

2026-2

4

**Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын математика  
институту**

**Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университети**

**Д 01.24.701 Диссертациялык кеңеши**

**Кол жазма укугунда**

**УДК 517.928**

**Нурматова Майрамгул Нарбековна**

**Тең салмактуулук абалдып туруктуулугу алмашканда автономдук  
сиггулярдык козголгон теңдемелердин чыгарылыштарынын  
асимптотикасы**

**01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана  
оптималдык башкаруу**

**Физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын  
изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын  
Авторефераты**

**Бишкек – 2025**

Диссертациялык иш Бекмамат Осмонов атындагы Жалал-Абад мамлекеттик университетинин “Математика жана математикалык моделдештирүү” кафедрасында аткарылган.

**Илимий жетекчи:** Алымбаев Курманбек Сарманович, физика-математика илимдеринин доктору, профессор, Б.Осмонов атындагы Жалал-Абад мамлекеттик университетинин “Математика жана математикалык моделдештирүү кафедрасынын профессору, Жалал-Абад шаары.

**Расмий оппоненттер:** Кененбаева Гулай Мекишевна, физика-математика илимдеринин доктору, ага илимий кызматкер, Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин колдонмо математика жана информатика билим берүү программасынын жетекчиси.

Алымбаев Асангул Темиркулович, физика-математика илимдеринин доктору, доцент, Арабаев атындагы КМУ жаңы маалымат технологиялар институтунун билим берүүдөгү маалыматтык технологиялар кафедрасынын профессорунун милдетин аткаруучу.

**Жетектоочу мекеме:** Ош мамлекеттик университетинин математика жана информациялык технологиялар факультетинин «Информациялык системалар жана программалоо» кафедрасы. Дареги: Кыргызстан, 723500, Ош ш., Ленин к., 331.

Диссертацияны коргоо Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын математика институтунун жана Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин алдындагы Д 01.24.701 диссертациялык кеңешинин 2025-ж. 15-октябрында саат 14:00 дө Кыргыз Республикасы, 720071, Бишкек ш., Чүй проспекти 265-А, 374-дарсканада өтө турган отурумунда болот. Диссертацияны коргоонун видеоконференциясына кирүү үчүн шилтеме: [https://vc.vak.kg/b/d\\_0-qxu-6yy-biz](https://vc.vak.kg/b/d_0-qxu-6yy-biz)

Диссертация менен Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын (720071), Бишкек шаары, Чүй проспектиси 265-а) жана Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин (720033, Бишкек шаары, Фрунзе кочосу, 547) китепканаларынан жана Улуттук аттестациялык комиссиянын сайтынан таанышууга болот: [https://stepen.vak.kg/diss\\_sovety/d-01-24-701/](https://stepen.vak.kg/diss_sovety/d-01-24-701/).

Авторферат 2025-жылдын 11-сентябрында таратылган.

Диссертациялык кеңештин,  
окумуштуу катчысы,  
ф.-м.и.к., доцент:

Шаршембиева Ф.К.

## ИЗИЛДӨӨНҮН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Диссертациянын темасынын актуалдуулугу. Кичине параметрлүү жогорку тартиптеги туундудагы дифференциалдык теңдемелер сингулярдык козголгон теңдемелер (СКТ) деп аталышат. Параметрди нөлгө барабарлап, козголбогон (кубулган) теңдемени (КТ) алабыз.

СКТ теориясындагы негизги маселелердин бири болуп, кичине параметр нөлгө умтулганда, СКТнын чыгарылышы КТнын чыгарылышына кандай шарттарда жакындагандыгы эсептелет. Автономдук сингулярдык козголгон теңдемелерди (АСКТ) изилдөө боюнча негизги натыйжалар Л.С.Понтрягин жана анын окуучулары, ал эми автономдук эмес СКТ үчүн А.Н.Тихонов жана анын окуучулары тарабынан алынган.

СКТны изилдөө менен М.И.Вишик, Л.А.Люстерник (1957), С.А.Ломов (1962), М.И.Иманалиев (1972-2006), К.Алымкулов (1992-2011), П.С.Панков (2013), К.Какишов (1993) жана башкалар алектенген. СКТ үчүн түрдүү маселелер каралган.

Бир маселенин өнүгүү тарыхына гана токтолобуз.

Алгачкы эмгектерде тең салмактуулук абалдын туруктуулугу (Л.С.Понтрягин) же тынч абалдагы чекиттин туруктуулугу (А.Н.Тихонов) колдонулган.

Өткөн кылымдын 70-жылдарында Л.С.Понтрягиндин (1973) жетекчилигинде СКТ теориясында “туруктуулуктун жоголушунун тартылуусу (ТЖТ)” деген аталышка ээ болгон жаңы кубулуш табылган. Бул кубулуштун мааниси төмөнкүдөй. Автономдук СКТнын жалпы теориясынан маалым болгондой, эгер тез кыймылдар системасы айрым жай өзгөрмөнүн маанисинде туруктуу болуп, жай өзгөрмөнүн айрым бифуркациялык маанисинде туруктуулуктун жоготкон тең салмактуулук абалга (ТСА) ээ болсо, анда тез системанын чыгарылышы пайда болгон туруксуз ТСАны таштап, жай өзгөрмөлөр мейкиндиги боюнча башка туруктуу ТСАга умтулат. Көрсө, дайыма мындай боло бербейт экен, тактап айтканда ТСА туруксуз болгондо, чыгарылыш пайда болгон туруксуз ТСАны ошол замат таштабай, чектүү убакыт аралыгында ага жакын кала берет.

Андан ары бул кубулуш С.Каримов (1983) тарабынан СКТ айрым классына жалпыланган. А.И.Нейштадт (1985-1988) аналитикалык системалар үчүн ТЖТ кубулушу жалпы эреже экенин аныктаган. Ал тез өзгөрмөлөрдүн системасында ТСА туруктуулугу комплекстик-түйүндөш өздүк маанилердин (ӨМ) бир түгөйү үчүн аныкталган учурду караган.

К.С.Алыбаев (2001) тынч абалдагы чекиттин туруктуулугу алмашкан учурда СКТ изилдөөдө деңгээл сызыктар (ДС) методун иштеп чыккан.

Г.М.Анарбасва (1993) комплекстик-түйүндөш ӨМдин бир түгөйү эселүү нөлдөргө ээ болгон учурду изилдеген.

М.А.Азимбасв (2010) көз-караңды эмес өзгөрмөнүн областы чектелбеген болгон учурду караган.

Д.А.Турсунов (2005) СКТнын айрым класстары үчүн тартылуу убактысын чектелбеген түрдө кеңейтүүгө боло тургандыгын орноткон.

“Өрдок” сымал траекториялар менен СКТ үчүн туруктуулуктун жоголушунда чыгарылыштардын кармалышы (ЧК) боюнча Щепакина (2003), Голодова Е. (2008-2013), F.Xie (2005) эмгектеринде каралган.

Алгачкы иштерде ТСАнын туруктуулугу биринчи жакындашуу (БЖ) матрица-функциясынын  $\Theta$ дин комплекстик-түйүндөш бир түгөйү үчүн аныкталган учурлар каралган. Мындай  $\Theta$ дердин чыныгы бөлүктөрү (ЧБ) чыныгы октун кандайдыр бир кесиндисинде белгилерин терстен онго озгөртөт. Ошентип, ТСАнын туруктуулугунун алмашуусу ишке ашат. ТСАнын туруктуулугуна БЖ матрица-функциясынын бардык  $\Theta$ дери таасир эткен учур изилденбеген. Бул учурда бардык  $\Theta$ дердин ЧБлары чыныгы октун кесиндисинин айрым чекиттеринде белгисин алмаштырат. Ошондуктан, бул багытта изилдөөлөрдү жүргүзүү актуалдуу маселе болуп саналат жана диссертациянын негизги мазмунун ТСАнын туруктуулугу бир нече чекиттерде бузулган учурда АСКТлардын чыгарылыштарынын асимптотикасын изилдөө жана ушул көйгөй менен байланышкан башка маселелерди чыгаруу түзөт.

**Диссертациянын темасынын окуу жана илимий мекемелер тарабынан жүргүзүлүүчү негизги изилдөө иштери менен байланышы.**

Диссертация ЖАМУнун “Математика жана математикалык моделдештирүү” кафедрасынын илимий изилдөө темасына байланыштуу аткарылган.

**Изилдөөнүн максаты жана коюлган маселелер.** Тең салмактуулук абалдын туруктуулугу биринчи жакындашуу матрица-функциясынын бардык өздүк маанилеринен аныкталган, тең салмактуулук абалга ээ болгон автономдук сингулярдык козголгон теңдемелердин системасынын чыгарылыштарынын асимптотикалык жүрүмүн изилдөө.

Максатка жетүү үчүн төмөнкүдөй изилдөөнүн милдеттери коюлган:

1. Биринчи жакындашуу матрица-функциясынын өздүк маанилери түрдүү санда (экиден ашык) болгон автономдук сингулярдык козголгон теңдемелердин системасынын чыгарылыштарынын асимптотикалык жүрүмүн, бардык өздүк маанилердин тең салмактуулук абалдын туруктуулугуна таасирин изилдөө;
2. Гармоникалык функциялардын деңгээл сызыктарынын, беттеринин касиеттерин колдонуп, комплекстик тегиздиктерде геометриялык түзүүлөрдү жүргүзүү;
3. Интегралдоо жолдорун оптималдуу тандоону аныктоочу областтарды түзүү критерийлерин формулировкалоо;
4. Баштапкы шарттарды кээ бир сызыктарда өзгөрмө баштапкы шарттарга алмаштыруу менен каралып жаткан теңдемелерди жөнөкөйлөтүү;
5. Чыгарылыштын кармалышына маанилүү таасир этүүчү өздүк маанилерди аныктоо;

6. Каралып жаткан АСКТСнын асимптотикалык жүрүмүн изилдөө үчүн методдордун жыйындысын тандоо.

**Изилдөөнүн илимий жаңылыгы:**

1. Чыныгы кесиндинин бир нече чекиттеринде ТСАнын туруктуулугу жоголгондо, АСКТСнын жаңы класстарынын чыгарылыштарынын асимптотикалык жүрүмү табылды;
2. Комплекстик тегиздикте областты аныктоо үчүн ГФ беттерин колдонуу ыкмасы иштелип чыкты;
3. Лапластын методун стационардык метод менен айкалыштырып колдонуу иштелип чыкты;
4. Түрдүү теңдемелердин типтери үчүн ЧКга маанилүү таасирин тийгизүүчү ӨМдери аныкталды;
5. Кээ бир сызыктар боюнча баштапкы шарттарды өзгөрмө баштапкы шарттарга алмаштыруу ыкмасы колдонулуп, теңдемелер жонокөйүрөөк түргө келтирилди.

**Алынган натыйжалардын теориялык жана практикалык мааниси.** Иш СКТ теориясына олуттуу салым кошот, колдонулган методологияны АСКТСнын теориясындагы ЧКсын андан ары өнүктүрүүгө колдонууга болот.

**Диссертацияны коргоого алып чыгылуучу негизги жоболору:**

1. ТСАга ээ болгон АСКТСтин жаңы класстары табылды;
2. Каралып жаткан теңдемелердин БЖ матрица-функциясы ӨМдердин түрдүү санына ээ жана бардык ӨМдер ТСАнын туруктуулугуна таасирин тийгизет;
3. Комплекстик областтарда ГФтердин ДСтеринин жана беттеринин касиеттерине негизделген областтарды түзүү методологиясы иштелип чыкты;
4. Интегралдоо жолдорун оптималдуу тандоо критерийлери табылды;
5. Кээ бир сызыктар боюнча баштапкы шарттарды өзгөрмө баштапкы шарттарга алмаштыруу методикасы иштелип чыкты;

**Изденүүчүнүн жеке салымы.** Диссертациянын негизги натыйжалары 10 макалада [1-10] жарыяланган. Биргелешкен [3-5], [8-10] эмгектерде маселелердин коюлушу К. С. Алыбаевге, алардын чечилиши – авторго, [7] эмгекте маселенин коюлушу К.С. Алыбаевге жана А.М. Джураевге, анын чечилиши – авторго, [6] эмгекте маселенин коюлушу К.С.Алыбаевге, маселенин чечилиши – авторго, айрым жыйынтыктарды биргелешип талкуулоо Н.К.Мусакуловага таандык.

