно можно объяснить влиянием амбиполярной диффузии. На рис. 7 приведено распределение эквипотенциалей измеренного электрического поля. При этом измерялся так называ-

Рис. 4. Возмущения дуги, вносимые неохлаждаемым вольфрамовым зондом, Аг.

$I_B = 2000$  А,  $\dot{M}_D = 1,38$  г/с,  $l_D = 0,3$  м, расстояние от зонда до катода  $z = 45$  мм,  $D = 2$  мм, частота съемки 1000 кадр/с.



емый потенциал изоляции. Разностью потенциала дуги пренебрегалось, тем более, что она практически не играла роли при определении напряженности поля (хотя в работе [16] имела большее значение). На рис. 8 представлено аксиальное распределение напряженности поля. Обращает на себя внимание появление области дуги с постоянной напряженностью поля, что собственно, известно лишь для безрасходных дуг. В случае дуги, горящей в модели плавильной печи, речь идет о разряде, испытывающем влияние вынужденной и свободной конвекции и в общем случае не имеющем цилиндрической симметрии. Относительно большая область постоянной напряженности поля возникала при всех изменениях параметров, что можно объяснить с учетом взаимного влияния джоулева тепловыделения, конвективного теплопереноса, теплопроводности и излучения.

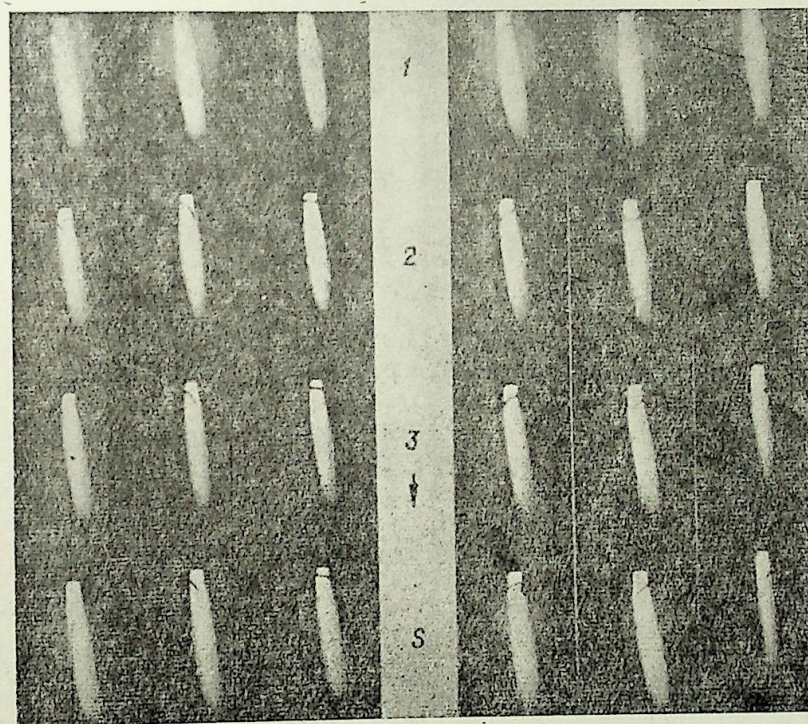


Рис. 5. Прохождение водоохлаждаемого зонда через дугу, Аг.

Параметры:  $I_B = 2000$  А,  $l_D = 0,3$  м,  $\dot{M}_D = 1,38$  г/с;  $D = 2,5$  мм,  $z = 25$  мм, частота съемки 1000 кадр/с.

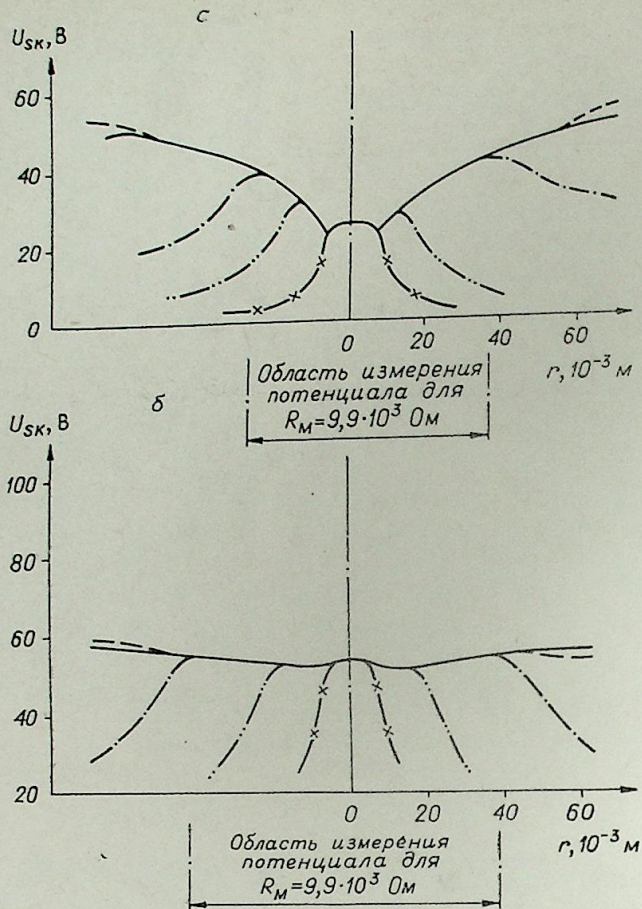


Рис. 6. Измерения с помощью зонда при изменении сопротивления измерительной цепи, Аг.

а)  $I_B = 1000 \text{ А}$ ;  $l_B = 0,4 \text{ м}$ ;  $\dot{M}_D = 1,38 \cdot 10^{-3} \text{ г/с}$ ;  $z = 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ,  
 $R_M = 2 \cdot 10^6$  (—);  $0,95 \cdot 10^5$  (---);  $0,99 \cdot 10^4$  (- · - ·);  
 $10^3$  (- · · ·);  $10^2$  Ом (- × -);  $R_M$  — сопротивление измерительной цепи; б)  $I_B = 1500 \text{ А}$ ;  $l_B = 0,4 \text{ м}$ ;  $\dot{M}_D = 1,38 \cdot 10^{-3} \text{ г/с}$ ;  
 $z = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ;  $R_M = 9,9 \cdot 10^3$  Ом.

#### ИЗМЕРЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛА В ДУГЕ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Измерение аксиального распределения потенциала и напряженности поля в обдуваемых дугах переменного тока является частью фундаментальных исследований для дальнейшей разработки мощных выключателей высокого напряжения [17]. Результаты измерений служат для подтверждения и проверки вычислительных методов. Кроме того, изучение влияния геометрии камеры выключателя на пространственное и временное распределение напряженности поля дает важные данные для оптимизации коммутационных устройств.

Наши измерения проводились на модельных камерах, в которых дуга аксиально обдувалась азотом. Подача энергии производилась мощной испытательной станцией отдела электротехники. Распределение потенциала одновременно измерялось четырьмя зондами (рис. 9). Применялись вольфрамовые стержни диаметром 1 мм, которые были жестко укреплены и достигали середины дугового канала. Поскольку изме-

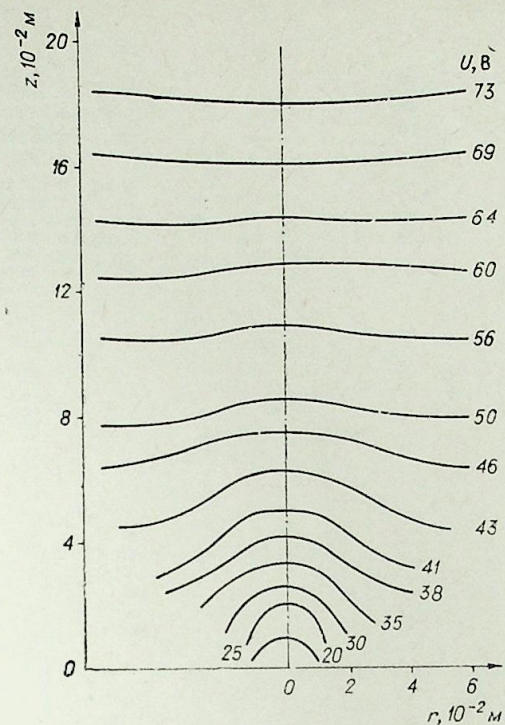


Рис. 7. Распределение эквипотенциальных линий дуги, Аг.

$I_B = 1500 \text{ А}$ ;  $l_B = 0,2 \text{ м}$ ;  $\dot{M}_D = 1,38 \cdot 10^{-3} \text{ г/с}$ .

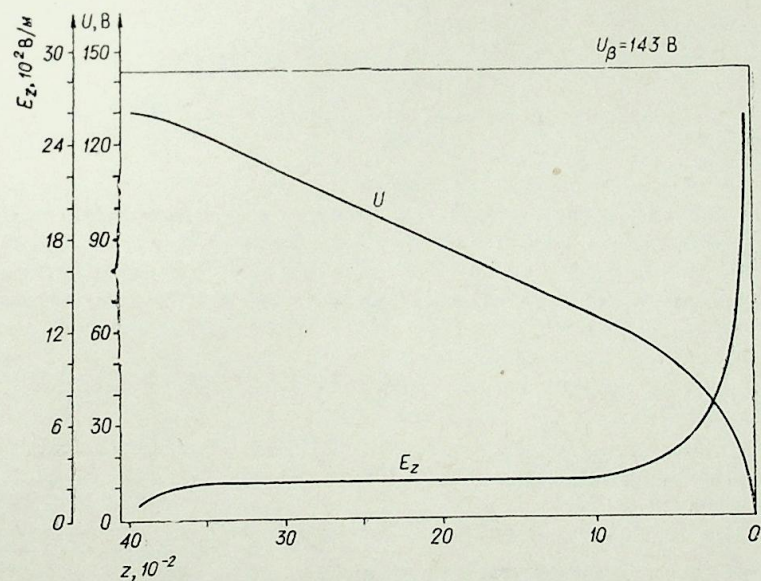


Рис. 8. Аксиальное распределение потенциала и напряженности поля, Аг.

$I_B = 2000 \text{ А}$ ;  $l_B = 0,4 \text{ м}$ ;  $\dot{M}_D = 1,38 \cdot 10^{-3} \text{ г/с}$ ,  $U_B$  — напряжение на дуге,  
 $E_z$  — напряженность поля.

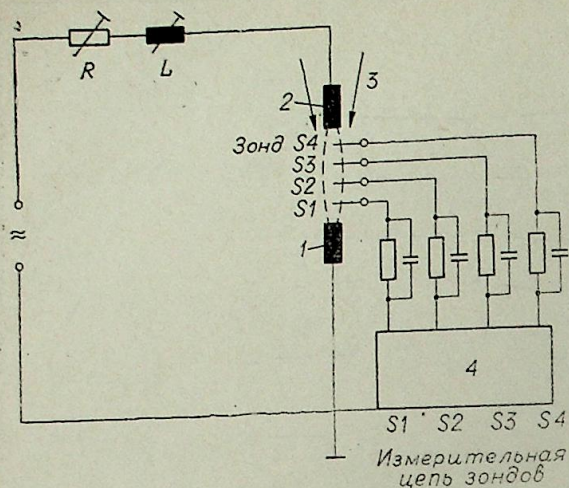


Рис. 9. Принципиальная схема опытной установки для зондовых измерений обдуваемой дуги переменного тока.

1 — электрод, относительно которого измеряется потенциал; 2 — противоположный электрод; 3 — направление потока, обтекающего дугу переменного тока; 4 — высокочастотный осциллоскоп.

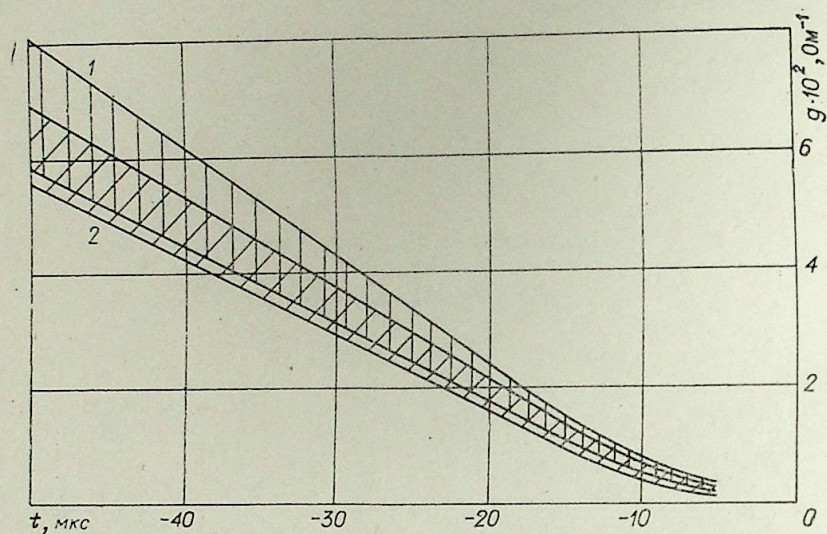


Рис. 10. Исследование влияния зондов на величину проводимости,  $N_2$ .

Зонд на расстоянии 1 мм от противоположного электрода 1:  $t=5$  мкс. 2:  $t=10$  мкс. Измерения без зондов (1), измерения с зондами (2). Параметры:  $\hat{I}=1150$  А,  $l_B=30$  мм, диаметр канала  $2R=23$  мм,  $\dot{M}_D=126$  г/с,  $g$  — величина проводимости дуги переменного тока,  $t$  — время (прохождение тока через нуль  $t=0$ ).

Рис. 11. Зависимость измеренного потенциала зонда от сопротивления измерительной цепи,  $N_2$ .

Параметры  $\hat{I}=1170$  А,  $l_B=30$  мм,  $2R=15$  мм,  $\dot{M}_D=42$  г/с; зонд на расстоянии 1 мм от электрода,  $t=5$  (1); 2 мкс до нулевого значения тока (2).

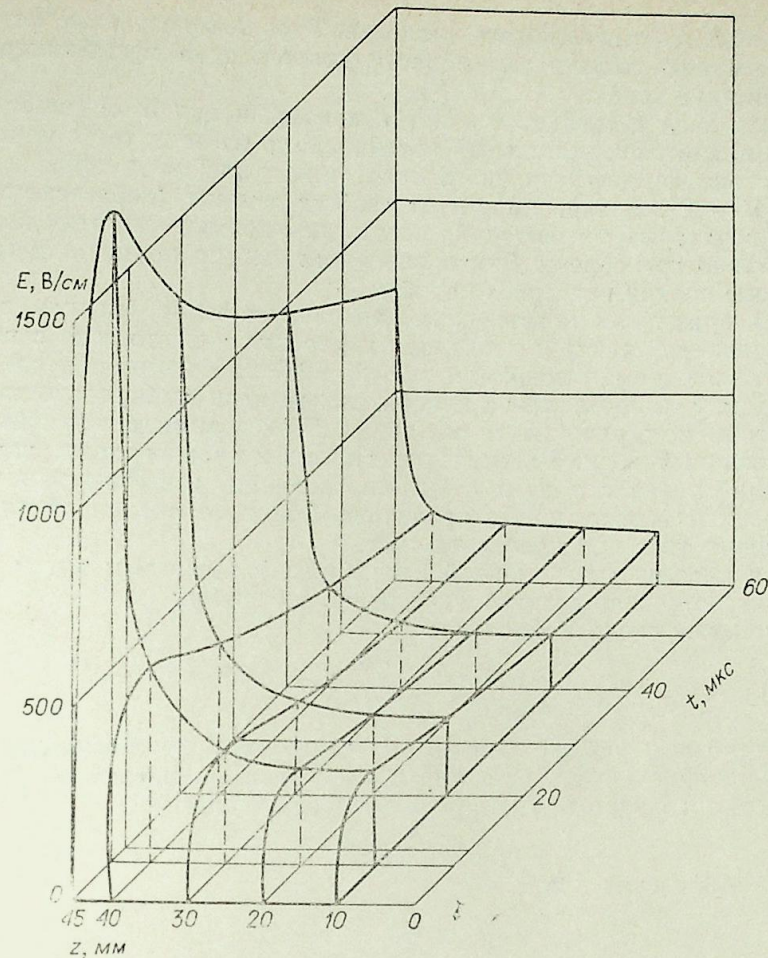
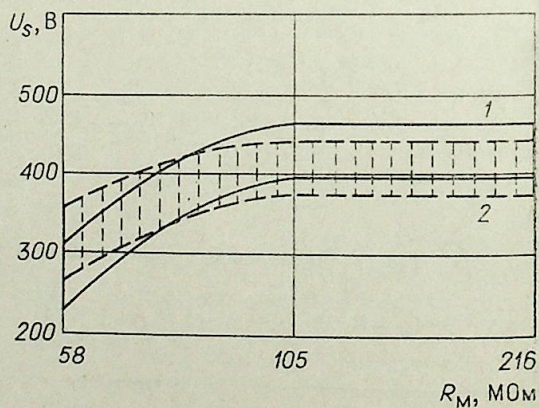


Рис. 12. Распределение напряженности поля как функции местоположения и времени,  $N_2$ .

Параметры:  $\hat{I}=1050$  А,  $l_B=45$  мм,  $2R=23$  мм,  $\dot{M}_D=338$  г/с.

рения проводились в течение полупериода, никаких возмущений в дуге вследствие испаряющегося материала неохлаждаемых зондов вплоть до пиковых значений тока 3 кА не наблюдалось (рис. 10). Сопротивление измерительной цепи выбиралось таким большим, чтобы не возникло искажения в измерениях потенциала вследствие падения напряжения на сопротивлении зонд — плазма перед прохождением тока через нуль. Как видно из рис. 11, при сопротивлении измерительной цепи около 105 МОм (мегом) измерять можно до момента, соответствующего 5 мкс перед прохождением тока через нуль. На рис. 12 приведено аксиальное распределение напряженности поля, как функции местоположения и времени, полученное графическим дифференцированием измерений потенциала.

#### ИЗМЕРЕНИЯ ИОННОГО ТОКА НАСЫЩЕНИЯ В ДУГАХ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Исходя из теории Ленгмюра, по кривой зонда в плазме низкого давления можно получить важную информацию о свойствах плазмы в месте положения зонда. Было много попыток перенести эту теорию

также и на плазму высокого давления. Удовлетворительные результаты получены пока только для области ионного тока вольт-амперной характеристики зонда.

Если зонд помещается в поток плазмы и при этом имеет относительно плазмы отрицательный потенциал, то на зонд течет ионный ток. Он состоит из диффузионного тока, тока дрейфа и конвекционного тока [18—22]. В зависимости от свойств плазмы (дебаевского радиуса, температуры) и геометрии зонда некоторыми из этих компонент тока можно пренебречь. Для правильного выбора применяются соответствующие оценки критериев подобия.

Мы применяли конструкцию, описанную выше (модель плазменной плавильной печи) и проводили измерения ионного тока с помощью зонда, охлаждаемого водой (см. рис. 2) [23]. Для этого зонд соединялся с катодом, а сопротивление измерительной цепи выбиралось таким малым, чтобы не ограничивать ток зонда. В эксперименте применялся неизолированный зонд. Распределение плотности ионного тока, как функции радиуса (на оси дуги  $r=0$ ) определялось известным способом с применением интегрального уравнения Абея по временной зависимости ионного тока при пробое на зонд.

Для плазмы в плавильной печи (аргон) расчетным путем получены неравенства для следующих критериев подобия: электрическое число Рейнольдса

$$\text{Re}_E = \frac{vd_e}{\mu_+ k T} > 1, \quad (1)$$

где  $v$  — скорость потока плазмы,  $d$  — диаметр цилиндрического зонда,  $\mu_+$  — подвижность ионов,  $e$  — заряд электрона,  $k$  — константа Больцмана,  $T$  — температура плазмы (термическое равновесие).

$$\alpha = \lambda_D / d \ll 1, \quad (2)$$

где  $\lambda_D$  — дебаевская длина.

$$\text{Re}_E \alpha^2 \ll 1. \quad (3)$$

Учитывая  $\kappa = eU/kT$ , ( $U$  — разность напряжения плазма — зонд) имеем

$$\text{Re}_E \alpha^2 \kappa^2 \ll 1. \quad (4)$$

Таким образом, из (4) следует, что преобладает конвективный и диффузионный ионный ток (теория тонкого слоя). Для ионного тока на единицу длины цилиндрического зонда из [20, 23] следует

$$I_s = 2,3n \left( e \mu_+ \frac{d}{2} v k T \right)^{1/2}, \quad (5)$$

где  $n$  — плотность ионов.

В области, где применима теория тонкого слоя,  $v$  (напряжение на зонде) в уравнение (5) не входит. Ионный ток насыщения нами был измерен (рис. 13). Так как имеется температурное поле [24], для дуги, на которой проводятся измерения ионного тока, уравнение (5) можно контролировать. Скорость потока плазмы в дуге рассчитывалась с учетом плотности потока массы, независимой от радиуса [25—27]. На рис. 14 показано сравнение измеренного тока насыщения (цилиндрический зонд) со значениями, рассчитанными по теории тонкого слоя (5). Разброс полученных данных объясняется погрешностями  $\pm 750$  К при (спектроскопическом) измерении температуры. Причины имеющих отклонений назовем следующие: ошибка в выборе значения используемого эффективного сечения и невнимание (5) к большим градиентам температуры и скорости, возникающим вдоль цилиндрического зонда.

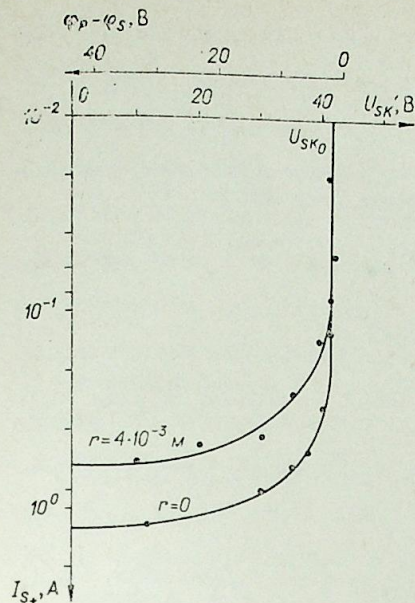


Рис. 13. Измерения токовым зондом ионного тока  $I_s$  как функции потенциала зонда и его местонахождения, Аг.

$U_{sh}$  — напряжение: катод — зонд;  $U_{sh0}$  — напряжение между катодом и зондом при  $I_s = 0$ ,  $\phi_p$  — потенциал плазмы,  $\phi_s$  — потенциал зонда,  $r$  — расстояние вдоль радиуса от оси дуги. Параметры:  $I_B = 1000$  А,  $I_B = 0,2$  м,  $\dot{M}_D = 1,38$  г/с,  $z = 50$  мм

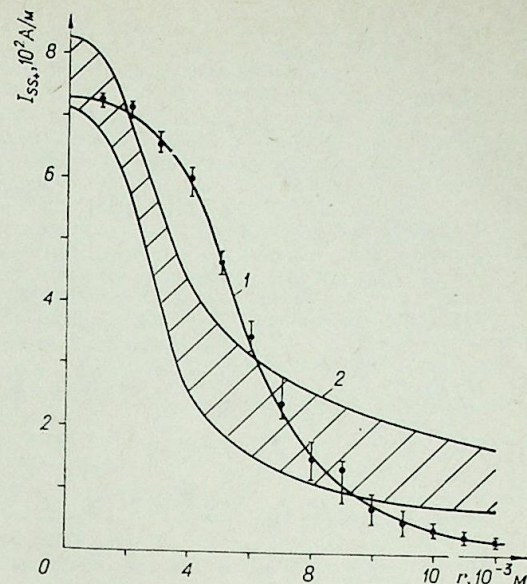


Рис. 14. Ионный ток насыщения на единицу длины ( $I'_{ss}$ ) как функция расстояния  $r$  от оси дуги. Сравнение экспериментальных измерений (кривая 1) и теории (кривая 2), Аг.

Параметры:  $I_B = 1000$  А,  $I_B = 0,2$  м,  $\dot{M}_D = 1,38$  г/с,  $z = 50$  мм.

Таким образом, наблюдаемое на рис. 14 удовлетворительное соответствие теории и эксперимента, дает возможность определять поля температуры или скоростей с помощью токового зонда при известном составе дуговой плазмы, если одно из этих полей известно. Если отсюда сделать предположение о зависимости между температурным полем и полем скоростей, то можно будет итерационно определить оба.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Gick A. E. F. u. a. The use of electrostatic probes to measure the temperature of high pressure arcs XI. Int. Conf. on Phenomena in Ionized Gasses. Prague, 1973, s. 433.
- Jensen D. E., Traves B. E. L. Flame plasma diagnostic techniques IUPAC Int. Sympos. on Plasma Chemistry, Kiel, 6—10, 9, 1973.—IEEE Transact. on Plasma Science 1974, 2, 34.
- Асвадуров К. Д., Васильева И. А. Определение потенциала в плазме.—ЖТФ, 1972, 42, 207.
- Колонина Л. И. Исследование параметров дуги, стабилизированной аксиальным газовым потоком и распределением электрического поля вдоль дуги.—Электротермия, 1970, 92, 33.
- Bergmann V., Petzold G., Rother W. Electric probe measurement in a high current argon arc at atmospheric pressure. 3. Int. Conf. on "Gas Discharges" London, 1974.
- Bergmann V. Feldstärkemessung an einem Argon-Hochstrombogen. XIX. IWK der TH Ilmenau, 1974.
- Clements R. M., Smy P. R. Langmuir probe measurement of electron temperature in high pressure plasmas. J. Appl. Phys., 1973, 44, 3550.
- Schwenn R. Sondenmessungen der radialen Verteilung von Potential, elektrischer Feldstärke und Stromdichte im Wasserstofflichtbogen mit starkem überlagerten Magnetfeld. Inst. f. Plasmaphysik, Garching (München) 1969.

9. Rother W. Über die Möglichkeit von Sondenmessungen an einem Stickstoff-Plasmastrahl bei Atmosphärendruck. Dis. Universität Jena, 1964.
10. Grey J. Thermodynamic Methods of High-Temperature Measurements.—ISA Transactions, 1965, 4, 102.
11. Hauk W. Geschwindigkeitsmessung an einem Ar/N<sub>2</sub> — Plasmastrahl Arbeitstagung "Physik und Technik des Plasmas", Suhl, 1972.
12. Hauk W. Strömungsmessungen im Ofenraum von Plasmaschmelzöfen außerhalb der Lichtbögen Forschungsbericht, TH Ilmenau Sektion Elektrotechnik, 1973.
13. Rother W. Die Anwendung sphärischer Teilchen zur Plasmadiagnostik. Wiss. Z. TH Ilmenau, 1973, 19, 219.
14. Kumura I., Kanzawa A. Experiments on heat transfer to wires in a partially ionized Argon plasma.—AIAA J., 1965, 3, 476.
15. Meyer T. N., Pfender E. Experimental and Analytical Aspects of Plasma Heat Transfer.—Wärme- und Stoffübertragung, 1973, 6, 25.
16. Bergmann V. Untersuchungen zur Anwendbarkeit elektrischer Sondenmessungen im Hochstromlichtbogen. Dis. 1978.
17. Bergmann V., Ruppe R. Bestimmung der Feldstärkeverteilung in einem axial bestromten Gleichstromlichtbogen. 3. Int. Symposium "Switching Arc Phenomena", Lodz, 1977.
18. Lam S. H. A General Theory for the Flow of Weakly Ionized Gases.—AIAA J., 1967, 5, 84.
19. Clements R. M. Electrostatic—Probe Studies in a Flame Plasma. J. Applied Physics, 1969, 40, 4553.
20. Clements R. M., Smy P. R. Ion Current from a Collision—Dominated Flowing Plasma to a cylindrical Electrode Surrounded by a Thin Sheath.—Ibid., 1970, 41, 3745.
21. Smy P. R. The alternating—current LANGMUIR probe in a high pressure flowing plasma.—J. Phys. D: Appl. Phy. 1974, 7, 856.
22. Chung P. M., Talbot L., Touryan K. J. Electric Probes in Stationary and Flowing Plasmas. Theory and Application. Springer—Verlag Berlin—Heidelberg—N. Y., 1975.
23. Rother W., Bergmann V. Ion saturation current measurements with cylindrical probes in an argon high—current arc at atmospheric pressure. 4. Int. Conf. on "Gas Discharges", Swansea, 1976.
24. Kulessa R., Petzold G. Temperaturfeld und Energietransport des langen freibrennenden Hochstrom—Plasmabogens in Argon unter Normaldruck. Dis. 1977.
25. Дресвин С. В. Физика и техника низкотемпературной плазмы. М., Атомиздат, 1972.
26. Бобровская Р. С. и др. Газодинамические характеристики электрической сильноточной дуги, стабилизированной аксиальным газовым потоком. Тр. IV Всесоюз. конф. по физике и генераторам низкотемпературной плазмы. Алма-Ата, 1970, с. 329.
27. Бобровская Р. С. и др. Исследование характеристик электрической дуги в безграничном газовом потоке.— Там же, с. 332.

УДК 533.9.08

В. М. ГОЛЬДФАРБ

## НЕКОТОРЫЕ НОВЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ДИАГНОСТИКИ ОДНОФАЗНЫХ И ДВУХФАЗНЫХ ПЛАЗМЕННЫХ СТРУЙ

Развитие методов диагностики плазменных струй идет по двум направлениям. С одной стороны, расширяется многообразие изучаемых источников — струй с частицами конденсированной фазы и струй смесей газов, неравновесных и неизобарических струй; с другой, совершенствуются старые приемы исследования, разрабатываются новые способы, увеличивающие точность и локальность измерений, создающие возможность одновременного определения нескольких параметров, облегчающие обработку и интерпретацию данных.

Ниже дан обзор тенденций развития методов диагностики плазменных струй за последние годы. Не все методы, перечисленные в табл. 1, проверялись непосредственно на струях. Однако опыт исследования

Таблица 1

### Методы диагностики плазменных струй

Метод	Разновидности метода
<i>Бесконтактные измерения</i>	
Спектроскопические измерения	Интенсивности линий и континуума в эмиссионных спектрах Интенсивности молекулярных полос Контуры «оптически тонких» линий Коэффициенты поглощения и контуры линий для оптически толстой плазмы
Измерения рефракции	Теневые и шпирен-методы Интерферометрия и голографическая интерферометрия
Измерения рассеяния	Резонансная интерферометрия Рэлеевское рассеяние Томсоновское рассеяние Комбинационное и вынужденное комбинационное рассеяние
Измерения скорости плазмы	Флуоресценция Метки излучения ЛДИС с трассирующими частицами
<i>Контактные измерения</i>	
Электростатические зонды	
Калориметрические зонды	Стационарные и нестационарные калориметры Энтальпийный зонд Трассирующие частицы
<i>Измерение свойств конденсированной фазы</i>	
Пирометрия	Излучение отдельных частиц Излучение потока частиц
Получение изображений частиц или треков	Скоростная фотография Голографическая фотография
Диффракция	
Измерения ослабления света	Измерение поглощения Измерение потерь на рассеяние Индикатрисса рассеяния
Лазерные доплеровские измерители	ЛДИ скоростей единичных частиц и потока частиц ЛДИ размеров и концентраций частиц

других источников со сходными параметрами — электрических разрядов, высокотемпературных потоков продуктов горения, показывает возможность применения этих методов и в струйных условиях.

### А. БЕСКОНТАКТНЫЕ МЕТОДЫ

Рассматривая спектроскопические методы, выделим вопросы техники измерений и интерпретации данных. Применение узкополосных светофильтров существенно упростило измерение интенсивностей. При полосе пропускания порядка нескольких Å можно получать поля излучения неоднородных источников в свете отдельных спектральных линий [1] или колебательных полос [2]. Дальнейшее развитие получили методы расчета локальных значений излучательных способностей путем автоматизации абелевского преобразования. Учитываются смещения источника, его асимметрия, рефракция излучения [3—9]. Решение задачи о переносе излучения в неоднородных и неравновесных источни-

ках со значительной оптической толщиной (см., например, [10, 11]) позволяет проводить диагностику по линиям со сложными контурами [11—17]. В методах обращения и относительных интенсивностей разработаны приемы учета влияния пограничного слоя и турбулентности [18—20]; учитывается влияние пульсаций излучения [21—25]. При диагностике струй молекулярных газов используются уточненные данные о распределении интенсивностей в полосах, в том числе при отклонениях от равновесия [26—28]. Продолжается разработка методов определения температуры по полосам с неразрешенной вращательной структурой [29, 30], включая применение фотоэлектрических пирометров синтерференционными фильтрами и прямым отсчетом температуры [2].

Для извлечения богатой информации, заключенной в контурах линий, используются сканирующие интерферометры Фабри—Перо. В работе [31] эта методика позволила определить с хорошим разрешением основные параметры сверхзвуковой аргоновой струи. Сходные исследования более разреженного потока проведены в [32]. Применение техники измерения смещений колец, разработанной в [33] или [34], в сочетании с автоматическим учетом пульсаций интенсивности дает возможность определять очень малые смещения широких линий ( $10^{-2}$ — $10^{-3}$  Å при ширине линии порядка 1 Å) [35]. Для плазменных струй, излучающих небольшое число ярких линий (водород, гелий), применима простая фотографическая методика, использующая для определения ширины и смещения колец последовательную систему из интерферометра Фабри—Перо и интерференционного светофильтра [36]. Отметим наконец, что плазменная струя, параметры которой измерены независимым способом, является удобным источником для изучения контуров спектральных линий [37, 38].