**Диссертациянын жыйынтыктарын апробациялоо.** Иштин жыйынтыгы төмөнкүлөрдө баяндалган жана талкууланган:

- проф. К. С. Алыбаевдин жетекчилигиндеги ЖАМУнун “Математика жана ММ” кафедрасындагы семинары (Жалал-Абад ш., 2018-2025 жж.);

- Академик А.А.Борубаевдин 70 жылдыгына арналган “Учурдагы математиканын көйгөйлөрү жана анын колдонмолору” эл аралык илимий конференциясы (Бишкек-Ысык-Кол, июнь, 2021 ж.);
- Академик М.Салахитдиновдун 90 жылдыгына карата “Дифференциалдык теңдемелердин учурдагы көйгөйлөрү жана алардын колдонмолору” эл аралык илимий конференциясы (Өзбекстан, Ташкент ш., ноябрь, 2023 ж.);
- “Учурдагы математиканын көйгөйлөрү жана анын колдонмолору” жаштар мектеп-конференциясы (55-бүткүл россиялык) (Екатеринбург ш., январь, 2024);
- КРдин УИАсынын мүчө-корр, проф. К.Алымкулов атындагы “Математиканын актуалдуу көйгөйлөрү жана алардын колдонулуштары” Кыргызстандын түштүгүндөгү математиктердин аймактар аралык семинары (Жалал-Абад ш., март, 2024 ж.);
- КРдин УИАсынын мүчө-корр, проф. К.Алымкулов атындагы “Математиканын актуалдуу көйгөйлөрү жана алардын колдонулуштары” Кыргызстандын түштүгүндөгү математиктердин аймактар аралык семинары (Ош ш., март, 2024 ж.);
- КРдин УИАсынын математика Институтунун 40 жылдыгына жана академик А.А. Борубаевдин 70 жылдыгына арналган “V Борубаевдик окуулар” эл аралык илимий конференциясы (Бишкек ш., июнь, 2024 ж.);
- ОшМУнун 85 жылдыгына, ф.-м.и.к., доцент А.О.Абдувалиевдин 70 жылдыгына арналган “Математика, физиканын актуалдуу көйгөйлөрү жана билим берүүдөгү инновациялык технологиялар” эл аралык илимий конференциясы (Ош ш., сентябрь, 2024 ж.);
- Академик Т.Д.Джураевдин 90 жылдыгына арналган “Математикалык физиканын классикалык эмес теңдемелерин жана алардын колдонмолору” эл аралык илимий конференциясы (Өзбекстан, Ташкент ш., октябрь, 2024 ж.);

**Диссертациянын натыйжаларынын жарыяланышы.** Диссертациянын негизги жыйынтыктары 10 илимий макалада жарык көргөн. Анын ичинен 9 макала РИНЦтин илимий-метрикалык базасына кирген илимий басылмаларда жарыяланган, ал эми 7 макала 0,1 ден жогорку импакт-факторго ээ. Макалалардын бири Scopus базасында жарыяланган. КР Президентинин алдындагы ЖАК тарабынан бекитилген шкала боюнча топтолгон баллдар – 215.

**Диссертациянын структурасы жана көлөмү:** Диссертациялык иш шарттуу белгилердин жана сүйлөмдөрдүн кыскартылган жазылыштарынан, киришүүдөн, параграфтарга бөлүнгөн төрт главадан, корутундудан, колдонулган 89 адабияттардан турат. Диссертациянын көлөмү 97 бет.

### **ДИССЕРТАЦИЯНЫН НЕГИЗГИ МАЗМУНУ**

**Киришүүдө** изилдөө темасынын актуалдуулугу негизделген, иштин жалпы мүнөздөмөсү берилген, изилдөөнүн максаты жана милдети баяндалган, алынган жыйынтыктардын жана практикалык баалуулуктардын илимий жаңылыгы мүнөздөлгөн, коргоого алынып чыгылуучу негизги жоболор баяндалган.

1 Глава “Изилденүүчү маселени жаралуу тарыхы” эки параграфтан турат.

1.1. “Сингулярдык козголгон теңдемелер теориясында чыгарылыштын кармалышы кубулушу” параграфында тең салмактуулук абалдын туруктуулугунун өзгөрүшүндө асимптотикалык жүрүмдү изилдөөгө арналган эмгектердин талдоосу келтирилген.

1.2. “Комплекстик областтардагы сингулярдык козголгон теңдемелер” параграфында комплекстик областтарда СКТ чыгарылыштарынын асимптотикалык жүрүмү жүргүзүлгөн изилдөөлөргө кыскача сереп жана талдоо жасалган. Алардын өзгөчөлүктөрү корсетүлгөн. Бул параграфта келтирилген иштер мазмуну боюнча бул ишке жакын болуп саналат. Диссертациянын изилдөө багыттары аныкталган.

2 Глава “Маселенин коюлушу жана изилдөөнүн методологиясы” эки параграфтан турат.

2.1 “Изилдөөнүн объектиси жана маселенин коюлушу” параграфында изилдөө объектиси жана предмети келтирилген.

Бул иштин изилдөө объектиси болуп, төмөнкү түрдөгү АСКТС эсептелет:

$$\varepsilon x'(t, \varepsilon) = A(y)\bar{x}(t, \varepsilon) + V^k(\bar{x}(t, \varepsilon))\bar{x}(t, \varepsilon), \quad (2.1.1)$$

$$y' = 1, \quad (2.1.2)$$

$$x(t_0, \varepsilon) = x^0, y(t_0) = t_0 \quad (2.1.3)$$

баштапкы шарты менен берилген. Мында  $0 < \varepsilon$  – кичине чыныгы параметр;

$k = 1, 2; t \in \mathcal{D} \subset \mathbb{C}$  – комплекстик сандардын көптүгү, ал эми

$\mathcal{D} = \{t \in \mathbb{C}, |t| < r_0, r_0 \in \mathbb{R} - \text{чыныгы сандардын көптүгү жана } r_0 \gg |t_0|\}$ ,

$x = \text{colon}(x_1, \dots, x_n), \bar{x} = \text{colon}(x_1 - y, x_2, \dots, x_{2n-1} - y, x_{2n})$ ,

$A(y) = \text{diag}[A_1(y), \dots, A_j(y)]$ , мында  $A_j(y)$  ( $j = 1, \dots, n$ ) – айрым матрица-функциялар.

$$V(\bar{x}(t, \varepsilon)) = ((x_1 - y)^2 + x_2^2 + (x_3 - y)^2 + x_4^2 + \dots + (x_{2n-1} - y)^2 + x_{2n}^2).$$

Төмөнкүдөй учурлар каралат:

$$C1. A(y) = \begin{pmatrix} A_1(y) & 0 \\ 0 & A_2(y) \end{pmatrix}, A_1(y) = \begin{pmatrix} y & -1 \\ 1 & y \end{pmatrix}, A_2(y) = \begin{pmatrix} y & -2 \\ 2 & y \end{pmatrix}, O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$A(y)$  матрица-функциясы  $\lambda_{1,2}(y) = y \pm i$ ,  $\lambda_{3,4}(y) = y \pm 2i$   $\Theta$ Мдерге ээ.

$$C2. A(y) = \text{diag}[A_1(y), \dots, A_j(y)], A_j(y) = \begin{pmatrix} y & -\alpha_j \\ \alpha_j & y \end{pmatrix}, (j = 1, \dots, n)$$

$A(y)$  матрица-функциясы  $2n$  түгөйлөш комплекстик-түйүндөш  $\Theta$ Мдерге ээ:

$\lambda_{2j-1}(y) = y + i\alpha_j$ ,  $\lambda_{2j}(y) = y - i\alpha_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ ,  $0 = \alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_n < 1$ .

$$C3. A(y) = \begin{pmatrix} y & -\alpha_1 & 0 \\ \alpha_1 & y & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_2 \end{pmatrix}, A(y) \text{ матрица-функциясы } \lambda_{1,2}(y) = y \pm i\alpha_1,$$

$\lambda_3(y) = y - \alpha_2$ ,  $0 < \alpha_1, 0 < \alpha_2$   $\Theta$ Мдерге ээ.

$$C4. A(y) = \begin{pmatrix} A_1(y) & 0 \\ 0 & A_2(y) \end{pmatrix}, A_1(y) = \begin{pmatrix} y & -1 \\ 1 & y \end{pmatrix}, A_2(y) = \begin{pmatrix} 1 - y^2 & 2y \\ -2y & 1 - y^2 \end{pmatrix}.$$

$$V^2 = (x_1 - y)^2 + x_2^2 + (x_3 - y)^2 + x_4^2.$$

$A(y)$  матрица-функциясы  $\lambda_{1,2} = y \pm i$ ,  $\lambda_{3,4} = -(y \pm i)^2$   $\Theta$ Мдерге ээ.

C5.  $A(y) = \text{diag}[A_1(y), \dots, A_j(y)]$ ,  $A_j(y) = \begin{pmatrix} y - \alpha_j & 1 \\ -1 & y - \alpha_j \end{pmatrix}$ ,  $(j = 1, \dots, n)$ .

$A(y)$  матрица-функциясы  $\lambda_{2j-1}(y) = y - \alpha_j + i$ ,  $\lambda_{2j}(y) = y - \alpha_j - i$   $\Theta$ Мдерге ээ, мында  $j = 1, \dots, n$ ,  $0 = \alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_n < 1$ .

Каралып жаткан учурлардын өзгөчөлүгү (2.1.1)-(2.1.2) системасы тез өзгөрмөлөрдүн мейкиндигинин  $(y, 0, \dots, y, 0)$  чекитинде ТСАга ээ болуп,  $A(y)$  матрица-функциясынын бардык  $\Theta$ Мдеринин ТСАнын туруктуулугуна таасир эткендигинде.

Эгер  $\Theta$ Мдердин ЧБлары терс болсо, у тин маанилери үчүн ТСА туруктуу.

C1, C2 учурларында бардык  $\Theta$ Мдердин  $(\lambda_1(y), \lambda_2(y))$  ЧБлары  $y = 0$  болгондо нөлгө айланат жана белгилерин терстен оңго алмаштырат.

C3 үчүн  $\Theta$ Мдердин  $(\lambda_1(y), \lambda_2(y))$  ЧБлары  $y = 0$  болгондо, ал эми  $\lambda_3(y) = y - \alpha_2 > 0$  ( $0 < \alpha_2 < \alpha_1$ ) жана  $y = \alpha_1 > 0$  ( $0 < \alpha_1 < \alpha_2$ ) болгондо нөлгө айланат.

C4 үчүн  $\lambda_{1,2}(y)$   $\Theta$ Мдердин ЧБлары  $y = 0$  болгондо, ал эми  $\lambda_{3,4}(y)$  болсо,  $y = \pm 1$  мааниде нөлгө айланат.

C5 үчүн  $\lambda_{2j-1}(y), \lambda_{2j}(y)$   $\Theta$ Мдердин ЧБлары  $y = \alpha_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) чекиттеринде нөлгө айланат ( $0 = \alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_n < 1$ ).

**Аныктама 2.1.1.** Эгер ТСАнын туруктуулугу у тин кандайдыр бир маанилеринде жоголсо, бирок (2.1.1) тендемесинин чыгарылышы пайда болгон туруксуз ТСАны ошол замат таштап кетпестен, чектүү убакыт аралыгында ага жакын кармалса, анда чыгарылыштын кармалышы пайда болот деп айтабыз.

**Маселе 2.1.1.** Бардык каралып жаткан учурлар үчүн (2.1.1)-(2.1.2) маселесин ЧКга изилдөө жана ЧК менен байланышкан башка маселелерди чечүү.

ЧК – негизги изилдөө предмет катары аныкталат.

**2.2 “Изилдөөнүн методологиясы” параграфында АСКТС чыгарылышынын асимптотикасын изилдөөдө колдонулуучу төмөнкүдөй методдор сүрөттөлгөн:**

1. Тендемелерди өзгөртүп түзүү жана аларды интегралдыкка алмаштыруу;
2. ГФтердин касиеттерин жана ДСтерди колдонуу менен ГТлардын негизги критерийлери жана интегралдоо жолдорун тандоо.
3. Методдор: удаалаш жакындашуу, Лапластын, стационардык фазанын, бөлүктөп интегралдоо, кандайдыр бир сызык боюнча баштапкы шарттарды өзгөрмө баштапкы шарттарга удаалаш алмаштыруу, асимптотикалык баалоо. Аталган методдорду төмөнкүдөй түзүүчүлөргө бөлүүгө болот:

M1. ГФтердин касиеттерине негизделген ГТ жана интегралдоо жолдорун тандоо.

M2. Удаалаш жакындашуунун модифицирленген (УЖМ) методу өзүнө баштапкы шарттарды үзгүлтүксүз өзгөрүүчү баштапкы шарттарга удаалаш алмаштырууну камтыйт.

М3. Методдор: Лапластын жана стационардык фазанын; чоң оң параметрди камтыган интегралдарды асимптотикалык баалоо; функционалдык катарлардын жыйналуучулугун далилдео үчүн мажоранттык катарларды түзүү; индукция; бөлүктөп интегралдоо.

М1 топологиялык, ал эми М2 жана М3 аналитикалык методдорго жакыныраак. Колдонулган методдорду негиздөөчү түшүнүктөр боюнча маалыматтар келтирилген: область, Жордандын ийрилери, аналитикалык функция, комплекстик өзгөрмөлүү функциялардын интегралы, ГФ жана алардын ДСтери.

Глава 3 “Геометриялык түзүүлөр” эки параграфтан турат.

3.1 “Геометриялык түзүүлөр үчүн негизги критерийлер” параграфында эки леммада келтирилген.

Төмөндөгү лемма

$$J(t_0, t, \varepsilon) = \int_{t_0}^t \exp \frac{F(t) - F(\tau)}{\varepsilon} d\tau, \quad (3.1.1)$$

интегралдын жыйналуучулугун аныктайт, мында  $t_0, t \in D \subset \mathbb{C}, F(t) \in Q(D)$ .

Лемма 3.1.1. Төмөнкүлөр жашасын дейли: 1.  $D_0 \subset D, t_0 \in D_0$ .

2.  $\Omega = \{(\mathcal{P}(t_0, t))\}$  көптүгү, мында  $(\mathcal{P}(t_0, t)) - t_0$  жана  $t \in D_0$  чекиттерин туташтыруучу жылмакай же бөлүкчө-жылмакай Жордандын ийриси.

3.  $\forall (\mathcal{P}(t_0, t)) \in \Omega (Re(F(t)) - \text{оспойт})$ .

Бул шарттар аткарылганда,  $\varepsilon \rightarrow 0$  учурда  $|J(t_0, t, \varepsilon)| -$  чектелген болот. ГТ  $\Omega$  көптүгүнүн аныкталышына келтирилет. Биздин учурда гана,  $F(t)$ нын ордуна  $(F_1(t), \dots, F_n(t))$  функциялардын системасын кароо жана бул система үчүн бир  $\Omega$  көптүгүн аныктоо керек. Иште симметрияны чыныгы окко карата түшүнөбүз.  $D$  симметриялуу область жана  $(F_1(t), \dots, F_n(t))$  системасы түгөйлөш комплекстик-түйүндөш функциялардан турсун дейли:

$$n = 2k \text{ жана } F_{2j-1}(t) = \overline{F_{2j}(t)} \quad (j = 1, \dots, k)$$

Мындай учурлар үчүн  $\Omega$  көптүгүнүн түзүлүшү төмөнкү леммага негизделет.

Лемма 3.1.2.  $(\mathcal{P}(t_0, t)), (\overline{\mathcal{P}}(t_0, t))$  симметриялуу жана  $(\mathcal{P}(t_0, t))$  бойлото  $(F_{2j-1}(t), j = 1, \dots, k)$  функциялары өспөйт, анда  $(\overline{\mathcal{P}}(t_0, t))$  бойлото да  $(F_{2j}(t), j = 1, \dots, k)$  функциялары да өспөйт.

Лемма 3.1.1, Лемма 3.1.2 ГТ үчүн негизги критерийлерди аныкташат.

3.2 “Геометриялык түзүүлөр” параграфында  $C1, C2, C3, C4, C5$  учурлары үчүн ГТлар жүргүзүлгөн.

Бардык учурлар үчүн негизги учур болуп,  $\Omega$  көптүгүн түзүү эсептелет.

$C1$  үчүн төмөнкү функциялар каралган:

$$ReF_1(t) = t_1^2 - (t_2 + 1)^2, \quad ReF_2(t) = t_1^2 - (t_2 - 1)^2.$$

$$ReF_3(t) = t_1^2 - (t_2 + 2)^2, \quad ReF_4(t) = t_1^2 - (t_2 - 2)^2.$$

Чыныгы окко карата симметриялуу чекиттерде  $ReF_1(t)$  жана  $ReF_2(t), ReF_3(t)$  жана  $ReF_4(t)$  функциялары бирдей маанилерди кабыл алат.

$D -$  борбору  $(0; 0)$  чекити жана жетишээрлик чоң радиуска ээ болгон ачык тегерек болгондуктан, областтын симметриялуулук принциби сакталат.

Лемма 3.1.2ге ылайык,  $\Omega$  көптүгүн аныктоо үчүн,  $ReF_1(t)$  жана  $ReF_3(t)$  функцияларын кароо жетиштүү. Төмөнкү ДСтер кароого киргизилген:

$(\mathcal{P}_{10}) = \{t \in C, t_1^2 - (t_2 + 1)^2 = 0\}$ ,  $(\mathcal{P}_{20}) = \{t \in C, t_1^2 - (t_2 + 2)^2 = 0\}$   
 $(\mathcal{P}_{10})$  сызыгы  $(-1, 0)$  чекитинде, ал эми  $(\mathcal{P}_{20})$  сызыгы  $(-2, 0)$  чекитинде бутактанат жана  $C$  тегиздигин секторлорго бөлөт (Сүрөт 3.2.1).

$t_0 = -\sqrt{3}$  учуру каралган.

$(\mathcal{P}_3) = \{t \in C, t_1^2 - (t_2 + 2)^2 = -1\}$  ДС кароого киргизилген.

$ReF_1(t)$ ,  $ReF_3(t)$  үчүн  $(K_1)$  жана  $(K_2)$  ийрилеринде Лемма 3.1.2 орун алат.

$ReF_2(t)$ ,  $ReF_4(t)$  функциялары үчүн  $(\bar{K}_1) \cup (\bar{K}_2)$  ийрисинде Лемма 3.1.2ге ылайык Лемма 3.1.1 орун алат.

$(K_1) \cup (K_2)$  жана  $(\bar{K}_1) \cup (\bar{K}_2)$  ийрилери менен чектелген областты  $\mathcal{D}_0$  аркылуу белгилейбиз (Сүрөт 3.2.2).  $(\mathcal{P}_{01}) = \{t \in C, t_1 - t_2 - 1 = 0\}$  ДС кароого киргизилген. Андан кийин  $\mathcal{D}_0$  областы бир нече бөлүктөргө бөлүнүп,  $B_j$  ( $j = 1, \dots, 11$ ),  $\bar{B}_j$  ( $j = 3, \dots, 10$ ) чекиттери аныкталган (Сүрөт 3.2.3).

$\mathcal{D}_j$  ( $j = 3, 4, 5$ ),  $\bar{\mathcal{D}}_j$  (Сүрөт 3.2.4) областтары түзүлгөн.

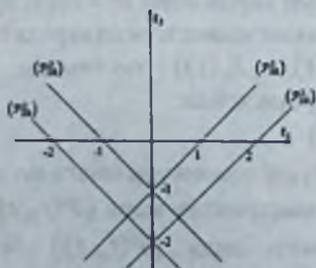
$\Omega$  көптүгү аныкталган:  $ReF_1(t)$ ,  $ReF_3(t)$  үчүн жол төмөнкүлөрдөн турат:

эгер  $t \in \mathcal{D}_1 \cup \mathcal{D}_3 \cup \mathcal{D}_4 \cup \bar{\mathcal{D}}_3 \cup \bar{\mathcal{D}}_4$  болсо, анда  $(K_1)[t_0, \bar{t}]$  бөлүгүнөн жана

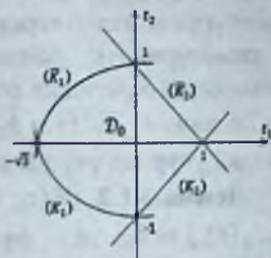
$\mathcal{P}_1 = \{t \in \mathcal{D}_0, t_1 - t_2 + q = 0, -1 + \sqrt{\varepsilon} \leq q \leq 1\}$   $[\bar{t}, t]$  түз сызыктуу кесиндиден;

эгер  $t \in \mathcal{D}_2 \cup \mathcal{D}_5 \cup \mathcal{D}_6 \cup \bar{\mathcal{D}}_5$  болсо, анда  $(K_1) \cup (K_2)[t_0, \bar{t}]$  ( $\bar{t} \in (K_2)$ ) бөлүгүнөн

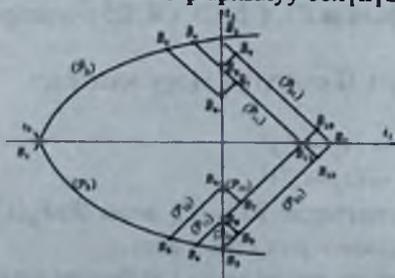
жана  $\mathcal{P}_2 = \{t \in \mathcal{D}_0, t_1 + t_2 - q = 0, -1 + \sqrt{\varepsilon} \leq q \leq 1\}$   $[\bar{t}, t]$  түз сызыктуу кесиндиден.



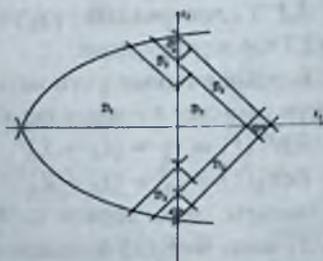
Сүрөт 3.2.1.  $C$  тегиздигинин  $(\mathcal{P}_{10})$  жана  $(\mathcal{P}_{20})$  сызыктар аркылуу бөлүнүшү.



Сүрөт 3.2.2.  $\mathcal{D}_0$  областы.



Сүрөт 3.2.3.  $B_j, \bar{B}_j$  чекиттери.



Сүрөт 3.2.4.  $\mathcal{D}_j$  ( $j = 1, \dots, 6$ ) жана  $\bar{\mathcal{D}}_j$  ( $j = 3, 4, 5$ ) областтары.

$B_j$  ( $j = 1, \dots, 11$ ) жана  $\bar{B}_j$  ( $j = 3, \dots, 10$ ) чекиттери аныкталган (Сүрөт 3.2.3).

С2 үчүн  $ReF_{1j}(t) = t_1^2 - (t_2 + \alpha_j)^2$ ,  $ReF_{2j}(t) = t_1^2 - (t_2 - \alpha_j)^2$ ,

( $j = 1, 2, \dots, n$ ) ДС каралган.  $F_{1j}(t)$  функциясы  $t = -i\alpha_j$  чекиттеринде, ал эми  $F_{2j}(t)$  функциясы  $t = i\alpha_j$  чекиттеринде эки эселүү нөлдөргө ээ, андыктан  $(\mathcal{P}_{1j}) = \{t \in \mathcal{C}, ReF_{1j}(t) = 0\}$ ,  $(\mathcal{P}_{2j}) = \{t \in \mathcal{C}, ReF_{2j}(t) = 0\}$ , ( $j = 1, \dots, n$ ) ДСтери тиешелүү түрдө  $t = \pm i\alpha_j$  чекиттеринде бутактанат (Сүрөт 3.2.5).

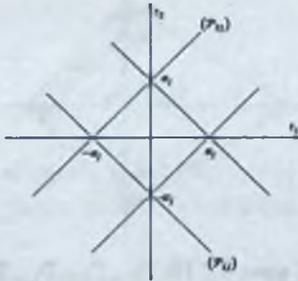
$(\mathcal{P}_{1j}) = \{ReF_{1j}(t) = t_1^2 - (t_2 + \alpha_j)^2 = t_0^2 - \alpha_j^2\}$ ,

$(\mathcal{P}_{1k}) = \{ReF_{1k}(t) = t_1^2 - (t_2 + \alpha_k)^2 = t_0^2 - \alpha_k^2\}$ , мында  $j \neq k$ ;  $j, k = 1, \dots, n$  ДСтерин алалы.