Интерпретация спектроскопических данных наиболее сложна в неравновесных условиях. Хотя неравновесные эффекты, сильно выраженные в разреженных сверхзвуковых струях, ослабевают при повышении давления и уменьшении скорости, сверхравновесная концентрация электронов, перезаселенность верхних возбужденных состояний и отрыв электронной температуры часто сохраняются вплоть до атмосферного давления. Наибольшую роль играют ионизационная, а в струях молекулярных газов—диссоциативная неравновесность, которые, в свою очередь, приводят к отклонениям от больцмановского равновесия для электронных и колебательных состояний. Если температура электронов и тяжелых частиц различна, то на заселенностях атомных и молекулярных уровней сказываются неупругие столкновения тяжелых частиц [39, 40].

Неравновесные эффекты в струях дуговых и высокочастотных плазмотронов описаны в работах [41—50]. Примеры неравновесности приведены на рис. 1. В некоторых случаях характер неравновесности изменяется по длине струи: происходит переход от ионизационного к рекомбинационному режиму (см. рис. 2). Концентрация и температура электронов, параметры газа тяжелых частиц в неравновесных условиях должны определяться независимо. При этом наиболее эффективно сочетание спектроскопических, лазерных и контактных методов. Из спектроскопических методов для неравновесных условий заслуживают наибольшего внимания следующие:

1. Измерение частотной зависимости интенсивности рекомбинационного континуума в ультрафиолете для определения электронной температуры [52, 53]. Новые данные о континууме инертных газов содержатся в работах [54—56].

2. Измерение интенсивности тормозного (на нейтралах) континуума (для инертных газов, низких  $N_e$ ) [57].

3. Измерение заселенностей верхних, близких к границе серии, уровней (с учетом «растворения» линий в континууме [58, 59]).

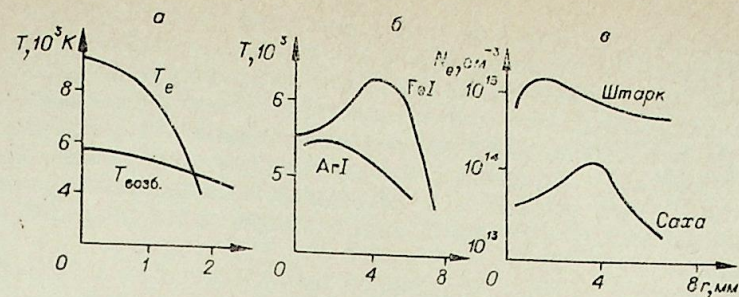


Рис. 1. Типичные отклонения от равновесия в плазменных струях. а) Неравновесное распределение температуры в дуговой азотной струе [44]; б) неравновесность заселения уровней (разная температура заселения) в ВЧ-струе аргона с металлическими добавками; в) результаты определения концентрации электронов в той же струе по штарковскому уширению [1] и по формуле Саха [2].

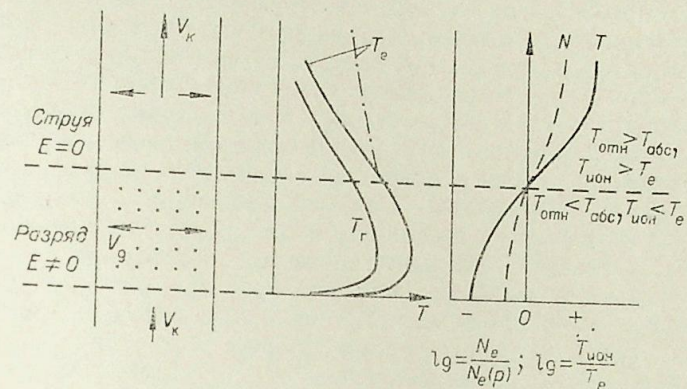


Рис. 2. Характер изменения неравновесности по оси плазменной струи.

Обозначения:  $E$  — напряженность поля;  $v_k, v_d$  — скорости конвекции и диффузии;  $N_e$  — концентрации электронов;  $N_e(p)$  — равновесная концентрация электронов;  $T, T_e, T_{ион}$  — температуры газа, электронов, ионизации;  $T_{отн}, T_{абс}$  — температуры, измеренные по относительным и абсолютным интенсивностям спектральных линий; — · — · — характер изменения при значительном понижении давления.

4. Измерение заселенностей уровней с коррекцией больцмановского распределения по столкновительно-излучательной модели [60, 61]. Результаты новых расчетов заселенностей приведены в [62—68].

5. Измерение штарковского и доплеровского уширения линий.

6. Диагностика по молекулярным полосам с учетом различия электронной, колебательной и вращательной (газовой) температур.

7. Измерения абсолютной интенсивности континуума известной природы (при отсутствии помех со стороны молекулярного спектра).

Отметим, что во многих случаях знание «условных» температур, непосредственно определяемых по интенсивностям излучения и характеризующих возбуждение различных степеней свободы, более существенно чем знание электронной температуры, трудно измеримой и неоднозначно определяющей состояние неравновесной системы.

Измерения рефракции дают возможность найти полную или парциальную концентрацию частиц. Эти методы особенно ценны в применении к слабо излучающим или неравновесным участкам струи. В развитии измерительных методик можно выделить такие направления:

1. Применение лазерных источников света.

2. Применение интерферометров ИК-диапазона с  $\text{CO}_2$  и еще более длинноволновыми лазерами ( $\text{H}_2\text{O}$   $\lambda=118$  мкм,  $\text{HCN}$   $\lambda=337$  мкм,  $\text{CH}_3\text{F}$   $\lambda=496$  мкм) [69—74]. Применение этих источников заполняет интервал между областями, перекрываемыми диапазоном, и позволяет с ферометрами и интерферометрами видимого диапазона, и позволяет с большой точностью определять концентрацию электронов порядка  $10^{13}$ — $10^{15}$  см $^{-3}$ . Чувствительность ИК-интерференционных (а также рефракционных) измерений возрастает по мере приближения к граничной частоте.

3. Измерения рефракции лазерного пучка, которые в ИК-области обеспечивают большую точность, чем интерферометрия [75—78]; возможна комбинация этого метода с интерферометрией.

4. Применение голографических интерферометров [79—82], чтобы снизить требования к оптической системе и получить возможность исследовать нестационарные процессы.

Применение резонансной интерферометрии, т. е. измерение рефракции вблизи спектральных линий [83—85]. Измерения вблизи линий и в различных участках континуума позволяют разделить вклады различных компонентов плазмы — электронов, основного плазмообразующего газа, примесей — в рефракцию, определять концентрацию атомов в основном и возбужденном состоянии и тем самым температуру.

Измерения рассеяния света плазмой, особенно излучающей, стали возможными только после появления лазеров большой мощности (аргоновые и  $\text{CO}_2$ -лазеры) или большой энергии импульса (твердотельные лазеры с модулированной добротностью или импульсные  $\text{CO}_2$ -лазеры). Основные достоинства методов лазерного рассеяния — высокая локальность, применимость для исследования нестационарных, поглощающих и неравновесных источников, относительная простота интерпретации данных. В то же время техника измерения рассеяния довольно сложна: из-за малости сечений ( $10^{-21}$  см $^2$  для рэлеевского,  $10^{-25}$  см $^2$  для томсоновского,  $10^{-28}$  см $^2$  для комбинационного рассеяния) полезный сигнал трудно выделить на фоне собственного излучения струи (видимая область) или шумов приемника излучения (ИК-область). Для увеличения отношения сигнал — фон чаще всего применяются импульсные лазеры. В интервале концентраций  $10^{13} < 10^{15}$  см $^{-3}$ ,  $10^{17} < N_0 < 10^{19}$  см $^{-3}$ , характерном для плазменных струй, достаточна энергия импульса 10—100 Дж в видимой и 1—10 Дж в ИК-области. Весьма перспективно применение лазеров с высокой частотой повторения импульсов. Интенсивность рассеянного света лазеров непрерывного действия на порядки ниже фона, поэтому выделение полезного сигнала требует применения синхронного детектирования и большого ( $> 1$  с) времени накопления. Для получения достоверных и точных значений концентраций и температур мощность должна достигать 10 Вт в видимой области (аргоновый лазер) и нескольких сот Вт в ИК-области ( $\text{CO}_2$ -лазер). Дополнительное улучшение отношения сигнал — фон возможно за счет применения техники оптического гетеродинамирования [86, 87] и ячеек с многократным рассеянием света [88, 89].

Рэлеевское рассеяние может быть использовано для определения плотности слабо ионизованного газа. Приблизленно соотношение интенсивностей рэлеевского и томсоновского рассеяния определяется как

$$I_p = CN_0/N_e I_T,$$

где  $C=10^{-3}$ ,  $10^{-5}$  и  $10^{-9}$  для частот, соответствующих излучению аргонового, рубинового и  $\text{CO}_2$ -лазеров соответственно. Как показано в работе [90], при атмосферном и более низких давлениях влияние коллективных эффектов (бриллюэновское рассеяние) не существенно. Измерения на быстрых струях облегчаются доплеровским смещением

полезного сигнала относительно паразитного рассеяния на оптике и других элементах установки. Примерами применения методики могут служить работы [90—92]. Во многих реальных ситуациях существенные помехи измерениям рэлеевского и томсоновского рассеяния создает рассеяние на частицах конденсированной фазы, имеющих размеры порядка единиц и десятков мкм. Если концентрация пыли превышает  $10^{-2}$  см $^{-3}$ , то диагностика газовой фазы сильно затруднена. Подробные оценки влияния частиц сделаны в работе [93].

Измерения томсоновского рассеяния на электронах являются наиболее часто применяемой (особенно для термоядерных установок) методикой (см. обзоры [94—96]). Плазменные струи изучались этим методом с помощью импульсных рубиновых и  $\text{CO}_2$ -лазеров [92, 96—100], а также непрерывных лазеров — аргоновых и  $\text{CO}_2$  [101—103]. В работах [96, 103, 104] оценены минимальные мощности, достаточные для «непрерывной» диагностики. Спектр рассеянного света определяется коллективными эффектами, роль которых характеризуется параметром  $\alpha = \frac{\lambda}{\lambda_0 4\pi \sin \theta/2}$ , представляющим собой отношение масштаба рассеяния к дебаевской длине. При  $\alpha < 1$  линия рассеяния имеет форму, близкую к гауссовой. Ее ширина велика (20—40 Å при  $T_e=0,5$ —2 эВ), что упрощает определение электронных параметров, так как линию можно сканировать узким светофильтром и легко отделять от центрального пика. При высоких  $N_e$ , больших длин волн и малоугловом рассеянии ( $\theta \leq 10^\circ$ ,  $\alpha \gg 1$ ) электронный максимум деформируется, образуются боковые максимумы-сателлиты. Появляется центральная ионная компонента, которая описывается параметром  $\beta = \left( \frac{T_e}{T_i} \cdot \frac{\alpha^2}{1 + \alpha^2} \right)^{0,5}$

и может служить для определения ионной температуры. При очень больших  $\alpha$  ионная компонента сужается за счет столкновений [101]. Диагностика по ионной компоненте возможна с помощью ИК-лазеров с применением оптического гетеродинамирования [86, 87, 96, 100, 105] — измерения интенсивности биений между светом, рассеянным на плазме и вспомогательным сигналом, которым может служить паразитное рассеяние или излучение второго лазера. Локальность измерений здесь ухудшается, так как рассеяние приходится наблюдать под малыми углами. Диагностика плазменных струй по ионной компоненте имеет смысл в неравновесных условиях, т. е. при низких  $N_e$ , когда обеспечить большие значения параметра  $\alpha$  трудно. Отметим, что при значительных отклонениях от равновесности в спектрах рассеяния появляются дополнительные максимумы, связанные с надтепловыми флуктуациями дрейфовым движением электронов или магнитными полями [106—108]. Если интенсивность падающего лазерного излучения превышает  $10^{10}$  Вт/см $^2$ , то наблюдается возмущение плазмы — происходит дополнительная ионизация, нарушается бальмановское распределение [100].

Комбинационное рассеяние создает богатые возможности для определения плотности, состава, температуры газа и плазмы. Этот метод уже довольно широко применяется для изучения холодных потоков, потоков продуктов сгорания и пламени [109—114]. Чаще всего используются колебательные спектры (и их вращательная структура), которые в видимой области смещены относительно рэлеевской линии на сотни Å и мало перекрываются ее крыльями. Если применить методику выделения слабых линий с помощью спектральной фильтрации [115], то можно проводить измерения и по чисто вращательному комбинационному спектру. Слабость сигнала рассеяния требует применения мощного аргонового или импульсных лазеров, однако и в этих случаях приходится регистрировать сигналы порядка  $10^3$  фотонов/с

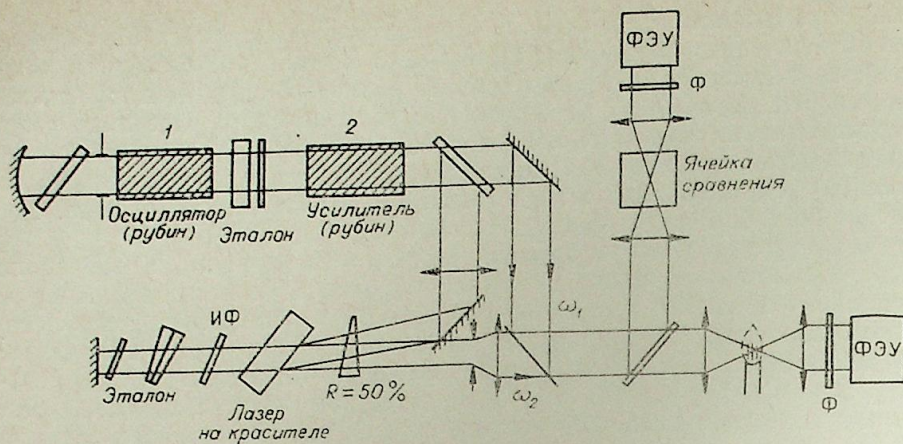


Рис. 3. Схема установки для определения температуры и состава продуктов сгорания методом вынужденного комбинационного рассеяния по [118].

(при парциальном давлении определяемой примеси порядка 0,1 атм). Для определения состава, что для плазменных струй, пожалуй, наиболее интересно, требуется знание сечений рассеяния или калибровка по однокомпонентному холодному газу. Для измерения колебательной или вращательной температуры достаточны относительные измерения. Метод комбинационного рассеяния создает возможность изучения приосевых областей плазменных струй молекулярных газов, излучение которых часто экранируется холодными периферическими слоями. Практически полная безынерционность метода исключает влияние движения плазмы и столкновительных процессов.

При вынужденном комбинационном рассеянии (CARS) происходит увеличение интенсивности сигнала на несколько порядков. Когерентная антистоксова рассеянная волна, имеющая частоту  $\omega = 2\omega_1 - \omega_2$ , возникает при одновременном и коллинеарном освещении газа лазерным импульсом на частоте  $\omega_1$  и импульсом перестраиваемого лазера на частоте  $\omega_2$ . Сигнал рассеяния пропорционален квадрату концентрации молекул в данном колебательном состоянии (частота колебательного перехода, на которую настраивается второй лазер  $\omega_R = \omega_1 - \omega_2$ ); он легче детектируется благодаря узкой направленности и когерентности. Метод был применен в [116—118] для определения концентраций компонентов в продуктах сгорания, а также для измерения температуры [116]. Сложность технической реализации определяется высокими требованиями к стабильности, расходимости и спектральной чистоте лазерных источников [117]. Сопоставление методик обычного и вынужденного комбинационного рассеяния для анализа холодного газа проведено в [118]. Пример схемы измерительной установки приведен на рис. 3.

Флуоресценция, являясь резонансным механизмом, имеет большие сечения по сравнению с процессами некогерентного рассеяния. Метод измерения концентрации компонента состоит в «накачке» атомного или молекулярного уровня с помощью настраиваемого по частоте лазера и последующем измерении интенсивности флуоресценции на той же или большей (при переходе на промежуточные уровни) длине волны. Если нижний уровень является возбужденным, то измерив его заселенность можно в равновесных условиях определить температуру. Так как импульсные коротковолновые лазеры пока не существуют, то метод применим к примесям с низкими потенциалами возбуждения (щелочные металлы, такие молекулы как CN, C<sub>2</sub>) или к возбужденным ча-

стицам. Как и в методах рассеяния помехой служит излучение струи — непрерывное или линейчатое (спонтанное) на том же переходе; влияние последнего может быть ослаблено использованием доплеровского сдвига. На флуоресценцию влияют тушащие столкновения, однако это влияние слабее, чем при возбуждении электронным пучком, когда необходимо учитывать вторичную ионизацию\*. Для исключения эффекта тушения, сечения которого плохо известны, применяется возбуждение очень короткими ( $\tau < 1$  нс) импульсами с последующей регистрацией послесвечения на протяжении  $t > 10\tau$  [120]. Применение флуоресценции для изучения пламен и потоков газа описано в [120, 121], для изучения плазмы — в [122]. Для плазмохимических исследований представляет интерес методика измерения концентрации закиси азота по флуоресценции, вызванной излучением непрерывного аргонового лазера [123].

Последний метод диагностики с использованием лазеров, который мы здесь только упомянем, связан с измерением поглощения в видимой или ИК-области [124—129].

Скорость течения плазмы может бесконтактно измеряться не только по доплеровскому смещению, но и проще, хотя обычно и менее точно, по перемещению «меток» излучения, существующих благодаря регулярным изменениям или флуктуациям электрических параметров источника (см. например, [130]). «Метки» могут быть созданы также искусственно, наложением на струю вспомогательного разряда или внесением излучающих добавок [131]. Методы, основанные на доплеровском сдвиге излучения, рассеянного на трассирующих частицах, описаны ниже.

## Б. КОНТАКТНЫЕ МЕТОДЫ

Применение контактных датчиков (зондов) основано на малом и учитываемом возмущении, вносимом ими в плазму. Контактные методы технически сравнительно просты, локальны и применимы в условиях, например, технологических, когда ввод и вывод излучения затруднен или плазма недостаточно прозрачна, сложна по составу, что затрудняет анализ спектра излучения.

Применение электростатических зондов до последнего времени ограничивалось разреженной плазмой, поскольку необходимость учета столкновений, рекомбинаций и нагрева зонда приводит к усложнению зондовой теории. В обзорах [132—134] приведены результаты расчетов (в основном численных) зондовых характеристик для неподвижной плотной плазмы в различных приближениях. Позднее было показано [135, 136], что конвективное движение плазмы со скоростями, превышающими 1 м/с, не только не усложняет, но напротив, упрощает теорию, так как направленное движение частиц в электрическом слое позволяет не учитывать (или учитывать приближенно) диффузию и рекомбинацию. Таким образом, для неподвижной плазмы часто целесообразно применять перемещающийся зонд; очевидно, что применение таких зондовых методов для струй напрашивается само собой.

Режим работы зонда в потоке плазмы определяется значениями безразмерных величин [136]:

$Re = \frac{2vr}{\mu kT/e}$  — электрическое число Рейнольдса;  $\alpha = \lambda_D/r$  — отношение дебаевской длины к радиусу зонда;  $\chi = \frac{eU}{kT}$  — безразмерное на-

\* Недавно для диагностики струи при довольно высоком (до 50 Тор) давлении была успешно применена методика электронного пучка [119].

пряжение;  $D = \frac{r\gamma N_e}{\mu kT/e}$  — число Дамкелера, которые характеризуют соотношение между конвекцией, диффузией, подвижностью и рекомбинацией. Экспериментатор может изменять режим работы зонда, варьируя  $U$  и  $r$ . Для не слишком разреженных ( $10^{19} < N_e < 10^{22} \text{ м}^{-3}$ ) до- и околозвуковых струй ( $5 < v < 1000 \text{ м/с}$ ), принимая для подвижности и коэффициента рекомбинации значения  $\mu = 10^{-3}$ ,  $\gamma = 10^{-15} - 10^{-16}$  (в единицах СИ), получаем  $10 < Re < 10^4$ ,  $10 < \chi < 10^2$ ,  $10^{-4} < \alpha < 10^{-2}$ , что дает рабочую область  $10^2 < \chi^2 < 10^4$ ,  $10^{-3} < Re\alpha^2\chi^2 < 10$ , которая соответствует конвекционно-диффузионному или рекомбинационному режимам работы зонда. В первом случае концентрация электронов находится по ионному току насыщения; для сферического зонда

$$I_i \approx 4\pi e^{1/2} \mu^{1/2} r^{3/2} v^{1/2} (kT)^{1/2} N_e.$$

Во втором случае, когда  $D > 1$  (что имеет место при низких температурах и высоких концентрациях электронов или в молекулярной плазме, где идет диссоциативная рекомбинация) расчеты ионного тока усложняются; здесь можно пользоваться результатами работ [137, 138], однако надежнее идти по пути уменьшения роли рекомбинации за счет уменьшения размеров и повышения потенциала зонда. Электронную температуру можно определить по наклону вольтамперной характеристики, если выполняется одно из условий

$$v/pr > 5 \cdot 10^5 T^{-0.5} \quad \text{или} \quad v/pr > 10^{-16} N_e T;$$

за пределами этих условий необходимо учитывать охлаждение исследуемой области плазмы.

Измерения параметров плазменной струи зондовым методом проведены в работах [139—143]. Измерения и расчеты, относящиеся к близким, в частности дуговым, условиям описаны в [144—150]. Заметим, что применение стационарной теории Ленгмюра для плазмы высокого давления может привести к ошибочным результатам (см. дискуссию в [151]).

Калориметрические зонды различного типа [152] позволяют определить температуру газа и связанные с ней величины. Методика энтальпийного зонда развивается в направлении миниатюризации датчика, сочетания зонда с масс-спектрометром для определения состава плазмы, применения зонда в многокомпонентной плазме, учета источников систематических ошибок [153—158]. Техника измерений с помощью водоохлаждаемых калориметров проста, однако интерпретация данных (переход от тепловых потоков к энтальпии и температуре) не тривиален. В зависимости от параметров плазмы, скорости ее течения и размеров зонда пограничный слой может быть в большей или меньшей степени неравновесным в отношении температур и концентраций компонентов, что затрудняет расчеты отдельных составляющих теплового потока [159—165]. Экспериментальные исследования плазменных струй и дуги проведены в [166—170] водоохлаждаемым калориметром, в [48, 171—176] — пирометрическим зондом\*, термпарой и термометром сопротивления. Сюда примыкают исследования [178—186] нагрева частиц конденсированной фазы в плазме, при котором возникают расчетные проблемы того же характера.

Для контактных измерений скорости плазмы применяются традиционные методы охлаждаемой трубки Пито [187, 188], «временпролетный» метод, состоящий в измерении времени распростра-

\* В [48] и, ранее, в [177] предложена методика «пирометрического» зонда, не требующая знания коэффициента теплообмена и основанная на сравнении температур нагреваемого током зонда в плазме и вне ее.

нения естественной или наложенной пульсации между двумя электрическими зондами [189, 190] и трассирование с помощью малых сферических частиц [191, 192]. При высоких давлениях, когда режим обтекания сферы является достаточно определенным, последний метод дает хорошие результаты.

## В. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СВОЙСТВ КОНДЕНСИРОВАННОЙ ФАЗЫ

Остановимся на методах исследования частиц непосредственно в потоке газа. Возможности оптической диагностики зависят от прозрачности двухфазной струи; в струе с объемной концентрацией частиц  $20 \text{ г/м}^3$  длина поглощения составляет 1 м при среднем размере частиц 10 мкм и 10 см при размере 1 мкм, поэтому при существенно более высоких концентрациях оптические измерения затруднены.

Измерение размеров, концентрации и температуры. Оптические методы можно разделить на две группы: а) методы, основанные на получении изображения частиц с помощью голографии и импульсной и лазерной фотографии; б) методы поглощения и рассеяния. Первая группа методов пока не позволяет исследовать малые (диаметром менее 3—5 мкм) или очень быстро движущиеся частицы. В плотных потоках большие помехи создают частицы, движущиеся вне фокальной плоскости отображающего оптического устройства. Фотографирование треков более крупных и сравнительно медленных (скорости порядка десятков и сотен м/с) частиц позволяют определять их скорости в области струй, где излучение газовой фазы не слишком интенсивно и плотность треков невелика [193]. Визуализация треков возможна не только по собственному излучению, но и по рассеянному свету, т. е. теньевым методом. Интересный способ определения скорости по трекам предложен в работе [194]: лазерный пучок превращается в тонкий «световой лист» с помощью цилиндрической линзы, частицы, движущиеся в сечениях потока, не совпадающих со «световым листом», треков не создают. Применение для подсветки импульсного лазера со стабилизированной длиной импульса позволяет получить треки частиц в горячей, сильно светящейся зоне струи.

Таблица 2

Характерные случаи рассеяния электромагнитной волны

Размеры частиц, теория	Параметр рассеяния $x = \frac{nd}{\lambda}$	Диаметр частицы для $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$
Малые, теория Рэлея	$x \leq 0,3$	$d \leq 0,05 \text{ мкм}$
Средние, теория Смю	$0,3 \leq x \leq (3/n-1)$	$0,05 \leq d \leq 2 \text{ мкм}$
Крупные, дифракционное и геометрическое приближение	$x \geq (3/n-1)$	$d \geq 2 \text{ мкм}$

По яркости треков, измеренной в абсолютных единицах с учетом движения частицы, можно определить температуру поверхности частицы (эталонный источник при этих измерениях также должен фотографироваться с помощью устройства, дающего прерывистое освещение фотоэмульсии) [193]. В плотных потоках температура частиц может быть найдена по общему непрерывному излучению [195, 196].

Обратимся ко второй группе методов. В табл. 2 дана классификация характерных случаев взаимодействия электромагнитной волны с частицей. При измерениях коэффициента ослабления, который определяется совместным действием поглощения и рассеяния, находится величина

$$I/I_0 = \exp\left(-\frac{3}{2} \frac{kc_v L}{D_{32}}\right),$$

где  $\bar{k} = \frac{\int k(D, \lambda) N(D) D^2 dD}{\int N(D) D^2 dD}$  усреднено по всем частицам полидисперсии. Если частицы велики ( $x \gg 1$ ), то измерение определяет суммарную площадь проекции частиц. При известной массовой концентрации частиц  $c_m$  отсюда находится их средний диаметр  $D_{32}$ , может решаться также обратная задача. Большинство методик, основанных на измерениях ослабления, требует знания показателя преломления частиц или же применимо только к монодисперсным системам [197, 198]. При исследовании самосветящихся струй применение лазеров неизбежно, так как необходима пространственная фильтрация для выделения зондирующего сигнала (собирающая оптика имеет малую апертуру). Монохроматичность излучения создает некоторые трудности в связи с немонотонной зависимостью сечения рассеяния от длины волны; когда применяется белый свет, эта зависимость автоматически сглаживается.

Методы рассеяния более сложны, однако дают большую информацию. Правда, и в этом случае диагностика монодисперсных систем проще и однозначнее. Наиболее прост случай крупных частиц. Здесь размеры можно определить по угловому распределению интенсивности в центральной дифракционной моде (круге Эри). В работе [199] предложена методика обращения измеренного распределения интенсивности, позволяющая получить функцию распределения частиц по размерам (для сферических частиц). В достаточно прозрачных потоках возможно исследование рассеяния на индивидуальных частицах; но одно из затруднений интерпретации состоит в неопределенности траектории частицы в пределах рассеивающего объема. Для выделения нужных траекторий этот объем может фиксироваться областью пересечения двух лазерных пучков. При пересечении частицей образующейся интерференционной картины (своеобразного раstra) возникают периодические изменения интенсивности рассеянного света. Число импульсов выделяет траекторию частицы (это число максимально при движении частицы по диаметру области рассеяния), частота следования импульса используется для определения скорости (см. ниже метод ЛДИС), а контрастность картины зависит от соотношения размера частицы и расстояния между полосами (см. схему рис. 4). Измерение размеров этим методом описано в [200, 201]. Концентрация частиц может быть найдена по частоте появления частиц в рассеивающем объеме при известной скорости их движения.

Измерение скорости частиц по доплеровскому смещению рассеянного лазерного излучения является, по-видимому, наиболее точным и перспективным методом и в условиях плазменных струй. Соответствующие приборы (ЛДИС) уже довольно широко применяются при

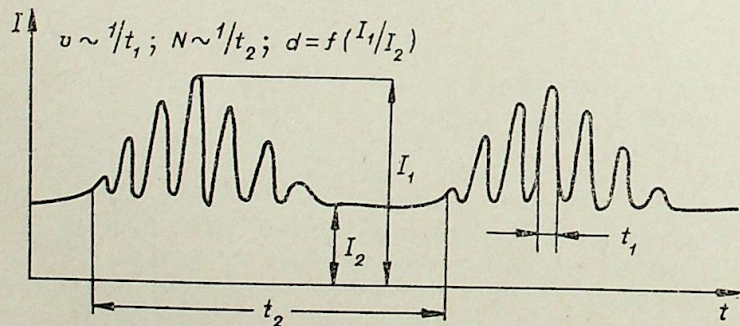


Рис. 4. Определение скорости, концентрации и размеров частиц лазерным доплеровским измерителем.

исследованиях потоков продуктов сгорания, холодных до- и сверхзвуковых газовых струй, дугового разряда (см., например, [202—208]). Для однофазных струй плазмы, куда частицы вводятся лишь для трассирования, следует предпочесть методики, основанные на присутствии единичных частиц в рассеивающем объеме. Обработка сигнала, который представляет собой случайную последовательность импульсов с высокочастотным (доплеровским) заполнением (см. рис. 4), проводится обычно с помощью счетчиков импульсов [209—211]. При умеренных скоростях (порядка  $10^2$  м/с) применяется дифференциальная оптическая схема с широкоугольной собирающей оптикой [205, 212]. При больших скоростях, когда частота биений превышает 100 МГц даже при малых углах между интерферирующими пучками, частотный сдвиг измеряется оптически с помощью интерферометра Фабри — Перо, выполняющего функции фильтра [213—216].

В двухфазных плазменных струях, служащих, например, для напыления или сферодизации, скорости частиц невелики, плотность их потока значительна. При этом в рассеивающем объеме одновременно находится несколько частиц и получается непрерывный, изменяющийся по амплитуде сигнал, высокочастотное заполнение которого может иметь широкий спектральный состав. Здесь в качестве выходного прибора целесообразно использовать одноканальный сканирующий или многоканальный спектроанализатор [217]. Исследование двухфазных струй с умеренной концентрацией частиц, взаимодействием между которыми можно пренебречь, можно проводить по «образцовым» частицам соответствующих размеров. В этом случае измерения методом ЛДИС также можно проводить в варианте «единичных частиц».

Довольно сложна задача определения по скорости частиц средней скорости газовой фазы или ее пульсаций. При ускорениях, типичных для сверхзвуковых потоков в соплах, проскальзывание несущественно для частиц с диаметром, не превышающим 1—3 мкм: столь же малые трассирующие частицы нужны для изучения турбулентности. Интенсивность света, рассеянного такими частицами, мала, и полезный сигнал трудно выделить на фоне излучения плазмы и излучения самой горячей частицы. Последнее сравнительно невелико: при выделении излучения светофильтром с полушириной 100 Å оно эквивалентно интенсивности рассеянного света от гелий-неонового лазера мощностью около 10 мВт при  $T=3000$  К и аргонового лазера мощностью порядка 1 Вт при  $T=5000$  К. Излучение плазмы сравнимо со светом гелий-неонового лазера, рассеянным на частице диаметром 10 мкм при  $Ne \approx 10^{15}$  см<sup>-3</sup>. При  $Ne \geq 10^{16}$  см<sup>-3</sup> должен применяться аргоновый или импульсный лазер. Частицы диаметром 5—10 мкм могут использоваться для трассирования дозвуковых плазменных струй.

Любопытная возможность использования частиц для определения электронной температуры в разреженной плазме отмечена в работе [218]; она основана на зависимости заряда, накопленного на частицах, пролетающих через плазменный объем, от  $T_e$ . С нашей точки зрения, наиболее актуальны следующие направления разработки методов диагностики плазменных струй: учет пространственной неоднородности, неполной прозрачности и нестационарности струй; исследование струй неравновесной плазмы; определение состава многокомпонентных струй; определение концентрации, свойств и скорости движения частиц конденсированной фазы; анализ и снижение систематических ошибок диагностических методик; упрощение и автоматизация методов измерения, включение их в системы управления плазменными источниками и процессами.