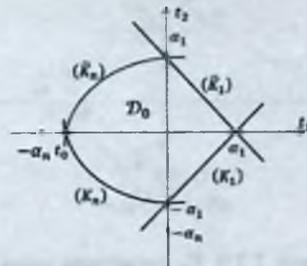
$ReF_{1k}(t)$  ( $k = 1, \dots, n$ ) функциясынын ДСи боюнча  $ReF_{1j}(t)$  ( $j = 1, \dots, n$ ) функциясы өспой тургандай ДС жашай тургандыгын аныктайбыз.

Бул суроого жооп төмөнкү леммадан чечилет:

**Лемма 3.2.1.**  $(t_0; 0)$  жана  $(0; -\alpha_n + \sqrt{\alpha_n^2 - t_0^2})$  ( $\alpha_n < t_0 < 0$ ) чекиттерин туташтыруучу  $(\mathcal{P}_{1n})$  ДС бөлүгү боюнча  $ReF_{1j}(t)$  ( $j = 1, \dots, n$ ) функциялары өспөйт;  $(0; -\alpha_n + \sqrt{\alpha_n^2 - t_0^2})$ ,  $(\sqrt{\alpha_1^2 - (\alpha_1 - \alpha_n + \sqrt{\alpha_n^2 - t_0^2})^2}; 0)$  чекиттерин туташтыруучу  $(\mathcal{P}_{11})$  ДС боюнча  $ReF_{1j}(t)$  ( $j = 1, \dots, n$ ) функциясы да өспөйт.



Сүрөт 3.2.5.  $(\mathcal{P}_{1j})$ ,  $(\mathcal{P}_{2j})$  ДСи.



Сүрөт 3.2.6.  $\mathcal{D}_0$  областы.

$(K_n)$ ,  $(\bar{K}_n)$ ,  $(K_1)$ ,  $(\bar{K}_1)$  нйрилери менен чектелген областты  $\mathcal{D}_0$  аркылуу белгилейбиз (Сүрөт 3.2.6).  $\mathcal{D}_0$  областынын чеги Лемма 3.1.1дин 3-шартын канааттандыра тургандыгын текшерүү кыйынчылык жаратпайт.

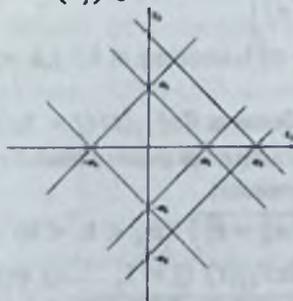
$t \in \mathcal{D}_0$  болсун жана чектик чекит болбосун дейли.  $ReF_{1j}(t)$  ( $j = 1, \dots, n$ ) үчүн жолдорду аныктайбыз. Жол  $(K_n) \cup (K_1) [t_0; \bar{t}]$  бөлүгүнөн жана  $\{t \in \mathcal{D}_0, t_1 = \bar{t}_1, \bar{t}_2 \leq t_2\} [\bar{t}; t]$  кесиндисинен турат.

$ReF_{2j}(t)$  ( $j = 1, \dots, n$ ) үчүн жол  $ReF_{1j}(t)$  ( $j = 1, \dots, n$ ) жолуна симметриялуу тандалат (Лемма 3.1.2). Ошентип  $\Omega$  аныкталды.

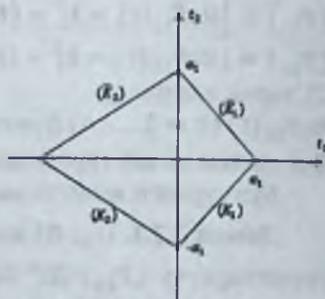
С3 учурунда  $ReF_j(t)$  ( $j = 1, 2, 3$ ) ДС колдонулду.

$(\mathcal{P}_{j0}) = \{t \in \mathcal{D}, ReF_j(t) = 0\}$  ( $j = 1, 2, 3$ ) ДСин киргизели.  $(\mathcal{P}_{j0})$  ДСи тиешелүү түрдө  $(0; -\alpha_1), (0; \alpha_1), (\alpha_2, 0)$  чекиттеринде бутактанат (Сүрөт 3.2.7).

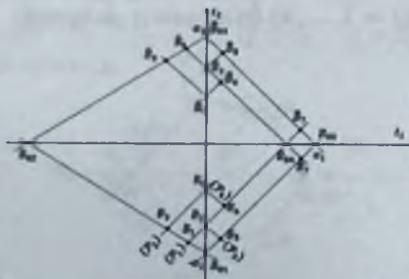
Томөнкү учурлар каралды: 1.  $0 < \alpha_1 < \alpha_2$ ; 2.  $0 < \alpha_2 < \alpha_1$ ; 3.  $\alpha_1 = \alpha_2$ .  
 Айрым  $B_k$  чекиттеринин координаталары аныкталды (Сүрөт 3.2.9):  
 $B_1\left(-\frac{\sqrt{\varepsilon}}{1+\beta}; -\alpha_1 + \beta \frac{\sqrt{\varepsilon}}{1+\beta}\right)$ ,  $B_2(0; -\alpha_1 + \sqrt{\varepsilon})$ ,  $B_3\left(-\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{1+\beta}; -\frac{\alpha_1 + \alpha_2 \beta}{1+\beta}\right)$ ,  $B_4(0; -\alpha_3)$ ,  
 $B_5\left(-\frac{\sqrt{\varepsilon}}{2}; -\alpha_1 + \frac{\sqrt{\varepsilon}}{2}\right)$ ,  $B_6\left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2 - \sqrt{\varepsilon}}{2}; -\frac{\alpha_1 + \alpha_2 - \sqrt{\varepsilon}}{2}\right)$ ,  $B_7\left(\alpha_1 - \frac{\sqrt{\varepsilon}}{2}; -\frac{\sqrt{\varepsilon}}{2}\right)$ ,  $B_{01}(0; -\alpha_1)$ ,  
 $B_{02}(t_0; 0)$ ,  $B_{03}(\alpha_1; 0)$ ,  $B_{04}(\alpha_1 - \sqrt{\varepsilon}; 0)$  жана  $\bar{D}_j$ ,  $\bar{D}_j$  ( $j = 1, \dots, 7$ ) симметриялуу  
 чекиттери жана  $(P_j)$  ( $j = 1, 2, 3, 4$ ) кесиндилери.



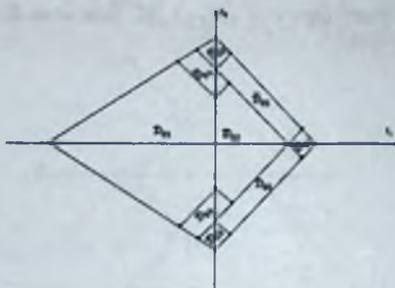
Сүрөт 3.2.7.  $(P_j)$  ( $j = 1, 2, 3$ ) ДС бутактанышы



Сүрөт 3.2.8.  $D_0$  областы.

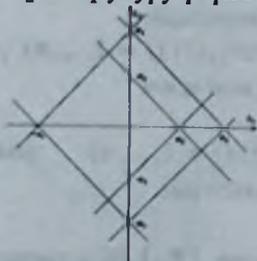


Сүрөт 3.2.9.  $B_k$  чекиттери жана  $(P_j)$  ( $j = 1, \dots, 4$ ) кесиндилери.

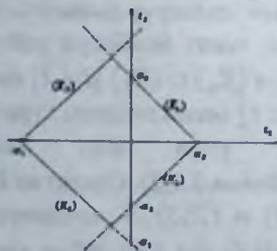


Сүрөт 3.2.10.  $D_{01}, D_{02}, D_{06}, D_{0j}$ ,  $\bar{D}_{0j}$  ( $j = 3, 4, 5$ ) областтары.

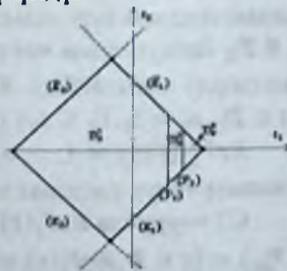
$D_{0j}$  ( $j = 3, 4, 5, 6$ ),  $\bar{D}_{0j}$  ( $j = 3, 4, 5, 6$ ) областтары түзүлдү (Сүрөт 3.2.10).  
 $0 < \alpha_2 < \alpha_1$  учуру үчүн геометриялык түзүүлөр жүргүзүлдү:



Сүрөт 3.2.11.  $(P_j)$  ( $j = 1, 2, 3$ ) ДС бутактанышы



Сүрөт 3.2.12.  $D_0$  областы



Сүрөт 3.2.13.  $D_0^1, D_0^2, D_0^3$  областтары

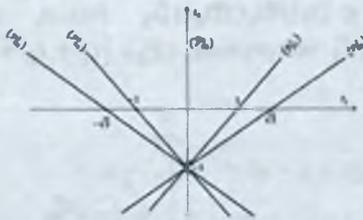
$\alpha_1 = \alpha_2$  учуру 1-учур менен дал келет.

$ReF_1(t)$  үчүн жол: эгер  $t \in \mathcal{D}_{01} \cup \mathcal{D}_{03} \cup \mathcal{D}_{04} \cup \bar{\mathcal{D}}_{03} \cup \bar{\mathcal{D}}_{04}$  болсо, анда  $[B_{02}B_1]$   $[t_0, \bar{t}]$  жана  $(\mathcal{P}_1) = \{\tau_1 - \tau_2 + \bar{q} = 0, -\alpha_1 + \sqrt{\varepsilon} \leq \bar{q} \leq \alpha_1\}$   $[\bar{t}, t]$  түз сызыктуу кесиндинин бөлүктөрүнөн турат; эгер  $t \in \mathcal{D}_{02} \cup \mathcal{D}_{05} \cup \bar{\mathcal{D}}_{05} \cup \mathcal{D}_{06}$  болсо, анда  $[B_{02}B_{01}]$  кесиндисинен,  $[B_{01}B_5]$  кесиндисинен,  $\{\tau_1 + \tau_2 - \alpha_1 = 0\}$   $[B_5 \bar{t}]$  түз сызыгынын бөлүгүнөн  $\{\tau_1 + \tau_2 - \bar{q} = 0, -\alpha_1 + \sqrt{\varepsilon} \leq \bar{q} \leq \alpha_1\}$   $[\bar{t}, t]$  түз сызыгынын бөлүгүнөн турат.

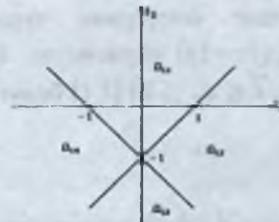
$ReF_2(t)$  үчүн жол  $ReF_1(t)$  үчүн аныкталган жолдорго симметриялуу тандалат.  $\forall t \in \mathcal{D}_0^1$ :  $ReF_3(t)$  үчүн жол  $(K_2)[t_0, \bar{t}]$  жана  $\{t_1 - t_2 - \alpha_1 = -\bar{q}_1, 0 \leq \bar{q}_1 \leq -t_0 + \alpha_1\}$   $[\bar{t}_0, t]$  түз сызыгынын бөлүгүнөн турат. Ошентип  $\Omega$  көптүгү аныкталды.

С4 учурунда  $Re(t+i)^2, -Re(t+i)^3$  функциялары жана  $(\mathcal{P}_{01}) = \{t \in \mathcal{D}, Re(t+i)^2 = 0\}, (\mathcal{P}_{02}) = \{t \in \mathcal{D}, Re(t+i)^3 = 0\}$  ДС каралды.

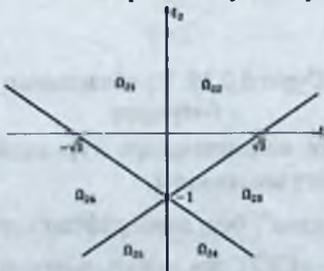
$(\mathcal{P}_{01}), (\mathcal{P}_{02})$  сызыктары  $(0, -1)$  чекитинде бутактанат (Сүрөт 3.2.14). Бутактар  $(\mathcal{P}_{01}^j)$  ( $j = 1, 2$ ),  $(\mathcal{P}_{02}^j)$  ( $j = 1, 2, 3$ ) деп белгиленген.  $(\mathcal{P}_{01}^j), (\mathcal{P}_{02}^j)$  бутактары  $\mathcal{D}$  областын тиешелүү түрдө  $\Omega_{1k}$  ( $k = 1, 2, 3, 4$ ),  $\Omega_{2k}$  ( $k = 1, \dots, 6$ ) секторлоруна бөлөт (Сүрөт 3.2.15, 3.2.16).  $\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_4, \bar{\mathcal{D}}_4, \mathcal{D}_2, \mathcal{D}_3$  областтары түзүлдү (Сүрөт 3.2.17).



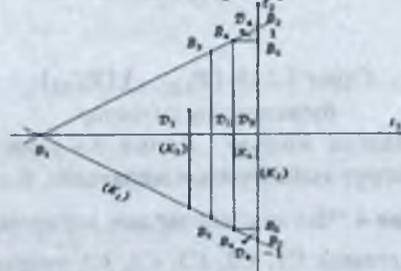
Сүрөт 3.2.14.  $(\mathcal{P}_{01}), (\mathcal{P}_{02})$  сызыктарынын бутактары



Сүрөт 3.2.15.  $\Omega_{1k}$  ( $k = 1, \dots, 4$ ) секторлору



Сүрөт 3.2.16.  $\Omega_{2k}$  ( $k = 1, \dots, 6$ ) секторлору.



Сүрөт 3.2.17.  $\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2, \mathcal{D}_3, \mathcal{D}_4, \bar{\mathcal{D}}_4$  областтары.

$\Omega$  көптүгү төмөнкүчө түзүлгөн: эгер  $t \in \mathcal{D}_1 \cup \mathcal{D}_2 \cup \mathcal{D}_4$  болсо, анда  $ReF_1(t), -ReF_3(t)$  үчүн жол  $(K_1)[B_1, \bar{t}]$  бөлүгүнөн жана  $(K_3)\{(\tau_1, \tau_2) \in \mathcal{D}_0, \tau_1 = \bar{t}_1, \bar{t}_2 \leq \tau_2 \leq t_2\}$   $[\bar{t}, t]$  ( $\bar{t} = \bar{t}_1 + i\bar{t}_2, t = \bar{t}_1 + it_2$ ) кесиндисинен турат; эгер  $t \in \mathcal{D}_3 \cup \bar{\mathcal{D}}_4$  болсо, анда жол  $(K_1)[B_1, B_2], (K_2)[B_2, \bar{t}]$  бөлүгүнөн жана  $(K_4)\{(\tau_1, \tau_2) \in \mathcal{D}_0, t_1 \leq \tau_1 \leq 0, \tau_2 = \bar{t}_2 = t_2\}$   $[\bar{t}, t]$  ( $\bar{t} = i\bar{t}_2, t = t_1 + i\bar{t}_2$ ) кесиндисинен турат.

$ReF_2(t), -ReF_4(t)$  үчүн интегралдоо жолу  $ReF_1(t), ReF_3(t)$  жолдоруна симметриялуу тандалат.  $Re(t \pm i)^2, -Re(t \pm i)^3$  функциялары боюнча интегралдоо жолу өспөй тургандай тандалганын байкайбыз.  $\Omega$  көптүгү гүзүлдү.

C5 учурунда ГТ үчүн  $ReF_{2j-1}(t), ImF_{2j-1}(t), ReF_{2j}(t), ImF_{2j}(t)$  функцияларынын касиеттерин жана ДСтерин пайдаланабыз.  $F_{2j-1}(t), F_{2j}(t)$  функциялары тиешелүү түрдө  $t = \alpha_j - i, t = \alpha_j + i$  чекиттеринде эки эселүү нолдөргө ээ болушат жана  $ReF_{2j-1}(t), ImF_{2j-1}(t), ReF_{2j}(t), ImF_{2j}(t)$  функцияларынын ДСтери ошол чекиттерде бутактанат.

$(P_{02j-1}) = \{t \in D, ReF_{2j-1}(t) = 0\}, (P_{02j}) = \{t \in D, ReF_{2j}(t) = 0\}$

белгилөөлөрү киргизилген (Сүрөт 3.2.18).  $(P_j), (\bar{P}_j)$  ( $j = 2, \dots, 5$ ) түз сызыктары аркылуу  $D_0$  областы  $D_j$  ( $j = 1, \dots, 6$ ),  $\bar{D}_3, \bar{D}_4, \bar{D}_5$  бөлүктөргө бөлүнөт (Сүр 3.2.19).

$(P_j)$  теңдемелери:  $(P_1): t_2 = \frac{1}{t_0}(t_1 - t_0), (P_2): \{t \in D, t_1 - t_2 - 1 + \sqrt{\varepsilon} = 0\},$

$(P_3): \{t \in D, t_1 - t_2 - 1 + q_1 = 0, 0 \ll q_1 \ll 1 \text{ жана } \varepsilon \text{ дон көз - каранды эмес}\},$

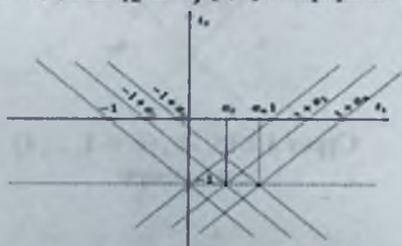
$(P_4): \{t \in D, t_1 + t_2 + 1 - \sqrt{\varepsilon} = 0\}, (P_5): \{t \in D, t_1 + t_2 + 1 - q_1 = 0\}.$

$ReF_{2j-1}(t)$  ( $j = 1, \dots, n$ ) үчүн  $(P(t_0, t))$ : эгер  $t \in D_1 \cup D_3 \cup D_4 \cup \bar{D}_3 \cup \bar{D}_4$  болсо,

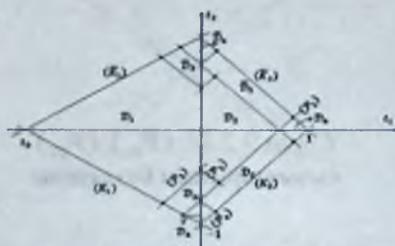
анда  $(K_1) [t_0, \bar{t}]$  бөлүгүнөн;  $(P_1): \{t_1 - t_2 - 1 + \bar{q}_1 = 0, 0 \leq \bar{q}_1 \leq 1 - t_0\}$  түз сызыгынын бөлүгүнөн турат;

эгер  $t \in D_2 \cup D_5 \cup D_6 \cup \bar{D}_5$  болсо, анда  $(K_1) [t_0, (0; -1)]$  ийрисинен;  $(K_2) [(0; -1); \bar{t}]$  бөлүгүнөн,  $(P_2): \{t_1 + t_2 + 1 -$

$\bar{q}_2 = 0, \sqrt{\varepsilon} \leq \bar{q}_2 \leq 2\} [\bar{t}, t]$  бөлүгүнөн турат.



Сүрөт 3.2.18.  $(P_{02j-1}), (P_{02j})$  бутактануучу сызыктар



Сүрөт 3.2.19.  $D_0$  областынын бөлүнүшү

Тандалган жолдор Лемма 3.1.1дин 3-шартын канааттандыра тургандыгын текшерүү кыйынчылык жаратпайт, б.а.  $\Omega$  көптүгү аныкталды.

**Глава 4 “Чыгарылыштардын кармалышын изилдөө” беш параграфтан турат.**

Бул главада C1, C2, C3, C4, C5 учурлары үчүн АСКТСтин чыгарылыштарынын кармалуу предметине карата изилдөөлөр жүргүзүлгөн.

**4.1. параграфында** C1 учуру каралды. (2.1.1)ге жаңы белгисиз функциялар (ЖБФ) киргизилди:  $u_1 = x_1 - t, u_2 = x_2, u_3 = x_3 - t, u_4 = x_4;$

$z_1 = u_1 + iu_2, z_2 = u_1 - iu_2, z_3 = u_3 + iu_4, z_4 = u_3 - iu_4$

жана теңдеме төмөнкүдөй теңдемеге келтирилди:

$$\varepsilon z_j' = (t + k_j i) z_j + V^2(z_1, z_2, z_3, z_4) z_j - \varepsilon, \quad (4.1.1)$$

$$z_j(t_0, \varepsilon) = z_j^0, z_j^0 \leq M\varepsilon, \quad (4.1.2)$$

мында  $k_1 = 1, k_2 = -1, k_3 = 2, k_4 = -2; V(z_1, z_2, z_3, z_4) = z_1 z_2 + z_3 z_4$ .  
 (4.1.1)-(4.1.2) төмөнкү интегралдык теңдемеге алмаштырылды:

$$z_j = z_j^0 \exp \frac{(t+k_j)^2 - (t_0+k_j)^2}{2\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon} \int_{t_0}^t (-\varepsilon + V^2) z_j \exp \frac{(t+k_j)^2 - (\tau+k_j)^2}{2\varepsilon} d\tau \quad (4.1.3)$$

жана төмөнкүчө түрдө аныкталган УЖМ колдонулду:

$$z_{jm} = z_j^0 \exp \frac{(t+k_j)^2 - (t_0+k_j)^2}{2\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon} \int_{t_0}^t (-\varepsilon + V_{m-1}) z_{j, m-1} \exp \frac{(t+k_j)^2 - (\tau+k_j)^2}{2\varepsilon} d\tau, \\ z_{j0} \equiv 0, \quad (4.1.4)$$

$V_{m-1} = z_{1, m-1} z_{2, m-1} + z_{3, m-1} z_{4, m-1}, m = 1, 2, \dots$

(4.1.4) ПП Гл.3 §3.2де аныкталган  $\mathcal{D}_0$  областында жана  $\Omega$  көптүгүндө каралды. Баалоо жүргүзүлүп, (4.1.4) УЖ бир калыптагы жыйналуучулугу дадилденди.

Төмөнкү далилденди:

**Теорема 4.1.1.** (4.1.1)-(4.1.2) маселеси каралсын. Анда  $\mathcal{D}_0 \subset \mathcal{D}$  областы жана  $\mathcal{D}_0$ до аныкталган (4.1.1)-(4.1.2) маселесинин  $z(t, \varepsilon)$  чыгарылышы жашап жана бул чыгарылыш үчүн төмөнкү баалоо орун алат:

$$\|z(t, \varepsilon)\| \leq M_1 \begin{cases} \varepsilon, & t \in \mathcal{D}_1 \cup \mathcal{D}_2, \\ \sqrt{\varepsilon}, & t \in \bigcup_{j=3}^5 (\mathcal{D}_j \cup \bar{\mathcal{D}}_j) \cup \mathcal{D}_6, \end{cases} \quad (B1)$$

Жүргүзүлгөн өзгөртүү түзүүлөргө ылайык, (B1) баалоосунан

$$\|\bar{x}(t, \varepsilon)\| \leq M_1 \begin{cases} \varepsilon, & t \in \mathcal{D}_1 \cup \mathcal{D}_2, \\ \sqrt{\varepsilon}, & t \in \bigcup_{j=3}^5 (\mathcal{D}_j \cup \bar{\mathcal{D}}_j) \cup \mathcal{D}_6, \end{cases} \quad (B2)$$

баалоосу келип чыгат, (B2)ни чыныгы окто карасак, анда төмөнкүгө ээ болобуз:

$$\|\bar{x}(t, \varepsilon)\| \leq M_1 \begin{cases} \varepsilon, & t_0 \leq t \leq 1 - \sqrt{\varepsilon}; \\ \sqrt{\varepsilon}, & 1 - \sqrt{\varepsilon} \leq t \leq 1. \end{cases} \quad (B3)$$

**Натыйжа 4.1.1.** (B3) баалоосунан (2.1.1)-(2.1.2)-(2.1.3) маселесинин чыгарылышы пайда болгон туруксуз ТСАга жакын  $[0; 1]$  кесиндисинде кармала тургандыгы келип чыгат.