Ленинградский государственный педагогический институт  
им. А. И. Герцена

Поступила в редакцию  
16/VI 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Гольдфарб В. М. и др. XXIX Герценовские чтения. Физика и полупроводниковая электроника. Л., Изд. ЛГПИ им. Герцена, 1976, 17.
2. Lazdinis S., Carpenter R.—AIAA J., 1973, 11, № 10.
3. Колесников Н. Г., Ларькина Л. Т., Энгельшт В. С. Спектроскопия колеблющихся объектов.—Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1974, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.
4. Некорректные обратные задачи атомной физики. Сб. статей под ред. Н. Г. Преображенского. Новосибирск, ИТПМ, СО АН СССР, 1976.
5. Rorović S., Konjević N.—JQSRT, 1976, 16, № 1.
6. Босенко А. Г. и др.—Тр. XIX съезда по спектроскопии. Прикладная спектроскопия. М., 1977.
7. Konjević N., Oklobdzya V.—YQSRT, 1974, 14, № 6.
8. Wang J.—Appl. Optics, 1976, 15, № 3.
9. Даутов Г. Ю. и др.—Тр. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы, 1974. Фрунзе. 367 с.
10. Suckewer S.—YQSRT, 1976, 16, № 6.
11. Салахов М. Х. Комплексная диагностика неоднородной плазмы по спектрам испускания и поглощения. Дис. Казань, 1977.
12. Соляникова В.—Оптика и спектроскопия, 1976, 40, № 2.
13. Suckewer S.—Plasma Phys., 1972, 14, 1144.
14. Argusese I. et al.—J. Appl. Phys., 1977, 48, № 2.
15. Yoshikawa K., Michiyoshi I.—JQSRT, 1972, 12, 1673.
16. Александрович К. В., Березин И. А. Тр. VII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Алма-Ата, 1977, 51.
17. Vuinovich V. et al.—JQSRT, 1973, 13, 1465.
18. Васильева И. А.—В кн.: МГД-установки. М., «Наука», 1975.
19. Daily J., Kruger C.—AIAA Paper, 1976, 76—134.
20. Daily J.—JQSRT, 1977, 17, № 3.
21. Weeks T. M.—AIAA J., 1970, 8, 1479.
22. Шиманович В. Д. Инж. физ. ж., 1975, 29, № 5.
23. Lazdinis S.—AIAA Paper, 1975, № 75, 180.
24. Garscadden A., Weber R.—10 Intern. Conf. Ioniz. Gases, Oxford, 1971.
25. Акатнов Н. И. и др.—Тр. VII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Алма-Ата, 1977, 97.
26. Bouchoux A.—JQSRT, 1975, 15, № 5.
27. Schulzmann P.—JQSRT, 1974, 14, 413.
28. Leugrand I., Cloupeau M.—AIAA J., 1975, 12, № 6.
29. Anderson R. et al.—JQSRT, 1977, 17, № 3.
30. Phillips D.—Phys D, 1976, 9, № 3.
31. Aeshliman D., Evans D.—JQSRT, 1976, 16, № 2.
32. Yoshikawa T., Murasaki T.—AIAA Paper, 1975, № 75-862.
33. Döbele H., Massig J.—Appl. Optics, 1976, 15, 69.
34. Ahlborn B., Barnard A.—AIAA Paper, 1966, № 66, 177.
35. Babcock H. W.—Astrophys J., 1953, 118, 387.
36. Гольдфарб В. М. и др. XXX Герценовские чтения. Физика и полупроводниковая электроника. Л., Изд. ЛГПИ им. Герцена, 1977, 20.
37. Chapelle I. et al. JQSRT, 1968, 8, 1201.
38. Ranson P., Chapelle I.—XI Intern. Conf. Ioniz. Gases, Prague, 1973.
39. Полак Л. С., Словецкий Д. И.—ТВТ, 1975, 13, № 1.
40. Курочкин Ю. В. и др.—Тр. VII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Алма-Ата, 1977, ч. 3, 19.
41. Barronett I. et al.—J. Physique, 1973, 34 (Suppl.), № 6.
42. Ranson P., Chapelle I.—JQSRT, 1974, 14, № 1.
43. Catherinot A., Sy A.—Z. Naturforsch., 1975, № 9.
44. W. Neumann et al.—Beitrage Plasmaphys., 1976, 16, № 6.
45. A. Czernikowski et al. CRA Sc., 1970, 270, 5413.
46. Гольдфарб В. М. XXV Герценовские чтения. Физика и полупроводн. электроника. Л., 1972.
47. Гольдфарб В. М. и др. XXVII Герценовские чтения. Физ. электроника, ч. 2. Л., 1974.
48. Ranson P. et al.—Rev. Phys. Applique, 1974, 12, 1187.
49. Beretta F. et al.—Thermotechnica, 1973, 27, № 8.
50. Hefferlin R. A.—JQSRT, 1973, 13, № 10.
51. Гойхман В. X., Гольдфарб В. М.—В кн.: Исследование источников низкотемпературной плазмы. Уч. зап. ЛГПИ им. Герцена. Л., 1971, 466, 87.
52. Behringer K., Thomas P.—JQSRT, 16, 1976, № 7.
53. Гольдфарб В. М., Гуревич Б. Н. XXVIII Герценовские чтения. Физика и полупроводниковая электроника. Л., 1976, 33.
54. Meiners D., Weiss C.—JQSRT, 1976, 16, 273.
55. Preston P.—J. Phus B., 1977, 10, № 8.
56. Батенин В. М., Минаев П. В.—ТВТ, 1977, 15, № 3.
57. Golubowsky Y. B. et al. XI Intern. Conf. Ioniz. Gases, Prague, 1973.
58. Gündel H.—Beitrage Plasmaphys., 1971, 11, № 1.
59. Гурович В. И. и др.—Доклады АН СССР, 1975, 221, 315.
60. Kimura A., Nishida M.—Z. Naturforsch., 1977, 32a, № 1.
61. Гольдфарб В. М. и др. XXIX Герценовские чтения. Физика и полупроводниковая электроника. Л., 1976, 33.
62. Drawin H., Evard F.—Physica C., 1976, 15, 333.
63. Потапов А. В., Цветкова Л. В.—ЖПС, 1977, 26, № 4.
64. Trigt V., Blom N.—JQSRT, 1975, 15, № 10.
65. Musielok I.—Beitrage Plasmaphys., 1977, 17, № 3.
66. Зимин А. Г.—ТВТ, 1975, 13, № 5.
67. Cacciatore M., Capitelli M.—JQSRT, 1976, 16, № 4.
68. Cacciatore M. et al.—Physica, B+C, 1976, 84, № 2.
69. Васильева И. А. и др. ТВТ, 1976, 14, № 3.
70. Graser W., Hoffmann P.—Appl. Phys. Lett., 1975, 27, № 5.
71. Heckenbarger N.—J. Appl. Phys., 1973, № 10, 44.
72. Калмыков А. и др.—ЖТФ, 1977, 47, № 4.
73. Шиманович В. Д. Ж. прикл. спектр. 1976, 24, № 3.
74. Belland P.—J. Phys. E., 1975, 8, № 10.
75. Kunz W., Dodel G.—Phys. Lett., 57a, 1976, № 2.
76. Schreiber P., Hünter A.—Plasma Phys., 1973, 15, № 7.
77. Алешин А. и др.—Изв. Вузов. Авиатехника, 1974, № 2.
78. Kempkens H. Dis., Düsseldorf, 1977.
79. Бурмаков А. П. и др.—ЖТФ, 1970, 40, № 3.
80. Delery J.—Rech. Aerospac., 1977, 177, 2.
81. Zien T.—AIAA J., 1975, 13, № 7.
82. Бурмаков А. П., Лабуда А. А. Тр. VII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Ч. 3, Алма-Ата, 1977, 59.
83. Дрейден Г. В. и др.—Физика плазмы, 1975, 1, № 3.
84. Hornung H., Sandeman R.—J. Phys. D., 1974, 7, 920.
85. Sandeman R., Ebrahim N.—Appl. Optics, 1977, 16, 1376.
86. Cummins H., Switney H.—Progr. in Optics, 1970, 8, 135.
87. Evans D. et al.—IEEE QE—13, 1977, № 2.
88. Weber A. et al.—JOSA, 1967, 57, 19.
89. Hill R. A. et al.—AIAA Paper, 1975, № 75-178.
90. Cattolica R. et al. AIAA Paper, 1976, № 76-31.
91. Decroisette M., Cabannes F.—JQSRT, 1968, 8, 619.
92. Vriens L., Adriaansz.—J. Appl. Phys., 1974, 45, 4422.
93. Пятницкий Л. Н. и др. Тр. III. Всесоюз. конф. по физике низкотемпературной плазмы. М., 1972.
94. Малышев Г. М.—ЖТФ, 1965, 2129, 35.
95. Пятницкий Л. Н. Лазерная диагностика плазмы. М. Атомиздат, 1976.
96. Evans D.—Physica, 82c, 27, 1976.
97. Аксенов В. В. и др.—ТВТ, 1973, 11, 1.
98. Stansfield B. et al.—Phys. Rev. Lett., 1971, 26, 1219.
99. Chan P. W.—Phys. Fluids, 1971, 14, 2787.
100. Baldis H. et al.—Canad. J. Phys., 1972, 50, 2338.
101. Pfienberger A., Kerr R.—Phys., 1971, 37a, 435.
102. Döbele H., Kirsch K.—Phys. Lett, 1974, 46a, № 5.
103. Батенин В. М. и др.—ТВТ, 1977, 15, № 2.
104. Марголин Л. Я., Пятницкий Л. Н.—Тр. VII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Алма-Ата, 1977, ч. 3, 35.
105. Masters D., Rye B.—Phys. Lett., 1976, A58, № 2.
106. Berney A.—Plasma Phys., 1973, 15, № 7.
107. Ludwig D., Mann C.—Phys. Lett., 1971, 35A, 191.
108. Churchilland M., Nodwell R.—Canad. J. Phys., 1974, 52, № 7.
109. Eckbreth A. S.—AIAA Paper, 1974, № 74-1144.
110. Hill R.—JQSRT, 1976, 16, № 11.
111. Lewis I., Williams W.—Phys. Fluids, 1976, 19, № 7.
112. Lederman S.—AIAA Paper, 1976, № 76-26.
113. Setchell R.—AIAA Paper, 1976, № 76-28.
114. Williams W. et al.—AIAA Paper, 1977, 77—211.
115. Barrett I., Myers S.—JOSA, 1971, 61, 1246.
116. Harvey A., Byer R.—Appl. Phys. Lett., 1974, 25, 387.
117. Moysa F. et al.—AIAA Paper, 1976, 76—29.
118. Tolles W., Turner R.—Appl. Spectr., 1977, 31, № 2.
119. Petrie S.—AIAA J. 1977, 15, 829.
120. Dayly I.—Appl. Optics., 1976, 15, 4.
121. Hertel I. et al.—J. Sci. Instr., 1975, 8, № 12.
122. Rodrigo A., Measures R.—IEE JQE, 1973, 9, 972.

123. Agarwal I.—AIAA Paper, 1976, 76—136.
124. Autric M.—C. R. Ac. Sci., 281B, 591, 1975.
125. Суюшев В. и др.—ФГВ, 1975, № 4, 11.
126. Wang I.—Appl. Optics., 1976, 15, № 3.
127. Lück K., Müller F.—JQSRT, 1977, 17, № 3.
128. Поздняков Г. А., Фомичев В. П.—Тр. VII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Ч. 3. Алма-Ата, 1977, 39.
129. Bournot P. et al.—Rev. Phys. Applique, 1977, 12, № 8.
130. Асиновский Э. И., Пахомов Е. П.—ТВТ, 1970, 8, № 4.
131. Гольдфарб В. М. и др. XIX Collog. Spectrosc. Intern., Debreen, 1967.
132. Чен Ф.—В кн. Диагностика плазмы. Ред. Р. Хаддлстоун. М. Мир. 1967.
133. Chung P. et al.—AIAA J., 1974, 12, 133.
134. Swift I., Schwarz M.—Electric Probes, N. Y., 1970.
135. Lam S. H.—AIAA J. 1964, 2, 256.
136. Smy P. R.—Advances in Physics, 1976, 25, № 5.
137. Chung P., Blankenship.—AIAA J., 1966, 3, 442.
138. Ульянов К.—ЖТФ, 1970, 40, 790.
139. Holmes R., Freestone I.—J. Phys. D., 1971, 4, 452.
140. Clements R. et al.—J. Appl. Phys., 1972, 43, 31.
141. Ашин М. И. и др. Физика плазмы, 1975, № 3.
142. Иванов Ю. А. и др.—Тр. VI Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Фрунзе, 1974.
143. Hirano T.—AIAA J., 1975, 13, № 7.
144. Smy P. R.—J. Phys. D., 1976, 9, № 16.
145. Smy P. R.—J. Phys. D., 1974, 7, 856.
146. Gick A.—J. Phys. D., 1973, 6, 16.
147. Заке М., Ландман К.—Тр. VII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Алма-Ата, 1977.
148. Roter H. Там же.
149. Vgailsford A.—J. Appl. Phys., 1977, 48, 1106.
150. Тихомирнов С. и др.—Радиотехн. и электрон., 1975, № 11.
151. Пятницкий Л. Н. и др.—ТВТ, 1974, 12, 876.
152. Физика и техника низкотемпературной плазмы. Ред. С. Дресвин. М. Атомиздат, 1973.
153. Дресвин С. В., Клубникин В. С.—ТВТ, 1975, 13, № 2.
154. Поляков С. и др. ТВТ, 1976, 14, № 2.
155. Петров М., Сепп В.—ТВТ, 1970, 8, № 4.
156. Fisdon I. et al.—Rev. Int. Haut. Temp., 1976, 13, 11.
157. Гудков В. И. и др.—Тр. VI Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Фрунзе, 1974.
158. Сепп В. А. Тр. VII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Алма-Ата, 1977, ч. 3, 63.
159. Тихомиров И. А. и др. Там же, с. 83.
160. Petrie T., Pfender E. Wärme und Stoffübertr., 1972, 5, 85.
161. Донской А. В. и др.—Тр. VI Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Фрунзе, 1974.
162. Pegini L.—J. Spacecraft, 1975, № 3.
163. Головачев Ю.—ТВТ, 1975, 13, № 5.
164. Якушин М. и др.—МЖГ, 1973, № 5.
165. Сергеев В. Л., Веселов В. П.—Инж.-физ. журн., 1976, № 12.
166. Meyer T., Pfender E.—Wärme und Stoffübertr., 1973, 6, 25.
167. Kanzawa A.—Heat Transf. Jap. Res., 1973, 2 (1), 63.
168. Поляков С. и др.—ТВТ, 1976, 14, № 3.
169. Поляков С. и др.—ФХОМ, 1975, № 5.
170. Юрк А. Д. и др. XXVIII Герценовские чтения. Физика и полупроводниковая электроника. Л., 1975.
171. Поляков С. и др.—Тр. VI Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Фрунзе, 1974.
172. Ванновский В. и др.—ФХОМ, 1975, № 3.
173. Hoffman H.—Exp. Techn. Phys., 1975, 23, № 4.
174. Чевела О. и др.—Сварочное производство, 1975, № 10.
175. Гольдфарб В. М. и др.—Уч. записки ЛГПИ им. Герцена. Л., 1971, 466.
176. Безмозгин Э. С. и др.—Хим. высоких энергий. 6, № 5, 1972.
177. Гольдфарб В. М.—ТВТ, 1973, 11, 180.
178. Блохин В. и др. XXIX Герценовские чтения. Физика и полупроводниковая электроника. Л., Изд. ЛГПИ, им. Герцена, 1976.
179. Поляков С. и др.—ФХОМ, 1975, № 3.
180. Vonet C.—Rev. Int. Haut. Temp., 1974, 6, 4.
181. Vagnes R. et al.—Spectrochim. Acta, 30B, 109, 1975.
182. Королева Е. В. и др.—ФХОМ, 1976, № 5.
183. Лохов Ю. Н. и др.—ФХОМ, 1974, № 6.
184. Пустовойтенко А. И.—ФХОМ, 1977, № 2.

185. Boulos M., Gauvin W.—Can. J. Chem. Eng., 1974, № 6, 52.
186. Мостинский И., Ламден Д.—ТВТ, 1975, 13, № 6.
187. Пахомов Е. П., Ярцев И. М.—ТВТ, 1971, 9, № 3.
188. Воропаев А. и др.—ТВТ, 7, 633, 1969.
189. Jahn R. et al.—AIAA J., 1971, 167, 11.
190. Yoshikawa T., Mugasaki T.—Dynamics Ionized Gases, Tokio, 1973, p. 329.
191. Абдразаков А. и др. Тр. V Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Новосибирск, 1972.
192. Асаналиев М. и др.—Тр. VII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Алма-Ата, 1977, ч. 3, 67.
193. Ванновский В. и др. XXX Герценовские чтения. Физ. и полупроводн. электроника. Л., Изд. ЛГПИ им. Герцена, 1977.
194. Sparks G., Ezekiel S.—AIAA J., 1977, 15, № 1.
195. Шиманович В. Д. и др. Тр. IV Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Алма-Ата, 1970.
196. Sabannes F.—Pure Appl. Chem., 1974, 39, № 3.
197. Gravatt C.—J. A. P. C. A. 1973, 23, 1035.
198. Hodkinson I. Appl. Optics, 1966, 5, 839.
199. Swithenbank I. et al.—AIAA Paper, 1976, № 76-69.
200. Hong M., Jones A.—Appl. Optics, 1976, 15, № 12.
201. Jube A. et al.—AIAA Paper, 1977, № 77-214.
202. Ринкевичус Б., Толкачев А.—Квант. электроника, 1974, № 9.
203. Eiggins P., Jackson D.—Phys. Lett., 42a, № 2, 1972.
204. Smart A.—AIAA J., 1976, 14, № 3.
205. Korkan et al.—AIAA Paper, 1974, 74—606.
206. Robinson D.—Appl. Optics, 1975, 14, № 9.
207. Todorovic P. et al.—J. Phys. D, 1976, № 3.
208. Lo C., Alstatt M.—AIAA Paper, 1977, № 77-718.
209. Owen F.—AIAA Paper, 1976, № 76-33.
210. Аджигитов Ю. А., Гольдфарб В. М. XXX Герценовские чтения. Физ. и полупроводн. электроника. Л., Изд. ЛГПИ им. Герцена, 1977.
211. Mayo W.—Appl. Optics, 1977, 16, 1157.
212. Hagwell K. et al.—AIAA Paper, 1976, № 76-24.
213. Ринкевичус Б.—МЖГ, № 4, 1974.
214. Farmer W. M.—J. of Appl. Optics., 1972, 11, 2603.
215. Self S., Kruger C.—AIAA Paper, 1976, № 76-310.
216. Wagnansky I.—J. Fluid Mech., 38, 577, 1969.
217. Chigier N.—AIAA Paper, 1976, № 76-32.
218. Anestos T., Heindics C.—J. Appl. Phys., 45, № 3, 1975.

В. А. БАЗАНОВ, С. С. КУТАТЕЛАДЗЕ, Н. А. РУБЦОВ

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ  
В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ ЖИДКОСТИ  
ПРИ ВНЕШНЕЙ ИЗОТЕРМИЧНОСТИ

Возникновение и развитие турбулентности сопряжено с флуктуациями плотности среды, вызванными локальными флуктуациями температур и давлений. С ними связаны флуктуации показателя преломления, определяющие характер электромагнитных волн в данной среде. Постановка экспериментальных исследований разнообразных аспектов распространения света в турбулизированных жидкостях актуальна не только с точки зрения структур турбулентных случайно-неоднородных сред, но и для решения насущных проблем диагностики и оптической связи в океане.

Опубликованные работы по исследованию распространения узких световых пучков в жидкостях, движущихся в турбулентном режиме, содержат довольно противоречивые выводы о влиянии на ослабление света турбулентных пульсаций давления [1]. Теория распространения света в случайно-неоднородных средах достаточно хорошо развита [2—4], но требует подробной информации о состоянии среды. В частности, оценка роли пульсаций давления связана с определением ряда величин, характеризующих турбулентность среды (среднеквадратичные пульсации плотности, вызванные пульсациями давления, распределение пульсаций плотности по масштабам и т. п.).

Существующие теории турбулентности не в состоянии предсказать указанные величины. Поэтому раскрыть влияние пульсаций давления на распространение света в реальных турбулентных средах может только эксперимент.

Сущность процессов взаимодействия оптического излучения с неоднородностями плотности в турбулентной жидкости сводится к следующему. Возникающие неоднородности показателя преломления вызывают рассеяние распространяющегося через жидкость светового луча. Дифракционное отклонение луча на неоднородности размером  $a$  составляет угол  $\theta_a \sim (\lambda/a)$ , где  $\lambda$  — длина волны света. В случае малых отклонений показателя преломления от своего среднего значения можно пренебречь рефракционными эффектами, дающими угол отклонения на одной неоднородности  $\theta_r \sim n'$ , где  $n'$  — отклонение показателя преломления от среднего значения.

Крупномасштабный характер турбулентных неоднородностей ( $a \gg \lambda$ ) обуславливает малый угол рассеяния. Это влечет за собой нарушение закона Бугера на начальных участках пути светового луча. Действительно, при малом угле рассеяния прямой и рассеянный пучки света пространственно не разделены вплоть до расстояния  $L_B \sim a \cdot D/\lambda$ . Далее рассеянный свет начинает выходить за пределы нерассеянного пучка, начальный диаметр которого  $D$ . Математически строго это показано в работе [5]. При  $a \sim 10^{-3}$  м,  $D \gg 10^{-3}$  м,  $\lambda \sim 10^{-6}$  м получаем,

что  $L_B \gg 1$  м. Для оценки величины показателя ослабления необходимо знать конкретный вид корреляционной функции  $N_{12} = \langle n'(\vec{r}_1) \cdot n'(\vec{r}_2) \rangle$ , описывающей флуктуации показателя преломления в двух точках в определенный момент времени. Для оценок можно положить  $N_{12} = \langle \mu^2 \rangle \exp(-r^2/a^2)$ , где  $r^2 = |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^2$ , а  $\mu$  — амплитуда пульсаций показателя преломления. В этом случае показатель ослабления на турбулентных пульсациях имеет вид [4]:

$$\alpha = \sqrt{\pi} \langle \mu^2 \rangle k^2 a, \quad (1)$$

где  $k$  — волновой вектор световой волны. Видно двоякое влияние размера неоднородности на ослабление ограниченного светового пучка. Увеличение, к примеру, эффективного размера неоднородности влечет за собой увеличение показателя ослабления, но одновременно уменьшает угол рассеяния, что препятствует разделению рассеянной и нерассеянной компонент пучка.

Существующие приближенные методы расчета ослабления интенсивности узкого светового пучка, распространяющегося в случайно-неоднородной среде, неприменимы из-за большой неопределенности в параметрах среды  $\mu$  и  $a$ . Можно воспользоваться оценками в случае раздельного рассмотрения пульсаций температуры  $T'$  и давления  $p'$ :

$$\mu_T = (\partial n / \partial T) \cdot T'; \quad \mu_p = (\partial n / \partial p) \cdot p'$$

При течении жидкости в трубе или канале  $p'$  меняется, по-видимому, от значений, определяемых величиной порядка  $\rho \cdot v^2$ , в центральной части течения до  $\rho v$  вблизи стенки ( $v$  — пульсационная, а  $V$  — средняя скорости течения).

Пульсации температуры в жидкости возникают либо в результате конвективного переноса тепла от стенки, либо в результате диссипации турбулентной энергии в изотермических течениях [6]. Для воды в нормальных условиях  $\partial n / \partial T \approx 10^{-4}$  град $^{-1}$ ,  $(\partial n / \partial p)_s \approx 1,5 \cdot 10^{-10}$  м $^2$ /н. Приняв, что при внешнеизотермическом течении  $T' \leq 10^{-3}$  град, получим оценку  $\mu_T \leq 10^{-7}$ . Величина  $\mu_p \sim 10^{-7}$  получается для значений  $v \sim 1$  м/с. К сожалению, сопоставления  $\mu_T$  и  $\mu_p$  недостаточно для ответа на вопрос о том, какие пульсации, температуры или давления, дают большее ослабление света. Необходимо знать и соответствующие этим пульсациям размеры неоднородностей.

С целью регистрации влияния турбулентных пульсаций плотности на распространение узкого светового луча и для проверки ряда результатов, описанных в работе [7], был собран специальный гидрооптический стенд (рис. 1). Гидравлическая часть установки представляла собой замкнутый гидродинамический контур, состоящий из экспериментального участка 1, участков входа 2 и выхода 3, баков 4 и 5. В нижнем баке 4 находилось два насоса ПНВ-2Б с двигателями постоянного тока. Установка была разборной с целью замены экспериментального участка и организации различных входов в него. Стенд, за исключением латунного бака 5, был выполнен из стекла, винипласта и оргстекла и мог работать в двух режимах. При напорном режиме вода из бака 4 насосами подавалась прямо в экспериментальный участок, а в варианте со свободным сливом вода накачивалась в бак 5, сливаясь затем через экспериментальный участок в бак 4; оба бака через фильтры были соединены с атмосферой. Преимущество второго варианта заключалось в значительном снижении в экспериментальном участке пульсаций давления, вызываемых работой насосов. Источником света служил одномодовый лазер ЛГ-38, излучение которого стабилизировалось по мощности специальным устройством 7. Стабилизация необходима из-за непостоянства выходной мощности лазера, связанного с изменениями теплового режима внутри самого лазера. Рассматриваемыми

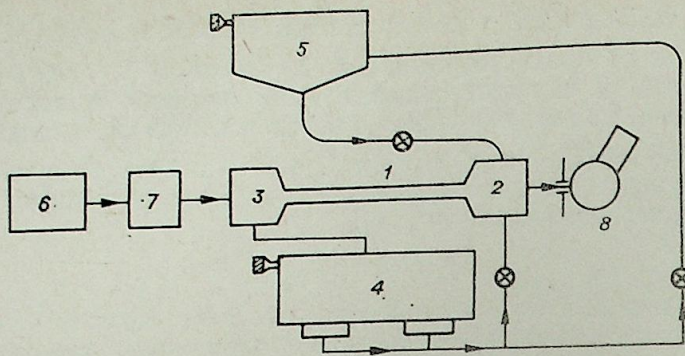


Рис. 1.

тому гидрооптическому эксперименту наиболее опасны те спонтанные изменения выходной мощности лазера, которые происходят за период изменения режима течения (от секунды до нескольких минут). Для снижения уровня блужданий интенсивности излучения использовали простое устройство (рис. 2). Оно состояло из светоделительного кубика 1, фотодиода 2, поляризационной пластинки 3 и микродвигателя 4, способного вращать пластинку. Основная часть излучения, пройдя пластинку и кубик, направлялась в экспериментальный участок. Другая часть попадала на фотодиод, включенный в плечо моста, ток разбаланса которого после усиления включает малоинерционный микродвигатель, вращающий пластинку до исчезновения разбаланса. Такая схема при инерционности порядка секунды обеспечивает стабильность излучения с точностью около 0,02% в течение 5 мин.

Пройдя экспериментальный участок, луч света попадал в фотометрический шар 8 (см. рис. 1), освещенность внутри которого измерялась с помощью фотоумножителя. Переменная составляющая сигнала с ФЭУ после усиления подавалась на самописец.

Измерения ослабления интенсивности проводились в следующей последовательности. В экспериментальном участке устанавливалось стационарное турбулентное течение воды (при использовании в качестве экспериментального участка трубы диаметром 3,3 см и длиной 1 м максимальная скорость при напорном режиме составляла 4,6 м/с, а при свободном сливе — 2,4 м/с). Спустя некоторое время, в течение которого интенсивность излучения выходит на стационарный режим, путем мгновенного выключения насосов жидкость останавливается. Проведенные измерения позволили изучить влияние качества очистки воды на ослабление прошедшего через установку света. Для характеристики

ослабления используется понятие коэффициента ослабления излучения  $k_v = [(I_0 - I_v) / I_0] \cdot 100\%$  ( $I_0$  — интенсивность света в стоячей воде,  $I_v$  — интенсивность света при движении воды). Минимальное значение коэффициента ослабления излучения достигается при заливе в установку бидистиллированной воды через стеклянные фильтры с размерами пор порядка 10–20 мкм. При движении воды со скоростью 4,6 м/с минимальное значение  $k_v \approx 0,11\%$ , в то время из опытов [7] для подобного режима течения  $k_v > 10 \div 15\%$ . Аналогичные значения  $k_v$

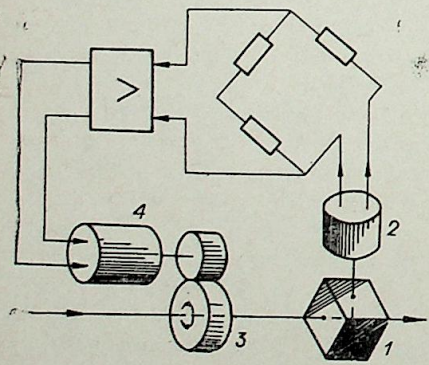


Рис. 2.

были зарегистрированы нами в настоящих опытах при работе с «грязной» водой. Такие условия достигались при работе установки со снятыми воздушными фильтрами, препятствующими поступлению неочищенного воздуха в баки, а также при исключении процедуры очистки воды через фильтры при заливе ее в установку. Замена экспериментального участка (и входа в него) на участок, описанный в [7], не приводит к качественным изменениям степени чистоты воды уровня значений  $k_v$  был одним и тем же как при напорном течении, так и при течении со свободным сливом. Данные результаты подтверждают сделанные в работе [1] выводы о том, что зарегистрированное в опытах [7] рассеяние света происходило на движениях.

Остановимся несколько подробнее на роли примесных частиц. На рис. 3 схематично показано изменение во времени интенсивности излучения лазерного луча, проходящего экспериментальный участок жидкости.  $I_0$  определяет значение интенсивности излучения, если жидкость покоилась в течение нескольких часов (область I). Интенсивность прошедшего через установку света при включении насосов уменьшается, выходя за время порядка минуты на неизменяющийся в среднем уровень  $I_v$  (область II). При выключении насосов движение воды прекращается примерно за 10 с, тогда как интенсивность прошедшего излучения изменяется за этот период весьма незначительно (0,1–0,5%), достигая прежнего уровня  $I_0$  почти за час (область III). С помощью формулы Стокса — Кенингема можно оценить, что за время от минуты до часа эффективно оседают частицы диаметром 5–20 мкм (частицы меньшего размера подвержены в какой-то мере броуновскому движению). Коэффициент ослабления на частицах размером 5–20 мкм, т. е. относительное изменение интенсивности света, прошедшего слой толщины  $L$ , при внесении в этот слой частиц диаметром  $D$  с концентрацией  $N$ , оценивается из следующих соображений:

$$k_D = (I_0 - I_D) / I_0 \sim D^2 N L.$$

Для значений  $D = 10$  мкм и  $N \sim 10^2$  см<sup>-3</sup> можно получить, что при  $L \sim 1$  м  $k_D \sim 0,01$ . Измерения концентраций взвешенных частиц в свежей дистиллированной воде, проведенные с помощью поточного ультрамикроскопа ВДК-4, показывают, что для  $D \sim 10$  мкм  $N \sim 10 \div 100$  см<sup>-3</sup>.

Таким образом, можно сделать окончательный вывод, что эффекты ослабления света, описанные в [7], определяются процессами рассеяния излучения на дисперсных частицах размерами 5–10 мкм и более. При покойшей жидкости основная часть этих частиц оседает. При движении частицы подхватываются жидкостью, причем концентрация их и распределение по размерам на высоте распространения лазерного луча определяются скоростью движения жидкости. Эти явления и были зарегистрированы в [7].

Попытка обнаружить влияние пульсаций плотности на ослабление излучения лазера была осуществлена в другой, небольшой по объему (около 1 л) установке. Турбулентное течение жидкости возникало между двумя коаксиальными цилиндрами при вращении внутреннего цилиндра. Луч света распространялся параллельно оси вращения на одинаковом расстоянии от обоих цилиндров. Подробное описание уста-

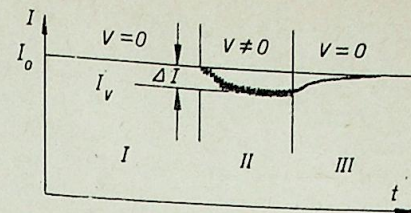


Рис. 3.

новки и некоторые результаты приведены в работе [8]. В опытах проводились измерения показателя ослабления в зависимости от числа Рейнольдса  $Re = V \cdot d / \nu$  ( $V$  — окружная скорость внутреннего цилиндра,  $d$  — ширина промежутка между цилиндрами,  $\nu$  — кинематическая вязкость жидкости). В качестве исследуемой жидкости в данных опытах, помимо воды, применялся  $n$ -пентан, который, как и многие предельные углеводороды, обладает большими значениями  $dn/dT$  и  $dn/d\rho$  (заметим, что вода по сравнению с другими жидкостями имеет наиболее низкие значения этих величин). Воду, прежде чем залить в установку, очищали коагуляционным методом, предложенным в Институте горного дела СО АН СССР [9]. Для разделения прямого и рассеянного лучей использовали свойство линзы собирать в фокусе только те лучи, которые идут строго параллельно оптической оси. Рассеянные лучи, даже пространственно не разделенные с прямым пучком на выходе из установки, не попадают в фокус и могут быть отделены от прямого света малой диафрагмой.

При работе с пентаном зарегистрировано малое ослабление, связанное, по-видимому, с рассеянием света на пульсациях температуры. Действительно, определив размер температурных неоднородностей в пределах значений  $a \sim 1$  мм и положив  $T' \sim 10^{-4}$  град, получим из (1), что показатель ослабления для пентана равен  $10^{-5}$  см $^{-1}$ , что по порядку совпадает с измеренной на опыте величиной [9]. Оценки влияния пульсаций давления дают величину  $\alpha$ , на несколько порядков меньшую. При работе с водой не удалось на фоне шумов выделить ослабление излучения, появившееся в результате турбулентного движения.

Таким образом, исследования показали, что возникающие при турбулентном движении жидкости пульсации давления оказывают ничтожно малое влияние на ослабление проходящего излучения. Рассеяние на мелких примесных частицах, всегда присутствующих в теплофизических и гидродинамических установках, превышает рассеяние вследствие турбулентных пульсаций давления. Особенно малы турбулентные эффекты рассеяния для воды в силу ее малой сжимаемости.

Авторы благодарят Л. Н. Быкова за большую помощь в создании экспериментальных установок.

Институт теплофизики  
СО АН СССР, Новосибирск

Поступила в редакцию  
3/IV 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кутателадзе С. С. К вопросу об экспериментальных исследованиях прохождения света через турбулентную жидкость. — ЖПМТФ, 1975, № 3, с. 134—135.
2. Барабаненков Ю. Н., Кравцов Ю. Н., Рытов С. М., Татарский В. И. Состояние теории распространения волн в случайно-неоднородной среде. — УФН, 1970, т. 102, вып. 1, с. 3—42.
3. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М., «Наука», 1967, 548 с.
4. Чернов Л. А. Волны в случайно-неоднородных средах. М., «Наука», 1976, 166 с.
5. Долин Л. С. О распространении узкого пучка света в среде с сильно анизотропным рассеянием. — Изв. вузов «Радиофизика», 1966, т. 9, № 1, с. 61—71.
6. Кунин И. В., Вайсман А. М. О некоторых масштабных эффектах в сплошных средах. — В кн.: Проблемы теплофизики и физической гидродинамики. Новосибирск, «Наука», 1974, с. 166—175.
7. Авалиани Д. И., Кутателадзе С. С. Взаимодействие света с турбулентным потоком жидкости. — ЖПМТФ, 1973, № 4, с. 115—123.
8. Базанов В. А. К вопросу о влиянии турбулентности на распространение света. — В кн.: Исследования по гидродинамике и теплообмену. Новосибирск, Ин-т теплофизики, 1976, с. 34—39.
9. Бочкарев Г. Р., Лебедев В. Ф., Ногин И. М., Попов И. В. Получение деионизированной воды методом коагуляции. — Электронная промышленность, 1976, № 3, с. 82—83.

УДК 536.46+535.4

В. А. СУЮШЕВ

## О ПЕРЕНОСЕ СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ СВОБОДНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТЬЮ

ЧАСТЬ I

Корректное измерение турбулентности существующей аппаратурой жестко связано со строгим соблюдением ряда предположений и гипотез, оправданность применения которых ограничена весьма узким классом турбулентных течений. В частности, корректное использование анализирующей аппаратуры, оперирующей с временными флуктуациями турбулентного параметра в фиксированной точке пространства (термоанемометр и другие микрозондовые методы), предполагает вырожденность изучаемого турбулентного поля и, следовательно, справедливость гипотезы Дж. И. Тейлора [1] о «замороженной турбулентности»

$$\partial/\partial t \equiv \bar{U} \partial/\partial x$$

с нередко сопутствующим требованием однородности и изотропности.

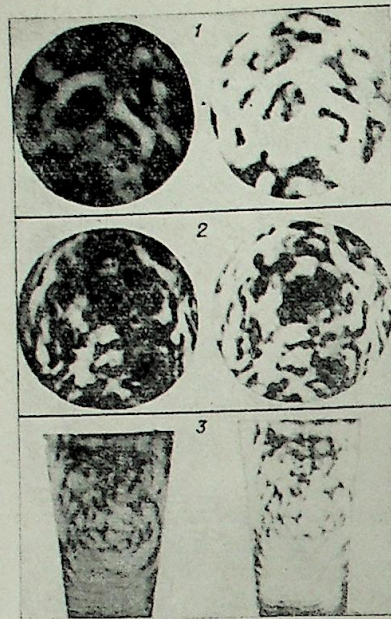
Применение упомянутых предположений к более широкому классу турбулентных течений (свободная, пристеночная турбулентность, течение со сдвигом и т. п.) не всегда возможно.

Реальная турбулентность характеризуется множеством пространственно-временных реализаций поля  $\psi(x, y, z, t)$ . Использование комплексов аппаратуры, оперирующей с чисто пространственными реализациями поля  $\psi(x, y, z, t_0)$ , в отличие от традиционно используемых временных  $\psi(x_0, y_0, z_0, t)$  позволило бы обойти некоторые трудности, названные выше, расширило возможности экспериментального исследования некоторых типов течений, представляющих несомненный теоретический и практический интерес.

Настоящая работа посвящена применению аппаратуры, предназначенной для анализа пространственных реализаций, изучению детальной турбулентной структуры затопленной струи.

Объектом измерения выбрана плоская турбулентная струя газа, истекающая из щелевидного сопла размером  $80 \times 3$  мм (рис. 1). Использовалась методика [2], которая дает возможность совершить ряд интегральных преобразований над двумерным сигналом, моделирующим пространственную реализацию флуктуаций плотности  $\psi(x, y, z, t_0)$ , генерируемых смешением водородно-воздушной струи, истекающей из сопла, с окружающим воздухом.

Сущность метода в том, что после прохождения плоской монохроматической когерентной волны света через мелкомасштабный турбулентный слой при наложении некоторых условий оказывается возможным установить взаимно-однозначное соответствие между пространственным распределением плотности в турбулентном слое и «искривлением» фазового фронта первоначально плоской волны. Последующим оптическим преобразованием по Фурье модулированной комплексной амплитудой



ды с помощью обычной длинно-фокусной сферической линзы можно получить энергетический спектр чисто пространственных флуктуаций плотности (п. ф. п.) в виде распределения интенсивности в плоскости оптических пространственных частот. Путем использования различных типов частотных фильтров можно получить (в реальном масштабе времени) следующие турбулентные характеристики:

$E(k_x, k_y, t_0)$  — энергетический спектр п. ф. п.;

$\langle E(k_x, k_y) \rangle_T$  — энергетический спектр, осредненный по множеству пространственных реализаций;

$$\Lambda \sim \lim_{h \rightarrow 0} E(k) / \int E(k) dk —$$

интегральный масштаб п. ф. п.;

$\lambda^{-2} \sim \int dk k^2 E(k) / \int E(k) dk$  — микромасштаб диссипации п. ф. п.;

$\rho^2 \sim \int E(k) dk$  — полная энергия п. ф. п.;

$E(\Delta k) \sim \int E(k) G(\Delta k, k) dk$  —

сглаженный спектр п. ф. п. в частности  $E(k_0) \sim \int E(k) \delta(k - k_0) dk$ .

$\rho_{k_1, k_2}^2$  — энергия п. ф. п., заключенная в интервале  $[k_1, k_2]$ , ( $k_1, k_2$  — произвольные величины).

Соответствующим пересчетом можно получить также

$$B(\xi, \eta) = \hat{E}^{-1} \{E(k)\}.$$

В этих выражениях  $\delta(k)$  —  $\delta$ -функция Дирака,  $\hat{F}$  — оператор фурье-преобразования;  $k(k_x, k_y)$  — двумерный волновой вектор, индекс «0» означает

Рис. 1. Схема установки и теньевые фотографии плоской затопленной струи на различных расстояниях вниз по потоку.  $x/d = 0 \div 70$  (1);  $80 \div 150$  (2);  $200 \div 270$  (3); мелкая решетка (4).

фиксированный параметр;  $B(\xi, \eta)$  — двумерная пространственная функция корреляции.

В таблице приведены характеристики частотных фильтров и соответствующие им интегральные преобразования.

### 1. Общая картина течения

С целью выяснения общей динамики изменения п. ф. п. вниз по потоку проведена киносъемка дифракционной картины далекого поля при зондировании объекта плоской когерентной волной лазерного излучения. Почернение негатива  $G$  пропорционально величине

$$G \sim \int \frac{\partial^2}{\partial r^2} \{\psi(r, z, t_0)\} dz, \quad r = r(x, y).$$

### Характеристика некоторых фильтров в плоскости оптических пространственных частот

Измеряемая величина	Характеристика идеального фильтра	Вид фильтра в частотной плоскости
$E(K_0, t_0)$	$\Phi(K, K_0, t, t_0) = \delta(K - K_0) \delta(t - t_0)$ $\Phi(\alpha) = 1$	
$\langle E(K_0) \rangle_T$	$\Phi(K, K_0, t) = \delta(K - K_0) \Pi_T(t)$ $\Phi(\alpha) = 1$ $\Pi_T(t) = \begin{cases} 1/2Tt < T \\ 0 & t > T \end{cases}$	
$\langle \rho^2 \rangle_K$	$\Phi(K) = 1 - \delta(K)$ $\Phi(\alpha) = 1$	
$E(\Delta K)$	$\Phi(K) = \Pi_{\Delta K}(K)$ $\Phi(\alpha) = 1$ $\Pi_{\Delta K}(K) = \begin{cases} 1/2\Delta K & K_1 < K < K_2 \\ 0 & K > K_2 \end{cases}$	
$E(K_x^0)$	$\Phi(K) = \delta(K - K_x^0)$ $\Phi(\alpha) = \delta(\alpha - 2\pi)$	
$E(K_y^0)$	$\Phi(K) = \delta(K - K_y^0)$ $\Phi(\alpha) = (\alpha - \pi/2)$ $ K  = (K_x^2 + K_y^2)^{1/2}$ $\lg \alpha = (K_y/K_x)$	

Светлые пятна — зоны максимального градиента плотности. Серия кинокадров, сделанных с различными экспозициями, наглядно демонстрирует возможность вольной интерпретации картины течения, что связано прежде всего с неизбежной нелинейностью фотоматериалов при реально существующем диапазоне яркости, а также с хаотической структурой течения. Однако с известной степенью осторожности сделать два вывода (см. рис. 1):

1—1. С увеличением расстояния вниз по потоку градиенты концентрации имеют тенденцию к «сглаживанию».

1—2. Наиболее крупные зоны максимального градиента существенно неизотропны и проявляют тенденцию к укрупнению.

## 2. Полная энергия пространственной флуктуации плотности

Характер зависимости величины полной энергии  $\bar{\rho}^2$  от расстояния вниз по потоку и начальной скорости истечения струи может служить одним из критериев существования области автомодельности течения.

Техника измерения была следующая:

а) Оптическая система сконструирована на базе теневого прибора ИАБ-451. Плоская волна формировалась из точечного источника лазерного излучения с  $\lambda = 6327 \text{ \AA}$ , в качестве детектора использовался фотумножитель ФЭУ-28.

б) Область пространственного осреднения п. ф. п. определялась характером измеряемой величины и независимостью от параметров  $x/d$ ,  $Re$  при изменении размеров зондируемой области с целью нахождения оптимальных условий измерения.

в) Поскольку измерение интегральной по пространству волновых чисел энергии существенно ослабляет требования, предъявляемые к аппаратурной функции системы, нижний диапазон был расширен до волнового числа  $5 \cdot 10^{-2} \text{ мм}^{-1}$  при размерах пучка  $l_x/d = 10 \div 20$  вниз по потоку и  $l_y/d = 10 \div 20$  поперек потока, причем, центр тяжести пучка находился на оси симметрии струи [2].

Поскольку в использованной аппаратуре отделение вклада в полную энергию турбулентности, вносимого произвольно выбранным интервалом волновых чисел, достигается весьма простыми средствами, можно проследить за динамикой развития низкочастотной и высокочастотной энергией турбулентного движения. Целесообразность такого разделения обусловлена различным механизмом турбулентного переноса крупномасштабной и мелкомасштабной субстанций, определяемого соответственно поведением нелинейных членов (инерционные силы), и членов, обуславливающих диссипацию вязкостью («сглаживающие» силы) в уравнении Навье—Стокса.

На рис. 2 приведено относительное изменение степени турбулентности для диапазона «масштабов турбулентности» 20—4 мм (относительно более низкочастотная энергия) в зависимости от расстояния вниз по потоку в диапазоне  $x/d = 0 \div 230$  при различных числах Рейнольдса. В качестве  $\rho_0$  фигурирует среднее по области существования реализации значение плотности. Точки приведены к положению центра тяжести пучка. Относительно полученных зависимостей можно сказать, по-видимому, следующее:

2—1. На расстояниях приблизительно  $x/d < 110$  наблюдается генерация наиболее низкочастотной энергии; область  $230 > x/d > 110$  характеризуется медленным затуханием  $(\rho^{-2}/\rho_0^2) \sim \varepsilon_2^2$ .

2—2. Уменьшение числа Рейнольдса приводит к более интенсивному затуханию и генерации низкочастотной энергии соответственно в диапа-

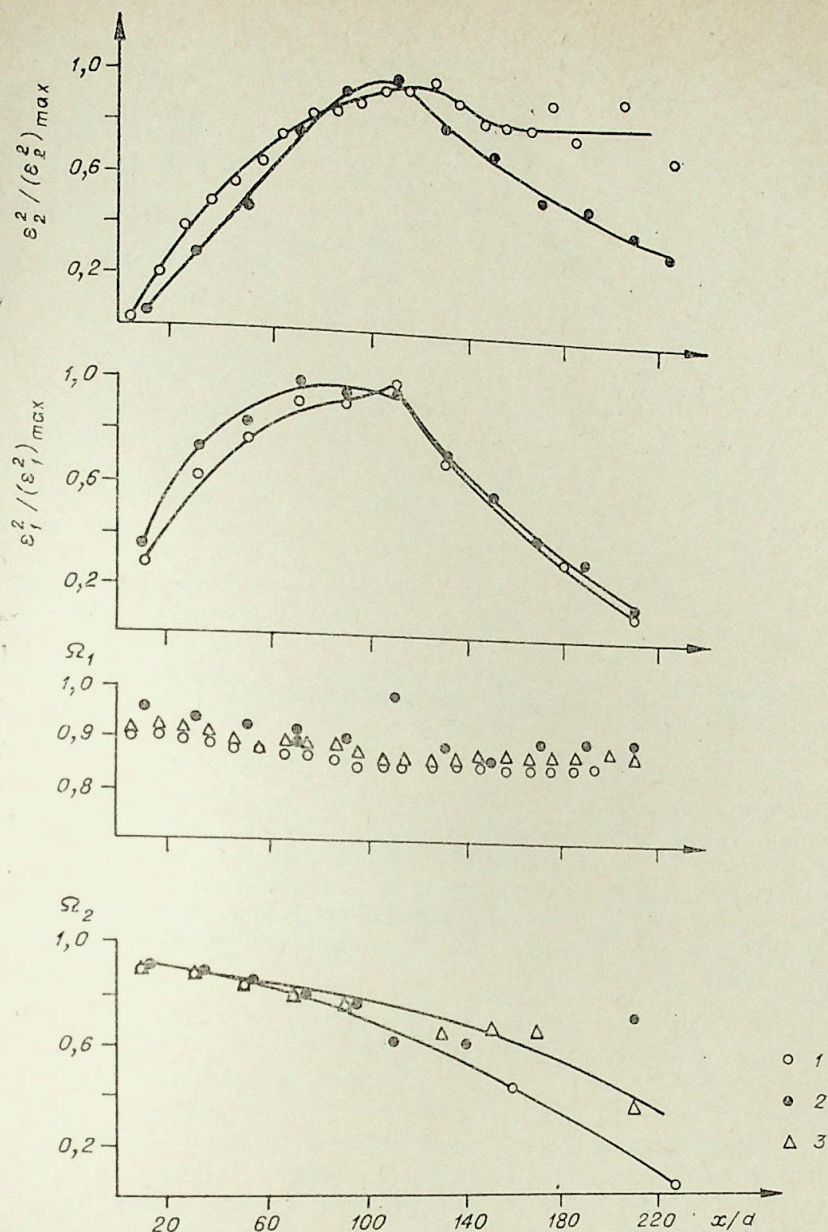


Рис. 2. Изменение относительной степени турбулентности и параметров  $\Omega_1$ ,  $\Omega_2$  для низкочастотной  $(\varepsilon_2^2/(\varepsilon_2^2)_{\max})$ ,  $\Omega_1$  и высокочастотной  $(\varepsilon_1^2/(\varepsilon_1^2)_{\max})$ ,  $\Omega_2$  энергий при различных числах Рейнольдса в зависимости от расстояния вниз по потоку.

$Re_d = 10^4$  (1);  $10^3$  (2);  $3 \cdot 10^3$  (3).

зонах  $110 < x/d < 230$  и  $x/d < 110$ , причем, видимо, существует выраженный максимум в области  $x/d \sim 100 \div 110$ . На рис. 3 при анализе зависимости  $\bar{\rho}^2(x/d, Re)$  видна интересная особенность диссипации энергии. 2—3. При  $x/d > 110$  наблюдается тенденция к закону диссипации  $t^{-5/2}$  для относительно низких чисел Рейнольдса и к закону диссипации  $t^{-1}$  при наиболее высоком значении скорости истечения струи.

В ходе эксперимента выяснилась любопытная особенность: полная энергия флуктуирует во времени с малой амплитудой модуляции относительно некоторого среднего значения. Тщательный анализ аппаратурно полученных шумов и степени пространственного осреднения энергии, как воз-

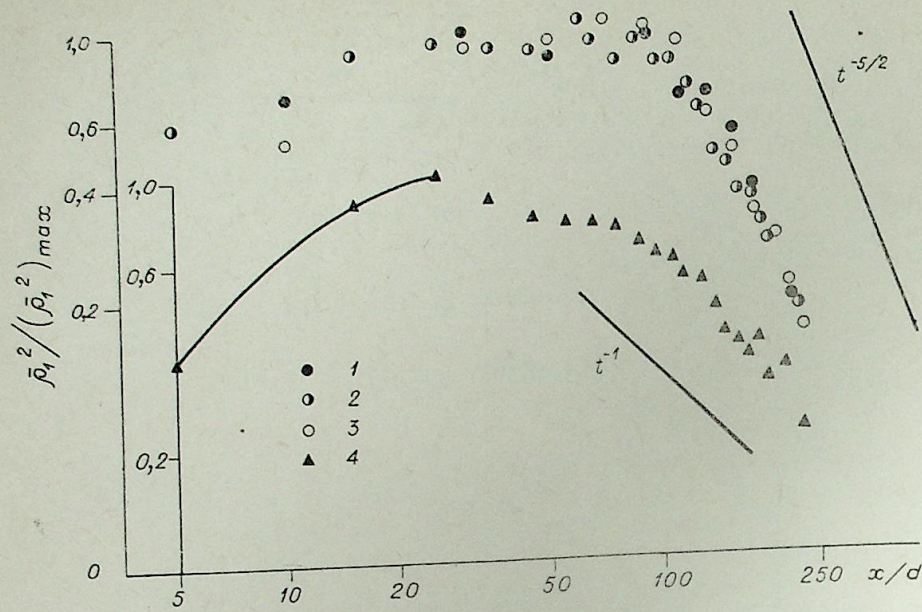


Рис. 3. Характер вырождения наиболее низкочастотной энергии с увеличением расстояния вниз по потоку для различных чисел Рейнольдса.  
 $Re_d \sim 10^3$  (1);  $\sim 2 \cdot 10^3$  (2);  $\sim 3 \cdot 10^3$  (3);  $\sim 10^4$  (4).

можных источников флуктуаций, указывает на независимый характер последних. Таким образом, весьма логично было бы связать этот эффект с «перемежаемым» («взрывным») характером свободной турбулентности [1, 3—5]. Для характеристики такого процесса целесообразно ввести величину, равную отношению среднеквадратичных временных флуктуаций полной энергии п. ф. п. к постоянной слагающей энергии, независимой от времени

$$\Omega = 1 - \frac{\langle (\rho'(t))^2 \rangle_T}{\rho_{const}^2}$$

По физическому смыслу,  $\Omega$  имеет сходство с коэффициентом перемежаемости и характеризуется степенью неэквивалентности п. ф. п. в моменты времени  $t$  и  $t+\tau$ , где  $\tau$  — характерное время одной пульсации. Случай  $\Omega=1$  соответствует стационарному по времени и однородному по пространству полю п. ф. п., а  $1/\Omega \gg 1$  — случаю очень неоднородного «взрывного» характера течения с большими периодами между выбросами.

Зависимость параметра  $\Omega_1$  для различных  $x/d$  и  $Re$  (см. рис. 2) позволяет сказать следующее:

2—4. Параметр  $\Omega_1$  практически не меняется с течением времени вырождения и при изменении числа Рейнольдса.

Относительное изменение степени турбулентности для диапазона «масштабов» 4—0,2 мм и зависимость параметра  $\Omega_2$  также демонстрируется на рис. 2. Результат, поясняющий закон вырождения наиболее высокочастотной энергии, приведен на рис. 4.

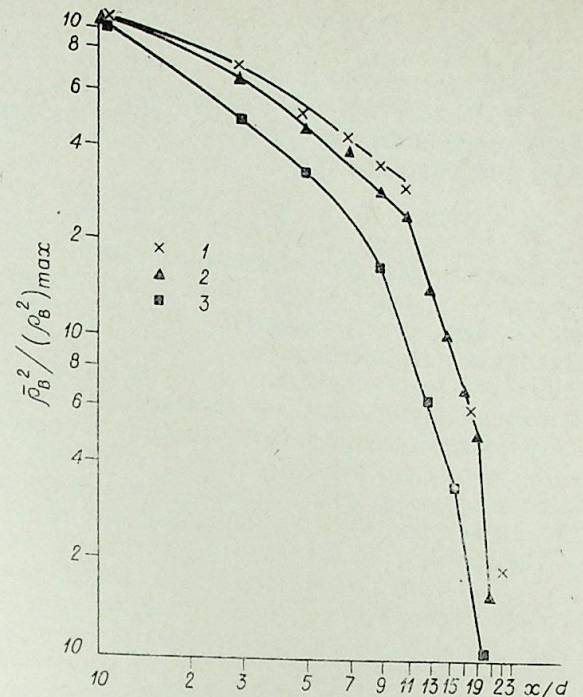
В сравнении с аналогичными результатами, полученными для более низкочастотной энергии, следует отметить:

2—5. При сохранении общей тенденции в изменении генерации энергии  $\Sigma_1^2 \sim \int_{0,25}^{0,5} dk E(k)$  в области  $0 < x/d < 110$  идет менее интенсивно неже-

Рис. 4. Характер вырождения наиболее высокочастотной энергии с увеличением расстояния вниз по потоку при различных числах Рейнольдса.  
 $Re_d \sim 10^4$  (1);  $\sim 2 \cdot 10^3$  (2);  $\sim 10^3$  (3).

ди для зависимости  $\varepsilon_2^2 / (\varepsilon_2^2)_{max}$ , однако с более быстрым затуханием в области  $230 > x/d > 110$ .

2—6. Параметр  $\Omega_2$ , в отличие от  $\Omega_1$ , непостоянен и проявляет некоторую зависимость от  $x/d$ ,  $Re$ , выражающуюся в ухудшении однородности и стационарности п. ф. п., с течением времени вырождения. При увеличении числа Рейнольдса наблюдается довольно существенное различие в поведении  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  при больших временах вырождения.



### 3. Интегральный и диссипативный масштабы турбулентности

Представляемые результаты позволяют проследить за динамикой изменения пространственных интегрального и диссипативного масштабов турбулентности, измеряемых прямым методом, ненужающихся в привлечении приближенного соотношения между эйлеровыми и пространственными масштабами. Основываясь на результатах, приведенных на рис. 5, можно сделать ряд интересных заключений:

3—1. Макромасштаб и микромасштаб диссипации увеличиваются с расстоянием вниз по потоку, причем тем быстрее, чем меньше значение

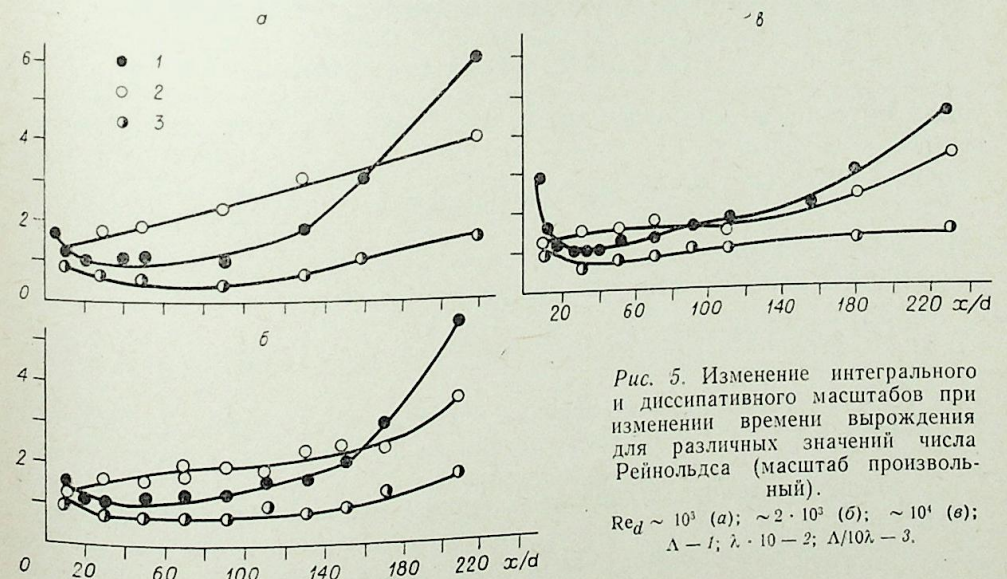


Рис. 5. Изменение интегрального и диссипативного масштабов при изменении времени вырождения для различных значений числа Рейнольдса (масштаб произвольный).  
 $Re_d \sim 10^3$  (а);  $\sim 2 \cdot 10^3$  (б);  $\sim 10^4$  (в);  
 $\Delta - \lambda$ ;  $\lambda \cdot 10 - 2$ ;  $\Delta/10\lambda - 3$ .

числа Рейнольдса. Обращает внимание некоторое падение макромасштаба в области  $x/d < 30$ .

3—2. Отношение величины интегрального масштаба к диссипативному в области  $x/d < 30$  несколько уменьшается, в области  $30 < x/d < 130$  практически сохраняется, увеличиваясь с дальнейшим возрастанием времени вырождения.

## ЧАСТЬ II

Для описания механизма переноса пассивной примеси свободной турбулентностью, где вряд ли следует ожидать изотропного распределения пульсационного движения, важно знать как распределена по выделенным направлениям энергия турбулентности [1]. Формальное применение гармонического анализа именно к п. ф. п. ставит нас перед необходимостью наполнить физическим смыслом такие понятия как изотропность, однородность энергии пространственных волн таким же образом, как это сделано для волновых компонент энергетического спектра временных реализаций флуктуаций плотности.

Представим пространственное распределение плотности в турбулентном слое в виде  $\psi(x, y, z)$ . Разлагая эту функцию в интеграл Фурье, мы будем характеризовать ее набором пространственных осцилляторов с фиксированной амплитудой и пространственной частотой; таким образом, каждой ячейке волнового пространства будет соответствовать некая псевдопространственная волна. Приставка «псевдо» фигурирует постольку, поскольку это не предполагает реального существования строго гармонических турбулентных волн, хотя и не исключает последнего. В связи с тем, что любая точка в плоскости оптических пространственных частот соответствует конкретной одномерной псевдопространственной волне в координатах поля, целесообразно по аналогии с временными реализациями поля определить степень пространственной изотропности как отношение амплитуд волн (коэффициенты Фурье) с одинаковым модулем пространственной частоты. В частности,  $E(k_x)/E(k_y)$  ( $|k_x| \equiv |k_y|$ ) есть отношение амплитуд продольных и поперечных волн.

Представим двумерную спектральную функцию п. ф. п. в полярных координатах в виде  $E(k, \alpha)$ , где  $k$  есть радиус-вектор с началом в точке  $k=0$  (он же волновое число);  $\alpha$  — угол, меняющийся в пределах  $0 \div 2\pi$ . Тогда определение локального в пространстве волновых чисел коэффициента изотропности удобно ввести следующим образом:

$$E(k, \alpha_1)/E(k, \alpha_2) = L_1(\alpha_1, \alpha_2, k).$$

Для интегрального по волновым числам коэффициента изотропности имеем

$$\int dk E(k, \alpha_1) / \int dk E(k, \alpha_2) = L_2(\alpha_1, \alpha_2).$$

И наконец, для интегрального по направлению и волновым числам коэффициента изотропности логично предложить определение

$$1 \geq L_3 = \int d\alpha \int dk i \cdot (k, \alpha) / \pi (\rho_1^2)_{\max}, (\rho_1^2)_{\max} = \left[ \int dk E(k, \alpha) \right]_{\max},$$

где  $(\rho_1^2)_{\max}$  — максимальное значение спектральной плотности. Нетрудно видеть, что  $L_3 = 1$  в случае изотропного распределения спектральной плотности.

Двумерный масштаб диссипации может быть определен из соотношения

$$\lambda^{-2}(\alpha) \sim \int dk k^2 E(k, \alpha) / \int dk E(k, \alpha).$$

Двумерный интегральный масштаб можно определить

$$\Lambda(\alpha) \sim \lim_{h \rightarrow 0} E(k, \alpha) \int dk E(k, \alpha).$$

Заметим, что с помощью традиционной анализирующей аппаратуры (термоанемометр и т. п.) измерение энергетического спектра  $E(k, \alpha)$  возможно только для  $E(k, \alpha_0)$ .

Применение оптического метода получения энергетических спектров [2] п. ф. п. позволяет определить спектральную функцию во всем возможном исследовать несимметричность Фурье-спектра, т. е. степень отличия от единицы величины  $E(k_0, \alpha_0)/E(k_0, \pi + \alpha_0)$ . Причину нарушения симметрии такого сорта, видимо, нужно искать в преимущественной генерации турбулентностью положительных (либо отрицательных) градиентов плотности. Возможная физическая интерпретация та же, что и в случае «сплющивания» пространственных реализаций в сторону градиента определенного знака, так как в случае, например, строго гармонической волны плотности с пространственной частотой  $k_0$ , отношение  $E(k_0, \alpha_0)/E(k_0, \pi + \alpha_0)$  тождественно единице. По аналогии с коэффициентом анизотропности, можно определить, согласно сказанному выше, локальный

$$E(k, \alpha)/E(k, \pi + \alpha) = W(k, \alpha);$$

интегральный по волновым числам

$$\int E(k, \alpha) dk / \int E(k, \pi + \alpha) dk = W_2(\alpha);$$

интегральный по углу и волновым числам

$$\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} d\alpha \int dk E(k, \alpha) / \int_{\pi + \alpha_1}^{\pi + \alpha_2} d\alpha \int dk E(k, \alpha) = W_3(\alpha_1, \alpha_2);$$

коэффициенты «сплющивания» п. ф. п.

## 4. Предварительные результаты

На рис. 6 изображена карта линий одинаковой плотности спектральной энергии с целью качественной оценки характера распределения энергии в зависимости от числа Рейнольдса. Линии одинаковой спектральной плотности (линии одинаковой плотности почернения негатива) были выделены фотографическим способом, следовательно, точность данных измерений относительно низкая. Качественно эти результаты можно интерпретировать следующим образом:

4—1. Спектральная плотность  $E(k, \alpha)$  распределена существенно неизотропно, причем степень изотропности изменяется с увеличением волнового числа.

4—2. При малых волновых числах индикатриса рассеяния энергии вытянута в продольном направлении ( $\alpha \sim 0$ ,  $\alpha \sim \pi$ ) и сжата в поперечном ( $\alpha \sim \pi/2$ ,  $\alpha \sim 3/2\pi$ ).

## 5. Анизотропность п.ф.п.

Распределение полной энергии п. ф. п. по углу

$$\int E(k, \alpha) dk = \rho_1^2(\alpha)$$

представлено на рис. 7 в зависимости от расстояния вниз по потоку при постоянном числе Рейнольдса и при различных скоростях истечения струи с фиксированным значением  $x/d = 45$ . Формы кривых указывают на выраженную тенденцию к перераспределению плотности энергии

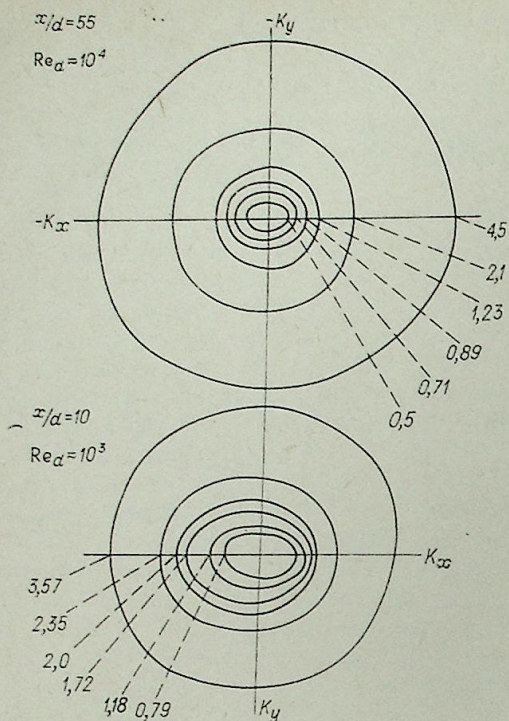


Рис. 6. Карта линий одинаковой спектральной плотности в двумерном волновом пространстве.

Цифрами обозначены значения волновых чисел в [1/см].

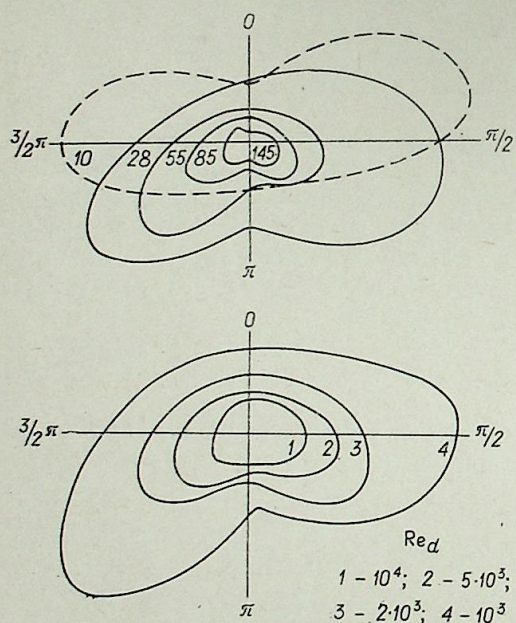


Рис. 7. Двумерное распределение интегральной по волновым числам энергии в зависимости от расстояния вниз по потоку (10, 28, 55, 85 и 145 — значения  $x/d$ ) при различных числах Рейнольдса.

гии в некоторых направлениях для большинства зависимостей при  $\alpha \sim 2/3\pi$  и  $\alpha \sim 4/3\pi$  и существенно меньшему переносу в направлениях  $\alpha \sim 0^\circ$  и  $\alpha \sim \pi$ , что дает возможность высказать следующее утверждение:

5—1. Распределение энергии п. ф. п. носит выраженный анизотропный характер, причем с максимумом плотности энергии п. ф. п. в поперечном направлении к линиям тока струи.

Более детальную картину распределения энергии можно представить по рис. 8, 9, проясняющим зависимость  $L_3$ , и по отношению энергии пульсаций п. ф. п. поперек потока к пульсациям вдоль направления истечения струи  $L_2(\alpha_1=0, \alpha_2=\pi/2)$  от параметров  $x/d$  и  $Re$ . Согласно этим зависимостям, следует отметить, что:

5—2. Интегральный коэффициент анизотропии  $L_3$  уменьшается с увеличением времени развития течения; наибольшие изменения наблюдаются в диапазоне  $x/d < 50$ . Поведение параметра  $L_2$  аналогично предыдущему, однако  $L_3$  достигает минимума при значениях 2,17, а  $L_2$  уменьшается до величины 1,7.