**Параграф 4.2**де  $S_2$  учуру каралды. (2.1.1) ге векторлордун координаталык жазылышын колдонуу менен төмөнкүгө ээ болобуз:

$$\varepsilon u'_{2j-1} = t u_{2j-1} - \alpha_j u_{2j} + V(u_1, \dots, u_{2n}) u_{2j-1} - \varepsilon, \\ \varepsilon u'_{2j} = \alpha_j u_{2j-1} + t u_{2j} + V(u_1, \dots, u_{2n}) u_{2j}, j = 1, \dots, n.$$

Мындан

$$\varepsilon z'_{2j-1} = (t + \alpha_j i) z_{2j-1} + V_0(z_1, z_2, \dots, z_{2n}) z_{2j-1} - \varepsilon, \quad (4.2.1) \\ \varepsilon z'_{2j} = (t - \alpha_j i) z_{2j} + V_0(z_1, z_2, \dots, z_{2n}) z_{2j} - \varepsilon,$$

алабыз, бул система төмөнкү баштапкы шартты канааттандырат:

$$z_{2j-1}(t_0, \varepsilon) = z_{2j-1}^0, z_{2j}(t_0, \varepsilon) = z_{2j}^0, j = 1, \dots, n, \quad (4.2.2)$$

мында  $V_0(z_1, z_2, \dots, z_{2n}) = z_1 \cdot z_2 + \dots + z_{2n-1} \cdot z_{2n}$ .

(4.2.1)-(4.2.2) маселеси төмөнкү менен алмаштырылды:

$$z_{2j-1} = z_{2j-1}^0 \exp \frac{1}{2\varepsilon} (Re F_{1j}(t) - Re F_{1j}(t_0)) + \\ + \frac{1}{\varepsilon} \int_{t_0}^t [V_0(z_1, z_2, \dots, z_{2n}) z_{2j-1} - \varepsilon] \times \exp \frac{1}{2\varepsilon} (Re F_{1j}(t) - Re F_{1j}(\tau)) d\tau, \quad (4.2.3) \\ z_{2j} = z_{2j}^0 \exp \frac{1}{2\varepsilon} (Re F_{2j}(t) - Re F_{2j}(t_0)) + \\ + \frac{1}{\varepsilon} \int_{t_0}^t [V_0(z_1, z_2, \dots, z_{2n}) z_{2j} - \varepsilon] \times \exp \frac{1}{2\varepsilon} (Re F_{2j}(t) - Re F_{2j}(\tau)) d\tau,$$

мында  $F_{1j}(t) = (t + i\alpha_j)^2, F_{2j}(t) = (t - i\alpha_j)^2, j = 1, \dots, n$ .

Бул учур Гл.3 §3.2де түзүлгөн  $D_0$  областында жана  $\Omega$  көптүгүндө каралат.

Төмөнкү далилденди:

**Теорема 4.2.1.** (4.2.1)-(4.2.2) маселеси каралсын. Анда  $D_0 \subset D$  областы жана  $D_0$ до аныкталган (4.2.1)-(4.2.2) маселесинин  $z(t, \varepsilon)$  чыгарылышы жашап жана бул чыгарылыш үчүн төмөнкү баалоо орун алат:

$$\|z(t, \varepsilon)\| \leq M_2 \begin{cases} \varepsilon, & t \in D_1 \cup D_2, \\ \sqrt{\varepsilon}, & t \in (\cup_{k=3}^5 (D_k \cup \bar{D}_k)). \end{cases} \quad (B4)$$

Жүргүзүлгөн өзгөртүп түзүүлөргө ылайык, (B4) баалоосунан

$$\|\bar{x}(t, \varepsilon)\| \leq M_2 \begin{cases} \varepsilon, & t \in D_1 \cup D_2, \\ \sqrt{\varepsilon}, & t \in (\cup_{k=3}^5 (D_k \cup \bar{D}_k)). \end{cases} \quad (B5)$$

баалоосу келип чыгат, (B5)ти чыныгы окто карасак, анда төмөнкүгө ээ болобуз:

$$\|\bar{x}(t, \varepsilon)\| \leq M_2 \begin{cases} \varepsilon, & t_0 \leq t_1 < \alpha_1 - \sqrt{\varepsilon} \\ \sqrt{\varepsilon}, & \alpha_1 - \sqrt{\varepsilon} \leq t_1 \leq \alpha_1. \end{cases} \quad (B6)$$

**Натыйжа 4.2.1.** (B6) баалоосунан (2.1.1)-(2.1.2)-(2.1.3) маселесинин чыгарылышы пайда болгон туруксуз ТСАга жакын  $[0; \alpha_1]$ . кесиндисинде кармала тургандыгы келип чыгат.

**Параграф 4.3тө** С3 каралды. (2.1.1)де ЖБФ киргизебиз (ыңгайлуулук үчүн, белгисиз функциялардын аргументтерин таштайбыз)  $x_1 - y = u_1, x_2 = u_2, x_3 - y = u_3$ , төмөнкү системага ээ болобуз:

$$\begin{aligned} \varepsilon u_1' &= t u_1 - \alpha_1 u_2 + V^2(u_1, u_2, u_3) u_1 + \varepsilon, \\ \varepsilon u_2' &= \alpha_1 u_1 + t u_2 + V^2(u_1, u_2, u_3) u_2, \\ \varepsilon u_3' &= (t - \alpha_2) u_3 + V^2(u_1, u_2, u_3) u_3 + \varepsilon. \end{aligned} \quad (4.3.1)$$

(4.3.1) де, экинчи теңдемени  $(\pm i)$ ге көбөйтүп, андан соң биринчи теңдемени экинчи менен кошуп, төмөнкүгө ээ болдук:

$$\begin{aligned} \varepsilon z_1' &= (t + i\alpha_1) z_1 + V^2(z_1, z_2, z_3) z_1 + \varepsilon, \\ \varepsilon z_2' &= (t - i\alpha_1) z_2 + V^2(z_1, z_2, z_3) z_2 + \varepsilon. \end{aligned} \quad (4.3.2)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon z_3' &= (t - \alpha_2) z_3 + V^2(z_1, z_2, z_3) z_3 + \varepsilon, \\ z_1(t_0, \varepsilon) &= z_1^0, z_2(t_0, \varepsilon) = z_2^0, z_3(t_0, \varepsilon) = z_3^0. \end{aligned} \quad (4.3.3)$$

мында  $z_1 = u_1 + i u_2, z_2 = u_1 - i u_2, z_3 = u_3, V(z_1, z_2, z_3) = z_1 \cdot z_2 + z_3^2$ .

(4.3.2)-(4.3.3) маселелер төмөнкүлөр менен алмаштырылды:

$$\begin{aligned} z_1 &= z_1^0 \exp \frac{F_1(t) - F_1(t_0)}{2\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon} \int_{t_0}^t (\varepsilon + V^2 z_1) \exp \frac{F_1(t) - F_1(\tau)}{2\varepsilon} d\tau, \\ z_2 &= z_2^0 \exp \frac{F_2(t) - F_2(t_0)}{2\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon} \int_{t_0}^t (\varepsilon + V^2 z_2) \exp \frac{F_2(t) - F_2(\tau)}{2\varepsilon} d\tau, \\ z_3 &= z_3^0 \exp \frac{F_3(t) - F_3(t_0)}{2\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon} \int_{t_0}^t (\varepsilon + V^2 z_3) \exp \frac{F_3(t) - F_3(\tau)}{2\varepsilon} d\tau, \end{aligned} \quad (4.3.4)$$

мында  $F_1(t) = (t + i\alpha_1)^2, F_2(t) = (t - i\alpha_1)^2, F_3(t) = (t - \alpha_2)^2$ .

Мындан ары  $|z_j^0| \leq M_3 \varepsilon, j = 1, 2, 3$ .

(4.3.4)тү Гл.3 §3.2де түзүлгөн  $D_0$  областында жана  $\Omega$  көптүгүндө карайбыз.

Төмөнкүлөр далилденди:

**Теорема 4.3.1.** (4.3.2)-(4.3.3) С3 учуру, 1)  $0 < \alpha_1 < \alpha_2$  каралсын. Анда  $D_0 \subset D$  областы жана  $D_0$ до аныкталган (4.3.2)-(4.3.3) маселесинин  $z(t, \varepsilon)$  чыгарылышы жашап жана бул чыгарылыш үчүн төмөнкү баалоо орун алат:

$$\|z(t, \varepsilon)\| \leq M_3 \begin{cases} \varepsilon, & t \in D_{01} \cup D_{02}, \\ \sqrt{\varepsilon}, & t \in \cup_{j=3}^5 (D_{0j} \cup \bar{D}_{0j}) \cup D_{06}. \end{cases} \quad (B7)$$

Жүргүзүлгөн өзгөртүп түзүүлөргө ылайык, (Б7) баалоосунан

$$\|\bar{x}(t, \varepsilon)\| \leq M_3 \begin{cases} \varepsilon, & t \in D_{01} \cup D_{02}, \\ \sqrt{\varepsilon}, & t \in \bigcup_{j=3}^5 (D_{0j} \cup \bar{D}_{0j}) \cup D_{06}. \end{cases} \quad (Б8)$$

баалоосу келип чыгат, (Б8)ди чыныгы окто карасак, анда төмөнкүгө ээ болобуз:

$$\|\bar{x}(t, \varepsilon)\| \leq M_3 \begin{cases} \varepsilon, & t_0 \leq t \leq \alpha_1 - \sqrt{\varepsilon}; \\ \sqrt{\varepsilon}, & \alpha_1 - \sqrt{\varepsilon} \leq t \leq \alpha_1. \end{cases} \quad (Б9)$$

**Натыйжа 4.3.1.** (Б9) баалоосунан (2.1.1)-(2.1.2)-(2.1.3) маселесинин чыгарылышы пайда болгон туруксуз ТСАга жакын  $[0; \alpha_1]$  кесиндисинде кармала тургандыгы келип чыгат.

**Теорема 4.3.2.** (4.3.2)-(4.3.3) ( $0 < \alpha_2 < \alpha_1$ ) маселеси каралсын. Анда  $D_0 \subset D$  областы жана  $D_0$ до аныкталган (4.3.2)-(4.3.3) маселесинин  $z(t, \varepsilon)$  чыгарылышы жашап жана бул чыгарылыш үчүн төмөнкү баалоо орун алат:

$$\|z(t, \varepsilon)\| \leq M_3 \begin{cases} \varepsilon, & t \in D_0^1, \\ \sqrt{\varepsilon}, & t \in D_0^2 \cup D_0^3. \end{cases} \quad (Б10)$$

Жүргүзүлгөн өзгөртүп түзүүлөргө ылайык, (Б10) баалоосунан

$$\|\bar{x}(t, \varepsilon)\| \leq M_3 \begin{cases} \varepsilon, & t \in D_0^1, \\ \sqrt{\varepsilon}, & t \in D_0^2 \cup D_0^3. \end{cases} \quad (Б11)$$

баалоосу келип чыгат, (Б11)ди чыныгы окто карасак, анда төмөнкүгө ээ болобуз

$$\|\bar{x}(t, \varepsilon)\| \leq M_3 \begin{cases} \varepsilon, & t_0 \leq t \leq \alpha_2 - \sqrt{\varepsilon}, \\ \sqrt{\varepsilon}, & \alpha_2 - \sqrt{\varepsilon} < t \leq \alpha_2 \end{cases} \quad (Б12)$$

**Натыйжа 4.3.2.** (Б12) баалоосунан (2.1.1)-(2.1.2)-(2.1.3) маселесинин чыгарылышы пайда болгон туруксуз ТСАга жакын  $[0; \alpha_2]$  кесиндисинде кармала тургандыгы келип чыгат.

**4.4 параграфында** С4 учуру каралат. (2.1.1) де ЖБФ киргизебиз

$$\begin{aligned} x_1(t, \varepsilon) - t &= u_1(t, \varepsilon), x_2(t, \varepsilon) = u_2(t, \varepsilon), \\ x_3(t, \varepsilon) - t &= u_3(t, \varepsilon), x_4(t, \varepsilon) = u_4(t, \varepsilon) \end{aligned} \quad (4.4.1)$$

$u(t, \varepsilon) = \text{colon}(u_1, u_2, u_3, u_4)$ , мында  $u_j(t, \varepsilon)$  ( $j = 1, 2, 3, 4$ ) – ЖБФ.

(4.4.1) ди (2.1.1) ге коюп, төмөнкүнү алабыз (ЖБФ аргументтерин таштайбыз):

$$\varepsilon u' = A(t)u + V^2 u - \varepsilon a, \quad (4.4.2)$$

$$u(t_0, \varepsilon) = u^0, \quad (4.4.3)$$

мында  $a = \text{colon}(1, 0, 1, 0)$ .

(4.4.2) де биринчи жана үчүнчү теңдемелерди  $i$  ге көбөйтүп, андан соң биринчи менен экинчини, үчүнчү менен төртүнчүнү кошуп ээ болобуз:

$$\varepsilon z' = \Lambda(t)z + V^2 z - \varepsilon a_1, \quad (4.4.4)$$

$$z(t_0, \varepsilon) = z^0, \quad (4.4.5)$$

$$|z^0| \leq M_4 \varepsilon.$$

мында  $z = \text{colon}(z_1 = u_1 + iu_2, z_2 = u_1 - iu_2, z_3 = u_3 + iu_4, z_4 = u_3 - iu_4)$ ,

$\Lambda(t) = \text{diag}(t + i, t - i, -(t + i)^2, -(t - i)^2)$ ,  $V = z_1 \cdot z_2 + z_3 \cdot z_4$ ,  $a_1 = (1, 1, 1, 1)$ .

(4.4.4)-(4.4.5) томонкү менен алмаштырабыз:

$$z = z^0 E(t_0, t, \varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon} \int_{t_0}^t (V^2 z - \varepsilon a_1) E(t, \tau, \varepsilon) d\tau, \quad (4.4.6)$$

мында  $E(t, \tau, \varepsilon) =$

$$= \text{diag} \left( \exp \frac{(t+i)^2 - (\tau+i)^2}{2\varepsilon}, \exp \frac{(t-i)^2 - (\tau-i)^2}{2\varepsilon}, \exp \frac{-(t+i)^3 + (\tau+i)^3}{3\varepsilon}, \exp \frac{-(t-i)^3 + (\tau-i)^3}{3\varepsilon} \right).$$

(4.4.6) ны Гл.3 §3.2де түзүлгөн  $D_0$  областында жана  $\Omega$  көптүгүндө карайбыз. Жол  $\Omega$  көптүгүнө ылайыктуу тандалат.

(4.4.6)га УЖМны төмөнкүчө аныктап колдонобуз:

$$z_m = z^0 E(t_0, t, \varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon} \int_{t_0}^t (V^2 z_{m-1} - \varepsilon a_1) E(t, \tau, \varepsilon) d\tau, \quad (4.4.7)$$

$$z_0 \equiv 0, m = 1, 2, \dots$$

Төмөнкү далилденди:

**Теорема 4.4.1.** (4.4.4)-(4.4.5) маселеси каралсын. Анда  $D_0 \subset D$  областы жана  $D_0$ до аныкталган (4.4.4)-(4.4.5) маселесинин  $z(t, \varepsilon)$  чыгарылышы жашап жана бул чыгарылыш үчүн төмөнкү баалоо орун алат:

$$\|z(t, \varepsilon)\| \leq M_3 \begin{cases} \varepsilon, & t \in D_1; \\ \frac{1}{\varepsilon^3}, & t \in D_2 \cup D_3 \cup D_4 \cup \bar{D}_4. \end{cases} \quad (B13)$$

Жүргүзүлгөн өзгөртүп түзүүлөргө ылайык, (B13) баалоосунан

$$\|\bar{x}(t, \varepsilon)\| \leq M_4 \begin{cases} \varepsilon, & t \in D_1; \\ \frac{1}{\varepsilon^3}, & t \in D_2 \cup D_3 \cup D_4 \cup \bar{D}_4. \end{cases} \quad (B14)$$

баалоосу келип чыгат, (B14)тү чыныгы окто карасак, анда төмөнкүгө ээ болобуз:

$$\|\bar{x}(t, \varepsilon)\| \leq M_4 \begin{cases} \varepsilon, & t_0 \leq t \leq -q; \\ \frac{1}{\varepsilon^3}, & -q \leq t \leq 0. \end{cases} \quad (B15)$$

**Натыйжа 4.4.1.** (B15) баалоосунан (2.1.1)-(2.1.2)-(2.1.3) маселесинин чыгарылышы пайда болгон туруксуз ТСАга жакын  $[-1; 0]$  кесиндисинде кармала тургандыгы келип чыгат.

**Параграф 4.5те** C5 каралат. (2.1.1) де ЖБФтерди төмөнкүчө түрдө киргизебиз:

$x_{2j-1} - y = u_{2j-1}, x_{2j} = u_{2j}, j = 1, 2, \dots, n$ . Анда

$$\varepsilon u'_{2j-1} = (t - \alpha_j) u_{2j-1} - u_{2j} + V^2(u_1, u_2, \dots, u_{2n}) u_{2j-1} - \varepsilon, \quad (4.5.1)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon u'_{2j} &= u_{2j-1} + (t - \alpha_j) u_{2j} + V^2(u_1, u_2, \dots, u_{2n}) u_{2j}, \\ u_{2j-1}(t_0, \varepsilon) &= x_{2j-1}^0 - t_0, u_{2j}(t_0, \varepsilon) = x_{2j}^0 \end{aligned} \quad (4.5.2)$$

(4.5.1) де экинчи теңдемени  $(\pm i)$ ге көбөйтүп, андан кийин биринчи менен экинчини кошуп төмөнкүгө ээ болобуз:

$$\begin{aligned} \varepsilon Z'_{2j-1} &= (t - \alpha_j + i) z_{2j-1} + V^2(z_1, \dots, z_{2n}) z_{2j-1} - \varepsilon, \\ \varepsilon Z'_{2j} &= (t - \alpha_j - i) z_{2j} + V^2(z_1, \dots, z_{2n}) z_{2j} - \varepsilon \end{aligned} \quad (4.5.3)$$

Бул система төмөнкү шартты канааттандырат:

$$z_{2j-1}(t_0, \varepsilon) = z_{2j-1}^0, z_{2j}(t_0, \varepsilon) = z_{2j}^0 \quad (4.5.4)$$

мында  $V(z_1, z_2, \dots, z_{2n}) = z_1 \cdot z_2 + \dots + z_{2n-1} \cdot z_{2n}$ .

$$|z_{2j-1}^0| \leq M_1 \varepsilon, |z_{2j}^0| \leq M_2 \varepsilon.$$

(4.5.3)-(4.5.4) маселесин төмөнкү менен алмаштырабыз:

$$z_{2j-1} = z_{2j-1}^0 \exp \frac{F_{2j-1}(t) - F_{2j-1}(t_0)}{2\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon} \int_{t_0}^t (V^2 - \varepsilon) \exp \frac{F_{2j-1}(t) - F_{2j-1}(\tau)}{2\varepsilon} d\tau, \quad (4.5.5)$$

$$z_{2j} = z_{2j}^0 \exp \frac{F_{2j}(t) - F_{2j}(t_0)}{2\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon} \int_{t_0}^t (V^2 - \varepsilon) \exp \frac{F_{2j}(t) - F_{2j}(\tau)}{2\varepsilon} d\tau,$$

мында  $F_{2j-1}(t) = (t - \alpha_j + i)^2, F_{2j}(t) = (t - \alpha_j - i)^2$  деп белгиленген.

(4.5.5)ти Гл.3 §3.2де түзүлгөн  $D_0$  областында жана  $\Omega$  көптүгүндө карайбыз. Жол  $\Omega$  көптүгүнө ылайыктуу тандалат.

**Теорема 4.5.1.** (4.5.3)-(4.5.4) маселеси каралсын. Анда  $\mathcal{D}_0 \subset \mathcal{D}$  областы жана  $\mathcal{D}_0$ до аныкталган (4.5.3)-(4.5.4) маселесинин  $z(t, \varepsilon)$  чыгарылышы жашап жана бул чыгарылыш үчүн төмөнкү баалоо орун алат:

$$\|z(t, \varepsilon)\| \leq M_5 \begin{cases} \varepsilon, & t \in \mathcal{D}_1 \cup \mathcal{D}_2, \\ \sqrt{\varepsilon}, & t \in \mathcal{D}_3 \cup \mathcal{D}_4 \cup \mathcal{D}_5 \cup \mathcal{D}_6 \cup \bar{\mathcal{D}}_3 \cup \bar{\mathcal{D}}_4 \cup \bar{\mathcal{D}}_5, \\ t \in (\cup_{j=3}^5 (\mathcal{D}_j \cup \bar{\mathcal{D}}_j)) \cup \mathcal{D}_6. \end{cases} \quad (B16)$$

Жүргүзүлгөн өзгөртүп түзүүлөргө ылайык, (B16) баалоосунан

$$\|\bar{x}(t, \varepsilon)\| \leq M_5 \begin{cases} \varepsilon, & t \in \mathcal{D}_1 \cup \mathcal{D}_2, \\ \sqrt{\varepsilon}, & t \in \mathcal{D}_3 \cup \mathcal{D}_4 \cup \mathcal{D}_5 \cup \mathcal{D}_6 \cup \bar{\mathcal{D}}_3 \cup \bar{\mathcal{D}}_4 \cup \bar{\mathcal{D}}_5. \end{cases} \quad (B17)$$

баалоосу келип чыгат, (B17)ни чыныгы окто карасак, анда төмөнкүгө ээ болобуз:

$$\|\bar{x}(t, \varepsilon)\| \leq M_5 \begin{cases} \varepsilon, & t_0 \leq t \leq 1 - \sqrt{\varepsilon}, \\ \sqrt{\varepsilon}, & 1 - \sqrt{\varepsilon} < t \leq 1 \end{cases} \quad (B18)$$

**Натыйжа 4.5.1.** (B18) баалоосунан (2.1.1)-(2.1.2)-(2.1.3) маселесинин чыгарылышы пайда болгон туруксуз ТСАга жакын  $[0; 1]$  кесиндисинде кармала тургандыгы келип чыгат.

## КОРУТУНДУ

Иште ТСАга ээ болгон АСКТС жаңы класстары каралды. Алгачкы эмгектерде БЖ матрица-функциясы комплекстик-түйүндөш бир түйгөйүнө ээ  $\Theta M$  каралып, алар ТСАнын туруктуулугуна негизги таасирин тийгизгендиги, калгандары ТСАнын туруктуулугуна таасир тийгизбеген учурлар каралган.

Бул иште каралып жаткан АСКТСтин БЖ матрица-функциялары комплекстик-түйүндөш бир нече түгөйлөрдөн турган  $\Theta M$ дерге ээ жана алардын баары ТСАнын туруктуулугуна таасирин тийгизишет. Буга чейин АСКТС мындай класстары изилденбеген.

Каралып жаткан учурлар үчүн ЧК маселеси чечилди. Маселенин чыгарылышы чыныгы октун кесиндисин камтып, анда ТСА туруктуулугун алмаштырган комплекстик тегиздиктеги кандайдыр бир областка СКТларды аналитикалык улантуу жүргүзүлдү. Берилген аналитикалык функциялардан (өздүк маанилерден) түзүлгөн бардык ГФтердин беттеринин касиеттерин пайдаланып, областтар түзүлдү. Областтарды түзүүнүн критерийлери формулировкаланды жана далилденди, алар ошондой эле интегралдоо жолдорун оптималдуу тандоону аныктайт. УЖ, Лапластын, стационардык фазанын, кандайдыр бир сызыктар боюнча берилген баштапкы шарттарды өзгөрмө баштапкы шарттарга алмаштыруу, функционалдык катарларды салыштыруу методдору, Кошинин интегралдоо жолдорунан көз-каранды эместиги жөнүндө теорема колдонулду. Ар бир каралган учурларда ЧКнын аралыктарын аныктоочу  $\Theta M$ дердин тобу аныкталды.

## ПРАКТИКАЛЫК СУНУШТАР

Диссертациялык иште келтирилген бардык жыйынтыктар илимий жаңылыкка жана теориялык маанилүүлүккө ээ. Колдонулган методологияны чыгарылыштардын кармалышына карата автономдук сингулярдык козголгон

теңдмелер системасы теориясын мындан ары өнүктүрүү үчүн колдонууга болот. Алынган натыйжалар башкаруу, физиканын маселелеринде, экологиядагы, биологиядагы, медицинадагы, химиядагы моделдештирүүдө пайдаланууга болот.