5—3. При увеличении числа Рейнольдса при фиксированном  $x/d$  (см. рис. 4). Зависимости  $L_3$  и  $L_2(0, \pi/2)$  практически идентичны и имеют тенденцию к уменьшению, достигая соответственно значений 1,55 и 1,42.

На рис. 8, 9 показаны результаты измерений величин  $L_3^+$  (интегральной по углу в диапазоне  $(3/2 \div 1/2)\pi$ ),  $L_3^-$  (диапазон  $(1/2 \div 3/2)\pi$ );  $L_2^+$  — отношение продольных пульсаций к поперечным соответственно для фиксированных углов  $\alpha_1=0, \alpha_2=1/2\pi$  и  $L_2^-$  — для углов  $\alpha_1=\pi$  и  $\alpha_2=3/2\pi$ , с целью выяснения степени изотропности перераспределения энергии в

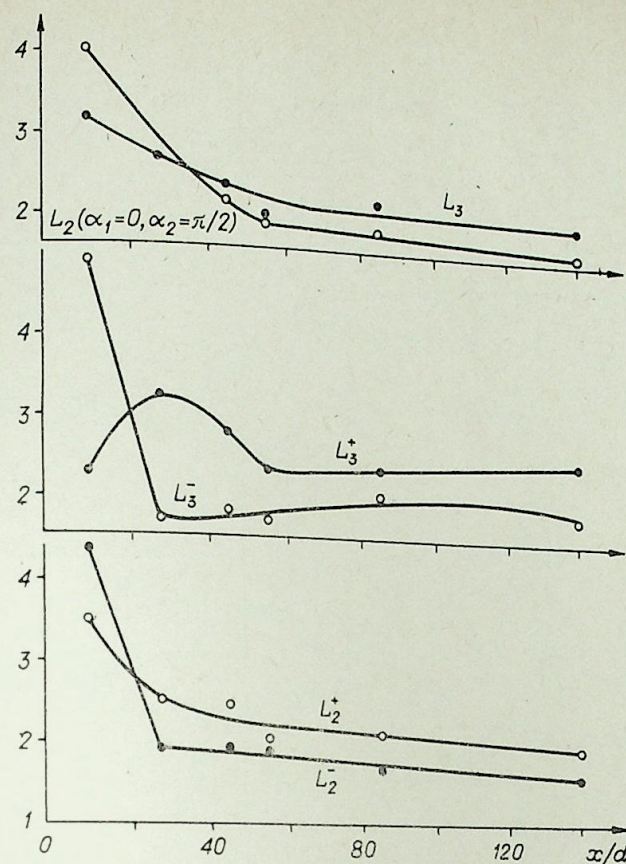


Рис. 8. Зависимость коэффициентов анизотропии от времени вырождения.

нижнюю и верхнюю полуплоскости Фурье. Относительно этих зависимостей можно сказать следующее:

5—4. Коэффициент анизотропии  $L_3^+$  несколько ниже, нежели  $L_3^-$ , причем при  $x/d > 30$   $L_3^-$  изменяется очень мало, со средним значением 1,82;  $L_3^+$  при  $30 < x/d < 55$  быстро падает с 3,33 до 2,35, слабо увеличиваясь при  $x/d > 55$ .

5—5.  $L_2^+$  и  $L_2^-$  слабо убывает при увеличении  $x/d$ , достигая минимальных значений соответственно при 1,87 и 1,49.

5—6. При увеличении числа Рейнольдса при фиксированном  $x/d$  значения  $L_3^+, L_3^-, L_2^+, L_2^-$  уменьшаются, достигая минимума соответственно при значениях 1,5; 1,66; 1,35; 1,48.

## 6. Коэффициенты «сплющивания» п. ф. п.

Согласно определениям, данным выше, найдем интегральный коэффициент «сплющивания» п. ф. п.  $W_3$  при  $\alpha_1=3/2\pi$  и  $\alpha_2=1/2\pi$ .

Из приведенных на рис. 9 зависимостей следует, что:

6—1. Величина отношения потока энергии в нижнюю полуплоскость Фурье (пространство волновых чисел) к потоку в верхнюю полуплоскость увеличивается с возвращением времени развития течения причем, максимум деформации п. ф. п. достигает уровня 2,97. При увеличении числа Рейнольдса с фиксированным значением  $x/d \sim 30$  значение  $W_3$  уменьшается до 1,17.

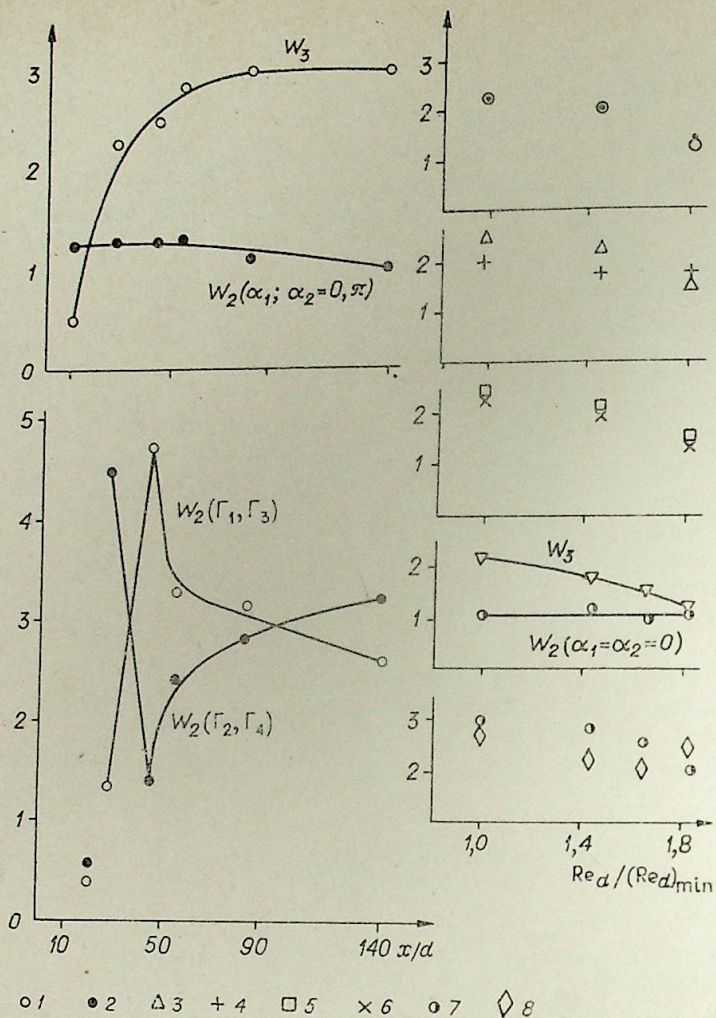


Рис. 9. Зависимость коэффициентов анизотропии и «сплющивания» от числа Рейнольдса и различных времен вырождения.  $Re_d \sim 5,5 \cdot 10^3$  мин.

1 —  $L_3$ ; 2 —  $L_2$  ( $\alpha=0$ ,  $\alpha=\pi$ ); 3 —  $L_3^+$ ; 4 —  $L_3^-$ ; 5 —  $L_2^+$ ; 6 —  $L_2^-$ ; 7 —  $W_2$  ( $\Gamma_1, \Gamma_3$ ); 8 —  $W_2$  ( $\Gamma_2, \Gamma_4$ ).

Для получения более подробной информации о характере перераспределения энергии в различные области волнового пространства, разобьем плоскость Фурье осями  $k_x$  и  $k_y$  на четыре квадранта, которые обозначим по часовой стрелке соответственно как  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$  и  $\Gamma_4$ . Отношение энергии, заключенной в области  $\Gamma_3$ , к энергии в области  $\Gamma_1$  обозначим как  $W_3(\Gamma_1, \Gamma_3)$ ; энергии в области  $\Gamma_2$  к энергии в области  $\Gamma_4$  как  $W_3(\Gamma_2, \Gamma_4)$ . Из рис. 9 следует, что:

6—2. При  $x/d \geq 28$  зависимости  $W_3(\Gamma_1, \Gamma_3)$  и  $W_3(\Gamma_2, \Gamma_4)$  носят явно антисимметричный характер, причем ось симметрии лежит на среднем уровне 2,93. По-видимому, это должно указывать на некоторую взаимосвязь перераспределения энергии в различные квадранты волнового пространства. При увеличении числа Рейнольдса (при фиксированном значении  $x/d \sim 40$ ) эти величины уменьшаются, достигая соответственно значений 1,06 и 1,04, что говорит об исчезновении эффекта деформации при таких временах вырождения с увеличением числа Рейнольдса.

На рис. 9 приведена также более детального вида деформация, характеризующая поток энергии строго вдоль оси  $k_y$  ( $\alpha=0$ ) по отношению

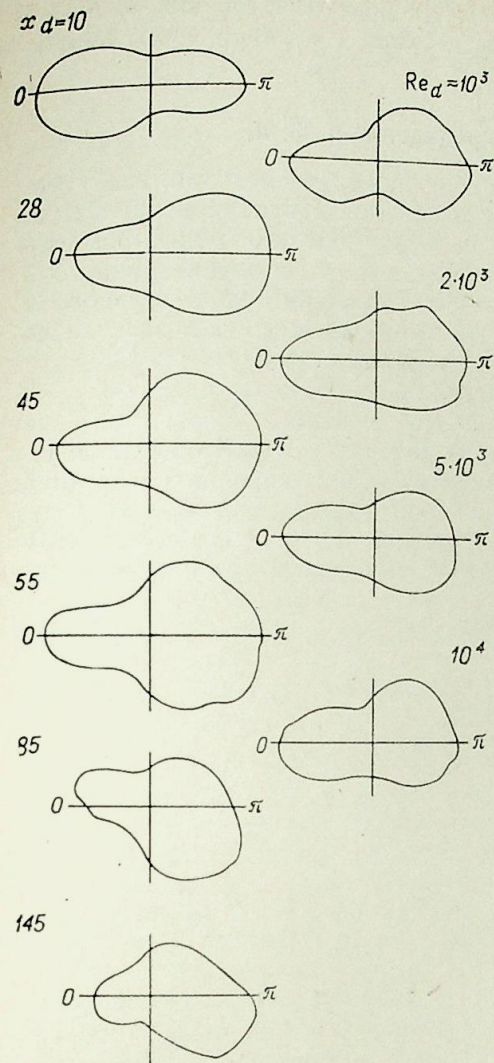


Рис. 10. Формы двумерных интегральных масштабов для различных времен вырождения и чисел Рейнольдса.

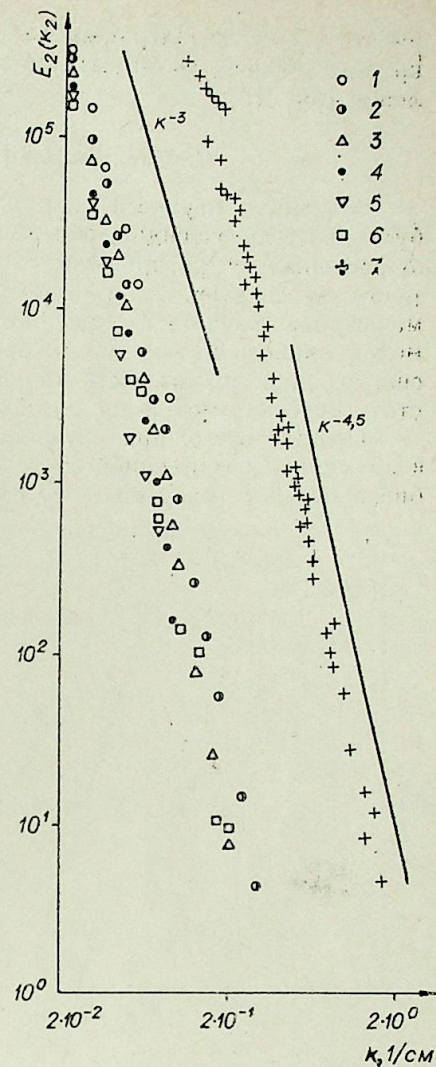


Рис. 11. Спектральное распределение энергии  $E_2(k_2)$  для различных времен вырождения.  
 $x/d=10$  (1); 20 (2); 40 (3); 60 (4); 80 (5); 110 (6); преобразованные спектры (7).

к потоку в противоположном направлении ( $-k_y$ ) [ $\alpha=\pi$ ], обозначенный как  $W_2(\alpha_1=0, \alpha_2=\pi)$ . Напомним, что ось  $k_y$  ( $\alpha=0$ ) совпадает с осью вдоль по потоку в пространстве координат поля. Из рисунка следует, что:

6—3. Величина  $W_2(\alpha_1=0, \alpha_2=\pi)$  незначительно меняется с расстоянием вниз по потоку, достигая максимума со значением 1,26. При увеличении числа Рейнольдса деформация исчезает. Более детальную информацию о характере потоков энергии в области волнового пространства можно получить, из рис. 7.

Закончим исследование анизотропии п. ф. п. демонстрацией форм двумерных интегральных масштабов, определенных выше. Мы опускаем детальное обсуждение последнего результата, поскольку измерения форм  $\Lambda(\alpha)$  в зависимости от скорости истечения струи и времени вырождения турбулентности дополняют лишь закономерности, полученные выше. Однако отметим, что приведенные масштабы нужно рассмат-

ривать в смысле Лагранжа как формы среднестатистических наиболее крупных вихрей, вытянутых по потоку и сжатых в поперечном направлении (рис. 10).

### 7. Спектральное распределение п. ф. п.

Механизм переноса скалярной субстанции (тепло, примесь) турбулентностью, очевидно, определяется детальной структурой последней, заключенной в распределении энергии турбулентных пульсаций скорости по спектру. Если знание интегрального  $\Lambda$  и диссипативного  $\lambda$  масштабов позволяет определить момент включения конвективного и молекулярного механизмов переноса, то характер миграции энергии по спектру дает возможность проследить за динамикой изменения среднестатистической молей конкретного масштаба.

Прежде всего, при изучении механизма переноса энергии п. ф. п. в двумерной затопленной струе нужно определить, существует ли подобие в переносе энергии п. ф. п. по спектру при изменении расстояния

вниз по потоку и начальной скорости истечения струи. С этой целью на рис. 11—13 представлено

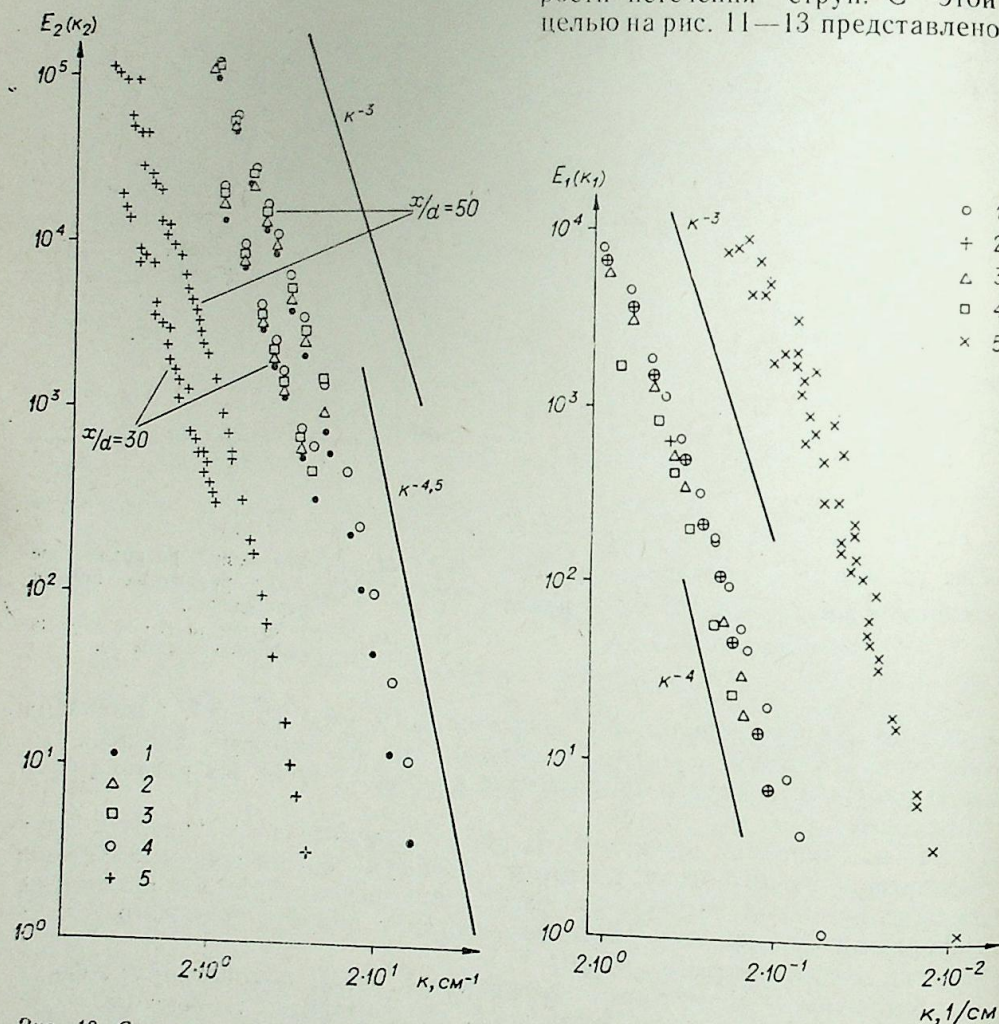


Рис. 12. Спектральное распределение энергии  $E_2(k_2)$  для различных чисел Рейнольдса.

$Re_d = \sim 10^3$  (1);  $2 \cdot 10^3$  (2);  $5 \cdot 10^3$  (3);  $10^4$  (4); преобразованные спектры (5).

Рис. 13. Спектральное распределение энергии  $E_1(k_1)$  для различных времен вырождения.

$x/d = 20$  (1); 40 (2); 60 (3); 110 (4); преобразованные спектры (5).

распределение спектральной плотности п. ф. п.  $E_1(k_1)$  и  $E_2(k_2)$ :

$$E_1(k_1) \sim \frac{\{E(|k|, \alpha)\}_{\alpha=0}}{\int dk \{E(|k|, \alpha)\}_{\alpha=0}};$$

$$E_2(k_2) \sim \frac{\{E(|k|, \alpha)\}_{\alpha=\pi/2}}{\int dk \{E(|k|, \alpha)\}_{\alpha=\pi/2}}$$

в зависимости от числа Рейнольдса и  $x/d$ . Там же представлены спектральные плотности, отложенные в следующих координатах [6]:

$$E_i^{np} \sim \frac{1}{l_c} E_i(k_i l_c), \quad k_i^{np} \sim R_c^{-3/4} l_c k_i,$$

где  $i=1,2$ ;  $l_c = (x-x_0)$ ;  $x$  — расстояние вниз по потоку;  $x_0$  — расстояние от среза сопла до мнимого источника;

$$R_c = \frac{U_c l_c}{\nu}; \quad U_c = U_0 l_c^{1/2-1/2} d^{1/2}.$$

На рисунках эти спектры обозначены как «преобразованные спектры». Целесообразность таких преобразований обусловлена введением гипотезы Колмогорова о существовании универсальной области для больших волновых чисел, а также для выяснения степени автомодельности режима течения. Относительно распределения  $E_1(k_1)$  и  $E_2(k_2)$  можно сказать следующее:

7—1. Поведение спектральной плотности  $E_2(k_2)$  имеет общую тенденцию к закону изменения  $\sim k_2^{-3}$  в области более низких частот, и закону  $\sim K_2^{-4.5}$  в области более высоких волновых чисел. При изменении расстояния вниз по потоку поведение преобразованных спектров  $E_i^{np}(k_i^{np})$  не отвечает полностью автомодельному режиму. По отношению к изменению числа Рейнольдса условия автомодельности соблюдаются лучше. То же самое можно сказать относительно распределений  $E_1(k_1)$  с тем лишь различием, что затухание высококачественных компонент выражено слабее  $\sim k_1^{-4.0}$ . Для пояснения механизма переноса скалярной субстанции однородным и изотропным полем пульсаций скорости был получен спектр п. ф. п. примеси, инжектируемой в спутный поток с постоянными турбулентными характеристиками. Конструкция канала описана в работе [7]. Обнаружено (рис. 14) что:

7—2. Область наиболее низких волновых чисел характеризуется зависимостью, близкой ( $-5/3$ ) закону Колмогорова, область более высоких волновых чисел тяготеет к зависимости  $\sim k^{-3}$ .

### 8. Обсуждение результатов

Опираясь на анализ и сопоставление полученных результатов, попытаемся представить детальную картину переноса скалярной субстанции свободной турбулентностью.

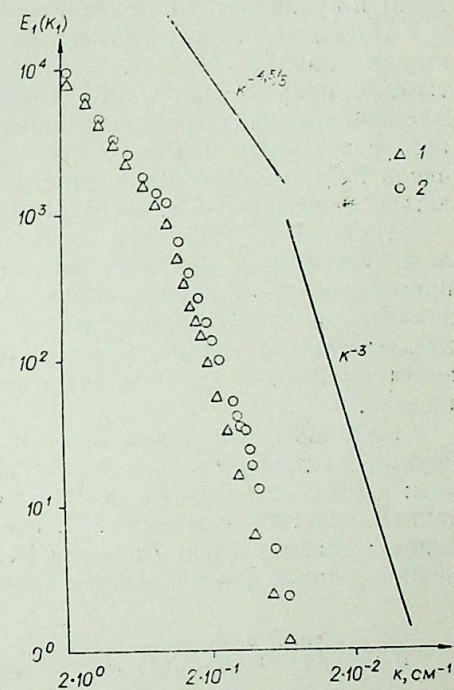


Рис. 14. Спектральное распределение энергии  $E_1(k_1)$  в спутном однородном и изотропном поле пульсаций скорости.  $Re_d \approx 2 \cdot 10^3$ ;  $Re_d \approx 2 \cdot 10^4$ ;  $x/d = 100$  (○); 300 (△).

Во-первых, течение вниз по потоку можно разделить на два участка: область  $x/d < 110$ , в которой наблюдается преобладание переноса субстанции действием инерционных сил (область генерации) над молекулярной диффузией (диссипация вязкостью), что следует из (1—1, 1—2, 2—1); область  $x/d > 110$ , где наблюдается обратное соотношение механизмов переноса (2—1, 2—5, 1—1), причем с увеличением числа Рейнольдса процесс генерации проходит более интенсивно, но вместе с тем скорость диссипации уменьшается (2—2, 2—3, 2—5). По-видимому, логичное объяснение этим фактам следует искать в общем падении числа Рейнольдса вниз по потоку.

Поведение интегрального и диссипативного масштабов дает основание полагать (3—1, 3—2, 1—1), что по мере развития течения, начинает преобладать крупномасштабное движение, причем, момент включения механизма молекулярной диффузии с увеличением времени вырождения начинается с более крупных масштабов. Следует отметить, что при больших временах вырождения увеличение интегрального масштаба происходит несколько быстрее, чем диссипативного. Эти эффекты проявляются тем ярче, чем ниже число Рейнольдса. В области  $x \leq l$ , где  $l$  — длина щели сопла, наблюдается развитие мелкомасштабного движения из крупномасштабного. На это указывает падение интегрального масштаба (3—1). Изменение энергетических спектров вниз по потоку (7—1) подтверждает закономерности, изложенные выше, дополнительно указывая на отсутствие автомодельного режима течения вниз по потоку. При вариации чисел Рейнольдса некоторая автомодельность, по-видимому, наблюдается.

Область генерации характеризуется более устойчивым режимом течения, нежели область диссипации. Потеря устойчивости (квазистационарность) течения в зоне активной диссипации, по-видимому, обусловлена перемежаемым характером мелкомасштабного движения (2—4, 2—6) и проявляется при увеличении числа Рейнольдса [8].

Наиболее неизотропными являются крупные вихри на всех стадиях вырождения (1—2, 4—1, 4—2, 5—1), причем вихри являются вытянутыми в направлении линий тока (7—2). Количественный анализ коэффициента анизотропности показывает быстрое уменьшение последнего с течением времени вырождения до уровня 1,7. При увеличении числа Рейнольдса его значение уменьшается до величины 1,42, близкой к теоретической (5—2, 5—3) [1].

Из 5—4, 5—5, 5—6, 6—1, 6—2, 6—3 следует, что баланс между положительными и отрицательными градиентами плотности нарушен с преобразованием первых, причем отношение осредненных абсолютных значений положительных градиентов к отрицательным (степень деформации) быстро увеличивается с расстоянием вниз по потоку, достигая значения 2,93. С увеличением числа Рейнольдса разбаланс уменьшается.

Из вида форм двумерных интегральных масштабов следует, что крупные вихревые образования не обладают симметричным характером: вытянуты вдоль по потоку, уширяясь вниз по течению (за исключением участков с малым  $x/d$ , где наблюдается противоположное уширение); слабо зависят от числа Рейнольдса, с более выраженным изменением формы для различных времен вырождения (рис. 10).

Институт химической кинетики  
и горения СО АН СССР, Новосибирск

Поступила в редакцию  
25/VI 1976

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Хинце И. О. Турбулентность. М., 1963.
2. Суюшев В. А.—ФГВ, 1975, № 1.
3. Lakue I. C., Libby P. A.—Phys of Fluids, 1975, 17, N 5, 873—878.
4. Gordon Clifford M.—Phys of Fluids, 1975, 18, N 2, 141—143.
5. Bevilagua P. M., Likoudis P. S.—AIAA paper, 1975, N 115.
6. Bashir Iawaid, Uberoi Manhinder S.—Phys. of Fluids, 1975, 18, N 4, 405—410.
7. Соколенко В. Ф., Тюльпанов Р. С., Игнатенко Ю. В.—ФГВ, 1974, № 2.
8. Бэтчелор Дж. Теория однородной турбулентности. М., 1955, 183—187.

Ю. Ф. МАКАРЕНКО, Ю. В. НЕМИРОВСКИЙ, Я. Л. ХЕЙНЛОУ

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ НЕУСТАНОВИВШИХСЯ  
ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ  
В КРУГЛЫХ ТРУБАХ И ПЛОСКИХ КАНАЛАХ

Несмотря на обширный класс исследований по турбулентному течению в трубах, каналах и в некоторых других простейших условиях, абсолютное большинство работ относится к изучению стационарных течений. По нестационарным течениям имеются лишь единичные исследования, совершенно недостаточные для понимания особенностей и природы таких течений. Интересны работы [1, 2], в которых авторами получено численное решение задач о течении соответственно в канале и трубе, при использовании в качестве определяющих уравнений — уравнения импульса и уравнения энергии турбулентности. Сравнение некоторых вычисленных и экспериментальных характеристик течения, выполненное в работах [1, 3], показало их удовлетворительное соответствие.

Предлагаемый в настоящей работе метод расчета нестационарных турбулентных течений в трубах и каналах при переменном во времени перепаде давления основан на разработанной в [4] теории вращательно неизотропных турбулентных потоков. В отличие от уравнений, используемых в [1, 2], уравнения для рассматриваемых нами случаев турбулентных течений оказываются линейными, а полученные решения — аналитическими. Рассчитанные на их основе характеристики течения вполне удовлетворительно соответствуют экспериментальным данным.

Уравнения движения вращательно неизотропных несжимаемых турбулентных потоков, выведенные в работе [4], имеют вид

$$\rho \frac{D}{Dt} \mathbf{v} = \nabla(\mu \nabla \mathbf{v}) + 2\nabla[\gamma(\boldsymbol{\Omega} - 1/2\nabla \mathbf{v})] - \nabla P,$$

$$\rho \frac{D}{Dt} I\boldsymbol{\Omega} = \nabla(\vartheta I \nabla \boldsymbol{\Omega}) + \nabla(\eta I \nabla \boldsymbol{\Omega}) + \varepsilon I \nabla(\nabla \boldsymbol{\Omega}) + (\nabla \boldsymbol{\Omega})(\nabla \varepsilon I) - 4\gamma \boldsymbol{\Omega} -$$

$$- 2(\kappa - \gamma) \nabla \mathbf{v} + 1/2\rho I (\nabla \mathbf{v}) \cdot \boldsymbol{\Omega} + \left( \nabla p^0 - \mu_m \nabla \cdot \nabla \mathbf{v} + \rho \frac{D}{Dt} \mathbf{v} \right) R$$

Здесь  $\rho$  — плотность среды;  $\mu_m$  — коэффициент молекулярной вязкости среды;  $p^0$  — осредненное термодинамическое давление в среде;  $P = p^0 + \frac{1}{3}\rho \mathbf{v}^2$  ( $\mathbf{v}$  — величина пульсационной составляющей поля скорости),  $\mathbf{v}$  — поле осредненных скоростей движения жидкости в среде,  $\boldsymbol{\Omega}$ ,  $R$  — поля скорости вихревого вращения (дополнительной, независимой от поля осредненных скоростей, кинематической характеристики движения жидкости) и среднего радиуса кривизны линии тока пульсационной составляющей поля скорости в среде;  $\mu$ ,  $\gamma$ ,  $\vartheta$ ,  $\eta$ ,  $\varepsilon$ ,  $\kappa \geq 0$  и  $I \geq 0$  — соответственно вводимые в теории коэффициенты вязкости и плотность эффективного момента инерции турбулизованной среды.

Приняв далее

$$\kappa, \mu, \gamma, \vartheta, \eta, \varepsilon, I = \text{const}, R = 0, \quad (2)$$

в частном случае турбулентных течений в круглой трубе с полями скорости  $\mathbf{V} = (0, 0, V_z \equiv V)$  и скорости вихревого вращения  $\boldsymbol{\Omega} = (\Omega_r, \Omega_\varphi, \Omega_z)$ , независимыми от направлений  $\varphi$  и  $z$ , из (1) находим:

$$\frac{\partial P}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial \varphi} = -2\gamma \frac{\partial \Omega_z}{\partial r},$$

$$\rho \frac{\partial V}{\partial t} = (\mu + \gamma) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} V + 2\gamma \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Omega_\varphi) - \frac{\partial P}{\partial z},$$

$$\rho I \frac{\partial \Omega_\varphi}{\partial t} = I \vartheta \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Omega_\varphi) + 2(\kappa - \gamma) \frac{\partial V}{\partial r}, \quad (3)$$

$$\rho I \frac{\partial \Omega_r}{\partial t} = I(\varepsilon + \eta) \frac{\partial}{\partial r} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \Omega_r) - 4\gamma \Omega_r,$$

$$\rho I \frac{\partial \Omega_z}{\partial t} = I \vartheta \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} \Omega_z - 4\gamma \Omega_z.$$

Из последних двух уравнений в (3) нетрудно заключить, что если  $\Omega_r$  и  $\Omega_z$  обращаются в нуль на границе области течения, то при  $t \rightarrow \infty$  они стремятся тождественно к нулю во всей области течения. Обратим при этом внимание на различие в скоростях затухания  $\Omega_r$  и  $\Omega_z$ .

Приняв далее  $\Omega_z(R) = 0$  ( $R$  — радиус трубы) для моментов времени  $t$ , существенно превышающих характерное время затухания величины  $\Omega_z$ , в соответствии с (3) будем иметь ( $\Omega_\varphi \equiv \Omega$ )

$$P = P(z, t)$$

$$\rho \frac{\partial V}{\partial t} = (\mu + \gamma) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} V + 2\gamma \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Omega) - \frac{\partial P}{\partial z},$$

$$\rho I \frac{\partial \Omega}{\partial t} = I \vartheta \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Omega_\varphi) - 4\gamma \Omega_\varphi + 2(\kappa - \gamma) \frac{\partial V}{\partial r}. \quad (4)$$

Пусть поле градиента давления  $\frac{\partial P}{\partial z} (= \frac{\partial P^0}{\partial z})$ , задается формулой

$$\frac{\partial P}{\partial z} = P_0 + K_1 \cos(\omega t + \varphi_1), \quad (5)$$

где  $K_1$ ,  $\varphi_1$ ,  $\omega$  — соответственно амплитуда, фаза и частота колебательной части поля градиента давления;  $\omega$ ,  $P_0$ ,  $K_1$ ,  $\varphi_1 = \text{const}$ .

Принимая во внимание (5), решение уравнения (4) естественно искать в виде

$$V = V_0 + K_2(r) \cos[\omega t + \varphi_2(r)],$$

$$\Omega = \Omega_0 + K_3(r) \cos[\omega t + \varphi_3(r)]. \quad (6)$$

Переходим в формулах (5), (6) от полей  $\frac{\partial P}{\partial z}$ ,  $V$ ,  $\Omega$  к комплексным полям  $\frac{\partial P}{\partial z}$ ,  $V$ ,  $\Omega$ :

$$\frac{\partial P}{\partial z} = P_0 + P_1 e^{-i\omega t}, \quad V = V_0 + V_1 e^{-i\omega t}, \quad \Omega = \Omega_0 + \Omega_1 e^{-i\omega t}, \quad (7)$$

где

$$P_1 = K_1 e^{-i\varphi_1}, \quad v_1 = K_2 e^{-i\varphi_2}, \quad \Omega_1 = K_3 e^{-i\varphi_3}. \quad (8)$$

Подставив (7) в уравнение (4), находим следующие две подсистемы для определения  $V_0$ ,  $\Omega_0$  и  $V_1$ ,  $\Omega_1$  в отдельности

$$(\mu + \gamma) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} V_0 + 2\gamma \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\Omega_0) = P_0, \\ I\theta \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\Omega_0) - 4\gamma\Omega_0 + 2(\kappa - \gamma) \frac{\partial V}{\partial r} = 0; \quad (9)$$

$$(\mu + \gamma) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} V_1 + 2\gamma \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\Omega_1) + i\omega\rho V_1 = P_1, \\ I\theta \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\Omega_1) - (4\gamma - i\rho I\omega)\Omega_1 + 2(\kappa - \gamma) \frac{\partial V_1}{\partial r} = 0. \quad (10)$$

Решения систем (9), (10), удовлетворяющие условию конечности  $V_0, \Omega_0, \text{Re } V_1, \text{Im } V_1, \text{Re } \Omega_1, \text{Im } \Omega_1$  в центре трубы, имеют вид

$$V_0 = C_1 + \frac{P_0}{4(\mu + \kappa)} r^2 + C_2 I_0\left(\frac{r}{l}\right), \\ \Omega_0 = \frac{(\kappa - \gamma) P_0}{4\gamma(\mu + \kappa)} r - \frac{\mu + \gamma}{2\gamma l} C_2 I_1\left(\frac{r}{l}\right), \\ V_1 = -i \frac{P_1}{\rho\omega} + C_3 I_0(\lambda r) + C_4 I_0(\lambda^* r), \\ \Omega_1 = -\frac{i\omega\rho + (\mu + \gamma)\lambda^2}{2\gamma\lambda} C_3 I_1(\lambda r) - \frac{i\omega\rho + (\mu + \gamma)\lambda^{*2}}{2\gamma\lambda^*} C_4 I_1(\lambda^* r), \quad (11)$$

где  $C_1, C_2, C_3, C_4$  — постоянные интегрирования ( $C_3, C_4$  комплексны)

$$l = \sqrt{\frac{I\theta(\mu + \gamma)}{4\gamma(\mu + \kappa)}}, \quad (12)$$

а  $\lambda = \lambda_1 = -\lambda_2, \lambda^* = \lambda_3 = -\lambda_4, \lambda_1, \dots, \lambda_4$  — корни характеристического уравнения

$$\lambda^4 - \lambda^2 \left[ \frac{1}{l^2} - i\omega\rho \frac{\theta + \mu + \gamma}{\theta(\mu + \gamma)} \right] - \frac{\rho^2\omega^2}{\theta(\mu + \gamma)} - i \frac{\rho\omega}{l^2(\mu + \kappa)} = 0 \quad (13)$$

(Заметим, что при  $\omega \neq 0$  корни характеристического уравнения (13) являются всегда различными, так что решения (11) представляют собой полное семейство возможных решений уравнений (10, 9)).

В частном случае при  $\kappa = \gamma$  из (12) сразу находим

$$\lambda = \sqrt{\frac{1}{l^2} - i \frac{\omega\rho}{\theta}}, \quad \lambda^* = \frac{i-1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\omega\rho}{\mu + \gamma}}$$

Ограничиваясь в дальнейшем рассмотрением решений (11) для профиля скорости, будем иметь

$$\text{Re } V_1 = -K_1 \frac{\sin \varphi_1}{\omega\rho} + D_1 \text{Re } I_0(\lambda r) - D_2 \text{Im } I_0(\lambda r) + D_3 \text{Re } I_0(\lambda^* r) - \\ - D_4 \text{Im } I_0(\lambda^* r), \text{Im } V_1 = -K_1 \frac{\cos \varphi_1}{\omega\rho} + D_2 \text{Re } I_0(\lambda r) + D_1 \text{Im } I_0(\lambda r) + \\ + D_4 \text{Re } I_0(\lambda^* r) + D_3 \text{Im } I_0(\lambda^* r),$$

где  $D_1 = \text{Re } C_3, D_2 = \text{Im } C_3, D_3 = \text{Re } C_4, D_4 = \text{Im } C_4$ .

Принимая во внимание известное разложение [5]

$$I_0(\lambda r) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda r)^{2k}}{(k!)^2 2^{2k}}$$

и учитывая, что  $(a = \text{Re } \lambda, b = \text{Im } \lambda)$ ,

$$(\lambda r)^{2k} = r^{2k} (a + bi)^{2k} = r^{2k} \sum_{m=0}^{2k} \frac{(2k)!}{m!(2k-m)!} a^{2k-m} (ib)^m =$$

$$= r^{2k} \sum_{m=0}^k \frac{(-1)^m (2k)!}{(2m)!(2k-2m)!} a^{2(k-m)} b^{2m} + i r^{2k} \sum_{m=1}^k \frac{(2k)! (-1)^{m-1} b^{2m-1}}{(2m-1)!(2k-2m+1)!} \times \\ \times a^{2k-2m+1},$$

находим для  $\text{Re } I_0(\lambda r)$  и  $\text{Im } I_0(\lambda r)$

$$\text{Re } I_0(\lambda r) = \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \frac{(2k)! r^{2k}}{(k!)^2 2^{2k}} \sum_{m=0}^k \frac{(-1)^m}{(2m)!(2k-2m)!} a^{2(k-m)} b^{2m} \right], \\ \text{Im } I_0(\lambda r) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{(2k)! r^{2k}}{(k!)^2 2^{2k}} \sum_{m=1}^k \frac{(-1)^{m-1} a^{2k-2m+1}}{(2m-1)!(2k-2m+1)!} b^{2m-1} \right]. \quad (15)$$

Выражения для  $\text{Re } I_0(\lambda^* r)$  и  $\text{Im } I_0(\lambda^* r)$  получаются из (15) после замены  $a$  и  $b$  на  $a^*$  и  $b^*$ , где  $a^* = \text{Re } \lambda^*, b^* = \text{Im } \lambda^*$ .

Учитывая, наконец, (6), (7) для  $K_2(r)$  и  $\varphi_2(r)$ , находим

$$K_2 = \sqrt{(\text{Im } V_1)^2 + (\text{Re } V_1)^2}, \\ \varphi_2 = \arccos \frac{\text{Re } V_1}{K_2}. \quad (16)$$

Для получения представления о характере изменения  $K_2$  и  $\varphi_2$  от  $r$  на рис. 1 и 2 приведены теоретические кривые  $K_2(r)$   $\varphi_2(r)$  (сплошные линии), рассчитанные при значениях величин  $l/R = 0,0224, \mu + \gamma = 8,49 \cdot 10^{-4}$  кг/м·с,  $\mu + \kappa = 11,4 \cdot 10^{-4}$  кг/м·с,  $\theta = 1,063 \cdot 10^{-4}$  кг/м·с,  $K_1/\rho\omega = 3,1$  м/с,  $\varphi_1 = 0$ .

Здесь же были использованы значения  $\text{Re } V_1(R), \text{Im } V_1(R), \text{Re } \Omega_1(R), \text{Im } \Omega_1(R)$ , которые были указаны в таблице для трех различных частот  $f = \omega/2\pi = 1$  Гц, 5 Гц, 10 Гц. Теоретические профили скорости  $V(r, t)$  для случаев  $f = 5; 10$  Гц в различные моменты времени  $\omega t = [0 \div 2\pi]$ , шаг  $\pi/4$  и при значениях  $V_0|_R = 1,3$  [м/с];  $2\gamma\Omega_0|_R = 3,1$  кг/м·с<sup>2</sup> представлены на рис. 3 и 4.

На рис. 1—4 для тех же моментов времени приведены экспериментально измеренные значения скоростей для случая течений  $f =$

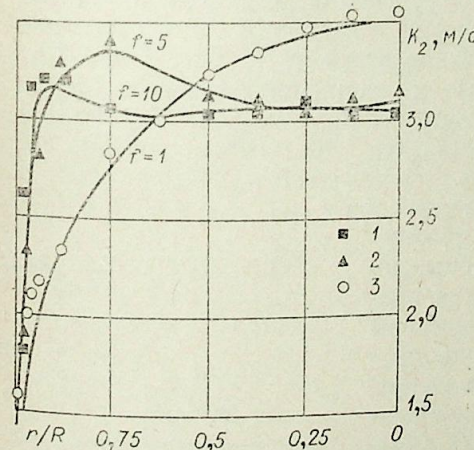


Рис. 1. Зависимость амплитуды колебания скорости  $K_2$  (м/с) от приведенной координаты  $r/R$ .  $f = 10$  (1); 5 (2); 1 Гц (3).

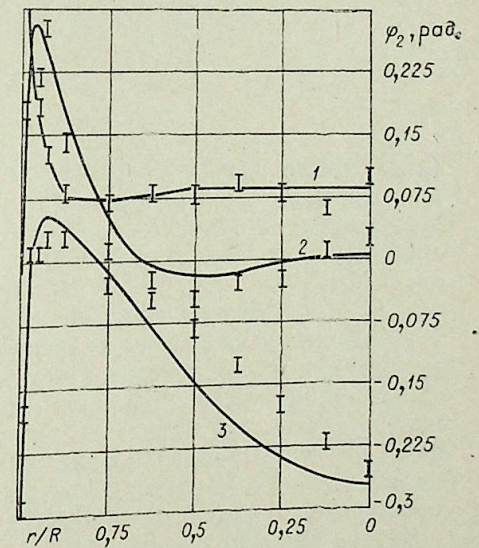


Рис. 2. Зависимость фазы колебания скорости  $\varphi_2$  (рад) от координаты  $r/R$ .  $f = 10$  (1); 5 (2); 1 Гц (3).

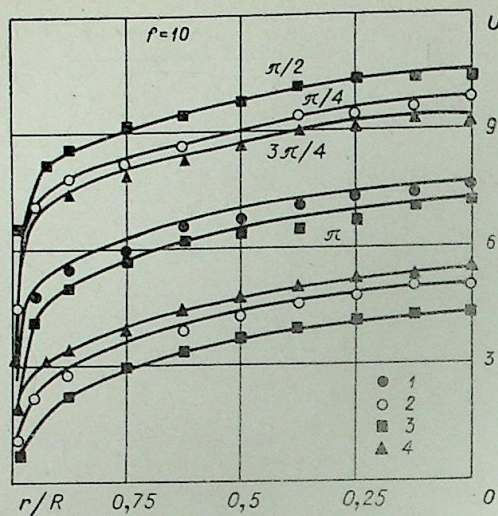
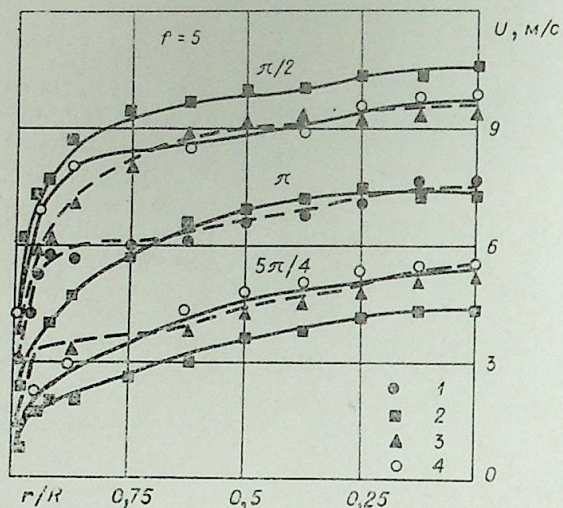


Рис. 3. Зависимость скорости  $V$  (м/с) от координаты и времени  $\omega t$  (для  $\omega t = 0 \div 2\pi$  с интервалом  $\pi/4$ ;  $f = 5$  Гц).  
1 — 0; 2 —  $\pi/2$ ,  $\pi$ ,  $3\pi/2$ ; 3 —  $3\pi/4$ ,  $7\pi/4$ ;  
4 —  $\pi/4$ ,  $5\pi/4$ .

Рис. 4. Зависимость скорости  $V$  (м/с) от координаты  $r/R$  и времени  $\omega t$  (для значений  $\omega t = 0 \div 2\pi$  с интервалом  $\pi/4$ ;  $f = 10$  Гц).  
1 — 0; 2 —  $\pi/4$ ,  $5\pi/4$ ; 3 —  $\pi/2$ ,  $3\pi/2$ ;  
4 —  $3\pi/4$ ,  $7\pi/4$ .



(рис. 5), аналогично рассмотренному выше течению в круглой трубе, и может быть формально получено из решений (6), (13), (14), (16) после простой замены  $r$ ,  $P_0/4(\mu+\kappa)$  и модифицированных функций Бесселя  $I_0(r/l)$ ,  $I_1(r/l)$ , соответственно, на  $x$ ,  $P_0/2(\mu+\kappa)$  и  $\text{ch}(x/l)$ ,  $\text{sh}(x/l)$ , а  $\text{Re} I_0(\lambda r)$ ,  $\text{Im} I_0(\lambda r)$ ,  $\text{Re} I_0(\lambda^* r)$ ,  $\text{Im} I_0(\lambda^* r)$ , в (14) на  $\text{ch} ax \cos bx$ ,  $\text{sh} ax \sin bx$ ,  $\text{ch} a^* x \cos b^* x$ ,  $\text{sh} a^* x \sin b^* x$ .

Используя численные значения параметров  $l$ ,  $\mu+\gamma$ ,  $\mu+\kappa$ ,  $\vartheta$ ,  $K_1/\rho\omega$ ,  $\varphi_1$ , указанные для течения в трубе, а в качестве граничных условий — данные таблицы, можно получить для канала теоретические профили амплитуды  $K_2(x)$  и фазы  $\varphi_2(x)$ , которые практически совпадают с соответствующими профилями для трубы и поэтому здесь не приводятся. Обратим внимание на уменьшение различия между кривыми  $K_2(r)$  и  $K_2(x)$ , а также  $\varphi_2(r)$  и  $\varphi_2(x)$  по мере увеличения частоты  $\omega$  (при одинаковой амплитуде колебания градиента давления  $K_1/1\rho\omega$ ).

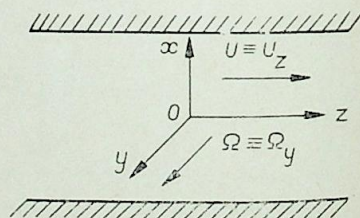


Рис. 5. Схема течения в канале.

$= 5$ ; 10 Гц, а также определенные, по измеренным профилям скорости значения  $K_2(r)$  и  $\varphi_2(r)$  для частот колебаний  $f = 1$ ; 5; 10 Гц. Как видно из графиков теоретические кривые  $K_2(r)$ ,  $\varphi_2(r)$  и  $V(r, t)$  вполне удовлетворительно описывают поведение экспериментальных данных.

Данные эксперимента, соответствующие случаю  $f = 10$  Гц, были опубликованы в работе [3], а данные, соответствующие  $f = 1$  Гц; 5 Гц, были любезно предоставлены авторам данной статьи В. И. Букреевым и В. М. Шахиным для обработки и впервые, с их согласия, приводятся здесь.

Опуская математические подробности, отметим, что решение уравнений (1) для  $V \equiv V_z$  и  $\Omega \equiv \Omega_y$  в случае течения в плоском канале

$f$ , Гц	$\text{Re } V_1, \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$\text{Im } V_1, \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$\text{Re } \Omega_1, \frac{\text{кг}}{\text{мс}^2}$	$\text{Im } \Omega_1, \frac{\text{кг}}{\text{мс}^2}$
1	-0,0158	-0,9523	$\frac{0,65}{2\gamma}$	$\frac{-0,6423}{2\gamma}$
5	-0,117	-1,4	$\frac{1,116}{2\gamma}$	$\frac{-0,8465}{2\gamma}$
10	0,1254	0	$\frac{0,71}{2\gamma}$	$\frac{-3,16}{2\gamma}$

Общий характер поведения амплитуды  $K_2(x)$  и  $\varphi_2(x)$  находится в хорошем соответствии с качественными выводами о влиянии нестационарности на характер течения в канале, высказанными С. Б. Марковым на основе выполненного им экспериментального исследования [6]

Институт гидродинамики  
СО АН СССР, Новосибирск

Поступила в редакцию  
18/IV 1976

#### ЛИТЕРАТУРА

- Еременко Е. В. Расчет кинематических характеристик турбулентного потока при неустановившемся движении.— В кн.: Турбулентные течения. М., «Наука», 1970, с. 49—58.
- Васильев О. Ф., Квон В. И. Неустановившееся турбулентное течение в трубе.— ПМТФ, 1971, № 6.
- Букреев В. М., Шахин В. М. Экспериментальное исследование турбулентного неустановившегося течения в круглой трубе.— В кн.: Аэромеханика. М., «Наука», 1976, с. 180—187.
- Немировский Ю. В., Хейнлоо Я. Л. Локально-вихревой подход при описании вращательно неізотропных турбулентных потоков. I. Основные уравнения.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1978, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.
- Корнев Б. Г. Введение в теорию бесселевых функций. М., «Наука», 1971.
- Марков С. Б. Экспериментальное исследование кинематических характеристик турбулентного неустановившегося напорного потока.— В кн.: Гидравлика и гидротехника, № 8, Киев, «Техника», 1968.

В. М. БЕЛОЛИПЕЦКИЙ

О ПРИБЛИЖЕННОМ СПОСОБЕ РАСЧЕТА  
ГИПЕРЗВУКОВОГО ТЕЧЕНИЯ  
ОКОЛО ТОНКИХ ПРИТУПЛЕННЫХ ТЕЛ

В приближенной постановке исследуются гиперзвуковые течения невязкого газа около тонких притупленных тел, близких к двумерным. В рамках простейшей двухслойной схемы определяется течение на достаточном удалении от притупления. Полученное решение позволяет определить влияние показателя адиабаты на картину течения и исследовать течения около тонких выпукло-вогнутых тел.

Введем полугеодезическую систему координат  $s, t, N, s$  — расстояние вдоль геодезической линии,  $N$  — расстояние по нормали до поверхности тела,  $s, t$  — ортогональные криволинейные координаты на поверхности. Для этой системы координат ковариантные составляющие метрического тензора для тонкого слоя вблизи поверхности определяются соотношениями

$$\begin{aligned} \sqrt{g_{11}} &= H_1 = 1 - K_3 N + O(N^2), \quad \sqrt{g_{22}} = H_2 = H[1 - K_t(\bar{N}_0 \cdot \bar{\mathcal{E}}_0)N] + O(N^2), \\ \sqrt{g_{33}} &= H_3 = 1, \quad g_{13} = g_{31} = g_{23} = g_{32} = 0, \\ g_{12} &= H[T_s + T_t(\bar{N}_0 \cdot \bar{\mathcal{E}}_0)] \cdot N + O(N^2), \\ H^2 &= \left(\frac{\partial x_0}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial y_0}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial z_0}{\partial t}\right)^2. \end{aligned}$$

Здесь  $k_s, k_t$  — кривизны координатных  $s$  и  $t$  линий соответственно,  $T_s, T_t$  — кручения координатных линий,  $\bar{\mathcal{E}}_0$  — главная нормаль к  $t$  линии,  $x = x_0, y = y_0, z = z_0$  при  $N = 0$ . Для течений, близких к двумерным, и для гиперзвуковых течений при  $M_\infty \gg 1, (\kappa - 1) \ll 1, q_{12} \approx 0$ . Следовательно, в этом случае полугеодезическую систему координат можно считать ортогональной. При этом предполагаем, что обтекаемая поверхность гладкая и радиус кривизны любой точки поверхности больше толщины рассматриваемого слоя вблизи поверхности. Система уравнений, описывающая стационарные пространственные течения невязкого газа, в полугеодезической системе координат (при  $q_{12} = 0$ ) имеет следующий вид [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Sigma}{\partial s_1} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial s_1} = \bar{\tau} \cdot \nabla = \frac{\tau_s}{H_1} \frac{\partial}{\partial s} + \frac{\tau_t}{H_2} \frac{\partial}{\partial t} + \tau_N \frac{\partial}{\partial N}, \\ \frac{\kappa - 1}{\kappa} \cdot \frac{\eta}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial N} + \frac{k_{s0} \Phi}{\varepsilon_0 \eta} 2(1 - \eta) \frac{\tau_s^2}{H_1} k_s + \frac{\Phi_0^2}{\varepsilon_0 \eta_0} \left[ 2(1 - \eta) \frac{\partial \tau_N}{\partial s_1} + \right. \\ \left. + \eta_0 \tau_N \frac{\partial \eta}{\partial s_1} \right] - \frac{k_{t0} \Phi_0 M_0^2}{\varepsilon_0 \eta_0} 2(1 - \eta) \frac{\tau_t^2}{H_2} \frac{\partial H_2}{\partial N} = 0, \\ \frac{\partial}{\partial s} (H_2 \rho \tau_s \sqrt{1 - \eta}) + \frac{\partial}{\partial N} (H_1 H_2 \rho \tau_N \sqrt{1 - \eta}) + \frac{\mu_0}{l_0} \frac{\partial}{\partial t} \times \\ \times (H_1 \rho \tau_t \sqrt{1 - \eta}) = 0; \\ \frac{\partial (H_2 \tau_t)}{\partial s} + \tau_N \frac{\partial (H_2 \tau_t)}{\partial N} + \frac{\varepsilon_0 \eta_0}{l_0 \mu_0} \cdot \frac{(\kappa - 1) \eta}{2\kappa \rho (1 - \eta)} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{k_{s0} \Phi_0}{l_0 \mu_0} \times \end{aligned} \quad (1)$$

$$\times \frac{\tau_s^2}{H_1} N \frac{\partial k_s}{\partial t} - \eta_0 \tau_t H_2 \frac{\partial \eta}{\partial s_1} + \frac{\mu_0}{l_0} \tau_t \frac{\partial \tau_t}{\partial t} = 0;$$

$$\rho^{(\kappa-1)/\kappa} = (\kappa - 1)(1 + \delta)/(2\kappa \Sigma), \quad \Sigma = \rho^{1/\kappa}/\rho,$$

$$\text{где } \delta = \frac{2}{(\kappa - 1) M_\infty^2}, \quad \bar{V} = \sqrt{1 - \eta} \bar{\tau}, \quad \eta = i/i_m,$$

$$\tau_s = \cos \varphi \cdot \cos \mu, \quad \tau_t = \cos \varphi \cdot \sin \mu, \quad \tau_N = \sin \varphi.$$

На поверхности тела  $\tau_N = 0$ . Из законов сохранения массы, количества движения энергии получаются условия на ударной волне [2, 3],  $\rho \rho_\infty$  — плотность,  $\rho_\infty V_\infty^2$  — давление,  $\rho_\infty, V_\infty, M_\infty$  — соответственно плотность, скорость и число Маха невозмущенного потока,  $i$  — энтальпия,  $i_m$  — энтальпия торможения, отнесенные к  $V_\infty^2, \Sigma$  — энтропийная функция,  $V$  — скорость, отнесенная к максимальной скорости,  $H_1, H_2$  — коэффициенты Ламе,  $k_s, k_t$  — кривизны координатных  $s$  и  $t$  линий соответственно,  $\kappa$  — показатель адиабаты,  $\varepsilon = \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1}$ . Углы  $\varphi, \mu$  характеризуют отклонение линий тока от координатной  $s$  линии. Для оценки членов в уравнениях ввели параметры с индексом «0», характеризующие порядки соответствующих величин ( $f = f_0 \bar{f}, dl = H_2 dt$ ). Полагаем, что величины с черточками их производные по безразмерным переменным порядка единицы. Все линейные размеры отнесем к характерной длине тела.

Приближенные формы уравнений получаются в процессе, связанном с различными предельными переходами по коэффициентам, характеризующим порядки соответствующих членов в системе (1).

При гиперзвуковых течениях около тонких затупленных тел даже малое притупление может значительно изменять картину течения на больших расстояниях от самого притупления [2, 3]. Разобьем все поле возмущенного течения около тонких притупленных тел на три характерные области: I — течение в окрестности притупления; II — течение, прилегающее к поверхности ударной волны с малой кривизной (ударный слой); III — высокоэнтропийный слой — слой газа возмущенного течения, все струйки тока которого прошли через скачок уплотнения в окрестности вершины.

В области I:  $\rho_0 \sim 1, \rho_0 \sim \varepsilon_0^{-1}, \Sigma \sim \varepsilon_0$ . Пусть  $\omega_0$  — порядок угла наклона ударной волны на достаточно далеком расстоянии от притупления ( $\omega_0 \ll 1$ ). Давление в областях II и III порядка  $\omega_0^2$ . Энтропия сохраняется вдоль линии тока постоянной, поэтому в области III:  $\Sigma_0 \sim \varepsilon_0, \rho_0 \sim \omega_0^{2/\kappa} \cdot \varepsilon_0^{-1}, \eta_0 \sim \omega_0^{2(\kappa-1)/\kappa}$ . В области II такие же порядки, как и при обтекании заостренных тел, т. е.

$$\Sigma_0 \sim \varepsilon_0 \omega_0^{2/\kappa}, \quad \rho_0 \sim \varepsilon_0^{-1}, \quad \eta_0 \sim \omega_0^2.$$

Таким образом, энтропийные функции, плотности и энтальпии в ударном и высокоэнтропийном слоях отличаются в  $\omega_0^{2/\kappa}$  раз (при одинаковых  $\kappa$  в ударном и высокоэнтропийном слоях).

Так как максимально допустимая толщина высокоэнтропийного слоя не превышает порядок  $\omega_0$ , то в дальнейшем предполагается, что  $N_0 \ll \omega_0$  ( $N_0$  — характерная толщина области III). Тогда в области III для конечной величины  $\varepsilon$  имеем

$$\frac{k_{s0} \Phi_0}{\eta_0} \leq k_{s0} \omega_0^{(2-\kappa)/\kappa}, \quad \frac{\Phi_0^2}{\eta_0} \leq \omega_0^{2/\kappa}, \quad \frac{k_{t0} \Phi_0 M_0^2}{\eta_0} \leq \beta_0 \omega_0^{(2-\kappa)/\kappa} \frac{M_0^2}{l_0^2}. \quad (2)$$

Для тонких притупленных крыльев не слишком малых удлинений  $l_0 \sim 1, \mu_0 \leq \omega_0^{2(\kappa-1)/\kappa}, \frac{\eta_0}{l_0 \mu_0} \geq 1$  (оценка получена с использованием принципа

локальной стреловидности),  $\beta_0$  — характерный угол наклона поверхности тела. Для тонких притупленных тел, близких к телам вращения, в работе [3] для окружного перепада давления получена оценка, из которой следует, что  $\frac{\varepsilon_0 \eta_0}{l_0 \mu_0} \cdot \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial t} \sim 1$ .

В силу (2) система (1) упрощается и при  $\mu_0 \ll l_0$  имеет решение  $\Sigma = F(\Psi, t)$ ,  $\rho = f(s, t)$ .  $\eta = \frac{2\kappa}{(\kappa-1)(1+\delta)} \Sigma \rho^{(\kappa-1)/\kappa}$ ,

$$N = \begin{cases} \frac{1}{H\rho^{1/\kappa}} \int_0^{\psi} \frac{Fd\psi}{\sqrt{1-\eta}} & \text{при } k_{t_0} \cdot \varphi_0 \ll 1, \\ \frac{1}{K_t} + \sqrt{\frac{1}{k_t^2} - \frac{2}{k_t H\rho^{1/\kappa}} \int_0^{\psi} \frac{Fd\psi}{\sqrt{1-\eta}}} & \text{при } k_{t_0} \cdot \varphi_0 \sim 1; \end{cases} \quad (3)$$

$$\varphi = \frac{\partial N}{\partial s}, \quad H_2 = H(1 - k_t N), \quad d\psi = H_2 \rho \sqrt{1-\eta} dN - H_2 \rho \varphi \sqrt{1-\eta} ds.$$

$\Psi$  — функция тока.  $\mu$  определяется по известному полю течения из четвертого уравнения системы (1):

$$\mu = l^n \left[ \Phi(\psi, t) - \frac{\kappa-1}{2\kappa} \int_{s_0}^s \frac{\eta}{(1-\eta)\rho} l^{-\eta} \frac{\partial \rho}{\partial t} ds \right] / H_2. \quad (4)$$

Для области II пригодна решение, полученное для задачи обтекания заостренных тонких тел [1].

Для определения течения около тонкого притупленного тела на достаточном удалении от притупления необходимо совместно решать уравнения, описывающие течения в областях II и III с граничными условиями на поверхности тела и ударной волне. Из решения в области I, которое предполагается известным, определяются произвольные функции  $F(\psi, t)$  и  $\Phi(\psi, t)$ .

При полетах в атмосфере физико-химические превращения проходят главным образом в области носка и высокоэнтропийном слое (с возможными малыми «эффективными» показателями аднабаты), в то время как в ударном слое газ может остаться сравнительно холодным и совершенным. Поэтому представляет интерес исследовать течение в высокоэнтропийном слое при  $\varepsilon \ll 1$ . Получим оценки для толщины высокоэнтропийного слоя. В силу (3)  $(1-\eta_0) \sim \varepsilon_0 \ln \omega_0$ ,  $d^{1+\nu} \sim \rho_0 \sqrt{1-\eta_0} N_0 r_0^\nu$ ,  $\rho_0 \sim \omega_0^2 \varepsilon_0^{-1}$ , следовательно,  $N_0 \sim \frac{V \varepsilon_0 d^{1+\nu}}{\omega_0^2 r_0^\nu \sqrt{\ln \omega_0}}$ . Тогда

$\frac{\partial \rho}{\partial N} \approx 0$ , если  $d^{1+\nu} \ll \omega_0^2 r_0^\nu \sqrt{\ln \omega_0}$ , ( $d, r_0$  — характерные размеры притупления и толщины тела,  $\nu=0, 1$  — соответственно для плоского и осесимметричного течений).

Упростим решение (3) при  $\varepsilon \ll 1$

$$\begin{aligned} F(\omega_1) &= \varepsilon(\delta + \omega_1) [1 - (1 + 2 \ln \omega_1) \varepsilon] + \dots, \\ \eta &= (\delta + \omega_1)(1 + \delta)^{-1} \left( 1 + 2\varepsilon \ln \frac{\rho}{\omega_1} \right) + \dots, \\ N &= \begin{cases} (1 + 2\varepsilon \rho \ln \rho) I / (H\rho), & k_{t_0} \cdot \varphi_0 \ll 1, \\ \frac{1}{k_t} + \sqrt{\frac{1}{k_t^2} - \frac{2(1 + 2\varepsilon \rho \ln \rho)}{k_t H\rho}} I, & k_{t_0} \cdot \varphi_0 \sim 1; \end{cases} \\ 1 - \eta &= \frac{1 - \omega_1}{1 + \delta} - \frac{2(\delta + \omega_1)}{1 + \delta} \varepsilon \ln \frac{\rho}{\omega_1} + \dots, \end{aligned} \quad (5)$$

$$I = \int_0^{\psi} \sqrt{\frac{1+\delta}{1-\omega_1}} \left( 1 + \frac{\delta + \omega_1}{1 - \omega_1} \varepsilon \ln \frac{\rho}{\omega_1} \right) F d\psi, \quad H = y_m^\nu, \quad 1/k_t = -y_m^\nu.$$

Здесь  $\omega_1 = \sin^2 \omega$ ,  $\omega$  — угол наклона ударной волны в области I. При  $\omega = \frac{\pi}{2}$  подынтегральное выражение в соотношении для  $I$  обращается в бесконечность. Следовательно, существует окрестность вблизи «передней» точки ударной волны, в которой  $(1-\omega_1) \sim \varepsilon$ , тогда в выражении для  $(1-\eta)$  первое и второе слагаемые становятся одного порядка. Выделим в течении пристеночный слой, в котором  $(1-\eta) \sim \varepsilon$ ,  $0 \leq \psi \leq \psi_*$ . При  $\psi \geq \psi_*$  верны разложения (5), в которых

$$I = \int_{\psi_*}^{\psi} \sqrt{\frac{1+\delta}{1-\omega_1}} \left( 1 + \frac{\delta + \omega_1}{1 - \omega_1} \varepsilon \ln \frac{\rho}{\omega_1} \right) F d\psi + \int_0^{\psi_*} \frac{Fd\psi}{\sqrt{1-\eta}}. \quad (6)$$

$\psi_*$  определяется из условия сращивания с пристеночным слоем в области I, в котором имеют место оценки [3]

$$N_0 \sim R \varepsilon^{1+\nu/2}, \quad \sqrt{1-\eta} \sim \sqrt{\varepsilon/R}, \quad \varphi_0 \sim \varepsilon^{(3+\nu)/2}, \quad \psi_* \sim \varepsilon^{(1+\nu)/2}, \quad (7)$$

где  $R$  — радиус кривизны ударной волны в окрестности притупления. Из (3) при  $(1-\eta) \sim \varepsilon$  получаются порядки параметров в пристеночном слое, совпадающие с (7). Область  $0 \leq \psi \leq \psi_*$  занята линиями тока с почти постоянной энтропией и постоянными поперек слоя давлением, плотностью и скоростью.

Из (4) следует, что существенное изменение параметра  $\mu$  при  $\varepsilon \ll 1$  происходит в пристеночном слое, так как в (4) второе слагаемое становится порядка единицы, тогда как во внешней части высокоэнтропийной области — порядка  $\varepsilon$ .