## ДИССЕРТАЦИЯНЫН ТЕМАСЫ БОЮНЧА ЖАРЫЯЛАНГАН ЭМГЕКТЕРДИН ТИЗМЕСИ

1. Нурматова, М. Н. Асимптотика решений автономных сингулярно возмущенных уравнений при смене устойчивости положения равновесия в нескольких точках [Текст] / М. Н. Нурматова // Бюллетень науки и практики. – Нижневартовск, 2024. Т.10. №5. – С. 40-45.  
<https://www.elibrary.ru/item.asp?id=67218723>
2. Нурматова, М. Н. Влияние точек поворота на задержку решения вблизи неустойчивого положения равновесия [Текст] / М. Н. Нурматова // Alato Academic Studies. – Бишкек, 2024. №2, –С.398-411. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=68549405>
3. Нурматова, М. Н. Рекуррентное представление решений сингулярно возмущенных уравнений с точками поворота в комплексной области [Текст] / К.С. Алыбаев, М. Н. Нурматова // Вестник ЖАГУ. №1 (46). – Жалал-Абад, 2021. – С.14-19. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=45951570>
4. Нурматова, М. Н. Сингулярно возмущенные уравнения с точками поворота [Текст] / К. С. Алыбаев, М. Н. Нурматова // Евразийское научное объединение. 7-1 (77). – Москва, 2021. – С.8-11. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=46461497>
5. Нурматова, М. Н. Явление затягивание потери устойчивости в теории сингулярных возмущений [Текст] / К. С. Алыбаев, М. Н. Нурматова // Бюллетень науки и практики. – Нижневартовск, 2023. Т. 9. №12. – С. 12-19. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=56405765>
6. Нурматова, М. Н. Методы исследования асимптотики решений сингулярно возмущенных уравнений в комплексных областях [Текст] / К. С. Алыбаев, М. Н. Нурматова, Н. К. Мусакулова // Бюллетень науки и практики. – Нижневартовск, 2024. Т. 10. №3. – С. 14-27. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=64861897>
7. Nurmatova, M. N. Delay in solving autonomous singularly perturbed equations near an unstable equilibrium position [Text] / K. S. Alybaev, A. M. Dzhuraev, M. N. Nurmatova // Lobachevskii Journal of Mathematics, - Kazan, 2024, Vol. 45, No. 3, P. 1178–1187. <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=59226580900>
8. Нурматова, М. Н. Задержка решений автономных сингулярно возмущенных уравнений при смене устойчивости положения равновесия [Текст] / К. С. Алыбаев, М. Н. Нурматова // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. – Бишкек, 2024. №5. – С.13-18. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=79074369>
9. Нурматова, М. Н. Слияние точек поворота и задержка решений [Текст] / К. С. Алыбаев, М. Н. Нурматова // Проблемы автоматизации и управления. – Бишкек, 2024. - №2. – С. 5-15. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=79465094>
10. Нурматова, М. Н. Асимптотика решений сингулярно возмущенных уравнений с попарно комплексно-сопряженными точками поворота [Текст] / К. С. Алыбаев, М. Н. Нурматова // Вестник ОшГУ. Математика. Физика. Техника. – Ош, 2024. - №2(5). – С. 6-15. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=76784687>

**Нурматова Майрамгул Нарбековнанын “Тең салмактуулук абалдын туруктуулугу алмашканда автономдук сингулярдык козголгон теңдемелердин чыгарылыштарынын асимптотикасы” деген темада 01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациясынын**

### **РЕЗЮМЕСИ**

**Негизги сөздөр.** Сингулярдык козголгон автономдук теңдемелер системасы, аналитикалык жана гармоникалык функциялар, деңгээл сызыктар, тең салмактуулук абал, туруктуулук, чыгарылыштын кармалышы, туруктуулуктун жоголушунун узартылышы.

**Изилдөө объектиси.** Автономдук сингулярдык козголгон теңдемелердин системасы.

**Изилдөөнүн предмети.** Тең салмактуулук абалдын туруктуулугу алмашканда автономдук сингулярдык козголгон теңдемелер системасынын чыгарылыштарынын асимптотикасы.

**Изилдөөнүн максаты жана коюлган маселелер.** Тең салмактуулук абалдын туруктуулугу биринчи жакындашуу матрица-функциясынын бардык оздук маанилеринен аныкталган, тең салмактуулук абалга ээ болгон автономдук сингулярдык козголгон теңдемелердин системасынын чыгарылыштарынын асимптотикалык жүрүмүн изилдөө.

**Изилдөө ыкмалары.** Гармоникалык функциялардын касиеттерин жана деңгээл сызыктарын колдонуу менен интегралдоо жолдорун аныктоо жана геометриялык түзүүлөр, теңдемелерди өзгөртүп түзүү жана аларды интегралдык теңдемелерге алмаштыруу, удаалаш жакындашуу, Лапласдын, стационардык фаза, бөлүктөп интегралдоо, баштапкы маанилерди удаалаш алмаштыруу.

**Алынган жыйынтыктар жана жаңылыгы.** Чыныгы кесиндинин бир нече чекиттеринде тең салмактуулук абалдын туруктуулугу жоголгондо, автономдук сингулярдык козголгон теңдемелердин системаларынын жаңы классынын асимптотикасы изилденди; Түрдүү учурлар үчүн чыгарылыштын кармалышына маанилүү таасир этүүчү өздук маанилер аныкталды; Өзгөрмөлөргө баштапкы шарттарды алмаштырууну колдонуп, теңдемелердин баштапкы шарттары жөнөкөйүрөөк түргө келтирилди.

**Колдонуу боюнча сунуштар.** Колдонулган методологияны чыгарылыштын кармалышына карата автономдук сингулярдык козголгон теңдемелердин системасы теориясынын андан ары өнүгүшү үчүн колдонууга болот.

**Колдонуу аймагы.** Табылган АСКТСтин чыгарылыштарынын кармалуу шарттары АСКТСке келтирилүүчү маселелерди мындан ары изилдөөгө пайдаланууга болот.

## РЕЗЮМЕ

диссертации Нурматовой Майрамул Нарбековны на тему: "Асимптотика решений автономных сингулярно возмущенных уравнений при смене устойчивости положения равновесия" на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальные управления

**Ключевые слова.** автономные системы сингулярно возмущенные уравнений, аналитические и гармонические функции, линии уровня, положение равновесия, устойчивость, задержка решения, затягивание потери устойчивости.

**Объект исследования.** Автономные системы сингулярно возмущенных уравнений.

**Предмет исследования.** Асимптотика решений автономных систем сингулярно возмущенных систем при смене устойчивости положения равновесия.

**Цели работы.** Исследование асимптотического поведения решений автономных систем сингулярно возмущенных уравнений, имеющих положения равновесия в случае, когда устойчивость положения равновесия определяется всеми собственными значениями матрицы-функции первого приближения.

**Методы исследования и аппаратура.** Геометрические построения и определение путей интегрирования с использованием свойств поверхностей и линии уровней гармонических функций, преобразование уравнений и замена их интегральными, последовательных приближений, Лапласа, стационарной фазы, интегрирование по частям, последовательная замена начальных условий на переменные начальные условия на некоторых линиях.

**Полученные результаты и их новизна исследования:** Проведено исследование асимптотического поведения решений новых классов автономных систем сингулярно возмущенных уравнений, когда устойчивость положения равновесия теряется в нескольких точках действительного отрезка; Для различных случаев определены собственные значения, оказывающие существенное влияние на задержку решений; Применена метод замены заданных начальных условий на переменные, начальные условия на некоторых линиях для приведения уравнений к наиболее простому виду. Разработана методика геометрических построений.

**Рекомендации по использованию.** Применяемую методологию можно использовать для дальнейшего развития теории АССВУ на ЗР.

**Область применения.** Найденные условия задержки решений АССВУ могут быть применены для дальнейшего исследования задач, сводящихся к АССВУ.

## RESUME

of the dissertation by Nurmatova Mairamgul Narbekovna on the topic:  
"Asymptotics of solutions of autonomous singularly perturbed equations under  
change of stability of equilibrium position" for the degree of candidate of  
physical and mathematical sciences in specialty 01.01.02 - differential  
equations, dynamical systems and optimal control

**Key words.** autonomous systems of singularly perturbed equations, analytical and harmonic functions, level lines, equilibrium position, stability, solution delay, delay of stability loss.

**Object of research.** Autonomous systems of singularly perturbed equations.

**Subject of research.** Asymptotics of solutions of autonomous systems of singularly perturbed systems with a change in the stability of the equilibrium position.

**Objectives of the work.** Investigation of the asymptotic behavior of solutions of autonomous systems of singularly perturbed equations possessing equilibrium positions in the case when all eigenvalues of the first-approximation matrix function determine the stability of the equilibrium position.

**Research methods and equipment.** Geometric constructions and determination of integration paths using the properties of surfaces and level lines of harmonic functions, transformation of equations and their replacement with integral ones, successive approximations, Laplace, stationary phase, integration by parts, successive replacement of initial conditions with variable initial conditions on some lines.

**The results obtained and their novelty.** The asymptotic behavior of solutions of new classes of autonomous systems of singularly perturbed equations was studied, when the stability of the equilibrium position is lost at several points of the real segment; For various cases, eigenvalues that have a significant effect on the delay of solutions were determined; The method of replacing the specified initial conditions with variables, initial conditions on some lines to reduce the equations to the simplest form was applied. A method for geometric constructions was devised.

**Recommendations for use.** The applied methodology can be used for further development of the theory of autonomous systems of singularly perturbed equations on the delay of the solution.

**Scope of application.** Found conditions of delay of solutions autonomous systems of singularly perturbed equations can be applied in investigation of problems which can be reduced to such systems.

## ШАРТТУУ БЕЛГИЛЕРДИН ЖАНА СИМВОЛДОРДУН ТИЗМЕСИ

- $R, C$  – чыныгы жана комплекстик сандардын көптүгү;
- $i = \sqrt{-1}$  – мнимый бирдик;
- $t = t_1 + it_2$  – комплекстик өзгөрмө, мында  $t_1, t_2$  чыныгы өзгөрмөлөр;
- $\mathcal{D} \subset C$  жана  $\mathcal{D}$  – бир байланыштуу, чектелген ачык область;
- $ReA(t), ImA(t)$  – чыныгы маанилүү, эки чыныгы өзгөрмөлүү функциялар;
- $(K) [t_0, t]$  –  $(K)$  ийрисинин  $t_0$  жана  $t$  чекиттерин туташтыруучу бөлүгү;
- $0 < \varepsilon$  – кичине оң чыныгы параметр;
- СКТ – сингулярдык козголгон теңдемелер;
- КТ – козголбогон теңдеме;
- ТО – тартылуу областы;
- БЖ – биринчи жакындашуу;
- ТЖУ – туруктуулуктун жоголушунун узартылышы;
- ТСА – тең салмактуулук абал;
- ЧК – чыгарылыштын кармалышы;
- ГФ – гармоникалык функциялар;
- ӨМ – өздүк маанилер;
- ЧБ – чыныгы бөлүктөр;
- УЖМ – удаалаш жакындашуу методу;
- ГТ – геометриялык түзүүлөр;
- ДС – деңгээл сызык;
- ЖБФ – жаңы белгисиз функциялар;
- $\forall t$  – каалагандай  $t$ ;
- $\exists t$  – жашайт;
- $\exists! t$  – жалгыз  $t$  жашайт;
- $=$  – барабар белгиси;
- $\neq$  – барабарсыздык белгиси;
- $\in$  – таандык белгиси;
- $\notin$  – таандык эместик белгиси;
- $\cup$  – биригүү белгиси;
- $\cap$  – кесилишүү белгиси;
- $\subset$  – камтылуу белгиси;
- $\wedge$  – “жана” союзу;
- $\vee$  – “же” союзу;
- $r_2 \gg r_1 - r_2$  дин мааниси  $r_1$  нин маанисине караганда кыйла чоң.