Найдем связь между толщиной пристеночного слоя и давлением. В силу (5) и (6)

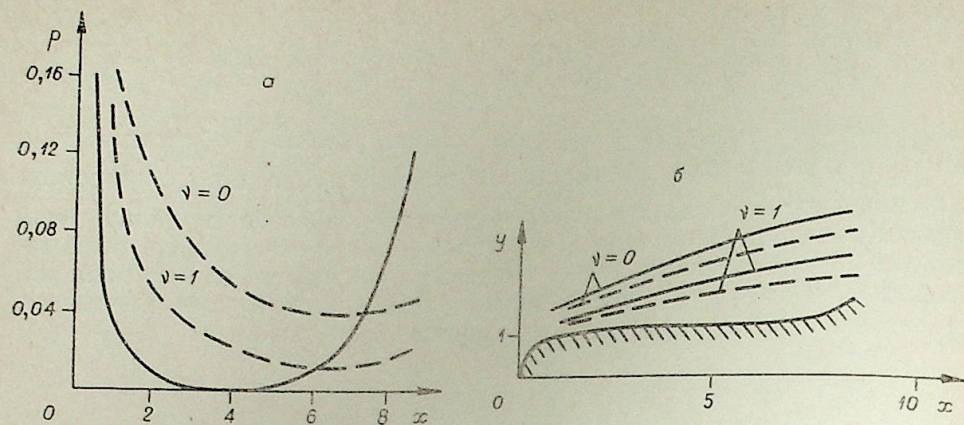
$$N = \begin{cases} \sqrt{\varepsilon} (1 + \delta) \psi_* / \rho \sqrt{V - 2 \ln \rho}, & \nu = 0, \\ -y_m + \sqrt{y_m^2 + 2V \varepsilon (1 + \delta) \psi_* / \rho \sqrt{V - 2 \ln \rho}}, & \nu = 1. \end{cases} \quad (8)$$

В предельном случае при  $\kappa \rightarrow 1$ ,  $M_\infty \rightarrow \infty$  предлагаемая схема расчета сводится к схеме течения с оторвавшимся ударным слоем [4]. Давление на внутренней границе ударного слоя определяется по формуле Ньютона — Буземана для тонких тел.

Для определения давления на поверхности и положения ударной волны получается система обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \rho (y_b^{1+\nu} - y_m^{1+\nu}) &= (1 + \nu) (I_1 + I_2); \quad \left( \frac{dy_b}{dx} \right)^2 + \frac{y_b}{1 + \nu} \cdot \frac{d^2 y_b}{dx^2} = \rho; \\ I_1 &= \sqrt{\varepsilon} (1 + \delta) \psi_* / \sqrt{V - 2 \ln \rho}; \\ I_2 &= \varepsilon \sqrt{1 + \delta} \int_{\psi_*}^{\psi_{гр.}} \frac{\delta + \sin^2 \omega}{\cos^2 \omega} d\psi, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $y_n, y_m$  — координаты ударной волны и поверхности тела,  $\psi = \psi_{гр}$  на внешней границе высокоэнтропийного слоя. Для сильно затупленных тел (типа торца)  $I_2 \ll I_1$ . Давление в начальном сечении вычисля-



Давление на поверхности выпукло-вогнутого тела (а) и положение ударной волны (б).  
( $M_\infty=20$ ,  $\chi=1.4$ ).  
а) — — — расчеты по соотношениям данной работы, — — — формула Ньютона; б) — — — ударная волна, — — — граница высокоэнтропийного слоя.

лось по формуле Ньютона. При определении энтропийной функции  $F(\psi)$  форма отошедшей ударной волны и форма поверхности притупления принимались параллельными. В случае притупленных конусов коэффициент давления на поверхности уменьшается при движении вдоль образующей конуса, принимая на некотором участке минимальное значение. Это согласуется с поведением численного решения [5] и экспериментальными данными.

С помощью полученного решения можно исследовать влияние значений показателя адиабаты в ударном и высокоэнтропийном слоях на положение ударной волны и распределение давления на поверхности. Расчеты показали, что с уменьшением  $\kappa$  толщина возмущенной области и давление на поверхности затупленного клина, отнесенное к  $\rho_\infty a_*^2$  ( $a_*$  — критическая скорость звука) также уменьшаются. Если значения «эффективного» показателя адиабаты различны для областей II и III ( $\kappa_3 < \kappa_2 = 1,4$ ), то распределения давления на поверхности почти не отличаются от случая  $\kappa_3 = \kappa_2 = 1,4$ . Однако положения ударных волн заметно отличаются.

Полученные решения позволяют приближенно исследовать течения около тонких выпукло-вогнутых тел. На рисунке приводятся положения ударных волн, внешней границы высокоэнтропийного слоя и распределение давления на поверхности тонкого выпукло-вогнутого тела. Толщина высокоэнтропийного слоя в окрестности выпуклой части поверхности увеличивается с удалением от притупления, а над вогнутым участком — уменьшается, так как кривизна поверхности «фиктивного» тела, образованного внешней границей высокоэнтропийного слоя, существенно меньше кривизны обтекаемой поверхности. Поэтому такой выступ на хвостовой части притупленного тела мало влияет как на распределение давления, так и на положение ударной волны. Хотя при оценке давления по формуле Ньютона получаем значительное изменение давления на хвостовой части рассматриваемого тела.

В заключение автор выражает благодарность Дулову В. Г., Луневу В. В. и Рудакову А. И. за полезные обсуждения.

Вычислительный центр  
СО АН СССР, Красноярск

Поступила в редакцию  
20/IX 1977

## ЛИТЕРАТУРА

1. Белолипецкий В. М. Тонкий ударный слой в пространственных гиперзвуковых задачах обтекания. — Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1976, № 8, сер. техн. наук, вып. 2, с. 53—57.
2. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М., Физматгиз, 1959, с. 220.
3. Лунев В. В. Гиперзвуковая аэродинамика. М., «Машиностроение», 1975. 328 с.
4. Михайлов В. В. Обтекание тонких затупленных тел с оторвавшимся ударным слоем. — Механика жидкости и газа, 1973, № 2.
5. Чушкин П. И. Исследование обтекания затупленных тел вращения при гиперзвуковой скорости. — ЖВМ и МФ, 1962, № 2, с. 257—277.

В. М. БЕЛОЛИПЕЦКИЙ

О ПРЕДЕЛАХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ  
ГИПЕРЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЯХ НЕВЯЗКОГО ГАЗА

При больших сверхзвуковых скоростях ударная волна в головной части тела близка к его поверхности, и частицы газа после прохождения через ударную волну движутся в тонком слое между ударной волной и поверхностью тела. В предельном течении при  $\kappa=1$ ,  $M_\infty=\infty$  ( $\kappa$  — показатель адиабаты,  $M_\infty$  — число Маха невозмущенного потока) плотность за скачком неограниченно возрастает, а толщина слоя газа неограниченно убывает, и линии тока совпадают с геодезическими линиями поверхности тела [1]. Будем использовать при исследовании предельных течений полугеодезическую систему координат  $s, t, N$  [2].  $s, t$  — система ортогональных криволинейных координат на поверхности,  $s$  — расстояние вдоль геодезической линии,  $N$  — расстояние по нормали до поверхности тела. Пусть  $N=g(s, t)$  — уравнение поверхности головной ударной волны. Граничные условия на ударной волне имеют вид

$$\begin{aligned} p &= \frac{2}{\kappa+1} n_x^2 - \frac{\kappa-1}{\kappa(\kappa+1M_\infty^2)}, \quad \frac{1}{\rho} = \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \left(1 + \frac{\delta}{n_x^2}\right), \\ V_x &= \frac{1}{\sqrt{1+\delta}} \left[1 - \frac{2}{\kappa+1} n_x^2 \left(1 - \frac{1}{M_\infty^2 n_x^2}\right)\right] = \sqrt{1-\eta} (\bar{\tau} \cdot \bar{i}_0), \\ V_y &= -\frac{2}{(\kappa+1)\sqrt{1+\delta}} n_x n_z \left(1 - \frac{1}{M_\infty^2 n_x^2}\right) = \sqrt{1-\eta} (\bar{\tau} \cdot \bar{j}_0), \\ V_z &= -\frac{2}{(\kappa+1)\sqrt{1+\delta}} n_x n_z \left(1 - \frac{1}{M_\infty^2 n_x^2}\right) = \sqrt{1-\eta} (\bar{\tau} \cdot \bar{k}_0). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $n_x, n_y, n_z$  — направляющие косинусы нормали  $k$  поверхности фронта ударной волны,  $x, y, z$  — декартова система координат (ось  $x$  параллельна вектору скорости невозмущенного потока),  $\bar{i}_0, \bar{j}_0, \bar{k}_0$  — орты декартовой системы координат,  $\tau=(\tau_s, \tau_t, \tau_N)$  — единичный вектор, касательный к линии тока,  $\delta=2 \cdot [M_\infty^2 (\kappa-1)]^{-1}$ .  $\rho$  — плотность,  $p$  — давление отнесены соответственно к  $\rho_\infty$  и  $\rho_\infty V_\infty^2$ , проекции вектора скорости  $V_x, V_y, V_z$  отнесены к максимальной скорости, на поверхности тела  $\tau_N=0$ . Геодезические линии на поверхности тела удовлетворяют уравнению [3]

$$\begin{aligned} (1 + R_x^2 + R_z^2) \frac{d^2 z}{dx^2} &= R_x R_{zz} \left(\frac{dz}{dx}\right)^3 + (2R_x R_{xz} - R_z R_{zz}) \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 + \\ &+ (R_x R_{xx} - 2R_z R_{xz}) \frac{dz}{dx} - R_z R_{xx}. \end{aligned} \quad (2)$$

Подстрочным индексом обозначены производные по соответствующей переменной  $y=R(x, z)$  — уравнение поверхности тела.

Рассмотрим линию тока, которая встречается с головной ударной волной в точке входа. Если построить картину линий тока, которые проходят через рассматриваемую точку в ударном слое, то геометрическое место входов линий тока в ударный слой образует линию входа. Однако найти линии входа в конкретном случае не так легко. Трудно-двойной складки (например, гиперзвуковой ньютоновский желоб [4]. Геодезические линии, проходящие через точки на двух сторонах желоба могут сталкиваться). Поэтому представляет интерес найти поверхности, для которых линии входа совпадают с линиями тока. Для таких поверхностей уже не будет двойного соответствия. В трехмерных течениях это будет иметь место при  $\tau_t=0$ . Так как в предельных течениях  $g=0$ , то в силу (1), (2)  $\tau_t=0$  для поверхностей, удовлетворяющих уравнению

$$R_x R_z R_{zz} - (1 + R_z^2) R_{xz} = 0 \quad (3)$$

С помощью преобразования Эйлера [5] это уравнение сводится к линейному. В результате получаем общее решение

$$\begin{aligned} R &= c_1(x) \sqrt{1+q^2} + c_2(q) + z \cdot q, \\ z &= -\frac{dc_2}{dq} - \frac{c_1 \cdot q}{\sqrt{1+q^2}} \quad \text{при } r_{zz} \neq 0 \\ \text{и } R &= a \cdot z + c_3(x) \quad \text{при } r_{zz} = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $c_1, c_2, c_3$  — произвольные функции,  $a=\text{const}$ . Поверхности (4) обладают тем свойством, что в сечении  $x=\text{const}$ , угол между нормалью и осью  $x$  равен постоянной величине. В самом деле

$$\alpha_N = -\frac{c_1}{\sqrt{1+(c_1')^2}},$$

где  $\alpha_N$  — косинус угла между нормалью к поверхности тела и направлением невозмущенного потока,  $c_1' = dc_1/dx$ . При  $c_1' = \text{const}$  получаются развертывающиеся поверхности, для которых нормаль составляет постоянный угол с осью  $x$ . Этот класс развертывающихся поверхностей найден в работе [6].

Введение полугеодезической системы координат позволило явным образом построить класс пространственных поверхностей, для которых в предельных течениях линии входа совпадают с линиями тока.

Вычислительный центр  
СО АН СССР, Красноярск

Поступила в редакцию  
20/IX 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Гиро Ж. Основные вопросы теории гиперзвуковых течений. М., «Мир», 1965.
2. Белолыпецкий В. М. Тонкий ударный слой в пространственных гиперзвуковых задачах обтекания. — Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1976, № 8, сер. техн. наук, вып. 2, с. 52—57.
3. Каган В. Ф. Основы теории поверхностей. Ч. I. М., ОГИЗ, 1947.
4. Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений. М., Иностран. лит., 1962.
5. Богатко В. И., Гриб А. А., Колтон Г. А. О некоторых решениях уравнений газовой динамики, содержащих произвольные функции. Уч. зап. Ленингр. ун-та, т. 283. Газодинамика и теплообмен, вып. 4. Л., 1975.
6. Богатко В. И., Колтон Г. А. Гиперзвуковые течения газа за развертывающейся поверхностью сильного разрыва. — Вестник ЛГУ, сер. мат., мех., астрон., 1969, № 19, вып. 4.

Ю. П. ГУНЬКО, И. И. МАЖУЛЬ

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМОВ ОБТЕКАНИЯ  
ВЕРХНЕЙ ПОВЕРХНОСТИ V-ОБРАЗНЫХ КРЫЛЬЕВ  
С ОТСОЕДИНЕННЫМ ОТ ПЕРЕДНИХ КРОМОК  
СКАЧКОМ УПЛОТНЕНИЯ

В исследованиях характеристик V-образных крыльев основной интерес вызывают так называемые нерасчетные режимы обтекания, когда течение около нижней поверхности не соответствует известному точному решению за плоским косым скачком уплотнения, лежащим в плоскости передних кромок, как это имеет место на расчетном режиме. Главное внимание уделялось исследованиям нижней (наветренной) поверхности V-образных крыльев, выявлены основные особенности течения при числах Маха набегающего потока  $M_n$ , как больших, так и меньших расчетного числа Маха  $M_p$  для V-крыла. Течение же на верхней (подветренной) поверхности остается практически неисследованным. Невязкое обтекание верхней поверхности в случаях присоединенного к передним кромкам скачка уплотнения исследовалось теоретически в [1]. Однако реально структура течения около верхней поверхности определяется вязкостными эффектами — отрывом потока, взаимодействием скачков уплотнения с пограничным слоем, образованием вихрей. Ввиду большой сложности таких течений теоретические выводы могут быть получены лишь для некоторых упрощенных моделей обтекания [2].

Естественно ожидать, что при обтекании верхней поверхности V-образных крыльев ( $\alpha > 0^\circ$ ,  $\gamma < 90^\circ$ , рис. 1) может наблюдаться некоторая аналогия с плоским треугольным крылом ( $\alpha > 0^\circ$ ,  $\gamma = 90^\circ$ ), течение на котором исследовалось экспериментально, например в [3, 4], а в случае присоединенного к передним кромкам скачка уплотнения и численно [5, 6]. В то же время введение еще одного определяющего параметра — угла раскрытия  $\gamma$  усложняет задачу и может привести к изменению качественных и количественных характеристик обтекания и областей существования той или иной структуры течения. В связи с отмеченной уже сложностью теоретического исследования течения на верхней поверхности V-крыльев (особенно на режимах с отсоединением от передних кромок скачком уплотнения) необходимы исследования структуры течения экспериментальными методами.

Ниже приводятся результаты исследования течений на верхней поверхности V-образных крыльев путем саже-масляной визуализации поверхностных линий тока и измерения распределения давления на поверхности в диапазоне чисел Маха  $M_n = 1,75 \div 4$  при числе Рейнольдса  $Re = (2,6 \div 5) \cdot 10^7$  1/м. Исследования проведены на серии крыльев, геометрические характеристики которых даны ниже и на рис. 1, с различными углами раскрытия  $\gamma$ , полученными путем использования точного решения около клина с углом  $\delta = 10^\circ$ .

Крыло	$\gamma^\circ$	$\beta^\circ$	$\varphi^\circ$	$\lambda$
1	60	32	36,5	3,1
2	30	32	24	1,0
3	77,5	22,3	46	4,4
4	70	22,3	32	2,6
5	60	22,3	22	1,6

Полученные результаты относятся к области режимов обтекания крыла с  $M_n < M_p$  и отсоединенным от передних кромок скачком уплотнения. Основной целью эксперимента являлось выявление наиболее общих особенностей и возможных границ режимов течения рассматриваемого класса крыльев. Детальная структура, в частности отрывных зон, не рассматривается. Исследования проведены при естественном переходе ламинарного пограничного слоя в турбулентный. В случае взаимодействия такого пограничного слоя со скачком уплотнения, линия отрыва имеет S-образную форму, характерные участки которой соответствуют приближенно началу и концу перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный [7]. Полученные саже-масляные картины взаимодействия пограничного слоя и скачка уплотнения на верхней поверхности показали, что зона ламинарного пограничного слоя составляла  $\sim 5 \div 7\%$  длины моделей, и общая структура течения определялась в основном взаимодействием невязкого потока с турбулентным пограничным слоем.

Характерная особенность течения — наличие на верхней поверхности исследуемых крыльев «внутренних» скачков уплотнения и индуцированного ими отрыва пограничного слоя. Возможные схемы течения и визуализации и распределения давления по поверхности, представлены на рис. 2. При малых углах атаки ( $\alpha \sim 0^\circ$ ) и небольших отклонениях от расчетного режима происходит безотрывный разворот потока около передней кромки крыла и дальнейшее его непрерывное сжатие в направлении к плоскости симметрии крыла (рис. 2, а). Давление при этом

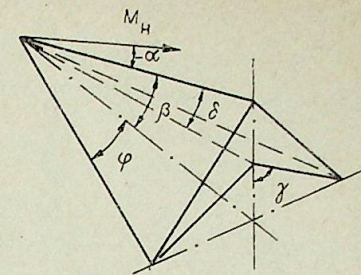


Рис. 1. Общий вид крыла.

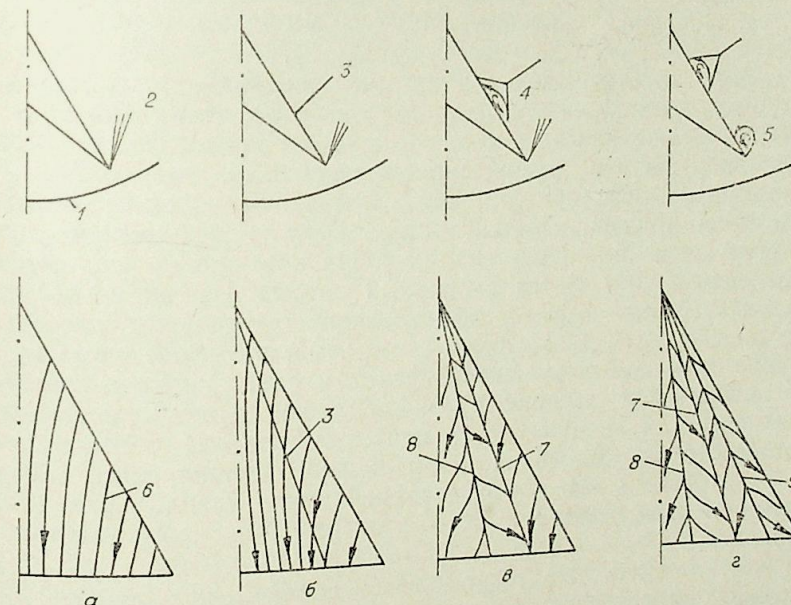


Рис. 2. Схемы течения и картина поверхностных линий тока на верхней поверхности.

1 — отсоединенный от передних кромок скачок уплотнения; 2 — течение расширения на передней кромке; 3 — внутренний скачок уплотнения; 4 — отрывная зона, индуцированная скачком; 5 — вихрь на передней кромке; 6 — поверхностные линии тока; 7 — линия стекания поверхностных линий тока (линия отрыва пограничного слоя); 8 — линия растекания поверхностных линий тока (линия присоединения); 9 — линия растекания, обусловленная вихревым течением на передней кромке.

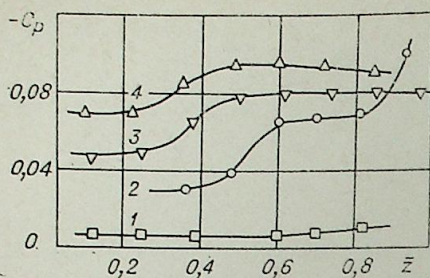


Рис. 3. Распределение давления вдоль размаха крыла.

1 — крыло 4,  $M_H = 3,0$ ,  $\alpha = 4,2^\circ$ ; 2 — крыло 5,  $M_H = 2,5$ ,  $\alpha = 8,3^\circ$ ; 3 — крыло 1,  $M_H = 2,0$ ,  $\alpha = 4,7^\circ$ ; 4 — крыло 3,  $M_H = 2,5$ ,  $\alpha = 12,6^\circ$ .

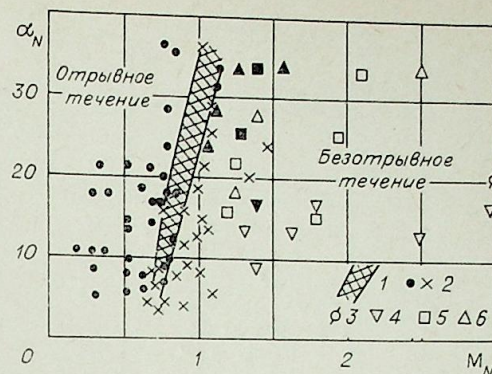
плавно растет к ребру верхней поверхности (рис. 3, кривая 1). Дальнейшее увеличение угла атаки или степени отклонения от кривой отсоединения скачка (условия и кривая  $PQT$  отсоединения обсуждаются далее, см. рис. 7) приводит к возникновению внутреннего скачка уплотнения (рис. 2, б). При достаточно большом удалении от кривой отсоединения и малых значениях удлинения крыла  $\lambda$  скачки уплотнения наблюдались при углах атаки, близких к нулю. Интенсивность скачков при малых  $\alpha$  недостаточна, чтобы вызвать отрыв потока, и линии тока на поверхности изменяют свое направление достаточно плавно. Однако их наклон за скачком не совпадает с направлением внешнего ребра крыла, что объясняется явлением «закручивания» пограничного слоя [8]. Увеличение угла атаки приводит к появлению линий стекания и достаточно больших зон отрыва пограничного слоя в области расположения скачка уплотнения (рис. 2, в). В зоне отрыва наблюдается также линия растекания, что говорит о дальнейшем присоединении потока и наличии замкнутой зоны возвратного течения. При этом режиме на эпюре распределения давления имеется область плавного его изменения от постоянного давления в области передней кромки к постоянному давлению в области симметрии (рис. 3, кривые 3, 4). Тем не менее саже-масляные картины поверхностных линий тока и распределение давления на поверхности указывают на отсутствие отрыва потока на передних кромках. Лишь дальнейший рост угла атаки приводит к отрыву потока и образованию спиральных вихрей (рис. 2, г). На эпюре давления при этом в области передней кромки появляется пик разрежения (рис. 3, кривая 2).

Заметим, что саже-масляная картина поверхностных линий тока при больших углах атаки или больших удалениях от кривой отсоединения  $PQT$ , изображенная на рис. 2, г, допускает при отдельном рассмотрении, по-видимому, и другую интерпретацию. А именно, как и на стреловидных крыльях при больших углах атаки, поток отрывается от передней кромки, сворачивается в спиральную вихревую пелену и присоединяется вдоль линии растекания  $\delta$ . На поверхности под этой вихревой пеленой индуцируется вторичный отрыв (линия стекания 7 и растекания 9). Такая картина для плоского треугольного крыла дается, например, в [3]. Однако необходимо отметить, что в рассматриваемом случае  $V$ -образных крыльев описанная ранее картина течения на верхней поверхности (см. рис. 2) наблюдалась авторами в ее динамическом развитии, т. е. при увеличении  $\alpha$  наблюдался постепенный переход от безотрывного течения со скачком уплотнения (рис. 2, б) к образованию отрывных зон в области скачка уплотнения (рис. 2, в) и, в дальнейшем, к образованию отрыва на передних кромках и росту его интенсивности.

Следует отметить, что теоретическое определение условий отрыва на передних кромках достаточно сложно даже для простейшего случая плоских треугольных крыльев. В связи с этим интересны экспериментальные данные по возможным границам возникновения отрыва. Полученные данные для  $V$ -образных крыльев показывают, что условие отсоединения скачка уплотнения от передних кромок является еще недостаточным условием отрыва потока и имеется достаточно большая область безотрывного обтекания передней кромки. В [4] условия отрыва

Рис. 4. Корреляция данных по возникновению отрыва на передних кромках.

1 — граница отрыва потока на передних кромках плоских стреловидных крыльев [4]; 2 — плоские стреловидные крылья [4]; 3 — крыло 1; 4 — крыло 2; 5 — крыло 4; 6 — крыло 5.



на плоских крыльях связываются с углом атаки  $\alpha_N$  и числом Маха  $M_N$  по нормали к передней кромке крыла. Следуя [4], полученные экспериментальные данные по отрыву на передних кромках  $V$ -крыльев представлены на рис. 4 в координатах  $\alpha_N$  и  $M_N$ , где светлые значки относятся к безотрывному обтеканию передних кромок, темные — к отрывному. Здесь же нанесена граница возникновения отрыва на плоских стреловидных крыльях с острой передней кромкой в соответствии с [4]. Можно отметить качественное согласие данных для плоских и  $V$ -образных крыльев.

Полученные саже-масляные картины поверхностных линий тока и распределение давления по размаху крыла не дают возможности точного определения положения «внутреннего» скачка уплотнения. Однако некоторые качественные заключения могут быть сделаны косвенно на основе положения и характера перемещения зоны взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем. Из-за отсутствия теории и экспериментальных данных по взаимодействию пограничного слоя и скачков уплотнения на рассматриваемых пространственных крыльях, представляют, по-видимому, интерес и собственно данные о положении зоны взаимодействия на крыле. Координату этой зоны будем характеризовать положением линии отрыва в случае отрывного взаимодействия или границей зоны влияния вверх по потоку скачка уплотнения в случае безотрывного взаимодействия, которая приближенно определялась как начало искривления поверхностных линий тока. На рис. 5 представлены значения относительной координаты  $\bar{z}_0$  положения зоны взаимодействия по размаху верхней поверхности крыла в сечении, расположенном на  $\approx 0,8$  общей длины, где  $\bar{z}_0 = 1$  соответствует передней кромке,  $\bar{z}_0 = 0$  — плоскости симметрии крыла, светлые значки — безотрывному, темные — отрывному взаимодействию скачка уплотнения с пограничным слоем. Известно (см. [7]), что при увеличении интенсивности скачка уплотнения при  $M_H = \text{const}$  зона влияния вверх по потоку в случае безотрывного взаимодействия и расстояние от линии отрыва до скачка уплотнения в случае отрывного взаимодействия увеличиваются. Несмотря на это, с увеличением угла атаки координата  $\bar{z}_0$  уменьшается, что может быть только следствием перемещения скачка уплотнения в направлении плоскости симметрии крыла. Заметим, что в работе [9] при  $M_H = 10$  перемещения скачка уплотнения на верхней поверхности треугольного крыла не наблюдалось, а линия отрыва с увеличением  $\alpha$  смещалась к передней кромке. В нашем случае при больших углах атаки наблюдается также некоторая стабилизация линии отрыва и возможно в дальнейшем ее перемещение в направлении к передней кромке.

Увеличение числа Маха набегающего потока при  $\alpha = \text{const}$  приводит к тому, что отрыв пограничного слоя исчезает даже при больших углах атаки. Это связано с ростом числа Маха на верхней поверхности и, как следствие, ростом отрывных свойств пограничного слоя [7]. При этом уменьшение величины  $\bar{z}_0$  в случае вязкого обтекания связано как с перемещением скачка (для случая невязкого обтекания треугольных крыльев со сверхзвуковыми передними кромками положение скачка ис-

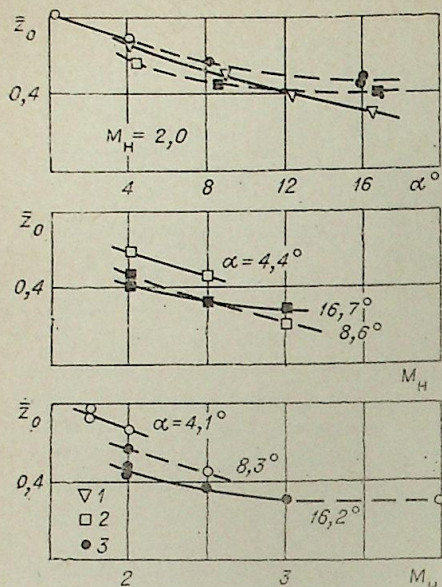


Рис. 5. Положение зоны взаимодействия по размаху крыла:

1 — крыло 2; 2 — крыло 4; 3 — крыло 5.

значительной степени определяются условиями отсоединения скачка уплотнения от передних кромок. Принято считать, что условия отсоединения соответствуют гипотезе «плоских сечений» — двумерным условиям отсоединения скачка уплотнения в плоскости, перпендикулярной передней кромке. В то же время исследования расчетных режимов обтекания V-образных крыльев с сильным скачком по нормали к передним кромкам показывают, что двумерные условия отсоединения несправедливы и требуют экспериментальной проверки во всем диапазоне режимов обтекания.

Заметим, что экспериментальное исследование отсоединения скачка уплотнения достаточно сложно вследствие особенностей пространственной геометрии V-крыла. В связи с этим обычные теневые методы визуализации течения в продольной плоскости непригодны. Применение же специальных методов визуализации поперечной структуры потока, например [10], достаточно сложно. Простой метод саже-масляного покрытия требует ввода и вывода модели в поток на рабочем режиме трубы, чтобы исключить влияние неустановившихся режимов обтекания крыла во время запуска и остановки трубы. Поэтому достоверность результатов этого метода подвергается сомнению [11]. Сравнение измеренного статического давления на нижней поверхности вблизи передней кромки с расчетным давлением торможения, когда тормозится только нормальная к кромке составляющая скорости [12] также не может дать надежных количественных результатов как вследствие практической невозможности измерения статического давления непосредственно на передней кромке, так и вследствие ошибок, связанных с измерением самого давления. В данной работе для исследования режимов отсоединения скачка уплотнения используется простой насадок полного давления, расположенный по направлению набегающего потока на верхней поверхности крыла вблизи передней кромки. Возможность такого измерения момента отсоединения скачка основана на предположении, что при отсоединении скачка перед насадком образуется система из прямого и косо скачков и вследствие этого происходит скачкообразное изменение измеряемого коэффициента потерь

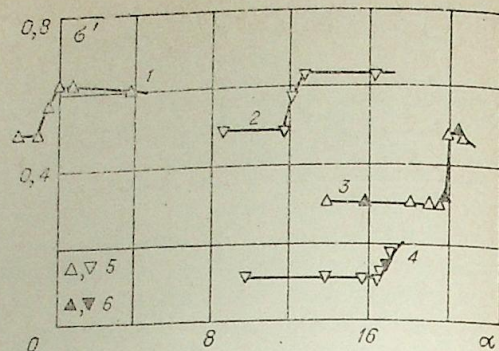


Рис. 6. Коэффициенты потерь полного давления на верхней поверхности вблизи передней кромки крыла.

1 — крыло 4,  $M_H = 2,5$ ; 2 — крыло 1,  $M_H = 2,55$ ; 3 — крыло 2,  $M_H = 3,0$ ; 4 — крыло 4,  $M_H = 4,05$ ; 5 — увеличение  $\alpha$ ; 6 — уменьшение  $\alpha$ .

следовало в [5, 6]), так и с уменьшением зоны взаимодействия пограничного слоя со скачком уплотнения.

Как отмечалось выше, режимы обтекания верхней поверхности в

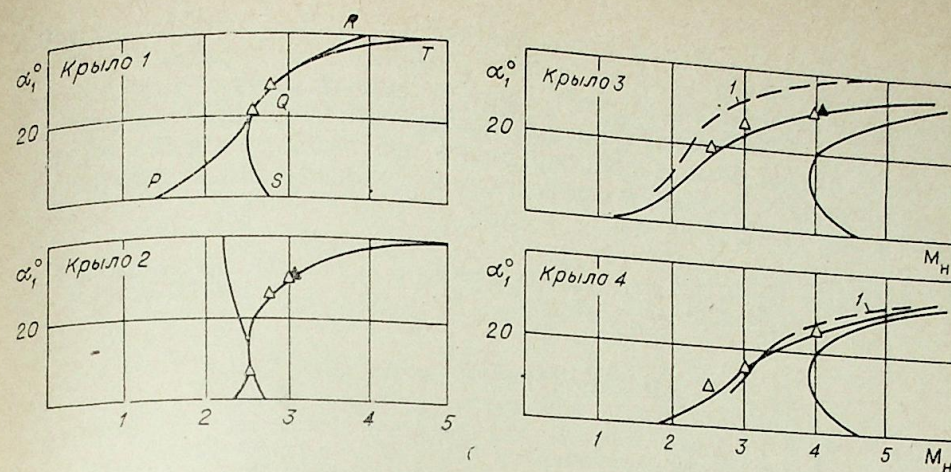


Рис. 7. Диаграмма режимов обтекания.

$\alpha_1 = \alpha + \delta$ ; 1 — кривая отсоединения в соответствии с [14];  $\Delta$  — отсоединение;  $\blacktriangle$  — присоединение скачка уплотнения.

полного давления  $\sigma'$  по сравнению со случаем присоединенного к передним кромкам скачка уплотнения, когда перед насадком образуется только прямой скачок. Дальнейшие измерения подтвердили возможность такой схемы измерений и показали, что при достаточно малом шаге по углу атаки возможно достоверное определение момента отсоединения или присоединения скачка уплотнения на передних кромках крыла (рис. 6).

Исследование режимов отсоединения будем проводить на диаграмме в плоскости  $\alpha_1 - M_H$  (рис. 7), где  $SQT$  — кривая расчетных режимов с плоским скачком уплотнения, лежащим в плоскости передних кромок,  $PQR$  — граница отсоединения скачка уплотнения в соответствии с гипотезой «плоских сечений». Точка касания этих двух кривых разделяет на кривой  $SQT$  участок  $SQ$  со слабым и  $QT$  с сильным скачком уплотнения по отношению к нормальной к передней кромке составляющей скорости. Возможность существования области  $RQT$  связана с поведением сильного скачка при отклонении от расчетного режима и долго дискутировалась в литературе. Лишь в [13] путем использования специального теневого метода [10] на одном из режимов при  $M_H = 3$  было установлено, что сильный по нормали к передней кромке скачок уплотнения отсоединяется сразу при увеличении угла атаки. На рис. 7 приводятся результаты, полученные в широком диапазоне чисел  $M_H$  и геометрических характеристик крыльев, охватывающие как режимы с сильным, так и слабым по нормали к передней кромке скачком уплотнения. Видно, что если изменение режима соответствует двумерным условиям по нормали к передней кромке. Если же изменение режима происходит с переходом через кривую  $QT$ , то условия отсоединения соответствуют переходу через расчетный режим с сильным скачком и последующим его отсоединением при незначительном увеличении угла атаки. Использование условий отсоединения в соответствии с теорией тонкого ударного слоя [14] показывает плохую сходимость расчетных (кривая 1, рис. 7) и экспериментальных данных, особенно при больших углах раскрытия  $\gamma$ . Заметим, что исследование режимов обтекания передней кромки проведено как при увеличении угла атаки, так и при уменьшении  $\alpha$ , что соответствует отсоединению скачка, так и при присоединении скачка уплотнения. Независимо от способа приближения к кривой отсоединения  $PQT$  экспериментальные данные совпадают (рис. 7).

Таким образом, исследования течения на верхней поверхности V-образного крыла на режимах с отсоединенным от передних кромок скачком уплотнения показывают качественную аналогию выявленных схем течения с обтеканием верхней поверхности плоского треугольного крыла и дают возможность определить некоторые границы структуры и режимов обтекания, в частности отсоединения скачка уплотнения на передних кромках крыла.

Институт теоретической и прикладной механики  
СО АН СССР, Новосибирск

Поступила в редакцию  
7/VII 1977

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Лапыгин В. И., Остапенко Н. А. Обтекание подветренной стороны конического крыла сверхзвуковым потоком газа.— МЖГ, 1973, № 1, 112—121.
2. Булах Б. М. Нелинейные конические течения. М., «Наука», 1970, с. 177—194.
3. Squire L. C. Flow regimes over delta wings at supersonic and hypersonic speeds. Aeronaut. quart., 1976, 27, N 1, 1—14.
4. Stanbrook A., Squire L. Possible types of flow at swept leading edges.— Aeronaut. quart., 1964, 25, N 1, 72—82.
5. Бабаев Д. А. Численное решение задачи обтекания верхней поверхности крыла сверхзвуковым потоком.— Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1962, 2, № 2, 278—290.
6. Воскресенский Г. П. Численное решение задачи обтекания верхней поверхности треугольного крыла в области расширения сверхзвуковым потоком газа.— ПМТФ, 1973, № 6, 76—81.
7. Демьяненко В. С. Экспериментальное исследование пространственных сверхзвуковых течений газа в области интерференции пересекающихся поверхностей. Дис. к. т. н. (ИТПМ СО АН СССР). Новосибирск, 1973.
8. McCabe A. The three-dimensional interaction of shock wave with a turbulent boundary layer.— Aeronaut. quart., 1966, 17, N 3, 231—252.
9. Cross E. J., Hankey W. L. Investigation of the leeward side of a delta wing at hypersonic speeds.— J. Spacecraft Rockets, 1969, 6, N 2, 185—190.
10. Алексеев В. Н., Гонор А. Л. Некоторые результаты оптического исследования сверхзвуковых пространственных течений.— МЖГ, 1974, № 1, 179—185.
11. Nagaya K. Y. The flow over a high aspect ratio gothic wing at supersonic speeds.— Aeronaut. quart., 1975, 23, N 3, 189—201.
12. Зайцев Ю. И., Келдыш В. В. Об отсоединении скачка уплотнения от кромки стреловидного V-образного крыла. Уч. зап. ЦАГИ, 1972, 3, № 2, 135—139.
13. Зубин М. А., Остапенко Н. А. Экспериментальное исследование некоторых особенностей сверхзвукового обтекания V-образных крыльев.— МЖГ, 1975, № 4, 130—135.
14. Squire L. C. Calculated pressure distributions and shock shapes on conical wings with attached shock waves.— Aeronaut. quart., 1968, 19, N 1, 31—50.

УДК 532.526.5+532.525.2+533.6.011.5

Е. Г. ЗАУЛИЧНЫЙ, Б. А. РЯГИН, В. И. ШЕВЧЕНКО

#### О ВЛИЯНИИ ФОРМЫ ТОРЦА ШТОКА НА КОЭФФИЦИЕНТ РАСХОДА КЛАПАНА

Для регулируемого вдува газа в поток применяют клапаны. На рис. 1 изображена схема осесимметричной модели клапана, состоящего из двух цилиндрических отверстий в  $\varnothing 4,25$  мм, наклоненных друг к другу под углом  $\beta$ . Регулирование расхода в таком клапане осуществляется путем изменения проходного сечения между подвижным штоком и отверстием клапана. Течение происходит при подаче газа к отверстиям со стороны штока. Торцы штока выполнялись либо в виде плоской, либо в виде конической поверхности. Рабочим телом служил холодный осушенный воздух с  $\kappa=1,4$ . Исследования, проведенные на модели клапана со штоком, имеющим плоский торец, показали существование отрывных зон над торцом штока и в отверстии клапана, которые приводят к уменьшению проходного сечения клапана  $\bar{F}_{*2}$  и уменьшению кинетической энергии потока, которая затрачивается на подпитку вихрей и теряется в ударных волнах, возникающих в отверстии. Здесь  $\bar{F}_{*2}=F_{*2}/2F_a$ ;  $F_{*2}$  — суммарная площадь проходного сечения между торцом штока и входным диаметром отверстия клапана;  $F_a$  — площадь отверстия клапана.

Цель данной работы — исследование влияния формы торца штока на коэффициент расхода  $\mu_2$  при различной степени открытия клапана. Для этого в торец штока вставляли сменные конуса с углами при вершине  $\Theta=120, 90$  и  $60^\circ$ . На рис. 1 штриховыми линиями показан вариант конусных штоков с  $\Theta=60^\circ$ . Для испытаний оба проходных сечения клапана, открывали одинаково, что обеспечивалось набором калиброванных шайб.

Исследования влияния формы торца штока на коэффициент расхода  $\mu_2$  проводили при до- и сверхкритических перепадах давления  $\epsilon = \frac{P_H}{P_{0j}}$  в диапазоне  $0,1 \leq \epsilon \leq 0,7$ , где  $P_H$  — давление среды, в которую происходит выдув газа из клапана;  $P_{0j}$  — давление торможения выдуваемого газа (см. рис. 1). Количество выдуваемого газа измеряли с помощью газового счетчика РС-100. Предельная погрешность измерений этим счетчиком составляла  $\pm 2\%$ . Действительный весовой расход воздуха определялся по формуле

$$G_g = \frac{\gamma \cdot Q_g}{t}, \quad (1)$$

где  $\gamma = \frac{B + \Delta P}{RT_{01}}$  — плотность воздуха, поступающего в счетчик;  $B$  — атмосферное давление;  $\Delta P$  — потери давления на счетчике (30 мм вод. ст.);  $T_{01}$  — температура торможения газа на входе в счетчик, измеряемая термопарой;  $t$  — время, за которое прошло измеряемое количество газа  $Q_g$  через счетчик.

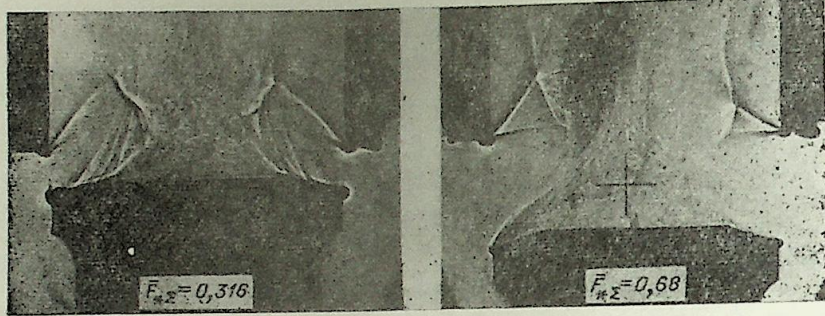
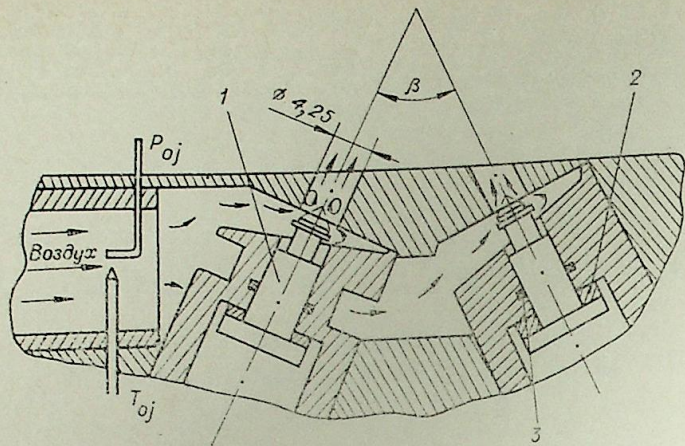


Рис. 1. Схема модели клапана и оптическая картина течения в нем.  
1 — шток; 2 — шайба; 3 — уплотнение.

Предельная погрешность определения весового расхода вычислялась соотношением

$$\frac{\Delta G_g}{G_g} = \sqrt{\left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2 \left[\frac{\Delta(\Delta P)}{\Delta P}\right]^2 + \left(\frac{\Delta T_{01}}{T_{01}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta Q_g}{Q_g}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2}. \quad (2)$$

Анализ погрешности измерения различных параметров, входящих в эту формулу, показал, что наибольшую ошибку в измерении вносит погрешность при определении  $Q_g$  (2%), общая же погрешность составляет 2,1%. Теоретический весовой расход определялся по формуле [1]

$$G_T = \frac{0,396 \cdot P_{0j} \cdot F_{*z}}{\sqrt{T_{0j}}}. \quad (3)$$

При этом предполагалось, что скорость звука в проходном сечении клапана реализовалась при  $\epsilon < 0,528$ . Площадь проходного сечения клапана  $F_{*z}$  при значении ее  $F_{*z} \geq 2F_a$  бралась равной  $F_{*z} = 2F_a$  для всех  $F_{*z} \geq 1,0$ .

Температура торможения выдуваемого газа  $T_{0j}$  измерялась хромель-копелевой термопарой с регистрацией на ЭПП-09 класса 0,5. Давление торможения  $P_{0j}$  измерялось кремниевым дифференциальным датчиком давления с регистрацией на одноканальном электронном потенциометре КСП-4 класса 0,25. Суммарная предельная погрешность измерения давления  $P_{0j}$  составляла  $\delta P_{0j} \approx \pm 0,5\%$ , а температуры  $T_{0j}$ ,  $\delta T_{0j} \approx \pm 0,2\%$ .

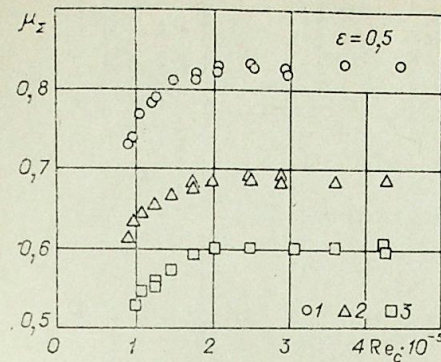


Рис. 2. Коэффициент расхода клапана с плоским торцом штока в зависимости от числа Рейнольдса.

$F_{*z}$ : 1 — 0,324; 2 — 0,783; 3 — 1,015.

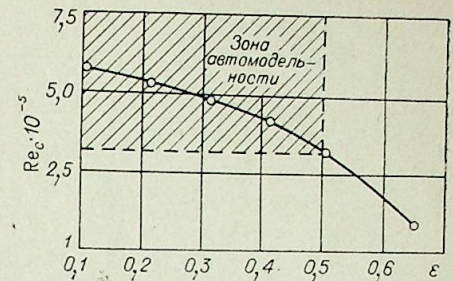


Рис. 3. Область автомодельного течения в зависимости от степени перепада давлений в канале клапана.

Отсюда предельная погрешность измерения суммарного коэффициента расхода  $\mu_z = \frac{G_g}{G_T}$  составляет величину примерно  $\delta \mu_z \approx \pm 2,2\%$ .

В экспериментах изменение давления  $P_{0j}$  задавалось в пределах от 1,5 до 9 атм. Это приводило к изменению числа Рейнольдса, характеризующего режим течения газа из отверстия  $Re_c$ . Необходимо знать область влияния  $Re_c$  на  $\mu_z$ . Для вычисления  $Re_c$  в соответствии со схемой течения, рассмотренной ниже, выбирались следующие характерные параметры: диаметр отверстия и параметры газа в критическом сечении.

На рис. 2 для штока с плоским торцом при постоянном значении величины  $\epsilon \approx 0,5$  представлена зависимость коэффициента расхода от числа  $Re_c$  для трех значений площади критического сечения клапана. Видно, что начиная примерно с  $Re_c \approx 3 \cdot 10^5$ , коэффициент расхода не зависит от  $Re_c$  для всех площадей, т. е. при  $Re_c \geq 3 \cdot 10^5$  наступает область автомодельного течения. Для различных значений  $\epsilon$  область автомодельности по числу  $Re_c$  представлена на рис. 3. На рис. 4, а—г приведены экспериментальные зависимости коэффициента расхода клапана от отношения давлений  $\epsilon$  для штока с плоским и конусообразными ( $\Theta = 120, 90$  и  $60^\circ$ ) торцами.

Из графиков рис. 4, а—г видно, что коэффициент расхода перестает зависеть от  $\epsilon$  при значении, меньшем первого критического перепада, равного  $\epsilon_* = 0,528$ . Это связано с особенностями течения газа из отверстий, когда возможно возникновение области циркуляционного течения на стенках отверстия с острыми кромками и ударных волн при встрече разнонаправленного истекающего газа [2].

Величина отношения давлений  $\epsilon = \epsilon_{**}$ , начиная с которого коэффициент расхода  $\mu_z = \mu_{**}$  не зависит от  $\epsilon$  для различной степени открытия клапана и формы торца штока, изменяется в пределах  $\epsilon_{**} = 0,35 \div 0,45$ .

Наличие двух критических перепадов давления, при которых имеем  $\epsilon_*$  и  $\epsilon_{**}$ , можно объяснить следующей схемой истечения газа из отверстия. Понижение внешнего давления до величины, при которой  $\epsilon = 0,528$ , приводит к возрастанию скорости истечения газа в критическом сечении до величины скорости звука в нем. Дальнейшее ускорение газа в отверстии тормозится в ударной волне, возникающей при встрече веерообразно втекающего в отверстие газа. После ударной волны течение, вероятно, дозвуковое. Для того чтобы теперь на выходе из отверстия иметь сверхзвуковое течение, необходимо понижать внешнее давление до величины  $P_H$ , при которой  $\epsilon = P_H/P_{0j}$  меньше  $\epsilon_{**}$ .

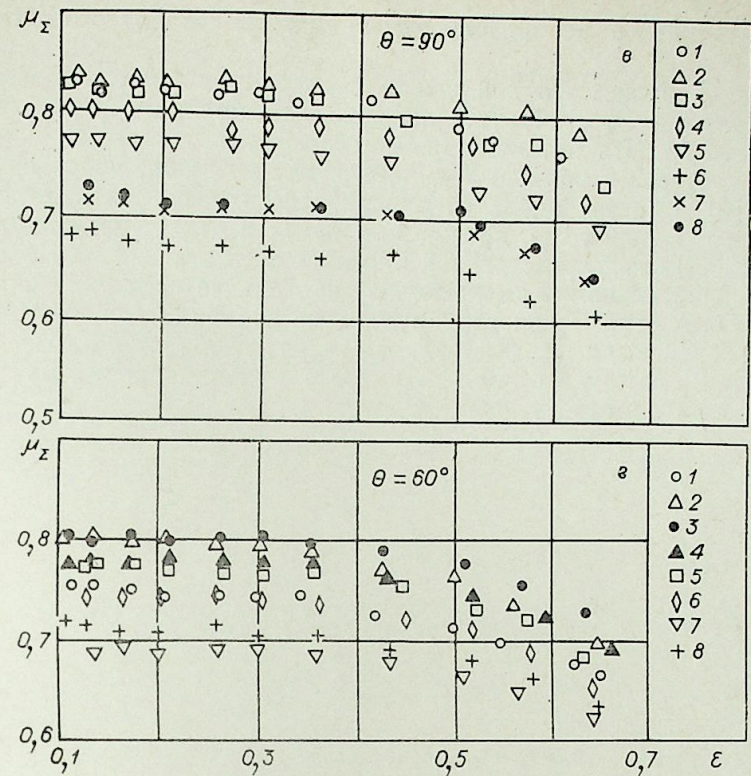
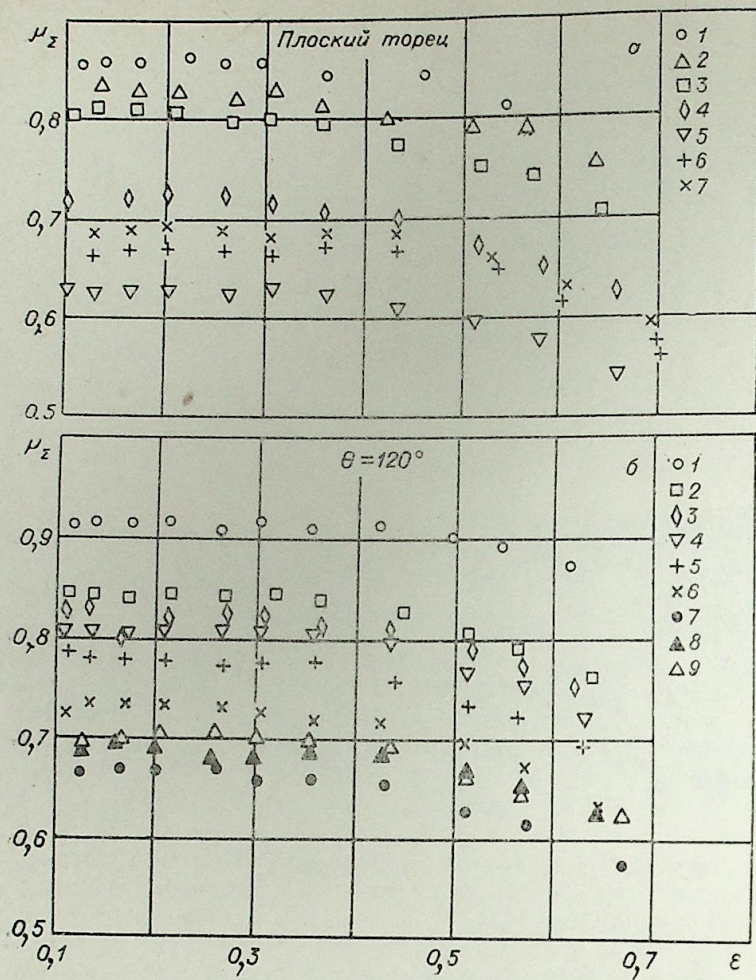


Рис. 4. Коэффициенты расхода клапана для различных форм торца штока в зависимости от перепада давления в канале клапана и различных степеней его открытия.

$\bar{F}_{*\Sigma}$  : а) 1—0,324; 2—0,413; 3—0,552; 4—0,783; 5—1,015; 6—1,246; 7—1,478. б) 1—0,310; 2—0,477; 3—0,548; 4—0,662; 5—0,726; 6—0,841; 7—0,983; 8—1,261; 9—1,503. в) 1—0,274; 2—0,406; 3—0,552; 4—0,691; 5—0,801; 6—1,004; 7—1,296; 8—1,432. г) 1—0,221; 2—0,42; 3—0,602; 4—0,687; 5—0,755; 6—0,876; 7—0,99; 8—1,1.

На рис. 5 показано изменение коэффициента расхода  $\mu_{**}$  для автотельной области в зависимости от степени открытия клапана  $\bar{F}_{*\Sigma}$  для различной формы торца штока. Общим для всех кривых является уменьшение коэффициента расхода при увеличении проходной площади клапана до  $\bar{F}_{*\Sigma}=1$  и затем увеличение  $\mu_{**}$  при  $\bar{F}_{*\Sigma}>1$ . Вероятно это связано с тем, что увеличение проходной площади клапана приводит и к увеличению интенсивности ударных волн, возникающих при встрече веерообразно втекающего в отверстие газа. Это способствует более раннему отрыву пограничного слоя на стенках отверстия и соответственно к возрастанию области циркуляционного течения, прилегающего к стенкам отверстия, а также к увеличению срывной зоны над торцом плоского штока, что ведет к сокращению «живого» проходного сечения отверстия (см. рис. 1). Приведенные на этом рисунке теневые фотографии вдува через клапан, заимствованные из исследований Петрова А. П. и Петровой Б. Н., демонстрируют картину истечения в канал клапана при увеличении проходного сечения для газа (плоская модель клапана).

Меньший коэффициент расхода клапана с конусными торцами штоков при увеличении проходного сечения клапана до  $\bar{F}_{*\Sigma} \approx 0,5$ , видимо, можно объяснить наличием конусной поверхности до критического сечения, на которой развивается пограничный слой. При  $\bar{F}_{*\Sigma} > 0,5$  начинает сказываться благоприятное влияние конусов на торце штока,

которое заключается в уменьшении угла встречи веерообразной истекающей в отверстие струи газа. Это свойство конусов приводит к тому, что при  $\bar{F}_{*\Sigma} > 0,5$  коэффициент расхода  $\mu_{**}$  штока с конусами больше коэффициента расхода штока с плоским торцом.

При  $\bar{F}_{*\Sigma} > 1,4$  шток практически перестает влиять на коэффициент расхода  $\mu_{**}$  клапана, поскольку критическое сечение переходит в от-

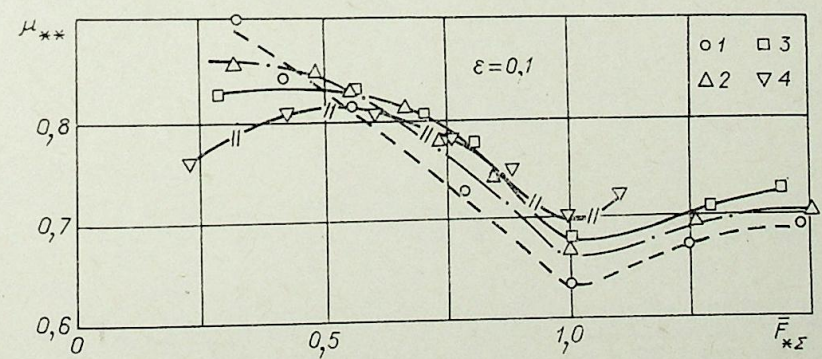


Рис. 5. Сравнение коэффициентов расхода для различных форм торца штока при изменении степени открытия проходного сечения клапана.

1 — плоский торец; 2 — конус  $\theta=120^\circ$ ; 3 —  $\theta=90^\circ$ ; 4 —  $\theta=60^\circ$ .

верстие клапана и в подводящем тракте происходит стабилизация скоростей.

Из рис. 5 видно, что для штока с плоским торцом коэффициент расхода практически становится постоянным уже при  $\bar{F}_{*z} \approx 1,5$  и равняется  $\mu_* \approx 0,68$ . Эта величина меньше коэффициента расхода  $\mu_*$  для отверстия с острыми кромками длиной в один калибр, который равен  $\mu_* = 0,88$  [2]. Видимо, одной из причин такого различия является то, что в наших условиях газ, прежде чем войти в отверстие, должен повернуть на  $90^\circ$  в непосредственной близости от отверстия, что и приводит к дополнительному уменьшению проходного сечения клапана. С уменьшением угла  $\Theta$  при вершине конуса величина площади  $\bar{F}_{*z}$ , начиная с которой шток не будет влиять на коэффициент расхода, будет увеличиваться, потому что конусная часть при одинаковых  $\bar{F}_{*z}$  будет все еще заходить в отверстие.

Новосибирский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
26/VI 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. М., «Наука», 1969.
2. Дейч М. Е. Техническая газодинамика. М., Госэнергоиздат, 1961.

УДК 537.523.5

Селиверстова И. Ф., Цыганков Н. Ф. Исследование влияния типа опорного пятна на структуру следа.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1979, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Исследовались приэлектродные области дугового разряда, протекающего в воздухе при атмосферном давлении, и структурные изменения, происходящие в металле после воздействия разряда. Найдено, что характер структурных изменений тесно связан с типом и динамикой опорных пятен, существующих в течение разряда. Оказалось, что катодные пятна I типа и дробные анодные пятна, характеризующиеся малым временем жизни и высоким удельным тепловым потоком, оставляют следы с измельченной структурой. После воздействия катодных пятен II типа, пятен, существующих группами и единичных анодных пятен, характеризующихся большим временем жизни и сравнительно низким удельным тепловым потоком, в области следа, как правило, наблюдается тенденция к укрупнению зерна. О возникновении механических напряжений свидетельствует увеличение микротвердости в центральных областях следа по сравнению с непораженной поверхностью металла. Табл. 4, рис. 3, библ. 11.

УДК 537.52

Зимин А. М., Козлов Н. П., Хвесюк В. И. О критерии подобия температурных полей катодов.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1979, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

На основе анализа уравнения теплопроводности с учетом джоулева энерговыделения предложен безразмерный критерий  $\theta$ , позволяющий оценить относительную эффективность поверхностного и объемного источников тепловыделения в катоде. Выявлены условия, при которых  $\partial T / \partial z$  на рабочей поверхности катода близко к нулю, что важно для работы электрода с активирующими присадками. На примере результатов экспериментальной работы W. F. Savage показана тесная связь вида кривой  $T(z)$  с величиной  $\theta$ . Рис. 1, библ. 7.

УДК 533.9.01

Гужков В. В., Хвесюк В. И. Прямое измерение плотности ионного тока на поверхности катода. Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1979, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Описан метод экспериментального получения распределения плотности ионного тока на поверхности катода. Эксперимент проводился на полой катоде. Показано, что ток в основном переносится электронной компонентой, доля ионного тока мала. Рис. 2, библ. 4.

УДК 533.9.15 : 37.523

Пахомов Е. П. Винтовая форма дуги, область существования и характеристики.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1979, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Дан обзор работ, посвященных исследованию условий перехода из цилиндрической формы дугового столба в винтовую и характеристик винтовой дуги. Приведена общая качественная картина области существования винтовой дуги и влияния изменения ряда параметров (тока, радиуса канала, расхода газа, продольного магнитного поля, расстояния между электродами и давления) на смещение границ этой области. Предложена модель, описывающая поведение и геометрические характеристики винтовой дуги. Рис. 11, библ. 19.

Мельникова Т. С., Попенко В. Г., Уланов И. М. Влияние аксиального магнитного поля на электрическую дугу. Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1979, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Исследуется поведение электрической дуги в продольном магнитном поле при давлениях аргона и гелия  $1 \cdot 10^4$  и  $1 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>. Внутренний диаметр электродовой камеры  $9 \cdot 10^{-3}$  м, токи дуги 50—300 А, индукция магнитного поля  $0 \div 1$  Т.

Показано, что под влиянием продольного магнитного поля плазменный шнур может испытывать влияние токово-конвективной и перегретой неустойчивости. При давлении газа  $1 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup> сужается температурный профиль дуги и уменьшается излучение плазмы. С ростом магнитной индукции до определенной величины увеличивается напряженность электрического поля дуги. При снижении давления газа до  $1 \cdot 10^4$  Н/м<sup>2</sup> преобладает роль стабилизирующих факторов. Табл. 2, рис. 12, библи. 20.

УДК

Лебедев А. Д., Щербик Н. М. Измерение температуры в «турбулентных» дугах.—Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1979, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Проведены измерения интенсивности излучения электрической дуги на участке перехода к турбулентному режиму горения дуги. Показано, что в случае «турбулентных» дуг имеет смысл говорить о некоторой эквивалентной зоне, в пределах которой может протекать ток разряда и к которой применимо понятие стационарности. Рис. 4, библи. 10.

УДК 533.9.08

Гольдфарб В. М. Некоторые новые возможности диагностики однофазных и двухфазных плазменных струй.—Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1979, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Дан обзор некоторых новых возможностей определения электронных параметров, состава, температуры и скорости плазменных струй. Рассмотрены методы оптических измерений с различным спектральным разрешением, методы измерения рефракции. Показаны перспективы применения методов, основанных на измерениях рэлеевского, томсоновского и комбинационного рассеяния. Для двухфазных потоков рассмотрено применение лазерного доплеровского измерителя для определения скорости, концентрации и размеров малых частиц. Приведены данные о применении контактных — электрических и калориметрических — методов для изучения струй высокого давления. Табл. 2, рис. 4, библи. 218.

УДК 535.361.1

Базанов В. А., Кутателадзе С. С., Рубцов Н. А. Распространение излучения в турбулентном потоке жидкости при внешней изотермичности.—Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1979, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Рассмотрено влияние турбулентных пульсаций температуры и давления на распространение оптического излучения. Приведены результаты лабораторных исследований по ослаблению интенсивности лазерного луча в жидкости, находящейся в состоянии турбулентного движения. Доказано, что при отсутствии внешних источников тепла рассеяние света вследствие турбулентных пульсаций плотности весьма мало и в большинстве случаев не превосходит рассеяния на присутствующих в жидкости мелких примесных частицах. Рис. 3, библи. 9.

**В. А. Суюшев. О переносе скалярного поля свободной турбулентностью.**— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1979, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Работа посвящена исследованию пространственной структуры свободной турбулентной струи водорода. Применен оптический метод измерения интегральных и спектральных характеристик пространственных флуктуаций плотности. Исследована общая картина течения, изменение энергий флуктуаций в зависимости от  $x/d$  и  $Re$ , поведение интегрального и диссипативного лагранжевых масштабов.

Рассмотрено детальное распределение турбулентной энергии по выделенным направлениям. Обнаружено ее существенно неизотропное распределение. Получено изменение локальных и интегральных коэффициентов неизотропности, коэффициентов, характеризующих ассиметричное распределение спектральной плотности в двумерном волновом пространстве (т. е. отличие от единицы величины  $E(k)/E(-k)$ ), а также форм двумерных интегральных масштабов в зависимости от расстояния вниз по потоку и числа Рейнольдса.

Найдены линейные сечения двумерного энергетического спектра на различных расстояниях вниз по потоку и при различных числах Рейнольдса. Обнаружено отсутствие автотурбулентного режима течения для большого диапазона ( $x/d = 0 \div 230$ ) времен вырождения. При увеличении числа Рейнольдса условия автотурбулентности соблюдаются лучше. Получен спектральный закон вырождения турбулентных флуктуаций плотности диффузионной струи водорода в спутном однородном и изотропном поле пульсаций скорости, из которого следует, что диссипация скалярного поля молекулярной диффузией происходит с гораздо большей скоростью на наиболее высоких волновых числах (закон  $(K^{-3})$  нежели диссипация поля скоростей вязкостью. Табл. 1, рис. 14, библиограф. 8.

УДК 532.517.4

**Макаренко Ю. Ф., Немировский Ю. В., Хейнлоо Я. Л.** Об одном классе неустановившихся турбулентных течений в круглых трубах и плоских каналах.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1979, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

На основе теории вращательно неизотропных турбулентных потоков, развитой в работе Немировского Ю. В. и Хейнлоо Я. Л. «Локально-вихревой подход при описании вращательно неизотропных турбулентных потоков. 1. Основные уравнения». Известия Сибирского отделения АН СССР, сер. техн. наук, 1978, № 13 предложен метод расчета нестационарных турбулентных течений в цилиндрических трубах и каналах при переменном во времени перепаде давления. Для течений в круглой трубе и канале в случае поля градиента давления в виде суммы постоянной величины и гармонической составляющей получены аналитические решения. Сравнение расчетных характеристик течения в трубе с известными экспериментальными данными показало их вполне удовлетворительное соответствие. Табл. 1, рис. 5, библиограф. 7.

УДК 533.6.011

**Белолипецкий В. М.** О приближенном способе расчета гиперзвукового течения около тонких притупленных тел.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1979, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

В приближенной постановке исследуются гиперзвуковые течения невязкого газа около тонких притупленных тел, близких к двумерным. В рамках двухслойной схемы определяется течение на достаточном удалении от притупления. Полученное решение позволяет определить влияние значений показателя адиабаты на картину течения и исследовать течения около тонких выпукло-вогнутых тел. Рис. 1, библиограф. 5.

УДК 533.6.011

**Белолипецкий В. М.** О предельных пространственных гиперзвуковых течениях невязкого газа.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1979, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Исследуются пространственные предельные течения газа. Путем введения полугеодезической системы координат определяется класс поверхностей, для которых в предельных течениях линии входа совпадают с линиями тока. Библиограф. 6.

Гунько Ю. П., Мажуль И. И. Исследование режимов обтекания верхней поверхности V-образных крыльев с отсоединенным от передних кромок скачком уплотнения.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1979, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Экспериментально исследованы режимы течения на верхней поверхности V-образных крыльев в диапазоне чисел Маха набегающего потока  $M_{\infty} = 1,75 \div 4,0$ . На основе саже-масляной визуализации поверхностных линий тока и измерения распределения давления по размаху крыльев даны возможные схемы течения на верхней поверхности V-крыльев с отсоединенными от передних кромок скачком уплотнения. Описаны условия отсоединения скачка уплотнения от передних кромок как для случая слабого, так и сильного скачка по нормали к передним крокам. Экспериментальные данные сравниваются с теоретическими. Табл. 1, рис. 7, библи. 14.

Зауличный Е. Г., Рягин Б. А., Шевченко В. И. О влиянии формы торца штока на коэффициент расхода клапана.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1979, № 3, сер. техн. наук, вып. 1.

Приведены результаты экспериментального измерения коэффициентов расхода модели клапана для различных форм торца штока и различных степеней открытия отверстия. Рабочим телом служил холодный воздух. Показано, что в модели с плоской формой торца штока возникают отрывные зоны, уменьшающие проходное сечение клапана. При увеличении степени открытия проходного сечения клапана его коэффициент расхода минимален для плоской формы торца штока и возрастает для конусных форм торца с уменьшением угла при вершине. Рис. 5, библи. 2.